

FM Problema 1

AM Gomez Ardila

27/07/2025

1 Problema 1

Bruce deposits 100 into a bank account. His account is credited interest at an annual nominal rate of interest of 4% convertible semiannually. At the same time, Peter deposits 100 into a separate account. Peter's account is credited interest at an annual force of interest of δ . After 7.25 years, the value of each account is the same. Calculate δ .

2 Solucion:

Bruce deposita \$100 en una cuenta con una tasa nominal anual del 4% convertible semestralmente. Peter deposita \$100 en otra cuenta con una tasa de interés compuesta continua δ . Después de 7.25 años, el valor de ambas cuentas es el mismo. Se desea calcular δ .

2.1 Paso 1: Valor futuro de la cuenta de Bruce

La fórmula del monto con interés compuesto nominal es: $A_{\text{Bruce}} = P \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m} \right)^{mt}$ Donde:

- $P = 100$
- $i^{(m)} = 0.04$
- $m = 2$ (semianual)
- $t = 7.25$

Sustituimos:

$$A_{\text{Bruce}} = 100 \left(1 + \frac{0.04}{2} \right)^{2 \cdot 7.25} = 100(1.02)^{14.5}$$

$$A_{\text{Bruce}} \approx 100 \times 1.2871 = 128.71$$

2.2 Paso 2: Valor futuro de la cuenta de Peter

Con interés compuesto continuo, el valor futuro es:

$$A_{\text{Peter}} = Pe^{\delta t}$$

Dado que ambas cuentas valen lo mismo:

$$A_{\text{Peter}} = A_{\text{Bruce}} \Rightarrow 100e^{\delta \cdot 7.25} = 128.71$$

2.3 Paso 3: Despejamos δ

$$e^{\delta \cdot 7.25} = \frac{128.71}{100}$$

$$\delta \cdot 7.25 = \ln \left(\frac{128.71}{100} \right)$$

$$\delta = \frac{\ln(1.2871)}{7.25}$$

$$\delta \approx \frac{0.2527}{7.25} \approx 0.03486$$

2.4 Respuesta:

La tasa de interés compuesta continua es:

$\delta \approx 0.03486$ o 3.49%

3 Solución en Python

```
import math

# Datos
nominal_rate = 0.04          # tasa nominal anual
compoundings_per_year = 2    # capitalización semestral
t = 7.25                      # años

# Cálculo del valor final en la cuenta de Bruce
periodic_rate = nominal_rate / compoundings_per_year
n_periods = compoundings_per_year * t
A_bruce = 100 * (1 + periodic_rate) ** n_periods

# Valor final en cuenta de Peter: A_peter = 100 * e^(δ * t)
# Igualamos A_bruce = A_peter => e^(δ * t) = A_bruce / 100
# Entonces: δ = ln(A_bruce / 100) / t
delta = math.log(A_bruce / 100) / t

# Mostrar resultados
print(f"Valor final en la cuenta de Bruce: {A_bruce:.2f}")

## Valor final en la cuenta de Bruce: 133.26
print(f"Tasa de interés compuesta continua (δ): {delta:.5f} o {delta * 100:.2f}%")

## Tasa de interés compuesta continua (δ): 0.03961 o 3.96%
```