

<b>Kursus:</b>	M4STI1 Statistik for Ingeniører
<b>Eksamensdato:</b>	07.01.2022
<b>Eksamenstermin:</b>	Vinter 2021/2022
<b>Underviser:</b>	Ulla-Lisbeth Hoffmann
<b>Praktiske informationer:</b>  <b>Digital eksamen</b> Opgaven tilgås og afleveres gennem den digitale eksamensportal. Håndskrevne dele af opgavebesvarelsen skal digitaliseres og afleveres i den digitale eksamensportal. <b>Opgavebesvarelsen skal afleveres i PDF-format.</b>  Husk angivelse af navn og studienummer på alle sider, samt i dokumenttitel/ filnavn.  Husk at uploade og aflevere i Digital eksamen. Du vil modtage en elektronisk afleveringskvittering, straks du har afleveret.  Husk at aflevere til tiden, da der ellers skal indsendes dispensationsansøgning.	
<b>Hjælpemidler:</b> Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er <b>IKKE</b> tilladt at kommunikere med andre digitalt.	
<b>Særlige bemærkninger:</b> Det er kun muligt at aflevere elektronisk via Digital Eksamen portalen.	

**Bemærk følgende:**

- Decimaltal i opgaverne er angivet med engelsk decimalseparator (.)
- Alle data fra opgaverne kan downloades fra Digital Eksamen portalen i et regneark med navnet: Data\_M4STI1\_2021E.xlsx. I regnearket angiver kolonnenavnet, hvilken opgave data hører til.
- Nogle delopgaver benytter resultatet fra en tidligere delopgave. Hvis du ikke kunne løse den, kan du blot antage en værdi for resultatet og regne videre med det.
- Selv om der er brugt MATLAB i undervisningen, er det tilladt at bruge andre værktøjer. I nogle delopgaver kan det være enklere at bruge f.eks. Excel.

**Opgave 1**

Spektrofotometri er en analysemetode til f.eks. at bestemme koncentrationen af et farvestof i en opløsning. Ved metoden hældes den farvede opløsning i en kuvette. En kuvette er en beholder, der er transparent, det vil sige, at den er gennemsigtig, klar.

En virksomhed fremstiller kuvetter til brug ved spektrofotometri. For at en kuvette kan anvendes til spektrofotometri, så skal kuvetten være transparent, dvs. gennemsigtig. Er kuvetten ikke gennemsigtig men mat, så kasseres den.

Virksomheden har to maskintyper: maskine A og maskine B til fremstilling af kuvetter.

Der fremstilles 800 kuvetter i døgnet.

768 af de fremstillede kuvetter er transparente.

70% af de fremstillede kuvetter er fra maskine A.

8 af de matte kuvetter er fra maskine A.

Følgende betegnelser bruges om en tilfældigt fremstillet kuvette:

- A: Kuvetten er fremstillet på maskine A  
B: Kuvetten er fremstillet på maskine B  
T: Kuvetten er transparent, dvs. gennemsigtig  
M: Kuvetten er mat, dvs. ikke gennemsigtig

Opgaven fortsættes på næste side

### Opgave 1 fortsat

- a. Udfyld nedenstående tabel med antal kuvetter, idet nødvendige mellemregninger anføres.

	Maskine A	Maskine B	I alt
T Transparent kuvette			
M Mat kuvette			
I alt			

En tilfældig blandt de fremstillede kuvetter udtages.

- b. Beregn sandsynlighederne for følgende:

Den fremstillede kuvette er transparent,  $P(T)$

Kuvetten er fremstillet på maskine A og er transparent,  $P(A \cap T)$

Kuvetten er transparent og er fremstillet på maskine B,  $P(T \cap B)$

Kuvetten er fremstillet på maskine A og er mat,  $P(A \cap M)$

Kuvetten er mat og er fremstillet på maskine B,  $P(M \cap B)$

- c. Beregn sandsynlighederne for følgende:

Kuvetten er transparent, når den er fremstillet på maskine B,  $P(T|B)$

Kuvetten er mat, når den er fremstillet på maskine B,  $P(M|B)$

Kuvetten er fremstillet på maskine A, når den er mat,  $P(A|M)$

Kuvetten er mat, når den er fremstillet på maskine A,  $P(M|A)$

Opgavesættet fortsættes på næste side

## Opgave 2

En fabrik fremstiller metalplader. Erfaringsmæssigt indeholder metalpladernes overflade i gennemsnit 4 støbefejl pr.  $\text{m}^2$ .

- Hvilken sandsynlighedsfordeling er hensigtsmæssigt at anvende til beskrivelse af antal støbefejl pr.  $\text{m}^2$  i metalpladernes overflade?  
Opskriv et udtryk for denne fordelings sandsynlighedsfunktion (tæthedsfunktion).
- Bestem fordelings middelværdi, varians og standardafvigelse.

Antal støbefejl inden for en kvadratmeter på en produceret metalplade optælles.

- Bestem sandsynligheden for 3 støbefejl.
- Bestem sandsynligheden for at antallet af støbefejl er mindre eller lig med 6.
- Bestem sandsynligheden for at antallet af støbefejl er større eller lig med 7.
- Bestem sandsynligheden for at antallet af støbefejl ligger mellem 2 og 5.

## Opgave 3

En kantine i en virksomhed har to frokostmenuer: menu 1 og menu 2.

Kantinechefen vil undersøge om valg af frokostmenu afhænger af om virksomhedens 112 ansatte kommer fra afdeling A eller afdeling B.

I afdeling A vælger 33 ansatte menu 1, og 9 ansatte vælger menu 2.

I afdeling B vælger 60 ansatte menu 1 og 10 ansatte menu 2.

Se nedenstående tabel:

Observationer:	Afdeling A	Afdeling B
Menu 1	33	60
Menu 2	9	10

- Beregn sandsynlighederne for følgende:

Menu 1 vælges,  $P(M1)$

Menu 2 vælges,  $P(M2)$

En ansat er fra afdeling A,  $P(A)$

En ansat er fra afdeling B,  $P(B)$

Opgaven fortsættes på næste side

### Opgave 3 fortsat

- b. Beregn, under antagelse af uafhængighed mellem menuvalg og afdeling, det forventede antal observationer og indsæt dem i nedenstående tabel:

Forventede observationer:	Afdeling A	Afdeling B
Menu 1		
Menu 2		

- c. Opstil nulhypotese og alternativ hypotese for hypotesetesten.  
d. Opstil en formel for teststørrelsen (teststatistikken), og angiv hvilken fordeling den følger.  
e. Bestem den kritiske værdi og angiv det kritiske område for testen, når der vælges et signifikansniveau på 5%.  
f. Beregn teststørrelses (teststatistik)ens værdi. Mellemregninger skal fremgå.  
g. Konkluder på hypotesetesten.

### Opgave 4

Et metal tilsættes to komponenter, komponent A og komponent B, for at fremstille en metallegering med forbedret resistens mod træthedbrud. Mængden af de tilsatte komponenter angives i masseprocent (%).

Der udføres vibrationstest i et standardudstyr, og antallet af vibrationer ved brud måles i enheden million (M) vibrationer.

Der udføres en forsøgsrække med 17 målinger. De målte data er indført i nedenstående tabel, hvor komponent A betegnes  $A$ , komponent B betegnes  $B$ , og antal af vibrationer ved brud betegnes  $V$ .

$A$ (%)	$B$ (%)	$V$ (M)
4.5	10.0	21.1
4.5	8.0	18.5
4.5	9.0	19.2
4.5	9.0	21.4
5.5	8.0	22.3
5.5	9.0	25.1
5.5	9.0	24.8
5.5	9.0	24.9
5.5	9.0	25.1

$A$ (%)	$B$ (%)	$V$ (M)
5.5	8.0	21.2
5.5	10.0	21.2
5.5	10.0	21.6
5.5	9.0	25.4
6.5	9.0	22.0
6.5	10.0	22.9
6.5	8.0	22.3
6.5	9.0	23.5

- a. Lav et scatterplot for hver regressorvariabel og vurder om der er en sammenhæng mellem den enkelte regressor og responsvariablen (antal vibrationer).

Opgaven fortsættes på næste side

#### Opgave 4 fortsat

- b. Lav en multipel lineær regressionsanalyse, der beskriver antallet af vibrationer som funktion af tilsat mængde af komponent A og af komponent B. Opskriv regressionsligningen.
- c. Vurder ud fra regressionsanalysens statistikker (f.eks.  $R^2$ ,  $F$  og  $p$ -værdi) om modellen beskriver observationerne godt. Anvend et signifikansniveau,  $\alpha = 0.05$  ved din vurdering.
- d. Udvid modellen ved at inddrage kvadratled og interaktionsled:

$$V = b_0 + b_1A + b_2B + b_{11}A^2 + b_{22}B^2 + b_{12}AB$$

hvor  $b_0, b_1, b_2, b_{11}, b_{22}$  og  $b_{12}$  er konstanter. Lav en regressionsanalyse af vibrationsdata baseret på denne model.

Fjern de led, som du ikke mener er nødvendige i modellen, og begrund dine valg. Lav derefter en regressionsanalyse baseret på den reducerede model.

- e. Opskriv ligningen for din foretrukne model.
- f. Undersøg om der er ”unormale” datapunkter, dvs. løftestangspunkter, outliers, indflydelsespunkter. Svaret skal begrundes.
- g. Lav et box-plot, et histogram og et normalfordelingsplot for de studentiserede residualer. Kommenter de tre plots.