

Kursus: M4STI1

Eksamensdato: 14.06.2016 – 09:00 – 13:00 (forlænget prøvetid 14:15)

Eksamenstermin: Q4 sommer 2016

Underviser: Allan Leck Jensen

Praktiske informationer

Ingeniørhøjskolen udleverer:

2 omslag samt papir til kladde og renskrift. Der skal udfyldes og afleveres 2 omslag.

Denne eksamen inkluderer muligheden for elektronisk aflevering. Opgaven skal afleveres i **PDF**-format. Du bedes krydse af på omslaget, om du har afleveret håndskrevet, elektronisk eller begge dele.

Husk angivelse af navn og studienummer på alle sider, samt i dokument-/filnavn

Opgaven er printet på begge sider af papiret

Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er **IKKE** tilladt at kommunikere med andre digitalt.

Særlige bemærkninger: Det er muligt at aflevere elektronisk via Blackboard

Bemærk følgende:

- Alle decimaltal i opgaverne er angivet med engelsk decimalseparator (.)
- Alle data fra opgaverne kan downloades i et Excel regneark fra Blackboard.
- Nogle delopgaver benytter resultatet fra en tidligere delopgave. Hvis du ikke kunne løse den, kan du blot antage en værdi for resultatet og regne videre med det.

Opgave 1

Hookes lov siger, at den kraft F , der skal til for at trække en fjeder en given længde x fra sin hvilestilling, er ligefrem proportional med x :

$$F = k \cdot x$$

Proportionalitetsfaktoren k kaldes fjederens *fjederkonstant*, og den måles som regel i Newton pr. mm udstrækning (N/mm). Den følgende tabel viser sammenhørende målinger på den samme fjeder. Lodder med forskellig vægt i gram er blevet hængt på fjederen, og for hvert lod er udstrækningen af fjederen blevet målt i millimeter:

Masse m (g)	Udstrækning x (mm)
0	0.0
100	4.0
200	7.9
300	11.6
400	15.7
500	19.0
750	25.0
1000	28.0

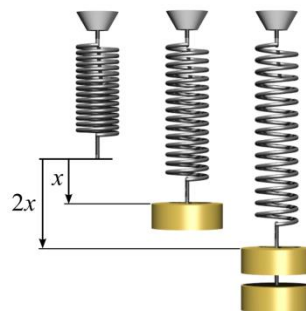


Illustration af Hookes lov (Wikipedia)

- Lav en lineær regression og beregn fjederkonstanten. Du skal udnytte, at $F = m \cdot g$, hvor m er loddets masse og $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ er tyngdeaccelerationen.
- Forklar ved hjælp af regressionsanalysens statistikker, om modellen er god.
- Lav en eller flere figurer, der illustrerer data og regressionsmodellen.
- Undersøg om der er 'unormale' datapunkter, d.v.s. outliers, løftestangs- eller indflydelses-punkter.
- Er der (f.eks. på baggrund af dine resultater i delspørgsmål c. og d.) et eller flere af datapunkterne, der ikke lader til at passe ind i den lineære sammenhæng, som Hookes lov foreskriver?

Er det muligt at give en fysisk forklaring på denne afvigelse?

Kan du i så fald lave en bedre bestemmelse af fjederens fjederkonstant ved at lave en ny regressionsanalyse, hvor nogle af datapunkterne er udeladt?

Opgave 2

En dansk virksomhed er specialiseret i produktion af fjedre af mange forskellige typer og specifikationer. For en bestemt type galvaniseret trækfjeder oplyser virksomheden, at fjedre af denne type har en forventet fjederkonstant på 4.0 N/mm. Mere præcist oplyser virksomheden, at fjederkonstanten for fjedrene er normalfordelt med middelværdi 4.0 N/mm og spredning 0.1 N/mm. Beregn følgende under forudsætning af, at virksomhedens oplysninger er korrekte:

- Beregn sandsynligheden for at en tilfældig fjeder af den omtalte type har en fjederkonstant på præcis 4.0 N/mm.
- Beregn sandsynligheden for at fjederens fjederkonstant er større end 4.1 N/mm.
- Beregn et interval omkring middelværdien, som 99% af fjedrene vil tilhøre.



Opgave 3

En maskinfabrik bruger mange fjedre af den type, der er omtalt i opgave 2, hvor producenten påstår, at fjedrenes fjederkonstant er normalfordelt med middelværdi 4.0 N/mm og spredning 0.1 N/mm. Maskinfabrikken har en mistanke om, at disse værdier ikke er korrekte, og beslutter sig for at undersøge det i en tilfældig stikprøve. I første omgang overvejer de hvilken stikprøvestørrelse, det vil være fornuftigt at vælge:

- a. Hvor stor skal stikprøvestørrelsen være, for at man kan angive den sande middelværdi indenfor et 95% konfidensinterval med bredde ± 0.05 N/mm, under forudsætning af, at producentens oplyste spredning er korrekt?

Maskinfabrikken måler fjederkonstanten på 20 tilfældigt udvalgte fjedre af den pågældende type og får følgende resultater:

3.84	3.95	3.98	4.01	3.89	3.91	4.25	3.61	4.28	4.00
4.10	3.70	3.86	3.91	4.01	3.70	4.02	3.77	3.96	4.05

Maskinfabrikken ønsker nu at bruge stikprøven til at undersøge mistanken om, at fjedrene ikke er så ensartede, som producenten oplyser, altså om spredningen i virkeligheden er større end 0.1 N/mm. Man vælger et signifikansniveau på 5% for hypotesetesten.

- b. Opstil nul- og alternativhypotese til en hypotesetest for variansen af fjederkonstanten.
- c. Opstil en formel for teststatistikken. Angiv hvilken fordeling den følger.
- d. Beregn den kritiske region for testen, beregn teststatistikens værdi og konkluder på hypotesetesten.
- e. Beregn et 95 % konfidensinterval for den sande værdi af variansen for fjederkonstanten.
- f. Oplys hvilke antagelser, der er gjort i hypotesetesten, og om antagelserne er opfyldt på baggrund af stikprøven.

Maskinfabrikken har også mistanke om, at middelværdien for fjedrenes fjederkonstant er lavere end de oplyste 4.0 N/mm, og man ønsker at teste det med samme stikprøve og stadig på 5% signifikansniveau.

- g. Opstil nul- og alternativhypotese til maskinfabrikken's hypotesetest for middelværdien af fjederkonstanten.
- h. Opstil en formel for teststatistikken. Angiv hvilken fordeling den følger.
- i. Beregn den kritiske region for testen, beregn teststatistikens værdi og konkluder på hypotesetesten.
- j. Er der gjort andre antagelser i denne hypotesetest end i hypotesetesten af varians fra delspørgsmål b til d? Vurdér om antagelserne er overholdt på baggrund af stikprøven.

Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet – Maskinteknik

Eksamenstermin: Q4 sommer 2016

Prøve i: M4STI1

Dato: 14.06.2016