Mathias Bruun Houmøller - 202006837

M3NUM1 F15 Reeksamen opgave 3

Danmarks Meteorologiske Institut har beregnet den gennemsnitlige månedlige nedbør i Danmark ud fra registreringer fra 1961 til 1990. Beregningsresultaterne fremgår af tabel 1, hvor også de akkumulerede nedbørsmængder, y, samt de tilsvarende dagnumre i året, t, er anført.

Tabel 1

Måned	Nedbør mm	Akkumuleret nedbør, mm y	Dagnummer* t
		0	0
Januar	57	57	31
Februar	38	95	59
Marts	46	141	90
April	41	182	120
Maj	48	230	151
Juni	55	285	181
Juli	66	351	212
August	67	418	243
September	73	491	273
Oktober	76	567	304
November	79	646	334
December	66	712	365

* Nummeret på den dag i året, hvor den akkumulerede nedbør er registreret.

Spørgsmålene i denne opgave drejer sig om at beskrive y som funktion af t, så man kan bestemme den akkumulerede nedbørsmængde for en vikårlig dag i året. Én mulighed er at beskrive sammenhængen mellem t og y ved et polynomium af 12. grad:

$$y(t) = p_1t^{12} + p_2t^{11} + p_3t^{10} + p_4t^9 + p_5t^8 + p_6t^7 + p_7t^6 + p_8t^5 + p_9t^4 + p_{10}t^3 + p_{11}t^2 + p_{12}t + p_{13}$$

(a)

Benyt MATLAB-funktionen `polyfit` til at beregne de 13 polynomiumskoefficienter, $p_1, p_2, \ldots, p_{13}$, ud fra de 13 sammenhørende værdier af t og y i tabel 1. Sæt talformateringen i MATLAB til `format short e`, inden `polyfit` benyttes. I besvarelsen ønskes såvel benyttede MATLAB-kommandoer som opnåede resultater (værdier af polynomiumskoefficienter) anført.

```
format short e %formater til 4 decimaler i e form
y = [0 57 95 141 182 230 285 351 418 491 567 646 712]'; %data inlæses
t = [0 31 59 90 120 151 181 212 243 273 304 334 365]';
P_fit = polyfit(t,y,12)'; %bruger polyfit til at lave et 12grad polynomie der går igennem alle data punkter
```

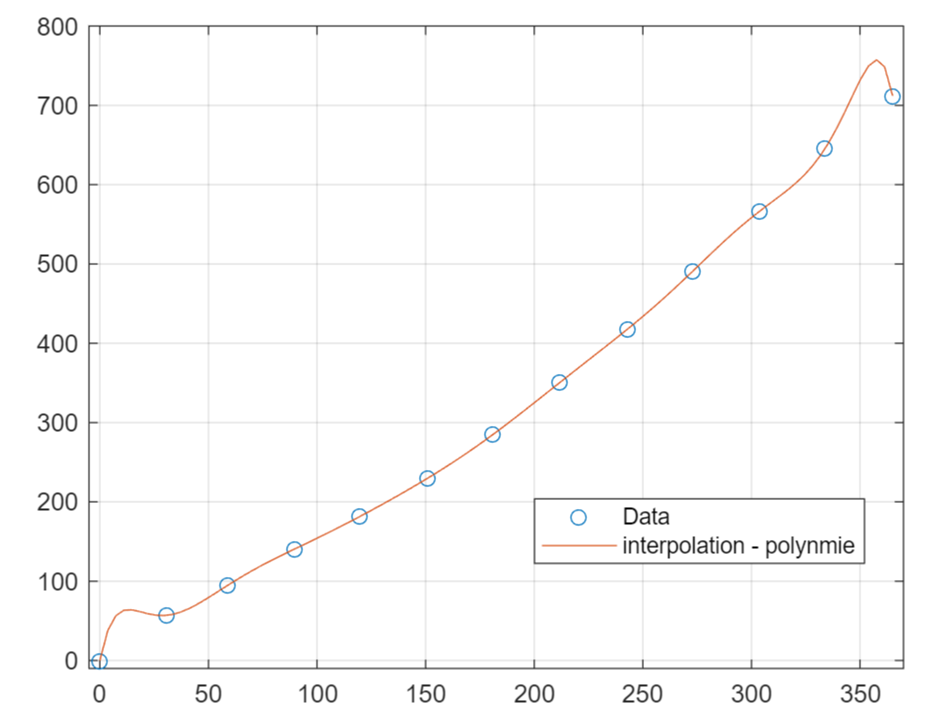
```
Warning: Polynomial is badly conditioned. Add points with distinct X values, reduce the
degree of the polynomial, or try centering and scaling as described in HELP POLYFIT.
```

```
% her vises alle skalarene(p) i tabelen
T = table(P_fit, t, y);
disp(T)
```

```
      P_fit           t             y
   ___________    __________    __________

   -6.9696e-24    0.0000e+00    0.0000e+00
    1.5001e-20    3.1000e+01    5.7000e+01
   -1.4240e-17    5.9000e+01    9.5000e+01
    7.8506e-15    9.0000e+01    1.4100e+02
   -2.7853e-12    1.2000e+02    1.8200e+02
    6.6575e-10    1.5100e+02    2.3000e+02
   -1.0901e-07    1.8100e+02    2.8500e+02
    1.2176e-05    2.1200e+02    3.5100e+02
   -9.0402e-04    2.4300e+02    4.1800e+02
    4.2183e-02    2.7300e+02    4.9100e+02
   -1.1051e+00    3.0400e+02    5.6700e+02
    1.3847e+01    3.3400e+02    6.4600e+02
```

```
format shortG
%data en plottes for at se hvordan vores fit ligger
tt = linspace(0,365); %laver 100 værdier ligeligt fordelt fra 0 til 365
yy = polyval(P_fit,tt); %giver de interpolatede y værdier fra xx værdierne
%der plottes
plot(t,y,'o', 'DisplayName', 'Data')
hold on
plot(tt,yy, 'DisplayName', 'interpolation - polynmie')
legend('location', 'best')
xlim([-5, 370]) % Plotte begrænses for at fokusere på data punkterne
ylim([-10,800])
grid
hold off
```



Det ses således at vores polynomie går igennem alle punkter, men ligger meget uhensigtsmæssigt imellem punkterne.

Yderliger kommer der en advarsel fra polyfit som fortæller at polynomiet kan være dårligt tilpasset dette skyldes at det er størrer en 4 grads polynomie.

(b)

Estimér den akkumulerede nedbør på dag nummer 100 i året (10. april) ved at anvende lineær interpolation. MATLAB ønskes benyttet til beregningen. I besvarelsen ønskes såvel benyttede MATLAB-kommandoer som den estimerede akkumulerede nedbør anført.

Vi bruger interp1 for at lave interpolation imellem data lineært.

Vi indsæter dag 100

```
ned_int_100 = interp1(t,y,100,"linear")
```

```
ned_int_100 =
       154.67
```

Således er vores nedbør 154,7 mm

(c)

Estimér den akkumulerede nedbør på dag nummer 100 i året (10. april) ved at anvende en *not-a-knot* kubisk spline på de 13 sammenhørende værdier af t og y i tabel 1. MATLAB ønskes benyttet til beregningen. I besvarelsen ønskes såvel benyttede MATLAB-kommandoer som den estimerede akkumulerede nedbør anført.

```
ned_spl_100 = spline(t,y,100) %spline bruges til at lave interpolation imellem værdierne.
```

```
ned_spl_100 =
       154.87
```

Når der er gevet 2 vektor med samme lægnde benyttes not-a-knot metoden i spline.

således fås 154,9 mm nedbør på dag 100

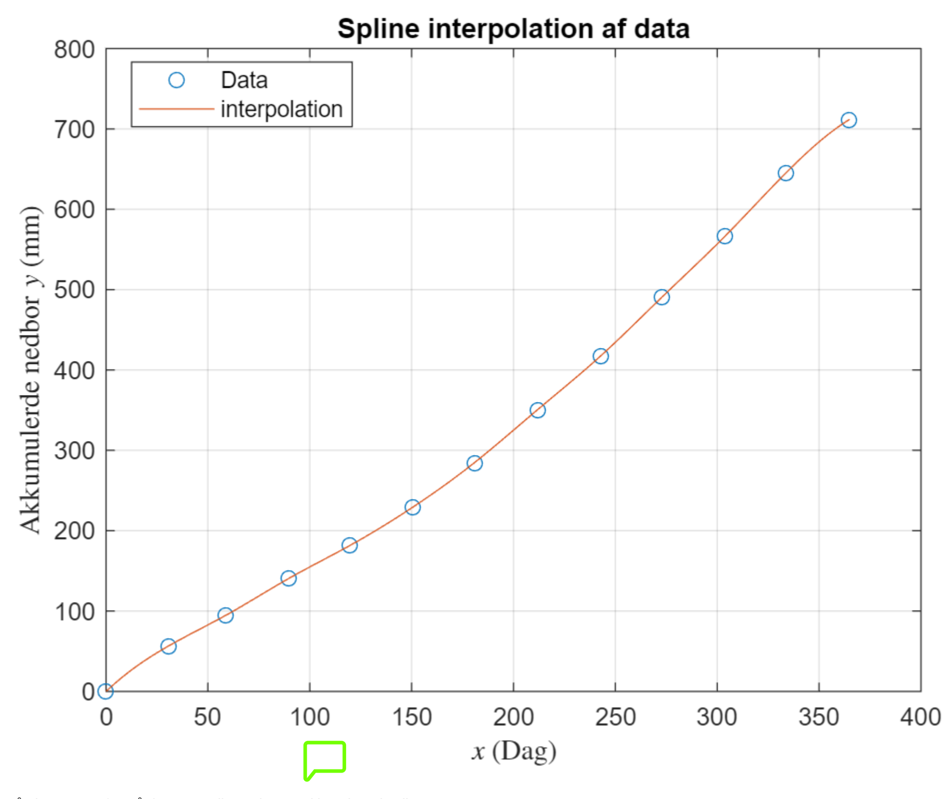
(d)

Benyt MATLAB til i samme koordinatsystem at plotte datapunkterne (t, y) fra tabel 1 og grafen svarende til den kubiske *not-a-knot* spline igennem punkterne. Datapunkterne skal markeres med cirkler, mens den kubiske spline skal vises som en kurve. Forsyn plottet med *grid* samt passende titel og tekster på akserne. I besvarelsen ønskes såvel benyttede MATLAB-kommandoer som det resulterende plot anført.

```
ned_spl_cub = spline(t,y,tt); % der laves igen en interpolation af dataen nu bruges linspacen fra
% tidliger til at danne 100 punkter som kurven kan følge

%der plottes
plot(t,y,'o', 'DisplayName', 'Data') %data plottes
hold on
plot(tt,ned_spl_cub, 'DisplayName', 'interpolation') % interpolation med spline plottes

% formalier
legend('location', 'best')
title('Spline interpolation af data')
xlabel('$x$ (Dag)', 'interpreter', 'latex')
ylabel('Akkumulerde nedbor $y$ (mm)', 'interpreter', 'latex')
grid
hold off
```



Det ses på plottet at grafen går igennem alle punkter med lette buer imellem.

(e)

Sammenlign resultaterne fra spørgsmål (b) og (c), og kommentér, hvorvidt der i dette tilfælde er grund til at foretrække den ene interpolationsmetode fremfor den anden (*not-a-knot* kubisk spline contra lineær interpolation). Inddrag evt. plottet fra spørgsmål (d) i kommentaren.

```
ned_int_lin = interp1(t,y,tt,"linear"); %interpolation interp1 lineær laves med linspacen xx

Proc_afvigelse = (ned_spl_100-ned_int_100)/ned_int_100
```

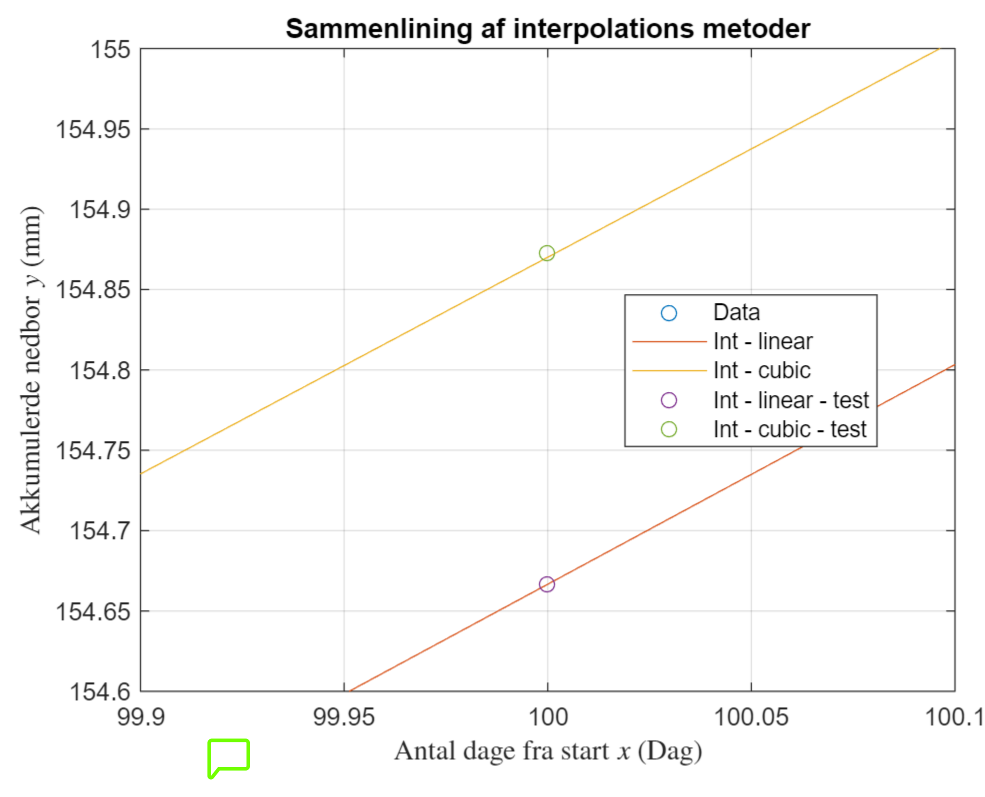
```
Proc_afvigelse =
    0.0013334
```

Afvigelsen bliver således 0,13%

```
%der vises begge plot samlede for bedre forståelse
%der plottes
plot(t,y,'o', 'DisplayName', 'Data') %data plottes
hold on
% interpolationer plottes
plot(tt,ned_int_lin, 'DisplayName', 'Int - linear')
plot(tt,ned_spl_cub, 'DisplayName', 'Int - cubic')
plot(100,ned_int_100, 'o', 'DisplayName', 'Int - linear - test')
plot(100, ned_spl_100, 'o', 'DisplayName', 'Int - cubic - test')

xlim([99.9 100.1])
ylim([154.60 155])

% formalier
legend('location', 'best')
title('Sammenlining af interpolations metoder')
xlabel('Antal dage fra start $x$ (Dag)', 'interpreter', 'latex')
ylabel('Akkumulerde nedbor $y$ (mm)', 'interpreter', 'latex')
grid
hold off
```



Med den lille afvigelse er der i dette tilfælde ingen fortryken metode.

M3NUM1 E18 Ordinær eksamen opgave 3

OPGAVE 3

En person, der hopper på trampolin, har fået fastgjort et accelerometer til kroppen, så de lodrette accelerationer der opstår i forbindelse med hoppene måles. Der bliver registreret følgende tidsserie af accelerationer (angivet i form af en MATLAB-vektor, `a`):

```
a = [ 1.38  0.44 -0.49 -0.43 -0.65 -1.26 -0.67 -1.05 -0.89  0.00 ...
      2.07  1.84  1.70 -0.08 -1.16 -0.45 -0.41 -1.69 -0.63 -1.13 ...
      0.37  1.33  2.37  1.77  0.13 -0.77 -1.30 -0.80 -0.81 -1.00 ...
     -0.71 -0.03  1.35  2.36  1.77  0.83 -1.49 -0.13 -1.27 -0.98 ...
     -0.59 -0.93 -0.68  0.82  2.49  0.78  0.75 -0.36 -1.27 -0.44 ...
     -0.88 -0.63 -0.69 -0.63  0.66  2.50  1.52  1.17 -0.60 -1.39 ...
     -0.89 -1.04 -0.68 -0.64 -0.89  1.18  1.90  1.56  0.53 -0.25 ...
     -0.95 -1.42 -0.61 -0.47 -0.66 -0.67  1.43  0.82  1.54  0.46 ...
     -0.05 -0.37 -1.23 -1.11 -0.49 -0.66 -0.09  1.42  2.61  1.22 ...
      0.66 -0.46 -0.85 -1.13 -0.74 -0.99 -0.68 -0.95 -0.03  2.60 ];
```

En fil, `Trampolin.m`, der indeholder denne definition af vektoren `a`, kan downloades fra Digital Eksamen. Enheden for accelerationsmålingerne er g (1 g = 9,81 m/s²). Tidsintervallet mellem to på hinanden følgende målinger er 0,1 s, og første måling antages foretaget til tidspunktet $t = 0$ s.

(3a)

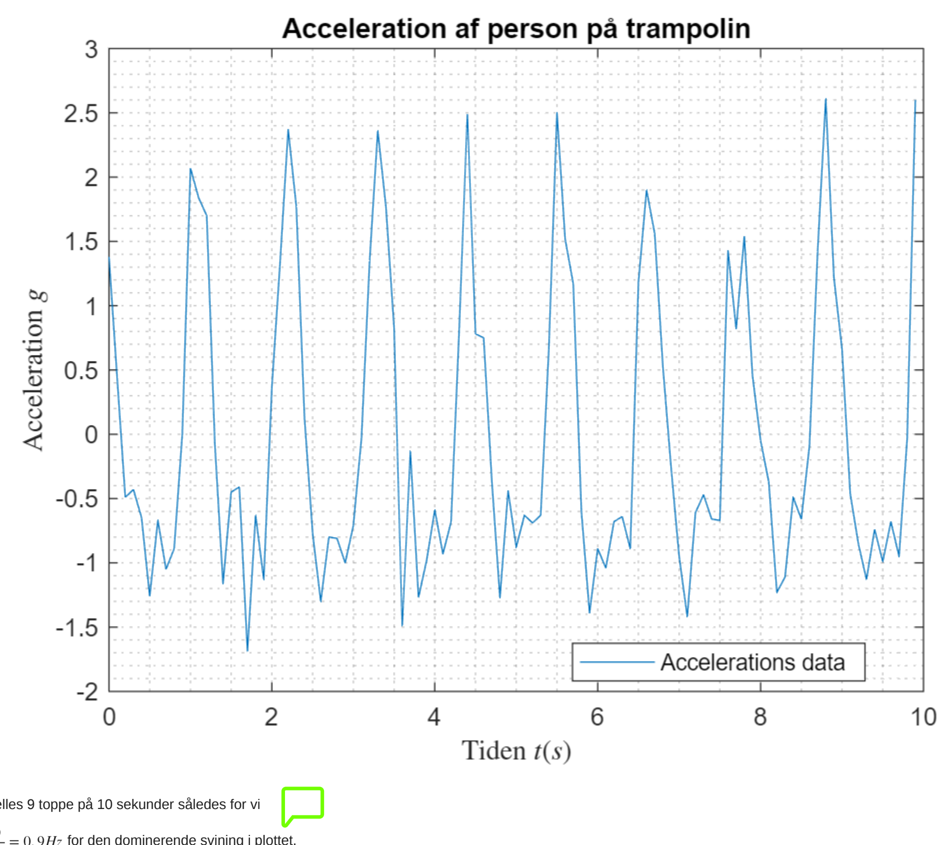
Anvend MATLAB til at plotte accelerationsmålingerne som funktion af tiden. Giv plottet passende titel og tekster på akserne. Bestem visuelt ud fra plottet den omtrentlige frekvens af den dominerende svingning i data. Besvarelsen skal indeholde anvendte MATLAB-kommandoer, det opnåede plot samt den anslåede frekvens.

```
clear
a = [ 1.38 0.44 -0.49 -0.43 -0.65 -1.26 -0.67 -1.05 -0.89 0.00 ...
2.07 1.84 1.70 -0.08 -1.16 -0.45 -0.41 -1.69 -0.63 -1.13 ...
0.37 1.33 2.37 1.77 0.13 -0.77 -1.30 -0.80 -0.81 -1.00 ...
-0.71 -0.03 1.35 2.36 1.77 0.83 -1.49 -0.13 -1.27 -0.98 ...
-0.59 -0.93 -0.68 0.82 2.49 0.78 0.75 -0.36 -1.27 -0.44 ...
-0.88 -0.63 -0.69 -0.63 0.66 2.50 1.52 1.17 -0.60 -1.39 ...
-0.89 -1.04 -0.68 -0.64 -0.89 1.18 1.90 1.56 0.53 -0.25 ...
-0.95 -1.42 -0.61 -0.47 -0.66 -0.67 1.43 0.82 1.54 0.46 ...
-0.05 -0.37 -1.23 -1.11 -0.49 -0.66 -0.09 1.42 2.61 1.22 ...
0.66 -0.46 -0.85 -1.13 -0.74 -0.99 -0.68 -0.95 -0.03 2.60 ]; %data for accelerationen

t = 0:0.1:(length(a)/10-0.1); %der laves data for tiden
% her trækkes fra og divideres for at få den rigtige dimention.

plot(t,a, 'DisplayName', 'Accelerations data') %data plottes

% formalier
legend('location', 'best')
title('Acceleration af person på trampolin')
xlabel('Tiden $t(s)$', 'interpreter', 'latex')
ylabel('Acceleration $g$', 'interpreter', 'latex')
grid('minor')
```



Der tælles 9 toppe på 10 sekunder således for vi

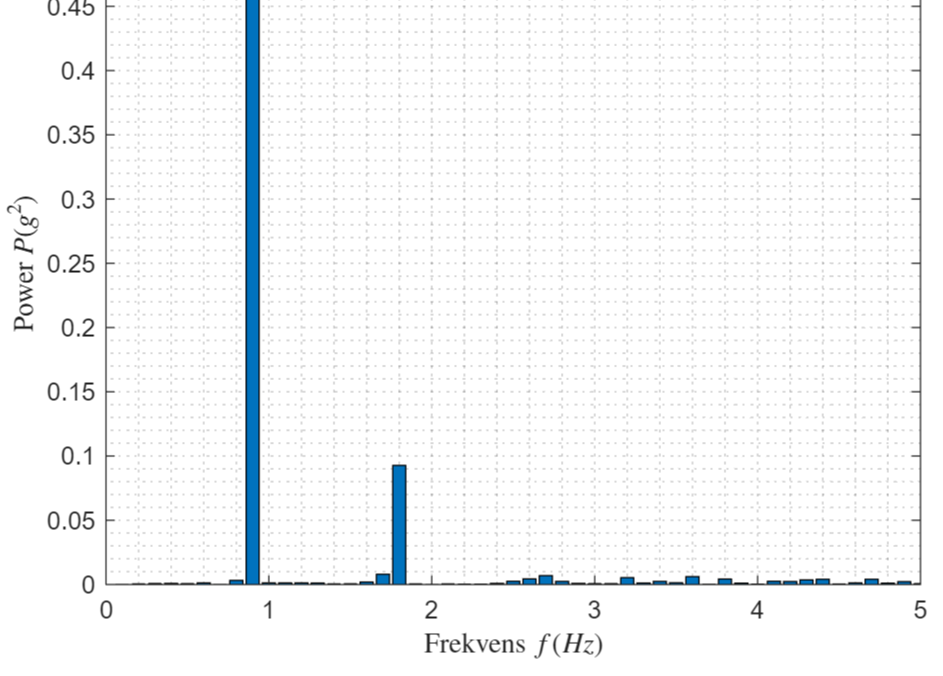
$f = \frac{9}{10} = 0,9Hz$ for den dominerende svining i plottet.

(3b)

Bestem den dominerende frekvens i accelerationsmålingerne på grundlag af Fast Fourier-transformation i MATLAB. Såvel de anvendte MATLAB-kommandoer som den bestemte frekvens skal fremgå af besvarelsen.

```
dt = 0.1;                   % Samplingsinterval (s)
n = length(a);              % Antal samplinger % her vælges alt data som sample
T = n*dt;                   % Signallængde (s) % Tiden det tager at køre smplet igennem
A = fft(a)/n;               % FFT af a (mm)
fs = 1/dt;                  % Samplingsfrekvens (Hz) %Frekvensen hvormed der tages sampels
fmax = fs/2;                % Maks frekvens (Hz)
df = 1/T;                   % Frekvensstep (Hz)
f = (0:n-1)*df;             % Frekvensvektor (Hz) % alle frekvensskridt der gennemgåes
P = real(A).^2 + imag(A).^2;% Powervektor (mm^2) % Her lægges real delen og imaginær delens sammen og forstærkes så de kun er positive
bar(f,P);                   % Plot af powerspektrum %plottes som barplot for bedre overskuelighed
xlim([0 fmax]);             % Afgræns frekvensakse % så der kun ses på et område der ikke gentager en frekvens

% Formalier
title('FFT plot')
xlabel('Frekvens $f(Hz)$', 'interpreter', 'latex')
ylabel('Power $P(g^2)$', 'interpreter', 'latex')
grid('minor')
```




```
result = find(P==max(P)) % vi finder postionen i power vektoren hvor den største frekvens viser sig
```

```
result = 1×2
    10    92
```

```
% Her vælges første tal da andet tal blot af en gentagelse af frekvensen
% Vi kan nu finde frekvensen for det stærkeste signam
f_strong = f(10)
```

```
f_strong =
         0.9
```

Signalet findes til $f = 0,9Hz$