

Kursus:	M4STI1 & MH4STI1 Statistik for Ingeniører
Eksamensdato:	02.06.2023
Eksamenstermin:	Sommer 2023
Undervisere:	Allan Leck Jensen og Ulla-Lisbeth Hoffmann
Praktiske informationer: Digital eksamen Opgaven tilgås og afleveres gennem den digitale eksamensportal. Håndskrevne dele af opgavebesvarelsen skal digitaliseres og afleveres i den digitale eksamensportal. Opgavebesvarelsen skal afleveres i PDF-format. Husk angivelse af navn og studienummer øverst på første side af besvarelsen, samt i dokumenttitel/ filnavn. Husk at uploade og aflevere i Digital eksamen. Du vil modtage en elektronisk afleveringskvittering, straks du har afleveret. Husk at aflevere til tiden, da der ellers skal indsendes dispensationsansøgning.	
Hjælpe midler: Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er IKKE tilladt at kommunikere med andre digitalt.	
Særlige bemærkninger: Det er kun muligt at aflevere elektronisk via Digital Eksamen portalen.	

Bemærk følgende:

- Decimaltal i opgaverne er angivet med engelsk decimalseparator (.)
- Alle data fra opgaverne kan downloades fra Digital Eksamen portalen i et regneark med navnet: Data_M4STI1_2023F.xlsx. I regnearket angiver kolonnenavnet, hvilken opgave data hører til.
- Nogle delopgaver benytter resultatet fra en tidligere delopgave. Hvis du ikke kunne løse den, kan du blot antage en værdi for resultatet og regne videre med det.
- Selv om der er brugt MATLAB i undervisningen, er det tilladt at bruge andre værktøjer. I nogle delopgaver kan det være enklere at bruge f.eks. Excel.

Opgave 1

I en glasproduktion inspiceres de færdige glas for fejl. Ved inspektionen findes der erfaringsmæssigt 6.2 glas med fejl pr. time.

- Hvilken sandsynlighedsfordeling er hensigtsmæssig at anvende til beskrivelse af antal glas med fejl pr. time?
Opskriv det generelle udtryk for denne fordelings sandsynlighedsfunktion (tæthedsfunktion).
- Bestem fordelings middelværdi, varians og standardafvigelse.

For en tilfældig valgt time optælles antallet af glas med fejl.

- Bestem sandsynligheden for netop 4 glas med fejl.
- Bestem sandsynligheden for mindst 5 glas med fejl.
- Bestem sandsynligheden for mindst 5 og højst 9 glas med fejl.
- Bestem sandsynligheden for netop 10 glas med fejl i et tilfældigt valgt interval på 2 timer.

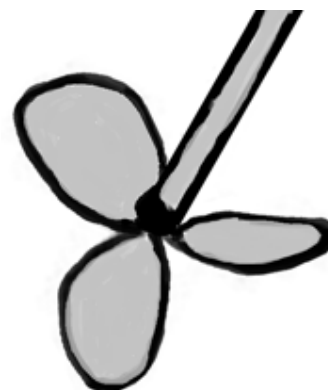
Opgave 2

En virksomhed producerer propeller til omrørere.

Propelbladene fremstilles på tre forskellige maskiner: maskine A, maskine B og maskine C.

Kvalitetskontrollen vil undersøge, om kvaliteten af propelblade er uafhængig af hvilken maskine, propelbladene er fremstillet på.

Et propelblad, som opfylder virksomhedens kvalitetskrav betegnes intakt. Et propelblad, der ikke opfylder virksomhedens kvalitetskrav betegnes defekt.



Propel med tre propelblade

Følgende betegnelser bruges om et tilfældigt fremstillet propelblad:

A: Propelbladet er fremstillet på maskine A

B: Propelbladet er fremstillet på maskine B

C: Propelbladet er fremstillet på maskine C

In: Propelbladet er intakt

D: Propelbladet er defekt

Der fremstilles 140 propelblade pr. døgn. Resultatet ses i følgende tabel.

	Maskine A	Maskine B	Maskine C
In Intakt propelblad	39	41	36
D Defekt propelblad	11	4	9
I alt	50	45	45

Et tilfældigt blandt de fremstillede propelblade udtages.

a. Beregn sandsynlighederne for følgende:

Propelbladet er intakt, $P(\text{In})$

Propelbladet er defekt, $P(\text{D})$

Propelbladet er fremstillet på maskine A, $P(\text{A})$

Propelbladet er fremstillet på maskine B, $P(\text{B})$

Propelbladet er fremstillet på maskine C, $P(\text{C})$

Opgaven fortsættes på næste side

Opgave 2 fortsat

Antag, at der er uafhængighed mellem kvaliteten af de fremstillede propelblade, og hvilken maskine propelbladene er fremstillet på.

- b. Udfyld nedenstående tabel med forventede antal propelblade pr. døgn. Nødvendige mellemregninger skal fremgå.

Tabel over forventede antal propelblade pr. døgn:

	Maskine A	Maskine B	Maskine C	I alt
In Intakt propelblad				
D Defekt propelblad				
I alt				

Det skal nu undersøges ved hjælp af en hypotesetest om kvaliteten af de fremstillede propelblade er uafhængig af hvilken maskine propelbladene er fremstillet på. Ved hypotesetesten anvendes et signifikansniveau på 10%.

- c. Opstil nulhypotese og alternativ hypotese for hypotesetesten.
- d. Opstil en formel for teststørrelsen (teststatistikken), og angiv hvilken fordeling den følger.
- e. Bestem den kritiske værdi og angiv det kritiske område for testen, når der vælges et signifikansniveau på 10%.
- f. Beregn teststørrelses (teststatistik)ens værdi. Mellemregninger skal fremgå.
- g. Konkluder på hypotesetesten.
- h. Bestem p -værdien.

Opgave 3

Følgende 14 sammenhørende målinger af spænding (x) og flux (y) er målt på en standard fluxkondensator (flux capacitor) i en DeLorean DMC, model 1985:

x	0	5	10	10	15	20	20
y	22.7	165.5	236.5	214.3	255.6	226.1	255.0
x	25	25	30	30	35	40	45
y	249.7	233.6	254.8	288.6	345.9	529.7	740.1



Kilde: m.media-amazon.com/images/W/IMAGEREN-521856-T1/images/I/71cv3X1C6PL._AC_SX679.jpg

Fluxkondensator

- Lav en lineær regression med y som funktion af x og skriv regressionsligningen op.
- Vurder ud fra regressionsanalysens statistikker (f.eks. R^2 , F og p -værdier), om modellen beskriver observationerne godt.
- Lav et plot, der viser data og regressionsligningen. Diskutér sammenhængen mellem regressor- og responsvariablen.
- Lav en polynomiell regression, der udtrykker y som et tredjegradspolynomium af x :

$$y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3$$

hvor b_0 , b_1 , b_2 og b_3 er konstanter.
Skriv regressionsligningen op.

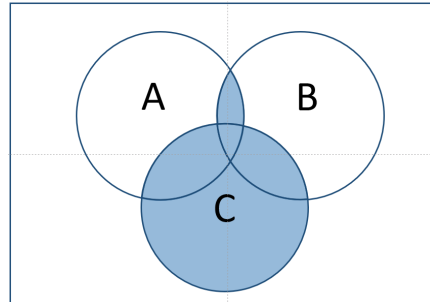
- Er den polynomielle regressionsmodel bedre end den lineære model? Begrund dit svar.

I det følgende skal du bruge modellen fra delopgave d. Hvis du ikke har besvaret delopgave d, kan du bruge modellen fra delopgave a.

- Lav et residualplot, der viser studentiserede residualer mod \hat{y} . Diskutér resultatet.
- Undersøg om der er unormale observationer i datasættet og angiv eventuelle unormale observationer med deres type (outliers, løftestangs-punkter eller indflydelsespunkter).
- Beregn den forventede værdi af y , når $x = 27$. Beregn et interval for værdier af y , hvor 95 % af målinger med $x = 27$ må forventes at ligge indenfor.

Opgave 4

Herunder vises et Venn diagram med tre overlappende hændelser, A , B og C :



Det blå område i diagrammet kan udtrykkes som $(A \cap B) \cup C$.

Beskriv på tilsvarende måde det blå område for hver af nedenstående tre Venn diagrammer med et eller flere af følgende fem udtryk:

- 1) $A \cap C$
- 2) $(A \cap C) \cap B^c$
- 3) $(A \cap C) \cup (B \cap C)$
- 4) $(A \cap C \cap B^c) \cup (B \cap C \cap A^c)$
- 5) $(A \cap B^c) \cap (C \cap B^c)$

a.	b.	c.