

Aage Birkkjær Lauritsen og Aage Bredahl Eriksen

4. udgave

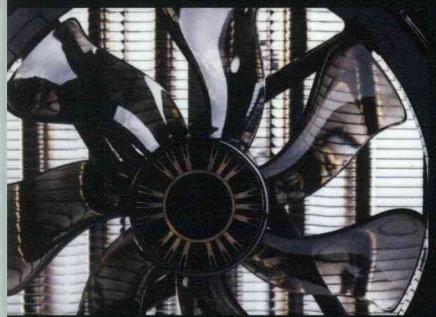
Termodynamik

Teoretisk grundlag – praktisk anvendelse

Praxis – Nyt Teknisk Forlag

Om dette eksemplar

Dette eksemplar er fremstillet af Nota til Victor Kring Schmidt.
Eksemplaret er personligt og må ikke deles. Misbrug kan
medføre udelukkelse fra Nota og retsforfølgelse.
Eksemplaret indeholder data, så det kan spores tilbage til
brugerden.



Termodynamik

Teoretisk grundlag – praktisk anvendelse

Termodynamik er læren om energiformer og energitransformationer. Det kan være en transformation fra varme i et fluid til bevægelse i form af mekanisk arbejde. Det er herfra termodynamikken har sit navn.

Denne bog giver en grundig indføring i termodynamikkens teoretiske grundlag ud fra en praktisk, anvendelsesorienteret synsvinkel. Bogen har et særligt fokus på, at læseren bliver i stand til at foretage beregninger på sammensatte energitekniske systemer såvel som de enkeltkomponenter, der indgår i disse.

Målgruppen er fortrinsvis studerende ved de videregående, tekniske uddannelser samt ingeniører, der arbejder med energiteknik.

Bogen er rigt illustreret, og de mange taleksempler understøtter tillegnelsen af stoffet og belyser teorien. Hvert kapitel afsluttes med et resumé, en liste over centrale begreber samt en række selvevalueringsopgaver.

Fjerde udgave er kritisk gennemgået og tilrettet. Teksten er udbygget flere steder, bl.a. med et udvidet afsnit om termodynamikkens 1. hovedsætning. Flere af bogens eksempler er tilrettet, så de følger en ensartet fremgangsmåde. Endelig er bogen blevet opdateret med et helt nyt layout.



Praxis

NYT TEKNISK FORLAG

ISBN 978-87-571-2886-4

praxis.dk



9 788757 128864

Aage Birkkjær Lauritsen

Aage Bredahl Eriksen

Termodynamik

Teoretisk grundlag – praktisk anvendelse

Termodynamik

Teoretisk grundlag – praktisk anvendelse

4. udgave, 1. oplag 2017

© Praxis - Nyt Teknisk Forlag 2017

Forlagsredaktør: Jesper Nørgaard, jno@praxis.dk

Omslag: Niels Thobo-Carlsen

Omslagsfoto: Colourbox

Tegninger: Morten Stampe Mortensen og Mette Nielsen

Grafisk tilrettelæggelse: Vegard Brekke, Gamma grafisk AS

Dtp: Vegard Brekke, Gamma grafisk AS

Tryk: Specialtrykkeriet Arco A/S

ISBN: 978-87-571-2886-4

Sagsnummer: 44008-1

Bogen er sat med Times New Roman 11/13

Bogen er trykt på 115 g G-Print

Omslagstypografi: LegacySans

Alle rettigheder ifølge gældende lov om ophavsret forbeholdes.

Kopiering fra denne bog må kun finde sted på institutioner,
der har en aftale om kopiering med Copydan Tekst & Node,
og kun inden for aftalens rammer. Se mere på www.copydan.dk

Praxis - Nyt Teknisk Forlag
Ny Vestergade 17, 4
1471 København K
info@praxis.dk
webshop.praxis.dk

Ekspedition: Praxis, Munkehatten 28, 5220 Odense SØ, +45 63 15 17 00

Forord

Denne bog er tænkt som lærebog i termodynamik for studerende ved danske ingeniørhøjskoler og universiteter. Der forudsættes derfor en indsigt i blandt andet matematik og fysik svarende til det obligatoriske niveau efter studiets to første semestre.

Bogen blev i 2000 til gennem et samarbejde mellem undervisere i termodynamik ved ingeniørhøjskolerne i Horsens og Érhus. Dette er nu 4. udgave af bogen, som henvender sig til ingeniørstuderende på diplomingeniørniveau. Det er vores håb, at bogen til stadighed vil finde anvendelse her. Det er endvidere vores håb, at bogen kan bruges af ingeniører og teknikere, som arbejder med energiteknik i industrien.

Formålet med bogen er at gøre de studerende fortrolige med det termodynamiske grundlag, således at de bliver i stand til at anvende teorien på praktiske tekniske anlæg. Der er særlig fokus på at sætte de studerende i stand til at lave praktisk anvendelige beregninger på sammensatte energitekniske systemer, såvel som enkeltkomponenter der indgår i disse.

Bogens opbygning fremgår af den detaljerede indholdsfortegnelse og der afsluttes med et stikordsregister. Hvert kapitel indeholder et antal regneeksempler til understøtning af teorigennemgangen og afsluttes med et resumé, en liste over centrale begreber samt en række selvevalueringsoptgaver.

Hvor der i teksten henvises til en kilde, er det angivet ved kildens nummer i litteraturlisten mellem to skråstregser.

I bogen er i videst muligt omfang anvendt symboler ifølge ISO 31. Herved adskiller bogen sig fra tidligere anvendte lærebøger ved ingeniørhøjskolerne, idet der har været nogen betænkelighed ved normens symboler for specielt massestrøm og volumenstrøm, da symbolet for disse kolliderer med symbolet for specifik varme.

I denne 4. udgave er der sket en del redaktionelle ændringer og foretaget nødvendige rettelser. Desuden er der gjort en del tilføjelser. I kapitel 1 er afsnittet om termodynamikkens 1. hovedsætning udvidet og der er tilføjet et gennemregnet eksempel på et ikke-stationært

system. Endvidere er flere af bogens eksempler tilrettet, så de følger introduktionskapitlets fremgangsmåde vedrørende energibalancer. Endelig er bogen blevet opdateret med et helt nyt layout.

Forfatterne sætter stor pris på at modtage kritik af bogen, det være sig rettelser eller forslag til forbedringer, som kan være med til at fastholde bogens kvalitet i fremtidige udgaver.

Århus, august 2017

Aage Bredal Eriksen

Aage Birkkjær Lauritsen

Indhold

Introduktion	19
Energitekniske systemer	20
Køleanlæg	20
Varmepumpeanlæg	20
Kraftvarmeanlæg	21
Energibalancer	22
Strategi ved opstilling af energibalance	24
Beregning af energibidrag til energibalancer	25
Kapitel 1	Termodynamikkens grundlag 29
1.1 Fysiske størrelser og enheder	29
1.1.1 Enhedssystemer	29
1.1.2 Dekadiske præfixer og græske tegn	30
1.1.3 Enhedsanalyse	31
1.1.4 Tryk	31
1.1.5 Temperatur	33
1.2 Termiske tilstandsstørrelser	34
1.3 Varmeudvidelse	35
1.4 Specifik varmekapacitet	36
1.4.1 Middelværdi af specifik varmekapacitet	37
1.5 Termisk tilstandsligning	38
1.6 Termodynamisk proces	39
1.7 Reversible og irreversible processer	39
1.8 Teknisk termodynamik	43
1.9 Energibalance for et lukket system	43
1.9.1 Termodynamisk system	43
1.9.2 Arbejde	44
1.9.3 Volumenændringsarbejde	44
1.9.4 Friktion	46
1.9.5 Første hovedsætning, indre energi	47
1.9.6 Varme	48
1.9.7 Første hovedsætning for lukkede systemer	48
1.10 Energibalance for et åbent system	54
1.10.1 Åbne systemer og »indre arbejde«	54
1.10.2 Første hovedsætning for et åbent system	54
1.10.3 Varmestrøm og akseleffekt	55
1.10.4 Teknisk reversibelt arbejde	56
1.10.5 Instationære processer, flere strømme	57

1.11	Massebalance for et åbent system	63
1.12	Resumé	64
1.13	Nøglebegreber	65
1.14	Centrale spørgsmål (selvevaluering)	65
1.15	Udledning af ligning [1.28] for teknisk arbejde	66
Kapitel 2	Ideale gasser og reversible processer	67
2.1	Tilstandsligningen	68
2.1.1	De afledte love	69
2.1.2	Molmasse og universel gaskonstant	69
2.1.3	Normatilstand	70
2.1.4	Strømning	71
2.2	Specifik varmekapacitet for gasser	71
2.2.1	Sammenhæng mellem c_p og c_v	73
2.3	Indre energi og entalpi for ideal gas	74
2.4	Reversible processer med ideale gasser	75
2.4.1	Isokor proces	76
2.4.2	Isobar proces	77
2.4.3	Isoterm proces	78
2.4.4	Isentrop proces	79
2.4.5	Polytrop proces	81
2.4.6	Sammenligning af processerne	84
2.5	Kredsprocesser	84
2.5.1	Kredsprocesser, definitioner	85
2.5.2	Varmekraftmaskinens kredsproces	85
2.5.3	Termisk virkningsgrad	87
2.5.4	Køleanlæggets kredsproces	90
2.5.5	Effektfaktor, ε	91
2.5.6	Carnots kredsproces for varmekraftmaskine	97
2.5.7	Carnot-processen for kølemaskine og varmepumpe	99
2.6	Resumé	101
2.7	Nøglebegreber	102
2.8	Centrale spørgsmål (selvevaluering)	102

Kapitel 3	Termodynamikkens anden hovedsætning og entropi 105
3.1	Termiske energilagre 106
3.2	Varmekraftmaskine 106
3.3	Termisk virkningsgrad 107
3.4	Termodynamikkens anden hovedsætning 108
3.5	Entropi, definition 109
3.5.1	Ideale gasser 110
3.6	Carnots kredsproces 111
3.6.1	Alle processer er reversible 112
3.6.2	Med friktion i system B 113
3.6.3	Med temperaturdifferens (og uden friktion) 115
3.7	Evhedsmaskiner af anden grad 117
3.8	T,s-diagrammet 118
3.8.1	Procesforløb i T,s-diagrammet 118
3.8.2	Nogle vigtige eksempler 120
3.9	Carnots kredsproces i T,s-diagrammet 121
3.10	Exergi og anergi 124
3.11	Entropibegrebet i andre sammenhænge 125
3.12	Termodynamikkens anden hovedsætning i praksis 126
3.12.1	Carnots begrænsning 126
3.12.2	T,s- og h,s-diagrammer mv. 126
3.13	Resumé 126
3.14	Nøglebegreber 127
3.15	Centrale spørgsmål (selvevaluering) 127
Kapitel 4	Strømningsprocesser 129
4.1	Introduktion 129
4.1.1	Densitet 130
4.1.2	Viskositet 131
4.1.3	Viskositetens afhængighed af trykket for gasser 131
4.2	Kontinuitetsligningen for masse 132
4.3	Energiligningen for strømningsprocesser 133
4.3.1	Energiregnskab 137
4.3.2	Effekt og virkningsgrader 139
4.3.3	Energiforbrug 140

4.4	Tryktabsberegninger	140
4.4.1	Beregning af friktionstryktab	141
4.4.2	Friktionstryktab i enkeltmodstande	143
4.4.3	k_v -værdi	143
4.4.4	Eksempler	144
4.5	Pumpesystemer	150
4.5.1	Pumpekarakteristik	151
4.5.2	Anlæggets karakteristik og driftspunkt	152
4.6	Dyser og diffusorer	159
4.6.1	Energiomsætning i dyser og diffusorer	159
4.6.2	Underlydshastighed i dyser	160
4.6.3	Kritisk trykforhold, lydhastighed	162
4.6.4	Overlydsstrømning, Laval-dysen	166
4.7	Impulsligningen	168
4.8	Resumé	171
4.9	Nøglebegreber	172
4.10	Centrale spørgsmål (selvevaluering)	173

Kapitel 5

Virkelige stoffer	175	
5.1	Tilstandsændringer for et virklig stof	175
5.1.1	Fordampning	175
5.1.2	Smelting	177
5.1.3	Sublimation	178
5.1.4	Reale gasser	178
5.2	Tilstandsdiagrammer	179
5.2.1	T,s -diagrammet	182
5.2.2	h,s -diagrammet	183
5.2.3	$\log p,h$ -diagrammet	184
5.2.4	Vanddamptabeller og diagrammer	184
5.2.5	IT-programmer	189
5.3	Resumé	191
5.4	Nøglebegreber	191
5.5	Centrale spørgsmål (selvevaluering)	192

Kapitel 6**Maskiner og energitekniske anlæg 195****6.1 Turbiner 195**

- 6.1.1 Teknisk og indre arbejde i turbinen 197
- 6.1.2 Turbinens indre virkningsgrad 198
- 6.1.3 Turbinens isentropiske virkningsgrad 198

6.2 Kompressorer 200

- 6.2.1 Teknisk og indre arbejde i kompressoren 202
- 6.2.2 Kompressorens indre virkningsgrad 203
- 6.2.3 Kompressorens isentropiske virkningsgrad 203
- 6.2.4 Kompressor med køling 204
- 6.2.5 Kølegrad 205

6.3 Gasturbineanlæg 207

- 6.3.1 Stationære anlæg 207
- 6.3.2 Gasturbinens kredsproces 208
- 6.3.3 Gasturbineanlæggets virkningsgrader 209
- 6.3.4 Jetmotoren 210

6.4 Dampkraftanlæg 213

- 6.4.1 Energitekniske beregninger 215
- 6.4.2 Clausius–Rankine-processen 221
- 6.4.3 Dampkraftanlæggets virkningsgrader 222
- 6.4.4 ORC-anlæg 222
- 6.4.5 Combined Cycle-anlæg 223

6.5 Køleanlæg 224

- 6.5.1 Energitekniske beregninger 226
- 6.5.2 Køleanlæggets virkningsgrader 229
- 6.5.3 Kølemidler 230

6.6 Pumper og ventilatorer 231

- 6.6.1 Pumper 231
- 6.6.2 Ventilatorer 233

6.7 Forbrændingsmotorer 233

- 6.7.1 Ottoprocessen 234
- 6.7.2 Dieselprocessen 237
- 6.7.3 Stirlingprocessen 238

6.8 Resumé 240**6.9 Nøglebegreber 241****6.10 Centrale spørgsmål (selvevaluering) 242**

Kapitel 7	Gasblandinger fugtig luft	245
7.1 Gasblandinger	245	
7.1.1 Masseanalyse	245	
7.1.2 Volumenanalyse	245	
7.1.3 Daltons lov	246	
7.1.4 Gaskonstant for en gasblanding	247	
7.1.5 Molmasse for en gasblanding	247	
7.1.6 Den specifikke varmekapacitet for en gasblanding	247	
7.2 Fugtig luft	248	
7.2.1 Ventilationsanlæg	248	
7.2.2 Tørningsanlæg	249	
7.2.3 Tilstandsområde	250	
7.2.4 Tilstandsstørrelser	251	
7.2.5 Luftens vandindhold	251	
7.2.6 Masse, massestrøm af tør luft og densitet	252	
7.2.7 Specifik entalpi	254	
7.2.8 Molliers h,x -diagram	255	
7.2.9 Opvarmning af luft	256	
7.2.10 Afkøling af luft	257	
7.2.11 Blanding af to luftstrømme	259	
7.2.12 Befugtning af luft	260	
7.3 Indblæsningstilstanden	264	
7.4 Resumé	268	
7.5 Nøglebegreber	269	
7.6 Centrale spørgsmål (selvevaluering)	269	
Kapitel 8	Forbrænding	271
8.1 Energiforsyning	271	
8.1.1 Fotosyntese	271	
8.1.2 Forbrænding	272	
8.1.3 Drivhuseffekt	273	
8.1.4 Ressourcer af kul, olie og naturgas	273	
8.2 Karakterisering af brændstoffer	274	
8.2.1 Brændværdi	274	
8.2.2 Faste og flydende brændsler	275	
8.2.3 Gasformige brændsler	277	
8.3 Forbrændingsberegninger	279	
8.3.1 Stofdata	279	
8.3.2 Luftforbrug	280	
8.3.3 Røggas	284	
8.4 Røgtab og virkningsgrad	290	
8.4.1 Røgtab	290	

8.4.2	Forenklet beregning af røgtabel	291
8.4.3	Indfyret effekt og virkningsgrad	292
8.4.4	Adiabatisk flammetemperatur	293
8.5	Resumé	295
8.6	Nøglebegreber	296
8.7	Centrale spørgsmål (selvevaluering)	297

Kapitel 9

Varmetransmission 299

9.1	Introduktion	299
9.1.1	Termiske modstande	300
9.2	Varmeledning	301
9.2.1	Fouriers lov	302
9.2.2	Varmeledningsmodstand	303
9.2.3	Varmeledning gennem en plan væg	303
9.2.4	Cylindrisk væg	305
9.2.5	Kugle	308
9.3	Varmeovergang	308
9.3.1	Newton's ligning	309
9.3.2	Varmeovergangsmodstand	310
9.3.3	Modelligninger	310
9.3.4	Varmeovergang ved kondensering og fordampning	320
9.3.5	Oversigt over strømningstilfælde	320
9.4	Varmestråling	321
9.4.1	Strålingsteori	321
9.4.2	Varmeovergang ved stråling	325
9.4.3	Varmeovergangstal for stråling	327
9.5	Varmetransmission	329
9.5.1	Plane vægge	329
9.5.2	Cylindriske vægge	331
9.5.3	Varmegennemgangstal, U-værdi	332
9.5.4	Mellemtemperaturer	333

9.6	Varmevekslere	335
9.6.1	Typer, konstruktioner	335
9.6.2	Strømningsprincip	338
9.6.3	Logaritmisk middeltemperaturdifferens (LMTD)	339
9.6.4	Specielle driftsbetingelser	340
9.6.5	Krydsstrøm og flere slags varmevekslere	341
9.6.6	Beregning af varmevekslere	342
9.7	Resumé	347
9.8	Nøglebegreber	348
9.9	Centrale spørgsmål (selvevaluering)	349

Kapitel 10 Tabeller og diagrammer 351

Symboloversigt 381

Litteratur 384

Stikord 387

Eksempeloversigt med sideangivelse

- 0.1 Opstilling af energibalancer 26
- 1.1 Sammenhæng mellem masse, volumen og densitet 31
- 1.2 Beregning af specifik varmekapacitet 38
- 1.3 Mekanisk energi og friktion 41
- 1.4 Energiakkumulator 42
- 1.5 Mekanisk arbejde 44
- 1.6 Beregning af volumenændringsarbejde ved kompression af en gas 45
- 1.7 Sankey-diagram 46
- 1.8 Indre arbejde og effekt til et åbent system 56
- 1.9 Sammenhæng mellem indre arbejde og teknisk arbejde 57
- 1.10 Temperaturforløb ved opvarmning af en væske 58
- 1.11 Energibalance på en varmtvandsbeholder og analytisk løsning af differentialligningen 59

- 2.1 Anvendelse af tilstandsligningen for ideale gasser 69
- 2.2 Beregningen af varmemængde ved en isokor proces 76
- 2.3 Beregning af varmemængde ved en isoterm proces 79
- 2.4 Beregning af teknisk arbejde ved en isentrop proces 81
- 2.5 Beregning af volumenændringsarbejdet ved en polytrop proces 83
- 2.6 Beregninger på dieselmotorens idealiserede kredsproces 87
- 2.7 Løsningsmetode for et energiteknisk anlæg, her et køleanlæg med luft som medie 91
- 2.8 Anvendelse af carnotvirkningsgraden for køleanlæg og varmepumpe 99
- 2.9 Anvendelse af carnotvirkningsgraden for et køleskab 100
- 2.10 Anvendelse af carnotvirkningsgraden for en varmepumpe 100

- 3.1 Termisk virkningsgrad for en bilmotor 107
- 3.2 Anvendelse af carnotvirkningsgraden for et dampkraftanlæg 116
- 3.3 T,s -diagram for en isobar 120
- 3.4 T,s -diagram for isobarer 120
- 3.5 Beregning af entropi i en kredsproces 122

16 Eksempeloversigt med sideangivelse

4.1	Omregning af kinematisk viskositet til højere tryk	132
4.2	Beregning af trykket i et rørssystem vha Bernoullis ligning	135
4.3	Beregning af tryktab i udløb	144
4.4	Beregning af tryktab i skarpkantet indløb	145
4.5	Beregning af tryktab i lige rørstrækning	145
4.6	Beregning af tryktab i skarpkantet bøjning	146
4.7	Beregning af trykfald ved udløb	147
4.8	Beregning af tryktab i snavsfilter	148
4.9	Energiregnskab i simpelt rørssystem	148
4.10	Vandforsyningssanlæg, beregning af energiregnskab	154
4.11	Dyseberegning på underlydsdyse	161
4.12	Anvendelse af impulsregnskab ved strømning gennem en bøjning	170
5.1	Energiforbrug til opvarmning og fordampning af vand	177
5.2	Specifik entalpi og specifikt volumen for en våddamptilstand	187
5.3	Beregning på drøvling af overheded damp gennem en ventil	188
5.4	Beregning af energitilførsel ved opvarmning af våddamp til overheded damp	188
5.5	Drøvling af vand fra mætningstilstand	188
6.1	Beregning af afgiven effekt og virkningsgrad for en gasturbine	199
6.2	Beregninger på en totrins turbokompressor ved kølet og ukølet kompression	205
6.3	Beregninger på et gasturbineanlæg	211
6.4	Beregning på procesforløbet i et kraftvarmeanlæg	219
6.5	Beregninger på processen i et kompressionskøleanlæg	230
6.6	Beregning på procesforløbet i en ottomotor	235
7.1	Beregning af absolut vandindhold	252
7.2	Beregning af massestrømmen af tør luft	253
7.3	Beregninger på en våd køleproces	258
7.4	Beregninger på en befugtningsproces	262
7.5	Luftbehandling til et korntørringsanlæg	263
7.6	Ventilationsanlæg med varmegenvinding	265

8.1	Elementaranalyse af træ	276
8.2	Omregning af brændværdi for naturgas	278
8.3	Forbrændingsberegninger på flaskegas	278
8.4	Beregning af luftmængde til forbrænding	282
8.5	Beregning af luftmængde ved forbrænding af naturgas	283
8.6	Beregning af røggassammensætning ved forbrænding af træ	285
8.7	Beregning af CO ₂ og luftoverskudstal	286
8.8	Forbrændingsberegninger for forbrænding af naturgas	287
8.9	Luftforbrug og røggasdata for typiske brændsler	288
8.10	Beregning af gaskonstant for røggas	289
8.11	Beregning af røgtab ved forbrænding af naturgas	291
8.12	Beregning af røgtab fra eksempel 8.11	292
8.13	Beregning af adiabatisk flammetemperatur	294
8.14	Forbrændingsberegninger på en fjernvarmekedel	294
9.1	Beregning af varmetabet i en ydermur	304
9.2	Beregning af varmetab fra et uisoleret rør	307
9.3	Beregning af varmeovergangstal indvendigt i rør	316
9.4	Varmestrøm fra glasdør på en brændeovn ved naturlig konvektion	319
9.5	Varmeovergangstallet ved stråling og konvektion for et rør	327
9.6	Beregning af varmetab fra et isoleret rør	333
9.7	Dimensionering af en varmeveksler, vandvarmer	343

Dette eksemplar er fremstillet af Nota til Victor Kring Schmidt og må ikke deles

Introduktion

Termodynamik er læren om energiformer og energitransformationer. Det har siden tidernes morgen været interessant at studere termodynamiske systemer og aspekter, men op igennem det 19. og 20. århundrede er det blevet nødvendigt at udvikle modeller og værktøjer til at udføre beregninger på energitekniske systemer, idet kravet til en stadig mere effektiv udnyttelse af energiomsætning ved arbejde er blevet større. Det er samtidig i forbindelse med kravet om at beskytte vores miljø blevet vigtigt, at udvikle systemer der forbruger mindre energi.

Denne bog er derfor tænkt som et værktøj, der sætter den studerende i stand til at gennemføre termiske beregninger på et sammensat energiteknisk system.

For at kunne gennemføre disse beregninger, kræves fortrolighed med den grundlæggende teori bag beregningerne. Dette er, hvad de første tre kapitler omhandler. Det er her de mange begreber, som anvendes indenfor feltet defineres og de termodynamiske sammenhænge udledes.

Det er fundamentalt, at den studerende kan opstille energibalancer på et vilkårligt termodynamisk system og kan skelne mellem processer og tilstande.

Indenfor det energitekniske område, arbejder maskiningeniører typisk med udvikling af produkter og systemer til termiske anlæg, det er sigtet med denne bog at give praktisk anvendelige beregningsmodeller til dette.

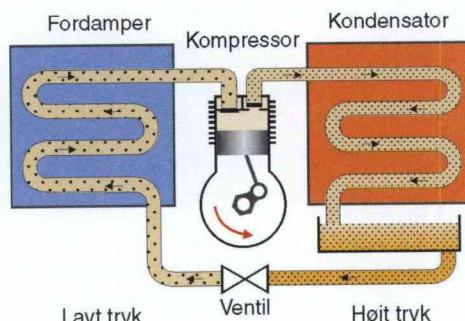
Energitekniske systemer

For at give et indtryk af, hvad der forstår ved energitekniske systemer, vises her et par eksempler på gængse systemer, som de fleste er stødt på i deres dagligdag på den ene eller anden måde.

Køleanlæg

Køleanlæg er et af de mest udbredte anlæg i det moderne samfund, lige fra køleskabet som det findes i private husholdninger, til store industrielle køleanlæg som er installeret i kølehus og slagterier m.m. Et køleanlægs funktion er i principippet at løfte energi fra et lavt niveau (lav temperatur og tryk) til et højere niveau (højere temperatur og tryk) ved hjælp af tilførsel af arbejde fra en kompressor. I figur 1 vises den principielle opbygning af et køleanlæg. I kapitel 6 gennemgås køleanlægget og beregninger på dette nærmere. Der findes endvidere gode beskrivelser af køleanlæggets funktion i litteraturen og på nettet, se f.eks.

<http://www.danfoss.com/Denmark/BusinessAreas/Refrigeration+and+Air+Conditioning/EducationAndTraining/The+Fridge.htm>.

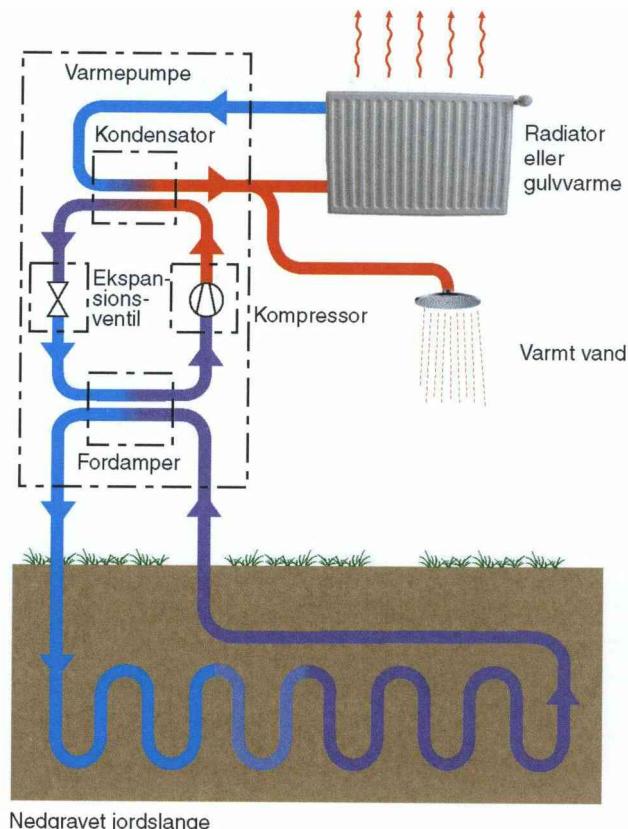


Figur 1

Varmepumpeanlæg

En alternativ anvendelse af køleanlægget er et varmepumpeanlæg. I principippet er anlæggets funktion identisk med køleanlæggets, blot er det her varme fra det høje energiniveau, der udnyttes, hvor det i køleanlægget er det lave energiniveau, der er eftertragtet.

Varmepumper er i de seneste år blevet mere og mere anvendt til opvarmningsanlæg af private boliger og fritidshuse. Det er mest interessant, hvor offentlig varmforsyning (fjernvarme) ikke er tilgængelig, og alternativet er oliefyrede anlæg eller tilsvarende. I figur 2 vises den principielle opbygning af et varmepumpeanlæg, her anvendt i et

**Figur 2**

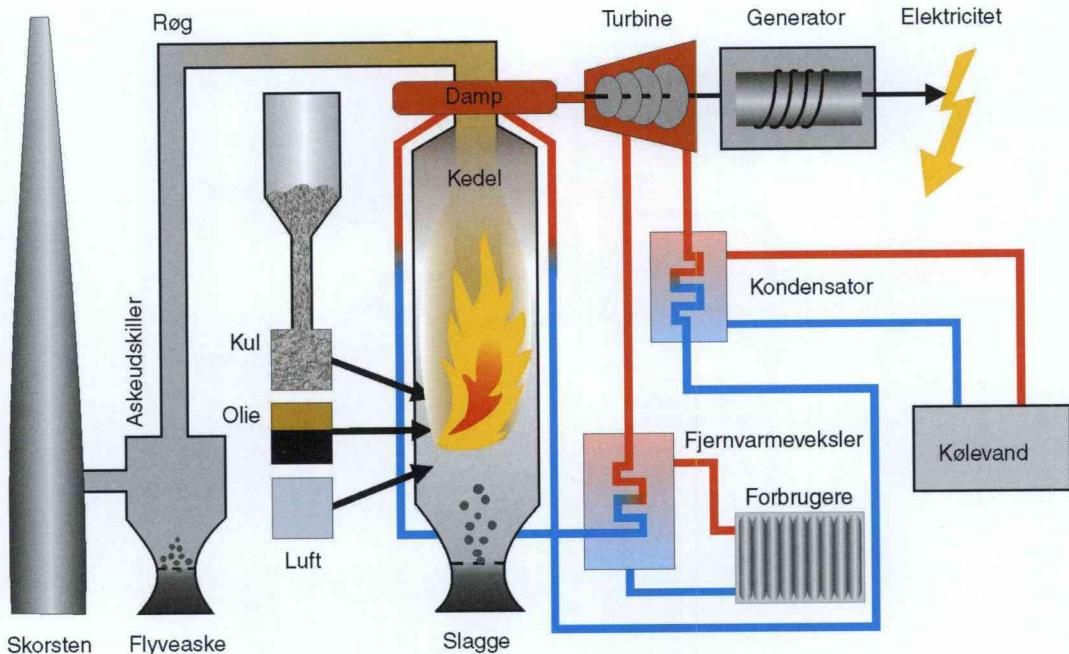
Princippet i et varmepumpaanlæg, her et jordvarmeanlæg.

såkaldt jordvarmeanlæg, hvor energien hentes fra jorden og afgives i varmeanlægget.

Varmepumper er i de seneste år blevet særligt interessante, idet overskudsenergi fra vindmøller kan bruges til at drive varmepumperne, som så producerer billig varmeenergi.

Kraftvarmeanlæg

En stor del af den energi vi anvender, produceres på et kraftvarmeanlæg, hvor der forbrændes kul, halm, naturgas eller andet, og der produceres elektrisk energi og varmeenergi (fjernvarme). Figur 3 viser princippet i et kraftvarmeværk, som de traditionelt er opbygget i Danmark. Der produceres elektricitet og fjernvarme, og anlæggets virkningsgrad bliver derved højere, end hvis der kun produceres elektricitet, som det ses i mange anlæg i udlandet.



Figur 3 Princippet i et traditionelt kraftvarmeverk.

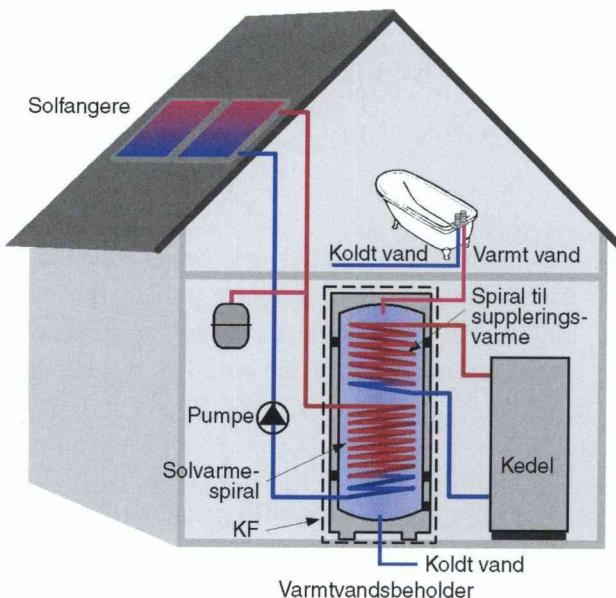
Energibalancer

I alle de nævnte eksempler er det nødvendigt at opstille beregningsmodeller, der gør det muligt at beregne energiforbrug, energiomsætning, temperaturer m.m. Derfor arbejder vi i bogen med udvikling af det, vi kalder energibalancer. Ligesom vi i mekanikkens verden beregner kræfter, momenter og effekt ved at skitsere modeller, frigøre legemer, påsætte kræfter og opstille ligninger for ligevægtsbetragtninger, bruger vi i termodynamikken at opdele de energitekniske systemer i enkeltkomponenter, og for hver af disse at opstille det vi kalder energibalancer.

Enkeltkomponenterne kunne være varmevekslere, kompressorer, turbiner eller lignende, som de indgår i ovenfor viste eksempler.

Ved en energibalance forstås:

For et afgrænset system skal der være balance mellem den energi, der tilføres systemet, og den energi der afgives fra systemet, for at der er balance (ligevægt). Systemet kaldes da stationært.



Figur 4
Principdiagram for et
solvarmeanlæg.

Lad os se på et eksempel. Her er vist et solvarmeanlæg til varmtvandsopvarmning i et enfamiliehus. Solarmeflader opfanger solens varmeenergi. Dette opvarmer en væske, som så overfører varmen til en varmtvandsbeholder. Herfra kan tappes varmt vand.

Udover solen er der også mulighed for at opvarme vandet ved hjælp af varme fra en kedel i perioder, hvor der ikke er tilstrækkelig med energi fra solen.

Der lægges en systemgrænse (Kontrolflade, KF) omkring varmtvandsbeholderen.

På dette afgrænsede system skal gælde følgende energibalanceligning (for et stationært system):

$$\sum(\dot{E}_{\text{ind}} + \dot{E}_{\text{gen}}) - \sum\dot{E}_{\text{ud}} = 0 \quad [0.1]$$

Eller med ord, summen af den energi der strømmer ind, $\sum\dot{E}_{\text{ind}}$, minus summen af den energi der strømmer ud, $\sum\dot{E}_{\text{ud}}$, plus den energi der genereres i systemet, $\sum\dot{E}_{\text{gen}}$, skal være lig nul, for at der er balance, og systemet er det, vi kalder stationært.

I det viste eksempel vil energistrømmene ind være varmestrømmen fra solfangerne plus varmestrømmen fra kedlen, mens varmestrømmen ud vil være det, der går til opvarmning af brugsvandet samt varmetab fra tanken.

Hvis der ikke er balance, altså hvis summen af venstresiden ikke giver nul, vil systemets energiindhold ændres med tiden og tempera-

turen ændres, enten vil den øges, dvs. en opvarmning af vandet i beholderen eller falde, dvs. en afkøling.

Energibalanceligningen vil da i stedet se således ud (for et ikke stationært system):

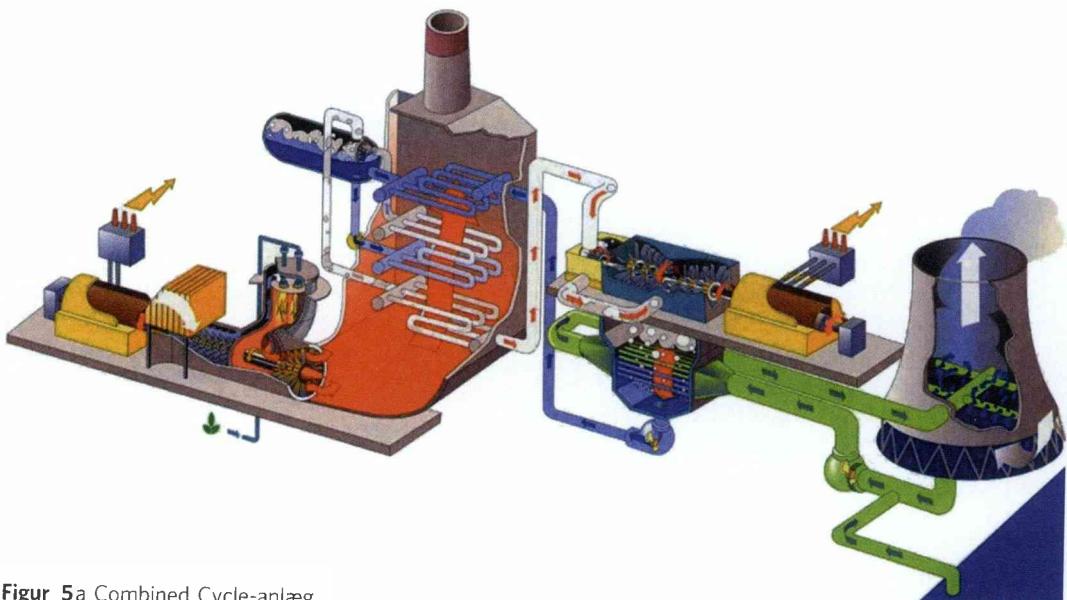
$$\sum(\dot{E}_{\text{ind}} + \dot{E}_{\text{gen}}) - \sum \dot{E}_{\text{ud}} = \frac{dt}{d\tau} mc_p \quad [0.2]$$

Det differentielle led på højre side af lighedstegnet angiver ændringen af vandets temperatur, t , som funktion af tiden, τ , m er massen af vandet og c_p er vandets specifikke varmekapacitet. Der ses bort fra energien til opvarmning af tankvæggen og stålspiralerne, reelt set bør kontrolfladen således kun omkranser vandet.

Strategi ved opstilling af energibalance

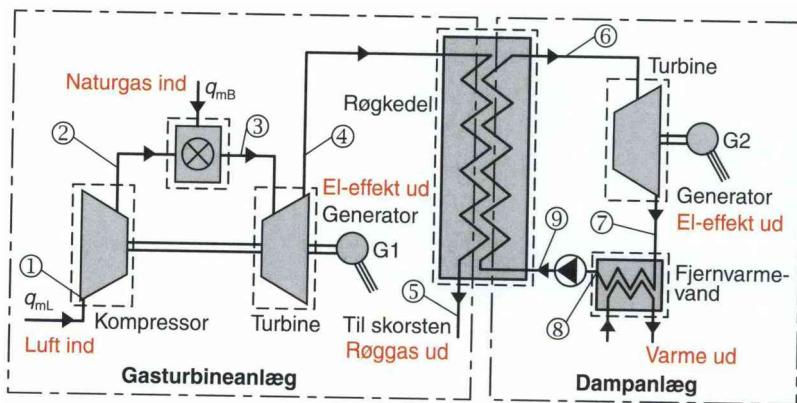
I bogen er det tanken, at nå frem til en brugbar metode til beregninger ifm. energitekniske systemer. Det er derfor en god ide at tilegne sig en slagplan for opstilling af energibalancer i et sådant system. Denne kunne f.eks. se således ud:

1. Ud fra systemtegninger optegnes et forenklet diagram af anlægget, et abstrakt billede. Som vist i figur 5a og b eksempelvis, for et Combined Cycle-anlæg bestående af et gasturbineanlæg kombineret med et dampanlæg (se anlægget beskrevet i kapitel 6).
2. Der påsættes nummerering af tilstande, massestrømme og forklarende tekster.
3. Præcisér betingelser, antagelser og tilnærmelser og disses betydning. F.eks. »ses bort fra tryktab«, »uden køling« m.m.
4. Der påsættes kontrolflader på alle delkomponenter og på hele anlægget.
5. Der opstilles energibalancer for alle kontrolflader.
6. Ligningssættet løses ud fra kendte inputdata. Dette gøres evt. i softwaren EES (Engineering Equation Solver).
7. Der udføres passende dokumentation.
8. Konklusion på resultater i forhold til forventede data. Her udføres kontrolberegning ved energibalance på hele anlægget.



Figur 5a Combined Cycle-anlæg.

Figur 5b
Principtegning af
Combined Cycle-anlægget
anvendt til beregninger.



Beregning af energibidrag til energibalancer

I bogen bruges afsnit 1.9 og 1.10 i kapitel 1 til at udrede de forskellige begreber, der gør det muligt at beregne de energibidrag, der indgår i ligningerne [0.1] og [0.2].

En energistrøm, ovenfor benævnt \dot{E} , vil sige den energi, der overskider systemgrænse (kontrolfladen) pr. tidsenhed og vil som sådan have enheden W (= J/s). Ser vi på anlægget i figur 5, vil energien optræde på forskellig form. Dette kan være som arbejde på kompressorens aksel, varmeenergi til fjernvarmeveksleren eller elektrisk energi fra generatoren. Det er således vigtigt at få styr på, i hvilken form energien optræder, og dernæst hvilke principper der kan bruges for at beregne de enkelte bidrag.

Eksempel 0.1**Opstilling af energibalancer**

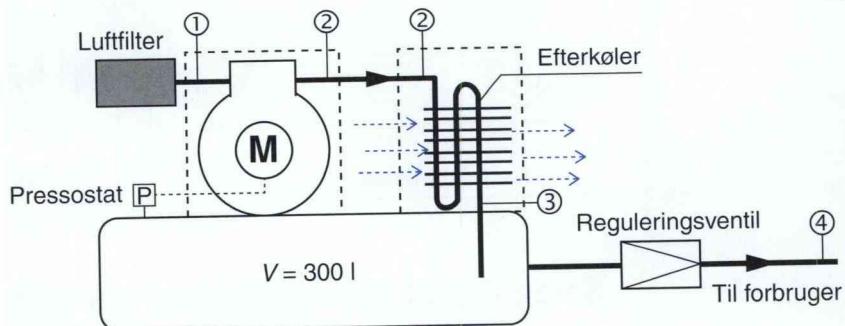
Eksemplet illustrerer princippet i at opstille energibalancer på et energiteknisk system, her et trykluftanlæg.



Figuren viser et trykluftanlæg, som ses installeret på mindre industri-virksomheder og værksteder. Anlægget betjener f.eks. trykluft-værktøjer.

Ønskes beregninger af energistrømme på anlægget, som tilført el-effekt og varmestrømmen som køles væk mm, skal der opstilles energibalancer, og disse skal så løses.

Først skitseres et systemdiagram, som viser anlæggets funktion.



1. Funktionen klarlægges og beskrives.

Der indsuges luft ved filteret til kompressoren. Komprimeret luft i tilstand 2 strømmer til en luftkøler, inden det strømmer ind i tryktanken. Fra tryktanken aftages luft til forbrugeren via en trykreguleringsventil.

- 2. Der påføres kontrolflader på hovedkomponenterne, kompressor og efterkøler.**
- 3. Tilstande nummereres.**
- 4. Herefter opstilles energibalancer på kontrolfladerne.**

Kompressor

Ind strømmer følgende energistrømme:

- Energistrøm med luften: $q_{mL}h_1$
- El-effekt til motoren: P_{el}

Ud strømmer følgende energistrømme:

- Energistrøm med luften: $q_{mL}h_2$
- Varmestrøm fra kompressor til luften: $\Phi_{køl}$

Energibalancen lyder da:

$$q_{mL}(h_1 - h_2) + P_{el} - \Phi_{køl} = 0$$

Efterkøler

Ind strømmer følgende energistrømme:

- Energistrøm med luften: $q_{mL}h_2$

Ud strømmer følgende energistrømme:

- Energistrøm med luften: $q_{mL}h_3$
- Varmestrøm fra efterkøler til luften: Φ_{luft}

Energibalancen lyder da:

$$q_{mL}(h_2 - h_3) - \Phi_{luft} = 0$$

5. Til slut løses energibalancerne

For at gøre dette må tilstandene bestemmes ved de specifikke entalpier, mere om dette senere. Endvidere skal luftstrømmen, q_{mL} , kendes.

1

Termodynamikkens grundlag

1.1 Fysiske størrelser og enheder

1.1.1 Enhedssystemer

Enhver fysisk størrelse kan karakteriseres ved en *dimension*. Den arbitrære (vilkårlige) størrelse knyttet til dimensionen, kaldes *enheden*. Nogle basale dimensioner som massen, m , længden, L , tiden, τ , og temperaturen, t , er valgt som grundlæggende dimensioner, mens andre som hastigheden, c , energien, E , og voluminet, V , udtrykkes ved sammensætning af basisdimensionerne og kaldes afledte dimensioner.

Et antal enhedssystemer har gennem tiderne været anvendt, men i dag er reelt kun to systemer i brug, det *amerikanske system*, som kendes som USCS (United States Customary System), og *SI-systemet* (System International).

Dimension	Enhed
Længde	meter, [m]
Masse	kilogram, [kg]
Tid	sekund, [s]
Temperatur	kelvin, [K]
Elektrisk strøm	ampere, [A]
Lysmængde	candela, [c]
Stofmængde	mol, [mol]

Figur 1.1
SI-systemets syv basisenheder.

SI-systemet er logisk og enkelt, benytter sig af 10-tals-systemet, modsat det engelske, der ikke er konsistent (12" er 1 fod, 16 oz er 1 lb, osv.).

SI-systemet har siden 1971 været baseret på syv grundenheder (basisenheder), som vist i figur 1.1.

Ud fra SI-systemet er der en del afledte dimensioner, eksempelvis *kraft* og *arbejde*.

Kraften kan beregnes af $F = ma$, der har enheden N (Newton).

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

Begrebet *vægt* er ofte fejlagtigt brugt til at beskrive massen. Med vægten menes den kraft, hvormed en masse påvirkes af Jordens tyngdefelt. Man kan derfor angive vægten, T , som $T = mg$, hvor g er tyngdeaccelerationen, som har værdien $9,807 \text{ m/s}^2$ ved 45. breddegrad ($9,816 \text{ m/s}^2$ i København), og m er massen.

Arbejde er en form for energi og kan defineres som kraft gange vej. Enheden bliver derfor $\text{N} \cdot \text{m}$ (Newton meter), som også svarer til enheden J (Joule).

1.1.2 Dekadiske præfixer og græske tegn

Dekadiske præfixer bruges til at angive multipla af enheder. De er vist i figur 1.2.

Faktor	Præfix
10^{12}	tetra, T
10^9	giga, G
10^6	mega, M
10^3	kilo, k
10^2	hektok, h
10^1	deka, da
10^{-1}	deci, d
10^{-2}	centi, c
10^{-3}	milli, m
10^{-6}	mikro, μ
10^{-9}	nano, n
10^{-12}	pico, p

Figur 1.2
Dekadiske præfixer.

Græske tegn anvendes ofte som symboler for forskellige fysiske størrelser.

A	α	alfa	I	ι	iota	P	ρ	rho
B	β	beta	K	κ	kappa	Σ	σ, ς	sigma
Γ	γ	gamma	Λ	λ	lambda	T	τ	tau
Δ	δ	delta	M	μ	my	Y	v	yspsilon
E	ε	epsilon	N	ν	ny	Φ	φ	phi
Z	ζ	zeta	Ξ	ξ	ksi	X	χ	chi
H	η	eta	O	o	omikron	Ψ	ψ	psi
Θ	θ	theta	Π	π	pi	Ω	ω	omega

Figur 1.3
Græske tegn.

1.1.3 Enhedsanalyse

Det er vigtigt i beregninger at holde styr på enhederne. Dette gøres mest effektivt ved at udføre en *enhedsanalyse* for hver beregning. En enhedsanalyse kan også anvendes til at kontrollere en lignings rigtighed. Enhedsanalyser udføres ved at regne med enheder, som var det talstørrelser. Følgende lille eksempel illustrerer dette.

Eksempel 1.1

Sammenhæng mellem masse, volumen og densitet

En tank fyldes med olie med densiteten $\rho = 850 \text{ kg/m}^3$. Hvis voluminet af tanken er $V = 2 \text{ m}^3$, hvad er da massen, m , af tankens indhold?

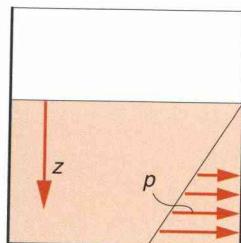
$$m = \rho V = 850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2 \text{ m}^3 = 1700 \text{ kg}$$

1.1.4 Tryk

Trykket er den kraft som påvirker et fluid pr. arealenhed. Vi taler normalt kun om tryk, når vi har at gøre med gas eller væske, dvs. et *fluid*.

I et fluid i ro er trykket i alle retninger det samme. Trykket stiger lineært med dybden, som et resultat af tyngdefeltets påvirkning.

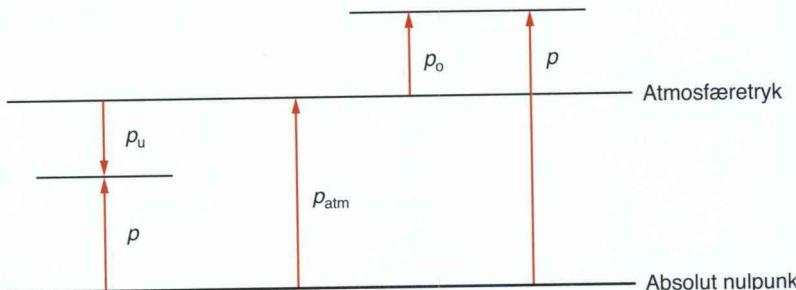
Da trykket, p , er defineret som kraft pr. arealenhed, er enheden ifølge SI-systemet:



Figur 1.4

$$p = \frac{F}{A} \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

Enheden N/m^2 svarer også til Pa (Pascal). Denne enhed er som oftest for lille til at angive praktisk forekommende tryk, derfor angives trykket ofte som kPa eller MPa eller i enheden bar, $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$.

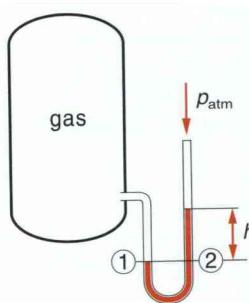


Figur 1.5

Det aktuelle tryk kaldes også *absolut tryk*, p , der måles ud fra det absolutte nulpunkt. De fleste måleinstrumenter mäter dog tryk i forhold til atmosfærettrykket, det såkaldte *overtryk*, p_0 , eller *manometertryk*. Tryk under atmosfærettrykket kaldes ofte *vakuum* eller *undertryk*, p_u , se figur 1.5.

I termodynamiske sammenhænge anvendes næsten altid absolut tryk. Her i bogen angives p i absolut tryk med mindre andet er angivet (ofte bruges indeks o for overtryk (eller a = above) og u for undertryk).

Måling af tryk



Figur 1.6

Lave og moderate trykdifferencer kan måles med et såkaldt *U-rør*, som hovedsageligt består af glas eller plast fyldt med vand, kviksølv, sprit eller olie. For at holde U-røret i passende dimensioner bruges tunge væsker til at måle høje tryk (f.eks. kviksølv) og lette væsker til lave tryk (f.eks. vand).

Trykket i en tank med gas, som vist i figur 1.6, måles med et U-rør med vand. Trykket er overalt i tanken det samme, da densiteten af gas er relativt lille. Trykket i punkt 1 og 2 er ens, da der tale om stillestående væske, $p_1 = p_2$. Væskesøjlen med højden, h , er i ligevægt, og kraftbalancen på væskesøjlen i røret er:

$$\begin{aligned} p_1A &= p_{atm}A + T \\ T &= mg = \rho Vg = \rho Ahg \\ p_1 &= p_{atm} + \rho gh \end{aligned} \quad [1.1]$$

Heri er:

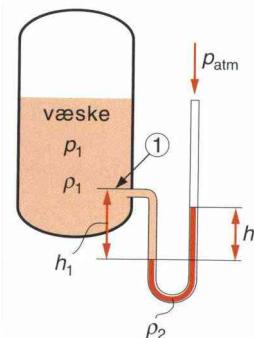
T vægten af væskesøjlen, N

ρ densiteten af væsken, kg/m³

A tværsnitsarealet af røret, m²

p_{atm} atmosfærettryk, Pa.

Regnes i overtryk, vil trykket være: $p_{10} = \rho gh$.



Figur 1.7
Trykmåling i tank med væske.

Af ovennævnte kommer udtrykket *meter væskesøjle*: $h = p / (\rho g)$ [m] (hvis der tale om vand: *meter vandsøjle*).

Er der i stedet væske i beholderen, som vist i figur 1.7, bør man i principippet medregne tyngden fra væskesøjlen over målevæsken, kraftbalancen bliver da:

$$\begin{aligned} p_1 A + \rho_1 h_1 Ag &= p_{\text{atm}} A + h \rho_2 Ag \\ p_1 &= p_{\text{atm}} + \rho_2 gh - \rho_1 gh_1 \\ p_1 &\approx p_{\text{atm}} + hg(\rho_2 - \rho_1) \end{aligned} \quad [1.2]$$

Heri er:

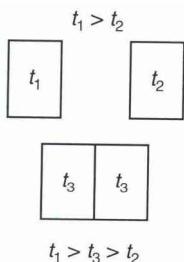
ρ_1 densiteten af væsken i tanken, kg/m^3

ρ_2 densiteten af væsken i U-røret, kg/m^3

Normalt vil man vælge målevæske så $\rho_2 \gg \rho_1$.

Bemærk: Trykket p_1 og den tilsvarende densitet måles i højde med udløbsstudsen. Trykket vil være afhængig af, hvor i højden den måles i beholderen. Det forudsættes ligeledes, at væsken er stillesående.

1.1.5 Temperatur



Figur 1.8

Det er svært at give en definition på basisenheden temperatur, t . Vi bruger ofte sproget til at karakterisere temperaturniveaueret, isnende koldt, koldt, varmt, osv. Ved måling af temperaturen anvender vi det fysiske fænomen, at stoffer udvider sig med temperaturen. I et termometer udnytter vi f.eks. kviksølvs udvidelse som et mål for temperaturen.

Bringes to stoffer med forskellig temperatur i kontakt med hinanden, så afkøles det varme, og det kolde opvarmes. Der sker en varmetransmission (se kapitel 9). Der indstilles en temperaturligevægt. Heraf følger:

To systemer med samme temperatur er i termisk ligevægt

Denne sætning er i noget litteratur kaldet for *varmelærrens 0. hovedsætning*.

Temperaturskalaer

For at give en fælles basis for temperaturmålinger er det nødvendigt med veldefinerede skalaer. Alle de eksisterende skalaer er baseret på nogle veldefinerede fixpunkter, f.eks. kogepunktet og frysepunktet for vand ved atmosfæretryk. SI-systemets temperaturskala er som

nævnt *kelvin* eller *celsiusskalaen*. Celsiusskalaen er opkaldt efter den svenske astronom A. Celsius, 1701-1744. Af andre systemer, som anvendes, er *fahrenheit-skalaen*, opkaldt efter den tyske instrumentmager G. Fahrenheit, 1686-1736.

I celsiusskalaen er frysepunktet af vand sat til $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ og kogepunktet ved 1 atm. til $100\text{ }^{\circ}\text{C}$.

De tilsvarende værdier i fahrenheit-skalaen er 32 og $212\text{ }^{\circ}\text{F}$. Der er altså tale om *to-punktsskalaer*.

I termodynamikken anvendes såkaldte *absolutte skalaer*. I SI-systemet er kelvinskalaen, opkaldt efter Lord Kelvin, 1824-1907, den absolutte skala. Symbolet for enheden er K og ikke $^{\circ}\text{K}$, og man siger altså 273 kelvin , og ikke 273 grader kelvin. Den laveste temperatur i skalaen er 0 K , som svarer til $-273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$. Denne temperatur kaldes også det absolute nulpunkt. Det er lykkedes fysikere ved laboratorieforsøg at opnå temperaturer tæt på nulpunktet.

Den absolute skala i det engelske system er *rankineskalaen*, opkaldt efter William Rankine, 1820-1872. Enheden kaldes R. 0 R svarer til $-459,67\text{ }^{\circ}\text{F}$.

$$T [\text{K}] = t [\text{ }^{\circ}\text{C}] + 273,15 \quad [1.3]$$

$$T [\text{R}] = t [\text{ }^{\circ}\text{F}] + 459,69$$

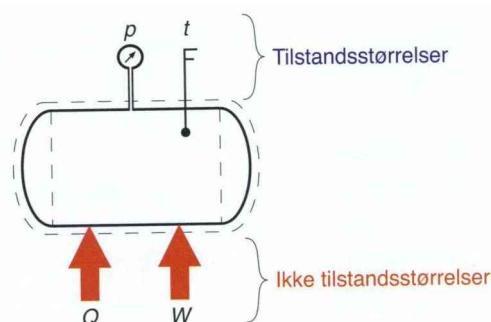
I praksis afrundes til 273 og 460. Sammenhængen mellem de to skalaer er:

$$T [\text{R}] = 1,8T [\text{K}] \quad [1.4]$$

$$t [\text{ }^{\circ}\text{F}] = 1,8t [\text{ }^{\circ}\text{C}] + 32$$

1.2 Termiske tilstandsstørrelser

Tilstandsstørrelser beskriver tilstande i et system. Temperatur og tryk er tilstandsstørrelser. Ligeså masse, indre energi og volumen.



Figur 1.9

Tilstandsstørrelser, som ved en tænkt deling af systemet beregnes som summen af størrelserne for delsystemerne, betegnes som *ekstensive*, f.eks. volumen, V , og massen, m . Tilstandsstørrelser, som er uafhængige af systemets størrelse, betegnes som *intensive*, f.eks. temperaturen, t , og trykket, p .

Tilstandsstørrelser, som sættes i relation til systemets masse, betegnes *specifikke* tilstandsstørrelser, f.eks. specifik energi, e , og specifikt volumen, v . Begreberne *varme* og *arbejde* (defineres senere) er eksempler på størrelser, som *ikke* er tilstandsstørrelser. Disse begreber/størrelser er forbundet med den proces, der forløber mellem to tilstande og benævnes derfor *processtørrelser*.

1.3 Varmeudvidelse

Legemer som befinner sig ved konstant tryk, udvider sig med temperaturen. Undtagelser fra denne regel er sjeldne, men eksempelvis vand trækker sig sammen i området 0-4 °C.

Længdeudvidelsen, ΔL , af et legeme er afhængig af længden L_0 ved en vedtaget temperatur, ofte 0 °C, og en stofværdi, β , kaldet *længdeudvidelseskoefficienten*:

$$\Delta L = L_2 - L_1 = \beta_m |_{t_1}^{t_2} L_0 (t_2 - t_1) \quad [1.5]$$

β giver længdeændringen af en stav i forhold til L_0 ved en opvarmning på 1 K. β er temperaturafhængig, og der bør anvendes en middelværdi, β_m , mellem t_1 og den aktuelle højeste temperatur t_2 . Man kan finde værdier for β for forskellige materialer i tabeller, se f.eks. tabel 10.11.

Ofte er længden L_1 ved en temperatur t_1 kendt, og man ønsker at beregne længden ved en højere temperatur, t_2 . Længdeændringen kan beregnes som følger:

$$\begin{aligned} L_1 - L_0 &= \beta_m |_0^{t_1} L_0 (t_1 - 0) \\ L_1 &= L_0 \left(1 + \beta_m |_0^{t_1} t_1 \right) \end{aligned} \quad [1.6]$$

$$\Delta L = \beta_m |_{t_1}^{t_2} L_1 (t_2 - t_1) \frac{1}{1 + \beta_m |_0^{t_1} t_1}$$

eller med god tilnærmelse:

$$\Delta L \approx \beta_m |_{t_1}^{t_2} L_1 (t_2 - t_1)$$

Ved væsker og gasser anvendes i stedet for længdeudvidelsen den såkaldte *volumenudvældelse*, ΔV . Der gælder stort set samme forhold som ved længdeudvidelsen, blot indgår i stedet for β *volumenudvældelseskoefficienten*, β_V .

Man får som ved længdeudvidelse en ligning:

$$\Delta V \approx \beta_V \Big|_{t_1}^{t_2} V_1(t_2 - t_1) \quad [1.7]$$

Forholdet mellem længdeudvidelse og rumudvidelse er nogenlunde konstant, og der gælder tilnærmet at $\beta_V \approx 3 \beta_m$.

Ved gasser er udvældelseskoefficienten, β_V , væsentlig større end ved faste stoffer og væsker. Værdier for β_V kan findes i tabel 10.9 for forskellige væsker, og for gasser (ideale) gælder:

$$\beta_V = \frac{1}{T} [\text{K}^{-1}] \quad [1.8]$$

1.4 Specifik varmekapacitet

Med et stofs *specifikke varmekapacitet*, c , forstås:

Den varmemængde der går til at opvarme 1 kg af stoffet 1 K

Det ses, at enheden for specifik varmekapacitet bliver J/(kg · K).

Den specifikke varmekapacitet for et stof er ikke konstant, men stiger sædvanligvis med temperaturen. En undtagelse er vand, hvor c ved lave temperaturer aftager og ved højere temperaturer stiger, se figur 1.10.

Ser vi på en lille ændring af temperaturen, dt , kan c regnes konstant.

Den lille varmemængde, der kræves til at hæve temperaturen, vil være:

$$\delta Q = mc dt$$

hvor m er massen af stoffet i kg.

Denne ligning gælder, så længe stoffet ikke skifter fase. Ses på en endelig temperaturstigning, fra t_1 til t_2 , må da integreres:

$$Q_{12} = \int_{t_1}^{t_2} mc dt = m \int_{t_1}^{t_2} c dt = mc_m \Big|_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1) \quad [1.9]$$

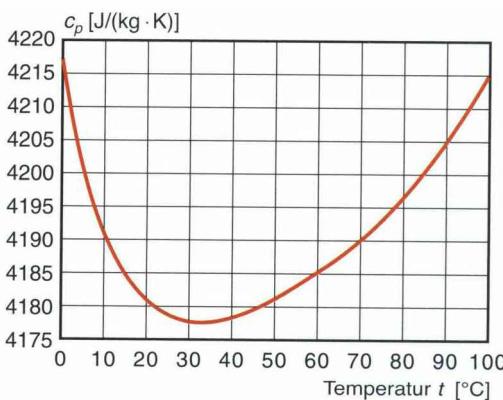
heri er c_m middelværdien for den specifikke varmekapacitet. Denne kan findes i tabeller. I kapitel 10 findes tabeller for nogle af de mest anvendte flydende og faste stoffer.

Når det drejer sig om gasser, skelnes mellem to forskellige specifikke varmekapaciteter, c_p som gælder ved konstant tryk, og c_V som gælder ved konstant volumen. Der kræves nemlig en større varmemængde til at opvarme en gas ved konstant tryk end ved konstant volumen. Dette er nærmere beskrevet i kapitel 2.

1.4.1 Middelværdi af specifik varmekapacitet

Den specifikke varmekapacitet er med undtagelse af ideale gasser temperaturafhængig. Variationen kan ikke beskrives ved enkle matematiske udtryk. Man anvender derfor middelværdier, som det fremgår af ligning [1.9].

Kendes forløbet af den specifikke varmekapacitet, som den for eksempel er vist for vand i figur 1.10, kan middelværdien beregnes for det relevante temperaturområde.



Figur 1.10
Specifik varmekapacitet
for vand som funktion af
temperaturen ved 1 bar.

Middelværdien beregnes da af:

$$c_m|_{t_1}^{t_2} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} c \, dt}{t_2 - t_1}$$

I tabeller er den specifikke varmekapacitet opgivet mellem 0 °C og t . Ud fra disse kan middelværdien mellem vilkårlige temperaturer beregnes af:

$$c_m|_{t_1}^{t_2} = \frac{c_m|_{0^\circ\text{C}}^{t_2} t_2 - c_m|_{0^\circ\text{C}}^{t_1} t_1}{t_2 - t_1} \quad [1.10]$$

For vand fås middelværdier af c fra ca. 4,178 til 4,217 kJ/(kg · K) i det normale temperaturområde. Ved undersøgelse af figur 1.10, kan man finde frem til, at en fornuftig værdi dækende for hele området

fra 0-100 °C for $c_m = 4,19 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$. Man vil ved brug af denne maksimalt få en fejl på 0,9 %.

- Produktet af den specifikke varmekapacitet c_m og massen m , kaldes stoffets *varmekapacitet*, C .

$$C = c_m m \quad [1.11]$$

Eksempel 1.2

Beregning af specifik varmekapacitet

Den specifikke varmekapacitet skal bestemmes for ilt, O₂, der opvarmes ved konstant tryk fra 400 °C til 1200 °C.

I tabel 10.7 findes middelværdier mellem 0 og 400 °C og mellem 0 og 1200 °C:

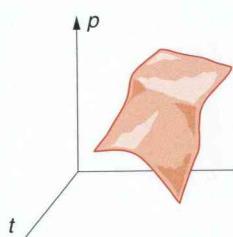
$$c = 0,9646 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) ; c = 1,0508 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Heraf findes middelværdien mellem 400 og 1200 °C:

$$c = 1,0939 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

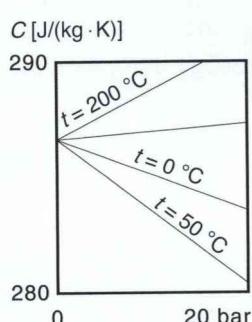
Bemærk, at værdien bliver højere end den højeste middelværdi!

1.5 Termisk tilstandsfigur



Figur 1.11

Atmosfærisk luft



Figur 1.12

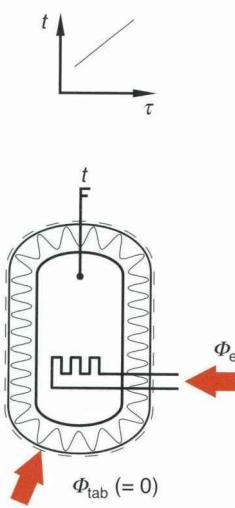
Et system siges at være i *termisk ligevægt*, hvis tilstandstørrelserne ikke ændrer sig, når systemet er isoleret.

Et homogent system har i enhver ligevægtstilstand bestemte værdier af tilstandsstørrelserne p , v og T . Kendes to af de tre størrelser, kan den tredje bestemmes entydigt.

Alle ligevægtstilstande i en fase kan geometrisk fremstilles som en flade i et p, v, T -diagram. Ethvert stof har sin særegne flade, hvis form beskrives af en dertil hørende tilstandsfigur, som må fastlægges eksperimentelt.

For gasser har man erfaret, at størrelsen pv/T går mod en konstant værdi, R_i , for trykket gående mod nul. Ofte kan man med god tilnærmelse benytte sammenhængen $pv/T = R_i$ også for anseelige tryk. Man betegner i så fald gassen som en *ideal gas*. Se nærmere i kapitel 2.

1.6 Termodynamisk proces



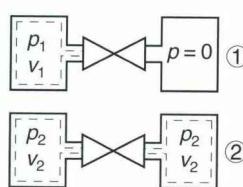
Figur 1.13

Hvis et termodynamisk system udsættes for en proces, betyder det, at der sker ændringer i en eller flere af systemets tilstandsstørrelser. Har man eksempelvis et system i form af en velisoleret (adiabatisk) varmtvandsbeholder, som tilføres varme via en el-varmestav, men hverken tilføres eller bortføres vand, vil temperaturen i beholderen stige. Processen betegnes *opvarmning* og tilstandsændringen observeres i form af en ændring af temperaturen.

Enhver proces medfører en tilstandsændring i systemet. Tilstandsændringen kan forløbe ad flere veje. Figuren 1.14 viser en indespærret gas i den venstre beholder, mens der er vacuum i den højre. Tryk og specifikt volumen er hhv. p_1 og v_1 . Ventilen åbnes nu, og efter nogen tid udlignes trykkene, og der opstår en ny ligevægtstilstand givet ved p_2 og v_2 . I begyndelses- og sluttilstanden er der termisk ligevægt, men ikke undervejs i processen. Man taler her om en *ikke-statisk tilstandsændring*.

I modsætning hertil har man en tilstandsændring, som består af en følge af ligevægtstilstande. Man taler om en *kvasistatisk tilstandsændring*. En sådan proces er kun mulig i teorien, da man nødvendigvis må påvirke ligevægtstilstandene og derved bringe dem ud af ligevægt, for at frembringe nogen ændring.

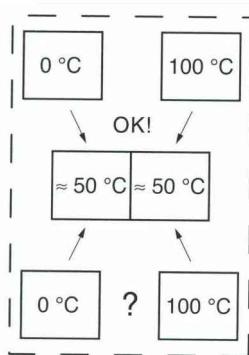
For den kvasistatiske tilstandsændring er det muligt at afbilde procesændringen som en *proceslinje* i et p,v -diagram. Dette er meget nyttigt, da man så kan beregne mange kvantitative størrelser undervejs i processen.



Figur 1.14

1.7 Reversible og irreversible processer

Den franske ingeniør N.L.S. Carnot definerede en reversibel proces som følgende:



Figur 1.15

En proces siges at være reversibel, hvis systemet hvori den foregår, kan bringes tilbage til begyndelsestilstanden, uden at det resulterer i varige ændringer i omgivelserne.

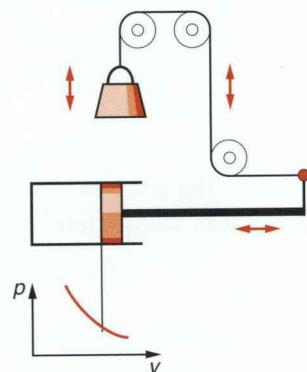
I modsat fald siges processen at være irreversibel. To eksempler på irreversible processer:

- Det er muligt at bringe systemet med gasudligning mellem de to beholdere i figur 1.14 tilbage til udgangspunktet, men ikke uden indgraben fra omgivelserne og uden en samtidig og varig ændring af tilstanden i omgivelserne. Processen er dermed irreversibel.

- Et system består af to metalklodsar med forskellig temperatur. Bringes klodserne i termisk kontakt med hinanden, vil temperaturerne udlignes til én, fælles gennemsnitstemperatur. Systemet kan bringes tilbage til udgangspunktet, men dette vil kræve indgriben udefra og resulterer i en varig ændring af omgivelserne.

Som vi senere skal se, er den ændring i omgivelserne, der er tale om, en 'varig forringelse' af energikvaliteten. Der sker ikke noget energitab i omgivelserne, men energiens anvendelighed forringes.

Det er straks vanskeligere at give eksempler på reversible processer, da de kun findes i den teoretiske verden. *Næsten-reversible* processer derimod findes i utallige varianter. Vi ser på følgende eksempel:



Figur 1.16

Betrægt opstillingen med en gas indsluttet i en cylinder. Stemplet er forbundet med et lod (masse), som ved ekspansion af gassen hæves i tyngdefeltet. Under hvilke betingelser kan ekspansionsprocessen siges at være reversibel? Kravet er, at systemet skal kunne bringes tilbage til udgangspunktet uden varige ændringer i omgivelserne. Hvis dette skal være opfyldt, må det arbejde, som gassen yder på loddet under ekspansionsprocessen, være lig med det arbejde, som loddet yder på gassen på tilbagevejen, dvs. under kompressionen. Det betyder igen, at den kraft, hvormed gassen hæver loddet i enhver position, skal være lig den kraft, hvormed loddet igen komprimerer gassen. Der må altså under alle stadier af processen være ligevægt mellem de to kræfter. Dette får os til at indse følgende:

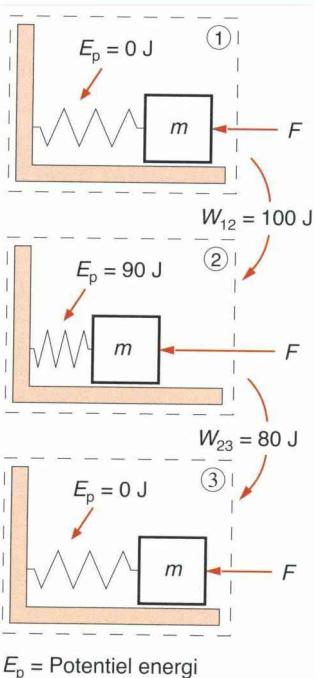
En reversibel proces består af en følge af ligevægtstilstande.

Foruden kravet om ligevægt i alle mellemstadier er den reversible proces betinget af, at der ikke må forekomme friktion. Som ved

ovennævnte eksempel må der altså ikke være friktion mellem stempel og cylindervæg, ej heller i de mekaniske dele. Hvis der var friktion til stede, skulle gassen f.eks. under ekspansionen yde et større arbejde på loddet, end dette optog i form af potentiel energi.

Eksempel 1.3

Mekanisk energi og friktion



E_p = Potentiel energi

Et system består af en fast væg, et underlag, en fjeder og en masse. Massen hviler på det næsten glatte underlag og er forbundet til væggen via en *forspændt* fjeder. Friktionen mellem masse og underlag resulterer under bevægelse i en modstandskraft, som altid peger imod bevægelsesretningen.

Massen påvirkes i langsomt tempo af en ydre kraft, som skubber massen og derved komprimerer fjederen. Den ved processen tilførte mekaniske energi er på 100 J, og den medgår til to formål: En del oplagres i fjederen i form af potentiel energi – f.eks. 90 J. Den resterende del – 10 J – omdannes ved friktionen til varme, som lagres i masse og underlag i form af en vis temperaturstigning. Reverseres processen, dvs. den i fjederen og massen oplagrede potentielle energi tappes ud af systemet, ses, at det kun er muligt at genvinde maksimalt 90 J, men da der også er friktion på tilbagevejen på netop 10 J, fås kun 80 J overført til omgivelserne. Mankoen på 20 J er ikke gået tabt, da den jo fortsat findes i systemet i form af termisk energi. Bringes systemet ved afkøling tilbage til udgangs-

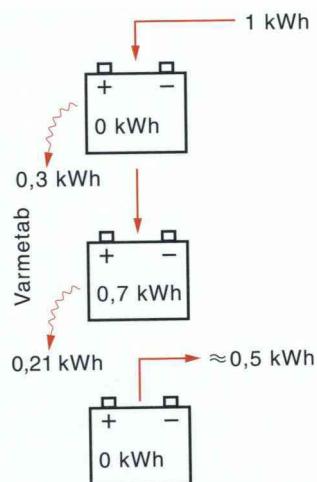
tilstanden, må der overføres 20 J til omgivelserne i form af varme.
Vi ser altså:

- a) Under 1. proces tilføres systemet fra omgivelserne 100 J i form af mekanisk arbejde.
- b) Under 2. proces tilbageføres 100 J til omgivelserne, men kun de 80 J som mekanisk arbejde, resten som varme.

Systemet har altså ikke ændret tilstand. Men der er sket en energi-kvalitetsforringelse i omgivelserne, idet mekanisk energi (potentiel, kinetisk) er *mere værd* end varme. Med 'mere værd' hentydes til den kendsgerning, at mekanisk energi altid kan omsættes til termisk energi, mens det modsatte ikke er tilfældet. Således udtømmes systemet for potentiel energi, hvis processen fortsætter.

Eksempel 1.4

Energiakkumulator



Det i eksempel 1.3 omtalte system kan opfattes som en *energiakkumulator*. Fra den virkelige verden kendes tilsvarende eksempler f.eks.:

- En urfjeder, som spændes – og afspændes
- En legetøjsbil med optrækkelig fjedermotor
- Busser med trykluftlagring af bremseenergien

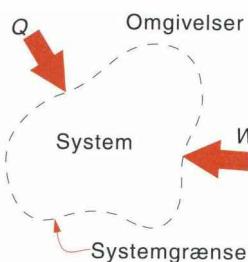
El-biler indeholder også en energiakkumulator. Med den nuværende akkumulator-teknologi går der ca. 30 % af den tilførte elektriske energi tabt som varme under opladningen og 30 % igen under afladningen. Den totale virkningsgrad bliver dermed kun ca. 50 % ($0,49 = 0,7 \cdot 0,7$). For de mekaniske systemer kan der opnås højere virkningsgrader.

1.8 Teknisk termodynamik

Som vi har erfaret fra det foregående afsnit, er den reversible proces ikke mulig i praksis (hvilket er en af måderne at udtrykke varmelærens 2. hovedsætning på, se senere). Den gør det imidlertid muligt at opstille idealiserede processer, der som følge af ligevægtsforholdene er mulige at regne på. Dette er en af hovedopgaverne for det, man kan kalde *teknisk termodynamik*.

1.9 Energibalancen for et lukket system

1.9.1 Termodynamisk system



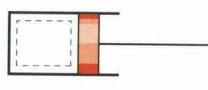
Figur 1.17

Varmelærens 1. hovedsætning handler om begreber som energi, energibalance, varme og arbejde. For at disse størrelser skal have mening, er det nødvendigt at definere, hvad der menes med et *termodynamisk system*. Et termodynamisk system defineres som en afgrænset mængde af stof adskilt fra *omgivelserne* ved en *systemgrænse*. Mellem systemet og omgivelserne kan der foregå en vekselvirkning, idet grænsen kan overskrides af strømme af masse, arbejde eller varme.

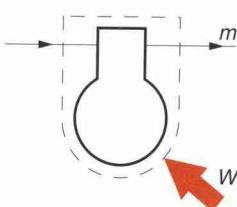
Et system, hvortil eller -fra der ikke strømmer masse, betegnes som et *lukket system*. For et lukket system kan systemgrænsen ændre form, men systemets masse er konstant, og man taler derfor også om en *kontrolmasse*. I modsætning hertil defineres et *åbent system*, hvortil eller -fra der flyder en eller flere massestrømme. Et åbent system har en fast, i rummet beliggende systemgrænse, og man betegner undertiden systemet som et *kontrolvolumen*.

Et system, som er termisk isoleret fra omgivelserne, dvs. at $q = 0$, betegnes som et *adiabatisk system*. Et system som i enhver henseende er uden vekselvirkning med omgivelserne betegnes som et *isoleret system*.

Et system, hvori de kemiske og fysiske egenskaber overalt er ens, betegnes et *homogent system*. Et homogent system indeholder derfor kun én fase (fast, flydende eller gasformig). Alternativt hertil findes det *heterogene system*.



Figur 1.18



Åbent system
Figur 1.19

1.9.2 Arbejde

I fysikken er *mekanisk arbejde* defineret som *kraft gange vej*, dvs.

- Definition: $\text{Arbejde} = \text{kraft} \cdot \text{vej}$
- Symbolsk: $W = Fs$
- Enheder: $J = N \cdot m$

Eksempel 1.5

Mekanisk arbejde



En person trækker en slæde over en strækning på 1 km. Trækket (den vandrette komposant) i snoren er 100 N. Arbejdet forbundet hermed er $W = 100 \text{ N} \cdot 1000 \text{ m} = 100\,000 \text{ J} = 100 \text{ kJ}$.

1.9.3 Volumenændringsarbejde

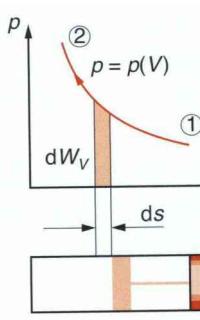
Lad os se på, hvordan definitionen af arbejde som 'kraft gange vej' udtrykkes i forbindelse med et termodynamisk system.

Teorien relateres til virkeligheden ved at se på et cylinder-stempelarrangement. Systemet defineres som den gas, der er indespærret i cylinderen (med *gas menes i det følgende det samme som en vilkårlig luftart*).

Trykket i cylinderen er p_1 og voluminet V_1 . Uden for systemet er trykket nul, dvs. absolut vakuum. Stemplet glider i cylinderen uden friktion, og når stemplet er i hvile, må kraften derfor være $F_1 = Ap_1$, hvor A er arealet af stemplet. Udsættes systemet nu for en kompressionsproces, dvs. når stemplet trykkes ind i cylinderen, vil gastrykket stige, som det fremgår af p,V -diagrammet. Vi ønsker at bestemme, hvor meget arbejde der skal udføres for at komprimere gassen fra V_1 til V_2 .

Undervejs stiger trykket efter en kendt sammenhæng givet ved funktionen $p = f(T, v)$. Vi forudsætter, at processen er reversibel, dvs. den forløber uden friktion og som en række af kvasistatiske ligevægtstilstande.

For at beregne arbejdet ser vi på en lille ændring af stempelvejen, ds . Den tilsvarende volumenændring er $dV = A ds$. Ændringen er så lille, at kraften kan regnes som konstant, dvs. $F = pA$. Af definitionen



Figur 1.20

på arbejde ses, at det nødvendige arbejde for at gennemføre den lille ændring er:

$$\delta W = -F ds = -pA ds$$

Størrelsen δW er i matematikkens sprog ikke et eksakt differentiale. Pr. definition er integralet af et eksakt differentiale alene en funktion af integrationsgrænserne, og uafhængigt af integrationsvejen, hvilket ikke gælder for δW . δW skal derfor opfattes som »en lille mængde af arbejde« og altså ikke en lille ændring af W , da W ikke er en tilstandsstørrelse.

Minustegnet er medtaget, fordi vi ønsker at regne med fortegn og definere arbejdet som en positiv størrelse, når der *tilføres* arbejde til systemet. Ved en kompression er ds mindre end nul ($ds < 0$), og vi er derfor nødt til at sætte minustegnet foran. Vi indfører altså følgende vigtige konvention:

Arbejdet regnes positivt, når der tilføres energi til systemet.

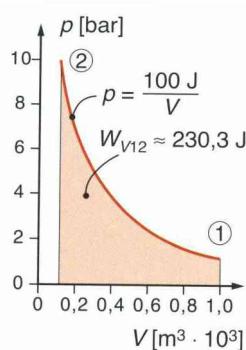
Bemærk, at i en stor del af den engelsksprogede litteratur defineres fortegnet af arbejdet som negativt, når systemet tilføres energi *fra omgivelserne*, altså *det modsatte fortegn i forhold til vores konvention!*

Indføres nu $A ds = dV$, fås ved integration det samlede *volumenændringsarbejde*, W_{V12} , ved kompressionsprocessen:

$$W_{V12} = - \int_1^2 p dV \quad [1.12]$$

Eksempel 1.6

Beregning af volumenændringsarbejde ved kompression af en gas



Om et givet stempel-/cylinderarrangement har man følgende oplysninger: $p_1 = 1$ bar, $V_1 = 0,001$ m³. Desuden ved man (har det vist sig ved nogle forsøg med den aktuelle opstilling), at sammenhængen mellem tryk og volumen er givet ved funktionen $p(V) = k/V$, hvor k er en konstant. Hvad bliver det nødvendige volumenændringsarbejde, hvis gassen ønskes komprimeret til $V_2 = 0,1V_1$?

Først findes konstanten k ved indsætning af værdierne af p_1 og V_1 til $k = p_1 V_1 = 1$ bar · 0,001 m³ = 10⁵ N/m² · 0,001 m³ = 100 N · m = 100 J. Dernæst indsættes i [1.12], idet man udnytter at $\int 1/x = \ln x$:

$$\begin{aligned} W_{V12} &= -k[\ln V_2 - \ln V_1] = -k \ln \frac{V_2}{V_1} = k \ln \frac{V_1}{V_2} \\ &= 100 \cdot \ln \frac{0,001}{0,0001} = 230,3 \text{ J} \end{aligned}$$

Læg mærke til ved eksempel 1.6, at $W_{V12} > 0$. Det betyder altså, at systemet tilføres arbejde, hvilket stemmer godt med erfaringen: *det koster noget at komprimere en gas*. Man bemærker desuden, at arbejde har enheden J, dvs. en energienhed. Men man kan ikke heraf sætte lighedstegn mellem begreberne arbejde og energi. Arbejde kan derimod opfattes som værende *energi i bevægelse*, underforstået energi som strømmer hen over en systemgrænse.

1.9.4 Friktion

Ved et system med et stempel i en cylinder kan man – uanset hvor godt man smører cylindervæggen – ikke helt undgå *friktion*, dvs. en vis gnidningsmodstand. Hvis man derfor foretager en måling, vil man observere, at det nødvendige arbejde for at komprimere en gas er lidt større end det reversible volumenændringsarbejde W_{V12} .

Defineres systemet som den i cylinderen værende gas, skal cylinderfriktionen ikke medregnes. Men i praksis vil det være vanskeligt at skelne mellem gassen i cylinderen og omgivelserne i form af cylindervæg og stempel. Og selv om man kun medregner gassen til systemet, vil der forekomme friktion, blandt andet i form af hvirveldannelser i gassen under stempelbevægelsen. Disse hvirvler vil dø ud som følge af gassens viskositet og omdannes til varme.

Betegnes friktionsarbejdet $W_{\text{diss}12}$ ses, at det *totale arbejde* W_{g12} bliver (indeks g kommer af tysk: *gesamt*):

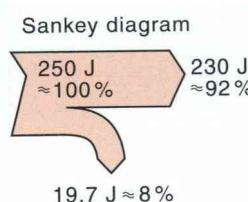
$$W_{g12} = W_{V12} + W_{\text{diss}12} \quad [1.13]$$

Bemærk følgende:

- Friktionsarbejdet for en vilkårlig proces W_{diss} er altid større end nul positivt fortænget). Mens såvel W_{g12} som W_{V12} kan være både større og mindre end nul.
- Indeks 'diss' står for *dissipation*, hvilket betyder spredning på latin. Der menes hermed, at friktionsarbejdet ikke går tabt som energi, men 'spredes for vindene', dvs. reduceres fra en energiform af høj kvalitet til en energiform af lavere kvalitet, nemlig varme.

Eksempel 1.7

Sankey-diagram

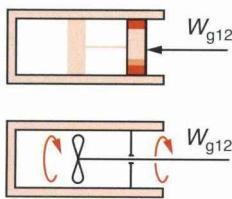


Det viser sig ved nøjagtig måling af stempelarbejdet ved det i eksempel 1.6 omtalte forsøg, at dette er $W_{g12} = 250,0$ J. Heraf beregnes friktionsarbejdet til:

$$W_{\text{diss}12} = W_{g12} - W_{V12} = 250,0 - 230,3 = 19,7 \text{ J}$$

dvs. ca. 8 % af W_{g12} .

1.9.5 Første hovedsætning, indre energi



Figur 1.22

Lad os igen se på et lukket system bestående af et stempel-/cylinderarrangement.

Systemet er termisk isoleret fra omgivelserne, dvs. adiabatisk. Vi gennemfører nu to teoretiske processer med udgangspunkt i tilstand 1. I det ene forsøg tilføres et arbejde på $W_{g12} = W_{V12} + 0$, dvs. uden friktion. I det andet forsøg tilføres et arbejde på $W_{g12} = 0 + W_{diss12}$, dvs. uden bevægelse af stemplet. W_{diss12} tilføres vha. et 'piskeris'. Forsøgene gennemføres med samme talmæssige størrelse af de to tilførte arbejder, dvs.: $W_{g12} = W_{V12} = W_{diss12}$.

Ud fra en erkendelse af at den tilførte energi ikke kan forsvinde, må energisaldoen i systemet stige lige meget under de to forsøg, hvilket leder til følgende balance:

$$W_{g12} = U_2 - U_1 \quad \text{adiabatisk system} \quad [1.14]$$

hvor U er saldoen, dvs. den i systemet værende energi. Denne saldo betegnes systemets *indre energi*. Ligning [1.14] definerer netop begrebet indre energi.

Ligning [1.14] er en af måderne at udtrykke *Varmelærens 1. hovedsætning* på. Den bygger som sagt på en erkendelse af, at energi ikke kan forsvinde eller opstå af intet. En erkendelse, som ikke kan bevises – men som heller aldrig er blevet modbevist!

Indre energi, U , er altså en regnestsørrelse til at holde styr på *energisaldoen* i et system. Tilføres arbejde til systemet, stiger saldoen. Yder systemet et arbejde til omgivelserne, aftager saldoen tilsvarende.

Indre energi er en tilstandsstsørrelse, idet den på entydig måde beskriver energiindholdet i systemet.

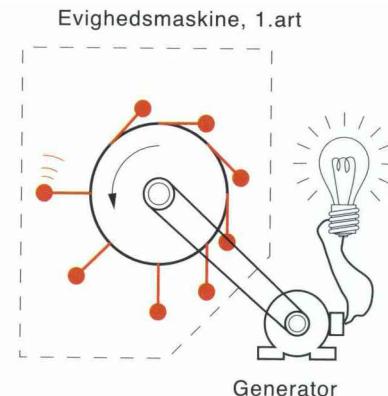
Der indleveres hvert år en del patentansøgninger på *evighedsmaskiner* til det danske patentdirektorat. For langt de fleste ansøgninger kan man straks se, at de overskrider varmelærens 1. hovedsætning,

Energiregnskab

side 17

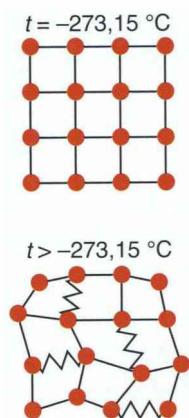
Tilstand/ændring	W_s	U
1/ Overført		23
2/ Indsat	+8	31
3/ Hævet	-20	11
4/ Hævet	-15	-4
5/ Indsat	+6	+2
Saldo		

Figur 1.23



dvs. der strømmer mere energi ud af maskinen (systemet), end der tilføres. Den slags maskiner kaldes *evighedsmaskiner af 1. art*. Vi skal senere se på varmelærens 2. hovedsætning og evighedsmaskiner af 2. art, som er noget sværere at gennemskue. Under alle omstændigheder kan man ikke bevise, at en evighedsmaskine er en umulighed. Kun henviser til erfaringen, der – hidtil – ikke har givet anledning til nogen særlig optimisme!

1.9.6 Varme



Figur 1.24

Hvis systemet er lukket, men ikke er adiabatisk, som det ellers er forudsat i de tidligere afsnit, kan der strømme energi fra eller til systemet i form af *varme*. Varmestrømmen er afhængig af forskellen mellem temperaturen i og uden for systemet. Varme er altså lige som arbejde en energiform, og den har også lige som arbejde kun relevans, hvis man har et defineret system. Varme og arbejde er *energi i transport* over en systemgrænse. Formelt defineres varme som:

$$Q_{12} = U_2 - U_1 - W_{g12} \quad \text{defition af varme} \quad [1.15]$$

Fortegnet for varme defineres som positiv, når der tilføres energi til systemet. Her er der enighed med den engelsksprogede litteratur.

På mikroskopisk niveau kan varme forklares som den energi, der er indeholdt i et stof som følge af molekyldannelsesbevægelse eller 'sitren'. Jo højere temperatur, desto større bevægelse. Ved det absolute nulpunkt på temperaturskalaen, dvs. $-273,15^{\circ}\text{C}$, er der ingen mikro-bevægelser af molekylerne i stoffet. Bringes to metalklodsar med forskellige temperaturer i kontakt med hinanden, vil temperaturerne efterhånden udlignes, hvilket forklares ved, at en del af *mikro-bevægelsesenergien* i den ene klods overføres til den anden, dvs. der strømmer varme fra systemet med den høje temperatur til systemet med den lave temperatur.

1.9.7 Første hovedsætning for lukkede systemer

I bogens introduktionskapitel sluttes med at konstatere, at det er vigtigt at få styr på, i hvilken form energien optræder og finde principper til bestemmelse af disse. Indtil videre har vi set på de forskellige former for energi, såsom varme, Q , arbejde, W , og total energi, E , og de afledte energistrømme, varmestrøm, Φ (Phi), effekt, P , samt energistrøm, \dot{E} .

Vi vil nu prøve at se på deres indbyrdes relation ved en termodynamisk proces.

Termodynamikkens 1. hovedsætning, også kendt som *princippet om energibevarelse*, giver en god baggrund for at undersøge sammenhængen mellem de forskellige energiformer og deres interaktion.

På basis af observation af eksperimenter kan 1. hovedsætning formuleres som:

Energi kan hverken skabes (opstå af intet) eller forsvinde, den kan kun ændre form.

Derfor skal ethvert lille bidrag af energi tages med i regnskabet ved en proces.

Vi ved, at et klippestykke placeret på et bjerg har en vis potentiel energi ($mg\Delta z$), og at en del af denne energi omsættes til kinetisk energi, når klippestykket falder ned. Eksperimentelle data viser, at faldet i potentiel energi præcist svarer til stigningen i kinetisk energi $\frac{1}{2}m(c_2^2 - c_1^2)$, hvis man ser bort fra luftmodstanden. Dette begrundes ved 1. hovedsætning om energibevarelsen.

Vi betragter et system, som gennemgår en række af *adiabatiske* processer fra en specifik tilstand 1 til en anden tilstand 2. Idet processerne er adiabatiske, kan de ikke optage nogen form for varme, men de kan involvere udveksling af arbejde. Omhyggeligt udførte eksperimenter på disse processer, viser følgende:

For alle adiabatiske processer mellem to specifikke tilstande i et lukket system, vil det nettoarbejde, der udføres, være det samme uafhængigt af systemets udformning og processens art.

... eller med andre ord, for et adiabatisk lukket system kan energien kun ændres ved at tilføre/afgive arbejde.

Da der er et uendeligt antal måder at udveksle arbejde på et adiabatisk system, er ovenstående sætning meget stærk, med vidtrækende konsekvenser. Denne sætning, som hovedsageligt er baseret på forsøg udført af *Joule* i første halvdel af det nittende århundrede, kan ikke udledes fra nogen kendt fysisk lovmaessighed og betragtes som et fundamentalt princip, som kaldes *termodynamikkens 1. hovedsætning*.

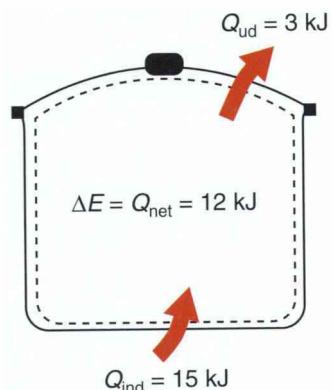
En vigtig konsekvens af 1. hovedsætning er eksistensen og definitionen af tilstandsstorrelsen *total energi*, E [J]. Hvis vi betragter netto udført arbejde som værende det samme for alle adiabatiske processer udført på et lukket system mellem to specifikke tilstande,

må arbejdet kun afhænge af sluttilstandene for systemet, og derfor må det hænge sammen med en tilstandsstørrelse for systemet. Denne tilstandsstørrelse kalder vi *total energi*. Det er vigtigt her at bemærke, at værdien af *total energi* er en relativ størrelse, der er kun tale om ændringen af den totale energi. Man kan vælge en passende reference.

Implicit udtrykker 1. hovedsætning energibevarelse.

Vi vil efterfølgende udvikle 1. hovedsætninger for *lukkede systemer* ved hjælp af nogle velkendte eksempler.

A: Varmeoverførsel uden udførelse af arbejde



Figur 1.25
Tilførsel af varme til
en gryde.

Først ser vi på nogle tilfælde, der involverer varmeoverførsel, men ikke arbejde.

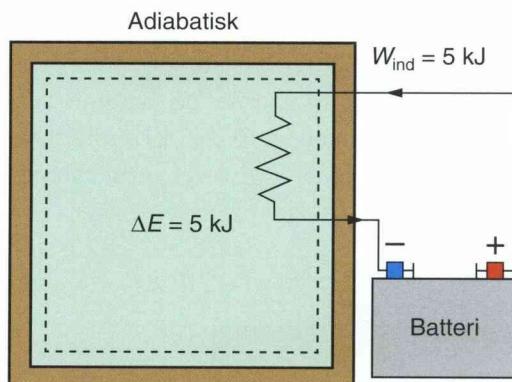
Figur 1.25 viser tilførsel af varme til en gryde. Hvis der tilføres en varmemængde 15 kJ fra varmepladen til vandet, og der er et varmetab til omgivelserne på 3 kJ, vil stigningen af energi i gryden være lig forskellen, altså 12 kJ.

På figuren ses, at kontrolfladen er lagt indvendigt på grydens overflade, dvs. den varme, der skal til for at varme gryden op, ikke er med i regnskabet.

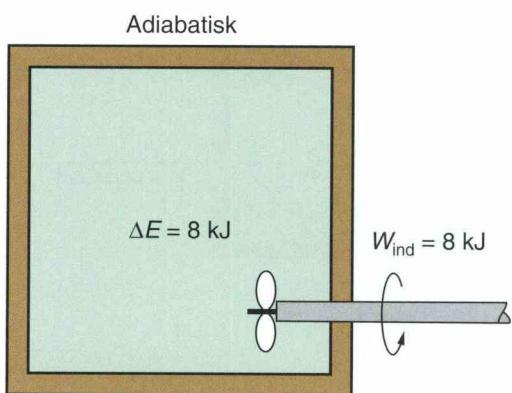
B: Energitilførsel uden varmeoverførsel

I figur 1.26 ses et velisolert system (dvs. adiabatisk), et rum opvarmet af et elektrisk varmelegeme. Systemets energi vil stige som resultat af elektrisk arbejde. Da der ikke overføres varme fra/til omgivelserne, stiger systemets energi med præcis det elektriske arbejde, der tilføres.

I figur 1.27 erstattes det elektriske varmelegeme med en propel. Som et resultat af omrøringen stiger systemets energi. Som før, da der



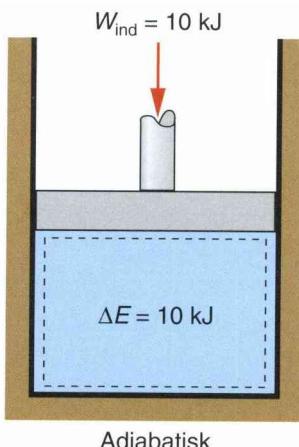
Figur 1.26
Velisolert system opvarmet av varmelegeme.



Figur 1.27
Velisolert system opvarmet af en propel.

ikke er varmeudveksling med omgivelserne ($Q = 0$), vil hele det arbejde, der overføres, medvirke til forøgelse af systemets energi, ΔE .

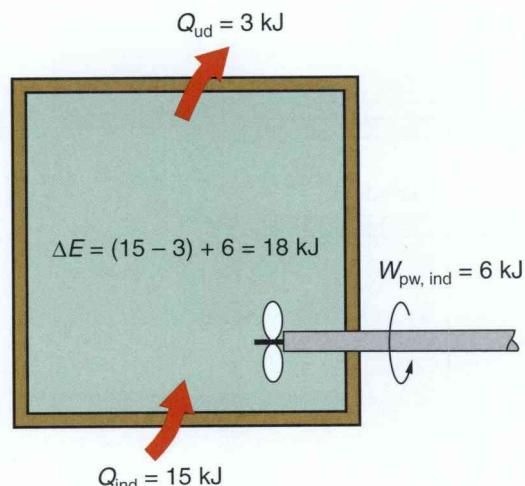
Som de fleste nok har erfaret, så stiger temperaturen af en gas, når den komprimeres, se figur 1.28. Dette sker, fordi der tilføres arbejde over systemgrænsen. Da der her ikke overføres varme på det adiabatiske system ($Q = 0$), vil hele arbejdet (W_{ind}) gå til at øge systemets energi, ΔE . Dette registreres som en temperaturløftning.



Figur 1.28
Kompression af en gas.

C: Energitilførsel ved varmeoverførsel og arbejde

Vi kan tilføje andre eksempler, hvor der tilføres og afgives forskellige bidrag af varme og arbejde samtidigt. På figur 1.29 tilføres en varmemængde på 15 kJ samtidigt med, at der tilføres et arbejde på 6 kJ, og der afgives et varmetab på 3 kJ. Systemets energi øges med 18 kJ.



Figur 1.29
Samtidig tilførsel af varme og arbejde.

Energibalance

Ud fra ovenstående betragtninger kan princippet om energibevarelse udtrykkes som følger:

Nettoændringen (stigning eller fald) i total energi for et system i løbet af en proces er lig med forskellen mellem den totale energi, som tilføres systemet og den totale energi, der afgives fra systemet i løbet af processen.

Eller udtrykt som ligning: $E_{ind} - E_{ud} = \Delta E_{system}$

Denne ligning kaldes *energibalancen* for et system og kan anvendes på et hvilket som helst system, som gennemgår en hvilken som helst proces.

Dette er også behandlet i introduktionskapitlet.

Systemets energiændring, ΔE_{system}

Bestemmelsen af systemets ændring i energi involverer beregningen af energien i starten og slutningen af en proces. Energi er en tilstandsstørrelse, og værdien af en tilstandsstørrelse ændres kun, hvis systemets tilstand ændres.

Energien kan forekomme i mange forskellige former såsom *indre energi* (sensibel, latent, kemisk og kerneenergi), *kinetisk*, *potentiel*, *elektrisk* og *magnetisk*, og summen af alle bidragene udgør den *totale energi*, E , for et system. Ofte er ændringen af energien givet ved summen af potentiel, kinetisk og indre energi og kan udtrykkes som:

$$\Delta E_{\text{system}} = \Delta U + \Delta E_{\text{kin}} + \Delta E_{\text{pot}} \quad [1.16]$$

Hvor:

$$\Delta U = m(u_2 - u_1) \quad \text{ændringen i indre energi, kJ}$$

$$\Delta E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}m(c_2^2 - c_1^2) \quad \text{ændringen i kinetisk energi, kJ}$$

$$\Delta E_{\text{pot}} = mg(z_2 - z_1) \quad \text{ændringen i potentiel energi, kJ}$$

Mange af de systemer, som indgår i energitekniske systemer, er at betragte som stillestående, og ændringen i potentiel og kinetisk energi er derfor nul. Ændringen af systemets totale energi består derfor kun af ændringen i indre energi, $E_{\text{system}} = \Delta U$.

Vi skal i det følgende se nærmere på, hvordan de to bidrag E_{ind} og E_{ud} kan bestemmes.

De består af følgende bidrag:

Varmeoverførsel, Q [kJ]

Arbejde, W [kJ]

Energi med massestrømme ind og ud. Disse bidrag er nul for såkaldte lukkede systemer, men betydende for åbne systemer, som vi skal se på i det næste.

Vi resumerer resultaterne af ovenstående afsnit i følgende erkendelse:

$$Q_{12} + W_{g12} = U_2 - U_1 \quad \text{for et lukket system} \quad [1.17]$$

Det er ofte hensigtsmæssigt at regne på *specifik form*, dvs. pr. kg gas i systemet. Dette markeres ved at anføre symbolerne som små bogstaver, dvs.

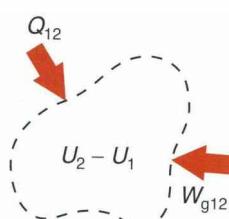
$w_{V12} = W_{V12}/m$; $u_1 = U_1/m$, osv. I så fald lyder varmelærrens 1. hovedsætning:

$$q_{12} + w_{g12} = u_2 - u_1 \quad \text{for et lukket system} \quad [1.18]$$

Vi har hidtil set bort fra kinetisk og potentiel energi. Hvis disse energiformer også skal medtages, fås:

$$q_{12} + w_{g12} = e_2 - e_1 \quad [1.19]$$

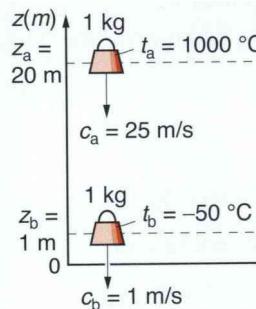
hvor $e = u + \frac{1}{2}c^2 + gz$, hvor c er hastighed, g er tyngdeaccelerationen og z højdeniveauet.



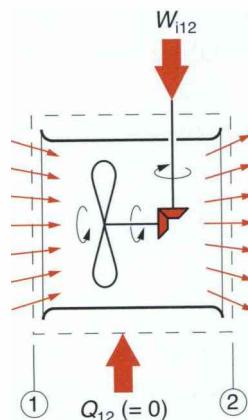
Figur 1.30

1.10 Energibalancen for et åbent system

1.10.1 Åbne systemer og »indre arbejde«



Figur 1.31



Figur 1.32

I praksis er det oftere nødvendigt at arbejde med systemer, som er **åbne**. Hermed menes, at der strømmer en eller flere massestrøm ind-og/eller ud af systemet. Vi indleder med at se på systemer, hvor der kun findes én indstrømmende massestrøm og én udstrømmende massestrøm, begge af samme størrelse.

Ønsker man eksempelvis at analysere energiomsætningen i en trykluftkompressor, er det hensigtsmæssigt at definere systemet ved en kontrolflade, som omslutter kompressoren. Da det antages, at kompressionsprocessen er *stationær*, hvilket vil sige, at de aktuelle tilstandsstørrelser for systemet ikke ændrer sig med tiden, vil massestrøm af lavtryksluft, som strømmer ind i systemet, være lig med massestrømmen af højtryksluft, som strømmer ud af systemet.

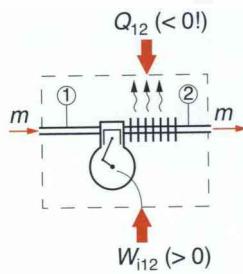
I det foregående har vi set, hvordan man kan tilføre arbejde til et system i form af volumenændringsarbejde W_{V12} og friktionsarbejde W_{diss12} . Men der kan også tilføres arbejde på andre måder: Arbejde tilført via en roterende aksel vil ikke flytte systemgrænsen mellem systemet og omgivelserne på samme måde, som volumensændringsarbejdet gør det. Man taler derfor om *indre arbejde*, idet arbejdet tilføres i systemets *indre*. Indre arbejde betegnes W_{i12} , hvor indeks i står for *indre*, og indeks 1 og 2 refererer til ind- og udløbstilstanden, dvs. W_{i12} er den mængde arbejde, en given masse tilføres ved passage af systemet.

1.10.2 Første hovedsætning for et åbent system

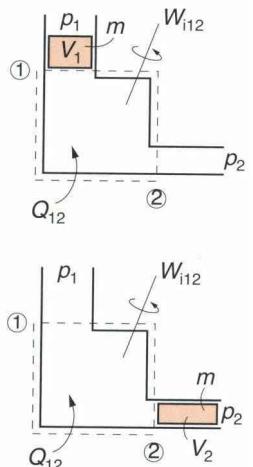
For et åbent system kan man ikke uden videre anvende ligning [1.17] og [1.18], idet der også sker tilførsel og fjernelse af energi med massestrømmene. Disse energimængder må også medtages i energiregnskabet.

Vi tager udgangspunkt i ligning [1.17], hvor vi på venstre side af lighedstegnet har summen af tilført arbejde og tilført varme.

Den på figur 1.33 indstrømmende masse, m , i et givet tidsrum har et volumen på V_1 . Trykket i tilløbskanalen og dermed også inden for voluminet V_1 er p_1 . Som vi tidligere har set, vil denne strøm svare til, at systemet tilføres et arbejde svarende til $p_1 V_1$, idet man på figur 1.29 kan forestille sig arbejdet tilført af et stempel, som skubbes ind mod systemet. Samtidig udfører systemet et arbejde på omgivelserne på $p_2 V_2$, idet der nødvendigvis må strømme en masse ud af systemet



Figur 1.33



Figur 1.34

svarende til den tilførte masse, da vi i første omgang betragter det stationære tilfælde. Disse to bidrag skal medtages i energiregnskabet for systemet sammen med et eventuelt tilført indre arbejde, W_{i12} .

For et system som det på figur 1.34 viste, hvor den masse, der tilføres systemet, svarer til den masse, der strømmer ud i samme tidsrum, får vi ved anvendelse af balanceen givet ved ligning [1.17] følgende energiregnskab:

$$Q_{12} + W_{\text{netto}} = Q_{12} + W_{i12} + p_1 V_1 - p_2 V_2 = U_2 - U_1 \quad [1.20]$$

Flytter vi lidt rundt på leddene, fås:

$$Q_{12} + W_{i12} = U_2 + p_2 V_2 - (U_1 + p_1 V_1) \quad [1.21]$$

Indføres her størrelsen *entalpi* defineret ved:

$$H = U + pV \quad \text{eller} \quad h = u + pv \quad [1.22]$$

fås

$$Q_{12} + W_{i12} = H_2 - H_1 \quad \text{for et åbent system} \quad [1.23]$$

som er varmelærens 1. hovedsætning for et åbent system. På specifik form fås tilsvarende:

$$q_{12} + w_{i12} = h_2 - h_1 \quad \text{for et åbent system} \quad [1.24]$$

hvor h er *specifik entalpi* med enheden J/kg. Medtages også kinetisk og potentiel energi, fås:

$$q_{12} + w_{i12} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \quad [1.25]$$

1.10.3 Varmestrøm og akseleffekt

Tilføres varmemængden Q_{12} over tidsperioden $\Delta\tau$, svarer det til en varmestrøm på:

$$\Phi_{12} = \frac{Q_{12}}{\Delta\tau} = q_m q_{12} \quad [1.26]$$

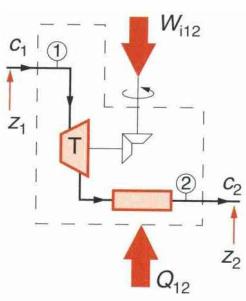
med enheden W, hvor q_m er massestrøm.

Tilføres systemet tilsvarende et indre arbejde W_{i12} over samme tidsrum $\Delta\tau$, svarer det til en tilsvarende effekt, ofte i form af en akseleffekt, på:

$$P_{i12} = \frac{W_{i12}}{\Delta\tau} = q_m w_{i12} \quad [1.27]$$

Opskrives ligning [1.24] for energistrømmen, fås ved at multiplicere med massestrømmen:

$$q_{12} q_m + w_{i12} q_m = (h_2 - h_1) q_m \quad [1.28]$$



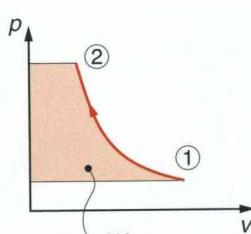
Figur 1.35

og heraf:

$$\Phi_{12} + P_{i12} = (h_2 - h_1)q_m$$

Indeks 12 i [1.26] og [1.27] refererer til systemer, hvor der kun sker indstrømning ét sted og udstrømning ét sted.

1.10.4 Teknisk reversibelt arbejde



Figur 1.36

Som vi så for volumenændringsarbejdets vedkommende, kan man ikke i praksis helt undgå friktion. Det til systemet tilførte indre arbejde, W_{i12} , kan opdeles i en reversibel del W_{t12} og en friktionsdel W_{diss12} , dvs.:

$$w_{i12} = w_{t12} + w_{diss12} \quad [1.29]$$

- v Man kan vise (se 1.1/ og boks sidst i kapitlet), at det *teknisk reversible arbejde*, W_{t12} , for en volumen-trykændringsproces kan beregnes som:

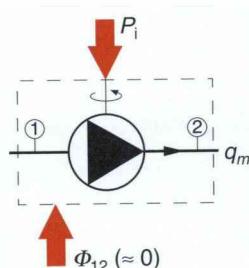
$$W_{t12} = \int_1^2 V dp \quad \text{eller} \quad w_{t12} = \int_1^2 v dp \quad [1.30]$$

svarende til det skraverede areal på figuren. Kan man ikke se bort fra kinetisk og potentiel energi i ind- og udløb, fås:

$$w_{t12} = \int_1^2 v dp + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \quad [1.31]$$

Eksempel 1.8

Indre arbejde og effekt til et åbent system



En vandpumpe pumper 1800 kg vand pr. time ved 10 °C. Differensetrykket over pumpen er $p_2 - p_1 = 0,50$ bar. Det antages, at man kan se bort fra kinetisk og potentiel energi, dvs. $c_1 = c_2$ (samme dimension af indløbs- og udløbsstuds) og $z_1 = z_2$ (samme højde af suge- og trykstuds). Bestem det til pumpen tilførte, specifikke indre arbejde pr. tidsenhed, når friktionsarbejdet udgør 20 % af det tilførte indre arbejde, dvs. $w_{diss12} = 0,2w_{i12}$.

For vand kan man med god tilnærmelse regne med konstant densitet, dvs.: $v = 1/\rho = 1/1000 \text{ m}^3/\text{kg} = 0,001 \text{ m}^3/\text{kg}$. Da v er konstant, fås:

$$w_{t12} = v \int dp = v(p_2 - p_1) = 0,001(0,5 \cdot 10^5) = 50 \text{ J/kg}$$

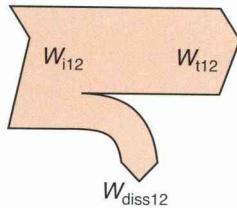
$$w_{i12} = w_{t12} + w_{diss12} = w_{t12} + 0,2w_{i12}$$

$$= \frac{w_{t12}}{1 - 0,2} = \frac{50}{0,8} = 62,5 \text{ J/kg}$$

$$P_i = w_{i12}q_m = 62,5 \cdot \frac{1800}{3600} = 31,25 \text{ W} \approx 31 \text{ W}$$

Eksempel 1.9

Sammenhæng mellem indre arbejde og teknisk arbejde



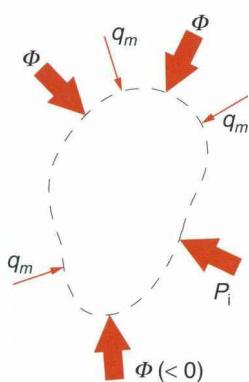
Relationen mellem teknisk reversibelt arbejde og indre arbejde udtrykkes ofte i form af en virkningsgrad. For pumpen, jf. eksempel 1.8, vil det være nærliggende at definere pumpens virkningsgrad som:

$$\eta_{i,P} = \frac{W_{t12}}{W_{i12}} = \text{indre virkningsgrad}$$

Indsættes tallene fås $\eta_{i,P} = \frac{50}{62,5} \approx 0,80 (= 80\%)$. Det stemmer også med et friktionsarbejde (tab) på 20 %.

1.10.5 Instationære processer, flere strømme

For det generelle tilfælde med flere ind- og udstrømmende massestrømme og for systemer som ikke er stationære, gælder:



$$\sum \Phi + \sum P_i = \sum_{\text{ud}} \left(q_m \left(h + \frac{c^2}{2} + gz \right) \right) - \sum_{\text{ind}} \left(q_m \left(h + \frac{c^2}{2} + gz \right) \right) + \frac{d}{d\tau} (E) \quad [1.32]$$

hvor E er summen af al indre energi, kinetisk og potentiel energi, dvs.:

$$E = m(u + \frac{1}{2}c^2 + gz) + E_0$$

hvor

m er massen indeholdt i systemet (kan variere med tiden), kg

u er den specifikke indre energi, J/kg

c er hastigheden, m/s

g er tyngdeaccelerationen, m/s²

z er højden i tyngdefeltet, m

E_0 er en passende nulpunktsværdi, J

Hvis der:

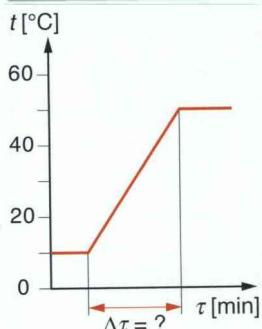
- ikke sker ind- og udstrømning,
- ikke tilføres indre arbejde,
- kan ses bort fra potentiel og kinetisk energi, reduceres [1.32] til:

$$\sum \Phi = m \frac{du}{d\tau} \quad [1.33]$$

der beskriver opvarmnings- eller afkølingsforløb.

Eksempel 1.10

Temperaturforløb ved opvarmning af en væske



For væsker har man med god tilnærmelse $du/d\tau = c dt/d\tau$, hvor c er den specifikke varmekapacitet. En elvandvarmer med et vandindhold på 30 l tilføres 3 kW. Hvor lang tid medgår der til en opvarmning af vandet fra 10 til 50 °C?

Vi ser bort fra varmekapaciteten af beholderen samt varmetab til omgivelserne (kontrolfladen omslutter vandet). Ligning [1.33] medfører da, at temperaturen stiger lineært med tiden, dvs.:

$$\Phi = mc \frac{dt}{d\tau}$$

$$\Phi d\tau = mc dt \rightarrow \frac{\Phi}{mc} d\tau = dt$$

$$\frac{\Phi}{mc} \int_0^{\tau} d\tau = \int_{t_1}^t dt$$

Heraf temperaturforløbet:

$$t(\tau) = \frac{\Phi}{mc} \cdot \tau + t_1 = \frac{\Phi}{V\rho c} \cdot \tau + t_1$$

Dette beskriver en ret linje!

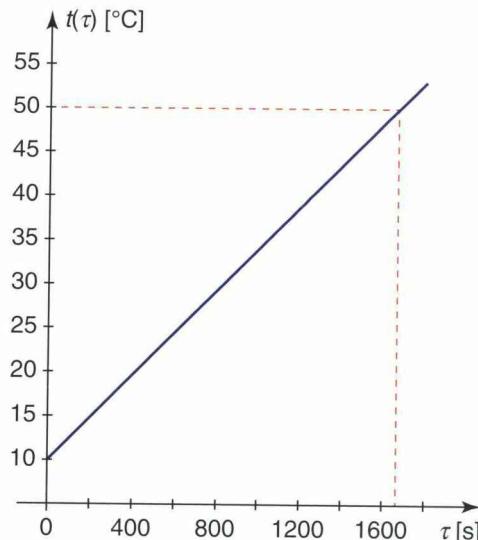
Varmemængden til opvarmning af vandet:

$$\begin{aligned} Q &= mc_p \text{vand} (t_{\text{slut}} - t_{\text{start}}) \\ &= (0,030 \cdot 995,7) \cdot 4,178 \cdot (50 - 10) \\ &= 4992 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Tidsforløbet til de 50 °C nås:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{Q}{\Phi} \\ &= \frac{4992 \text{ kJ}}{3 \text{ kW}} = 1664 \text{ s} \approx 28 \text{ min} \end{aligned}$$

Grafisk illustreret:



I virkeligheden vil der være varmetab fra tanken. Regnes det med i energibalancen, vil temperaturforløbet blive logaritmisk.

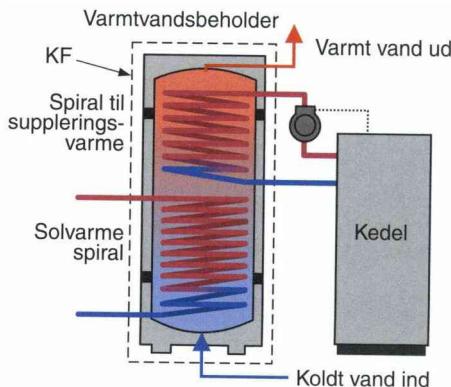
Ligning [1.32] er identisk med energibalanceligningerne i »Introduktion«, ligning [0.1] og [0.2], her er blot mere udførligt vist, hvordan de enkelte bidrag fremkommer. Rykkes de to led på højre side over på venstre side af lighedstegnet, er ligningerne identiske.

Bemærk fortegnsreglen, at indstrømmende energi regnes positiv, dette gælder alle led i ligningen.

Eksempel 1.11

Energibalancen på en varmtvandsbeholder og analytisk løsning af differentialligningen

Fra solvarmeanlægget i »Introduktion« vises her en energibalancen på varmvandsbeholderen.



Der indtegnes en kontrolflade KF (systemgrænse) om varmtvandsbeholderen, og energibalancen opstilles:

Energistrøm fra solfanger plus energistrøm fra kedel minus den tappede energistrøm til brugsvand er lig ændringen i systemets energilager.

Energistrøm fra solfanger en overskyet dag: $\Phi_{\text{solf}} = 1 \text{ kW}$

Energistrøm fra kedel: $\Phi_{\text{kedel}} = 1500 \text{ W}$

Der tappes en energistrøm til brugsvand: $\Phi_{\text{bv}} = q_{mbv} c_{pbv} (t_{ud} - t_{ind})$

Heri er:

q_{mbv} massestrømmen af brugsvand i kg/s, sættes til 0,1 kg/s i en given driftssituuation

c_{pbv} den specifikke varmekapacitet for brugsvandet, kJ/(kg · K)

t_{ud} hhv. t_{ind} temperaturer på brugsvandet, ud og ind, i °C

I eksemplet ses på, hvordan t_{ud} (som tilnærmet er lig tanktemperaturen, forudsat fuld omrøring) ændres ved tapning og tilførsel af varmestrømme fra kedel og solfanger.

Tanken indeholder 160 l vand ved en starttemperatur på 50 °C, og der tappes i den givne driftssituation en brugsvandsstrøm på 0,1 kg/s. Der tilføres konstant 2,5 kW (1 kW fra solfanger og 1,5 kW fra kedel), og der ses bort fra varmetab, da tanken anses for velisolert.

m er massen af vand i tanken, ca. lig 160 kg

q_m er massestrømmen af vand, kg/s

t_{ind} er vandets temperatur ved indløb, sættes til 10 °C

t_0 er vandets temperatur ved start, sættes til 50 °C

Φ_i er den tilførte varmestrøm fra kedel og solfanger, her lig 2,5 kW

t er tankens temperatur (den variable), altså vand og tank, idet det antages ens og homogent, °C

Temperaturforløbet:

Her er der tale om et ikke stationært system.

Der opstilles en energibalance på viste kontrolflade KF.

$$\dot{E}_{\text{ind}} - \dot{E}_{\text{ud}} = mc \frac{dt}{d\tau}$$

Indsættes de aktuelle værdier, fås:

$$\Phi_i - \Phi_{\text{bv}} = mc \frac{dt}{d\tau}$$

Hvor:

$$\Phi_{bv} = q_m c(t - t_{ind})$$

heri indgår både det kolde vands energi ind og det varme vands energi ud.

Ligningen opskrives til (idet tank/vandtemperaturen er den variable temperatur, t):

$$\Phi_i - q_m c(t - t_{ind}) = mc \frac{dt}{d\tau}$$

Differentialligningen separeres, så det, der har med variablen t at gøre, står på den ene side af lighedstegnet og det, der har med variablen τ at gøre, står på den anden side. Altså, så dt og $d\tau$ står på hver side af lighedstegnet (t er temperaturen i °C og τ er tiden i s):

$$d\tau = \frac{mc dt}{\Phi_i - q_m c(t - t_{ind})}$$

Der substitueres (nævneren sættes lig med):

$$\theta = \Phi_i - q_m c(t - t_{ind})$$

Differentieres denne, fås:

$$d\theta = -q_m c dt \quad \text{og heraf} \quad dt = -\frac{d\theta}{q_m c}$$

Dette indsættes og integreres:

$$\int_0^\tau d\tau = -\frac{mc}{q_m c} \int_{\theta_i}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta}$$

... og løsningen:

$$\tau = -\frac{m}{q_m} \ln\left(\frac{\theta}{\theta_i}\right)$$

Udtrykket reduceres:

$$-\tau \frac{q_m}{m} = \ln\left(\frac{\theta}{\theta_i}\right)$$

... som er lig med:

$$e^{-\tau \frac{q_m}{m}} = \left(\frac{\theta}{\theta_i}\right) \quad \text{heraf:} \quad \theta = \theta_i e^{-\tau \frac{q_m}{m}}$$

Nu indsættes så θ :

$$\Phi_i - q_m c(t - t_{ind}) = [\Phi_i - q_m c(t_0 - t_{ind})] e^{-\tau \frac{q_m}{m}}$$

Reducerer ved division med ($q_m c$):

$$\frac{\Phi_i}{q_m c} - (t - t_{\text{ind}}) = \frac{1}{q_m c} [\Phi_i - q_m c(t_0 - t_{\text{ind}})] e^{-\tau \frac{q_m}{m}}$$

Nu isoleres så t (temperaturen), og vi får funktionen for $t(\tau)$:

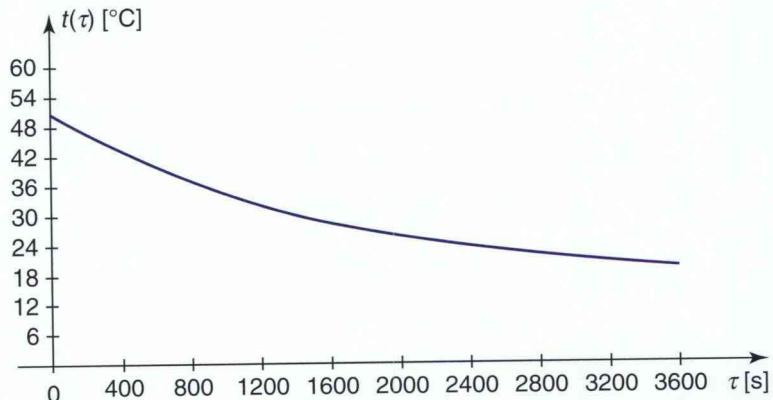
$$t(\tau) = t_{\text{ind}} + \frac{\Phi_i}{q_m c} - \frac{1}{q_m c} [\Phi_i - q_m c(t_0 - t_{\text{ind}})] e^{-\tau \frac{q_m}{m}}$$

Udtrykket kan reduceres til:

$$t(\tau) = t_{\text{ind}} + \frac{\Phi_i}{q_m c} \left(1 - e^{-\tau \frac{q_m}{m}} \right) + (t_0 - t_{\text{ind}}) e^{-\tau \frac{q_m}{m}}$$

Dette udtryk er temperaturforløbet under processen, altså temperaturen t som funktion af tiden τ (tau), idet der tilføres en konstant varmestrøm, og der tappes brugsvand med en faldende temperatur.

Funktionen indsættes i MathCad og optegnes. Klip fra beregningen i MathCad:



Beregningen kan også foretages som en trinvis integration: $d\tau$ kaldes for tidsstep (for absolut tid $\Delta\tau$) og sættes f.eks. til 1 min, da det er et såkaldt termisk tungt system.

Fra en starttemperatur på de 50°C fås efter 1 min en tanktemperatur på:

$$\begin{aligned} t_{\text{tank}} &= t_{\text{start}} + \Delta t \Delta \tau \\ &= 50 + (0,00998 - 0,00063 \cdot 50)60 = 48,72^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

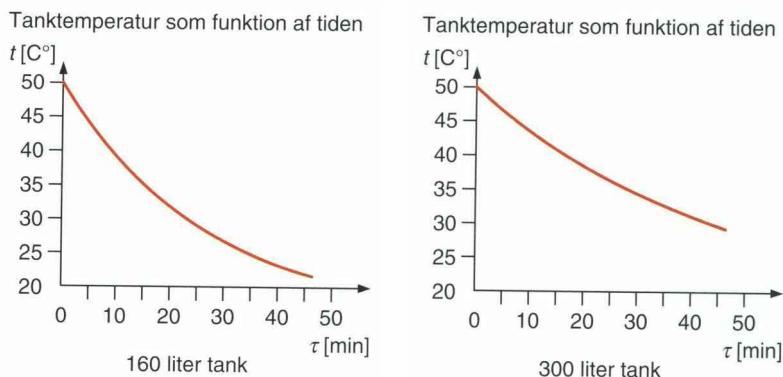
Dette gentages så trinvis, hvor den fundne tanktemperatur hele tiden er startværdi for næste beregning.

Efter endnu et minut derfor med starttemperatur på $48,72^{\circ}\text{C}$:

$$\begin{aligned} t_{\text{tank}} &= t_{\text{start}} + \Delta t \Delta \tau \\ &= 48,72 + (0,00998 - 0,00063 \cdot 48,72)60 = 47,50^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

Beregningen af temperaturen som funktion af tiden foretages f.eks. i Excel.

Her vist et diagram over forløbet beregnet i Excel. Det ses, at temperaturen falder forholdsvis hurtigt. Dette kan ændres f.eks. ved at vælge en større tank. Tilsvarende billede er vist med en tankstørrelse på 300 l. Ønskes tanktemperaturen holdt konstant, skal bidragene fra solfanger eller/og kedel øges (såfremt vandforbruget er konstant).



1.11 Massekvar for et åbent system

I eksempel 1.11 antages det, at massestrømmen af brugsvand, der strømmer ud, og massestrømmen af det kolde vand, der strømmer ind i beholderne, er ens i tiden.

I de systemer, der behandles i denne bog, er det antagelsen, at der ikke sker masseændringer af systemer og maskiner. Dette er dog ikke altid en gyldig antagelse. I mange anlæg vil der ske masseændringer, specielt anlæg med store beholdervoluminer og åbne vandspejl. For at kunne antage systemer som stationære skal der også sikres balance med hensyn til massen af systemet. Der må opstilles balanceligninger for at sikre dette.

Der skal her kort gøres rede for principippet i opstilling af en massekvar.

Ved en massekvar forstås analogt til energibalancen:

For et afgrænset system skal der være balance mellem den massestrøm, der tilføres systemet, og den massestrøm, der afgives fra systemet, for at der er balance (ligevægt), systemet kaldes da stationært.

Der lægges en systemgrænse (kontrolflade, KF) omkring systemet.

På dette afgrænsede system skal gælde følgende massebalance:

$$\sum q_{m,\text{ind}} - \sum q_{m,\text{ud}} = \frac{dm}{d\tau} \quad [1.34]$$

Eller med ord: Summen af massestrømmene til systemet, $\sum q_{m,\text{ind}}$, minus summen af massestrømmene fra systemet, $\sum q_{m,\text{ud}}$, skal være lig nul, for at der er balance, og systemet er det, vi kalder stationært. Det vil sige, at gradienten på højre side af lighedstegnet er lig nul. I modsat fald stiger eller falder systemets masse med tiden.

Det differentielle led på højre side af lighedstegnet angiver således ændringen af massen, m , som funktion af tiden, τ .

1.12 Resumé

I dette kapitel er der introduceret en række af de grundlæggende begreber og definitioner, som anvendes til at studere termodynamikken. Der er givet definition på, hvad der forstås ved et termodynamisk system, og hvilke forskellige systemer der gives. Systemet afgrænses af en systemgrænse, og der er i kapitlet vist, hvordan man på et sådant system opstiller en energibalancen, som en balance mellem de energistrømme der strømmer til og fra systemet.

De forskellige former, energien kan antage, er defineret og udredt. Her er det begreber som arbejde, varme og indre energi, der er forklaret. Der er i første omgang taget udgangspunkt i et lukket system, hvor begrebet indre energi er forklaret som et udtryk for systemets energiniveau, som kan måles ved hjælp af temperaturen. Denne indre energi kan øges eller reduceres ved tilførsel eller afgivelse af henholdsvis arbejde og/eller varme. Den ligning, der kommer ud af det, kaldes termodynamikkens 1. hovedsætning. De fleste energitekniske systemer består i praksis af komponenter, som skal betragtes som åbne systemer, idet der strømmer masse over systemgrænsen. I kapitlet udvikles energiligningen derfor, så den bedre kan anvendes på disse åbne systemer. Det fører til begrebet indre arbejde og begrebet entalpi.

Energiligningerne for lukkede systemer og åbne systemer er opstillet i specifikke energistørrelser, det vil sige i enheden kJ/kg, energi pr. kg. Ofte er det formålstjenligt at regne i energistrømme, som det er vist i Introduktion, derfor defineres i kapitlet begreberne *varmestrøm* og *akseleffekt*.

Til slut angives i kapitlet metoder til beregninger på systemer med flere energistrømme og ikke-stationære systemer.

1.13 Nøglebegreber

Absolut tryk	Volumenændringsarbejde
Overtryk	Frikitionsarbejde
Tilstandsstørrelse	Dissipation
Termodynamisk proces	Specifik indre energi
Specifik varmekapacitet	Specifik varme
Reversibel proces	Første hovedsætning
Stationær proces	Teknisk arbejde
Instationær proces	Indre arbejde
Termodynamisk system	Specifik entalpi
Systemgrænse	Varmestrøm
Lukket system	Akseleffekt
Åbent system	Energibalance
Adiabatisk system	Massebalance

1.14 Centrale spørgsmål (selvevaluering)

- A** Hvad karakteriserer et åbent henholdsvis et lukket system?
- B** Hvad sker der med temperaturen i et lukket, adiabatisk system, hvis der tilføres arbejde til systemet?
- C** Hvordan er det muligt at holde temperaturen konstant i et åbent system, hvor der tilføres akselarbejde?
- D** Hvilke begreber i kapitlet er tilstandsstørrelser?
- E** Hvilke begreber i kapitlet er processtørrelser?

1.15 Udledning af ligning [1.28] for teknisk arbejde

Definitionen af entalpi:

$$h = u + pv$$

... og som differentielle ændringer:

$$dh = du + d(pv)$$

$$dh = du + p dv + v dp$$

Den indre energi er defineret som:

$$\Delta u_{12} = w_{V12} + q_{12}$$

... og differentielt:

$$du = dq - p dv + dw_{diss}$$

... indsættes i ligning for dh :

$$dh = dq - p dv + dw_{diss} + p dv + v dp$$

$$dh = dq + v dp + dw_{diss}$$

Heraf:

$$\Delta h_{12} = w_{t12} + w_{diss12} + q_{12}$$

... og det specifikke tekniske arbejde:

$$w_{t12} = \int_1^2 v dp \quad [1.28]$$

2

Ideale gasser og reversible processer

I mange energitekniske anlæg strømmer gasser og gasblandinger. I gasturbineanlæg strømmer f.eks. luft til kompressoren og røggas fra forbrændingskammeret til turbinen. I trykluftsystemer strømmer atmosfærisk luft, gennem kompressoren og derfra ud i rørsystemet.

Pakkeanlæg til kødvarer indblæser en beskyttende atmosfære af kuldioxid eller nitrogen i plastemballagen, hvorved kødprodukterne opnår øget holdbarhed. Ved flammeskæring af stålplader benyttesilt og acetylen, der tappes fra stålflasker og ledes i slanger til skæredysen. I motorer og kedler indsuges atmosfærisk luft, og selve forbrændingsprocessen udvikler røggasser.

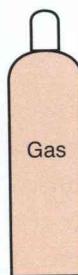
Ved konstruktion af tekniske anlæg, hvori der anvendes gasser, benyttes ofte idealgasmodellen som grundlag for de gastekniske beregninger.

Ved en ideal gas ser man bort fra de intermolekylære kræfter, der virker mellem gassens molekyler. Endvidere antages det, at molekylerne kun vekselvirker ved fuldstændigt elastiske stød. Ved anvendelse af kinetisk molekylteori kan tilstandsningen udledes for en ideal gas.

2.1 Tilstands ligningen



Figur 2.1
Puls
Åndedræt
Temperatur



Figur 2.2
Tryk
Temperatur
Specifik volumen

En gas eller luftart kan beskrives ud fra tre tilstandsstørrelser:

Tryk p Pa, N/m²

Temperatur T K

Specifikt volumen v m³/kg

Bemærk, det specifikke volumen er lig det reciproke af densiteten:

$$\rho = 1/v \text{ kg/m}^3.$$

En ideal gas er defineret ved, at den opfylder formlen:

$$pv = R_i T \quad [2.1]$$

Ligningen kaldes tilstands ligningen for ideale gasser.

Konstanten, R_i , J/(kg · K), benævnes den *individuelle gaskonstant*, og hver gastype har sin egen talværdi, se tabel 10.6.

Multipliceres tilstands ligningen [2.1] med gassens masse, m , fås:

$$pV = mR_i T \quad [2.2]$$

Voluminet, $V = mv$, er det totale volumen i m³, som m kg gas fylder ved trykket p og temperaturen T .

Tilstands ligningen kan også skrives på molbasis ved:

$$pV = nR_m T \quad [2.3]$$

Her er n antal kmol (se 2.1.2), og R_m kaldes den *universelle gaskonstant*. R_m er uafhængig af gastypen og har altid samme værdi:

$$R_m = 8314,4 \text{ J/(kmol · K)}$$

Tilstands ligningen blev først opstillet som resultat af eksperimenter. Senere blev det vist, at ligningen kunne begrundes ud fra kinetisk molekylteori.

Der er ingen gasser, der er helt ideale. Modellen passer bedst på én- og toatomige luftarter (f.eks. He og N₂), hvorimod de fleratomige gasser (f.eks. NH₃) viser lidt større afvigelser.

Ligningen udviser størst overensstemmelse med virkelige gasser ved relativt lave tryk, set i forhold til gassernes kritiske tryk p_{kr} .

I praksis vil tilstands ligningen ofte være tilstrækkelig nøjagtig. Se kapitel 5 for beregning med virkelige gasser.

Eksempel 2.1

Anvendelse af tilstandsligningen for ideale gasser

I en beholder opbevares ilt med temperaturen 20°C og et tryk på 40 bar. Bestem massen af ilt i beholderen, når dens volumen er 200 l.

Løsning:

Massen, m , beregnes ud fra tilstandsligningen:

$$m = \frac{pV}{R_i T} = \frac{40 \cdot 10^5 \cdot 0,2}{259,8 \cdot (273 + 20)} = 10,5 \text{ kg}$$

2.1.1 De afledte love

Af tilstandsligningen [2.2] fremgår, at for en bestemt gastype med massen, m , er:

$$\frac{pV}{T} = mR_i = \text{konstant} \quad [2.4]$$

Ligningen indeholder en række love, som er specialtilfældne heraf.

Charles' lov beskriver en gasmasse med konstant volumen:

$$\frac{p}{T} = \text{konstant} \quad [2.5]$$

Boyle-Mariottes lov gælder ved konstant temperatur:

$$pV = \text{konstant} \quad [2.6]$$

Og *Gay-Lussacs lov* for konstant tryk:

$$\frac{V}{T} = \text{konstant} \quad [2.7]$$

Tilstandsligningen er afledt af disse love.

2.1.2 Molmasse og universel gaskonstant

Et mol angiver $6,022 \cdot 10^{23}$ elementære dele af et stof. De elementære dele kan f.eks. være stoffets atomer eller molekyler. Tallet er bestemt ud fra antallet af atomer i præcis 12 g af kulstofisotopen ^{12}C og benævnes Avogadros konstant N_A . Ofte anvendes enheden kmol = 10^3 mol.

Enhver gas har en bestemt masse, M , knyttet til 1 kmol molekyler af stoffet, kaldet *molmassen*, kg/kmol. M findes i tabel 10.6 for almindeligt forekommende gasser.

Ud fra molantal, n , og molmasse, M , beregnes massen, m :

$$m = nM \quad [2.8]$$

Ved at kombinere de to udtryk for tilstandsligningen [2.2] og [2.3] findes sammenhængen mellem individuel og universel gaskonstant:

$$R_i = \frac{R_m}{M} \quad [2.9]$$

Den individuelle gaskonstant, R_i , findes i tabel 10.6 for almindeligt forekommende gasser.

2.1.3 Normaltilstand

Forskellige gasser med samme volumen, tryk og temperatur indeholder det samme antal molekyler. Denne sammenhæng, forudsat at der er tale om ideale gasser, blev påvist af fysikeren *Avogadro*. I konsekvens heraf fylder 1 kmol molekyler af forskellige gasser »lige meget« ved samme tilstand. Ofte beskrives gasser ved normaltilstanden.

Normaltilstanden for en gas defineres ved trykket $p_0 = 1 \text{ atm} = 1,01325 \text{ bar} = 101,325 \text{ kPa}$ og $t_0 = 0^\circ\text{C}$.

Ved hjælp af tilstandsligningen kan *normalvoluminet*, V_{mn} , for 1 kmol molekyler af en vilkårlig, ideal gas i normaltilstanden beregnes til:

$$V_{mn} = 22,414 \approx 22,4 \text{ m}^3/\text{kmol}$$

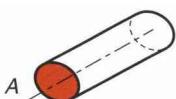
V_{mn} kaldes også det *molare normalvolumen*. Normalvoluminet for en række almindelige gasser kan findes i tabel 10.6. Det fremgår, at reelle gasser har små afvigelser i forhold til normalvoluminet.

Densiteten, ρ , beregnes af:

$$\rho = \frac{1}{V} = \frac{m}{V} \quad [2.10]$$

For en gas varierer densiteten meget med tryk og temperatur. Det anbefales derfor, at beregne volumen og masse ud fra tilstandsligningen.

2.1.4 Strømning



Tilstandsligningen kan også anvendes, hvis en ideal gas strømmer gennem et rør eller kanal. Lad os se på et punkt i røret med et tværsnit A .

Strømmer massen, m , gennem tværsnit, A , over tidsperioden, $\Delta\tau$, så beregnes massestrømmen ud fra:

$$q_m = \frac{m}{\Delta\tau}$$

En tilsvarende beregning gør sig gældende for volumenstrømmen:

$$q_V = \frac{V}{\Delta\tau}$$

For en ideal gas kan sammenhængen mellem volumenstrøm og massestrøm findes ved omskrivning af tilstandsligningen:

$$p \frac{V}{\Delta\tau} = \frac{m}{\Delta\tau} R_i T \quad \text{og dermed} \quad p q_V = q_m R_i T \quad [2.2a]$$

Ligningen er et godt redskab til analyse af åbne systemer, hvori der strømmer en ideal gas.

Som regel er massestrømmen konstant gennem hele systemet, hvorimod volumenstrømmen vil variere pga. udvekslet varme eller arbejde.

Med ligning [2.2a] kan ændringer af volumenstrømmen bestemmes overalt i systemet.

2.2 Specifik varmekapacitet for gasser

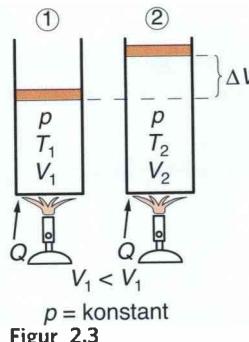
Med den *specifikke varmekapacitet*, c , $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, for et stof angives den varmemængde, der er nødvendig for at hæve temperaturen 1 K for 1 kg stof.

Oftest varierer varmekapaciteten med temperaturen. Hvis varmekapaciteten er temperaturafhængig, vil tilførsel af en lille varmemængde, dq , resultere i en så begrænset temperaturstigning, dT , at den specifikke varmekapacitet, c , er konstant over temperaturintervallet. Følgende sammenhæng fremkommer derved:

$$dq = c dT \quad \text{eller} \quad c = \frac{dq}{dT}$$

Ved integration kan udvekslet varmemængde for 1 kg stof beregnes:

$$q_{12} = \int_1^2 c dT$$



Figur 2.3

Hvis den specifikke varmekapacitet er konstant, forenkles ligningen til:

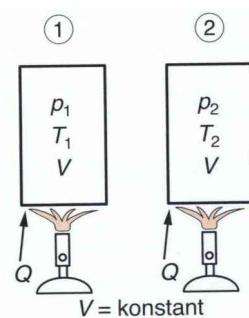
$$q_{12} = c(T_2 - T_1) \quad [2.11]$$

Ligning [2.11] bruges ved faste stoffer og væsker, men kan ikke uden videre anvendes for gasser.

Gasser har to forskellige typer specifikke varmekapaciteter, c_p og c_V . Varmekapaciteten c_p gælder for termiske processer ved konstant tryk og c_V for processer ved konstant volumen.

Ved opvarmning af 1 kg gas ved konstant tryk tilføres varmemængden:

$$q_{p12} = \int_1^2 c_p dT$$



Figur 2.4

Hvis opvarmningen i stedet foregår ved konstant volumen, tilføres varmemængden:

$$q_{V12} = \int_1^2 c_V dT$$

Varmemængden q_p ved konstant tryk er større end q_V ved konstant volumen, og dermed må $c_p > c_V$. Forskellen skyldes det volumenændringsarbejde, $W_V = -p\Delta V$, som gassen ved konstant tryk udøver på omgivelserne. Dette arbejde er lig nul, hvis opvarmningen foregår ved konstant volumen.

Ved konstante varmekapaciteter og m kg gas forenkles ligningerne til:

$$Q_{p12} = mc_p(T_2 - T_1) \quad \text{og} \quad Q_{V12} = mc_V(T_2 - T_1) \quad [2.12]$$

For almindeligt forekommende gasser kan den specifikke varmekapacitet ved 0°C findes i tabel 10.6.

For de virkelige gasser gælder, at varmekapaciteterne ikke er konstante. Især udviser varmekapaciteterne for de fleratomige gasser nogen variation med temperaturen, hvorimod de ved en- og toatomige gasser stort set er konstante, se tabel 10.7. Virkelige gassers varmekapaciteter afhænger foruden af temperaturen også i nogen grad af trykket.

Hvor stor nøjagtighed er påkrævet, indsættes middelvarmekapaciteten:

$$c_{pm}|_{t_1}^{t_2} \quad \text{eller} \quad c_{V,m}|_{t_1}^{t_2}$$

i ligning [2.12]:

$$Q_p = m c_{p,m}|_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1) \quad \text{gælder ved konstant tryk} \quad [2.13]$$

$$Q_V = m c_{V,m}|_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1) \quad \text{gælder ved konstant volumen} \quad [2.14]$$

Middelvarmekapaciteten mellem to temperaturer, t_1 og t_2 , beregnes efter:

$$c_m|_{t_1}^{t_2} = \frac{c_m|_0^{t_2} t_2 - c_m|_0^{t_1} t_1}{t_2 - t_1} \quad [2.15]$$

Middelvarmekapaciteten findes normalt i tabeller med intervaller mellem 0 og t °C. Da tabellerne er baseret på celsiusgrader, er formlerne opbygget på basis af denne enhed. Middelværdien af c mellem $t = 0$ °C og t findes ved tabelopslag, se tabel 10.7.

2.2.1 Sammenhæng mellem c_p og c_V

Som nævnt i forrige afsnit er forskellen på Q_p og Q_V det volumenændringsarbejde, W_V , som følger med gasudvidelsen ved en isobar opvarmningsproces. Dette volumenændringsarbejde giver ved konstant tryk:

$$W_{V12} = - \int_1^2 p \, dV = p(V_1 - V_2) = m R_i(T_1 - T_2)$$

Forskellen i varmemængde kan nu beregnes, forudsat at der er tale om en ideal gas med konstant varmekapacitet, ved anvendelse af [2.12]:

$$Q_{p12} - Q_{V12} = -W_{V12}$$

$$Q_{p12} - Q_{V12} = m(c_p - c_V)(T_2 - T_1) = mR_i(T_2 - T_1)$$

heraf fremgår:

$$c_p - c_V = R_i \quad [2.16]$$

Forholdet mellem varmekapaciteterne, *isentropeksponenten*, betegnes med κ :

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V} \quad [2.17]$$

Ved at kombinere ligning [2.16] og [2.17] fås:

$$c_V = \frac{R_i}{\kappa - 1} \quad \text{og} \quad c_p = \frac{\kappa R_i}{\kappa - 1} \quad [2.18]$$

For virkelige gasser gælder følgende, tilnærmede værdi af κ :

$\kappa = 1,67$ for enatomige gasser som Ar og He

$\kappa = 1,4$ for toatomige gasser som O₂, N₂ og tør luft

$\kappa = 1,33$ for fleratomige gasser som CO₂

For virkelige gasser afviger κ ligesom c_p og c_V efter gastype og temperatur.

2.3 Indre energi og entalpi for ideal gas

Ud fra 1. hovedsætning [1.17] samt [1.12] ses, at for en reversibel proces ($W_{\text{diss}12} = 0$) er:

$$Q_{12} = U_2 - U_1 + \int_1^2 p \, dV$$

hvor U er systemets indre energi. Den indre energi for en ideal gas er bestemt af molekylernes kinetiske energi, dvs. kinetisk energi knyttet til de enkelte partiklers lineære, roterende eller svingende bevægelser.

Ved termodynamiske beregninger er det som regel ændringer i indre energi, $\Delta U = U_2 - U_1$, der har interesse, og ikke den absolute størrelse.

Hvis der tilføres varme til en gas ved konstant volumen, så bliver $\int p \, dV = 0$, og vi får:

$$U_2 - U_1 = Q_{12} = m \int_1^2 c_V \, dT$$

Hvis c_V er konstant, forenkles ligningen til:

$$U_2 - U_1 = Q_{12} = mc_V(T_2 - T_1) \quad [2.19]$$

Heraf ses, at tilvæksten i indre energi, $U_2 - U_1$, altid kan beregnes som tilført varmemængde til gassen ved konstant volumen.

Med udgangspunkt i 1. hovedsætning for et åbent system [1.23] samt [1.30] ses, at der for en reversibel proces gælder:

$$Q_{12} = H_2 - H_1 - \int_1^2 V \, dp$$

Hvis der tilføres varme til en gas ved konstant tryk, bliver $\int V \, dp = 0$, og dermed:

$$H_2 - H_1 = Q_{12} = m \int_1^2 c_p \, dT$$

hvis c_p er konstant:

$$H_2 - H_1 = Q_{12} = mc_p(T_2 - T_1) \quad [2.20]$$

Tilvæksten i entalpi, $H_2 - H_1$, kan altid beregnes som tilført varmemængde ved konstant tryk.

For ideale gasser er både indre energi og entalpi rene temperaturfunktioner, helt uafhængige af tryk og volumen.

2.4 Reversible processer med ideale gasser

Termodynamiske systemer opdeles som nævnt i lukkede og åbne systemer.

I de lukkede systemer er der ingen stoffer, der passerer systemgrænsen. Eksempler herpå er en gasstøddæmper, en lukket gasflaske eller en dampkedel, som er afspærret ved lukkede ventiler. En gasstøddæmper tilføres arbejde ved stødpåvirkning. Skal en dampkedel opnå et bestemt damptryk, tilføres den afspærrede kedel varme ved forbrænding. Ved disse processer ændres tilstandsstørrelser som tryk, temperatur og specifikt volumen.

De fleste termodynamiske processer kan bedst beskrives ved åbne systemer. I modsætning til de lukkede systemer overskrides systemgrænsen her af en eller flere massestrømme. Ved en bilmotor tilføres motoren således benzin og atmosfærisk luft, og der fjernes udstøds-gasser. Inde i cylinderen tilføres varme ved forbrænding, og der afgives arbejde til akslen. Andre eksempler på åbne systemer er ventilatorer, kompressorer, gasturbiner, kedler, pumper, varmevekslere etc.

Her behandles kun systemer, hvor massestrømmene er konstante. Ved at opstille idealiserede processer er det muligt at beregne udvekslet arbejde, varme og ændringer i tilstandsstørrelser for systemet.

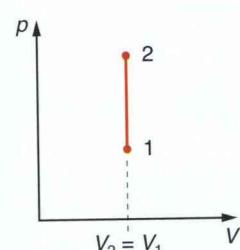
De idealiserede processer baseres på idealgasmodellen og reversible tilstandsforandringer, dvs. processer hvor dissipationsarbejdet er lig med nul.

I praksis vil der være nogen afvigelse herfra, men beregningerne har alligevel stor værdi, da de virkelige processer kan beregnes ud fra de idealiserede ved hjælp af virkningsgrader. Et eksempel på en sådan virkningsgrad ved en proces så vi i eksempel 1.9.

Følgende processer behandles:

- Isokor proces, voluminet er konstant
- Isobar proces, trykket er konstant
- Isoterm proces, temperaturen er konstant
- Isentropisk proces, reversibel og adiabatisk proces
- Polytropisk proces

2.4.1 Isokor proces



Figur 2.5

Ved en isokor proces foregår tilstandsforandringerne ved konstant volumen. Ved optegning i et p, V -diagram forløber processen lodret, parallelt med p -aksen.

Tilstandsligningen giver:

$$p_1 V = m R_i T_1 \quad \text{og} \quad p_2 V = m R_i T_2$$

Kombination af ligningerne giver:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \text{konstant} \quad [2.21]$$

Udvekslet varmemængde, Q_{12} , beregnes ud fra varmekapaciteten, c_V , der netop er gældende ved konstant volumen:

$$Q_{12} = m \int_1^2 c_V dT$$

Hvis den specifikke varmekapacitet, c_V , er konstant:

$$Q_{12} = m c_V (T_2 - T_1)$$

Udvekslet arbejde giver ved et lukket henholdsvis åbent system:

Volumenændringsarbejde

$$W_{V12} = - \int_1^2 p dV = 0 \quad [2.22]$$

Teknisk reversibelt arbejde

$$W_{t12} = \int_1^2 V dp = V(p_2 - p_1) \quad [2.23]$$

Opvarmning eller afkøling af en indesluttet gas i en lukket beholder er et eksempel på en isokor proces.

Eksempel 2.2

Beregningen af varmemængde ved en isokor proces

Om morgenen før start kontrolleres tryk og temperatur for et bildæk. Luften i bildækket har et overtryk på 1,9 bar og temperaturen måles til 10°C . Bilen parkeres senere i solen og dæktrykket måles nu til 2,1 bar. Barometeret viser hele dagen 1,0 bar, og dækkets rumfang, 30 l, regnes konstant.

Hvilken temperatur opnår luften i dækket, og hvor stor en varmemængde har luften modtaget?

Løsning:

Temperaturen t_2 findes ved hjælp af tilstandsligningen, idet processen er isokor:

$$T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = (273 + 10) \frac{1 + 2,1}{1 + 1,9} = 302,5 \text{ K} \Rightarrow t_2 = 29,5^\circ\text{C}$$

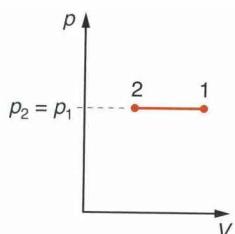
Massen, m , beregnes ud fra tilstandsligningen:

$$m = \frac{p_1 V}{R_i T_1} = \frac{(1 + 1,9) \cdot 10^5 \cdot 0,03}{287 \cdot 283} = 0,107 \text{ kg}$$

Varmemængden Q_{12} kan nu beregnes:

$$Q_{12} = mc_V(T_2 - T_1) = 0,107 \cdot 0,717 \cdot (302,5 - 283) = 1,50 \text{ kJ}$$

2.4.2 Isobar proces



Figur 2.6

Den isobare proces foregår ved konstant tryk. Processen forløber i p, V -diagrammet som en vandret linje parallelt med V -aksen.

Idealgasloven medfører:

$$pV_1 = mR_i T_1 \quad \text{og} \quad pV_2 = mR_i T_2$$

hvilket giver:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} \tag{2.24}$$

Udvekslet varmemængde Q_{12} beregnes med varmekapaciteten c_p :

$$Q_{12} = m \int_1^2 c_p dT$$

og ved konstant specifik varmekapacitet c_p :

$$Q_{12} = m c_p (T_2 - T_1)$$

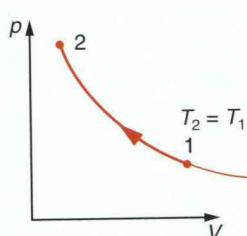
Volumenændringsarbejdet og det teknisk reversibile arbejde giver:

$$W_{V12} = - \int_1^2 p dV = -p(V_2 - V_1) \tag{2.25}$$

$$W_{t12} = \int_1^2 V dp = 0 \tag{2.26}$$

Luft der opvarmes af en radiator er et eksempel på en isobar proces.

2.4.3 Isoterm proces



Figur 2.7

Den isoterm proces er defineret ved, at temperaturen holdes konstant under forløbet.

For en bestemt gasmasse gælder:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = m R_i T = \text{konstant} \quad [2.27]$$

Denne ligning beskriver en ligesidet hyperbel i p,V -diagrammet.

Varmen kan beregnes ud fra 1. hovedsætning:

$$Q_{12} + W_{V12} = U_2 - U_1 = m c_V (T_2 - T_1) = 0$$

heraf ses:

$$Q_{12} = -W_{V12}$$

Ved en isoterm proces i et lukket system skal der fjernes lige så meget varmeenergi, som der tilføres i form af arbejde.

Volumenændringsarbejdet findes ud fra definitionen:

$$W_{V12} = - \int_1^2 p \, dV = - \int_1^2 \frac{m R_i T}{V} \, dV$$

Ved integration fås:

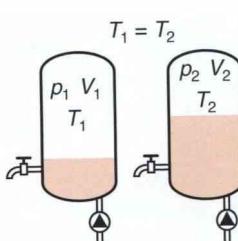
$$W_{V12} = m R_i T \ln \frac{V_1}{V_2} = m R_i T \ln \frac{p_2}{p_1} \quad [2.28]$$

Da $p_1 V_1 = m R_i T$, kan dette udtryk i stedet indsættes i formlen. Det teknisk reversible arbejde for det åbne system kan beregnes på tilsvarende måde:

$$W_{t12} = \int_1^2 V \, dp = \int_1^2 \frac{m R_i T}{p} \, dp = m R_i T \ln \frac{p_2}{p_1} \quad [2.29]$$

Heraf fremgår at $W_{t12} = W_{V12}$ og dermed konkluderes:

$$W_{V12} = W_{t12} = -Q_{12} \quad [2.30]$$



Figur 2.8

Isoterme processer for ideale gasser er vanskelige at opnå i praksis. Processen skal foregå så langsomt, at der lige akkurat fjernes så meget varme, som der tilføres i form af arbejde (eller omvendt).

Dette stiller, f.eks ved en kompression, krav om en meget effektiv køling.

Kompression af »luftpudden« over vandspejlet i en hydroforbeholder kan foregå så langsomt, at det kolde vand og beholderen til nærmelsesvis holder temperaturen konstant i den indespærrede luft.

Eksempel 2.3

Beregning af varmemængde ved en isoterm proces

5 kg argon med temperaturen 15 °C komprimeres isotermt fra 1 til 5 bar. Beregn den varmemængde, der udveksles, og angiv, om varmemængden bliver tilført eller fjernet.

Løsning:

$$\begin{aligned} Q_{12} &= -W_{V12} = -m R_i T \ln \frac{p_2}{p_1} \\ &= -5 \cdot 0,208 \cdot 288 \cdot \ln \frac{5}{1} = -482 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Minustegnet angiver, at varmemængden er fjernet fra gassen.

2.4.4 Isentrop proces

En isentrop proces er defineret ved, at forløbet er adiabatisk og reversibelt. Dette medfører, at der ikke udveksles varme med omgivelserne ($Q_{12} = 0$), og at processen foregår tabsfrit ($W_{diss12} = 0$).

Først opstilles grundligningen for isentropen, der tages udgangspunkt i 1. hovedsætning med indre energi på differentieret form (husk $Q_{12} = 0$ og $W_{diss12} = 0$):

$$-p dV = dU = m c_V dT$$

og 1. hovedsætning med entalpien:

$$V dp = dH = m c_p dT$$

Divideres den sidste ligning med den første, fås:

$$\frac{V dp}{p dV} = -\frac{c_p}{c_V} = -\kappa \Rightarrow \frac{dp}{p} = -\kappa \frac{dV}{V}$$

Integration giver:

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = -\kappa \ln \frac{V_2}{V_1} = \ln \frac{V_1^\kappa}{V_2^\kappa}$$

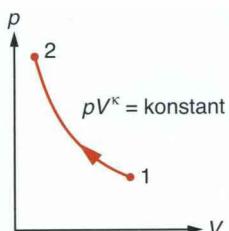
Ved at tage inverslogaritmen på begge sider af lighedstegnet fremkommer grundligningen for en isentrop:

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa \quad \text{eller} \quad p V^\kappa = \text{konstant} \quad [2.31]$$

κ kaldes som tidligere nævnt (ligning [2.17]) *isentropeksponenten*.

Grundligningen [2.31] kan udbygges, så tryk og volumen sammenkobles med temperaturen. Indsættes $p = mR_i T/V$ i ligningen:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1^\kappa}{V_2^\kappa} = \frac{T_2 V_1}{V_2 T_1}$$



Figur 2.9

Isoleres temperaturen på den ene side af lighedstegnet, fås:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad [2.32]$$

Ligningerne kaldes *Poissons ligninger*. Forløbet af en isentrop proces i p, V -diagrammet fremgår af figuren.

Udvekslet varme med omgivelserne er ifølge grunddefinitionen lig nul:

$$Q_{12} = 0 \quad [2.33]$$

Volumenændringsarbejdet kan bl.a. beregnes ud fra 1. hovedsætning:

$$W_{V12} = U_2 - U_1 = mc_V(T_2 - T_1) \quad [2.34]$$

Ved at erstatte c_V med $R_i/(\kappa - 1)$ og T med $pV/(mR_i)$ fås:

$$W_{V12} = \frac{mR_i}{\kappa - 1} (T_2 - T_1) = \frac{1}{\kappa - 1} (p_2 V_2 - p_1 V_1) \quad [2.35]$$

Fra dette udtryk kan yderligere udledes:

$$W_{V12} = \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1} \left(\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} - 1 \right) = \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \quad [2.36]$$

$$W_{V12} = \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) \quad [2.37]$$

Det teknisk reversible arbejde findes ud fra 1. hovedsætning for et åbent system, og da systemet er adiabatisk ($Q_{12} = 0$), og processen foregår reversibelt ($W_{diss12} = 0$), ses:

$$W_{t12} = H_2 - H_1 = mc_p(T_2 - T_1) \quad [2.38]$$

eller:

$$W_{t12} = \kappa W_{V12} \quad [2.39]$$

Et isentropisk procesforløb kan findes f.eks i en fuldstændig isoleret turbine eller kompressor, forudsat at der ikke sker dissipationsarbejde. En isentropisk proces kan derved aldrig foregå i virkeligheden, da alle virkelige processer foregår med tab.

Isentropen danner ofte forbillede for virkelige processer, der kan beskrives derfra ved hjælp af virkningsgrader.

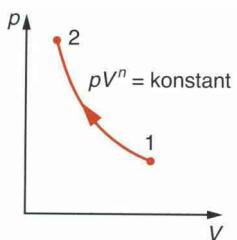
Eksempel 2.4

Beregning af teknisk arbejde ved en isentrop proces

En luftdrevet slibemaskine tilføres trykluft med temperaturen 20 °C og et overtryk på 7 bar. I slibemaskinen ekspanderer luften isentrop til atmosfæretrykket 1 bar. Beregn det teknisk reversible arbejde der udvindes pr. kg luft, idet κ er 1,4 for tør luft.

Løsning:

$$\begin{aligned} W_{t12} &= \kappa W_{V12} = \frac{\kappa m R_i T_1}{\kappa - 1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) \\ &= \frac{1,4 \cdot 1 \cdot 0,287 \cdot 293}{1,4 - 1} \left(\left(\frac{1}{7+1} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1 \right) = -132 \text{ kJ} \end{aligned}$$

2.4.5 Polytrop proces

Figur 2.10

I de foregående afsnit har vi set på fire specielle processer med hver deres kendeteogn. Volumen, tryk eller temperatur har været konstant, og for isentropen var der ingen varmeudveksling med omgivelserne, og processen er reversibel.

Ud over de fire specialtilfælde findes et uendeligt antal processer defineret ved følgende grundligning:

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n = \text{konstant} \quad \text{eller} \quad pV^n = \text{konstant} \quad [2.40]$$

Denne ligning definerer den polytrope proces. *Polytropesponenten*, n , kan antage en vilkårlig værdi, og derved fås, som navnet *polytrop* antyder, uendelig mange processer.

For en bestemt proces skal eksponenten n være konstant under hele processen.

De fire foregående processer indeholderes i grundligningen for polytropen og er specialtilfælde heraf, idet der for n indsættes følgende værdi:

- Isentrop: $n = \kappa$
- Isoterm: $n = 1$
- Isobar: $n = 0$; idet $pV^0 = p1 = \text{konstant}$
- Isokor: $n = \infty$; idet $pV^n = \text{konstant} \Rightarrow p^{1/n}V = \text{konstant} \Rightarrow p^0V = \text{konstant}$ ved $n = \infty$ og konstant volumen.

Som følge af den matematiske analogi med isentropen kan der anvendes samme ligningssæt for den polytrope proces, idet n sættes i stedet for κ . Derved forbindes den absolutte temperatur, T , med p og V med følgende ligninger:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad [2.41]$$

Ved kombination af [2.40] og [2.41] kan *polytropesponenten*, n , bestemmes:

$$n = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{p_2}{p_1} - \ln \frac{T_2}{T_1}} \quad [2.42]$$

Volumenændringsarbejdet, W_V , beregnes ligeledes ud fra de analoge ligninger, hvor κ blot erstattes af n :

$$W_{V12} = \frac{1}{n-1} (p_2 V_2 - p_1 V_1) \quad [2.43]$$

$$W_{V12} = \frac{m R_i}{n-1} (T_2 - T_1) \quad [2.44]$$

$$W_{V12} = \frac{p_1 V_1}{n-1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) \quad [2.45]$$

Også ved beregning af teknisk arbejde, W_t , erstattes κ med n :

$$W_{t12} = n W_{V12} \quad [2.46]$$

På ét væsentligt punkt kan polytropen adskille sig fra isentropen, idet sidstnævnte forudsætter et adiabatisk system. Den polytrope proces kan udveksle varme over systemgrænsen, så $Q_{12} \neq 0$.

Varmemængden Q_{12} beregnes ud fra første hovedsætning, idet der stadig antages at være tale om reversible processer:

$$Q_{12} = U_2 - U_1 - W_{V12}$$

og

$$W_{V12} = \frac{m R_i}{n-1} (T_2 - T_1) = m c_V \frac{\kappa - 1}{n-1} (T_2 - T_1)$$

Kombineres ligningerne ses:

$$Q_{12} = m c_V \frac{n - \kappa}{n - 1} (T_2 - T_1) \quad [2.47]$$

Virkelige kompressions- og ekspansionsprocesser kan med god nøjagtighed beskrives ud fra en polytrop. Dog kan det forekomme, at n ikke har samme værdi under hele procesforløbet.

Ved kompressorer med god køling kan n blive mindre end κ og nærme sig en isoterm ($n = 1$). Ofte kan kølesystemet ikke bortføre al den udviklede friktionsvarme, og n bliver så større end κ .

Ved polytropiske ekspansionsforløb forholder det sig omvendt, således at stærkt kølet ekspansion medfører $n > \kappa$ og ved ukølet ekspansion $n < \kappa$.

Eksempel 2.5

Beregning af volumenændringsarbejdet ved en polytrop proces

Tør atmosfærisk luft med en masse på 12 kg komprimeres fra 1,2 bar til 8,0 bar. Temperaturen $t_1 = 18^\circ\text{C}$ og sluttemperaturen $t_2 = 155^\circ\text{C}$. Kompressionen forløber som en polytropisk proces. Beregn polytropeseksponenten, n , volumenændringsarbejdet og udvekslet varmemængde med omgivelserne.

Løsning:

$$n = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{p_2}{p_1} - \ln \frac{T_2}{T_1}} = \frac{\ln \frac{8}{1,2}}{\ln \frac{8}{1,2} - \ln \frac{428}{291}} = 1,26$$

Volumenændringsarbejdet, W_{V12} , findes ud fra [2.44]:

$$\begin{aligned} W_{V12} &= \frac{mR_i}{n-1} (T_2 - T_1) \\ &= \frac{12 \cdot 0,287}{1,26 - 1} (428 - 291) = 1848,13 \text{ kJ} \end{aligned}$$

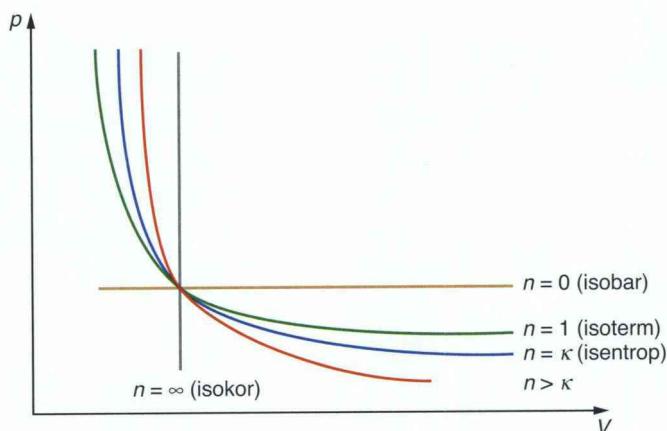
Udvekslet varmemængde beregnes ved hjælp af [2.47]:

$$\begin{aligned} Q_{12} &= mc_V \frac{n - \kappa}{n - 1} (T_2 - T_1) \\ &= 12 \cdot 0,717 \frac{1,26 - 1,40}{1,26 - 1} (428 - 291) = -668,10 \text{ kJ} \end{aligned}$$

2.4.6 Sammenligning af processerne

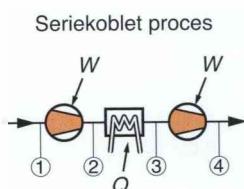
På figur 2.11 er processerne optegnet i et p, V -diagram og størrelsen af n er angivet. Jo større værdi n får, desto stejlere forløber kurven i diagrammet.

De enkelte processer er endvidere sammenstillet i skema 10.23.



Figur 2.11
Sammenligning af
polytropiske processer.

2.5 Kredsprocesser



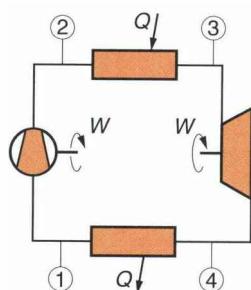
Figur 2.12
Seriekoblet proces.

I de foregående afsnit er den enkelte termiske standardproces behandlet.

I praksis opbygges anlæg, der kobler flere termiske standardprocesser efter hinanden. For eksempel kan et trykluftanlæg først komprimere luften i en lavtrykskompressor, dernæst køle luften i en mellemkøler og til sidst komprimere til sluttstanden i endnu en kompressor (højtryk). Dette anlæg kan beskrives ved at sætte tre termiske standardprocesser sammen. Udvekslet arbejde for anlægget kan beregnes ved at summere arbejdet (med fortegn) for hver enkelt standardproces $\sum W_t = W_{t12} + W_{t23} + W_{t34}$. På tilsvarende vis beregnes udvekslet varme $\sum Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34}$.

Trykluftanlægget kan karakteriseres som en række seriekoblede åbne systemer.

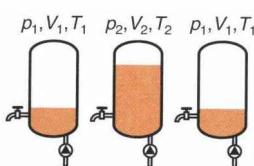
2.5.1 Kredsprocesser, definitioner



Figur 2.13
Kredsproces

Hvis flere åbne systemer serieforbindes og kobles i en kreds, så returneres den strømmende gas til udgangspunktet og kører hele tiden i ring. Ved stationære processer kommer gassens tilstandsstørrelser ved gennemløb af processerne tilbage til udgangstilstanden. Derved gennemløbes en *kredsproces*. En kredsproces er defineret ved at arbejdsmidiet (gassen) gennemløber en række tilstandsforandringer og til slut føres tilbage til begyndelsestilstanden.

I et lukket gasturbineanlæg kobles fire processer efter hinanden. Først komprimeres arbejdsgassen i en kompressor og så tilføres varme i en varmeverksler. Dernæst ekspanderer gassen i en turbine og køles i endnu en varmeverksler. Efter varmeverksleren har arbejdsgassen opnået begyndelsestilstanden og strømmer igen til kompressoren, hvorved kredsprocessen kan gentages.



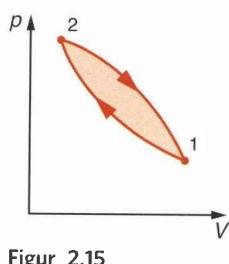
Figur 2.14

Gas indesluttet i et lukket system kan også gennemløbe en kredsproces. Luftpuden over vandspejlet i en hydroforbeholder bliver komprimeret, når pumpen lukker nyt vand ind i beholderen. Ved aftapning fra hydroforbeholderen opnås samme volumen, tryk og temperatur for den indespærrede luft som ved begyndelsestilstanden.

En kredsproces kan således finde sted både i et lukket system og i åbne systemer koblet efter hinanden i ring.

I næste afsnit behandles kredsprocesser for ideal gas, og reversible tilstandsforandringer er forudsat.

2.5.2 Varmekraftmaskinens kredsproces



Figur 2.15

En varmekraftmaskine er en fællesbetegnelse for termiske maskiner, der afleverer arbejde til omgivelserne. I en varmekraftmaskine omsættes en del af den varme, der tilføres arbejdsmidiet, til mekanisk arbejde. Et velkendt eksempel er forbrændingsmotoren, f.eks benzin- eller dieselmotoren. Det kan også være en gasturbine eller varmluftmotor. I dette afsnit behandles de teoretiske kredsprocesser for denne type maskineri.

Ved en varmekraftmaskine løber processen *med uret* i p,V -diagrammet. For enkelthedens skyld betragtes en kredsproces, der kun består af to delprocesser.

Først behandles en kredsproces i et lukket system. Ved at anvende 1. hovedsætning på processen fra 1 til 2 ses:

$$Q_{12} + W_{V12} = U_2 - U_1$$

Opstilles ligningen for tilbageløbet fra 2 til 1 (udgangspunktet), fås:

$$Q_{21} + W_{V21} = U_1 - U_2$$

Adderes ligningerne, fremkommer et udtryk for kredsprocessens samlede arbejde $W_k = \sum W_V$:

$$\begin{aligned} W_{V12} + W_{V21} &= -(Q_{12} + Q_{21}) \\ W_k &= \sum W_V \end{aligned} \quad [2.48]$$

Hvis 1. hovedsætning i stedet anvendes på åbne systemer koblet i ring:

$$Q_{12} + W_{t12} = H_2 - H_1$$

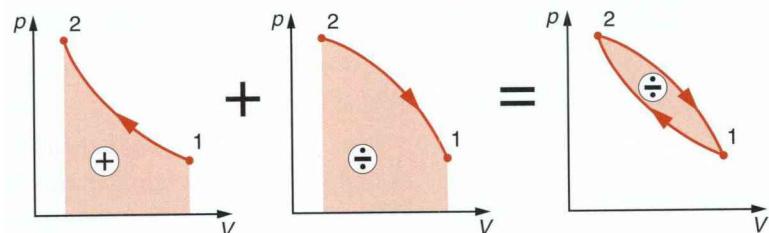
$$Q_{21} + W_{t21} = H_1 - H_2$$

Ved addition af ligningerne konkluderes som før:

$$W_k = \sum W_t = -\sum Q \quad [2.49]$$

Det samlede arbejde, W_k , for en varmekraftmaskine er lig med summen af volumenændringsarbejdet eller teknisk reversibelt arbejde. Endvidere er den numeriske værdi af kredsprocessens arbejde lig med summen af udvekslet varme $\sum Q$.

Af figur 2.16 fremgår, at arbejdet, W_k , for en reversibel kredsproces *med uret* i p,V -diagrammet udgøres af den afgrænsede flade, som afsnøres af processerne. Det samlede arbejde, W_k , er negativt, hvilket naturligvis passer med fortegnsdefinitionen, da systemet afleverer arbejde til omgivelserne.

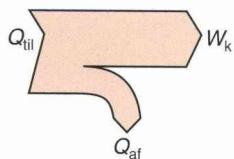


Figur 2.16
Det samlede arbejde for
en varmekraftmaskine.

2.5.3 Termisk virkningsgrad

Formålet med en varmekraftmaskine eller en motor er som nævnt at omsætte mest muligt af den varme, der tilføres arbejdsmediet, til mekanisk arbejde.

Varmen til en forbrændingsmotor tilføres ved forbrænding af fossile brændsler som benzin, dieselolie eller naturgas. Derfor bør brændslet også af økonomiske og miljømæssige årsager udnyttes så godt som muligt.



Figur 2.17

Varmekraftmaskinens nyttearbejde, der overføres til omgivelserne, er netop kredsprocessens samlede arbejde, W_k . Dette arbejde skal sammenholdes med tilført varme, Q_{til} , til kredsprocessen. Normalt betales for tilført varme (brændselsudgift) og som regel mistes spildvarmen. Derfor beregnes Q_{til} ved at summere varmen fra alle delprocesser, hvor der *tilføres* varme (Q er positiv).

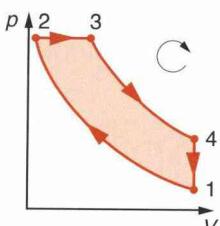
Forholdet mellem $|W_k|$ og Q_{til} betegnes termisk virkningsgrad η_t :

$$\eta_t = \frac{|W_k|}{Q_{\text{til}}} \quad [2.50]$$

Den termiske virkningsgrad, η_t , bliver altid mindre end 1, dvs. kun en del af den tilførte varmemængde bliver omsat til arbejde. Høj termisk virkningsgrad η_t er udtryk for en god brændstoføkonomi og relativt lille miljøbelastning. Virkningsgrader i størrelsesordenen 0,4 til 0,5 er tæt på det maksimale for varmekraftmaskiner.

Eksempel 2.6

Beregninger på dieselmotorens idealiserede kredsproces



En dieselmotor arbejder efter følgende idealiserede kredsproces (se mere om dieselmotoren i afsnit 6.7.2):

- 1-2 Polytropisk kompression fra tilstand 1 givet ved $t_1 = 18^\circ\text{C}$ og $p_1 = 1,02$ bar til $p_2 = 15,5$ bar med polytropeseksponenten $n = 1,5$.
- 2-3 Isobar, hvor arbejdsmediet opvarmes til 1600°C ved forbrændningsprocessen.
- 3-4 Isentropisk ekspansion til $v_4 = v_1$, dette er arbejdsslaget.
- 4-1 Isokor afkøling.

Alle processer er reversibele. Arbejdsmediet er atmosfærisk luft, der kan regnes som en ideal gas med gaskonstanten $R_i = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ og konstant specifik varmekapacitet $c_p = 1004 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

Bestem:

- Isentropesponenten κ for arbejdsmediet.
- Tilstandsstørrelserne p, v, T i de fire tilstande.
- Udvekslet specifik varme til hver procesændring, q_{12}, q_{23} , osv.
- Udvekslet specifikt volumenændringsarbejde til hver af de fire procesændringer, w_{V12}, w_{V23} , osv.
- Kredsprocessens termiske virkningsgrad.

Løsning:

a) $c_V = c_p - R_i = 1004 - 287 = 717 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V} = \frac{1004}{717} = 1,40$$

b) $v_1 = \frac{R_i T_1}{p_1} = \frac{287(18 + 273)}{1,02 \cdot 10^5} = 0,819 \text{ m}^3/\text{kg}$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 291 \left(\frac{15,5}{1,02} \right)^{\frac{1,5-1}{1,5}} = 721 \text{ K}$$

$$v_2 = \frac{R_i T_2}{p_2} = \frac{287 \cdot 721}{15,5 \cdot 10^5} = 0,133 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_3 = \frac{R_i T_3}{p_3} = \frac{287 \cdot 1873}{15,5 \cdot 10^5} = 0,347 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$p_4 = p_3 \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^\kappa = 15,5 \left(\frac{0,347}{0,819} \right)^{1,4} = 4,66 \text{ bar}$$

$$T_4 = \frac{p_4 v_4}{R_i} = \frac{4,655 \cdot 10^5 \cdot 0,819}{287} = 1328 \text{ K}$$

For overblikkets skyld kan tilstandsstørrelserne med fordel indføres i et skema som dette:

Størrelse/tilstand	1	2	3	4	enhed
Tryk, p	1,02	15,5	15,5	4,66	bar
Specifikt volumen, v	0,819	0,133	0,347	0,819	m^3/kg
Temperatur, T	291	721	1873	1328	K
Temperatur, t	18	448	1600	1055	$^{\circ}\text{C}$

Skemaet kan så danne grundlag for optegning af et præcist p, v -diagram.

$$\text{c)} \quad q_{12} = c_V \frac{n - \kappa}{n - 1} (T_2 - T_1) = 0,717 \frac{1,5 - 1,4}{1,5 - 1} (721 - 291) \\ = 61,5 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{23} = c_p (T_3 - T_2) = 1,004 (1873 - 721) = 1156,8 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{34} = 0$$

$$q_{41} = c_V (T_1 - T_4) = 0,717 (291 - 1328) = -743,5 \text{ kJ/kg}$$

$$\sum q = q_{12} + q_{23} + q_{34} + q_{41} = 474,8 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{d)} \quad w_{V12} = \frac{p_1 v_1}{n - 1} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \\ = \frac{1,02 \cdot 10^5 \cdot 0,819}{(1,5 - 1) \cdot 10^3} \left(\frac{721}{291} - 1 \right) = 246,7 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{V23} = R_i (T_2 - T_3) = 0,287 (721 - 1873) = -330,7 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{V34} = c_V (T_4 - T_3) = 0,717 (1328 - 1873) = -390,8 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{V41} = 0$$

$$w_k = \sum w_V = w_{V12} + w_{V23} + w_{V34} + w_{V41} \\ = -474,8 \text{ kJ/kg} = -\sum q$$

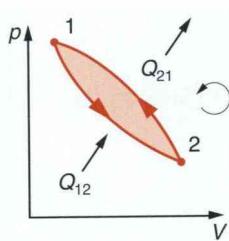
dvs.OK

I stedet for volumenændringsarbejdet kunne man beregne det specifikke tekniske arbejde, w_t . Bidragene bliver forskellige, men summen den samme.

$$\text{e)} \quad \eta_t = \frac{|w_k|}{q_{\text{til}}} = \frac{|w_k|}{q_{12} + q_{23}} = \frac{|-474,8|}{61,5 + 1156,8} = 0,39$$

Den termiske virkningsgrad udtrykker det ønskede arbejde, delt med den energi der skal betales, her overvejende forbrændingsvarmen.

2.5.4 Køleanlæggets kredsproces



Figur 2.18

Køleanlæg har til formål at frembringe og opretholde en lav temperatur, eksempelvis i et køleskab, et kølerum eller en fryser. Det er velkendt, at varme ikke af sig selv kan gå fra et område med lav temperatur til et område med høj temperatur. Et køleanlæg frembringer en varmestrøm og derved holdes en lav temperatur i kølerummet. Et køleanlæg opbygges af maskiner, der samlet tilføres mekanisk arbejde, og nogle varmemflader.

Ved et køleanlæg eller kølemaskine forløber processen *mod uret* i p,V-diagrammet. I figuren betragtes en simpel kredsproces, der kun består af to delprocesser.

Ved at bruge 1. hovedsætning på kredsprocessen kan samme ligning som for varmekraftmaskinen udledes:

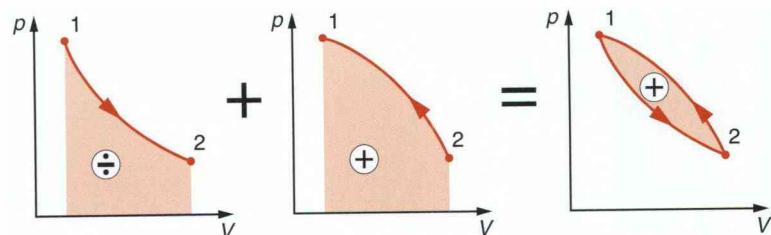
$$W_k = \sum W_V = \sum W_t = -\sum Q \quad [2.51]$$

Imidlertid er kredsprocessens arbejde, W_k , positivt, hvilket fremgår af figur 2.19.

En kølemaskine tilføres arbejde i modsætning til varmekraftmaskinen. Ud fra ligning [2.51] følger, at $\sum Q = Q_{12} + Q_{21}$ bliver negativ, når W_k er positiv. Ved den skitserede køleproces tilføres Q_{12} fra kølerummet til kølemaskinen, og dermed holdes temperaturen lav i kølerummet. Det er varmemængden Q_{12} , der fjernes fra kølerummet, der er væsentlig for kølemaskinens funktion. Ved processen fra 2 til 1 afgiver kølemaskinen varmemængden Q_{21} til omgivelserne. Da Q_{21} numerisk er større end Q_{12} , bliver $\sum Q$ negativ som tidligere anført. Kølemaskinen må tilføres et arbejde W_k , der svarer til forskellen mellem Q_{12} og Q_{21} .

En parallel til køleprocessen er varmepumpens proces. Varmepumpen er *ikke et omvendt køleskab*, men derimod et *køleanlæg*, hvor man udnytter den varme side af anlægget. Processen i en varmepumpe er identisk med køleprocessen, men temperaturniveauerne er som regel anderledes.

Hvis den i figuren skitserede proces var en varmepumpeproces, var det varmemængden Q_{21} på den varme side af anlægget, der er væsentlig. Denne varmemængde udnyttes til rumopvarmning eller



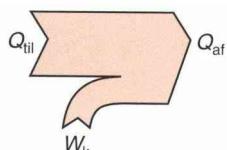
Figur 2.19

Det samlede arbejde for et køleanlæg.

opvarmning af varmt brugsvand. Med varmepumpen transporteres varme fra et område med lav temperatur til et område med høj temperatur, hvor varmen kan udnyttes.

Da varmepumpeprocessen principielt svarer til køleprocessen, er processen således også orienteret *mod uret* i *p,V*-diagrammet.

2.5.5 Effektfaktor, ε



Figur 2.20

Som mål for en kølemaskines eller en varmepumpes energiudnyttelse og driftsøkonomi opstilles en effektfaktor, ε . Effektfaktoren kan ikke sammenlignes med en virkningsgrad, da effektfaktoren normalt er større end 1. Dette forhold betyder naturligvis ikke, at køleanlæg eller varmepumper fungerer som evighedsmaskiner. Effektfaktoren kan formuleres som »nytte« divideret med nødvendigt tilført arbejde. Da »nytten« enten er fjernet varmemængde fra kølerummet eller afgivet varme fra varmepumpen fremkommer følgende udtryk:

$$\text{Køleanlæg} \quad \varepsilon_{\text{køl}} = \frac{Q_{\text{til}}}{W_k} \quad [2.52]$$

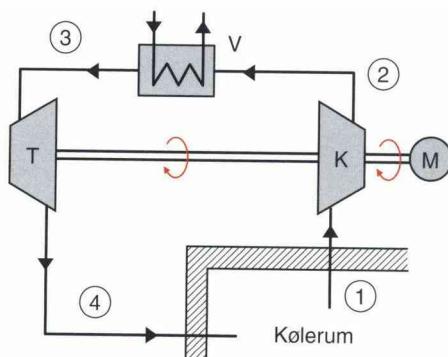
$$\text{Varmepumpe} \quad \varepsilon_{\text{vp}} = \frac{|Q_{\text{af}}|}{W_k} \quad [2.53]$$

Effektfaktorerne for køleanlæg og varmepumper ligger ofte mellem 2 og 4. Det ses af figur 2.20, at effektfaktoren for køleanlæg af natur er lavere end varmepumpens. Det ses også, at det skyldes, at kompressorens varmeenergi kan nyttiggøres i varmepumpen.

Eksempel 2.7

Løsningsmetode for et energiteknisk anlæg, her et køleanlæg med luft som medie

En ideal gas benyttes som arbejdsmedie i et køleanlæg, der skal køle et kølerum. Anlægget er i princippet opbygget som vist på diagrammet. En kompressor udsuger luft fra rummet og komprimerer gassen til punkt 2. Den varme luft køles herefter i en varmeveksler til punkt 3. Fra punkt 3 ekspanderes luften til samme



tryk som i punkt 1 (trykket i rummet). Ved ekspansionen falder lufttemperaturen. Turbinens arbejde medvirker til at drive kompressoren, og en el-motor leverer det resterende arbejde. Rumtemperaturen skal holdes på 5 °C.

Gassen gennemløber en kredsproces, der ideelt set består af følgende fire delprocesser:

- 1-2 Isentrop kompression fra et atmosfæretryk (i rummet) på 1,013 bar med et trykforhold på $p_2/p_1 = 3$.
- 2-3 Isobar afkøling til en temperatur på 50 °C.
- 3-4 Isentrop ekspansion i turbinen til et tryk som er lig p_1 .
- 4-1 Isobar opvarmning til en temperatur på 5 °C (rumtemperaturen).

Gassen regnes som en ideal gas (atmosfærisk luft), og derfor anvendes konstante varmekapaciteter: $c_p = 1004 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ og $c_v = 717 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$. Det giver en isentropeksponent på 1,4 tilsvarende eksempel 2.6.

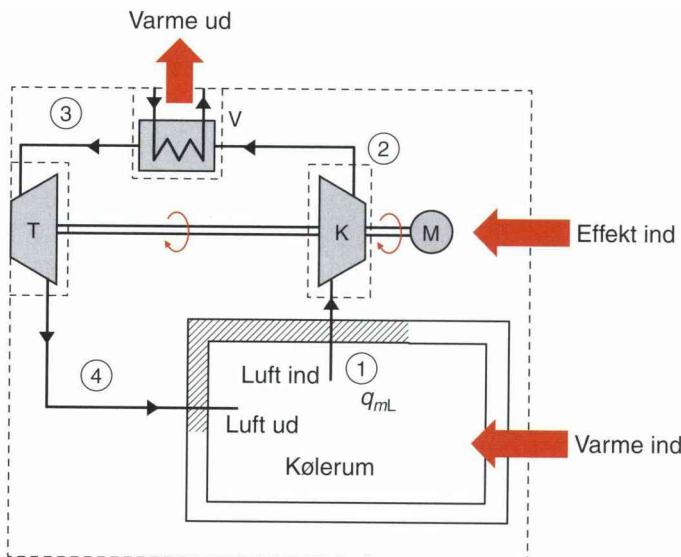
Der ønskes beregnet følgende for anlægget ved en køleydelse på 20 kW (tilført gassen fra kølerummet):

- a) Tilstandsstørrelserne i de fire angivne punkter.
- b) Massestrømmen af luft i systemet.
- c) Det specifikke arbejde og effekten til kompressorens aksel.
- d) Det specifikke arbejde og effekten fra turbinens aksel.
- e) Den specifikke varme og varmestrømmen fra varmeverksleren.
- f) Anlæggets effektfaktor.

Her angives en fremgangsmåde for beregningerne, som kan følges i alle andre problemstillinger af denne art, jf. »Strategi ved opstilling af energibalancer« side 24.

1) Systemet afgrænses og beskrives

Der lægges kontrolflader om de enkelte komponenter og om hele anlægget. Anlægsdiagrammet påsættes numre, massestrømme, strømpile og forklarende tekst som vist nedenfor:



Det vurderes, at anlægget er et stationært system. Dette er begrundet med, at køleydelse og tilstandsstørrelser er konstante under drift. Ud fra de fire delprocesser og antagelsen om idealgas i systemet kan tilstandsstørrelser, udvekslet varme og arbejde beregnes.

2) Tilstandsstørrelserne bestemmes i de relevante punkter, 1-4

I **punkt 1** kendes tryk og temperatur, det specifikke volumen beregnes ud fra idealgasligningen:

$$v_1 = \frac{R_i T_1}{p_1} = \frac{287 \cdot 278}{1,013 \cdot 10^5} = 0,788 \text{ m}^3/\text{kg}$$

I **punkt 2** kendes kun trykket (ud fra trykforholdet). Derfor bruges processen til at finde volumen eller temperatur i punktet. Ligning [2.31] bruges:

$$v_2 = \left(\frac{p_1 v_1^\kappa}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = \left(\frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot 0,788^{1,4}}{3,04 \cdot 10^5} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 0,360 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Og nu kan temperaturen så beregnes ud fra idealgasligningen:

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R_i} = \frac{3,04 \cdot 10^5 \cdot 0,360}{287} = 381 \text{ K} \quad \text{hvilket giver:}$$

$$t_2 = 108^\circ\text{C}$$

I **punkt 3** kendes tryk og temperatur, det specifikke volumen beregnes ud fra idealgasligningen:

$$v_3 = \frac{R_i T_3}{p_3} = \frac{287 \cdot 323}{3,04 \cdot 10^5} = 0,305 \text{ m}^3/\text{kg}$$

I **punkt 4** kendes kun trykket. Derfor bruges processen til at finde volumen eller temperatur i punktet. Ligning [2.31] kan bruges:

$$v_4 = \left(\frac{p_3 v_3^\kappa}{p_4} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = \left(\frac{3,04 \cdot 10^5 \cdot 0,305^{1,4}}{1,013 \cdot 10^5} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 0,669 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Og nu kan temperaturen så beregnes ud fra idealgasligningen:

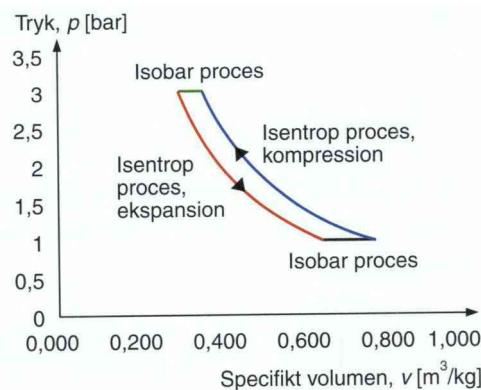
$$T_4 = \frac{p_4 v_4}{R_i} = \frac{1,013 \cdot 10^5 \cdot 0,669}{287} = 236 \text{ K} \quad \text{hvilket giver:}$$

$$t_4 = -37 \text{ }^\circ\text{C}$$

Tallene indføres nu i tabellen for overblikkets skyld.

Størrelse / Tilstand	1	2	3	4	enhed
Tryk, p	1,013	3,04	3,04	1,013	bar
Specifikt volumen, v	0,788	0,360	0,305	0,669	m^3/kg
Temperatur, T	278	381	323	236	K
Temperatur, t	5	108	50	-37	${}^\circ\text{C}$

3) p,v -diagrammet optegnes



4) Opstilling af energiligningen

Det er som tidligere nævnt et stationært system. Det ses, at der ikke genereres energi ($\dot{E}_{gen} = 0$) i systemet. Et eksempel på et system, hvori der genereres energi, kunne være en gasturbine, hvor indsprøjtet gasolie forbrænder og udvikler varme.

Når $\dot{E}_{\text{gen}} = 0$ skal summen af den energi, der strømmer ind, minus summen af den energi, der strømmer ud, være lig med 0, jf. ligning [0.1]. Energibalanceligningen skrives som vist:

$$\dot{E}_{\text{ind}} - \dot{E}_{\text{ud}} = 0$$

Ligningen er gældende for alle kontrolflader, dvs. om enkelt komponenter eller hele systemet.

For åbne systemer som kompressorer, turbine eller varmeflader vil energiligningen generelt kunne skrives som:

$$P_i + q_m h_{\text{ind}} - q_m h_{\text{ud}} + \Phi = 0$$

hvor $q_m h_{\text{ind}} - q_m h_{\text{ud}}$ repræsenterer den energistrøm, der overføres til den strømmende gas.

5) Energiligningen for de enkelte delprocesser

a) For proces 1-2 kompressionen:

$$P_{i12} + q_{mL} h_1 - q_{mL} h_2 + \Phi_{12} = 0$$

Det skal bemærkes, at Φ_{12} vil være negativ, hvis der er køling på kompressoren. Ved division med massestrømmen, q_{mL} , fås:

$$h_2 - h_1 = (w_{t12} + w_{\text{diss}}) + q_{12}$$

Resultatet kan i øvrigt opnås ved at kombinere ligning [1.23] med [1.28].

Da der er tale om en isentrop proces, er udvekslet varme og dissipationsarbejde lig 0.

Den specifikke entalpi kan (for ideale gasser) beregnes af ligning [2.20]:

$$h_2 - h_1 = c_p(t_2 - t_1)$$

Nu kan specifikt teknisk arbejde beregnes til:

$$\begin{aligned} w_{t12} &= h_2 - h_1 = c_p(t_2 - t_1) \\ &= 1,004 \cdot (107,6 - 5) = 103,0 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

b) For proces 2-3 afkøling:

$$h_3 - h_2 = (w_{t23} + w_{\text{diss}}) + q_{23}$$

Her er det specifikke tekniske arbejde lig 0, da der er tale om en isobar proces.

$$\begin{aligned} q_{23} &= h_3 - h_2 = c_p(t_3 - t_2) \\ &= 1,004 \cdot (50 - 107,6) = -57,8 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Den specifikke varmemængde er negativ, idet der afkøles.

c) For proces 3-4 ekspansionen:

$$h_4 - h_3 = (w_{t34} + w_{diss}) + q_{34}$$

Heri er varme og dissipationsarbejde lig 0, da der er tale om en isentrop proces.

$$\begin{aligned} w_{t34} &= h_4 - h_3 = c_p(t_4 - t_3) \\ &= 1,004 \cdot (-37,1 - 50) = -87,4 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Arbejdet er negativt, idet der afgives arbejde.

d) For proces 4-1 opvarmning:

$$h_1 - h_4 = (w_{t41} + w_{diss}) + q_{41}$$

Heri er det specifikke tekniske arbejde lig 0, da der er tale om en isobar proces.

$$\begin{aligned} q_{41} &= h_1 - h_4 = c_p(t_1 - t_4) \\ &= 1,004 \cdot (5 - (-37,1)) = 42,3 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Den specifikke varmemængde er positiv, idet der opvarmes.

6) Beregning af massestrøm, energistrømme og effektfaktor

Der er for kølerummet opgivet en varmestrøm på 20 kW. Ud fra dette kan massestrømmen beregnes:

$\Phi_{41} = q_{41} q_{mL}$ hvor q_{mL} er massestrømmen af luft i kg/s, se ligning [1.26].

$$\text{Heraf: } q_{mL} = \frac{\Phi_{41}}{q_{41}} = \frac{20}{42,3} = 0,47 \text{ kg/s}$$

Da det specifikke tekniske arbejde og den specifikke varmemængde nu er beregnet, kan varmestrømme og effektstørrelser beregnes ved hjælp af ligning [1.26] og [1.27].

Tilført varmestrøm i kølerummet er givet til 20 kW. Afgivet varmestrøm i varmeveksleren fås af:

$$\Phi_{23} = q_{23} q_{mL} = -57,8 \cdot 0,47 = -27,3 \text{ kW}$$

Tilført effekt til kompressorens aksel:

$$P_{t12} = w_{t12} q_{mL} = 103,0 \cdot 0,47 = 48,7 \text{ kW}$$

Afgivet effekt fra turbinen:

$$P_{t34} = w_{t34} q_{mL} = -87,4 \cdot 0,47 = -41,3 \text{ kW}$$

Samlet effekt, som skal tilføres af el-motoren, bliver så summen af de to effektstørrelser:

$$P_{\text{motor}} = P_{t12} + P_{t34} = 48,7 - 41,3 = 7,4 \text{ kW}$$

Anlæggets effektfaktor kan nu beregnes af:

$$\varepsilon = \frac{\Phi_{41}}{P_{\text{motor}}} = \frac{20}{7,4} = 2,72$$

7) Kontrol ved ydre kontrolflade

Afslutningsvis kontrolleres resultatet ved hjælp af energibalanceligningen for hele det stationære system, der omsluttet af den ydre kontrolflade:

$$P_{\text{motor}} + \Phi_{23} + \Phi_{41} = 7,4 + 20 - 27,3 \sim 0$$

OK!, afvigelse skyldes afrunding.

2.5.6 Carnots kredsproces for varmekraftmaskine

Der findes flere teoretiske kredsprocesser. *Carnots kredsproces* er – selv om den ikke kan virkeliggøres i en virkelig varmekraftmaskine – særlig interessant, fordi den ikke overgås af andre processer med hensyn til høj termisk virkningsgrad.

Kredsprocessen består af fire reversible processer: To isentroper og to isotermes, jf. figur 2.21. Kredsprocessens termiske virkningsgrad beregnes som vist i det følgende:

For de to isentropiske processer gælder: $Q_{23} = Q_{41} = 0$. For de to isotermes har vi efter [2.28] og [2.30]:

$$Q_{12} = -W_{V12} = m R_i T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

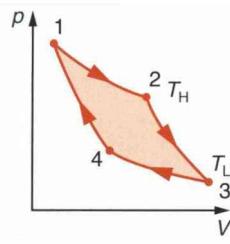
$$Q_{34} = -W_{V34} = m R_i T_3 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

For isentroperne 4-1 og 2-3 har vi, jf. [2.32]:

$$\frac{T_1}{T_4} = \left(\frac{V_4}{V_1} \right)^{\kappa-1} \quad \text{og} \quad \frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\kappa-1}$$

Indsættes heri $T_1 = T_2$ og $T_3 = T_4$, fås:

$$\frac{V_1}{V_4} = \frac{V_2}{V_3}$$



Figur 2.21

Indsættes dette i udtrykket for Q_{34} , fås ved division:

$$\frac{Q_{34}}{Q_{12}} = -\frac{T_3}{T_1} \quad \text{eller} \quad Q_{34} = -Q_{12} \frac{T_3}{T_1}$$

Carnot-kredsprocessens arbejde beregnes nu efter [2.48]:

$$W_k = -(Q_{12} + Q_{34}) = \left(1 - \frac{T_3}{T_1}\right) Q_{12}$$

og processens termiske virkningsgrad som:

$$\eta_{car} = \frac{|W_{car}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{T_3}{T_1} \quad [2.54]$$

En varmekraftmaskine, der arbejder efter Carnots kredsproces mellem den høje temperatur $T_H = T_1$, hvor der tilføres en varmemængde Q_H ($= Q_{12}$) og den lavere temperatur $T_L = T_3$, hvor der fjernes kølevarmen Q_L , vil altså få en virkningsgrad på:

$$\eta_{car} = \frac{|W_{car}|}{Q_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad [2.55]$$

og man kan vise (vha. af 2. hovedsætning, jf. kap. 3), at ingen termisk kredsproces kan have en højere termisk virkningsgrad end Carnots kredsproces.

Af ligning [2.55] ses følgende vigtige ræsonnement:

For at opnå en høj virkningsgrad skal den høje temperatur, T_H , være så høj som mulig og den lave temperatur, T_L , lav som mulig.

I praksis vil varmekraftmaskiner, der arbejder med en kredsproces mellem den høje temperatur, T_H , og den lave temperatur, T_L , have en termisk virkningsgrad, der som følge af irreversibiliteten og temperaturdifferencer over varmefladerne (jf. afsnit 3.6) er lavere end givet ved [2.55], dvs.:

$$\eta = k\eta_{car} \quad [2.56]$$

hvor k i praksis ligger i området 0,50-0,80. Den ingeniormæssige udfordring ligger derfor i at komme så tæt på carnotvirkningsgraden som mulig.

k -faktoren i [2.56] kan med god nøjagtighed regnes for konstant ved små ændringer af T_H og T_L for en given maskine. Heraf følger, at ændringen af virkningsgraden for den virkelige proces nogenlunde svarer til den ændring, man kan beregne for carnotvirkningsgraden, hvilket er en nyttig huskeregel, jf. eksempel 2.8. Tilsvarende gælder for kølemaskiner og varmepumper, jf. eksempel 2.9 og 2.10.

Eksempel 2.8**Anvendelse af carnotvirkningsgraden for køleanlæg og varmepumpe**

På flere fronter arbejdes der med erstatning af kul (fossilt brændsel) med halm (biomasse) på kraftværkerne. Men en af de alvorlige ulemper ved halm er, at den indeholder klor, hvilket har den konsekvens, at man af korrosionshensyn ikke kan operere med damp temperaturer på over maksimalt 400 °C (673 K) mod ca. 600 °C (873 K) ved kulfyring.

Hvad betyder dette for den termiske virkningsgrad ved halmfyring kontra kulfyring?

Løsning:

Kølevarmen ønskes afsat til fjernvarme, hvorfor den lave temperatur sættes til 90 °C, dvs. $T_L = 273 + 90 = 363$ K. Ved kulfyring fås:

$$\eta_{car, \text{kul}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{363}{873} = 0,584$$

Ved halmfyring tilsvarende:

$$\eta_{car, \text{halm}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{363}{673} = 0,461$$

hvilket ligger ca. 21 % lavere end for kulfyring. Selv om totalvirkningsgraden (summen af el- og varmeproduktion i forhold til tilført energi) er nogenlunde ens for de to brændsler, er man interesseret i en så høj el-virkningsgrad som mulig, da el-energi kan sælges til en højere pris end varme.

2.5.7 Carnot-processen for kølemaskine og varmepumpe

Hvis Carnots kredsproces forløber *mod uret*, vil processen fungere som køleproces eller varmepumpeproces. På tilsvarende vis som for varmekraftmaskine kan man vise, at den maksimale teoretiske effekt faktor for de to processer kan findes som for kølemaskinen, hvor $Q_L + W_k = Q_H$:

$$\varepsilon_{car, \text{køle}} = \frac{Q_L}{W_k} = \frac{T_L}{T_H - T_L} \quad [2.57]$$

og for varmepumpen, hvor også $Q_L + W_k = Q_H$:

$$\varepsilon_{car, \text{vp}} = \frac{Q_H}{W_k} = \frac{T_H}{T_H - T_L} \quad [2.58]$$

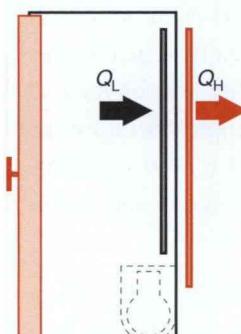
Heraf ses følgende vigtige ræsonnement:

For kølemaskinen og varmepumpen gælder, at temperaturdifferensen mellem det lave og det høje temperaturniveau skal være så lille som mulig.

altså lige den modsatte betingelse som for varmekraftmaskinen.

Eksempel 2.9

Anvendelse af carnotvirkningsgraden for et køleskab



Et køleskab arbejder med en kondenseringstemperatur på 45 °C (ved en rumtemperatur på 22 °C) og en fordampningstemperatur på -10 °C. Energiforbruget er ca. 300 kWh pr. år, dvs. ca. 600 kr. pr. år med en pris på 2,00 kr. pr. kWh. Ved rengøring af kondensatoren, der er anbragt bag på skabet, viser det sig, at kondenseringstemperaturen kan sænkes 7 K, dvs. til 38 °C. Hvor meget energi (penge) kan spares?

Løsning:

Vi går igen ud fra, at den *ændring af effektfaktoren*, der kan opnås for den virkelige proces, nogenlunde svarer til den ændring, der kan observeres for Carnot-processen. Effektfaktoren beregnes før og efter rengøring.

Før:

$$\varepsilon_1 = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{273 - (-10)}{45 - (-10)} = 4,782$$

Efter:

$$\varepsilon_2 = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{273 - (-10)}{38 - (-10)} = 5,479$$

Energiforbrug efter rengøring:

$$E_2 = E_1 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = 300 \frac{4,783}{5,479} = 261,8 \text{ kWh}$$

Besparelsen bliver altså ca. 38 kWh pr. år eller ca. 76 kr. svarende til ca. 13 %.

Eksempel 2.10

Anvendelse af carnotvirkningsgraden for en varmepumpe

En el-drevne varmepumpe skal opvarme et enfamiliehus. Varmen Q_L hentes ved afkøling af udeluft med en fordampningstemperatur på -5 °C, og afleveres, sammen med den tilførte el-energi E_{el} , som radiatorvarme Q_H ved en kondenseringstemperatur på 70 °C. Det årlige varmeforbrug skønnes til 12.000 kWh, og varmepumpens effektfaktor ved de angivne temperaturer er oplyst til $\varepsilon_1 = 2,0$. Elforbruget bliver dermed ca. $E_{el,1} = 6.000 \text{ kWh/år}$ eller ca. 12.000 kr/år ved en elpris på 2,00 kr/kWh.

En beregning har vist, at man kan sænke kondenseringstemperaturen til 55 °C, hvis radiatorerne gøres dobbelt så store (og dermed også noget dyrere).

Hvor meget lavere bliver elforbruget, hvis denne løsning vælges?

Løsning:

Effektfaktoren med *små radiatorer* beregnes efter [2.58]:

$$\varepsilon_{\text{car}1} = \frac{Q_H}{W_k} = \frac{T_H}{T_H - T_L} = \frac{70 + 273}{70 - (-5)} = 4,573$$

Reduktionsfaktoren, k , efter [2.56]:

$$k = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{\text{car}1}} = \frac{2,0}{4,573} = 0,437$$

Effektfaktoren med *store radiatorer* bliver:

$$\varepsilon_2 = k \varepsilon_{\text{car}2} = k \frac{T_H}{T_H - T_L} = 0,437 \frac{55 + 273}{55 - (-5)} = 2,391$$

Elforbruget reduceres dermed til:

$$E_2 = E_1 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = 6.000 \frac{2,0}{2,391} = 5.020 \text{ kWh}$$

dvs. en besparelse på 980 kWh eller ca. 1960 kr. svarende til ca. 16 %. Denne besparelse må så vurderes sammen med merprisen på de større radiatorer.

2.6 Resumé

I dette kapitel er temaet beregninger i forbindelse med standardprocesser. Ved standardprocesser forstås idealiserede processer, som bruges som referenceprocesser til beskrivelse af ideelle forhold i maskiner af forskellig art. Der gives baggrund for beregning af arbejde og varme på standardprocesserne isoterm, isobar, isokor og isentrop. *Iso* stammer fra græsk og betyder »lige stor«, heraf altså konstant tryk, temperatur og volumen. For isentropen forstås på tilsvarende vis konstant entropi. Begrebet entropi er temaet i kapitel 3.

Der gives i kapitlet en forklaring af, hvad der forstås ved polytrophe processer, som er givet ved en grundligning, der beskriver et utsal af processer. Ligningen kan bruges for alle øvrige processer ved blot at ændre *polytropesponenten* i ligningen.

For alle processer i kapitlet antages det, at de foregår som reversible processer, dvs. uden tab, og at de gennemløbes af ideale gasser. Derfor indledes kapitlet med at beskrive idealgasligningen.

Kapitlet slutter med at sammensætte processerne til såkaldte kredsprocesser, hvor flere processer forbindes og slutter tilbage i udgangspunktet. Mange af de energitekniske anlæg vi ser i virkeligheden, gennemløber kredsprocesser, og de kan derfor idealiseret beskrives

ved kredsprocesser, som de er behandlet i dette kapitel. Der gives også eksempler på gennemregning af flere typiske kredsprocesser, ligesom der er givet en slags beregningsguide (i eksempel 2.7).

Kredsprocessernes »kvalitet« kan beskrives ved den *termiske virkningsgrad* (eller *effektfaktoren*), disse defineres i kapitlet.

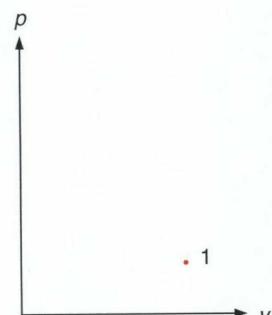
Den bedste af alle kredsprocesser, Carnot-processen, behandles særskilt i kapitlet, da denne ofte bruges som reference for alle øvrige kredsprocesser. Den består af to isotermer og to isentropier.

2.7 Nøglebegreber

Tilstandsningen	Polytrop proces
Gaskonstant	Polytropesponent
Ideal gas	Kredsproces
Normaltilstand	Varmekraftmaskine
Specifik varmekapacitet	Kølemaskine
Isentropesponent	Termisk virkningsgrad
Reversible processer	Effektfaktor
Isoterm proces	Carnots kredsproces
Isobar proces	carnotvirkningsgraden
Isokor proces	p,V -diagram
Isentrop proces	

2.8 Centrale spørgsmål (selvevaluering)

- A Hvordan vil det være muligt at gennemføre en isoterm kompression?
- B Hvilken af følgende processer kræver størst tilført arbejde; en isoterm kompression eller en isentrop kompression?
- C Optegn følgende fire processer i et p,v -diagram ud fra det samme begyndelsespunkt. Vis både forløb og retning og angiv funktionen ved $p = f(v)$:
 - En isobar afkøling
 - En isokor opvarmning
 - En isoterm ekspansion
 - En isentrop kompression



- D** Forklar sammenhængen mellem de specifikke varmekapaciteter for konstant tryk og konstant volumen
- E** Angiv et generelt udtryk for et anlægs »kvalitet«. Her tænkes på, at anlægget har højest kvalitet, hvis det bruger mindst mulig energi til sit formål
- F** Giv en begrundelse for at en Carnot-proces ikke kan forekomme i virkeligheden.
- G** Klaus Børgesen har en lille nedlagt landbrugsejendom. Han installerede for nogle år siden et jordvarmeanlæg. Han er nu i gang med en ombygning af stuehuset og skifter i den forbindelse radiatorerne ud med gulvvarme. I den forbindelse kan jordvarmeanlæggets kondenseringstemperatur reduceres fra de nuværende $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ til $45\text{ }^{\circ}\text{C}$. Hvad betyder dette for anlæggets energiforbrug og effektfaktor?

3

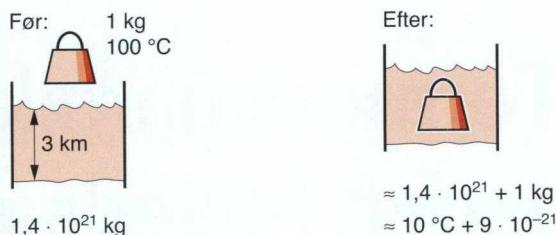
Termodynamikkens anden hovedsætning og entropi

Termodynamikkens 1. hovedsætning, loven om energibevarelse, er forholdsvis lettilgængelig, måske ikke altid i matematisk forstand, men dens logik er indlysende: *Energien i et isoleret system er konstant, og bortføres der energi fra systemet, aftager dets energiindhold med en størrelse, der svarer til den mængde der fjernes.*

Termodynamikkens 2. hovedsætning er straks vanskeligere at gå til, især for menigmand. Mens enhver bogholder vil kunne forstå logikken i 1. hovedsætning, kniber det med 2. hovedsætning. Om end den er vanskeligere forstå, er konsekvenserne af den ikke desto mindre meget nyttige i praktisk sammenhæng. Mens 1. hovedsætning siger, at den samlede mængde af energi i universet er konstant og ufor-gængelig, udtrykker 2. hovedsætning, at selv om energien er konstant, er den ved de forskellige processer underlagt en vis værdiforringelse, den bliver stadigt sværere tilgængelig for praktisk udnyttelse. Ifølge 1. hovedsætning har ordet »energikrise« ingen mening, for energien (læs: kul, råolie, uran mv.) kan jo ikke forsvinde. Men 2. hovedsætning sætter tingene i relief: Energien forsvinder ikke, men den bliver mindre tilgængelig.

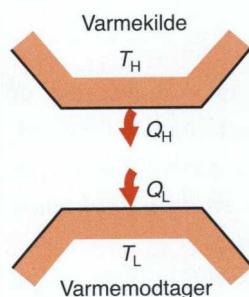
Kapitlet indledes med nogle eksempler og konsekvenser af 2. hovedsætning og afsluttes med definitionen af entropi, som er en nyttig størrelse i forbindelse med den regnetekniske side af sagen.

3.1 Termiske energilagre



Figur 3.1

Proces: Et 100 °C lod nedsænkes i verdenshavet.



Figur 3.2

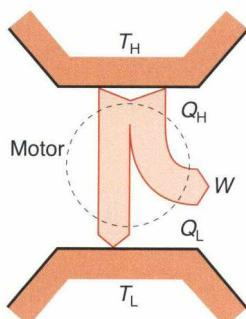
I forbindelse med definitionen af 2. hovedsætning er det bekvemt at definere begrebet termiske energilagre, hvormed menes et legeme med meget stor termisk masse, dvs. masse gange specifik varmekapacitet. Et sådant lager kan absorbere eller frigive varme uden nævneværdig ændring af temperaturen. Store havområder og oceaner kan henregnes til sådanne energilagre eller atmosfæren, der jo kan optage varmetabet fra et hus uden nævneværdig temperaturstigning. Tofasesystemer kan også henregnes til termiske lagre, da de kan frigive eller modtage varme uden temperaturændring. Ligeledes vil en oliefyret varmtvands kedel kunne betragtes som et termisk energilager, da den, hvis den ellers er udstyret med en god regulator, kan levere store varmemængder uden temperaturfald.

Hvis det termiske energilager leverer varme til en proces, taler man om en varmekilde. Hvis lageret modtager varme fra en proces, taler man om en varmemodtager.

3.2 Varmekraftmaskine

Dampmaskiner, forbrændingsmotorer, gasturbiner mv. kan karakteriseres ved, at de omformer termisk energi til mekanisk arbejde. Selv om de måske er meget forskellige i opbygning, har de følgende fælles træk:

- De modtager varme Q_H fra et termisk energilager med høj temperatur, T_H , en varmekilde (gasflamme, biomassefyret kedel, solvarmepanel etc.)
- De omdanner en del af denne varmemængde til mekanisk arbejde W , f.eks. ved hjælp af en roterende aksel.
- De frigiver spildvarme Q_L til et varmelager, en varmemodtager, med lavere temperatur, T_L (luft, vand).
- De arbejder ofte cyklisk, jf. forbrændingsmotoren, der arbejder i fire takter, der gentages fortløbende.



Figur 3.3

Det producerede arbejde W skal opfattes som nettoproduktionen, da motorerne har et vist egetforbrug. I et dampkraftværk vil der eksempelvis være et vist forbrug til drift af fødevandspumper, kulmøller, røggasventilatorer mv.

Betrages en varmekraftmaskine, hvis princip er vist på figur 3.3, vil anvendelse af 1. hovedsætning føre til følgende balance:

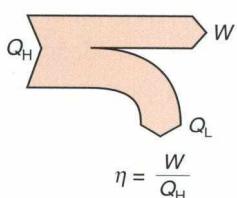
$$W = Q_H - Q_L \quad [3.1]$$

Bemerk, at W , Q_H og Q_L her er regnet som positive talværdier, selv om Q_L og W bortføres fra systemet, dvs. maskinen.

Størrelsen Q_H er den mængde varme, som maskinen skal tilføres ved det høje temperurniveau, T_H . Det er denne mængde varme, som man må »betale for«, idet den dannes ved forbrænding af benzin, dieselolie, kul eller lignende. Q_L derimod er at betragte som spildvarme, idet den som regel ikke kan udnyttes. I en bilmotor er det dels den varme, der fjernes fra motoren med kølevandet og dels den varme udstødsgas.

3.3 Termisk virkningsgrad

Sankey diagram



Figur 3.4

For varmekraftmaskiner gælder, at man ønsker mest muligt produceret arbejde for mindst muligt tilført varme. Forholdet defineres som maskinens termiske virkningsgrad η , dvs.:

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{\text{Ønsket output}}{\text{Nødvendigt input}} \quad [3.2]$$

Kraftværker til ren el-drift kan opnå virkningsgrader i nærheden af 50 %, kraftvarmeverker med samtidig produktion af varme og el op til 90 %. Forbrændingsmotorer af otto- og dieseltypen i størrelsesorden 25-50 %. Ældre dampmaskiner af stempeltypen har virkningsgrader i størrelsesordenen 5-10 %.

Eksempel 3.1

Termisk virkningsgrad for en bilmotor

Om en bilmotor (VW Passat TDI 1,9 L, 65 kW) vides, at den har et specifikt brændstofforbrug på 198 g pr. kWh. Hermed menes, at motoren bruger 198 g dieselolie for hver kWh, der leveres på akslen.

Opgave:

Hvad er motorens termiske virkningsgrad?

Løsning:

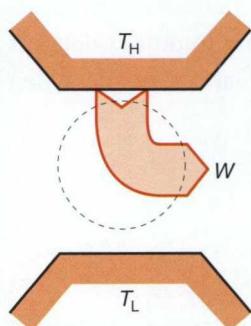
Brændværdien af dieselolie kan sættes til 42 MJ/kg (tabel 8.5).

Det ønskede output er her altså 1 kWh, og det nødvendige input er brændstofferbruget, lig 0,198 kg som udvikler 42 MJ/kg.

Vi får således:

$$\eta = \frac{1 \text{ kWh} \cdot 3600 \text{ s/h}}{0,198 \text{ kg} \cdot 42 \text{ MJ/kg} \cdot 1000 \text{ kJ/MJ}} = 0,4329 \text{ eller ca. } 43\%$$

3.4 Termodynamikkens anden hovedsætning



Den 2. hovedsætning kan udtrykkes på mange måder. En af dem kan passende nævnes i fortsættelse af den foregående tekst:

Ingen varmekraftmaskine er i stand til at omdanne al tilført varme, Q_H , til nyttigt arbejde, W .

Det vil sige, ingen varmekraftmaskine kan opnå en virkningsgrad på 100 %. Der vil altså altid være en vis restvarme, Q_L , som skal bortledes til varmemodtageren.

Selv om man forestiller sig en varmekraftmaskine fremstillet på en sådan måde, at der ikke optræder friktion, dvs. som alene er baseret på reversible processer, vil den ikke kunne opnå en virkningsgrad på 100 %. Som vi senere skal se, vil virkningsgraden især afhænge af to forhold: Der skal selvfølgelig være så lidt friktion i maskinen som muligt, men temperaturdifferensen ($T_H - T_L$) mellem de to termiske energilagre, som maskinen arbejder mellem, skal også være så lille som mulig. I det følgende vil vi undersøge, hvilken øvre grænse der er for den termiske virkningsgrad.

Figur 3.5
1. H.S.: OK
2. H.S.: Nej!

3.5 Entropi, definition

For at kunne regne på irreversible processer har det vist sig nyttigt at definere størrelsen entropi. Størrelsen er ikke umiddelbart letforståelig, men i et senere kapitel vil den blive forsøgt forklaret, jf. afsnit 3.11.

Den matematiske/tekniske definition af entropi er: Når en lille varmemængde, dQ , tilføres et system med temperaturen, T , forøges systemets entropi, S , med:

$$dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} \quad [\text{J/K}]$$

forudsat, at der ikke sker nogen irreversibel ændring i systemet (derfor indeks rev). Specifik entropi:

$$s = \frac{S}{m}$$

Vi tager udgangspunkt i ligning [1.13], som ved indførelse af $W_{g12} = W_{V12} + W_{\text{diss}12}$, hvor $W_{V12} = -\int p \, dv$, kan skrives:

$$dq + dw_{\text{diss}} = du + p \, dv \quad [3.3]$$

som kan vises at være almen gyldig. Sagt med ord udtrykker ligning [3.3] følgende: Tilføres en lille mængde varme og/eller en lille mængde arbejde i form af dissipationsarbejde (overvejende friktion) til et system, vil summen $du + p \, dv$ tiltage med samme størrelse. Divideres med den absolutte temperatur, T , på begge sider, fås:

$$\frac{dq + dw_{\text{diss}}}{T} = \frac{du + p \, dv}{T} \quad [3.4]$$

Entropibegrebet indføres, idet venstresiden sættes lig med ds , dvs.:

$$ds = \frac{dq + dw_{\text{diss}}}{T} \quad [3.5]$$

Som det fremgår, er definitionen på differentiel form, hvilket dog ikke er nogen ulempe, da man altid kun er interesseret i *ændringen* af entropien. Egentlig er der tale om specifik entropi, men her vil vi undlade »specifik«, da der som regel ikke er tvivl om, hvad der menes.

Som følge af ligheden [3.4] ses, at entropiændring, ds , også kan beregnes som:

$$ds = \frac{du + p \, dv}{T} \quad [3.6]$$

Erindres at $h = u + pv$ følger, at $dh = du + dpv + p \, dv$, som medfører, at $du + p \, dv = dh - v \, dp$. Indsættes dette i [3.6], fås:

$$ds = \frac{dh - v \, dp}{T} \quad [3.7]$$

Af ligning [3.6] og [3.7] sluttes følgende: Entropi er en tilstandsstørrelse, da den alene kan udtrykkes på basis af andre tilstandsstørrelser (på højresiderne af [3.6] og [3.7] indgår alene tilstandsstørrelser). Desuden gælder [3.6] og [3.7] for såvel reversible som irreversible processer.

For at udlede at entropi er en tilstandsstørrelse, må man gå til udtrykket to trin over [2.54]. Heraf kan indses, at dQ/T for tilstandsændring 1-2-3 er den samme som 1-4-3, altså uafhængig af vejen, og dermed, at entropi er en tilstandsstørrelse.

3.5.1 Ideale gasser

Ligning [3.6] og [3.7] er definitionsligninger for entropi for simple stoffer, dvs. stoffer, som kan beskrives alene ud fra to af de tre tilstandsstørrelser p , v og T . For ideale gasser har vi:

$$du = c_V dT, \quad dh = c_p dT \quad \text{og} \quad p = \frac{R_i T}{v}$$

som ved indsættelse giver følgende varianter:

$$ds = c_V \frac{dT}{T} + R_i \frac{dv}{v} \quad [3.8]$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R_i \frac{dp}{p} \quad [3.9]$$

De to ligninger gælder for såvel reversible som irreversible processer.

Ligningerne omformes til brug for beregninger af den specifikke entropi.

For ligning [3.8], som løses ved antagelse af konstant varmekapacitet c_V :

$$s(T_2, v_2) - s(T_1, v_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_V(T) \frac{dT}{T} + R_i \ln \frac{v_2}{v_1} \quad [3.8a]$$

$$\Delta s_{12} = s_2 - s_1 = c_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R_i \ln \frac{v_2}{v_1}$$

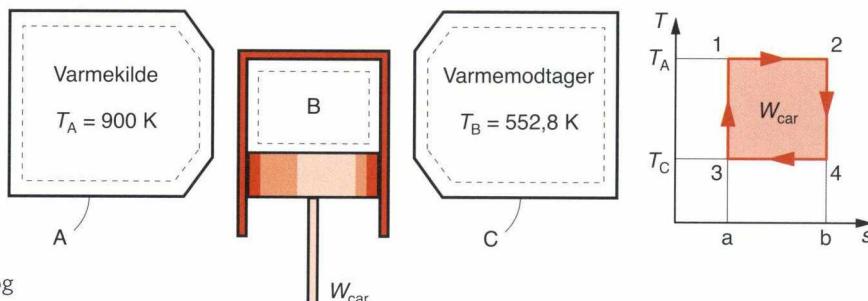
Og for ligning [3.9], som løses ved antagelse af konstant varmekapacitet c_p :

$$s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) \frac{dT}{T} - R_i \ln \frac{p_2}{p_1} \quad [3.9a]$$

$$\Delta s_{12} = s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R_i \ln \frac{p_2}{p_1}$$

3.6 Carnots kredsproces

For at anskueliggøre nytteværdien af entropibegrebet undersøges nu Carnots kredsproces (se kapitel 2).

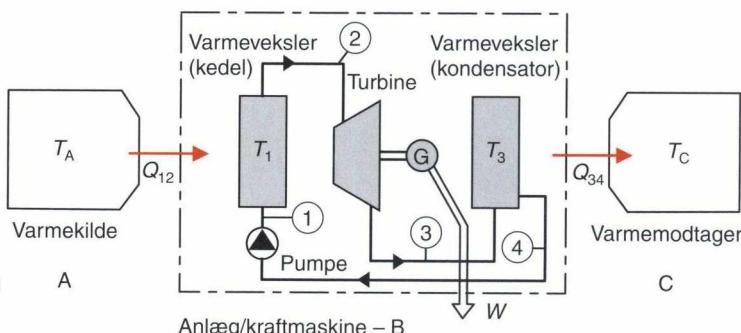


Figur 3.6a

Skitse af systemet og tilhørende T,s -diagram.

Figur 3.6b

System B kan f.eks. være et kraftvarmesystem, som her vist.



Systemet består af tre delsystemer: A, B og C. A er en varmekilde med temperaturen T_A , B er en kraftmaskine og C er en varmemodtager med temperaturen T_C .

Varmekraftmaskinen tænkes at arbejde efter Carnots kredsproces, se diagram, figur 3.6a: 1-2: Isotermisk ekspansion, 2-3: Isentropisk ekspansion, 3-4: Isotermisk kompression og 4-1: Isentropisk kompression. Arbejdsmediet er 20 kg tør atmosfærisk luft med konstante stofværdier, dvs. $R_i = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ og $c_p = 1004 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, hvorfaf følger at isentropeksponenten $\kappa = 1,4$.

Andre forudsætninger:

$$p_1 = 22 \text{ bar}; p_2 = 11 \text{ bar}; p_3 = 2 \text{ bar}; T_1 = 900 \text{ K}; T_2 = 900 \text{ K}$$

3.6.1 Alle processer er reversible

Vi indleder med Carnots kredsproces, dvs. alle processer er reversible. For isentropen 2-3 findes:

$$T_3 = T_2 \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \Rightarrow T_3 = 552,8 \text{ K} (\approx 280^\circ\text{C})$$

$$p_4 = \frac{p_1 p_3}{p_2} = \frac{22 \cdot 2}{11} = 4 \text{ bar}$$

For system B, varmekraftmaskinen, beregnes nu:

Varmetilførsel fra 1 til 2 (isoterm proces):

$$\begin{aligned} Q_{12} = W_{V12} &= - \left(-mR_i T_1 \ln \frac{p_1}{p_2} \right) = - \left(-20 \cdot 287 \cdot 900 \cdot \ln \frac{22}{11} \right) \\ &= 3581 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Varmetilførsel fra 2 til 3 og fra 4 til 1 (begge isentrope processer):

$$Q_{23} = Q_{41} = 0 \text{ kJ}$$

Varmetilførsel fra 3 til 4 (isoterm):

$$\begin{aligned} Q_{34} = -W_{V12} &= - \left(-mR_i T_3 \ln \frac{p_3}{p_4} \right) = - \left(-20 \cdot 287 \cdot 553 \cdot \ln \frac{2}{4} \right) \\ &= -2200 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Kredsprocessens samlede arbejde:

$$W_{car} = -\sum Q = -(3581 - 2200) = -1381 \text{ kJ}$$

og den termiske virkningsgrad:

$$\eta = \frac{|W_{car}|}{Q_{12}} = \frac{1381}{3581} = 0,386$$

Beregnes carnotvirkningsgrad efter [2.54], fås:

$$\eta_{car} = \frac{T_1 - T_3}{T_1} = \frac{900 - 553}{900} = 0,386$$

Entropi-beregning:

System A:

Vi forudsætter, at temperaturen i system A er identisk med T_1 , dog en anelse højere, da varmen ellers ikke vil strømme over i system B under isotermen 1-2. Da temperaturdifferensen er uendelig lille, vil der være tale om ligevægtstilstande undervejs i processen. Man får derfor en reversibel varmestrømsproces, som kun er mulig i teorien og ikke i praksis, hvor det er nødvendigt med en vis temperaturdifferens.

$$\Delta S_A = \frac{Q_{tilført}}{T_A} = \frac{-Q_{12}}{T_A} = \frac{-3581}{900} = -3979 \text{ J/K}$$

System B:

For de to isentropiske processer er entropiændringen nul. For de to isotermes er entropiændringerne:

$$\Delta S_{12} = \frac{Q_{12}}{T_1} = \frac{3581}{900} = 3979 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{34} = \frac{Q_{34}}{T_3} = \frac{-2200}{552,8} = -3979 \text{ J/K}$$

Det vil sige:

$$\Delta S_B = -3979 + 3979 = 0 \text{ J/K}$$

System C:

Vi forudsætter ligesom for system A, at temperaturen i system C kun er en anelse lavere end processtemperaturen T_3 . Herved får vi:

$$\Delta S_C = \frac{Q_{\text{tilført}}}{T_C} = \frac{-Q_{34}}{T_3} = \frac{2200}{552,8} = 3979 \text{ J/K}$$

Alle systemer:

$$\Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_A + \Delta S_B + \Delta S_C = -3979 + 0 + 3979 = 0 \text{ J/K}$$

Vi bemærker følgende:

- For Carnots kredsproces er entropistigningen af alle systemer (= hele universet) lig med nul
- Virkningsgraden som beregnet i eksemplet bliver lig med den simplificerede ligning, jf. [2.54].

3.6.2 Med friktion i system B

Samme proces som ovenfor tænkes nu gennemført, men med friktion forbundet med de to isotermes. Friktionen sættes for begge processers vedkommende til 10 % af det respektive volumenændringsarbejde, dvs.:

$$W_{\text{diss}12} = -0,10 W_{V12} = 358,1 \text{ kJ}$$

Indsættes dette nu i $W_{g12} = W_{V12} + W_{\text{diss}12}$, og udnyttes 1. hovedsætning, dvs. $Q_{12} + W_{g12} = U_2 - U_1$, hvor $U_2 - U_1 = mc_p(T_2 - T_1) = 0$, da $T_2 = T_1$, fås:

$$Q_{12} = -W_{g12} = -(-3581 + 358,1) = 3223 \text{ kJ}$$

For kompressionsprocessen 3-4 fås tilsvarende, idet $W_{\text{diss}34} = 0,10$ $W_{V34} = 220,0 \text{ kJ}$:

$$Q_{34} = -W_{g34} = -(2200 + 220, 0) = -2420 \text{ kJ}$$

Den samlede varmetilførsel bliver nu, da Q_{23} og Q_{41} fortsat er nul:

$$\sum Q = 3223 + 0 - 2420 + 0 = 803 \text{ kJ}$$

og den termiske virkningsgrad:

$$\eta = \frac{|W_k|}{Q_{12}} = \frac{\sum Q}{Q_{12}} = \frac{803}{3223} = 0,249$$

altså lidt lavere end for carnotprocessen.

Entropiregnskab:

System A:

$$\Delta S_A = \frac{-Q_{12}}{T_A} = \frac{-3223}{900} = -3581 \text{ J/K}$$

System B:

$$\Delta S_{12} = \frac{Q_{12} + W_{\text{diss}12}}{T_1} = \frac{3223 + 358,1}{900} = 3979 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{34} = \frac{Q_{34} + W_{\text{diss}34}}{T_3} = \frac{-2420 + 220}{552,8} = -3979 \text{ J/K}$$

dvs. $\Delta S_B = 0 \text{ J/K}$

System C:

$$\Delta S_C = \frac{-Q_{34}}{T_3} = \frac{2420}{552,8} = 4377 \text{ J/K}$$

Alle systemer:

$$\Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_A + \Delta S_B + \Delta S_C = -3581 + 0 + 4377 = 796 \text{ J/K}$$

Som resultat af de to eksempler ses følgende:

- Når der optræder friktion, bliver kredsprocessens termiske virkningsgrad lavere end for en proces uden friktion.
- For kredsprocessen i system B er entropiændringen nul for et helt gennemløb af processen, uanset om der er friktion eller ej, hvilket også stemmer overens med, at entropien er en tilstandsstørrelse og dermed antager samme værdi ved slutningen som ved starten af processen.
- Optræder der friktion, vil entropien af det samlede system A + B + C stige.

3.6.3 Med temperaturdifferens (og uden friktion)

Vi gentager nu eksperimentet, dvs. carnotprocessen i afsnit 3.6.1, med reversible processer i system B, men med *temperaturdifferens*, forstået på følgende måde: $T_A - T_1 = 30\text{ K}$ og $T_3 - T_C = 30\text{ K}$. I praksis vil det naturligvis være nødvendigt med en vis temperaturdifferens for at få varmen til at strømme. Dette medfører, at varmestrømsprocessen ikke længere er reversibel. For eksemplets skyld er den her sat til 30 K . Varmestrømmene vil være som beregnet i afsnit 3.6.1. Entropiændringen i system B vil fortsat være nul. For system A og C fås:

System A:

$$\Delta S_A = \frac{-Q_{12}}{T_A} = \frac{-3581}{900 + 30} = -3850\text{ J/K}$$

System C:

$$\Delta S_C = \frac{-Q_{34}}{T_C} = \frac{2200}{552,8 - 30} = 4207\text{ J/K}$$

Alle systemer:

$$\Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_A + \Delta S_B + \Delta S_C = -3850 + 0 + 4207 = 357\text{ J/K}$$

Den termiske virkningsgrad bliver som afsnit 3.6.1, dvs. 0,386. Men hvis man forestiller sig en carnotproces mellem de to temperaturniveauer $T_A (= 900 + 30\text{ K})$ og $T_B (= 552,8 - 30\text{ K})$, som nu er højere, respektivt lavere end før, fås en carnotvirkningsgrad på 0,438. Sammenlignes dette eksempel med de to foregående, kan følgende konklusioner fremføres:

- Opträder der friktion i forbindelse med en varmekraftmaskine, vil entropien (i universet) stige, og virkningsgraden vil være lavere end for en carnotmaskine.
- Opträder der temperaturdifferenser i forbindelse med varmestrømme over varmeflader, vil entropien (i universet) stige, og virkningsgraden vil være lavere end for en carnotmaskine.

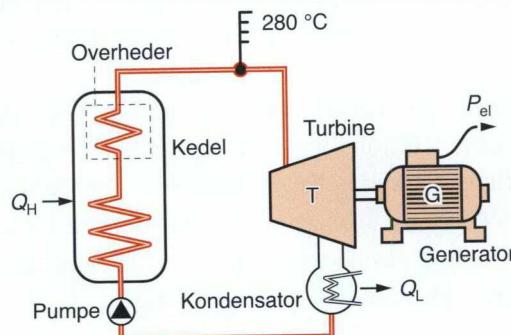
Ved *optimering* af varmekraftmaskiner bør man derfor tilstræbe mindst mulig friktion og samtidig reducere temperaturdifferenserne over alle varmeflader. Det sidstnævnte kan opnås ved at gøre varmefladerne meget store i omfang og samtidig sikre en effektiv varmeveksling, dvs. høje varmeovergangstal, hvilket for begge deles vedkommende ikke kan gøres uden omkostninger.

Afsnit	3.6.1	3.6.2	3.6.3
Scenarie	Processer i B er reversible Ingen temperatur-differencer $T_A = T_1$ og $T_C = T_3$	Processer i B er med friktion Ingen temperatur-differencer $T_A = T_1$ og $T_C = T_3$	Processer i B er reversible Med temperatur-differencer $T_A = T_1 + 30\text{ K}$ og $T_C = T_3 - 30\text{ K}$
ΔS_A	-3979	-3581	-3850
ΔS_B	0	0	0
ΔS_C	3979	4377	4207
ΔS_{tot}	0	796	357
η	0,39	0,25	0,39
η_{car}	0,39	0,39	0,44
Kommentar	For en Carnot-proces er entropistigningen lig 0	Termisk virkningsgrad lavere end η_{car} Entropistigning for system B er nul, da S er en tilstandsstørrelse! S for det samlede system stiger!	Termisk virkningsgrad lavere end η_{car} Entropistigning for system B er nul, da S er en tilstandsstørrelse! S for det samlede system stiger!

Tabel 3.1 Sammenligning af resultater i afsnit 3.6

Eksempel 3.2**Anvendelse af carnotvirkningsgraden for et dampkraftanlæg**

En ældre dampmaskine driver en generator. Generatoren er ligeledes af ældre type, og virkningsgraden 87 % er ikke helt så god som dagens standard, der på grund af mindre friktion mv. ligger på omkring 93 %.



Udskiftes generatoren derfor med en ny model, hvilket koster 100.000 kr., kan der opnås en forøgelse af virkningsgraden af det samlede system på $6/87 \cdot 100\% = 6,9\%$. Men samtidig foreligger der et tilbud fra kedelleverandøren på en ny overheder, som gør det muligt at hæve damptemperaturen fra 280 til 320 °C. Herved hæves virkningsgraden for dampkraftprocessen. Kondenseringstemperaturen er 70 °C, og tilbuddet lyder også på 100.000 kr. Hvilken af de to muligheder bør vælges.

Løsning:

Det gælder med god tilnærmelse, at ændringen af virkningsgraden af en varmekraftmaskine svarer til den ændring, der forekommer for en carnotproces, der arbejder mellem de samme temperaturer. Vi beregner derfor carnotvirkningsgraden før og efter ombygning med en ny overheder.

$$\eta_{\text{car, før}} = \frac{T_H - T_L}{T_H} = \frac{280 - 70}{280 + 273} = 0,380$$

$$\eta_{\text{car, efter}} = \frac{T_H - T_L}{T_H} = \frac{320 - 70}{320 + 273} = 0,422$$

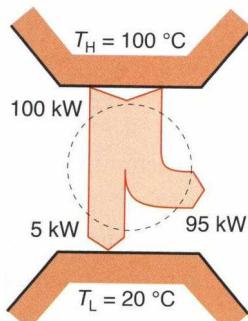
dvs. en forbedring på $\frac{0,422 - 0,380}{0,380} \cdot 100\% = 10,9\%$.

Man bør altså alt andet lige, vælge løsningen med en ny overheder.

3.7 Evighedsmaskiner af anden grad

De forskellige eksempler i afsnit 3.6 leder hen til en anden udtryksmåde af termodynamikkens 2. hovedsætning:

For et isoleret system vil entropien enten være uændret eller stige.



Figur 3.7

Formuleret matematisk lyder sætningen:

$$dS \geq 0, \quad \text{for et isoleret system} \quad [3.10]$$

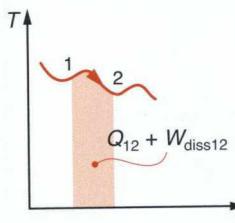
Man kan altså godt komme ud for systemer med aftagende entropi, men i så fald vil entropien i andre systemer stige mere, end den aftager i førstnævnte system.

Ligning [3.10] er en af flere matematiske formuleringer af termodynamikkens 2. hovedsætning. Evighedsmaskiner, som omgår denne lov, betegnes som »evighedsmaskiner af 2. grad«, jf. evighedsmaskiner af 1. grad, der bryder 1. hovedsætning. Termodynamikkens

2. hovedsætning kan formuleres på utallige måder. En hyppigt anvendt og også i praksis relevant formulering er følgende:

En varmekraftmaskine, som arbejder mellem to termiske energilagre, en varmekilde med høj temperatur og en varmemodtager med lavere temperatur, kan ikke have en termisk virkningsgrad, som er højere end Carnots virkningsgrad. Jf. ligning [2.54].

3.8 T,s-diagrammet



Figur 3.8
T,s-diagrammet.

Kompressions- og ekspansionsprocesser afbides ofte i p,v -diagrammer, hvor det til processerne tilførte arbejde kan illustreres som arealer i diagrammerne, jf. afsnit 1.9. På tilsvarende vis kan man forsøge at anskueliggøre friktion og varmestrømme med fordel vise processerne i et såkaldt T,s -diagram. Multipliceres definitionsformlen for entropi [3.5] på begge sider med T og integreres derefter, fås:

$$\begin{aligned} T \, ds &= dq + dw_{\text{diss}} \\ \int_1^2 T \, ds &= Q_{12} + W_{\text{diss}12} \end{aligned} \quad [3.11]$$

hvoraf ses, at arealet under proceskurven i et T,s -diagram svarer til summen af til- eller bortført varme samt dissipationsarbejdet. Eller:
For adiabatiske processer udtrykker arealet dissipationsarbejdet og for reversible processer den til- eller bortførte varmemængde.

Vi ser i det følgende på nogle vigtige processer.

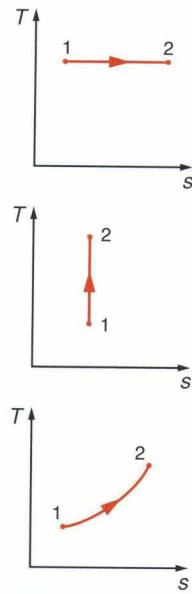
3.8.1 Procesforløb i T,s -diagrammet

Isoterm

Med konstant temperatur bliver proceskurven parallel med x-akse.

Isentrop

Med konstant entropi bliver proceskurven parallel med y-akse. Man ser også processen benævnt isoentropisk, hvilket giver mening, da det betyder konstant entropi, lige som isobar betyder konstant tryk etc. Forudsætningen, for at der er tale om en isentrop, er, at processen forløber under adiabatiske forhold ($Q_{12} = 0$), og at den er reversibel ($W_{\text{diss}12} = 0$). Altså: Er processen såvel adiabatisk som reversibel, er entropiændringen nul. Det omvendte gælder derimod ikke altid!



Figur 3.9

Har man eksempelvis et procesforløb med konstant entropi, er processen ikke nødvendigvis reversibel og adiabatisk. Hvis nemlig $Q_{12} = -W_{\text{diss}12}$ bliver arealet under kurven nul, jf. ligning [3.11], dvs. man har en kurve, som er parallel med y-aksen. Et fænomen som man undertiden kan se hos kølekompressorører, hvor de interne friktionsbidrag og irreversibiliteter netop opvejes af den eksterne køling af kompressionsprocessen.

Isobar

Kendskabet til det isobare procesforløb er meget nyttigt i forbindelse med analyse af mange energitekniske apparater. Vi indleder med at undersøge kurvens forløb i T,s -diagrammet. Med $p = \text{konstant}$ ses af [3.7]:

$$ds = \frac{dh}{T}$$

Indskrænker vi os til *ideale gasser* med konstant c_p , ses, at sidste led i ligning [3.9a] bliver 0, derfor fås:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} \quad [3.12]$$

eller med T som funktion af s som:

$$T(s) = T_0 e^{\frac{s-s_0}{c_p}} \quad [3.13]$$

hvor s_0 er en passende valgt værdi ved referencetemperaturen, T_0 . Ofte vælges $s_0 = 0 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ved $T_0 = 0 \text{ K}$, evt. $T_0 = 273,15 \text{ K}$. Som man ser af ligning [3.12], antager kurven et eksponentielt forløb, se også tabel 10.22.

Isokor

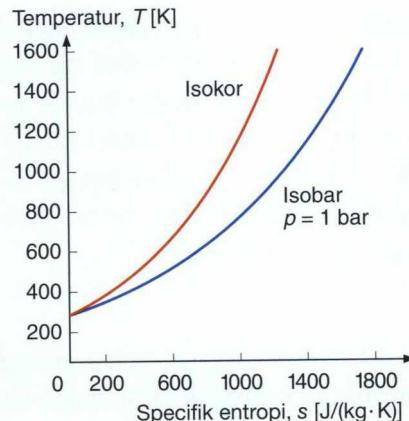
På samme måde som for isobaren kan det isokore procesforløb optegnes. Indskrænker vi os også her til ideale gasser med konstant varmekapacitet, c_V , ses, at sidste led i ligning [3.8a] bliver 0. Derfor fås:

$$\Delta s_{12} = s_2 - s_1 = c_V \ln \frac{T_2}{T_1} \quad [3.14]$$

Eller med T som funktion af s :

$$T(s) = T_0 e^{\frac{s-s_0}{c_V}} \quad [3.15]$$

Ved sammenligning af ligning [3.13] og [3.15] ses, at isokoren i T,s -diagrammet vil være stejлere end isobaren, da c_p er større end c_V . Her er begge kurver indtegnet i et T,s -diagram.

**Figur 3.10**

Sammenligning af isobar
og isokor procesforløb
i T,s -diagrammet.

3.8.2 Nogle vigtige eksempler

Eksempel 3.3

T,s -diagram for en isobar

Optegn i temperaturområdet $273,15 \text{ K} < T < 1300 \text{ K}$ isobaren for en idealgas med konstant $c_p = 1004 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ – tør atmosfærisk luft – idet $s_0 = 0 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ved $T_0 = 273,15 \text{ K}$.

Løsning:

Passende støttepunkter findes ved indsættelse i ligning [3.12], og vi får følgende tal:

$T [\text{K}]$	273,2	300	500	700	900	1100	1300
$s [\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})]$	0	0,09	0,61	0,944	1,197	1,398	1,566

Eksempel 3.4

T,s -diagram for isobarer

En kompressor komprimerer en ideal gas med konstant $R_i = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ og $c_p = 1004 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ fra 1 bar til 7 bar. Kompressionsprocessen er adiabatisk og reversibel. Indsugningstemperaturen er $T_1 = 500 \text{ K}$. Optegn procesforløbet i et T,s -diagram.

Løsning:

Isentropeksponenten beregnes først til

$$\kappa = \frac{c_p}{c_p - R_i} = 1,40$$

Dernæst findes T_{2s} af [2.32] til (indeks s fordi det er en isentrop s):

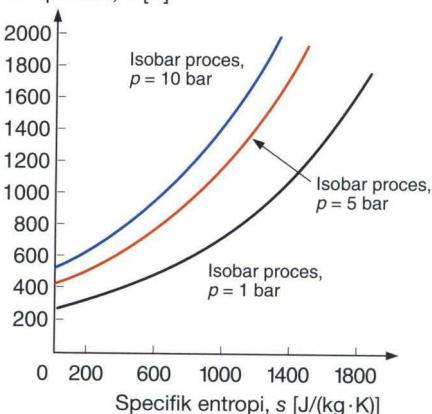
$$T_{2s} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 500 \left(\frac{7}{1} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 872,06 \text{ K}$$

Hvis vi forudsætter, at tabellen i eksempel 3.3 repræsenterer isobaren ved 1 bar, og vi ønsker at optegne isobaren ved f.eks. 5 bar, kan vi beregne entropien $s_1 = s_2$. Det vil sige, vi kan bruge ligninger for en isentrop [2.32] til at beregne den nye temperatur ved samme s-værdi.

T [K]	300	500	700	872,06	1100	1300
s [kJ/(kg · K)]	-0,46	0,049	0,386	0,607	0,84	1,008

og kurven kan nu indtegnes, jf. figur 3.11.

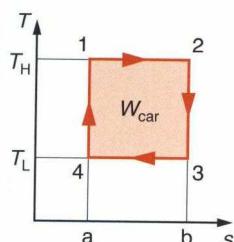
Temperatur, T [K]



Figur 3.11

Her optegnet tre isobare i T,s -diagrammet. Isobarerne er velegnede til optegning af kredsprocesser, da proceserne ofte følger disse.

3.9 Carnots kredsproces i T,s -diagrammet



Figur 3.12
Carnotproces
i T,s -diagrammet.

Carnotprocessen består af to isentroper og to isotermes. Som det ses af figur 3.12, bliver procesforløbet et rektangel i T,s -diagrammet.

- 1-2: Arealet 12ba svarer til Q_{12} , dvs. tilført varme ved den høje temperatur.
- 3-4: Arealet 34ab svarer til Q_{34} , dvs. fjernet varme ved den lave temperatur.

Da der er tale om en kredsproces, er processens arbejde:

$$W_{car} = -\Sigma Q = Q_{12} - Q_{34}$$

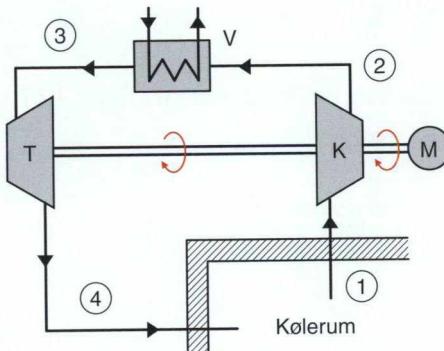
Den termiske virkningsgrad kan beregnes som:

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{W_{car}}{Q_{12}} = \frac{A_{1234}}{A_{12ba}} \\ &= \frac{(T_H - T_L)(s_b - s_a)}{T_H(s_b - s_a)} = \frac{(T_H - T_L)}{T_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H}\end{aligned}$$

Eksempel 3.5**Beregning af entropi i en kredsproces**

Anlægget, som var temaet for eksempel 2.7, var et køleanlæg med atmosfærisk luft som arbejdsmedie, luften betragtes som en ideal gas.

I eksemplet her skal entropien for de fire delprocesser beregnes som baggrund for optegning af kredsprocessen i et T,s -diagram.



Delprocesserne var som følger:

- 1-2 Isentrop kompression fra et atmosfæretryk (i rummet) på 1,013 bar med et trykforhold på $p_2/p_1 = 3$.
- 2-3 Isobar afkøling til en temperatur på 50 °C.
- 3-4 Isentrop ekspansion i turbinen til et tryk som er lig p_1 .
- 4-1 Isobar opvarmning til en temperatur på 5 °C (rumtemperaturen).

Se i øvrigt eksempel 2.7 for øvrige oplysninger om eksemplet.

Tilstandsstørrelserne blev beregnet og ses her i tabelform.

Størrelse / Tilstand	1	2	3	4	enhed
Tryk, p	1,013	3,04	3,04	1,013	bar
Specifikt volumen, v	0,788	0,360	0,305	0,669	m^3/kg
Temperatur, T	278	381	323	236	K
Temperatur, t	5	108	50	-37	°C
Specifik entropi, s	500	500	335	335	$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

Den specifikke entropi er som beskrevet en tilstandsstørrelse, og nul-punktet kan sættes som ønsket, da det kun er ændringer, der er interessante. Her sættes værdien i punkt 1 til værdien 500 (for ikke at få negative værdier).

Ændringer af entropien beregnes:

Proessen fra 1-2 er isentrop, og dermed er entropien konstant:

$$s_2 = s_1 = 500 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

Proessen fra 2-3 er en isobar proces, ligning [3.9]a anvendes:

$$\begin{aligned}\Delta s_{23} &= s_2 - s_3 = c_p \ln \frac{T_3}{T_2} - R_i \ln \frac{p_3}{p_2} \\ &= 1004 \ln \frac{323}{381} = -165 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}\end{aligned}$$

Heraf:

$$s_3 = s_2 - 165 = 500 - 165 = 335 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

Proessen fra 3-4 er en isentrop, og dermed er entropien konstant:

$$s_4 = s_3 = 335 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

Som kontrol beregnes også entropidifferensen fra 4-1.

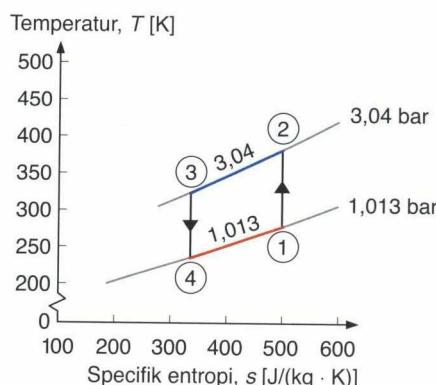
Proessen fra 4-1 er en isobar proces, ligning [3.9]a anvendes:

$$\begin{aligned}\Delta s_{41} &= s_1 - s_4 = c_p \ln \frac{T_1}{T_4} - R_i \ln \frac{p_1}{p_4} \\ &= 1004 \cdot \ln \frac{278}{236} = 165 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}\end{aligned}$$

Heraf:

$$s_1 = s_4 + 165 = 335 + 165 = 500 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \text{ altså ok!}$$

Proessen optegnet i et T,s-diagram:



3.10 Exergi og anergi

Som tidligere omtalt udtrykker termodynamikkens 2. hovedsætning, at ingen termisk motor kan omdanne al den tilførte varme til nyttig arbejde. Der vil altid være en vis kølevarme, som skal fjernes ved det lave temperaturniveau. Hvor stor en del, der kan omdannes til arbejde, afhænger af, i hvor god en kvalitet motoren fremstilles. »Ideal-motoren« har ingen friktionstab (jf. afsnit 3.6.2) og ingen unødige temperaturdifferenser (jf. afsnit 3.6.3). Men selv en sådan motors virkningsgrad vil være begrænset af en øvre grænse, nemlig carnotvirkningsgraden givet ved [2.54]. Denne er afhængig af temperaturerne, som motoren arbejder mellem, og jo højere differens desto bedre, dvs. desto højere virkningsgrad.

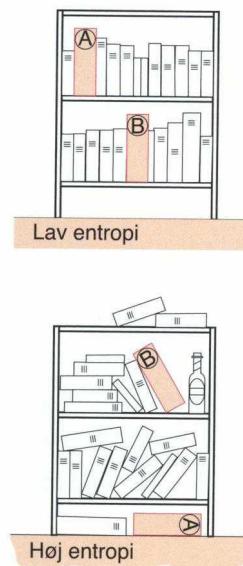
Hvis det antages, at temperaturerne T_H og T_L er givet på forhånd, og at disse leder til en carnotvirkningsgrad på eksempelvis 60 %, kan ingen motor altså opnå en højere virkningsgrad end 60 %. Dette har ledt til en idé om at klassificere energien efter anvendeligheden, forstået på den måde, at den del af den termiske energi, som med en carnotproces kan omdannes til nyttig arbejde, betegnes som »exergi«, mens resten, der jo ikke kan omdannes til arbejde, og dermed har en lavere kvalitet (og også pris!), betegnes som »anergi«.

Har man en vis mængde energi i form af varme ved et givet (højt) temperaturniveau, T_H , vil en del af dette være energi af en høj kvalitet, exergi, mens resten vil være anergi, af en lavere kvalitet. Hvor stor en del afhænger af, hvor lav T_L er i forhold til T_H . Matematisk kan det skrives:

$$E = E_w + E_q \quad (\text{Energi} = \text{Exergi} + \text{Anergi}) \quad [3.16]$$

Det hævdtes undertiden, at anvendelse af energibegrebet kan være et nyttigt værktøj til optimering af kraftvarmeprocesser, men det store gennembrud lader endnu vente på sig.

3.11 Entropibegrebet i andre sammenhænge



Figur 3.13

Entropi kan betragtes som et mål for *uorden* i et system. Ligning [3.10] kommer derfor i ord til at lyde: Den samlede grad af uorden i et isoleret system vil enten være uændret eller stige. Tor Nørretranders nævner i sin bog *Mærk Verden*, ref. /3.1/, at der, da man blev opmærksom på konsekvenserne af 2. hovedsætning i slutningen af 1800-tallet, bredte sig en vis misstemning og depression i forsker-verdenen. Hidtil havde man betragtet hele verden som et stort stabilt system med konstant energiindhold, jf. 1. hovedsætning, og i det hele taget for værende i balance. Nu blev man opmærksom på den uigenkadelige kendsgerning, at *alt bliver mere og mere gråt*. Nok vil energiniveauet i hele universet, entropi inkl. alle aktive planeter, sole mv. være konstant, men efterhånden brænder alle sole ud, og vi ender med en stor grå masse med samme – lave – temperatur.

Et ord som *energiforbrug* har ingen mening i henhold til 1. hovedsætning, men har en særdeles relevant betydning i henhold til 2. hovedsætning. Vi forbruger højkvalitets energi og efterlader *lunkenhed*.

Mere positive anvendelser skal også nævnes: Man kan godt reducere entropien i et system, men ikke uden at tilføre det arbejde. Begrebet *effektive mennesker* er kendt af enhver som folk, der er gode til at organisere deres hverdag. De har pladser for alle ting, og det koster dem et minimum af energi at genfinde tingene – entropiproduktionen er minimal. Omvendt bruger ineffektive folk unødig megen energi på at genfinde ting, som de ikke kan finde i rodet. Energi, som ellers kunne være benyttet til bedre formål.

Lukker man fem børn ind i et børneværelse, isoleret fra omverdenen, kan man i henhold til 2. hovedsætning forvente, at entropien – dvs. graden af uorden i systemet – stiger. Ved at gøre ind udefra, udføre et stykke arbejde på systemet, dvs. rydde op, kan man godt reducere entropien i systemet, men det stykke arbejde, der skal produceres, koster energi i form af arbejde, og denne mængde arbejde kan ikke fremstilles, uden at entropien stiger i omgivelserne.

Man kan med nogen ret mene, at 2. hovedsætning er en større faglig udfordring for ingenioeren end 1. hovedsætning. Den stiller nemlig krav til ingeniorens faglighed og snilde for at opnå højest mulig virkningsgrad af processer og udstyr.

3.12 Termodynamikkens anden hovedsætning i praksis

I praksis vil man kun sjældent skulle kunne regne på entropiændringer, jf. beregningerne i 3.6. Hvad der derimod kan være meget nyttigt, er følgende:

3.12.1 Carnots begrænsning

For maskiner, som er baseret på termiske kredsprocesser, kan det ofte være en fordel at sammenligne med carnotmaskiner, der arbejder mellem de samme temperatursæt. Altså for en motor beregne den tilhørende carnotvirkningsgrad efter [2.55] og så sammenligne den faktiske virkningsgrad med denne og tilsvarende for kølemaskiner [2.57] og varmepumper [2.58]. Desuden gælder, at man med ret god nøjagtighed vil opnå de samme ændringer af virkningsgraden – eller effektfaktorerne for kølemaskiner og varmepumper – jf. eksempel 3.2.

3.12.2 T,s - og h,s -diagrammer mv.

For mange stoffer har man udarbejdet T,s - og h,s -diagrammer. Inden for køleteknikken anvendes $h, \log p$ -diagrammer med isentroper indtegnet. Har man et sådant tilstandsdiagram, hvor isentroper er indtegnet, til rådighed, kan man forholdsvis let aflæse det specifikke indre arbejde for den isentropiske proces, w_{i12s} . Multipliceres dette med massestrømmen, fås akseleffekten for den isentropiske proces, der ofte benyttes som referenceværdi.

3.13 Resumé

I dette kapitel er det overordnede tema termodynamikkens 2. hovedsætning og begrebet entropi. Kapitlet definerer begrebet entropi og gennemgår den praktiske betydning såvel som den mere filosofiske betydning af entropi og specifik entropi.

Entropi og betydningen af termodynamikkens 2. hovedsætning er tæt knyttet til hinanden, idet 2. hovedsætning netop siger noget om, hvordan energien hele tiden er under forandring og bliver mindre tilgængelig. Entropien bruges netop som målestok for denne værdiforringelse. Entropien er en tilstandsstørrelse på lige fod med entalpi og indre energi, så talstørrelsen har kun at gøre med den aktuelle tilstand, og i praktiske beregninger er det ændringen i entropi, der er interessant.

I afsnit 3.6 anskueliggøres nytteværdien af entropibegrebet ved gennemførelse af tre forskellige scenarier på et system med fokus dels på friktionens størrelse og dels de temperaturdifferenser, der er imellem varmekilde og anlæg samt anlæg og varmemodtager. Eksemplet illustrerer, at det netop er de to størrelser (friktion og temperaturdifferenser), der er udfordringen for nutidens ingeniører, når der skal optimeres på anlægs virkningsgrad.

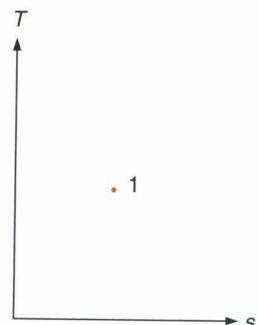
I afsnit 3.8 gennemgås brugen af T,s -diagrammet for at vise procesforløbet i enkeltkomponenter og anlæg. De standardprocesser, der blev beskrevet i kapitel 2, optegnes her i T,s -diagrammet.

3.14 Nøglebegreber

Entropi	Varmekraftmaskiner
Specifik entropi	T,s -diagram
Irreversible processer	Carnots kredsproces
Termisk energilager	Carnotvirkningsgraden
Varmekilde	Evighedsmaskiner af 2. grad
Varmemodtager	Exergi
Termisk virkningsgrad	Anergi

3.15 Centrale spørgsmål (selvevaluering)

- A Giv eksempler på nogle typiske *termiske energilagre*.
- B Hvad er karakteristisk for en isentrop proces?
- C Giv eksempler på typiske processer i maskiner, der ofte antages isentropiske.
- E Optegn følgende fem processer i et T,s -diagram ud fra det samme begyndelsespunkt 1. Vis både forløb og retning og angiv funktionen ved $T = f(s)$:
 - En isobar afkøling
 - En isokor opvarmning
 - En isoterm ekspansion
 - En isentrop kompression
 - En isentrop ekspansion



- E** Skitsér følgende kraftproducerende kredsproces i et T,s -diagram, idet kredsprocessen består af følgende delprocesser i serie: Isoterm, isokor, isoterm og isokor. Angiv processens samlede arbejde på diagrammet og giv et bud på anlæggets termiske virkningsgrad.
- F** Hvordan ses det på en kredsproces, om der er tale om et varmekraftanlæg eller en kølemaskine?

4

Strømningsprocesser

4.1 Introduktion

Som omtalt i kapitel 2, skelnes der i termodynamikken mellem *lukkede systemer* og *åbne systemer*. Langt de fleste praktiske processer i teknikkens verden foregår i åbne systemer, idet der er massestrømme til og fra systemet.

I dette kapitel skal vi se nærmere på nogle processer, som foregår i åbne systemer. Der skelnes mellem *strømningsprocesser* og *arbejdsprocesser*.

Strømningsprocesser er processer, hvor der ikke tilføres eller afgives arbejde, altså er det specifikke indre arbejde $w_i = 0$. Af sådanne processer kan nævnes strømning i rør og kanaler samt strømning gennem dyser og diffusorer. Ved strømningsprocesser er der ofte tale om ændring i kinetisk og/eller potentiel energi, som det er vist i ligning [1.25].

Strømningsprocesser, som de er behandlet i dette kapitel, ligger strengt taget på kanten af det, man normalt vil kalde termodynamik. Det hører nok mere hjemme i det, vi vil kalde fluidmekanik. Dog synes vi, det er relevant at have en del med her, da det jo er det, der får energitekniske systemer til at hænge sammen, i den forstand at der strømmer fluid fra én maskine til en anden. For en grundigere behandling af fluidmekanikken kan f.eks. henvises til /4.2/ eller /4.5/.

Arbejdsprocesser er processer, hvor der tilføres eller afgives arbejde, dvs. $w_i \neq 0$. Eksempler herpå er processer i maskiner som pumper, ventilatorer, kompressorer og turbiner. Disse processer omtales nærmere i kapitel 6. Ved arbejdsprocesser ses ofte bort fra ændring i kinetisk og potentiel energi.

Ved den efterfølgende behandling af processerne kaldes de strømende stoffer, gasser og væsker, med en fælles betegnelse *fluid*. Gasser adskiller sig specielt fra væsker ved at være sammentrykkelige, *kompressible*. Det skal bemærkes, at man ofte forenklet regner gasser som inkompressible ved små trykforhold (erfaringsmæsigt under ca. 1,25). Væsker regnes her usammentrykkelige, *inkompressible*.

Først skal nogle stofegenskaber, som er specielt vigtige ved beregninger på strømningsprocesser, defineres.

4.1.1 Densitet

Væsker karakteriseres ved, at de har stort set konstant densitet, mens gassers densitet ændres med tryk og temperatur, som det er beskrevet i kapitel 2.

Der er som bekendt følgende sammenhæng mellem densitet og specifikt volumen:

$$\rho = \frac{1}{v} \quad [4.1]$$

hvor ρ er densiteten, kg/m^3 , og v er det specifikke volumen, m^3/kg .

De fleste væsker udvider sig som bekendt ved opvarmning. Den volumenændring, som finder sted, kan udtrykkes som:

$$\Delta V = V_0 \beta_V \Delta t \quad [4.2]$$

og det nye volumen bliver:

$$V = V_0 + \Delta V = V_0(1 + \beta_V \Delta t) \quad [4.3]$$

Densiteten ved en vilkårlig temperatur bliver i følge dette:

$$\rho = \frac{m}{V_0(1 + \beta_V \Delta t)} = \frac{\rho_0}{1 + \beta_V \Delta t} \quad [4.4]$$

hvor

V er volumen, m^3

V_0 er startvolumen, m^3

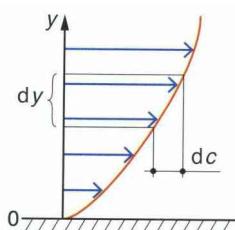
β_V er volumenudvidelseskoefficient, K^{-1}

ρ_0 er densitet ved begyndelsestilstand, kg/m^3

Δt er temperaturdifferens, K

β_V er stærkt temperaturafhængig. Densiteten for vand er givet i tabel 10.5. For gasser kan densiteten beregnes ud fra idealgasligningen, da den afhænger meget af især trykket.

4.1.2 Viskositet



Figur 4.1
Hastighedsfordelingen ved en vægoverflade.

Viskositet er et udtryk for sejhed. Fluidet yder modstand mod, at forskellige lag i mediet strømmer med forskellig hastighed. Modstanden ytrer sig som en forskydningsspænding i strømningsretningen. Dette kan anskueliggøres som følger. Når et fluid strømmer langs en fast væg, vil strømningshastigheden, c , nær vægoverfladen kunne variere som vist på figur 4.1. Inde ved væggen, dvs. for $y = 0$ er $c = 0$.

Mellem to lag i afstanden dy er hastighedsforskellen dc . Ifølge Newton er den indre friktion eller forskydningsspændingen mellem lagene:

$$\tau = \eta \frac{dc}{dy} \quad [4.5]$$

Faktoren η kaldes *dynamisk viskositet* og har enheden $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ eller $\text{Pa} \cdot \text{s}$. En høj værdi for η betyder et sejtflydende fluid.

I strømningslæren er det ofte fordelagtigt at benytte størrelsen *kinematisk viskositet* udtrykt som:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad [4.6]$$

ν får dermed dimensionen m^2/s , men angives ofte i enheden Stoke, St, hvor $1 \text{ St} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$. Enheden St giver imidlertid besværlige talstørrelser, hvorfor cSt anvendes i praksis. Den kinematiske viskositet afhænger af tryk og temperatur, men i de fleste praktiske tilfælde kan man se bort fra trykkets indflydelse. For væsker aftager ν med stigende temperatur, mens det modsatte er tilfældet ved gasser. Værdier for vand er givet i tabel 10.5.

4.1.3 Viskositetens afhængighed af trykket for gasser

Den dynamiske viskositet antages normalt at være uafhængig af trykket. Til gengæld varierer den kinematiske viskositet med trykket på grund af densitetens ændring.

Sammenhængen mellem den dynamiske og den kinematiske viskositet er:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad [4.7]$$

hvor

ν er den kinematiske viskositet, m^2/s

η er den dynamiske viskositet, $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$

ρ er densiteten, kg/m^3

Densiteten afhænger for gasser af idealgasligningen. Af denne fås følgende:

$$\rho = \frac{P}{R_i T} \quad [4.8]$$

Heraf fås forholdet mellem kinematisk viskositet ved samme temperatur, men forskelligt tryk til:

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{P_2}{P_1} \quad [4.9]$$

Eksempel 4.1

Omrægning af kinematisk viskositet til højere tryk

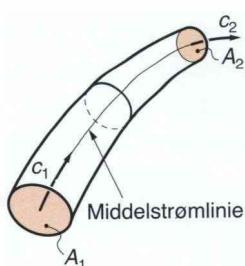
Den *kinematiske* viskositet for luft ved 20 °C og 1 bar skal findes. I tabel 10.4 for luft findes viskositeten ved 20 °C og 1 bar til:

$$\nu_{20^\circ\text{C};1\text{bar}} = 15,13 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}.$$

Der omregnes til værdien ved 6 bar:

$$\nu_{20^\circ\text{C};6\text{bar}} = \nu_{20^\circ\text{C};1\text{bar}} \frac{1}{6} = 15,13 \cdot 10^{-6} \frac{1}{6} = 2,52 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

4.2 Kontinuitetsligningen for masse



Figur 4.2
Strømrør

Kontinuitetsligningen anvendes ved beregninger på rørsystem. Der skal derfor her gøres rede for baggrunden for denne: Vi ser på et vilkårligt strømrør, som vist i figur 4.2. Strømnningen antages at være éndimensionel og stationær.

I de valgte tværsnit A_1 og A_2 er strømningshastigheden henholdsvis c_1 og c_2 , og de tilsvarende densiteter er ρ_1 og ρ_2 . Massestrømmen q_m gennem disse tværsnit har ifølge kontinuitetsligningen for masse samme værdi, dvs.:

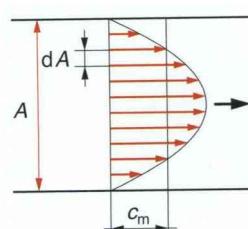
$$q_{m1} = q_{m2} = q_m = \rho c A = \text{konstant} \quad [4.10]$$

Denne ligning kaldes *kontinuitetsligningen for masse* og gælder generelt for en stationær strømning. Ligningen kan reduceres, hvis der er tale om fluider, som er inkompressible, dvs. væsker:

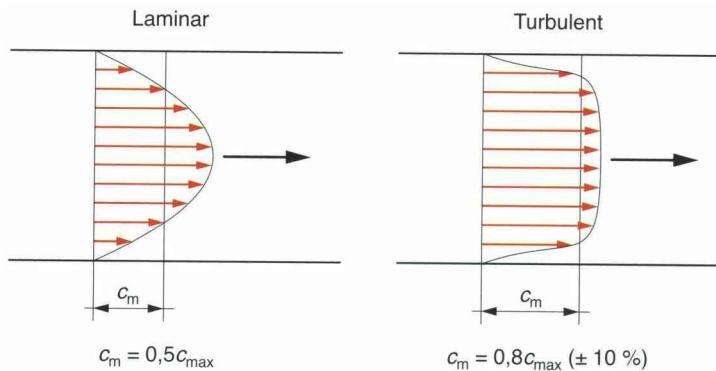
$$q_V = c A = \text{konstant} \quad [4.11]$$

En vilkårlig strømning vil altid være to- eller tre-dimensionel. Hastigheden i strømrøret vil variere over tværsnittet, som vist på figur 4.3. Dette tages der hensyn til ved at indføre en middelhastighed, c_m , i kontinuitetsligningen. Denne er givet ved integralet:

$$c_m = \frac{1}{A} \int_A c \, dA \quad [4.12]$$



Figur 4.3
Hastighedsprofil.



Figur 4.4
Hastighedsprofiler
i kanaler.

Hvis hastighedsprofilet er kendt, kan integralet løses. I tilfælde hvor hastighedsfordelingen er kendt, men ikke matematisk defineret, kan grafiske løsningsmetoder anvendes.

Strømningen optræder enten som *laminar* eller *turbulent*. Ved laminar strømning er strømlinjerne平行的, og der er ingen impulsudveksling på tværs af strømningen. Hastighedsprofilet er her parabolsk, se figur 4.4.

Ved turbulent strømning er der energiudveksling på tværs af strømningen, og hastighederne udlignes en del. Hastighedsprofilet bliver da mere »flad-næset«, som det ses af figur 4.4. Hvornår strømningen er det ene eller det andet, bestemmes af Reynolds tal, se nærmere gennemgang i afsnit 4.4.1.

4.3 Energiligningen for strømningsprocesser

Ved strømningsprocesser tilføres eller afgives som nævnt ikke arbejde, $w_i = 0$. Energiligningen kan derfor reduceres i forhold til ligning [1.23], som den er formuleret i kapitel 1. Den generelle energiligning for en *stationær strømningsproces* lyder da:

$$(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = q_{12} \quad [4.13]$$

Denne ligning kan ofte reduceres yderligere, idet det ofte er tilfældet at $z_2 = z_1$. Ved adiabatiske strømningsprocesser er desuden $q_{12} = 0$.

Ved beregning af tryktab m.m. tages der udgangspunkt i *arbejdsligningen*:

$$w_{i12} = w_{t12} + w_{diss12} \quad [4.14]$$

hvor

w_{i12} er specifikt indre arbejde, tilført systemet, her lig med nul, J/kg

w_{t12} er specifikt teknisk reversibelt arbejde (inkl. hastigheds- og højdelede) tilført systemet, J/kg

w_{diss12} er dissipationsarbejdet defineret ved ligning [4.14], J/kg.

Med »dissipation« menes »omdannelse«, hvilket her betyder, at noget af det tilførte indre arbejde omdannes, dvs. omdannes til varme i stedet for at blive omdannet til nyttig energi, dvs. tryk-, hastigheds- eller højdeenergi ($= w_{t12}$).

Indsættes definitionen af w_{t12} , fås jf. ligning [1.27] og [1.29]:

$$\begin{aligned} w_{i12} &= w_{t12} + w_{diss12} \\ &= \int_1^2 v dp + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + w_{diss12} \end{aligned} \quad [4.15]$$

hvor integralet for kompressible fluider (gasser) beregnes som:

$$\int_1^2 v dp = \frac{n}{n-1} p_1 \nu_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) \quad [4.16]$$

og for inkompressible fluider (væsker) som:

$$\int_1^2 v dp = v(p_2 - p_1) \quad [4.17]$$

Under *forudsætning af konstant specifikt volumen*, som det er tilfældet ved et inkompressibelt fluid – dvs. ligning [4.17] – samt $w_{i12} = 0$, kan ligning [4.15] omskrives til:

$$0 = v(p_2 - p_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + w_{diss12} \quad [4.18]$$

Ligningen kan også skrives:

$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} + gz_2 = \frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} + gz_1 - w_{diss12} \quad [4.19]$$

Hvis der tillige regnes med friktionsfri strømning, fås:

$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} + gz_2 = \frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} + gz_1 \quad [4.20]$$

Denne ligning kaldes *Bernoullis ligning* og gælder altså for en inkompressibel, friktionsfri strømningsproces.

Ligningen angiver, at summen af trykenergi, hastighedsenergi og højdeenergi er konstant ved en strømningsproces, forudsat at der ses bort fra energitab (der er tale om specifik energi, J/kg). Stiger

eksempelvis hastigheden i et vandret rør ($z = \text{konstant}$), betyder det, at trykket falder. Dette belyses ved nedenstående eksempel 4.2.

Ligning [4.20] ses ofte skrevet om til enheden m, da dette er hensigtsmæssigt ved beregninger på hydrauliske systemer. Ligningens led angiver da trykhøjde, hastighedshøjde og højde i *meter væske-søjle* (eller ved vand, vandsøjle):

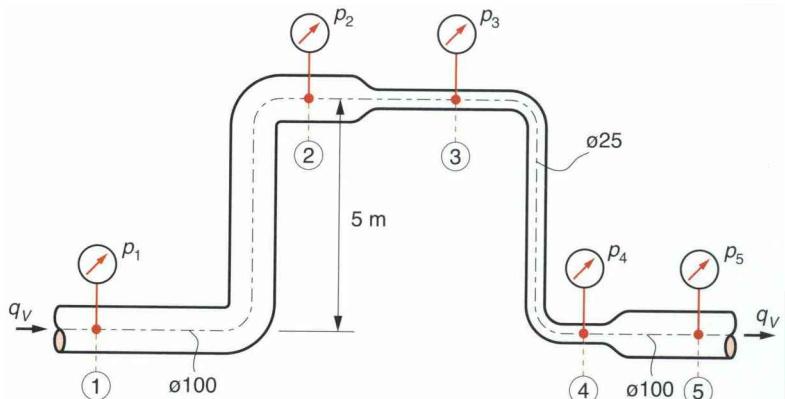
$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g} + z_1 \quad [4.21]$$

$$p_2 + \frac{\rho c_2^2}{2} + z_2 \rho g = p_1 + \frac{\rho c_1^2}{2} + z_1 \rho g \quad [4.21a]$$

Eksempel 4.2

Beregning af trykket i et rørsystem vha Bernoullis ligning

På figuren er skitseret et rørsystem, hvorigennem der strømmer vand.



I snit 1 er middelhastigheden $c_1 = 1 \text{ m/s}$, trykket $p_1 = 2 \text{ bar}$ og højden $z_1 = 0 \text{ m}$. Densiteten $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ og tyngdeaccelerationen sættes til $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Tryk og hastighed ønskes beregnet i de øvrige snit, idet det antages, at strømningen er friktionsfri. Bernoullis ligning kan altså bruges. Ligningen er her omskrevet til enheden Pa, dvs. Bernoullis ligning er forlænget med $g\rho$.

$$\begin{aligned} p_x + \frac{\rho c_x^2}{2} + g\rho z_x &= p_1 + \frac{\rho c_1^2}{2} + g\rho z_1 \\ p_x &= p_1 + \frac{\rho c_1^2}{2} + g\rho z_1 - \left(\frac{\rho c_x^2}{2} + g\rho z_x \right) \\ &= 2 \cdot 10^5 + \frac{1000 \cdot 1^2}{2} + 10 \cdot 1000 \cdot 0 - \left(\frac{\rho c_x^2}{2} + g\rho z_x \right) \\ &= 200500 - \left(\frac{\rho c_x^2}{2} + g\rho z_x \right) \end{aligned}$$

Der indsættes nu tal for de fire øvrige punkter i systemet.

Det ses, at $c_4 = c_3 = 16c_1$, da $d_4 = d_3 = 1/4d_1$; (kontinuitetsligningen).

$$\begin{aligned} p_2 &= 200500 - \left(\frac{1000 \cdot 1^2}{2} + 10 \cdot 1000 \cdot 5 \right) \\ &= 150000 \text{ Pa} = 1,5 \text{ bar} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_3 &= 200500 - \left(\frac{1000 \cdot 16^2}{2} + 10 \cdot 1000 \cdot 5 \right) \\ &= 22500 \text{ Pa} = 0,225 \text{ bar} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_4 &= 200500 - \left(\frac{1000 \cdot 16^2}{2} + 10 \cdot 1000 \cdot 0 \right) \\ &= 72500 \text{ Pa} = 0,725 \text{ bar} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_5 &= 200500 - \left(\frac{1000 \cdot 1^2}{2} + 10 \cdot 1000 \cdot 0 \right) \\ &= 200000 \text{ Pa} = 2,0 \text{ bar} \end{aligned}$$

I virkeligheden er der selvsagt friktionstab i bøjninger og reduktioner. Det vil sige, at summen af de tre energiled falder gennem systemet, dette betyder, at der måles lavere tryk end de beregnede.

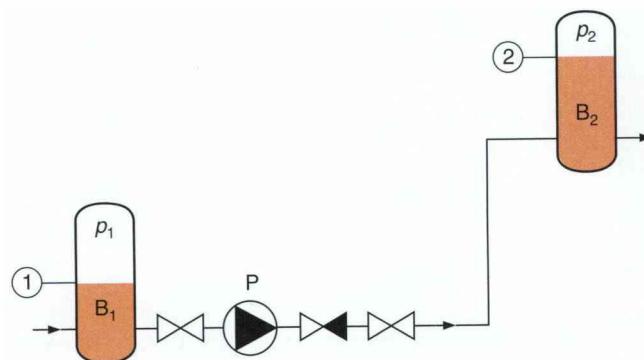
Energiligningen brugt på to punkter i et rørssystem som figur 4.5, hvori der strømmer væske fra en beholder, B_1 , til en beholder, B_2 , kan formuleres som i [4.22]. Pumpen P tilfører arbejde (w_{t12}) til vandet.

I systemet er der friktionstab repræsenteret ved dissipationsarbejdet $w_{diss12} = w_{fR}$

Der regnes her i specifik energi med enheden J/kg:

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + w_{fR} = w_{t12} \quad [4.22]$$

Ligningen omformuleres ofte til enheden m af praktiske hensyn. »Energistørrelserne« kan så forstås som geometriske højder. Ligningen fremkommer ved division med tyngdeaccelerationen, g .



Figur 4.5
Rørssystem med pumpe.

Pumpens overførte »energi« til vandet kaldes så *løftehøjde*, H_{pumpe} , og tabet skrives som h_f , *energitabet* (i m).

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + (z_2 - z_1) + h_{f12} = H_{\text{pumpe}} \quad [4.23]$$

Endelig kan ligningen formuleres som en trykligning, i enheden Pa. Ligningen fremkommer ved at multiplicere ligning [4.23] med densiteten, ρ , og tyngdeaccelerationen, g .

Pumpens overførte »energi« til vandet kaldes så *trykstigning*, Δp_{pumpe} , og tryktabet skrives som Δp_f .

$$(p_2 - p_1) + \frac{(c_2^2 - c_1^2)}{2} \rho + \rho g(z_2 - z_1) + \Delta p_f = \Delta p_{\text{pumpe}} \quad [4.24]$$

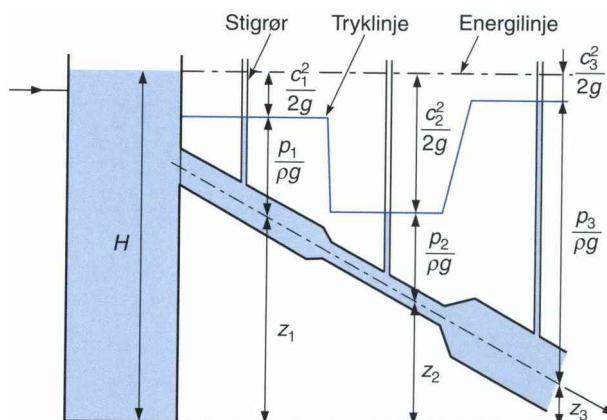
4.3.1 Energiregnskab

Et praktisk værktøj til beregning i forbindelse med rørsystemer er opstilling af et *energiregnskab*.

I det følgende skal princippet i dette beskrives. Først indføres begrebet *energiniveau*, som er udtrykt ved det aktuelle energiindhold, der består af trykhøjde, $\frac{p}{\rho g}$, hastighedshøjde, $\frac{c^2}{2g}$, og højde, z . Alle tre størrelser regnes i enheden m af praktiske årsager. Energiniveauet, H [m], bliver da ifølge energiligningen, Bernoullis ligning [4.21]:

$$H = \frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} + z \quad [4.25]$$

Til belysning af begrebet energiniveau og energiregnskab er i figur 4.6 vist en tank med et rørsystem, hvorigennem et fluid strømmer.



Figur 4.6

Strømning gennem røret, hastigheden varierer alt efter rørdiameter.

Der er ikke regnet med energitab, og vandstanden er regnet konstant i tanken.

Bemærk, da der ikke regnes med energitab, er energiniveauet, H , konstant og lig summen af de tre energiformer.

Energiniveauet kan kun ændres ved energitab i systemet (energiniveauet falder) eller energitilførsel fra en pumpe (energiniveauet stiger). Alternativt kunne tappes energi gennem et turbineanlæg (energiniveauet falder).

Princippet i et energiregnskab er hele tiden at holde regnskab med energiniveauet.

Størrelsen og variationen i energiniveauet kan illustreres grafisk ved hjælp af en energilinje, som vist på figur 4.6. Energiniveauet fratrukket hastighedshøjden kaldes trykniveauet og er illustreret ved den viste tryklinje.

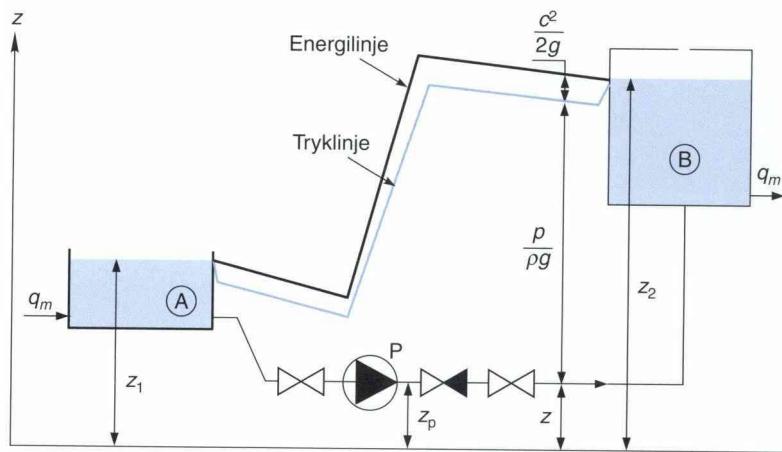
Energiregnskabet kan f.eks. udføres i et skema, som vist i figur 4.7:

	1	2	3	4	Enhed
Trykhøjde, $\frac{p}{\rho g}$					m
Hastighedshøjde, $\frac{c^2}{2g}$					m
Højde, z					m
»Energiniveau«, H					m
»Energitab«, h_f eller Energitilførsel, H_{pumpe}					m
Hastighed, c					m/s
Tryk (overtryk), p					bar
Diameter, d					mm

Figur 4.7
Skema for energiregnskab.

Energiniveauet beregnes i kendte punkter i anlægget, f.eks. punkt 1, og hvis energitabet kendes eller kan beregnes, kan energiniveauet i punkt 2 beregnes og så fremdeles. Energiniveauet skal hele tiden udgøre summen af de tre energibidrag.

På figur 4.8 er forløbet af energilinje og tryklinje for et system, hvor en pumpe, P, pumper vand fra en tank A til en tank B, vist.

**Figur 4.8**

Energilinje og tryklinje vist på et pumpesystem med energitab og tilført pumparbejde.

Systemet betragtes som stationært med konstante vandstande i tankene og konstant massestrøm. Det ses, at energilinen falder på strækningen fra tank A til pumpen og fra pumpen til tank B. Faldet skyldes energitab, der opstår såvel i de lige rørstrækninger som i bøjninger, ventiler og ind- og udløb. Ved pumpen stiger energilinen med det bidrag, som pumpen tilfører, løftehøjden. Se afsnit 4.5 for en grundigere behandling af pumpesystemer.

4.3.2 Effekt og virkningsgrader

Når arbejdet til maskinen er beregnet, er næste trin en beregning af den tilførte effekt. På figur 4.9 er energistrømme, i kW, for en arbejdsmaskine trukket af en elmotor vist. Den tilførte effekt til elmotoren er P_{el} . Her fragår i første omgang tab i motoren, og tilbage har vi *akseleffekten*, P_a . Her fragår så mekaniske tab i lejer og kobling m.m. Tilbage er så det, vi kalder *indre effekt*, P_i , som er den effekt, der tilføres pumpen. Internt i pumpen er så yderligere tab, og tilbage er den effektive effekt til fluidet, P_e , der også kaldes den *hydrauliske effekt*.

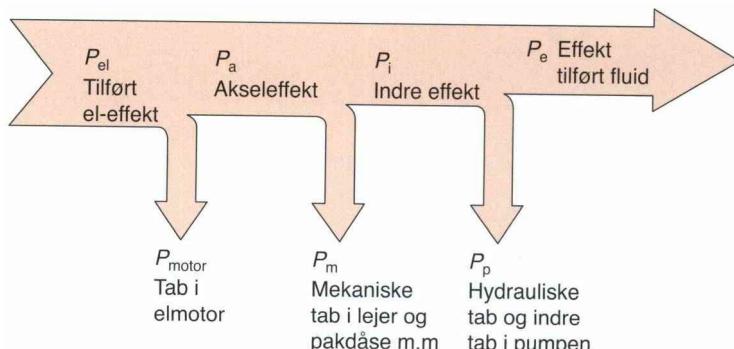
**Figur 4.9**

Diagram over energistrømme i en arbejdsmaskine, f.eks. en pumpe.

Effekten til fluidet, P_e , beregnes ud fra det specifikke arbejde:

$$P_e = q_m w_t = q_v \rho w_t = q_v \rho H_{\text{pumpe}} g \quad [4.26]$$

Der kan defineres forskellige virkningsgrader.

Pumpevirkningsgraden, η_{pumpe} , sammenligner den hydrauliske effekt og akseleffekten:

$$\eta_{\text{pumpe}} = \frac{P_e}{P_a} = \frac{w_t}{w_i} \quad [4.27]$$

Elmotorens virkningsgrad, η_{el} , fås af:

$$\eta_{\text{el}} = \frac{P_a}{P_{\text{el}}} \quad [4.28]$$

I ovenstående er:

q_m massestrømmen, kg/s

q_v volumenstrømmen, m³/s

w_t specifikt teknisk arbejde, kJ/kg

w_i specifikt indre arbejde, kJ/kg.

4.3.3 Energiforbrug

Energiforbruget, E , for maskinen i systemer som vist beregnes ved at multiplicere den tilførte el-effekt med driftstiden, τ . Indsættes tiden i timer fås energiforbruget i kWh:

$$E = P_{\text{el}} \tau \quad [4.29]$$

4.4 Tryktabsberegninger

Beregning af tryktab i rør, kanaler eller komponenter som ventiler, bøjninger, udvidelser, varmeverkslere etc. baseres på arbejdsrelationen som omtalt i forrige afsnit. Her vil vi begrænse os til beregning af tryktab for inkompressible fluer.

Omformes ligning [4.18] og multipliceres med densiteten $\rho = 1/v$, fås:

$$\Delta p_{12} = p_2 - p_1 = \frac{\rho(c_2^2 - c_1^2)}{2} + \rho g(z_2 - z_1) + \rho w_{\text{diss}12} \quad [4.30]$$

Heraf ses, at tryktabet består af tre led:

$\frac{\rho(c_2^2 - c_1^2)}{2}$ betegnes accelerationstryktabet

$\rho g(z_2 - z_1)$ betegnes højdetryktabet

$\rho w_{\text{diss}12}$ betegnes friktionstryktabet

Ligningen kan skrives i enheden m ligesom ligning [4.21]:

$$\Delta H_{12} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + (z_2 - z_1) + h_{f12} \quad [4.31]$$

Ved gasstrømning vil antagelsen om konstant, specifikt volumen ikke altid holde stik. Man vælger da ofte at inddelte rørstrækningen i mindre stykker, inden for hvilke forudsætningen holder.

4.4.1 Beregning af friktionstryktab

Ved beregning skelnes der mellem friktionstryktab i lige rørstykker og friktionstryktab i enkeltmodstande (ventiler, bøjninger etc.).

Lige rørstykker:

Friktionstryktabet i Pa beregnes som:

$$\Delta p_{fL} = \lambda \frac{L}{d_i} \rho c^2 \quad [4.32]$$

hvor

λ er friktionstallet, se Moodys diagram figur 4.10

L er rørlængden, m

d_i er rørets indvendige diameter, m

ρ er mediets densitet, kg/m³

c er mediets middelhastighed i røret, m/s.

Δp_{fL} er det som i ligning [4.30] betegnes ρw_{diss} .

Alternativt kan ligningen omskrives til beregning af energitabet i m:

$$h_{f12} = \lambda \frac{L}{d_i} \frac{c^2}{2g} \quad [4.32a]$$

Friktionstallet λ (lambda) afhænger af strømningens karakter, om den er laminar eller turbulent. Desuden spiller rørets ruhed en rolle. Ruheden betegnes k_s med enheden m.

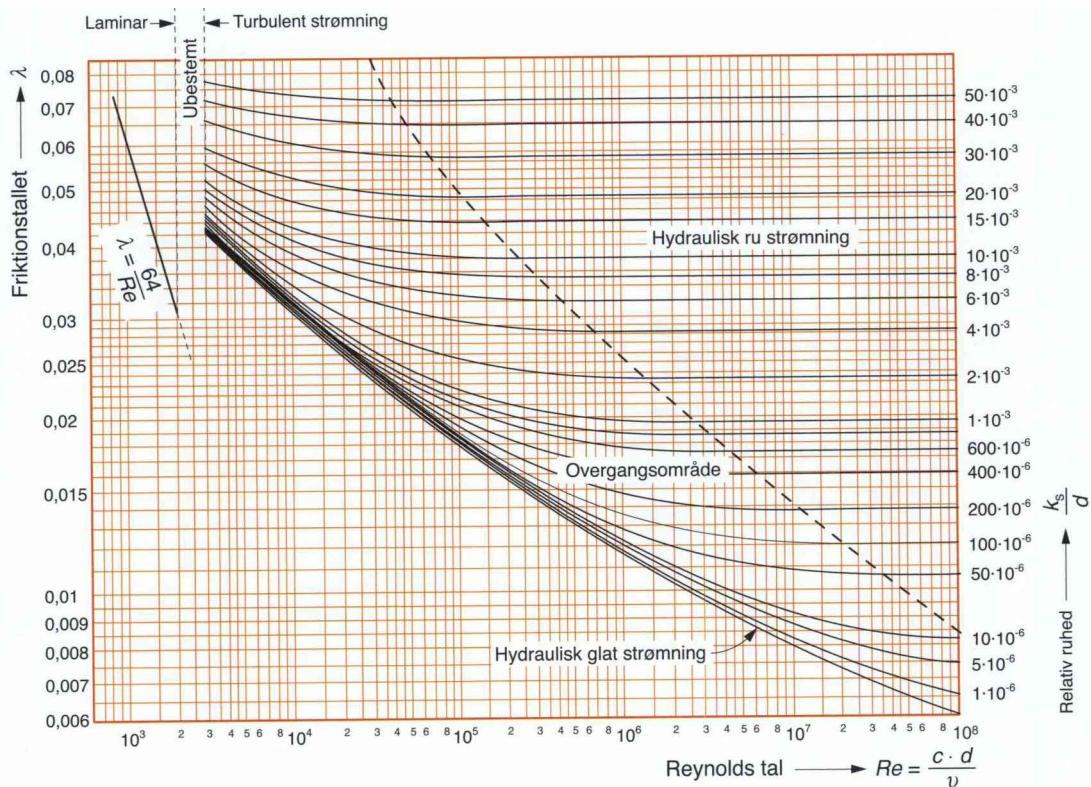
Strømningens karakter bestemmes af *Reynoldstallet*, se figur 4.4, givet ved:

$$Re = \frac{cd_i}{\nu} = \frac{cd_i \rho}{\eta} \quad [4.33]$$

hvor

ν er mediets kinematiske viskositet, m²/s

η er mediets dynamiske viskositet, kg/(m · s)



Figur 4.10 Moody's diagram /4.2/.

Ved ikke-cirkulære tværsnit benyttes den *hydrauliske diameter* i ligning [4.32] og [4.33]. Denne er defineret således:

$$d_h = \frac{4A}{O} \quad [4.34]$$

hvor

A er tværsnitsarealet, m^2

O er den væskeberørte omkreds, m

Ved *laminar strømning*, dvs. $Re < 2300$, kan friktionstallet beregnes som:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad \text{hvis } Re < 2300 \quad [4.35]$$

dvs. friktionstallet er uafhængigt af rørruheden, k_s .

Ved *turbulent strømning* er sagen mere kompliceret. Ved helt glatte rør, dvs. $k_s = 0$ har *Blasius* givet følgende udtryk, /4.2/:

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} \quad \text{hvis } k_s = 0 \text{ og } 3000 < Re < 10^5 \quad [4.36]$$

Ved turbulent strømning i ru rør kan følgende implicitte ligning benyttes /4.2/. Ligningen kaldes *Colebrook's formel* (eller Colebrook-White):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,74 - 0,87 \ln \left(\frac{2 k_s}{d_i} + \frac{18,7}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad [4.37]$$

Alternativt kan friktionstallet aflæses i figur 4.10.

Typiske rørruheder fås af tabel 10.19.

4.4.2 Friktionstryktab i enkelmodstande

Friktionstryktabet ved strømning gennem enkelmodstande (f.eks. bøjninger, ventiler, m.m.) beregnes som:

$$\Delta p_{fE} = \zeta_x \frac{\rho c_x^2}{2} \quad [4.38]$$

hvor

ζ_x er et modstandstal for den aktuelle modstand, og hvor indeks x refererer til den position, som beregningen af hastigheden, c_x , skal foretages ved.

c_x er den hastighed, som skal benyttes i forbindelse med ζ_x . Normal praksis er, at $x = 1$ refererer til *før enkelmodstanden* og $x = 2$ refererer til *efter enkelmodstanden*.

Alternativt kan ligningen omskrives til beregning af energitabet i m:

$$h_{fE} = \zeta \frac{c^2}{2g} \quad [4.38a]$$

Typiske modstandstal kan fås af tabel 10.20 og 10.21.

4.4.3 k_v -værdi

I praksis benyttes ofte begrebet k_v -værdi til beregning af bl.a. ventilers enkelmodstande. k_v -værdien er defineret ved følgende ligning for vand, med densiteten $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$:

$$k_v = \frac{q_V}{\sqrt{\Delta p}} \quad \text{eller} \quad \Delta p = \left(\frac{q_V}{k_v} \right)^2 \quad \text{eller} \quad q_V = k_v \sqrt{\Delta p} \quad [4.39]$$

hvor (*og det er vigtigt!*):

k_v er enkelmodstandens k_v -værdi i enheden m^3/h

q_V er volumenstrømmen i enheden m^3/h

Δp er tryktabet i enheden bar.

For andre medier end vand og vand ved temperaturer forskellig fra 4 °C gælder:

$$q_v = k_v \sqrt{\frac{\Delta p}{\left(\frac{\rho}{\sqrt{\rho_{vand}}}\right)}} \quad [4.40]$$

hvor

ρ er densiteten af det aktuelle medie, kg/m³.

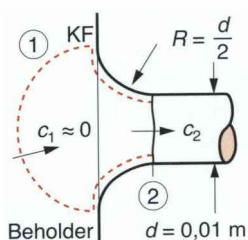
Bemærk: Ligningen for k_v er ikke homogen med hensyn til enhederne.

4.4.4 Eksempler

Efterfølgende er givet en række små eksempler på strømning gennem almindeligt forekommende enkeltmodstande.

Eksempel 4.3

Beregning af tryktab i udløb



Vand strømmer fra en beholder ind i et rør med velafrundede kanter ($R = d/2$).

En sådan enkeltmodstand kan regnes som værende tabsfri. Trykket er 1000 mbar, strømningshastigheden i røret, $c_2 = 2$ m/s, og temperaturen er 20 °C.

Bestem trykket ved punkt 2.

Løsning:

Ligning [4.15] kan anvendes:

$$0 = \int_1^2 v \, dp + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + w_{diss12}$$

reduceres til

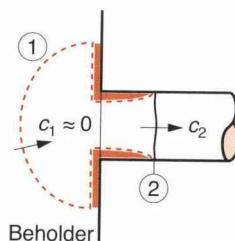
$$0 = v(p_2 - p_1) + \frac{c_2^2}{2}$$

Heraf beregnes trykket:

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 - \frac{\rho c_2^2}{2} \\ &= 100000 - \frac{998,2 \cdot 2^2}{2} = 98004 \text{ Pa} = 980 \text{ mbar} \end{aligned}$$

Eksempel 4.4

Beregning af tryktab i skarpkantet indløb



Samme situation som eksempel 4.3, men med skarpkantet rørindløb.

For et skarpkantet indløb kan i tabel 10.21 findes et modstandstal på $\zeta_2 = 0,5$.

Løsning:

Friktionstabet er:

$$\Delta p_{f12} = \zeta_2 \frac{\rho c_2^2}{2}$$

Trykket beregnes da til:

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 - \frac{\rho c_2^2}{2} - \zeta_2 \frac{\rho c_2^2}{2} \\ &= 100000 - \frac{998,2 \cdot 2^2(1 + 0,5)}{2} = 97005 \text{ Pa} = 970 \text{ mbar} \end{aligned}$$

Eksempel 4.5

Beregning af tryktab i lige rørstrækning

Vand strømmer gennem et stålrør med en indvendig diameter på 10 mm og en længde på 2 m. Rørruheden regnes lig 0,1 mm. Trykket ved indløb er 1000 mbar og vandtemperaturen er 20 °C. Der regnes ikke med enkeltnedslag.

Trykket efter de 2 m ønskes bestemt i to tilfælde:

- a) Hvis strømningshastigheden ved start er 1 m/s.
- b) Hvis strømningshastigheden ved start er 0,1 m/s.

Moodys diagram, figur 4.10, anvendes til bestemmelse af friktionstallet.

Løsning:

- a) Først bestemmes Reynolds tal:

$$Re = \frac{cd}{\nu} = \frac{1 \cdot 0,010}{1,004 \cdot 10^{-6}} = 9940 \Rightarrow \text{turbulent strømning}$$

Den relative ruhed $k_s/d = 0,1/10 = 0,01$. Dette fører til en aflæsning af friktionstallet på $\lambda = 0,044$.

Friktionstryktabet fås da til:

$$\begin{aligned}\Delta p &= \lambda \frac{L}{2d} \rho c^2 \\ &= 0,044 \frac{2}{2 \cdot 0,01} \cdot 998,2 \cdot 1^2 = 4392 \text{ Pa} = 44 \text{ mbar}\end{aligned}$$

Hvilket giver et tryk, p_2 , på:

$$p_2 = p_1 - \Delta p = 1000 - 44 = 956 \text{ mbar}$$

b) Først bestemmes Reynolds tal:

$$Re = \frac{cd}{\nu} = \frac{0,1 \cdot 0,010}{1,004 \cdot 10^{-6}} = 994 \Rightarrow \text{laminar strømning}$$

Ved laminar strømning beregnes friktionstallet af ligning [4.35]:

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64}{994} = 0,063$$

Friktionstryktabet fås da til:

$$\begin{aligned}\Delta p &= \lambda \frac{L}{2d} \rho c^2 = 0,063 \frac{2}{2 \cdot 0,01} \cdot 998,2 \cdot 1^2 \\ &= 62,9 \text{ Pa} = 0,63 \text{ mbar}\end{aligned}$$

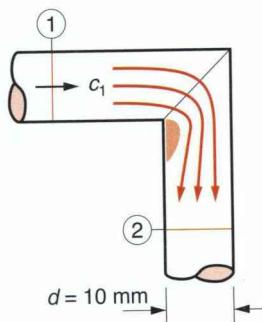
Hvilket giver et tryk, p_2 , på:

$$p_2 = 1000 - 0,63 = 999 \text{ mbar}$$

Eksempel 4.6

Beregning af tryktab i skarpkantet bøjning

Vand strømmer igennem en skarpkantet bøjning, med en strømningshastighed på 2 m/s, en temperatur på 20 °C og et tryk på 1000 mbar. Trykket, p_2 , efter bøjningen ønskes bestemt.



Løsning:

Hastigheden $c_2 = c_1$.

$$\text{Friktionstabet er: } \Delta p_{fl2} = \zeta_2 \frac{\rho c_2^2}{2}$$

og i ligning [4.30] er hastigheds- og højdeleddet lig 0.

Trykket beregnes da til:

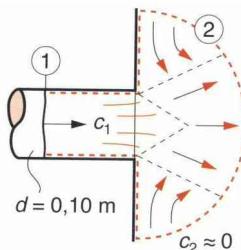
$$p_2 = p_1 - \zeta_2 \frac{\rho c_2^2}{2}$$

ζ_2 sættes her til 1,2 for skarpkantet bøjning

$$p_2 = 100000 - 1,2 \cdot 998,2 \cdot \frac{2^2}{2} = 97604 \text{ Pa} = 976 \text{ mbar}$$

Eksempel 4.7

Beregning af trykfald ved udløb



Vand strømmer fra et rør ud i en beholder. Strømningshastigheden i røret er 1 m/s, temperaturen er 20 °C og trykket $p_1 = 1000$ mbar. Trykket efter udløbet, p_2 , ønskes bestemt.

Løsning:

Hastigheden $c_2 \approx 0$.

Friktionstabet ved hvirveldannelsen i beholderen er:

$$\Delta p_{fl2} = \zeta_1 \frac{\rho c_1^2}{2}$$

og modstandstallet er ifølge tabel 10.21: $\zeta_1 = 1,0$.

I ligning [4.30] er højdeleddet lig 0. Trykket beregnes da til:

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 + \frac{\rho c_1^2}{2} - \zeta_1 \frac{\rho c_1^2}{2} \\ &= 1000 + \frac{1 \cdot 1^2}{2} - 1,0 \cdot \frac{1 \cdot 1^2}{2} = 1000 \text{ mbar} \end{aligned}$$

altså $p_2 = p_1$

Den trykstigning, man skulle forvente at få fra hastighedsenergien, går akkurat til at dække energitabet.

Eksempel 4.8

Beregning af tryktab i snavsfilter

Trykluft strømmer gennem et snavsfilter med en temperatur på 15 °C og et tilgangstryk på 8 bar. Volumenstrømmen er opgivet til 0,02 m³/s ved *standardtilstand* (1 bar, 20 °C).

Det ønskes bestemt, hvilken k_v -værdi filteret skal have, hvis tryktabet gennem det ikke må overstige 0,05 bar (= 5000 Pa).

Løsning:

Densiteten for luften beregnes tilnærmet ved hjælp af tilstands-ligningen for ideale gasser, idet det antages, at der er tale om tør luft:

$$p v = R_i T \Rightarrow \frac{p}{\rho} = R_i T \Rightarrow \rho = \frac{p}{R_i T}$$

$$\rho_{luft} = \frac{8 \cdot 10^5}{287 \cdot (273 + 15)} = 9,679 \text{ kg/m}^3$$

Densiteten for vand sættes lig 1000 kg/m³.

Volumenstrømmen omregnes til den aktuelle tilstand:

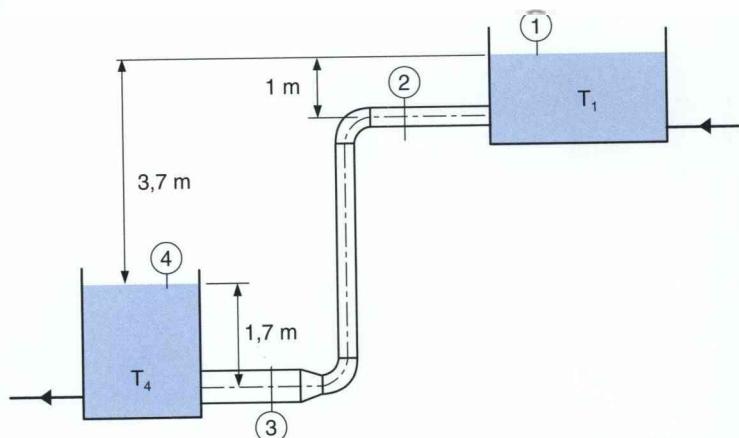
$$q_v = 0,02 \cdot \frac{1 \cdot (273 + 15)}{8 \cdot (273 + 20)} = 0,00246 \text{ m}^3/\text{s} = 8,846 \text{ m}^3/\text{h}$$

k_v -værdien beregnes af ligning [4.40]:

$$k_v = \frac{q_v}{\sqrt{\frac{\Delta p}{\left(\frac{\rho}{\rho_{vand}}\right)}}} = \frac{8,846}{\sqrt{\frac{0,05}{0,009679}}} = 3,89 \text{ m}^3/\text{h} \approx 4,0 \text{ m}^3/\text{h}$$

Eksempel 4.9

Energiregnskab i simpelt rørsystem



I det viste anlæg strømmer vand ved 10 °C fra tank T₁ til tank T₄ gennem et rørsystem, således at niveauerne (1 og 4) i tankene er konstante.

De indvendige rørdiametre er:

I punkt 2: 100 mm; I punkt 3: 200 mm

Der er målt følgende trykhøjdetab:

$$h_{f12} = 1,5 \text{ m}; \quad h_{f23} = 2,0 \text{ m}; \quad h_{f34} = ? \text{ m}$$

1. Opstil et «energiregnskab» i enheden m, idet vandstrømmen er 40 l/s.
2. Bestem trykhøjdetabet fra punkt 3 til 4.
3. Angiv trykket i punkt 2 og 3.

Løsning

1. For at kunne udfylde skemaet for energiregnskabet, ses på de tre energistørrelser; højdeniveauet, z , hastighedshøjden, $\frac{c^2}{2g}$, samt trykhøjden, $\frac{p}{\rho g}$.

Vedrørende højden, z , vælges et udgangsniveau, hvor $z = 0 \text{ m}$. Her vælges $z_3 = 0 \text{ m}$. Ud fra denne reference kan øvrige værdier af z indsættes i skemaet.

Hastighedshøjden beregnes for punkt 2 og 3, mens den for punkt 1 og 4 sættes til 0, da der er tale om store vandoverflader.

For niveau 2 og 3 bruges kontinuitetsligningen [4.11]:

$$q_V = c \frac{\pi}{4} d^2 = 0,040 \text{ m}^3/\text{s}$$

Heraf:

$$c_2 = \frac{4q_V}{d^2 \pi} = \frac{4 \cdot 0,040}{0,100^2 \cdot \pi} = 5,1 \text{ m/s}$$

Og heraf hastighedshøjden:

$$\frac{c_2^2}{2g} = \frac{5,1^2}{2 \cdot 9,82} = 1,32 \text{ m}$$

$$c_3 = \frac{4q_V}{d^2 \pi} = \frac{4 \cdot 0,040}{0,200^2 \cdot \pi} = 1,3 \text{ m/s}$$

Og heraf hastighedshøjden:

$$\frac{c_3^2}{2g} = \frac{1,3^2}{2 \cdot 9,82} = 0,08 \text{ m}$$

Energiniveauet i niveau 1 fås ved simpel addition af kolonnen til 5,4 m. For at beregne energiniveauet i niveau 2 fratrækkes tabet fra 1 til 2, vi får 3,9 m. Samme princip til niveau 3, vi får 1,9 m.

De to manglende trykhøjder findes, så kolonnesummen passer.

	1	2	3	4	Enhed
Trykhøjde, $\frac{p}{\rho g}$	0	-1,82	1,82	0	m
Hastighedshøjde, $\frac{c^2}{2g}$	0	1,32	0,08	0	m
Højde, z	5,4	4,4	0	1,7	m
»Energiniveau«, H	5,4	3,9	1,9	1,7	m
»Energitab«, h_f		1,5	2,0	0,2	m
Hastighed, c	0	5,1	1,3	0	m/s
Tryk (overtryk), p	0	-0,2	0,2	0	bar
Diameter, d		100	200		mm

2. Det ses, at der imellem punkt 3 og 4 må være et tab på:

$$h_{f34} = 0,2 \text{ m.}$$

3. Trykket i punkt 3 beregnes ud fra trykhøjden:

$$p_3 = 1,82 \cdot 1000 \cdot 9,82 \cdot 10^{-5} = 0,2 \text{ bar}$$

Tilsvarende i punkt 2:

$$p_2 = -1,82 \cdot 1000 \cdot 9,82 \cdot 10^{-5} = -0,2 \text{ bar}$$

idet densiteten sættes til 1000 kg/m^3 for koldt vand.

4.5 Pumpesystemer

De fleste pumper i hydrauliske anlæg til fjernvarme-, vand-, og kloakanlæg er centrifugalpumper. Her skal gennemgås nogle af de driftsforhold, som pumper kommer ud for i tekniske anlæg. Det drejer sig om, hvordan man bestemmer pumpens driftspunkt, beskrivelse af pumpens karakteristik og anlæggets karakteristik. Her begrænser vi os til at gennemgå beregningsprincipper og teorien vedr. centrifugalpumper, vel vidende at der er mange andre pumpetyper, der kunne være relevante. Dog er centrifugalpumper en af de hyppigst forekommende pumper i energitekniske anlæg. For andre typer må henvises til anden litteratur.

Den generelle teori for strømningsmaskiner behandles ikke her, der henvises til anden litteratur om emnet, f.eks. [4.6]. Vi betragter pumpen dels ved dens nominelle ydelse, altså den ydelse pumpen er konstrueret til, også kaldet pumpens *bedstpunkt*, samt ved ydelser, der afviger fra denne. Vi ser altså på, hvordan volumenstrømmen afhænger af løftehøjden, H , henholdsvis det specifikke arbejde, w_{pumpe} . Denne sammenhæng fremstilles ved hjælp af pumpens karakteristik.

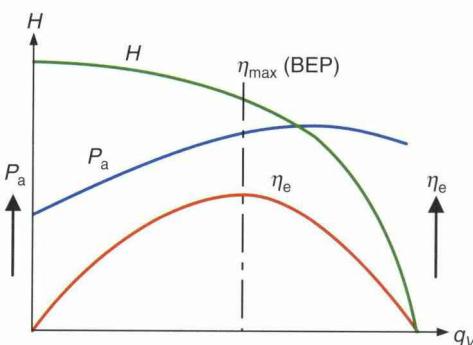
4.5.1 Pumpekarakteristik

Udformningen af pumpens karakteristik kan beskrives ud fra Eulers hovedligning og de forskellige tab i pumpen, se f.eks. [4.6]. På grund af at tabene afhænger af volumenstrømmen i 2. potens, får pumpekarakteristikken tilnærmet et parabolsk udseende. I praksis optegnes pumpens karakteristik ved at optage målinger i en prøvestand. Der drøves på en reguleringsventil i trykledningen, og man mäter sammenhørende værdier af volumenstrømmen og trykforskellen over pumpen samt tilført effekt. Drøvling betyder sænkning af trykket. Disse værdier optegnes i et diagram, som vist i figur 4.11.

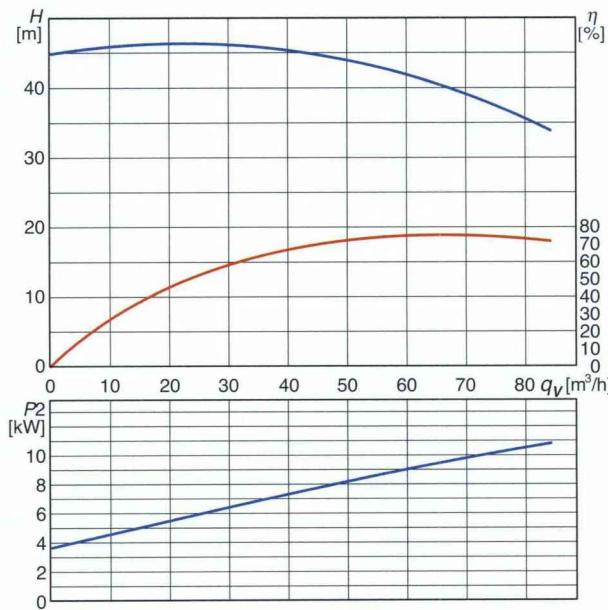
På diagrammet er også vist den optagne akseleffekt, P_a , samt den effektive virkningsgrad, η_e . Virkningsgraden er ikke målt i prøvestanden, men beregnes ud fra øvrige målte data, se ligning [4.27].

Optimalpunktet (bedstpunktet) ved det aktuelle omdrejningstal, også kaldet BEP (best efficiency point), er der, hvor pumpen har størst mulig virkningsgrad. Det er dette punkt, pumpen er designet til at køre ved, og det skal derfor så vidt muligt falde sammen med driftspunktet i den største del af tiden.

Pumpekurver fås oftest fra pumpefabrikanten. Et eksempel er vist i figur 4.12.



Figur 4.11
Pumpekarakteristik for en centrifugalpumpe.



Figur 4.12
Pumpediagram for
centrifugalpumpe.

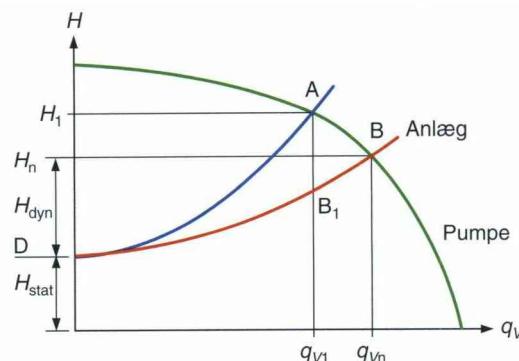
Ved bestemmelse af det specifikke arbejde w_{pumpe} (eller løftehøjden, H), skal følgende udtryk benyttes:

$$w_{\text{pumpe}} = Hg = \frac{p_t - p_s}{\rho} + \frac{c_t^2 - c_s^2}{2} + g\Delta z \quad [4.41]$$

Udtrykket er energiligningen opstillet mellem pumpens tryk- og sugestuds, indeks t refererer til trykstuds og s til sugestuds, Δz er niveauforskellen mellem måleudtagene for trykmålingerne.

4.5.2 Anlæggets karakteristik og driftspunkt

Figur 4.13 viser karakteristikken for en pumpe og i samme diagram karakteristikken for et tilhørende rørssystem DB₁B. Hvor disse skærer hinanden, fås driftpunktet B. Et rørssystem med et større tryktab ville



Figur 4.13
Anlægskarakteristik og
driftspunkt.

have en stejlere karakteristik, denne er vist blå, DA. Driftspunktet ville da være A og altså en mindre volumenstrøm $q_{V1} < q_{Vn}$ og større løftehøjde $H_1 > H_n$. Den samme virkning ville det have, hvis der drøvles på en ventil i trykledningen. Bemærk, den nødvendige løftehøjde er givet ved B_1 , afstanden AB_1 er et udtryk for den energi, der afsættes i ventilen.

Anlægskarakteristikken fås ud fra energiligningen brugt på rørsystemet, som den er beskrevet i ligning [4.23]. Karakteristikken kan opdeles i et såkaldt statisk led og et dynamisk led. Det statiske led består af:

$$H_{\text{stat}} = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + (z_2 - z_1) \quad [4.42]$$

Der er her forudsat, at trykkene p_2 og p_1 såvel som niveauerne z_2 og z_1 er konstante. Ligning [4.42] er opskrevet i enheden m. Den dynamiske del består af (her ligeså opgivet i enheden m):

$$H_{\text{dyn}} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + h_{f12} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + \frac{c_{\text{rør}}^2}{2g} \left(\frac{\lambda L}{R} + \Sigma \zeta \right) \quad [4.43]$$

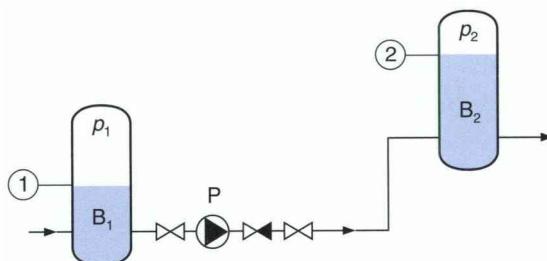
Hastighederne c_2 og c_1 kan ofte være så små, at der ses bort fra disse. Energitabet (sidste led i ligningen) bestemmes, som det er beskrevet i ligning [4.32] og [4.38], idet tabet i lige rør og enkeltmodstande er samlet i et led (betinger at der er tale om samme rørdiameter og dermed hastighed). I ovenstående ligninger refererer indeks 1 og 2 til de valgte niveauer, som energiligningen opstilles for. Det er vigtigt ved beregningerne at være konsekvent ved valg af disse niveauer, og det er en god idé at vælge niveauer, som er kendte, dvs. konstante tryk og hastigheder eller med værdier, som er 0, som det f.eks. er tilfældet for vandoverflader i bassiner og lignende. Ligningerne opstilles som funktion af volumenstrømmen og optegnes i diagrammet, som det er vist i figur 4.13. Det ses, at anlægskarakteristikken beskriver en parabel med konstanten, K (specifik modstand), og H_{stat} som afskæring på aksen, såfremt der ses bort fra friktionstallet λ 's variation i forhold til volumenstrømmen. Anlægskarakteristikken vil derfor altid kunne formuleres som en parabel:

$$H_{\text{pumpe}} = H_{\text{stat}} + Kq_V^2 \quad [4.44]$$

Formuleret med ord er anlægskarakteristikken: *Den energistigning væsken får tilført fra pumpen som funktion af væskestrømmen.*

Da pumpekarakteristikken er givet i datablade fra fabrikanten ud fra målinger på en prøvestand, og der altså ikke foreligger et matematisk udtryk for denne, bestemmes driftspunktet bedst ved en grafisk løsning. Betragter vi et system som vist på figur 4.14, hvor en pumpe, P,

154 Kapitel 4 Strømningsprocesser



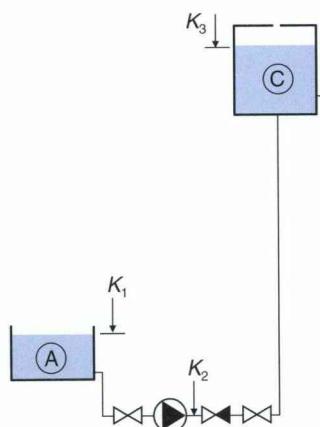
Figur 4.14
Pumpesystem.

transporterer væske fra en beholder, B_1 , til en beholder, B_2 , vil det statiske led udgøres af niveauforskellen mellem niveauerne 1 og 2, og vi antager, at trykket, p , hastigheden, c , og niveauet, z , kendes for begge beholdere. Det dynamiske led vil udgøres af trykhøjdetabet i rørledningen mellem tankene.

Det gælder altså om at beregne anlæggets karakteristik og beslutte, hvilken væskestørrelse der ønskes. Derefter søges efter en pumpe, der opfylder dette driftspunkt, givet som (H, q_V) . Driftspunktet skal som beskrevet helst falde sammen med pumpens *bedspunkt*.

I de fleste anlæg vil driftspunktet ikke være konstant, og der må derfor reguleres på systemet. Dette kan gøres enten ved tilpasning af pumpens ydelse, f.eks. ved ændring af omdrejningstallet eller ved tilpasning af systemet, f.eks. ved regulering ved hjælp af en ventil. For mere om kapacitetsregulering henvises til anden litteratur, f.eks. /4.6/.

Eksempel 4.10 Vandforsyningssanlæg, beregning af energiregnskab



Figuren viser et anlæg til pumpning af drikkevand fra et reservoar, A, til en højdebeholder, C. Højderne til de viste vandspejl regnes konstante.

Rørledningen fra A til pumpen er en plastledning med indvendig diameter 200 mm.

Rørledningen fra pumpen til tank C er en plastledning med indvendig diameter 180 mm.

Følgende oplysninger gives:

$$\text{Højde på vandspejl, A} \quad K_1 = 27 \text{ m}$$

$$\text{Højde på vandspejl, C} \quad K_3 = 73 \text{ m}$$

$$\text{Højde ved pumpen,} \quad K_2 = 24 \text{ m}$$

$$\text{Vandtemperaturen,} \quad t_v = 5^\circ\text{C}$$

$$\text{Vandstrømmen,} \quad q_v = 90 \text{ l/s}$$

$$\text{Energitab fra A til pumpe,} \quad h_{fAP} = 4,9 \text{ m}$$

$$\text{Energitab fra pumpe til C,} \quad h_{fPC} = 5,8 \text{ m}$$

Følgende ønskes bestemt:

a) Stigningen i energiniveau over pumpen (= pumpens løftehøjde).

b) Energinevauet, trykhøjden, hastighedshøjden og højden i følgende fire punkter:

I 1: Ved vandspejl i reservoir

II s: Ved sugesiden på pumpen

III t: Ved tryksiden på pumpen

IV 3: Ved vandspejl i højdebeholder

c) Energilinen og linjen for trykniveaet.

Løsning

For at beregne den nødvendige stigning i energiniveau over pumpen anvendes som i eksempel 4.9 et energiregnskab. Her udfyldes et tilsvarende skema for energiregnskabet.

Vedrørende skala for højden, z , vælges højder som angivet. Ud fra dette kan værdier af z indsættes i skemaet.

Hastighedshøjden beregnes for punkt s og t, før og efter pumpen, mens det for punkt 1 og 3 sættes til 0, da der er tale om store vandoverflader.

For niveau s og t bruges kontinuitetsligningen [4.11]:

$$q_v = c \frac{\pi}{4} d^2 = 0,090 \text{ m}^3/\text{s}$$

Heraf:

$$c_s = \frac{4q_v}{d^2 \pi} = \frac{4 \cdot 0,090}{0,200^2 \cdot \pi} = 2,9 \text{ m/s}$$

Og heraf hastighedshøjden:

$$\frac{c_s^2}{2g} = \frac{2,9^2}{2 \cdot 9,82} = 0,42 \text{ m}$$

$$c_t = \frac{4q_v}{d^2 \pi} = \frac{4 \cdot 0,090}{0,180^2 \cdot \pi} = 3,5 \text{ m/s}$$

Og heraf hastighedshøjden:

$$\frac{c_t^2}{2g} = \frac{3,5^2}{2 \cdot 9,82} = 0,64 \text{ m}$$

Herved skal energitabet beregnes, dette udføres som beskrevet i afsnit 4.4 og i eksempel 4.5. I dette eksempel er de opgivet og kan indføres i skemaet.

Energiniveauet i niveau 1 fås til 27 m ved simpel addition af kolonnen. For at beregne energiniveauet i niveau s på pumpens sugeside fratrækkes tabet fra 1 til s, vi får 22,1 m. Samme princip fra niveau 3 til niveau t på pumpens trykside, vi får 78,8 m (bemærk energiniveauet falder i strømningsretningen fra t til 3).

De to manglende trykhøjder findes, så kolonnesummen passer. Trykket i punkt s beregnes ud fra trykhøjden:

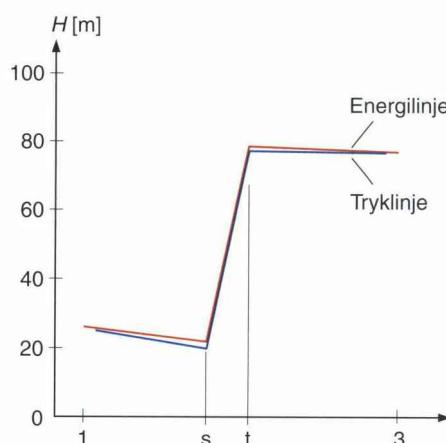
$$p_s = -2,32 \cdot 1000 \cdot 9,82 \cdot 10^{-5} = -0,23 \text{ bar}$$

Tilsvarende i punkt t:

$$p_t = 54,16 \cdot 1000 \cdot 9,82 \cdot 10^{-5} = 5,31 \text{ bar}$$

idet densiteten sættes til 1000 kg/m^3 for koldt vand.

	1	2	3	4	Enhed
Trykhøjde, $\frac{p}{\rho g}$	0	-2,32	54,16	0	m
Hastighedshøjde, $\frac{c^2}{2g}$	0	0,42	0,64	0	m
Højde, z	27	24	24	73	m
»Energiniveau«, H	27	22,1	78,8	73	m
»Energitab«, h_f Energistigning, H		4,9	56,7	5,8	m
Hastighed, c	0	2,9	3,5	0	m/s
Tryk (overtryk), p	0	-0,23	5,31	0	bar
Diameter, d		200	180		mm



Det ses nu af skemaet, at den nødvendige energistigning over pumpen direkte aflæses som forskellen i energiniveau mellem s og t.

Vi får altså en løftehøjde på: $H = 56,7 \text{ m}$.

Energilinen og tryklinjen optegnes i et diagram, som vist ud fra de beregnede energiniveauer. Det ses, at de to linjer næsten falder sammen på grund af de relativt beskedne hastighedshøjder.

Tilbage står nu at vælge en passende pumpe. Her kan man med fordel bruge pumpefabrikanternes web-kataloger.

Vi skal her søge efter en pumpe, der kan levere en vandstrøm på 90 l/s ved en løftehøjde på 56,7 m. Vi vil så umiddelbart gå efter en pumpe med høj virkningsgrad, vel vidende at der er mange andre parametre i spil, såsom pris, dimensioner, design, kvalitet m.m.

Her er fundet en flertrinspumpe, som kan klare opgaven, type CR 90.

I diagrammet skal så indtegnes anlægskarakteristikken for at finde det driftspunkt, som denne pumpe vil have i det aktuelle system.

Anlægskarakteristikken fås af ligning [4.44]:

$$H_{\text{pumpe}} = H_{\text{stat}} + K q_V^2$$

Funktionen findes ud fra det kendte, beregnede punkt, $(H; q_V) = (56,7; 90)$.

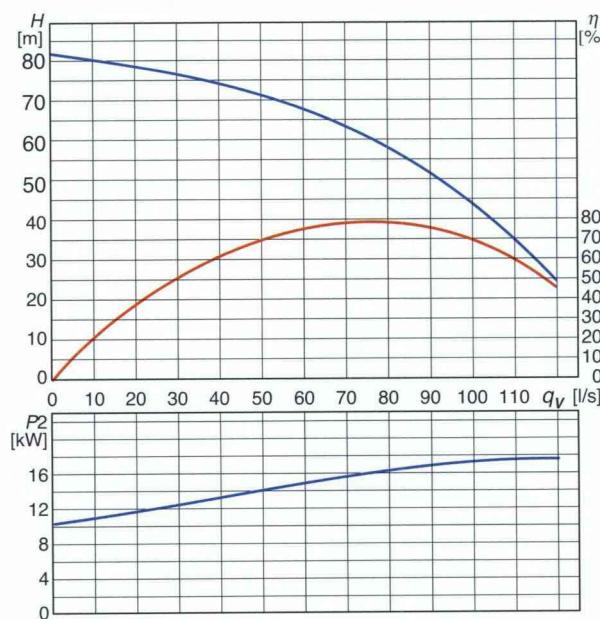
Det statiske led er lig niveauforskellen mellem vandniveauer, altså 46 m.

K findes ved at indsætte i ligningen for det kendte punkt:

$$56,7 = 46 + K \cdot 0,090^2$$

Heraf:

$$K = \frac{56,7 - 46}{0,090^2} = 1320 \frac{\text{s}^2}{\text{m}^5}$$

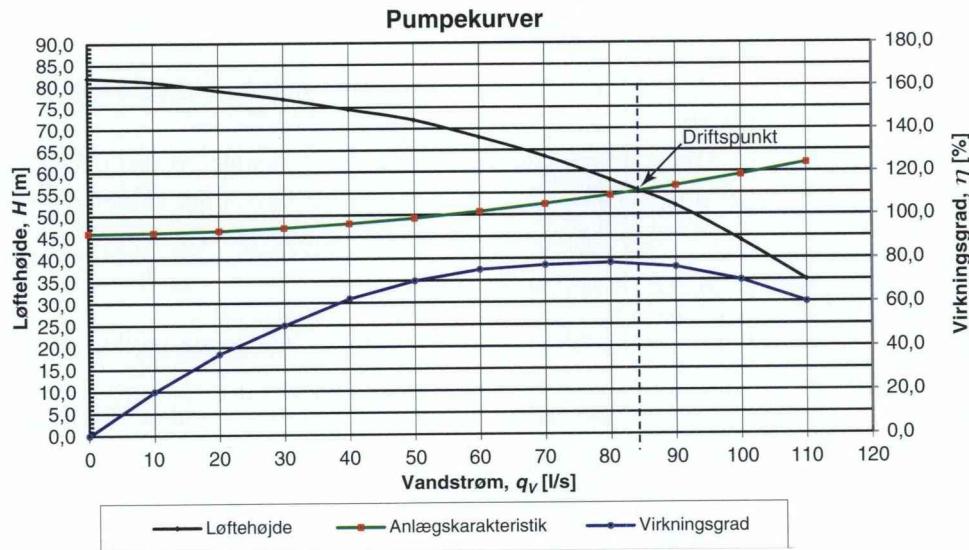


Nu kan anlægskarakteristikken udtrykkes således:

$$H_{\text{pumpe}} = 46 + 1320q_V^2$$

heri skal volumenstrømmen indsættes i m^3/s .

Her er anlægskarakteristikken indtegnet i diagrammet (beregningen er udført i Excel, idet pumpens data er indtastet):



Skæringspunktet mellem anlægskarakteristikken og løftehøjden giver driftspunktet.

Det ses, at der ikke opnås det ønskede driftspunkt (stiplet linje).

Driftspunktet med dette valg af pumpe bliver i stedet:

$$(H; q_V) = (55; 84)$$

Der fås en virkningsgrad på 77 % (tæt på maks.) og en tilført effekt på ca. 16,5 kW.

Er det ønskede driftspunkt vigtigt, må der:

- Enten findes en anden pumpe.
- Pumpens omdrejningstal øges, om muligt.
- Reducerer i modstande i anlægget.

4.6 Dyser og diffusorer

Inden for teknikken anvendes dyser og diffusorer til forskellige formål.

Typisk til omdannelse af trykenergi til hastighedsenergi eller omvendt.

Dyser omsætter f.eks. trykenergi til hastighedsenergi i damp- og gasturbiner.

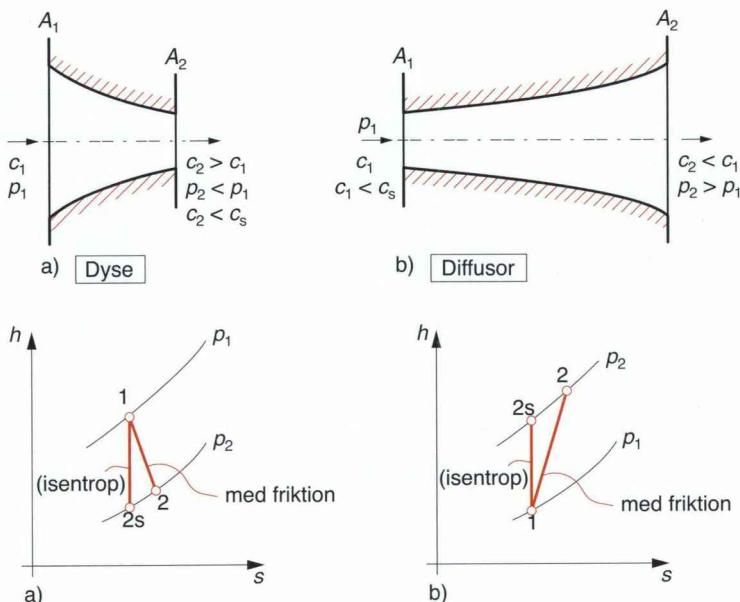
Diffusorer omsætter f.eks. hastighedsenergi til trykenergi i kompressorer og ventilatorer. I dette afsnit begrænser vi os til at se på dysestrømning. I afsnittet opdeles gennemgangen af dyser i tre underafsnit for hhv. underlydshastighed, lydhastighed og overlydshastighed. Overlydshastighed kan kun opnås i udløbet af dysen ved stort trykfald over denne og en særlig udformning af udløbet. Dette opnås i den såkaldte Laval-dyse, jf. 4.6.3.

4.6.1 Energiomsætning i dyser og diffusorer

I en *dyse* accelereres et fluid ved trykreduktion (ekspansion), i en *diffusor* øges trykket ved en reduktion af strømningshastigheden. I dyser handler det altså om *ekspansionsstrømning*, mens det i diffusorer handler om *kompressionsstrømning*. De to principper er vist i figur 4.15.

I begge tilfælde sættes $z_2 = z_1$, og man kan derfor reducere arbejdslikningen til:

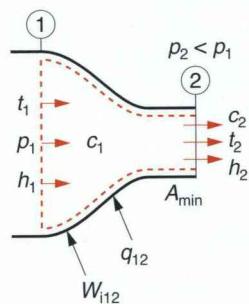
$$\frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) = - \int_1^2 v dp - w_{\text{diss}12} \quad [4.45]$$



Figur 4.15
Underlydsstrømning
i dyser og diffusorer.

Ved dyser opnås den største hastighedsstigning for et givet trykforhold ved friktionsfri strømning. Tilsvarende opnås ved diffusorer den største trykstigning ved friktionsfri strømning. Ved friktionsbehaftet diffusor-strømning fås kun en trykstigning, hvis dissipationsenergien er mindre end ændringen i den kinetiske energi.

4.6.2 Underlydhastighed i dyser



Figur 4.16
Strømning i underlydsdyse.

Figuren viser udstrømnningen fra en dyse.

A_{\min} er det snævreste tværsnit i dysen. I rummet til venstre for dysen findes en gas med tilstanden p_1 , t_1 og h_1 . I rummet til højre for dysen hersker trykket $p_2 < p_1$.

Ofte er udstrømningshastigheden, c_2 , den ubekendte størrelse, og den beregnes som beskrevet i det følgende.

Anvendes energiligningen på kontrolfladen, jf. figur 4.16, fås:

$$q_{12} = (h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \quad [4.13]$$

Idet $w_{112} = 0$ for en dyse, regnes dysen adiabatisk, hvilket kan forsvares. Da varmeledningen er dårlig for gassen, er $q_{12} = 0$. Endvidere er $z_1 = z_2$. Man kan derfor finde udløbshastigheden, c_2 , af ligningen:

$$c_2 = \sqrt{c_1^2 + 2(h_1 - h_2)} \quad [4.46]$$

Foruden energiligningen gælder for en vilkårlig kontrolflade ligning [4.14], hvor det teknisk reversible arbejde, w_{t12} , beregnes som:

$$w_{t12} = \int_1^2 v dp + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \quad [4.47]$$

Antages nu, at processen er tabsfri ($w_{diss12} = 0$), bliver der, da også $q_{12} = 0$, tale om en isentropisk proces, hvor integralet i [4.47] kan beregnes som:

$$\int_1^2 v dp = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_1 v_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) \quad [4.48]$$

Udløbshastigheden for den tabsfri proces c_{2s} (hvor indeks s indikerer, at der er tale om en isentropisk proces) kan nu findes ved at indsætte $w_{diss12} = 0$, $z_2 = z_1$ samt integralet i ligning [4.15]:

$$c_{2s} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} p_1 v_1 \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right) + c_1^2} \quad [4.49]$$

Oftest ses bort fra c_1 , hvis $c_1 \ll c_2$.

I praksis er processen ikke tabsfri, og der indføres derfor en dysehastighedskoefficient α_{dy} , defineret ved:

$$c_2 = \alpha_{dy} c_{2s} \quad [4.50]$$

som erfaringsmæssigt for dyser med gode, velafrundede strømningsveje ligger på $\alpha_{dy} = 0,95 - 0,97$.

Er udløbshastigheden beregnet efter [4.50] og [4.45], kan udløbsentalpien, h_2 , beregnes efter energiligningen [4.46] (hvor h_2 nu er den eneste ubekendte). Endelig kan udløbstemperaturen, t_2 , findes af $h_2 = c_p t_2$, idet c_p regnes konstant.

Eksempel 4.11

Dyseberegning på underlydsdyse

I en gasbrænder for methan, CH_4 , anvendes en dyse med dysekoefficienten, $\alpha_{dy} = 0,81$. Gassen har gaskonstanten, $R_{\text{CH}_4} = 518,7 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, den specifikke varmekapacitet, $c_p = 2,1546 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ samt $\kappa = 1,317$ (tabel 10.6).

Dysemådiameteren er $d_2 = 3 \text{ mm}$. Trykket på afgangssiden er $p_2 = 1 \text{ atm} = 1,01325 \text{ bar}$. Differenstrykket er $p_1 - p_2 = 20 \text{ mbar}$ og tilgangstemperaturen er $t_1 = 15^\circ\text{C}$.

Find: c_{2s} , c_2 , t_2 , ρ_2 , q_{v2} , q_m

Det forudsættes, at $c_1 = 0 \text{ m/s}$.

$$p_1 = p_2 + \Delta p = 101325 + 2000 = 103325 \text{ Pa}$$

Idealgasligningen giver gassens specifikke volumen ved indløb:

$$v_1 = \frac{R_{\text{CH}_4} T_1}{p_1} = \frac{518,7(273 + 15)}{103325} = 1,4458 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Udløbshastigheden ved tabsfri strømning fås af [4.49]:

$$c_{2s} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,317}{1,317 - 1} 103325 \cdot 1,4458 \left(1 - \left(\frac{101325}{103325}\right)^{\frac{1,317 - 1}{1,317}}\right)} \\ = 76,32 \text{ m/s}$$

Den virkelige udløbshastighed fås af [4.50]:

$$c_2 = \alpha_{dy} c_{2s} = 0,81 \cdot 76,32 = 61,83 \text{ m/s}$$

Ligningerne [4.46] og $h_1 - h_2 = c_p(t_1 - t_2)$ giver:

$$c_p(t_1 - t_2) = \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} = \frac{c_2^2}{2}$$

hvoraf fås:

$$t_2 = t_1 - \frac{c_2^2}{2 c_p} = 15 - \frac{61,83^2}{2 \cdot 2154,6} = 14,113 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\rho_2 = \frac{p_2}{R_{\text{CH}_4} t_2} = \frac{101325}{518,7(273 + 14,113)} = 0,6804 \text{ kg/m}^3$$

$$q_{V2} = \frac{\pi}{4} d_2^2 c_2 = \frac{\pi}{4} \cdot 0,003^2 \cdot 61,83 = 4,370 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$q_m = q_{V2} \rho_2 = 4,370 \cdot 10^{-4} \cdot 0,6804 = 2,973 \cdot 10^{-4} \text{ kg/s}$$

4.6.3 Kritisk trykforhold, lydhastighed

I dette afsnit skal vi se på, hvad der sker, når trykket på afgangssiden sænkes (ændrer trykforholdet). Der nås en grænse, når hastigheden når lydhastigheden.

Alle ligninger i dette afsnit (undtagen i underafsnittet om dysevirkningsgrad) er baseret på en antagelse om tabsfri strømning, dvs. $w_{diss12} = 0$. I praksis kan man ikke se bort fra friktionstab i dyserne, og som følge heraf bliver beregningsgangen væsentlig mere kompliceret.

Afsnit 4.6.2 og 4.6.3 skal derfor kun opfattes som en introduktion, idet der henvises til litteraturen for en mere detaljeret gennemgang af den friktionsbehaftede strømning. Ref. /4.2/ giver en kortfattet introduktion til emnet.

Massestrømmen igennem dysen kan for den isentropiske proces beregnes efter kontinuitetsligningen [4.10]:

$$q_m = \frac{A_{\min}}{v_{2s}} c_{2s}$$

hvor

A_{\min} er dysens (mindste) tværsnit, m^2

v_{2s} er det specifikke volumen af gassen i dysetværsnittet, hvor der hersker trykket p_2 og temperaturen t_{2s} , m^3/kg .

Dvs. v_{2s} kan findes af ligningen $pv^\kappa = \text{konstant}$:

$$v_{2s} = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

Indsættes nu ligningerne for c_{2s} og v_{2s} i [4.10], fås, idet der ses bort fra c_1 , en ligning for den teoretiske massestrøm igennem den tabsfri dyse:

$$q_m = A_{\min} \frac{1}{v_1} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} p_1 v_1 \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right)} \quad [4.51]$$

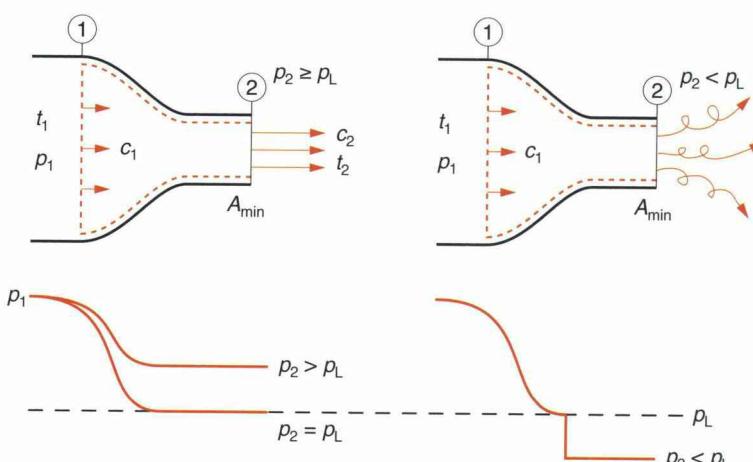
der kan omskrives til:

$$q_m = A_{\min} \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)} \quad [4.52]$$

Denne funktion har et forløb som vist på figur 4.17.

Som det fremgår af kurven, har massestrømmen et maksimum ved et vist trykforhold. Dette kaldes *det kritiske trykforhold*, $(p_2/p_1)_{kr}$.

Hvad, der også kan konkluderes, er, at massestrømmen i praksis ikke kan gå mod nul, når trykforholdet går mod nul, dvs. den aftager



Figur 4.17
Teoretisk massestrøm gennem en dyse.

Figur 4.18
Udstrømning af dyse.

i området, der ligger under det kritiske trykforhold. Er trykforholdet under det kritiske, er massestrømmen derfor i praksis konstant, og dvs. lig med maksimalværdien. Venstre ben af parablen erstattes derfor at en retlinet og vandret linje.

Det kritiske trykforhold opstår ved et afgangstryk p_{2kr} , som også benævnes *lavaltrykket*, p_L .

Figur 4.18 viser, hvad der sker ved udstrømning af en dyse ved tryk over og under lavaltrykket.

Så længe $p_2 > p_L$ sker der et trykfald i dysen, så udløbsttrykket, dvs. trykket inde i dysen lige før udløb, netop er lig med p_2 . Gassen strømmer entydigt ud af dysen, og den kinetiske energi kan udnyttes fuldt ud i en turbine eller lignende. Hvis $p_2 < p_L$ kan trykket inde i dysen kun nå at aftage til p_L . Det videre trykfald til p_2 sker derfor næsten momentant og eksplosionsagtigt lige uden for dysen, og den frigjorte energi ved hvirveldannelsen kan ikke nyttiggøres.

Maksimumsværdien af massestrømmen optræder ved det kritiske trykforhold, og af ligning [4.52] ses, at det kritiske forhold er /5.1/:

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)_{kr} = \frac{p_L}{p_1} = \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} = \beta \quad [4.53]$$

Typiske værdier for:

- luft $\kappa = 1,4$ $\beta = 0,528$
- overheded damp $\kappa = 1,3$ $\beta = 0,546$
- mættet damp $\kappa = 1,135$ $\beta = 0,577$

Af [4.52] findes lavaltrykket til:

$$p_L = p_1 \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \quad [4.54]$$

Såfremt $p_2 < p_L$ findes hastigheden i dysen ved at indsætte [4.53] i [4.48]. Heraf fås for den tabsfrie strømning:

$$c_L = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + 1} p_1 v_1} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa + 1} R_i T_1} \quad [4.55]$$

Lydhastighed og Mach-tal

Forudsættes isentropisk indløb i dysen, kan temperaturen T_L og det specifikke volumen, v_L , ved kritisk tryk, p_L , beregnes til:

$$T_L = T_1 \frac{2}{\kappa + 1} \quad [4.56]$$

og

$$v_L = v_1 \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{1}{1-\kappa}} \quad [4.57]$$

Indsættes [4.55] og [4.56] i [4.53], fås:

$$c_L = \sqrt{\kappa p_L v_L} = \sqrt{\kappa R_i T_L} \quad [4.58]$$

Man kan vise, at kvadratroden i [4.58] netop svarer til lydhastigheden ved de givne omstændigheder, dvs. p_L , v_L og T_L . Lydhastigheden a er defineret ved:

$$a = \sqrt{\kappa p v} = \sqrt{\kappa R_i T} \quad [4.59]$$

Ved isentropisk strømning i dysen og ved trykforhold under det kritiske bliver hastigheden i dysens snævreste tværsnit altså netop lig med lydhastigheden. Undertiden anvendes Mach-tallet defineret ved:

$$Ma = \frac{c}{a} \quad [4.60]$$

dvs. den aktuelle hastighed i forhold til lydhastigheden. Er den aktuelle hastighed over lydhastigheden, bliver Ma altså over 1.

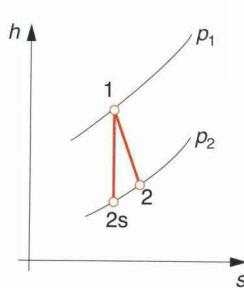
Mindste tværnitsareal

I praksis vil man ofte komme ud for at skulle beregne dysens mindste areal, dvs. foretage en dimensionering af dysen til et givet formål, typisk til en given massestrøm. Dette kan gøres ud fra [4.52]. Heraf fås:

$$A_{\min} = \frac{q_m}{\sqrt{\frac{p_1}{v_1} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)}}} \quad [4.61]$$

der ved overlydsstrømning i udløbet, dvs. $p_2 < p_L$, reduceres til:

$$A_{\min} = q_m \sqrt{\frac{v_1}{\kappa p_1} \left(\frac{\kappa+1}{2} \right)^{\frac{\kappa+1}{2(\kappa-1)}}} \quad [4.62]$$



Dysevirkningsgrad

Dysestrømningen er ikke tabsfri. Der findes tre forskellige størrelser til at beskrive tabsforholdene: Dysevirkningsgrad, dysekoefficient og polytropoekspONENT. Det er den samme information, der er indbygget i de tre størrelser, og man kan derfor ved blot at kende en af størrelserne finde de to øvrige. I h,s -diagrammet vil dysestrømningsforløbet se ud som vist på figur 4.19.

Dysevirkningsgraden defineres ved:

$$\eta = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} \quad [4.63]$$

Figur 4.19
Dysestrømningen
i h,s -diagrammet.

Sættes $c_1 = 0$ og indsættes [4.46] og [4.50] i [4.63] fås:

$$\eta = \alpha_{dy}^2 \quad [4.64]$$

dvs. typisk $\eta = 0,95$.

Da virkningsgraden, som defineret i [4.63], er mindre end 1, bliver hastigheden også mindre i den virkelige dyse i forhold til den tabsfrie dyse. Som alternativ til dysevirkningsgraden eller dysekoefficienten beskrives procesforløbet igennem dysen undertiden ved en polytropisk proces, dvs. et forløb efter ligningen:

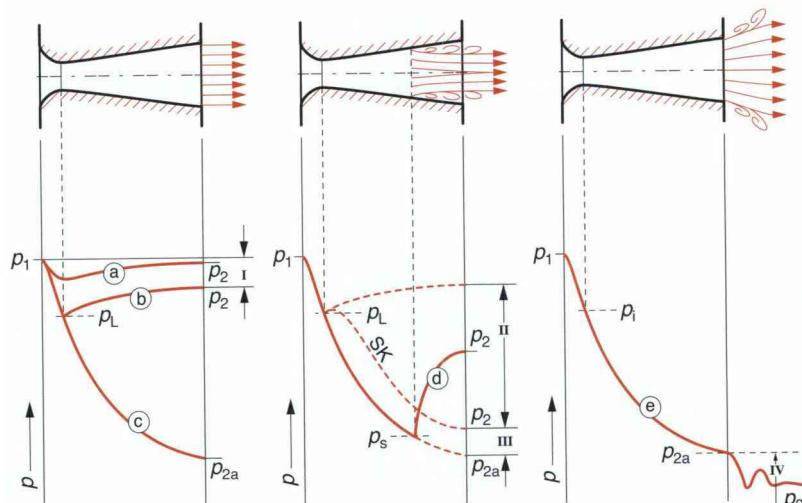
$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n \quad \text{og} \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{n-1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad [4.65]$$

hvor polytropesponenten, n , kan findes af:

$$n = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{p_2}{p_1} - \ln \frac{T_2}{T_1}} = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{v_1}{v_2}} \quad [4.66]$$

4.6.4 Overlydsstrømning, Laval-dyse

Ved en særlig udformning af dysens udløbskanal kan der i udløbet opnås hastigheder over lydhastigheden, dvs. Mach-tal over 1. Figur 4.20 viser en sådan udformning af dysen.



Figur 4.20
Strømningsforhold
i Laval-dyse.

Der skelnes mellem fem driftssituationer givet ved a, b, c, d og e:

- a) $p_1 > p_2 \gg p_L$ (underlydshastighed, jf. afsnit 4.6.2)

Strømningen er overalt mindre end lydhastigheden. Det laveste tryk findes i »kværken«. Relation mellem massestrøm og dyseareal er givet af ligning [4.61].

- b) $p_1 \gg p_2 > p_L$ (kritisk trykforhold)

I dette tilfælde bliver trykket i kværken netop lig med p_L . Umiddelbart derefter stiger trykket igen. Relation mellem massestrøm og dyseareal er givet af [4.62].

- c) $p_2 = p_{2a} < p_L$ (»tilpasset« Lavaldyse)

Trykket i dyseudløbet passer netop med trykket uden for dysen p_2 . Dysen er tilpasset. Hastigheden i udløbet beregnes efter [4.49] og [4.50]. Specifikt volumen kan findes af $p_2v_2^\kappa = p_1v_1^\kappa$ og temperaturen, T_2 , af idealgasligningen: $p_2v_2 = R_iT_2$. Endelig kan arealet af den »tilpassede dyse« findes af kontinuitetsligningen, dvs. $q_m = A_2/v_2c_2$.

- d) $p_L > p_2 > p_{2a}$

To situationer kan forekomme:

- 1) Trykket, p_2 , ligger i område II: I dette tilfælde vil der opstå en chokbølge lodret igennem Lavaldysens diffusordel. På dette sted overgår hastigheden fra overlyds- til underlydshastighed, og trykket stiger momentant. Chokbølgen befinder sig inde i diffusoren.

- 2) Trykket, p_2 , ligger i område III: Her vil chokbølgen befinde sig uden for dysen, men vil forsvinde efter et særligt mønster.

- e) $p_L > p_{2a} > p_2$

Trykket i dyseudløbet ligger over modtrykket p_2 . I dette tilfælde vil der ske en efterekspansion svarende til den på figur 4.15 viste hvirveldannelse.

Beregningsmæssigt kan udløbsarealet, dvs. tværsnitsarealet efter den divergente del af dysen, findes af ligning [4.61].

Udformning af diffusoren i Lavaldysen

I praksis må topvinklen i Lavaldysens diffusor ikke overstige ca. 8-10°. Hvis vinklen gøres større, er der risiko for »afløsning«, dvs. at strømningen slipper skiftevis den ene kant og klæber til den modsatte side, hvorved den ønskede diffusorvirkning går tabt.

4.7 Impulslingen

Strømningsprocesser er ofte årsag til kraftpåvirkninger på de systemer, hvor strømningen foregår. Det er vigtigt at kunne bestemme disse kraftpåvirkninger.

Til dette formål er der udledt en speciel formulering af *Newton's lov*. Denne skal vi se nærmere på i det følgende.

Impulslingen baseres på Newtons 2. lov, som lyder:

$$\bar{F} = m\bar{a} = m \frac{dc}{d\tau} \quad [4.67]$$

hvor

F er kraften, N

m er massen, kg

a er accelerationen, m/s^2 .

Ligningen kan omformuleres til:

$$\begin{aligned} \bar{F} d\tau &= d(m\bar{c}) = d(V\rho\bar{c}) = d\bar{B} \\ \bar{B} &= m\bar{c} \quad \text{kaldes bevægelsesmængden} \\ \bar{F} d\tau &\quad \text{kaldes kraftens impuls} \end{aligned} \quad [4.68]$$

hvor

V er voluminet, m^3

τ er tiden, s.

Integreres dette for et system, fås:

$$\begin{aligned} \int \frac{d\bar{B}}{d\tau} d\tau &= \bar{F} = \int d(q_V \rho \bar{c}) \quad \text{idet } q_V = \frac{V}{d\tau} \\ \sum \bar{F} &= q_V \rho (\bar{c}_2 - \bar{c}_1) = q_m (\bar{c}_2 - \bar{c}_1) \end{aligned} \quad [4.69]$$

Dette udtryk kaldes *impulslingen* og kan med ord udtrykkes således:

Summen af alle ydre kræfter på et system er lig tilvæksten i bevægelsesmængde pr. tidsenhed (også kaldet tilvækst i impuls).

De ydre kræfter på et system kan bestå af en eller flere af følgende kræfter:

- trykkræfter,
- snitkræfter,
- tyngdekræfter og
- forskydningskræfter.

Alle kræfter og hastigheder skal betragtes som vektorer, altså med retning og størrelse. Dette indikeres i ligningerne ved en overligger på symbolerne.

Det er ofte formålstjenligt at beregne kræfterne i x- og y-retningen i et koordinatsystem.

Efterfølgende skal brugen af impulsligningen vises på strømning i et rør, figur 4.17. Det antages, at der er tale om en stationær strømning, og der antages kun at forekomme trykkræfter og impuls, hvilket giver anledning til en reaktionskraft, F_R (snitkraft).

Der lægges to snit i et rør. Væske strømmer ind i snit 1 og ud af snit 2. Snit 1 har tværsnitsarealet A_1 , der hersker trykket p_1 , og strømningshastigheden er c_1 . Retningen af strømningen har vinklen α_1 i forhold til x-aksen.

Snit 2 har tværsnitsarealet A_2 , der hersker trykket p_2 , og strømningshastigheden er c_2 . Retningen af strømningen har vinklen α_2 i forhold til x-aksen. Reaktionskraften, F_R , opdeles i x- og y-retningen, F_x og F_y . Retningen antages, og beregninger vil vise, om antagelsen er rigtig (fås minus, vendes retningen).

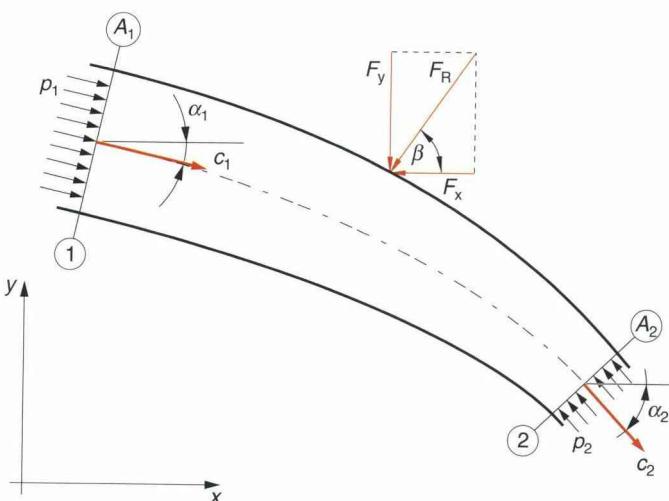
Impulsligningen brugt i x-retningen:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= p_1 A_1 \cos \alpha_1 - p_2 A_2 \cos \alpha_2 - F_x \\ &= q_m (c_2 \cos \alpha_2 - c_1 \cos \alpha_1)\end{aligned}\quad [4.70]$$

Heraf bestemmes F_x .

Impulsligningen brugt i y-retningen:

$$\begin{aligned}\sum F_y &= -p_1 A_1 \sin \alpha_1 + p_2 A_2 \sin \alpha_2 - F_y \\ &= q_m (-c_2 \sin \alpha_2 + c_1 \sin \alpha_1)\end{aligned}\quad [4.71]$$



Figur 4.21
Impulsligning brugt for en rørstrømning.

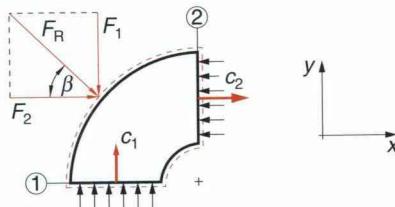
Heraf bestemmes F_y . Bemærk, fortegn på hastigheder i ligningen bliver minus pga. retningen β .

Herefter bestemmes F_R , retning og størrelse:

$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad \text{og} \quad \tan \beta = \frac{F_y}{F_x} \quad [4.72]$$

Eksempel 4.12

Anvendelse af impulsilning ved strømning gennem en bøjning



Gennem en 90° rørbøjning, med en indvendig diameter på 100 mm, strømmer vand ved 20°C og trykket 6 bar overtryk. Strømningshastigheden er 5 m/s. Der ses for nemheds skyld bort fra friktion, og snitkræfter fra tilsluttede rør.

Det ønskes bestemt, hvilke kræfter der virker på systemet.

Løsning:

Da der ses bort fra friktion, er $p_2 = p_1$. Strømningshastighederne $c_1 = c_2$. Strømningstværsnit $A_1 = A_2$ bestemmes:

$$A_1 = A_2 = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} 0,1^2 = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Massestrømmen, q_m , bestemmes:

$$q_m = cA\rho = 5 \cdot 7,85 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 = 39,27 \text{ kg/s}$$

Kræfterne i x-retningen bestemmes:

$$\sum F_x = F_2 - p_2 A_2 = q_m(c_2 - 0)$$

$$F_2 = 6 \cdot 10^5 \cdot 7,85 \cdot 10^{-3} + 39,27 \cdot 5 = 4909 \text{ N}$$

Kræfterne i y-retningen bestemmes:

$$\sum F_y = -F_1 + p_1 A_1 = q_m(0 - c_1)$$

$$F_1 = 6 \cdot 10^5 \cdot 7,85 \cdot 10^{-3} + 39,27 \cdot 5 = 4909 \text{ N}$$

Den resulterende kraft kan nu bestemmes:

$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad \text{og} \quad \tan \beta = \frac{F_y}{F_x}$$

$$F_R = \sqrt{4909^2 + 4909^2} = 6942 \text{ N} \quad \text{og} \quad \beta = \tan^{-1}(1) = 45^\circ$$

Det ses, at β er den halve bøjningsvinkel, og at der som ventet er symmetri. Ved at se nærmere på tallene ses, at trykkræfterne er betydeligt større end impulskræfterne. Impulskræfterne udgør her kun ca. 4 % af den totale kraft.

4.8 Resumé

I dette kapitel er temaet strømningsprocesser. Kapitlet giver værktøjer til at gennemføre beregninger på strømningssystemer, såsom rørsystemer, pumpesystemer samt dyser og diffusorer.

Kapitlet indledes med at definere de nødvendige størrelser, som bruges inden for dette felt, når det drejer sig om strømning i rør. Dette er densitet, viskositet og derudover kontinuitetsligningen, som giver sammenhængen mellem tværsnit og strømningshastighed.

Det centrale i kapitlet er udformningen af energiligningen til brug ved beregninger af strømningsprocesser. Dette fører til indførelsen af den kendte Bernoullis ligning. Med denne ligning som afsæt indføres et beregningsprincip, der her er kaldet *energiregnskab*, som er en metode til systematisk at holde styr på energiniveaueret gennem et strømnings-system for derved hele tiden at kunne forholde sig til de tre energistørrelser; højde, hastighedshøjde og trykhøjde.

For at kunne gennemføre et sådant energiregnskab er det nødvendigt at kunne beregne det energitab, der er ved strømningen, derfor gennemgås princippet i beregning af tab i lige rørstrækninger såvel som i enkeltnedstændte.

Et afsnit gennemgår beregningsprincipper i pumpesystemer med beregning af anlægskarakteristik og valg af den rette pumpe. Et afsnit gennemgår beregninger af strømning gennem dyser og diffusorer.

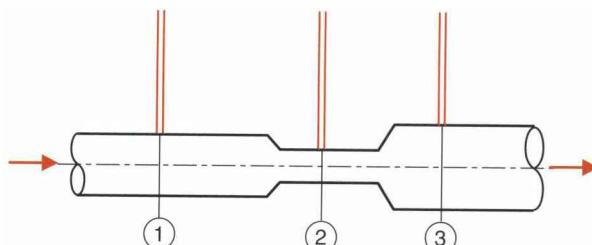
Afslutningsvis har kapitlet et afsnit om impuls-ligningen, som bruges her til beregning af kræfter i rørssystemer og lign., som strømningen er årsag til.

4.9 Nøglebegreber

Strømningsproces	Løftehøjde
Arbejdsproces	Dynamisk viskositet
Fluid	Kinematisk viskositet
Inkompressibel	Kontinuitetsligningen
Kompressibel	Massestrøm
Viskositet	Volumenstrøm
Turbulent strømning	Hastighedsprofil
Laminar strømning	Friktionstal
Reynolds tal	Moody's diagram
Arbejdsligningen	Enkeltmodstand
Bernoullis ligning	Ruheden
Energiniveau	Relativ ruhed
Energiregnskab	Glat strømning
Energilinje	Ru strømning
Enkeltmodstande	Dyser
Tryklinje	Diffusorer
Trykhøjde	Underlydshastighed
Hastighedshøjde	Overlydshastighed
Friktionstab	Laval-dyse
Trykhøjdetab	Pumpesystemer

4.10 Centrale spørgsmål (selvevaluering)

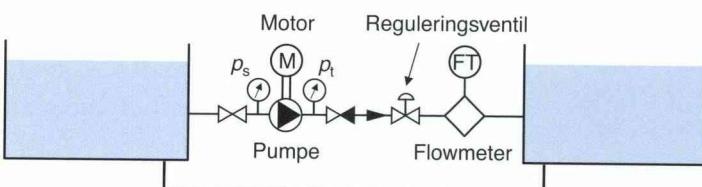
- A I viste rør strømmer væske med konstant volumenstrøm. Angiv væskehøjderne i de tre stigrør og forklar årsagen.



Figur 4.22

- B Opstil et energiregnskab for systemet, med og uden tab.

- C Figur 4.23 viser en prøvestand til afprøvning af en pumpe. Forklar hvordan og hvad du vil måle for at kunne optegne pumpens karakteristik.

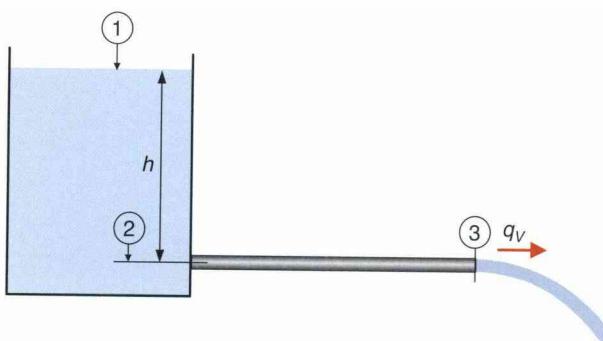


Figur 4.23

- D Hvad betyder strømningsformen i en rørstrømning for energitabet? Hvordan beskrives strømningsformen, og hvordan kan vi bestemme, hvilken strømningsform der er tale om i et konkret tilfælde?

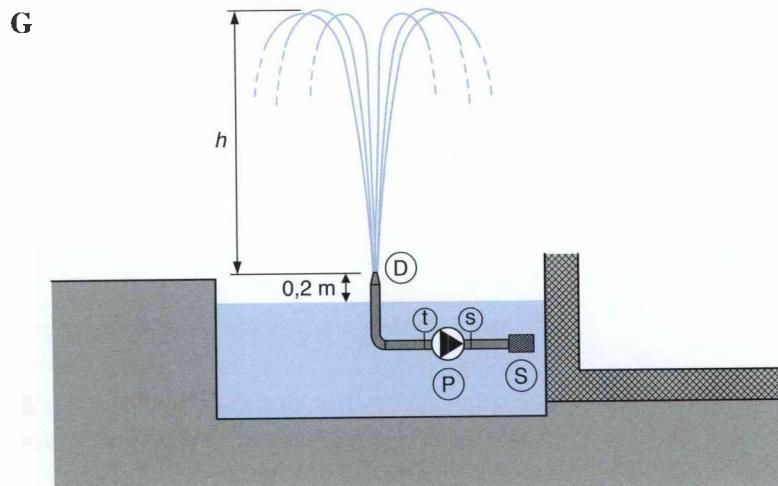
- E Optegn et energiregnskab for systemet i eksempel 4.2.

- F I systemet i figur 4.24 strømmer væske fra en tank ud i det fri gennem et rør.



Figur 4.24

Opstil en ligning som viser sammenhængen mellem højden, h , og den vandstrøm, der strømmer ud af rørrenden. Forklar hvilken betydning energitabet ved strømningen har, og hvor den opstår.



Figur 4.25

Figur 4.25 viser et springvand, hvor vand strømmer gennem et filter, S, gennem en pumpe, P, som tilfører energi til vandet, og ud gennem en dyse, D. Opstil et energiregnskab for systemet med valg af de viste positioner, S, s, t og D. Bestem ud fra dette pumpens løftehøjde, og forklar hvilke faktorer der afgør størrelsen. Hvilke data er vi nødt til at kende, og hvilke beregninger skal vi have udført for at kunne gennemføre energiregnskabet?

5

Virkelige stoffer

I de foregående kapitler er der i stor udstrækning regnet på gasser ud fra den antagelse, at de opfører sig som *ideale gasser*. Dette giver ikke altid tilstrækkelig nøjagtighed i praktiske beregninger. Ikke blot opfører gasser sig ikke ideelt, men fluider som anvendes i praktiske anlæg skifter ofte fase, dvs. fordamper, kondenserer, smelter eller størkner. Der tales om forskellige rene faser, fast stof, væske, gas samt blandinger af disse.

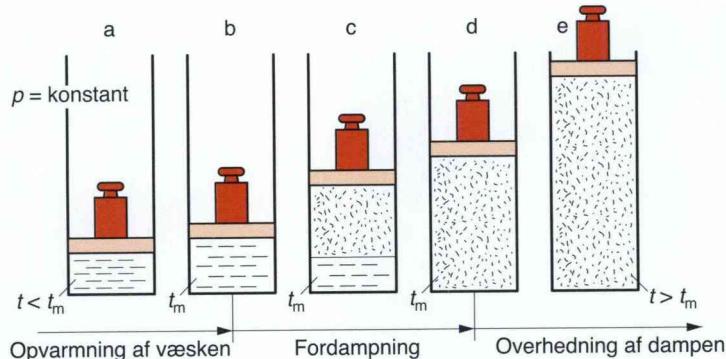
I dette kapitel går vi nærmere ind på, hvad der sker med et stof ved faseændring, og hvordan vi bestemmer stofværdier for virkelige stoffer (ikke-ideale).

5.1 Tilstandsændringer for et virkligt stof

Opvarmes et fast stof, gennemgår det følgende tilstande. Det *faste stof* smelter og bliver til *væske*, væsken fordamper og bliver til *gas*. Indledningsvis fokuseres på den tilstandsændring, der sker fra væske til gas, da dette er en vigtig proces i tekniske anlæg.

5.1.1 Fordampning

I mange maskiner udnyttes faseskiftet mellem væske og gas/damp og omvendt. Dette er for eksempel tilfældet i dampkraftanlæg og køle-anlæg, hvor et stof fordamper fra væske til damp og kondenserer til væske igen i en kredsproces, hvor der tilføres eller afgives varme og arbejde.



Figur 5.1
Fordampningsproces
ved konstant tryk.

En af pointerne ved at udnytte faseskiftet er, at man får betydeligt mindre massestrøm i anlægget og dermed mindre rørdiametre. Dette skyldes den store entalpiforskel, der er forbundet med faseskiftet.

Vi betragter en væske, som tilføres varme ved konstant tryk, isobart. På figur 5.1 er en afgrænset væskemængde med massen, m , indesluttet i en cylinder ved tilstand a), temperaturen er lavere end kogepunktet, t_m (indeks m for mætningstilstand). Stemplet i cylinderen er påvirket af et lod for at få konstant tryk i cylinderen.

Trykket beregnes af:

$$m_{lod}g = F_{lod} = pA$$

Hvor

m er loddets masse, kg

g er tyngdeaccelerationen, m/s^2

F_{lod} er kraften, som loddet yder på stemplet nedad, N

p er trykket i cylinderen, N/m^2 ($= \text{Pa}$)

A er stemplets tværsnitsareal, m^2

pA er den kraft, der virker opad på stemplet, N

Opvarmes væsken nu, registreres først en beskeden udvidelse af denne. Fortsættes opvarmningen, nås kogepunktet, t_m , i tilstand b), og væsken begynder at skifte fase fra væske til damp, denne faseændring kaldes *fordampning*. Under fordampningsprocessen registreres en kraftig volumenudvidelse, mens temperaturen vil være konstant. Der vil i cylinderen under faseskiftet eksistere en blanding af to faser, nemlig væske og damp ved mætningstilstand, blandingen kaldes *våddamp*. Fortsættes opvarmningen indtil al væske netop er overgået til dampform, nås en mætningstilstand, hvor dampen kaldes *tørmættet damp* eller blot *mættet damp*. Det ses, at voluminet er vokset betydeligt, men stadig er temperaturen lig

kogepunktet. Tilføres den mættede damp yderligere varme, registreres en volumenudvidelse og en temperaturstigning, og dampen kaldes nu *overheded damp*. Fortsættes varmetilførslen vil dampen på et tidspunkt tilnærmet begynde at opføre sig som en idealgas eller i daglig tale en *gas*.

Gennemføres den beskrevne proces ved andre tryk, registreres samme forløb, blot ses en anden mætningstemperatur (kogepunkt). Sammenhængen mellem *mætningstrykket* og mætningstemperaturen er éntydig. Til én temperatur svarer ét bestemt tryk. Den varmemængde der skal tilføres 1 kg af stoffet for at fordampne det, kaldes *fordampningsentalpien*, r . Denne er stof- og trykafhængig. Fordampningsentalpien aftager, og mætningstemperaturen stiger med stigende tryk. Ved et bestemt punkt, det *kritiske punkt*, bliver værdien af r lig 0. Over dette punkt overgår stoffet fra væske til damp, uden at der findes en våddamptilstand. Man vil ikke kunne se et væskespejl. Ved det kritiske punkt taler man om et *kritisk tryk*, p_{kr} , og en *kritisk temperatur*, t_{kr} . Forskellige stoffers værdier kan findes i tabeller, f.eks. tabel 10.3.

For vand er $t_{kr} = 374,15^\circ\text{C}$ og $p_{kr} = 221,2$ bar.

Kondensering er den omvendte proces af fordampning. For at kondensere 1 kg af et stof bortføres nøjagtig den samme varmemængde, som skal tilføres til fordampningen.

Eksempel 5.1

Energiforbrug til opvarmning og fordampning af vand

25 kg vand ved 20°C opvarmes til kogepunktet og fordampes ved atmosfæretryk, 1013 mbar.

Den tilførte varmemængde beregnes:

$$Q = mc_{pm} \left|_{20^\circ\text{C}}^{100^\circ\text{C}} \right. (t_m - t_1) + rm \\ = 25 \cdot 4,188 (100 - 20) + 2257 \cdot 25 = 64801 \text{ kJ}$$

Det ses, at varmemængden til fordampningen udgør langt den største del, ca. 87 %.

Stofværdierne findes i tabellerne bag i bogen.

5.1.2 Smelting

I tekniske anlæg har fast stof ikke den store betydning som arbejdsmedium, men faseskiftet fra fast stof til væske, *smelting*, og det modsatte, *størkning*, har betydning. For eksempel i fryseanlæg.

Den varmemængde, der skal anvendes til smelting af 1 kg af et stof, kaldes *smeltevarmen*, q_s . Ligesom ved fordampning er

temperaturen konstant ved faseskiftet, og der vil optræde en blanding af fast stof og væske ved processen. Man kalder området for *smelteområdet*. Smeltetemperaturen er stort set uafhængig af trykket. For de fleste stoffer stiger voluminet ved faseskiftet, en vigtig undtagelse er vand, hvor voluminet aftager ved smeltingen.

Gennemføres smeltingen ved stadigt lavere tryk, når et tryk, hvor smelting ikke længere er muligt. Dette punkt kaldes *tripelpunktet*, da man her registrerer tre faser samtidigt, fast stof, væske og damp. Forskellige stoffers værdier kan findes i tabel 10.3. For vand er tripelpunktet ved temperaturen $t_{tr} = 0,01\text{ }^{\circ}\text{C}$ og trykket $p_{tr} = 6,11\text{ mbar}$.

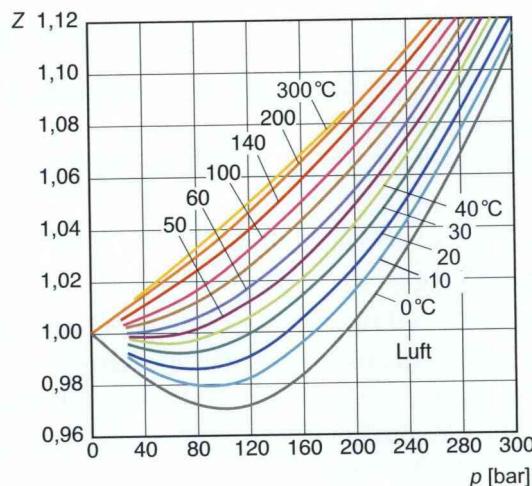
5.1.3 Sublimation

Ved et lavere tryk end ved tripelpunktet overgår det faste stof direkte til dampform ved tilførsel af varme, processen kaldes *sublimation*. Processen anvendes til frysetørring af bl.a. kaffe og kendes tillige fra tøris, som er CO_2 , der ved atmosfæretryk er under tripelpunktet.

5.1.4 Reale gasser

For ideale gasser bruges idealgasligningen [2.2]. Men virkelige gasser afviger ofte en del fra denne ligning, specielt nær ved mætningsstilstande og ved det kritiske punkt. Der kan tages højde for afvigelsen fra idealgas ved en given temperatur og et givet tryk ved indførelse af en korrektionsfaktor, som kaldes *kompressibilitetsfaktoren*, Z . Denne er defineret ved:

$$Z = \frac{PV}{R_i T} \quad [5.1]$$



Figur 5.2
Kompressibilitetsfaktor
for tør luft.

Værdien af Z kan være over, såvel som under 1. I figur 5.2 er vist værdier for tør luft. Det ses, at i det *normale* område, dvs. ved tryk under 100 bar og temperaturer under 300°C , er afvigelsen fra idealgas ganske lille. Billedet er dog ikke ens for forskellige gasser.

Der findes andre bud på tilstandsligninger for *virkelige gasser*, for eksempel *van der Waals ligning*. For nærmere om denne og andre, henvises til andre kilder, se f.eks. /5.1/.

5.2 Tilstandsdiagrammer

For ethvert rent stof vil tilstanden kunne angives ved de tre tilstandsstørrelser p , v og T . Sammenhængen mellem disse kan fremstilles som en flade i et rumligt diagram med de tre akser p , v og T , se figur 5.3.

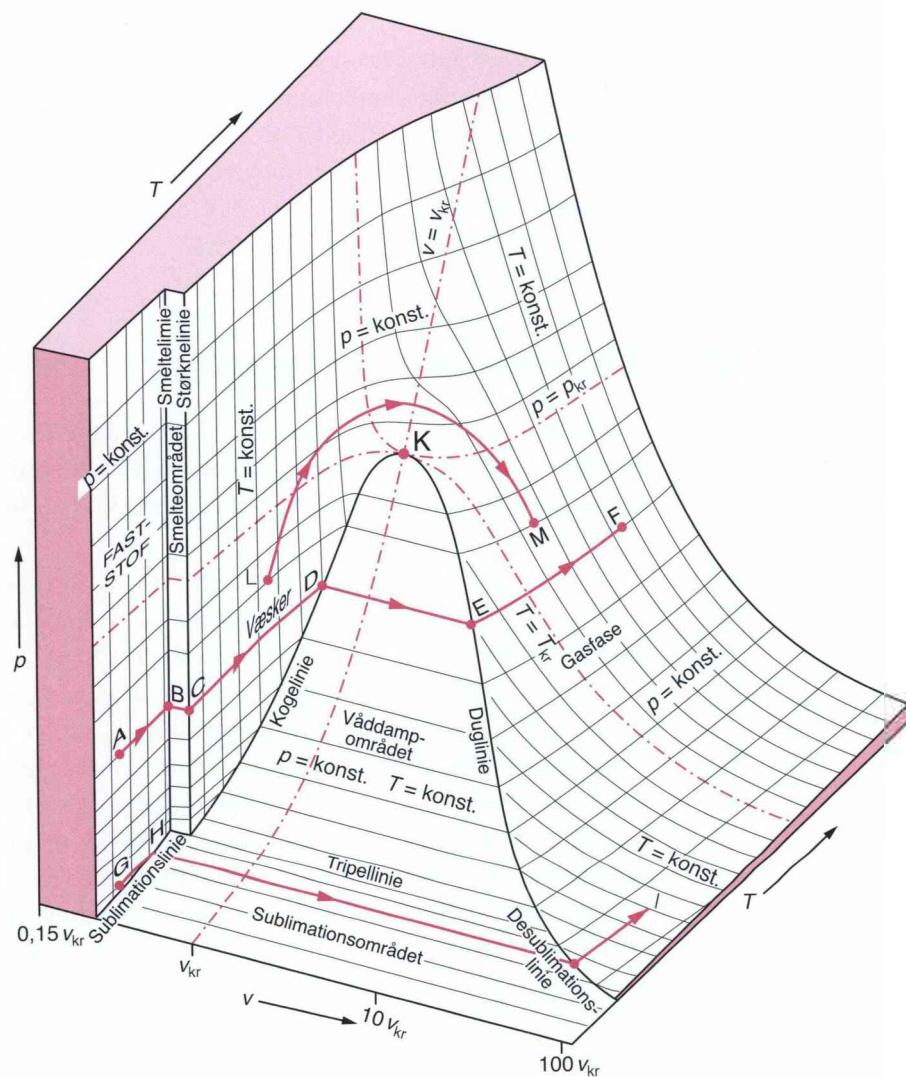
Diagrammet viser tilstandsligningen for de tre faser, gas, væske og fast stof og de områder, hvor to faser er til stede samtidig. Disse tofaseområder er *våddampområdet* (damp, væske), *smelteområdet* (fast stof, væske) og *sublimationsområdet* (fast stof, damp).

Bevæger vi os i figur 5.3 fra et punkt med fast stof A til punkt B ved konstant tryk, ses en temperaturstigning ved meget lille volumenforøgelse. Dette svarer til opvarmning af et fast stof. I punkt B nås smeltelinjen, og fra punkt B til C smelter stoffet til væske i punkt C på størkningslinjen. Opvarmes stoffet yderligere fra C til D, hvor vi når kogelinjen, ses en temperaturstigning og en stigning af voluminet. Fra D til E sker en fordampning af stoffet ved konstant tryk og temperatur, til vi når duglinjen. Her er den sidste væskepartikel overgået til dampform, stoffet siges at være *tørmættet damp*. Opvarmes stoffet yderligere til punkt F ses en temperaturstigning og en kraftig volumenudvidelse, man er i gasfasen, hvor stoffet tilnærmedesvis opfører sig som en idealgas.

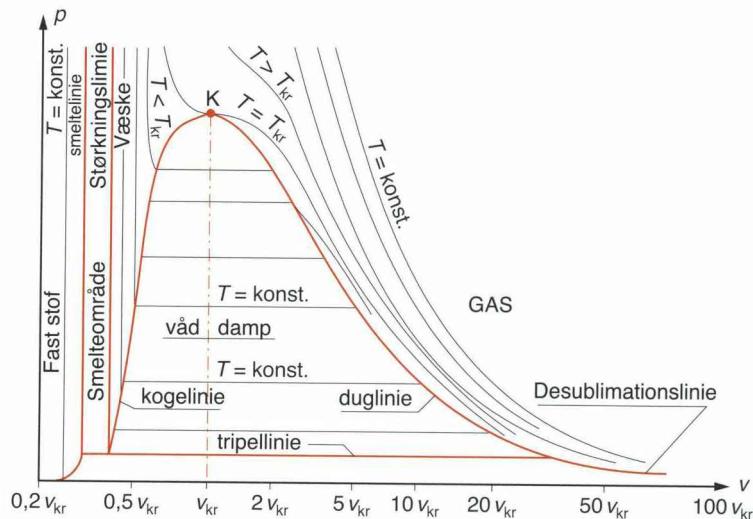
I figur 5.3 er endvidere vist en proces G til H og I, hvor et stof ved lavt tryk overgår direkte fra fast stof til gasfasen (sublimation) og en proces L til M, hvor et stof ved højt tryk og temperatur går direkte fra væske til gasfase uden at passere tofaseområdet. Denne proces benævnes en overkritisk proces og ses udnyttet i kraftværkskedler, hvor man ønsker et højt energiindhold i dampen, inden den strømmer til turbinen (på Studstrupværket ved Aarhus er dette netop tilfældet).

Hvor duglinje og kogelinje mødes, har vi det kritiske punkt K.

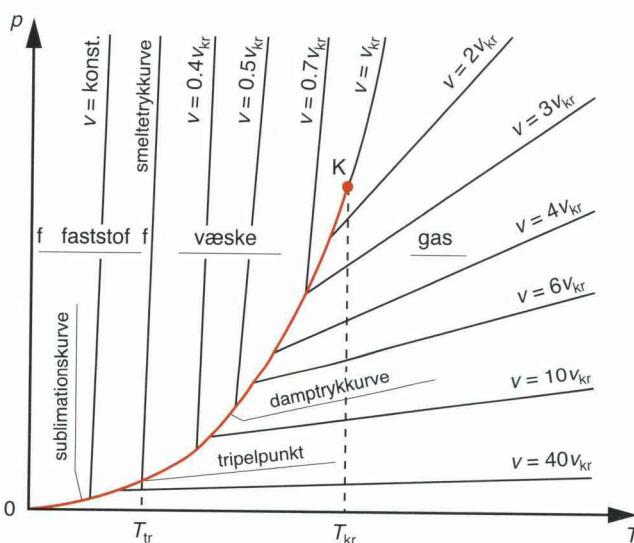
Ud fra p,v,T -diagrammet kan fremstilles todimensionale diagrammer som p,v -diagrammer, p,T -diagrammer og t,v -diagrammer, se figur 5.4, 5.5 og 5.6.



Figur 5.3 p, v, T -flade for et rent stof.



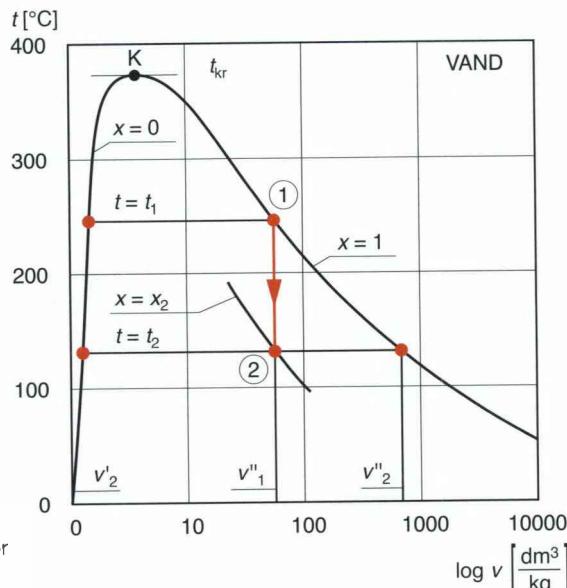
Figur 5.4
 p,v -diagram.



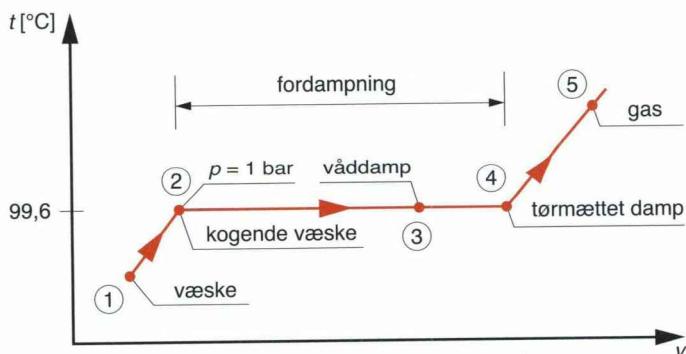
Figur 5.5
 p,T -diagram.

Figur 5.6 skal sammenholdes med figur 5.7, som viser en skematisk fremstilling af fordampningsprocessen ved konstant tryk.

Til den praktiske anvendelse er diagrammer med den specifikke entropi, s , eller den specifikke entalpi, h , som akser af større betydning, da h er den karakteristiske størrelse for stationære strømningsprocesser ifølge 1. hovedsætning, og s bringer 2. hovedsætning kvantitativt i udtryk. Her skal omtales T,s -diagrammet, h,s -diagrammet samt log p,h -diagrammet.



Figur 5.6
T,v-diagram med en isokor
afkøling/kondensering
indtegnet fra 1 til 2. $x_2 < 1$.



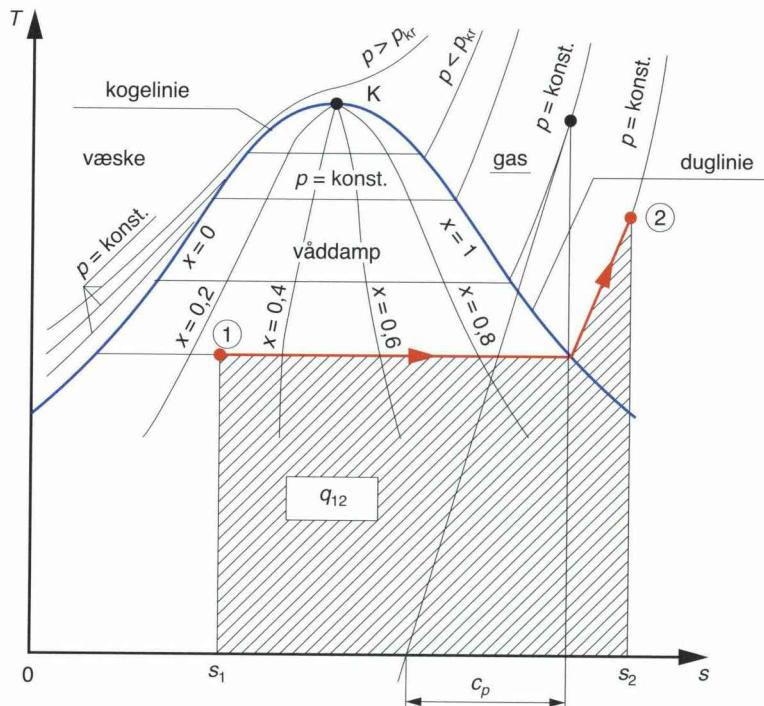
Figur 5.7
Tilstandsdiagram for
fordampning af vand
ved 1 bar.

5.2.1 T,s-diagrammet

T,s-diagrammet anvendes til at anskueliggøre varmemængder. Arealet under kurven i T,s-diagrammet illustrerer summen af tilført varme og friktionsvarme.

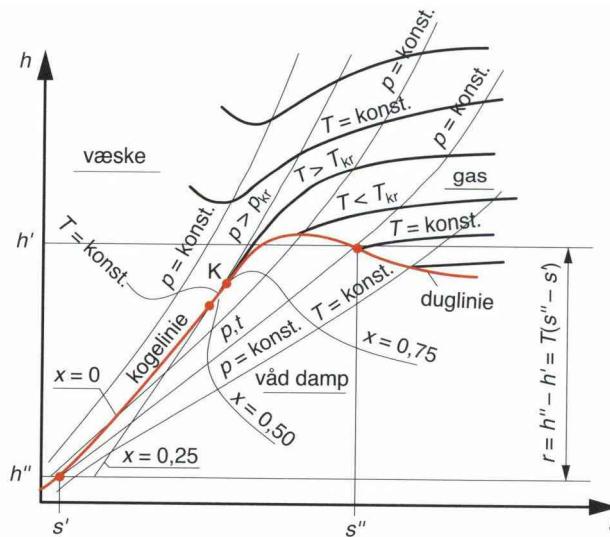
Figur 5.8 viser et diagram for et rent stof med isobarer og linjer for konstant dampindhold, x , hvor x angiver masseandel damp i våddampblandinger, dvs.:

$$x = \frac{m_{\text{damp}}}{m_{\text{våddamp}}} \quad [5.2]$$

**Figur 5.8**

T,s-diagram for et rent stof. Opvarmningsproces angivet fra 1 til 2 ved konstant tryk.

5.2.2 h,s-diagrammet

**Figur 5.9**

h,s-diagram for et rent stof. Enthalpiforskellen ved en proces ved konstant tryk er lig fordampningsenthalpien som vist.

h,s-diagrammet opbygges som T,s-diagrammet, idet der for gasområdet gælder:

$$h_2 - h_1 = c_{pm} \Big|_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1) \quad [5.3]$$

hvor c_{pm} er middelværdien af c_p mellem de to temperaturer t_1 og t_2 , se afsnit 1.4.1.

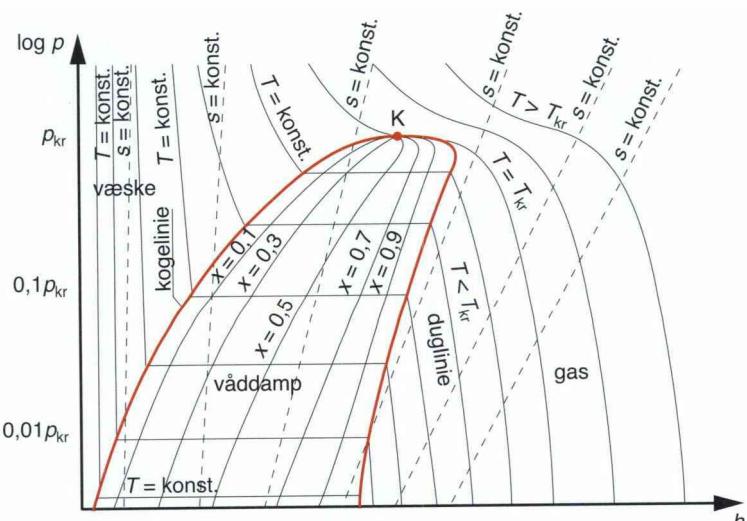
Figur 5.9 viser et h,s -diagram for et rent stof med isobarer og isotermes samt kurver for dampindhold x .

h,s -diagrammer bruges mest inden for beregninger på dampkraft-anlæg, se kapitel 6.

5.2.3 log p,h -diagrammet

Beregning af den specifikke entalpi har særlig betydning ved arbejdsprocesser i køleanlæg, og det er derfor nærliggende at benytte et log p,h -diagram, se kapitel 6. Dette diagram har den fordel, at til- og bortførte varmemængder fremstår som strækninger i diagrammets x -retning, da $q = \Delta h$ for strømningsprocesser, se kapitel 4.

Figur 5.10 viser diagrammets opbygning. Bemærk, at aksen for trykket, p , er logaritmisk.



Figur 5.10
log p,h -diagram.

5.2.4 Vanddamptabeller og diagrammer

I tekniske anlæg har vand og vanddamp stor betydning, og stoffet får derfor her en særlig behandling. Det skal indledningsvis præciseres, at alle rene stoffer har samme karakteristiske størrelser som vand, og diagrammer og tabeller er opbygget ens. Den følgende gennemgang kan derfor bruges for alle stoffer.

Vand har i modsætning til andre stoffer særlige betegnelser i de forskellige faser. Fast stof kaldes is, væsken kaldes vand og gasformen kaldes vanddamp.

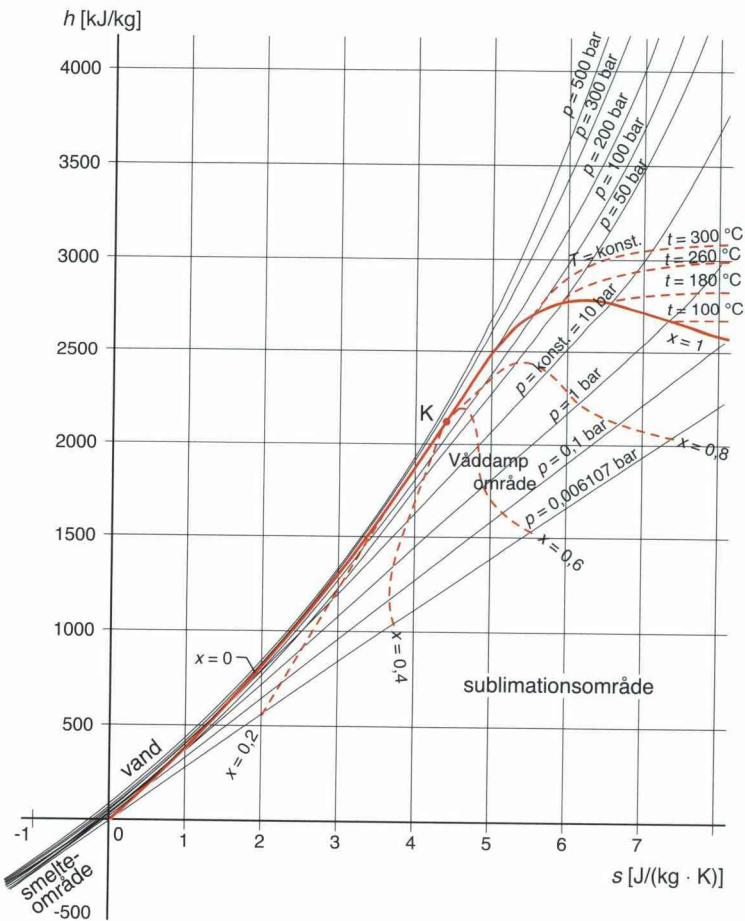
Ved beregninger er det af betydning at kunne finde vands stofværdier, specielt specifik entalpi, specifik entropi, specifikt volumen, m.m.

Man kan i tabeller bruge trykket eller temperaturen som indgangsnøgle; tabellerne kaldes derfor tryk- henholdsvis temperaturtabeller. Vand er nok det stof, som er mest grundigt dokumenteret i tabelværker og diagrammer. Der kan specielt henvises til tabelværket /5.2/. I figur 5.11 er vist et h,s -diagram for vanddamp. Der skal her gives en vejledning i brugen af dette og sammenhængen mellem diagrammet og damptabeller.

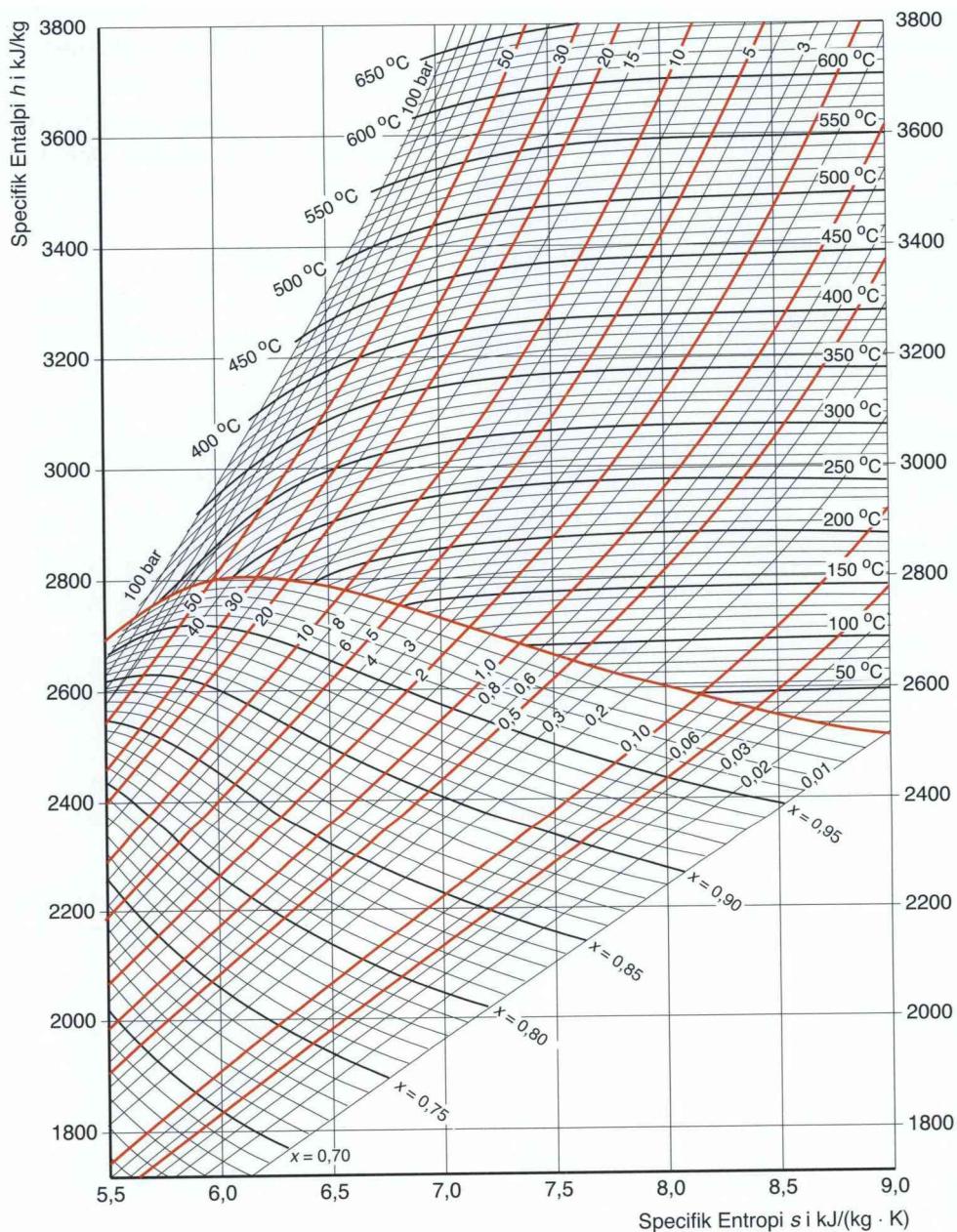
Følgende kurver er indtegnet i diagrammet:

Trykket, p , i bar; temperaturen, t , i $^{\circ}\text{C}$; dampindholdet, x , i kg damp/kg vand; og i praktiske diagrammer endvidere det specifikke volumen, v , i m^3/kg .

Mætningstabeller giver kun værdier på de to mætningskurver, værdier på kogelinjen (mættet væske) benævnes med et mærke ' og værdier på duglinjen (mættet damp) med et dobbeltmærke ". For eksempel den specifikke entalpi, h' og h'' , i stedet for; det specifikke volumen, v' og v'' , og den specifikke entropi, s' og s'' . Endvidere er fordampningsentalpien, r , normalt angivet. Det ses, at $r = h'' - h'$.



Figur 5.11
 h,s -diagram
for vanddamp.



Figur 5.12 Mollier h,s -diagram (udsnit).

Værdier i våddampområdet kan beregnes efter »vægtstangsreglen«. Kendes dampindholdet, x , kan for eksempel den specifikke entalpi beregnes af:

$$h_x = (1 - x)h' + xh''$$

eller

$$h_x = h' + x(h'' - h') = h' + xr$$

Samme princip kan bruges for s og v . Da det specifikke volumen for væskefasen v' ved små tryk er meget mindre end for dampfasen v'' , gælder her med god tilnærmelse at $v_x = xv''$.

Ved mætningstabeller er der som nævnt en entydig sammenhæng mellem tryk og temperatur. Dette gælder ikke for overheded damp. Her må man kende både tryk og temperatur for at kunne bestemme h , s eller v . I kapitel 10 findes både mætningstabeller og tabeller for det overhedede område.

Der fås i handlen meget fine h,s -diagrammer for vanddamp, de såkaldte *Mollier h,s-diagrammer*, disse giver kun et udsnit af fase-diagrammet. Et sådant er vist i figur 5.12.

Her følger et par eksempler på brugen af tabeller og diagram.

Eksempel 5.2

Specifik entalpi og specifikt volumen for en våddamptilstand

80 m³ vand med et dampindhold $x = 0,6$ er under et tryk på 50 bar. Våddampens specifikke volumen bestemmes til:

$$\begin{aligned} v_x &= v' + x(v'' - v') \\ &= 0,00129 + 0,6(0,0394 - 0,00129) = 0,024 \text{ m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

Massen af våddampen findes til:

$$m = \frac{V}{v_x} = \frac{80}{0,024} = 3330 \text{ kg}$$

heraf udgør vandet

$$m_v = (1 - x)m = (1 - 0,6)3330 = 1332 \text{ kg}$$

Den specifikke entalpi findes til:

$$h_x = h' + xr = 1154,5 + 0,6 \cdot 1639,7 = 2138,3 \text{ kJ/kg}$$

Alle værdier er her hentet i damptabellen 10.12b.

Eksempel 5.3

Beregning på drøvling af overhededamp gennem en ventil

Overhededamp drøvles gennem en ventil fra 200 bar og 400 °C, til 10 bar. Temperaturen efter drøvlingen og den specifikke entalpi drøvlingen foregår ved ønskes bestemt. En drøvling foregår ved konstant entalpi (dog forudsat at hastigheden er ens før og efter).

Entalpien aflæses i tabel 10.13c for overhededamp til:

$$h_1 = h_2 = 2820,5 \text{ kJ/kg}$$

Temperaturen aflæses i figur 5.12 ved $p = 10$ bar til:

$$t_2 \approx 195 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Eksempel 5.4

Beregning af energitilførsel ved opvarmning af våddamp til overhededamp

Våddamp ved et tryk på 1 bar og et dampindhold $x = 0,90$ opvarmes isobart til 400 °C. Følgende ønskes bestemt:

- Entalpien før og efter opvarmningen, h_1 og h_2
- Den tilførte varmemængde, q_{12} .

Løsning:

- h_1 er entalpien ved $x = 0,90$:

$$h_1 = h_x = h' + xrh_1 = 417,51 + 0,90 \cdot 2257,9 \approx 2450 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = 3278,2 \text{ kJ/kg, \quad aflæst i diagram 5.12}$$

$$\text{b) } q_{12} = h_2 - h_1 = 828,6 \text{ kJ/kg}$$

Eksempel 5.5

Drøvling af vand fra mætningstilstand

Kogende vand ved 1,2 bar drøvles (ved konstant entalpi) til 0,5 bar. Hvor stor en dampmængde dannes pr. kg vand ved drøvlingen?

Det efterlyste er det dampindhold x , der er efter drøvlingen. Dette kan bestemmes på følgende måde:

$$x = \frac{h_2 - h'_{0,5\text{bar}}}{r} = \frac{439,36 - 340,56}{2305,4}$$

$$= 0,0429 \text{ kg damp/kg vand} \approx 4,3 \%$$

idet der findes følgende tabelværdier:

$$h_2 = h_1 = h'_{1,2\text{bar}} = 439,36 \text{ kJ/kg}$$

$$h'_{0,5\text{bar}} = 340,56 \text{ kJ/kg \quad og \quad } r = 2305,4 \text{ kJ/kg}$$

5.2.5 IT-programmer

Der findes i dag gode IT-programmer, som kan bruges i stedet for tabeller. Et eksempel er programmet kaldet *Coolpack/Refrigeration Utilities /5.3/*, som er udviklet til brug inden for køleteknikken. Programmet er videreudviklet og indeholder i dag muligheder for at hente stofdata for en lang række stoffer, heriblandt vanddamp. Man kan fra programmet udskrive diagrammer, indtægne kredsprocesser i diagrammet og få listet data for de enkelte tilstandspunkter. Der er endvidere i programmet såkaldte lommeregnere, som gør det ud for tidligere tabelopslag, man indtaster for eksempel tryk og temperatur, og man kan så få værdier for s , v , h m.m.

Diagrammerne i kapitel 10 er hentet fra dette program. Programmet kan hentes fra internettet:

<http://www.ipu.dk/Indhold/koele-og-energiteknik/CoolPack.aspx>

Coolpack er udviklet på basis af softwaren EES (Engineering Equation Solver), som er en meget anvendt software indenfor energiteknikken.

Her et eksempel på løsning af selvevaluatingsopgave D:

Først EES-koden

```
"Dampopgaver, opgave D"
|Mætningstrykket i kondensator|
p_kon=0,1

|Mætningstemperaturen i kondensatoren|
t_kon=T_sat(Water;P=p_kon)

|Mætningstrykket i kedel|
p_ked=40

|Mætningstemperaturen i kedel|
t_ked=T_sat(Water;P=p_ked)

|Tilstandspunkter|

|Tilstand 1|
x[1]=0 "Dampindhold før pumpen"
h[1]=Enthalpy(Water,x=x[1];P=p_kon) "entalpi før pumpen, kJ/kg"
v[1]=Volume(Water,x=x[1];P=p_kon) "specifikt volumen før pumpen"
rho[1]=1/v[1] "densitet før pumpen"
p[1]=p_kon

|Tilstand 2|
h[2]=h[1]+w_iP "entalpi efter pumpen, kJ/kg"
p[2]=p_ked
v[2]=Volume(Water,h=h[2];P=p[2])

|Tilstand 3|
t[3]=400 "Damptemperaturen efter kedlen"
h[3]=Enthalpy(Water,T=t[3];P=p_ked) "entalpi efter kedlen, kJ/kg"
p[3]=p_ked
v[3]=Volume(Water,T=t[3];P=p_ked) "specifikt volumen efter kedlen"
```

```

    "Tilført arbejde i pumpen"
    w_ip=v[1]*(p_ked-p_kon)*10^5/eta_ip/1000      "specifikt arbejde, kJ/kg"

    "Indre virkningsgrad, pumpe"
    eta_ip=0,70

    "Specifik varmemængde tilført kedlen, ud fra energiligningen"
    q_23=h[3]-h[2]

    "Rørdiameter efter kedlen"
    q_mD=c_3*pi/4*d_rør^2
    c_3=10

    "Dampmassestrøm"
    q_mD=0,27      "kg/s (opgivet)"

```

Dernæst vist som formatteret kode:

Dampopgaver, opgave D		Tilstand 3	
Mætningsstrykket i kondensator		$t_3 = 400$ Damptemperaturen efter kedlen	
$p_{kon} = 0,1$		$h_3 = h(\text{water}; T=t_3; P=p_{kon})$ entalpi efter kedlen, kJ/kg	
Mætningstemperaturen i kondensatoren		$p_{3d} = p_{kon}$	
$t_{kon} = T_{sat}(\text{water}; P=p_{kon})$		$v_3 = v(\text{water}; T=t_3; P=p_{kon})$ specifikt volumen efter kedlen	
Mætningsstrykket i kedlen		Tilført arbejde i pumpen	
$p_{ked} = 40$		$w_{ip} = v_1 \cdot (p_{ked} - p_{kon}) \cdot \frac{10^5}{\eta_{ip} \cdot 1000}$ specifikt arbejde, kJ/kg	
Mætningstemperaturen i kedlen		Indre virkningsgrad, pumpe	
$t_{ked} = T_{sat}(\text{water}; P=p_{ked})$		$\eta_{ip} = 0,7$	
Tilstandspunkter		Specifik varmemængde tilført kedlen, ud fra energiligningen	
Tilstand 1		$q_{23} = h_3 - h_2$	
$x_1 = 0$ Dampindhold for pumpen		Rørdiameter efter kedlen	
$h_1 = h(\text{water}; x=x_1; P=p_{kon})$ entalpi før pumpen, kJ/kg		$q_{mD} = C_3 \cdot \frac{1}{v_3} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d_{rør}^2$	
$v_1 = v(\text{water}; x=x_1; P=p_{kon})$ specifikt volumen før pumpen		$c_3 = 10$	
$\rho_1 = \frac{1}{v_1}$ densitet før pumpen		Dampmassestrøm	
$p_1 = p_{kon}$		$q_{mD} = 0,27 \text{ kg/s (opgivet)}$	
Tilstand 2			
$h_2 = h_1 + w_{ip}$ entalpi efter pumpen, kJ/kg			
$p_2 = p_{ked}$			
$v_2 = v(\text{water}; h=h_2; P=p_2)$			

... og til slut resultatvinduet, tabel og resultater:

Sort	h_1 [kJ/kg]	p_1 [bar]	ρ_1 [kg/m³]	t_1 [C]	v_1 [m³/kg]	x_1
[1]	191,8	0,1	989,8		0,00101	0
[2]	197,6	40			0,001009	
[3]	3213	40		400	0,0734	

Unit Settings: SI C bar kJ mass deg						
$c_3 = 10 \text{ [m/s]}$	$d_{rør} = 0,05025 \text{ [m]}$	$\eta_{ip} = 0,7$				
$p_{ked} = 40 \text{ [bar]}$	$p_{kon} = 0,1 \text{ [bar]}$	$q_{23} = 3016 \text{ [kJ/kg]}$				
$q_{mD} = 0,27 \text{ [kg/s]}$	$t_{ked} = 250,4 \text{ [C]}$	$t_{kon} = 45,82 \text{ [C]}$				
$w_{ip} = 5,759 \text{ [kJ/kg]}$						

Click on this line to see the array variables in the Arrays Table window

Læg mærke til, at værdierne kodes som arrays, og man dermed får resultaterne præsenteret i tabel, og man kan også optegne et h,s -diagram på basis af disse i EES.

5.3 Resumé

I de foregående kapitler er de medier, som strømmer i anlæggene, regnet som rene gasser, ideale gasser eller væsker (kapitel 4). I dette kapitel er det de »virkelige« stoffer, der gennemgås. Vi ser på ligninger, der kan bruges for gasser, som ikke kan regnes ideale, og vi ser på stoffer, som i processerne skifter fase, enten fra væske til gas ved en fordampning, fra gas til væske ved en kondensering eller fra fast stof til væske.

I mange anlæg udnyttes netop faseskift, idet der med faseskiftet er forbundet en stor energimængde. Vi kan ved faseskift ikke beregne entalpien som i tidligere afsnit ved $h = c_p(t_2 - t_1)$, idet den specifikke varmekapacitet, c_p , ikke er konstant eller kan bestemmes som en middelværdi. Derfor ser vi i kapitlet på, hvordan entalpien og andre tilstandsstørrelser kan findes i fasediagrammer eller tabeller.

Der gennemgås en række typisk anvendte diagrammer, såsom T,s -diagrammer, h,s -diagrammer, p,v -diagrammer, log p,h -diagrammer, m.fl.

5.4 Nøglebegreber

Fordampning	log p,h -diagram
Kondensering	p,T -diagram
Fordampningsproces	Mollier h,s -diagram
Fordampningsentalpi	Vanddamptabeller
Smeltning	Reale gasser
Smeltevarme	Kompressibilitetsfaktor
Smelteområdet	Våddamp
Våddampområdet	Mættet damp
Tripelpunktet	Tørmaettet damp
Sublimation	Overheded damp
Tilstandsdiagrammer	Kritisk punkt
p,v -diagram	Kritisk temperatur
T,s -diagram	Kritisk tryk
h,s -diagram	

5.5 Centrale spørgsmål (selvevaluering)

A Vand på væskeform har en temperatur på $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ ved mætnings-tilstand.

Bestem følgende:

- Den specifikke entalpi.
- Mætningstrykket.
- Det specifikke volumen og densiteten.

B Overheded vanddamp har temperaturen $300\text{ }^{\circ}\text{C}$ og trykket 40 bar (absolut).

Bestem følgende:

- Den specifikke entalpi.
- Mætningstemperaturen (ved de 40 bar).
- Det specifikke volumen og densiteten.
- Den specifikke entropi.

C Våddamp ved et tryk på 0,1 bar (absolut) har ved en kondenseringsproces et dampindhold på 85 %.

Bestem følgende:

- Den specifikke entalpi.
- Mætningstemperaturen.
- Det specifikke volumen og densiteten.
- Den specifikke entropi.

- D** I et dampkraftanlæg er trykket umiddelbart før fødepumpen (efter endt kondensering) 0,1 bar (absolut). Pumpen øger trykket til 40 bar (absolut). Antag en pumpevirkningsgrad på 70 %.

Bestem følgende:

- Det specifikke arbejde tilført pumpen.
- Den specifikke entalpi før og efter pumpen.

Fra pumpen strømmer vandet til dampkedlen, hvor det opvarmes, fordampes og overhedes ved konstant tryk til 400 °C.

Bestem følgende:

- Den specifikke entalpi efter kedlen.
- Den specifikke varme, der tilføres under processen.
- Rørdiameteren på damprøret, hvorigenmed den overhedede damp strømmer. Der ønskes en maksimal damp hastighed på 10 m/s.

- E** I et dampkraftanlæg er på en dampedning indbygget en reduktionsventil. Ventilen drøvler trykket fra et mætningstryk på 10 bar (absolut) til 0,1 bar. Drøvling betyder sænkning af trykket. Processen antages at foregå uden varmeudveksling med omgivelserne.

Bestem følgende:

- Den specifikke entalpi ved processen.
- Temperaturen før og efter drøvlingen.
- Den specifikke entropi før og efter drøvlingen.

6

Maskiner og energitekniske anlæg

Energitekniske anlæg dækker over en lang række anlæg af forskellig opbygning og til forskelligt formål:

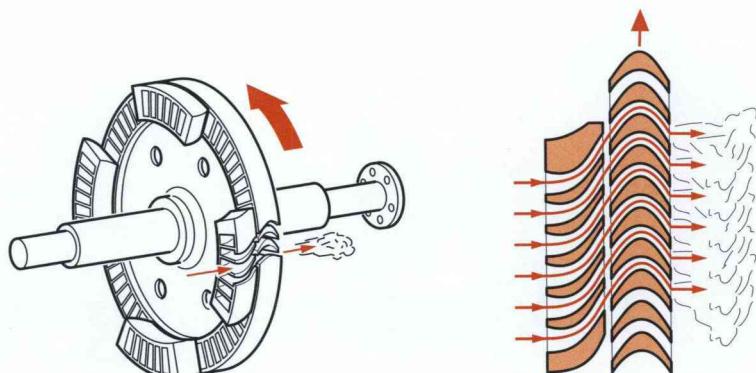
- *Varmekraftanlæg*, der omsætter varmeenergi til arbejde. Varme kan stamme fra brændsler, kernereaktorer, solenergi eller geotermisk energi. Anlæggene producerer mekanisk arbejde via en aksel, som så f.eks. kan benyttes til at drive en generator til elproduktion.
- *Kølemaskiner og varmepumper*, der anvender mekanisk energi til at flytte varme fra et lavere til et højere temperaturniveau. Ved kølemaskiner udnyttes varmeoptagelsen til at fjerne varme fra f.eks. et kølerum. Ved en varmepumpe udnyttes varmeafgivelsen til opvarmningsformål.

I energitekniske anlæg gennemføres en serie af processer, som tilsætningen i enkelte af komponenterne og dels for det samlede anlæg.

6.1 Turbiner

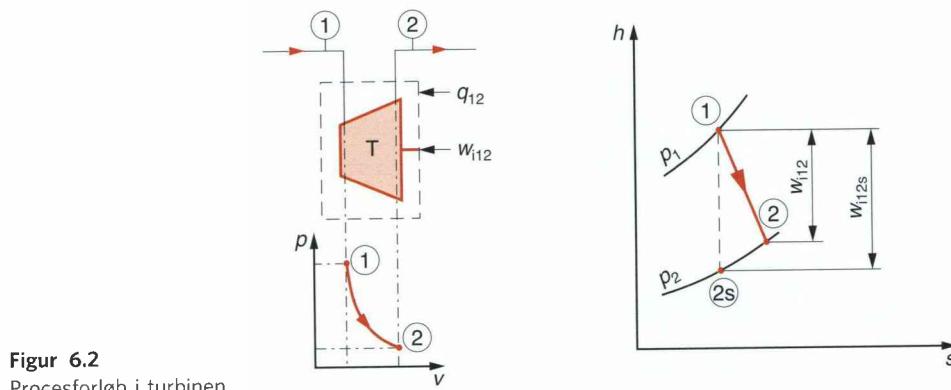
Turbiner spiller en vigtig rolle i mange energitekniske apparater og anlæg. F.eks. i gasturbineanlæg og dampkraftanlæg, som gennemgås senere i dette kapitel, og som drivmaskiner til pumper og kompressorer. I dette afsnit gennemgås de vigtigste termodynamiske grundregler. Det forudsættes overalt i afsnittet, at man kan se bort fra ændring

Figur 6.1
Princippet i en ettrinsdampturbine.
Til venstre: Turbinehjul med dysekranse.
Til højre: Skovlplan.



i hastigheds- og højdeenergi, dvs. ledene $\frac{1}{2}c^2$ samt gz i energiligningen. Endvidere behandles her kun turbiner, som gennemstrømmes af gasser, og altså ikke vandturbiner. Processerne betragtes overalt som stationære.

En turbine er en strømningsmaskine, som tilføres et kompressibelt medie med højt tryk. Mediet ekspanderer gennem maskinen i et antal roterende skovlhjul monteret på en aksel. Vi betragter her hele maskinen og går altså ikke ind i energiomsætningen i de enkelte trin af maskinen. Denne energiomsætning er vigtig for konstruktionen af strømningsmaskinen, men her må henvises til anden litteratur. Figur 6.2 viser procesforløbet i en turbine. Symbolet inden for den stippledé systemgrænse er signaturen for en turbine, og under denne ses processen indtegnet i et p,v -diagram. Til højre er vist processen indtegnet i et h,s -diagram. Ved beregningerne efterfølgende ses på procesændringen over systemgrænsen.



Figur 6.2
Procesforløb i turbinen.

6.1.1 Teknisk og indre arbejde i turbinen

To vigtige ligninger benyttes ved beregning af turbinearbejdet.

1) Energiligningen:

$$w_{i12} + q_{12} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

Idet der ses bort fra hastighedsleddene, dvs. det antages, at $c_1 \approx c_2$, samt højdeforskellen mellem ind- og udløb, dvs. $z_1 \approx z_2$, får man:

$$w_{i12} + q_{12} = h_2 - h_1$$

Processen kan tillige ofte regnes for ukølet, dvs. adiabatisk ekspansion med $q_{12} = 0$. Samtidig gælder for ideale gasser, at $h_2 - h_1 = c_p(t_2 - t_1)$, hvoraf fås:

$$w_{i12} = h_2 - h_1 = c_{pm}(t_2 - t_1) \quad [6.1]$$

Det bemærkes, at det specifikke arbejde bliver negativt, da t_2 er lavere end t_1 . Dette betyder, at arbejde afgives til omgivelserne.

Dette vil også fremgå ved at opstille en energibalancen, som beskrevet i kapitel 0, som energistrømme i kW:

$$q_m(h_1 - h_2) - P_{i12} - \Phi_{køl} = 0$$

Akseleffekten fra turbinen, P_{i12} (eller blot P), beregnes som:

$$P_{i12} = q_m |w_{i12}| \quad [6.2]$$

q_m er massestrømmen af gas gennem turbinen, kg/s.

2) Arbejdsligningen

Det specifikke, indre arbejde, w_{i12} , kan pr. definition opdeles i det teknisk reversible arbejde, w_{t12} , og friktionsarbejdet, w_{diss12} , jf. [1.27]:

$$w_{i12} = w_{t12} + w_{diss12}$$

Friktionsarbejdet, w_{diss12} , ved processen kan henføres til hvirveltab, friktion mellem gas og skovlblade etc.

Det specifikke tekniske reversible arbejde, w_{t12} , beregnes som:

$$w_{t12} = \int_1^2 v dp$$

hvor integralet for et polytropisk procesforløb beregnes som:

$$w_{t12} = \int_1^2 v dp = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)$$

I praksis vil processen ofte kunne regnes som adiabatisk ($q_{12} = 0$) samt friktionsbehæftet ($w_{diss12} > 0$), og som følge heraf kan procesforløbet beskrives med en polytrop med polytropesponenten $n_T < \kappa$, hvor indeks T refererer til ekspansion i turbinen.

6.1.2 Turbinens indre virkningsgrad

Turbinens *indre virkningsgrad*, η_{iT} , som også betegnes *polytropvirkningsgraden*, η_{0T} , er defineret ved forholdet mellem det *indre arbejde* og det *teknisk reversible arbejde*, dvs:

$$\eta_{iT} = \frac{w_{i12}}{w_{t12}} \quad [6.3]$$

hvor indeks T står for turbinen.

Da vi ser bort fra hastighedsleddene og antager, at processen er ukølet (adiabatisk, dvs. $q_{12} = 0$), omskrives [6.3] til:

$$\eta_{iT} = \frac{w_{i12}}{w_{t12}} = \frac{h_2 - h_1}{\int_1^2 v dp} = \frac{\frac{\kappa R_i}{\kappa - 1} (T_2 - T_1)}{\frac{n R_i}{n - 1} (T_2 - T_1)} = \frac{\kappa(n - 1)}{n(\kappa - 1)} \quad [6.4]$$

6.1.3 Turbinens isentropiske virkningsgrad

Turbinens *isentropiske akselvirkningsgrad*, η_{sT} , defineres som forholdet mellem det indre arbejde, w_{i12} , og det indre arbejde, der er nødvendig for det isentropiske ekspansionsforløb, w_{i12s} , dvs:

$$\eta_{sT} = \frac{P_{i12}}{P_{i12s}} = \frac{w_{i12}}{w_{i12s}}$$

og for en ukølet proces (adiabatisk), da $(h_2 - h_1)$ her er lig P_{i12} :

$$\eta_{sT} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2s} - h_1} \quad [6.5]$$

hvor h_{2s} er entalpien i afgangsstudsen, såfremt ekspansionsprocessen forløber efter en isentrop.

Entalpien i afgangsstudsen ved den isentropiske ekspansion, h_{2s} , findes for en ideal gas med konstante stofværdier ved ligningen:

$$h_{2s} = h_1 + c_p(T_{2s} - T_1) \quad \text{med} \quad T_{2s} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \quad [6.6]$$

eller ved aflæsning i et *h,s*-diagram.

Den isentropiske virkningsgrad betegnes undertiden også den *adiabatiske virkningsgrad*, η_a .

Akseleffekten, P_{i12} , påvirkes af to faktorer, dels opstår der et dissipationsarbejde knyttet til dampstrømmen, dels et mekanisk tab i lejer etc. Den isentropiske virkningsgrad kan derfor beskrives som et produkt af en indre virkningsgrad, η_i , og en *mekanisk virkningsgrad*, η_m . Det er dog i praksis vanskeligt at opdele disse tab, og derfor anvendes overvejende η_s , som den er defineret i ligning [6.5].

Eksempel 6.1**Beregning af afgiven effekt og virkningsgrad for en gasturbine**

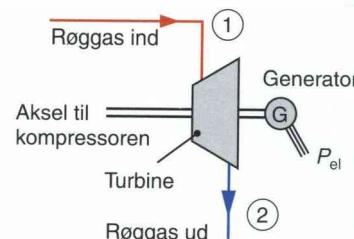
En gasturbine på et kraftvarmeværk tilføres en strøm af røggas fra brændkammeret på 100 kg/s. Man har målt indgangsdata og udgangsdata til:

$$\text{Ind: } p_1 = 3,0 \text{ bar}$$

$$t_1 = 528^\circ\text{C}$$

$$\text{Ud: } p_2 = 1,013 \text{ bar}$$

$$t_2 = 358^\circ\text{C}$$



Gassen regnes som en ideal gas med følgende data:

$$\text{Specifik varmekapacitet: } c_{p,m} = 1,134 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$\text{Individuel gaskonstant: } R_i = 294 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$\text{Isentropeksponent: } \kappa = 1,35$$

Den afgivne effekt samt turbinens virkningsgrader ønskes bestemt.

Turbinens afgivne specifikke arbejde findes af ligning [6.1], idet turbinen regnes ukølet (adiabatisk). Bemærk, arbejdet leveres dels til generatoren dels til kompressoren i anlægget:

$$\begin{aligned} w_{i12} &= h_2 - h_1 = c_{p,m}(t_2 - t_1) \\ &= 1,134(358 - 528) = -193 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Turbinens afgivne effekt fås af ligning [6.2]:

$$P_{i12} = q_m w_{i12} = 100 \cdot |-193| = 19,3 \text{ MW}$$

Til sammenligning, og for at beregne den indre virkningsgrad, bestemmes turbinens teknisk reversible arbejde, w_{t12} . Dertil skal først processens polytropheksponent, n , bestemmes:

$$n = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{T_1 p_2}{T_2 p_1}} = \frac{\ln \frac{1,013}{3}}{\ln \frac{801 \cdot 1,013}{631 \cdot 3}} = 1,282$$

Det ses, at $n < \kappa$. w_{t12} findes af ligning [2.46]:

$$\begin{aligned} w_{t12} &= \frac{nR_i}{n-1} (T_2 - T_1) \\ &= \frac{1,282 \cdot 294}{1,282 - 1} (358 - 528) = -228 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Gaskonstanten beregnes ud fra $c_{p,m}$ og κ . Forskellen mellem w_{i12} og w_{t12} er friktionsarbejdet:

$$w_{diss12} = w_{i12} - w_{t12} = -193 - (-228) = 35 \text{ kJ/kg}$$

Bemærk:

Friktionsarbejdet vil altid være et positivt tal.

Turbinens indre virkningsgrad fås til:

$$\eta_{iT} = \frac{w_{i12}}{w_{t12}} = \frac{193}{228} = 0,85$$

Turbinens isentropiske virkningsgrad fås til:

$$\eta_{sT} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2s}} = \frac{801 - 631}{801 - 604,5} = 0,87$$

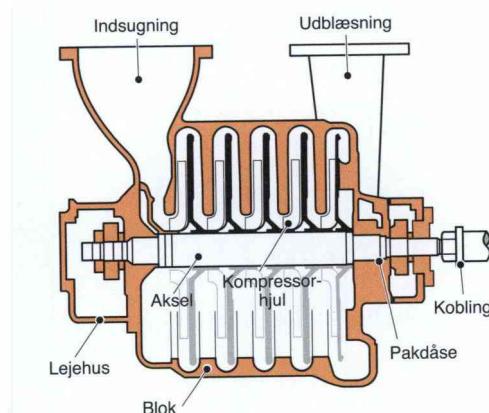
idet temperaturen, T_{2s} , beregnes ud fra [6.6]:

$$T_{2s} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 801 \left(\frac{1,013}{3} \right)^{\frac{0,35}{1,35}} = 604,5 \text{ K}$$

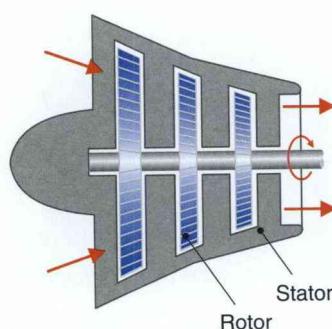
6.2 Kompressorer

Kompressoren spiller ligesom turbinen en vigtig rolle i mange energitekniske apparater og anlæg. F.eks. i gasturbineanlæg og køleanlæg, der behandles senere i dette kapitel. I dette afsnit gennemgås de vigtigste termodynamiske grundregler. Der forudsættes overalt i afsnittet, at man kan se bort fra ændring i hastigheds- og højdeenergi, dvs. leddene $\frac{1}{2} c^2$ samt gz i energiligningen. Processerne betragtes overalt som stationære.

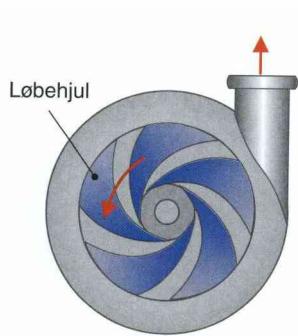
Der findes mange forskellige typer kompressorer. De kan groft opdeles i fortrængningsmaskiner og strømningsmaskiner. Under fortrængningsmaskiner hører eksempelvis stempelkompressorer og skruekompressorer. Strømningsmaskinerne kaldes her turbokompressorer. Vedrørende de forskellige typers konstruktion henvises til anden litteratur. Termodynamisk opfører de forskellige typer sig stort set ens.



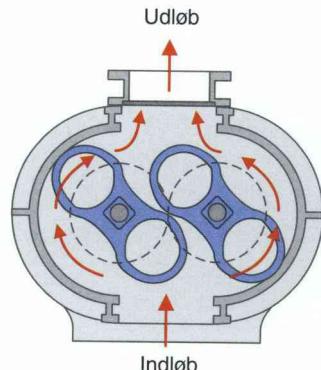
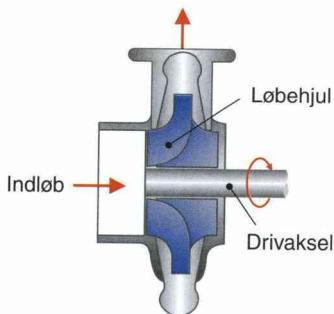
Figur 6.3 a: Femtrins centrifugalkompressor.



Figur 6.3 b: Aksialkompressor, som den oftest ses i gasturbineanlæg og jetmotorer.



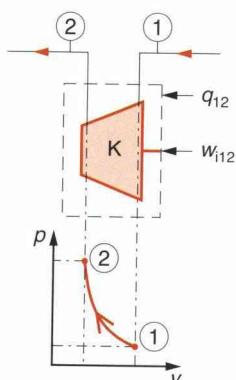
Figur 6.3 c: Centrifugalkompressor.



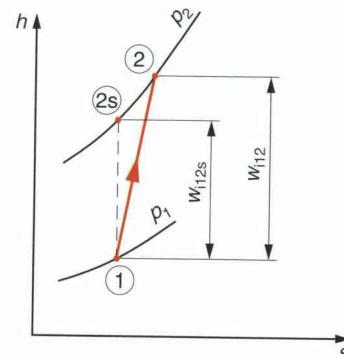
Figur 6.3 d: Roots kompressor,
drejestempel.

For alle typer gælder det, at de tilføres et kompressibelt medie ved lavt tryk og lav temperatur. Mediet komprimeres gennem maskinen i et antal trin. Kompressoren tilføres arbejde via en aksel. Vi betragter her hele maskinen og går altså ikke ind i energiomsætningen i de enkelte trin af kompressoren. Denne energiomsætning er vigtig for konstruktionen af maskinen, men her må henvises til anden litteratur.

Figur 6.4 viser procesforløbet i en kompressor. Symbolet indenfor den stipede systemgrænse er signaturet for en aksial-turbokompressor (se figur 6.3), men samme proces forløber i andre typer. Under denne ses processen indtegnet i et p, v -diagram. Til højre på figuren er vist processen indtegnet i et h, s -diagram. Ved beregningerne efterfølgende ses på procesændringen over systemgrænsen.



Figur 6.4
Procesforløb
i kompressoren.



6.2.1 Teknisk og indre arbejde i kompressoren

To vigtige ligninger benyttes ved beregning af kompressorarbejdet.

1) Energiligningen:

$$w_{i12} + q_{i12} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

Idet der ses bort fra hastighedsleddene, dvs. det antages, at $c_1 \approx c_2$, samt højdeforskellen mellem ind- og udløb, dvs. $z_1 \approx z_2$, får man:

$$w_{i12} + q_{i12} = h_2 - h_1$$

Processen kan tillige ofte regnes for ukølet, dvs. adiabatisk kompression med $q_{i12} = 0$. Samtidig gælder for ideale gasser, at $h_2 - h_1 = c_p(t_2 - t_1)$, hvoraf fås:

$$w_{i12} = h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1) \quad [6.7]$$

Dette vil også fremgå ved at opstille en energibalancen, som beskrevet i kapitel 0, som energistrømme i kW:

$$q_m(h_1 - h_2) + P_{i12} - \Phi_{køl} = 0$$

Akseeffekten til kompressoren, P_{i12} (eller blot P), beregnes som:

$$P_{i12} = q_m w_{i12} \quad [6.8]$$

q_m er massestrømmen af gas gennem kompressoren, kg/s.

2) Arbejds ligningen

Det specifikke indre arbejde, w_{i12} , kan pr. definition, jf. [1.28], opdeles i det teknisk reversible arbejde, w_{t12} , og friktionsarbejdet, w_{diss12} , dvs.:

$$w_{i12} = w_{t12} + w_{diss12}$$

Friktionsarbejdet, w_{diss12} , ved processen kan henføres til hvirveltab, friktion mellem gas og skovlblade, etc.

Det specifikke tekniske reversible arbejde, w_{t12} , beregnes som:

$$w_{t12} = \int_1^2 v \, dp$$

hvor integralet for et polytropisk procesforløb beregnes som:

$$w_{t12} = \int_1^2 v \, dp = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)$$

Processen kan i nogle tilfælde tilnærmet regnes som adiabatisk ($q_{i12} = 0$) samt friktionsbehæftet ($w_{diss12} > 0$), og som følge heraf kan procesforløbet beskrives med en polytrop med polytropesponenten $n_K > \kappa$, hvor indeks K refererer til kompression i kompressoren.

6.2.2 Kompressorens indre virkningsgrad

Kompressorens indre virkningsgrad, η_{iK} , som også betegnes polytrop-virkningsgraden, η_{0K} , er defineret som forholdet mellem det teknisk reversible arbejde og det indre arbejde for en ukølet kompressor, dvs.:

$$\eta_{iK} = \frac{w_{t12}}{w_{i12}} \quad [6.9]$$

hvor indeks K står for kompressoren. Da man ser bort fra hastighedsleddene og antager, at processen er ukølet (adiabatisk, dvs. $q_{12} = 0$), omskrives [6.9] til:

$$\eta_{iK} = \frac{w_{t12}}{w_{i12}} = \frac{\int_1^2 v dp}{h_2 - h_1} = \frac{nR_i}{\kappa R_i} \frac{(T_2 - T_1)}{\kappa - 1} = \frac{n(\kappa - 1)}{\kappa(n - 1)} \quad [6.10]$$

6.2.3 Kompressorens isentropiske virkningsgrad

Kompressorens *isentropiske virkningsgrad*, η_{sK} , defineres som forholdet mellem det indre arbejde, der er nødvendig for det isentropiske kompressionsforløb, i forhold til det indre arbejde, dvs.:

$$\eta_{sK} = \frac{P_{i12s}}{P_{i12}} = \frac{w_{i12s}}{w_{i12}}$$

P_{i12} bestemmes af energibalancen på kompressoren:

$$P_{i12} + q_m(h_1 - h_2) - \Phi_{køl} = 0$$

og for en ukølet proces, hvor $\Phi_{køl} = 0$, fås da:

$$\eta_{sK} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \quad [6.11]$$

hvor h_{2s} er entalpien i afgangsstudsens, såfremt kompressionsprocessen forløber efter en isentrop, og hvor det sidste lighedstegn kun gælder for den ukølede kompression, dvs. $q_{12} = 0$.

Entalpien i afgangsstudsens ved den isentropiske kompression, h_{2s} , findes for en ideal gas med konstante stofværdier ved ligningen:

$$h_{2s} = h_1 + c_p(T_{2s} - T_1) \quad \text{med} \quad T_{2s} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad [6.12]$$

eller ved aflæsning i et passende h,s -diagram.

Den isentrope virkningsgrad betegnes undertiden også den *adiabatiske virkningsgrad*, η_a .

Akseleffekten, P_{i12} , påvirkes af to faktorer, dels opstår der et dissipationsarbejde knyttet til dampstrømmen, dels et mekanisk tab i lejer etc. Den isentropiske virkningsgrad kan derfor beskrives som et produkt af en indre virkningsgrad, η_i , og en *mekanisk virkningsgrad*, η_m . Det er dog i praksis vanskeligt at opdele disse tab, og derfor anvendes overvejende η_s , som den er defineret i ligning [6.11].

6.2.4 Kompressor med køling

I det foregående er der set på ukølede kompressorer. I praksis køles kompressorerne ofte. Dette sker af flere årsager og på forskellig måde.

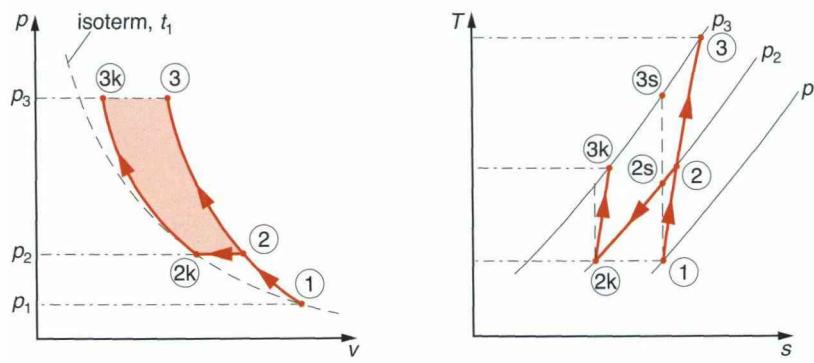
Ved kompression stiger gastemperaturen ofte til en utiladelig høj temperatur, hvilket delvis kan modvirkes ved køling. Ved flertrinskompression kan man opnå en vis reduktion af det arbejde, som skal tilføres kompressoren.

Kølingen foretages efter forskellige principper. Kølingen kan foretages som:

- *indvendig køling* i kompressorhuset, f.eks. som vandkøling i kølekanaler,
- *intercooling*, udvendig mellemkøling, hvor gassen ledes ud af kompressoren og køles i en varmeveksler, hvorefter den ledes til næste trin osv.
- *injektionskøling*, hvor der sprøjtes en mættet væske ind i gassen, som fordamper momentant og køler derved processen.

I figur 6.5 er i p, v - og T, s -diagrammer vist, hvordan køling påvirker kompressionsprocessen. Kølingen er illustreret ved en totrinskompression, hvor trykforholdet $p_2/p_1 = p_3/p_2$.

Processen 1-2-3 er den ukølede polytropiske proces, og 1-2-2k-3k den kølede proces. Proces 2-2k er køleprocessen, som antages isobar, og fuldstændig når tilbage til begyndelsestemperatur. Dette kunne tænkes at ske ved intercooling (mellemkøling).



Figur 6.5
Kompressionsproces med mellemkøling.

Det er værd at bemærke, at køling i huset ikke i praksis kan forløbe langs kompressionsprocessen, da luft/gasser er dårlige varmeledere.

Det ses i p,v -diagrammet, at der er tale om en reduktion af det specifikke arbejde, besparelsen ses som det farvede areal. I T,s -diagrammet ses, at temperaturen t_3 reduceres betragteligt ved kølingen.

6.2.5 Kølegrad

Hvis kompressionsprocessen er kølet, dvs. $q_{12} < 0$, må q_{12} kendes. Man udtrykker her ofte kølingen som en procentdel af det tilførte akselarbejde, udtrykt ved *kølegraden for kompressionsprocessen*, dvs.:

$$k_\phi = \frac{-q_{12}}{w_{i12}} \quad \text{dvs.} \quad q_{12} = -k_\phi w_{i12} \quad [6.13]$$

Energiligningen lyder:

$$q_{12} + w_{i12} = h_2 - h_1$$

Indsættes kølegraden, k_ϕ , givet ved [6.13] i energiligningen, fås:

$$w_{i12} = \frac{1}{1 - k_\phi} (h_2 - h_1) = \frac{1}{1 - k_\phi} \frac{\kappa R_i}{\kappa - 1} (t_2 - t_1) \quad [6.14]$$

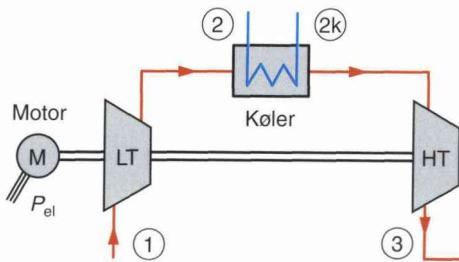
Heraf fås *polytropvirkningsgraden* for den kølede kompressionsproces:

$$\eta_{iK} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{n}{n - 1} (1 - k_\phi) \quad [6.15]$$

Eksempel 6.2

Beregninger på en totrins turbokompressor ved kølet og ukølet kompression

En totrins-turbokompressor skal komprimere procesgas. Gassen er en blanding af propan, butan og ethan, og har en molmasse på 44,23 samt en isentropeksponent på 1,135. Gasvolumenstrømmen til kompressoren er $4,85 \text{ m}^3/\text{s}$, tilgangstrykket er 1,4 bar, afgangstrykket er 7,0 bar og tilgangstemperaturen er 5°C . Ved beregninger kan antages en isentropisk virkningsgrad på 0,80.



Man ønsker at bestemme den nødvendige tilførte akseleffekt ved en ukølet kompressor, samt til sammenligning ved en kølet totrins-kompression, med fuldstændig køling af gassen til starttemperaturen imellem de to trin, jf. figur 6.5. Tillige ønskes afgangstemperaturen beregnet ved de to tilfælde.

Først må gasmassestrømmen beregnes ud fra kontinuitetsligningen. Densiteten beregnes ud fra tilstandsligningen for ideale gasser, idet det som en tilnærmelse antages, at gassen er en ideal gas. Gaskonstanten beregnes ud fra molmassen:

$$R_i = \frac{R_m}{M} = \frac{8314}{44,23} = 188 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$\rho_1 = \frac{p_1}{R_i T_1} = \frac{1,4 \cdot 10^5}{188 \cdot 278} = 2,68 \text{ kg/m}^3$$

$$q_m = \rho_1 q_{V1} = 2,68 \cdot 4,85 = 13,0 \text{ kg/s}$$

Det specifikke arbejde beregnes ud fra ligning [6.7]. Temperaturen efter kompressionen må først beregnes. Hertil anvendes ligning [6.11] og [6.12]:

$$T_{2s} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 278 \left(\frac{7,0}{1,4} \right)^{\frac{1,135-1}{1,135}} = 336,7 \text{ K}$$

$$T_2 = \frac{T_{2s} - T_1}{\eta_{sK}} + T_1 = \frac{336,7 - 278}{0,80} + 278 = 351,3 \text{ K}$$

Altså en sluttemperatur på 78,3 °C. Den specifikke varmekapacitet regnes konstant og beregnes til:

$$c_p = \frac{\kappa R_i}{\kappa - 1} = \frac{1,135 \cdot 188}{1,135 - 1} = 1580 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

Hermed kan det specifikke arbejde og effekten for kompression i et trin beregnes:

$$w_{i12} = c_p(T_2 - T_1) = 1580(351,3 - 278) = 115,9 \text{ kJ/kg}$$

$$P_{i12} = q_m w_{i12} = 13,0 \cdot 115,9 = 1506 \text{ kW}$$

Nu tænkes kompressoren kølet mellem de to trin. Trykforholdet regnes ens for de to trin, det betyder, at mellemtrykket, $p_m = p_2$, fås til:

$$\frac{p_3}{p_2} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow p_2 = \sqrt{p_3 p_1} = \sqrt{7,0 \cdot 1,4} = 3,13 \text{ bar}$$

Det ses af figur 6.5, at det specifikke arbejde for de to trin er ens, da der er samme trykforhold og dermed samme temperaturdifferens.

Mellemtemperaturen beregnes på samme måde som før, ud fra ligning [6.11] og [6.12], idet trykforholdet nu er 3,13/1,4. $T_m = 312,9 \text{ K}$; $t_m = 39,9 \text{ }^\circ\text{C}$.

Det specifikke arbejde pr. trin beregnes som før ud fra ligning [6.7], nu med den nye temperatur: $w_{i1m} = 110,3 \text{ kJ/kg}$.

Den tilførte effekt for kompression i to trin med mellemkøling bliver da:

$$P_{i13} = 2w_{\text{trin}}q_m = 110,3 \cdot 13,0 = 1434 \text{ kW}$$

Det vil sige en besparelse på ca. 5 %, og en reduktion af sluttemperaturen fra $78,3^\circ\text{C}$ til $39,9^\circ\text{C}$.

Mellemkølerens ydelse beregnes til:

$$\begin{aligned}\Phi_{22k} &= -q_mc_p(T_2 - T_{2k}) \\ &= -13,0 \cdot 1580(351,3 - 278) = 1506 \text{ kW}\end{aligned}$$

Bemærk:

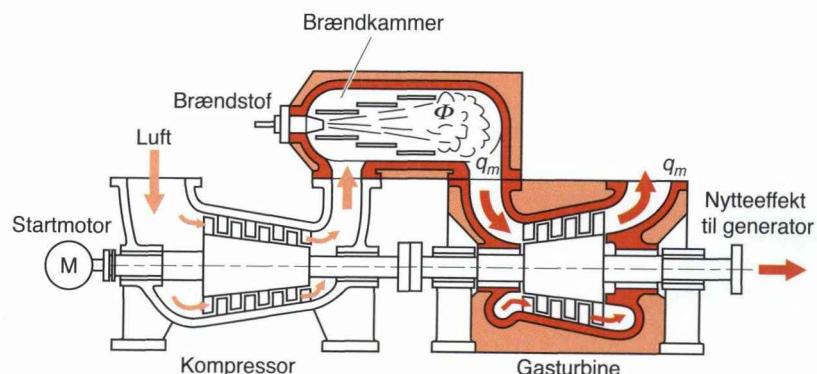
Ydelsen svarer til det specifikke arbejde pr. trin, da t_{2k} er lig t_1 , se figur 6.5.

6.3 Gasturbineanlæg

Et gasturbineanlæg er en varmekraftmaskine. Der kan være tale om stationære anlæg eller anlæg i fartøjer som f.eks. fly. De stationære anlæg anvendes til at drive en generator til produktion af elektrisk energi, og man udnytter også den varmeenergi, som udvikles ved processen. Af ikke-stationære anlæg er den mest anvendte jetmotoren. Her udnyttes gasturbineanlægget til at udvikle en gasstråle til fremdrift.

6.3.1 Stationære anlæg

Det simpleste stationære gasturbineanlæg, som vist i figur 6.6, er opbygget af en eller flere kompressorer, et eller flere brændkamre og en eller flere turbiner.



Figur 6.6

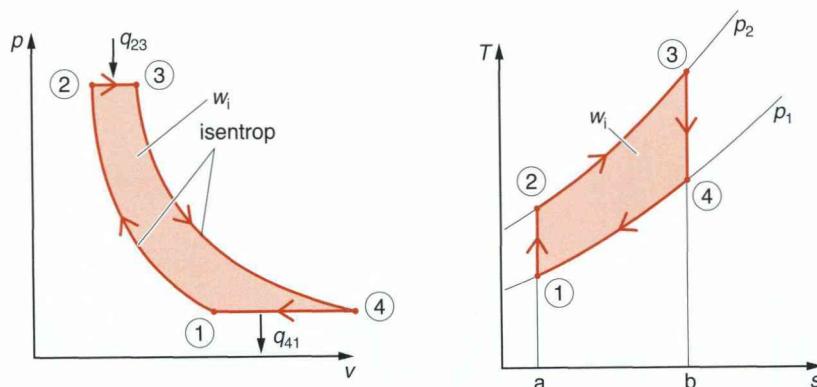
Princippet i et industriel gasturbineanlæg.

Atmosfærisk luft komprimeres i kompressoren og føres til brændkammeret. Her tilføres brændstof, som kan være naturgas eller brænselsolie. Der sker en forbrænding, der betragtes som isobar. Røggassen fra brændkammeret, som nu har et højt energiniveau (høj temperatur og tryk), tilføres turbinen, hvor den ekspanderes til et lavt tryk. Det arbejde som turbinen afgiver, driver kompressoren og generatoren. På figuren er vist en tilkoblet startmotor, som er nødvendig for opstart af anlægget.

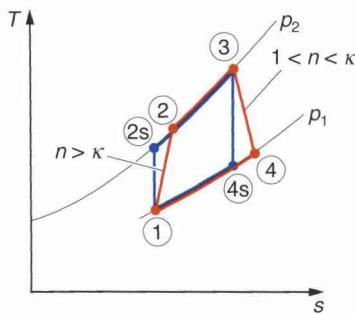
6.3.2 Gasturbinens kredsproces

Processen gennem et gasturbineanlæg består af flere efter hinanden forløbende processer og kan teoretisk set opfattes som en kredsproces. Flere sammenligningsprocesser er beskrevet i litteraturen. Her skal nævnes den såkaldte *Joule-proces*. For at opnå en kredsproces må udstødsgassen fra turbinen afkøles til begyndelsestilstand. I et virkeligt anlæg kan dette tænkes at foregå i en *udstødskedel* til opvarmning af vand eller produktion af damp. Joule-processen består af isentrop kompression 1-2, isobar opvarmning 2-3, isentrop ekspansion 3-4 og isobar afkøling tilbage til starttilstand.

Den *virkelige proces i gasturbinen* består, som vist i figur 6.8, af en polytrop kompression 1-2, en isobar forbrænding (tilnærmet) 2-3 og en polytrop ekspansion 3-4. De polytropiske processer er således forbundet med tab. Røggassen fra turbinen føres i praksis til varmeveksler, hvor varmeenergien udnyttes til opvarmning af vand til fjernvarme eller produktion af damp til en damperturbine. Røggassen føres i praksis ikke til punkt 1, men til en skorsten. Processerne 12s og 3-4s er de tilsvarende isentrope processer i kompressor og turbine.



Figur 6.7
Joule-processen
i et gasturbineanlæg.

**Figur 6.8**

Den virkelige gas-turbineproces (rød) og Joule-processen (blå).

Beregninger på et gasturbineanlæg foregår ved at foretage beregninger på de enkelte komponenter hver for sig. Se afsnit 6.1 og 6.2 for beregning af turbine og kompressor, samt kapitel 8 for beregning på forbrændingsprocessen. Massestrømmen gennem turbinen bliver som følge af brændselstilførslen lidt større end gennem kompressoren (2-5 %), men ved forenklede beregninger kan man se bort fra dette.

Det kan være interessant at definere forskellige virkningsgrader for at kunne vurdere anlæggets kvalitet.

6.3.3 Gasturbineanlæggets virkningsgrader

Termisk virkningsgrad

Kredsprocessens termiske virkningsgrad defineres som det afgivne nyttearbejde divideret med den tilførte varme:

$$\eta_t = \frac{|w_{ik}|}{q_{23}} = \frac{|w_{i12} + w_{i34}|}{q_{23}} \quad [6.16]$$

hvor w_{ik} er kredsprocessens samlede afgivne, specifikke arbejde til en generator, som vist på figur 6.6. Tallet vil vise sig at være negativt, hvilket betyder, at arbejdet afgives, det numeriske tegn.

Der er i ligning [6.16] ikke medregnet det arbejde, der skal tilføres diverse hjælpeudstyr, såsom oliepumpe til smøreolie, styring mv.

For Joule-processen kan der udledes et udtryk for den termiske virkningsgrad, som lyder:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad [6.17]$$

hvor T_1 og T_2 er de absolutte temperaturer før og efter kompressionen, se figur 6.7. Det ses, at virkningsgraden kun afhænger af temperaturforholdet (og dermed trykforholdet) og ikke af varmetilførslen. Større trykforhold eller/og større isentropeksponent øger altså virkningsgraden for Joule-processen. Større isentropeksponent fås ved enatomige gasser.

Arbejdsforhold

En anden størrelse, som er vigtig for at kunne vurdere et gasturbine-anlægs kvalitet, er *arbejdsforholdet*. Tallet er forholdet mellem kredsprocessens samlede afgivne arbejde og turbinens afgivne arbejde og defineres derfor:

$$r_f = \frac{W_{ik}}{W_{i34}} \quad [6.18]$$

For Joule-processen kan der, jf. side 148 i ref. /1.1/, udledes et udtryk for arbejdsgraden, som lyder:

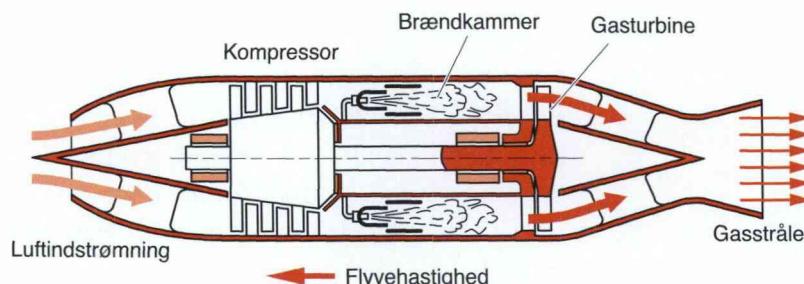
$$r_f = 1 - \frac{T_2}{T_3} \quad [6.19]$$

hvor T_2 og T_3 er de absolutte temperaturer før og efter forbrændingen, se figur 6.7. Det ses, at arbejdsgraden stiger med stigende temperatur T_3 . Den laveste temperatur for kredsprocessen, T_1 , ligger i gunstigste tilfælde kun lidt over omgivelsernes temperatur, og den maksimale temperatur, T_3 , er begrænset af materialeegenskaber. Derfor kan temperaturforholdet T_1/T_3 ikke blive lavere end en vis værdi. Tager vi denne værdi for givet, ses af [6.19], at arbejdsforholdet aftager med stigende temperaturforhold T_2/T_1 (og dermed stigende trykforhold og termisk virkningsgrad). Vil man altså opnå en god termisk virkningsgrad, fås en lav arbejdsgrad, og det praktiske anlæg er derfor følsomt overfor indre tab. Der er derfor i praksis en øvre grænse for trykforholdet p_2/p_1 .

6.3.4 Jetmotoren

Gasturbineanlæg har fundet stor udbredelse som motorer i flyvemaskiner, såkaldte *jetmotorer*. Det er lette og kompakte maskiner, som har et højt effekt-masseforhold. Princippet i en jetmotor er vist i figur 6.9.

Atmosfærisk luft tages ind i motoren gennem en diffusor, hvor der opnås en vis trykstigning. Herfra komprimeres luften gennem en aksial-turbokompressor, inden den ledes ind i en række brændkamre.



Figur 6.9
Jetmotor.

Røggassen fra brændkamrene tilføres nu med høj temperatur og højt tryk turbinen, hvor den ekspanderes. Turbinen er konstrueret, så dens afgivne arbejde netop kan drive kompressoren. Herved vil trykket efter turbinen ligge noget over trykket i omgivelserne, og dette udnyttes til at drive røggassen gennem en dyse, hvorved der opnås en stor afgangshastighed på gassen. Det er denne høje hastighed, som er medvirkende til at give fremdriften på maskinen. Fremdriftskraften, F , kan udledes af impuls ligningen (se afsnit 4.7) og reduceres til:

$$F = q_{mr}(c_a - c_f) \quad [6.20]$$

hvor

c_a er dyrehastigheden, m/s

c_f er flyvehastigheden, m/s

q_{mr} er røggasmassestrømmen, kg/s.

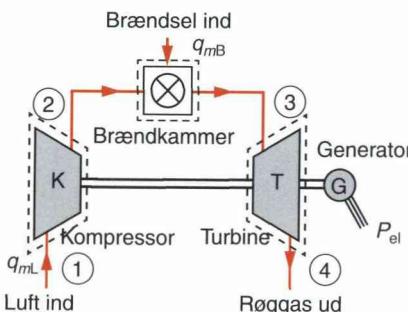
Hvad angår beregningen af motoren, følger denne samme princip som ved det stationære gasturbineanlæg.

Den viste jetmotor er en idealiseret jetmotor. De fleste jetmotorer, som anvendes i dag, er såkaldte *turbofan*-motorer, som ikke skal beskrives her. Der henvises til anden litteratur om emnet.

Eksempel 6.3

Beregninger på et gasturbineanlæg

Der ønskes udført beregninger på et gasturbineanlæg svarende til det, som er vist i figur 6.6. Anlægget tilføres en luftmassestrøm på 200 kg/s ved en temperatur på 15 °C og et tryk på 1 bar. Kompressorens trykforhold er 8. Det antages, at trykket efter turbinen ekspanderes til indgangstryk. Af hensyn til turbineskovlene er den maksimale temperatur før turbinen 800 °C. Der regnes med konstant massestrøm gennem anlægget, idet brændselsmassestrømmen er forsvindende i forhold til luftmassestrømmen. Der regnes tilnærmet med stofværdier som for tør atmosfærisk luft. Brændslet er naturgas med en brændværdi, H_n , på 41,83 MJ/kg. Kompressoren har en isentropisk virkningsgrad på 0,84 og turbinen på 0,86.



Kontrolflader påsat hovedkomponenter.

Først bestemmes tilstandsstørrelserne i anlægget i de fire punkter. Først beregnes temperaturerne gennem anlægget. Først for den isentrope sammenligningsproces (ideel proces), derefter for den virkelige proces (ukølede maskiner):

$$T_{2s} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 288 \left(\frac{8,0}{1,0} \right)^{\frac{1,40-1}{1,40}} = 521,7 \text{ K}$$

$$T_2 = \frac{T_{2s} - T_1}{\eta_{sK}} + T_1 = \frac{521,7 - 288}{0,84} + 288 = 566,2 \text{ K}$$

Altså en temperatur efter kompressoren på 293 °C. På samme måde beregnes temperaturen efter turbinen. Først for den isentrope sammenligningsproces (ideel proces), derefter for den virkelige proces:

$$T_{4s} = T_3 \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1073 \left(\frac{1,0}{8,0} \right)^{\frac{1,40-1}{1,40}} = 592,3 \text{ K}$$

$$\begin{aligned} T_4 &= T_3 - \eta_{sT}(T_3 - T_{4s}) \\ &= 1073 - 0,86(1073 - 592,3) = 659,6 \text{ K} \end{aligned}$$

Altså en temperatur efter turbinen på 387 °C.

Hherefter kan effekt til kompressor og fra turbine beregnes, idet de begge regnes adiabatiske, ukølede. Energibalancen for kompressoren giver:

$$q_m(h_1 - h_2) + P_{iK} = 0$$

$$\begin{aligned} P_{iK} &= q_m(h_2 - h_1) = q_m c_{pm}(T_2 - T_1) \\ &= 200 \cdot 1,004(566,2 - 288) = 55,9 \text{ MW} \end{aligned}$$

Energibalancen for turbinen giver:

$$q_m(h_3 - h_4) - P_{iT} = 0$$

$$\begin{aligned} P_{iT} &= q_m(h_3 - h_4) = q_m c_{pm}(T_3 - T_4) \\ &= 200 \cdot 1,004(1073 - 659,6) = 83,1 \text{ MW} \end{aligned}$$

Turbinens effekt afgives til kompressor og generator.

Hermed bliver den afgivne effekt til generatoren:

$$P_{gen} = P_{iT} - P_{iK} = 83,1 - 55,9 = 27,1 \text{ MW}$$

For at kunne afgive denne effekt, skal der tilføres en brændselsstrøm, som beregnes ud fra en energibalance. Energibalancen for brændkammeret giver:

$$q_m(h_2 - h_3) + q_{mB}H_n = 0$$

og heraf:

$$\begin{aligned} q_{mB} &= \frac{q_{mL}c_{pL}(T_3 - T_2)}{H_n} \\ &= \frac{200 \cdot 1,004(1073 - 566,2)}{41,83 \cdot 10^3} = 2,43 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

Hvilket er ca. 1,5 % af luftmassestrømmen, altså er det en rimelig antagelse, at massestrømmen er konstant gennem anlægget.

Den termiske virkningsgrad beregnes til:

$$\eta_t = \frac{P_{gen}}{q_{mB}H_n} = \frac{27,1}{2,43 \cdot 41,83} = 0,27$$

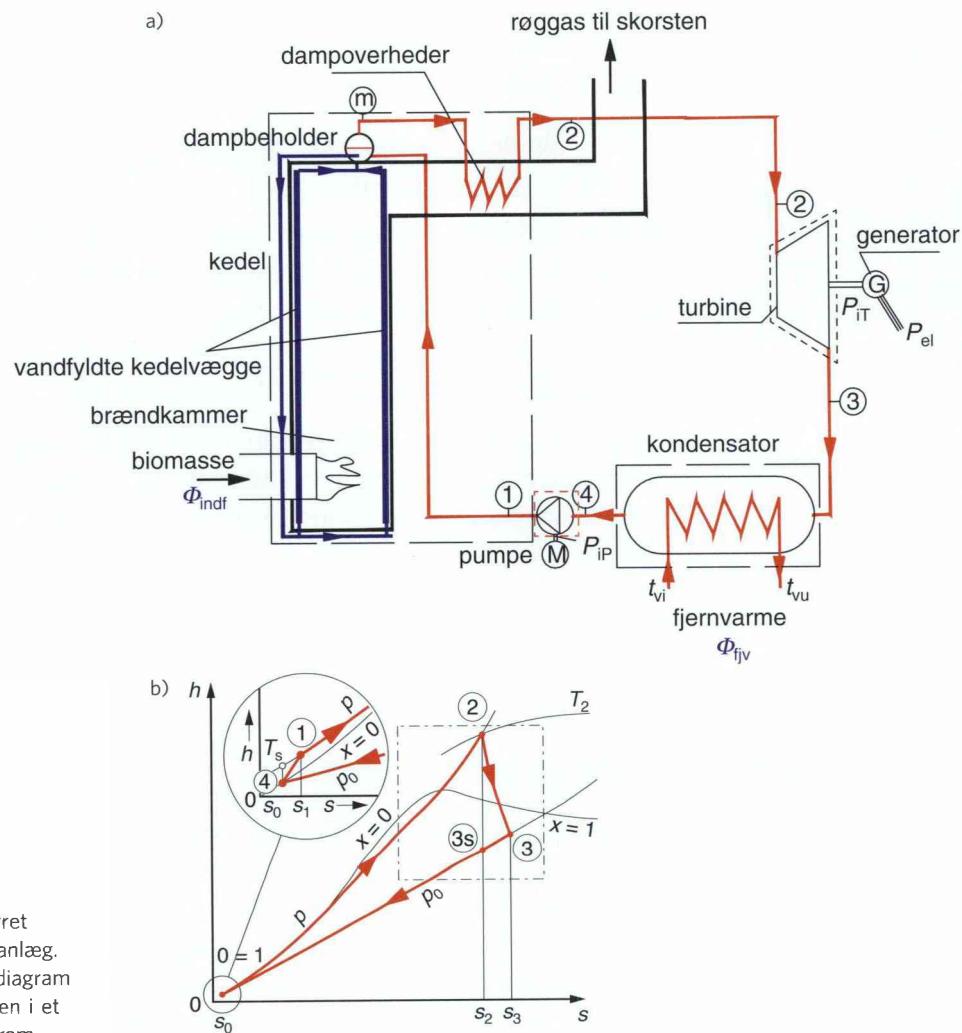
Et anlæg som dette bruges til produktion af el, men røggassen fra turbinen udnyttes i en såkaldt udstødskedel. Der varmeveksles her, og varmen udnyttes til fjernvarme. Dette ses i et såkaldt *Combined Cycle-anlæg*, se senere i kapitlet.

6.4 Dampkraftanlæg

Et dampkraftanlæg er en varmekraftmaskine. Der er tale om stationære anlæg, som anvendes til at drive en generator til produktion af elektrisk energi, og man udnytter oftest også den varmeenergi, som udvikles ved processen. Et simpelt dampkraftanlæg er opbygget som vist i figur 6.10a) af en dampkedel, en dampeturbine, en kondensator samt en fødepumpe. Turbinen driver her en generator.

Kedlen er opbygget af et brændkammer, hvor væggene er vandfyldte rørvægge, hvor vandet fordampes til mættet damp. Dette opsamles i en dampbeholder, hvor der er mættet vand og mættet damp. Fra denne beholder strømmer mættet damp til en dampoverheder, der er placeret i røgkanalen fra kedlen. Se principskitse, figur 6.10a). I kraftvarmeanlægget gennemløber vand hhv. vanddamp en kredsproces, ved hvilken der i kedlen optages energi og i turbinen afgives energi. Endvidere tilføres arbejde til fødepumpen. I kondensatoren afgives varmen til fjernvarme. I figur 6.10b) er kredsprocessen vist indtegnet i *h,s*-diagrammet.

Før i tiden var der i turbinens sted en dampstempelmanchine, hvor dampen ekspanderedes. Denne har i dag ikke nogen særlig udbredelse.

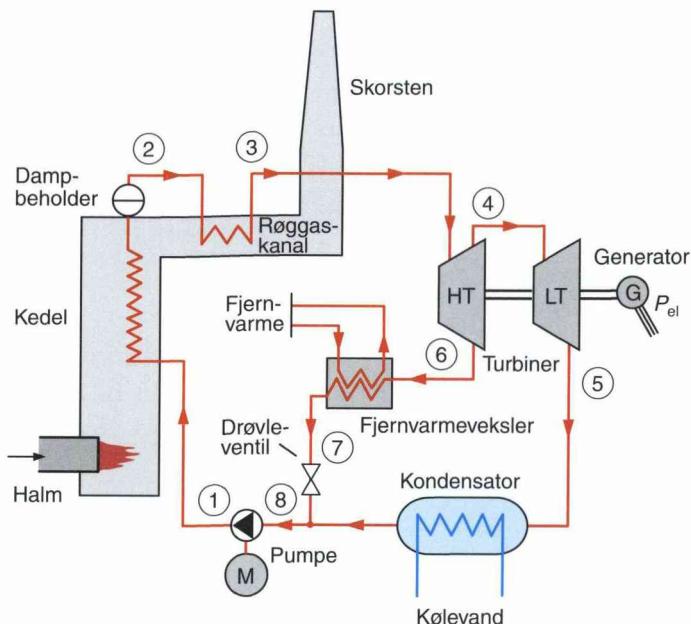


Figur 6.10
Biomassfyret
kraftvarmeanlæg.
a) Systemdiagram
b) Processen i et
 h,s -diagram

Anlægget i figur 6.11 leverer både varme og el. Det fungerer på følgende måde:

Fra fødevandspumpen tilføres kedlen vand, tilstand 1. Vandet opvarmes og fordampes via kedlens rørvægge og opsamles som mættet damp i dampbeholderen på toppen af kedlen, tilstand 2. Mættet damp strømmer herfra til dampoverhederen, som er placeret i røggaskanalen. I dampoverhederen overhedes dampen ved konstant tryk af den varme røggas til tilstand 3.

Den overhedede damp strømmer til højtryksturbinen (HT), hvor den ekspanderes til mellemtrykket. Fra højtryksturbinen udtages en delstrøm af dampen til en fjernvarmeveksler, tilstand 6, og en anden delstrøm til lavtryksturbinen (LT), tilstand 4. Tilstand 6 og 4 er ens.



Figur 6.11
Halmfyret
kraftvarmeværk.

I fjernvarmeveksleren afkøles og kondenseres dampen til mætningsstilstand, tilstand 7. Fjernvarmenvandet strømmer i modstrøm gennem en varmeveksler og opvarmes f.eks. fra 50 til 90 °C. Efter fjernvarmeveksleren drøvles trykket til kondenseringstrykket, tilstand 8.

I lavtryksturbinen (LT) ekspanderes dampen til et kondenseringstryk på f.eks. 0,05 bar, inden den strømmer til kondensatoren, tilstand 5. I kondensatoren afkøles og kondenseres dampen til mætningsstilstand. Der sker en blanding af tilstand 7 og 8 umiddelbart før pumpen.

Der sker, som det ses, en totrinsekspansion i anlægget, som det er skitseret her. Det betyder, at processen skal beregnes i to trin efter samme princip som vist på figur 6.12, proces fra 3 til 4 og derefter fra 4 til 5.

6.4.1 Energitekniske beregninger

I det efterfølgende skal de fire delprocesser i kredsprocessen i figur 6.10 gennemgås hver for sig. Da der er tale om et stof, som skifter fase, skal stofdata hentes i tabeller, fasediagrammer eller i EES, se kapitel 5. Her er der tale om *Mollier h,s-diagrammet* (det indrammede udsnit) og vanddamptabeller. I figur 6.10b ses, at kun en del af kredsprocessen kan beskrives i diagrammet, hvorfor øvrige data skal hentes i tabeller eller EES. Den i anlægget cirkulerende vand-/dampstrøm betegnes q_{MD} .

Kedel (overheder), proces 1-2:

I kedel og overheder tilføres energi fra brænslet, der indføres og brænder i brændkammeret. Vandet opvarmes, fordampes og overhedes. Der ses bort fra trykfald, trykket er $p_1 = p_2 = p_H$ (H for højtryk). Den specifikke varmestrøm, der tilføres dampen, er Φ_{12} . For kontrolfladen gælder energibalancen:

$$\Phi_{\text{indf}} + q_{mD}(h_1 - h_2) - \Phi_{\text{tab}} = 0$$

hvor

h_2 er dampentalpien for den overhedede damp i tilstand 2, aflæses i figur 5.12 eller aflæses i tabel 10.13a eller fra EES.

h_1 er entalpien af vand i tilstand 1.

h_m er entalpien inden overhederen, som er mætningstilstanden h''

Vands entalpi, h_v [kJ/kg], kan ved dampkraftberegninger med god tilnærmelse regnes for uafhængig af trykket, dvs. som:

$$h_v = h_{\text{ref}} + c_m(t_v - t_{\text{ref}}) \quad [6.21]$$

hvor

h_{ref} er en referenceværdi, der normalt sættes til 0 kJ/kg ved $t_{\text{ref}} = 0^\circ\text{C}$

c_m er specifik varmekapacitet for vand (4,2 kJ/(kg · K))

t_{ref} er referencetemperaturen 0°C

t_v er vandtemperaturen i $^\circ\text{C}$.

Den til dampen tilførte varmestrøm, Φ_{12} , kan således beregnes ud fra energibalancen på kedlen (den viste kontrolflade) som:

$$\Phi_{12} = q_{mD}(h_2 - h_1) = q_{mD}q_{12} \quad [6.22]$$

Ved fyringsprocessen er der tab, røgtab og konvektionstab mv. Der gælder derfor følgende sammenhæng:

$$\Phi_{12} = \Phi_{\text{indf}} - \Phi_{\text{tab}} = \Phi_{\text{indf}}\eta_k = H_n q_{mB}\eta_k \quad [6.23]$$

hvor

Φ_{indf} er indfyret effekt fra brænslet, kW

η_k er kedelvirkningsgrad, dimensionsløs, typisk $\eta_k = 0,85-0,95$

H_n er nedre brændværdi, kJ/kg

q_{mB} er indfyret brændselsmassestrøm, kg/s.

Turbine, proces 2-3:

Den overhedede damp i tilstand 2 ekspanderer gennem turbinen. Processen regnes adiabatisk ($q_{23} = 0$). Trykket aftager fra $p_2 = p_H$ til $p_3 = p_L$ (L for lavtryk). Processen er irreversibel ($s_3 - s_2 > 0$). Procesændringen er vist på figur 6.12.

Turbineydelsen, P_{iT} , beregnes ud fra energibalancen på turbinen (viste kontrolflade) som:

$$q_{mD}(h_2 - h_3) - P_{iT} = 0 \quad [6.24]$$

hvor dampentalpien efter turbinen, h_3 , findes af ligningen:

$$\eta_{sT} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_{3s}} \quad [6.25]$$

hvor

η_{sT} er turbinens isentropvirkningsgrad

h_{3s} er entalpien efter turbinen, forudsat et isentropisk procesforløb, dvs. en lodret linje i figur 6.12.

Af ligning [6.24] og [6.25] fås:

$$h_2 - h_3 = (h_2 - h_{3s})\eta_{sT} \quad [6.26]$$

Kondensatoren, proces 3-4:

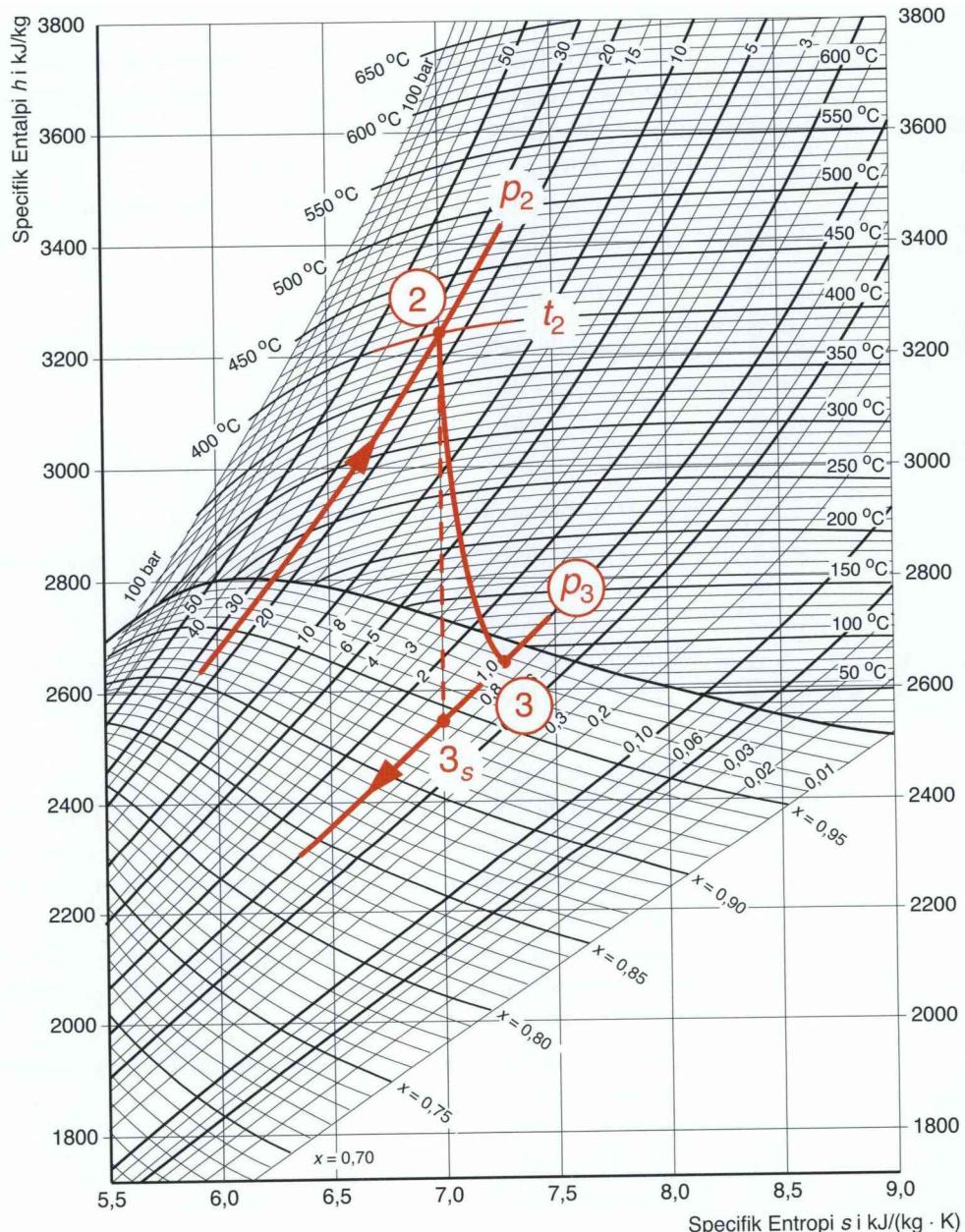
Dampen fra turbinen fortættes i kondensatoren til vand (på væskeform). Der tages ikke hensyn til tryktab, dvs. $p_3 = p_4 = p_L$. I tilstand 4 kan vandet være på mætningspunktet, dvs. $x_4 = 0$, eller evt. underkølet nogle grader.

Entalpien af vandet efter kondensatoren, h_4 , beregnes efter [6.21], idet temperaturen, t_4 , skal være kendt (eller tilstanden bestemmes i EES).

Kondensatorydelsen, Φ_k , beregnes ud fra energibalancen på kondensatoren (viste kontrolflade) som:

$$q_{mD}(h_3 - h_4) - \Phi_{fv} = 0 \quad [6.27]$$

Varmestrømmen Φ_{fv} tilføres fjernvarmenettet.



Figur 6.12 Procesforløb i turbinen, vist i et h,s -diagram.

Bemærk:

Procespunkt 3 vil ofte ligge i »det våde område«, dvs. med $x_3 < 1$, hvor x er dampindholdet ($x = \text{kg damp pr. kg damp-vand-blanding}$). Når x er mindre end 1, kaldes dampen for våd damp.

Af hensyn til slitage på turbineskovlene må x_3 ikke blive mindre end ca. $x_3 = 0,85$.

Pumpen, proces 4-1:

I pumpen hæves trykket fra $p_4 = p_L$ til $p_1 = p_H$. Vandets specifikke volumen, v' , kan regnes konstant, da den er inkompressibel, dvs. $v' = v'_4 = v'_1 = 0,001 \text{ m}^3/\text{kg}$.

Det specifikke, tekniske arbejde tilført pumpen, w_{t41} , kan med god tilnærmelse beregnes som:

$$w_{t41} = v'(p_1 - p_4) \quad [6.28]$$

Bemærk:

Hvis trykkene indsættes i Pa (= N/m²) og specifikt volumen i m³/kg, bliver enheden af w_{t41} J/kg og ikke kJ/kg. Da alle andre beregninger normalt foregår i kJ/kg, skal man altså huske at dividere talværdien af w_{t41} i ligning [6.28] med 1000.

Den til pumpen nødvendige effekt, P_{iP} , beregnes nu som:

$$P_{iP} = \frac{q_{mD} w_{t41}}{\eta_{0P}} = q_{mD} w_{i41} \quad [6.29]$$

hvor

η_{0P} er pumpens indre virkningsgrad, dimensionsløs.

Entalpien efter pumpen, h_1 , kan findes af energiligningen, energibalancen på pumpen, dvs.:

$$h_1 = h_4 + \frac{P_{iP}}{q_{mD}} = h_4 + w_{i41} \quad [6.30]$$

og heraf kan igen temperaturen efter pumpen, t_1 , findes af ligning [6.21], idet denne løses med hensyn til t .

Mætningstemperaturer

I anlægget findes to tryk, $p_1 = p_2 = p_H$ og $p_3 = p_4 = p_L$. De hertil svarende mætningstemperaturer kaldes hhv. kogepunkt, t_H , og kondenseringstemperatur, t_L . De kan findes af tabel 10.12, evt. aflæses i diagram 10.27 eller fås i EES.

Eksempel 6.4

Beregning på procesforløbet i et kraftvarmeanlæg

Et kraftvarmeværk er opbygget som figur 6.10. En dampkedel leverer overheded damp ved et tryk $p_2 = 60$ bar og en temperatur $t_2 = 550^\circ\text{C}$. I kedlen forbrændes olie med en brændværdi $H_n = 42 \text{ MJ/kg}$ ved en kedelvirkningsgrad $\eta_k = 0,90$. Dampstrømmen $q_{mD} = 4 \text{ kg/s}$ strømmer fra kedlen til en dampturbine T (modtryks-turbine), hvor den ekspanderer til trykket $p_3 = 1,0$ bar og temperaturen $t_3 = 120^\circ\text{C}$. Turbinen driver en generator til el-produktion.

Fra turbinen strømmer dampen til en varmeveksler (kondensator) for produktion af fjernvarme. I varmeveksleren afkøles og kondenserer dampen ved konstant tryk $p_3 = p_4$. Efter varmeveksleren har kondensatet mætningstilstand $x_4 = 0$.

Fjernvarmevandet opvarmes fra 50 til 90 °C. Fødevandspumpen tilfører fødevand til kedlen ved et tryk $p_1 = 60$ bar. Pumpens virkningsgrad sættes til 0,70.

Processen indtegnes i h,s -diagrammet for vanddamp. Ved hjælp af aflæsninger i denne og i damptabellen 10.12, eller fra EES, beregnes følgende, idet tilstandsstørrelserne er bestemt og her gives i tabel fra EES:

Sort	1 h_i [kJ/kg]	2 p_i [bar]	3 s_i [kJ/kg·K]	4 t_i [C]	5 v_i [m ³ /kg]	6 x_i
[1]	426,3	60	1,31	100,7	0,001041	
[2]	3541	60	7,029	550	0,061	
[3]	2716	1	7,466	120	1,793	
[4]	417,5	1	1,303	99,63	0,001043	0

Det bemærkes, at entalpien i tilstand 1, h_1 , kan bestemmes af følgende:

$$h_1 = h_4 + w_{i41} = 417,5 + 8,794 = 426,3 \text{ kJ/kg}$$

idet pumpearbejdet, w_{i41} , findes af:

$$\begin{aligned} w_{i41} &= v_4(p_1 - p_4) \frac{1}{\eta_{0P}} = 1,043 \cdot 10^{-3} (60 - 1) \frac{10^5 \cdot 10^{-3}}{0,70} \\ &= 8,794 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Den tilførte specifikke varme samt varmestrøm til kedlen:

$$q_{12} = h_2 - h_1 = 3541 - 426,3 = 3114,7 \text{ kJ/kg}$$

$$\Phi_{12} = q_{mD}(h_2 - h_1) = q_{mD}q_{12} = 4 \cdot 3114,7 = 12,46 \text{ MW}$$

Turbinens afgivne specifikke arbejde og effekt på akslen:

$$w_{i23} = h_3 - h_2 = 2716 - 3541 = -825 \text{ kJ/kg}$$

$$P_{iT} = q_{mD}(h_2 - h_3) = 4(3541 - 2716) = 3,30 \text{ MW}$$

Overført varmestrøm i varmeveksleren til fjernvarme:

$$q_{34} = h_4 - h_3 = 417,5 - 2716 = -2298,5 \text{ kJ/kg}$$

$$\Phi_{fv} = q_{mD}(h_3 - h_4) = 4(2716 - 417,5) = 9,20 \text{ MW}$$

Tilført effekt til pumpen beregnes af:

$$P_{iP} = q_{mD}w_{i41} = 4 \cdot 8,794 = 35,2 \text{ kW}$$

og den indfyrede varmestrøm beregnes af:

$$\Phi_{\text{indf}} = \Phi_{12} \frac{1}{\eta_k} = 12,46 \frac{1}{0,90} = 13,84 \text{ MW}$$

Anlæggets virkningsgrader bestemmes ved (se ligning [6.32] og [6.33]):

$$\eta_{\text{el}} = \frac{P_{iT} - P_{iP}}{\Phi_{\text{indf}}} = \frac{3,30 - 35,2 \cdot 10^{-3}}{13,84} = 0,24$$

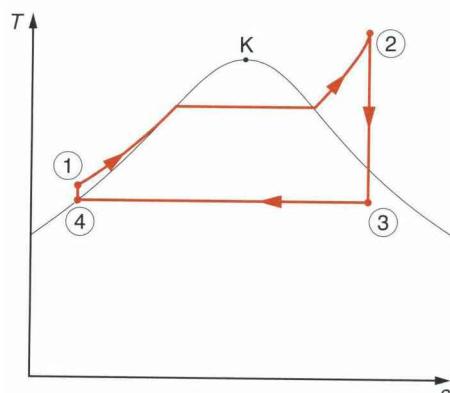
$$\eta_{\text{tot}} = \frac{P_{iT} - P_{iP} + \Phi_{\text{fjv}}}{\Phi_{\text{indf}}} = \frac{3,30 - 35,2 \cdot 10^{-3} + 9,20}{13,84} = 0,90$$

Olieforbruget bliver:

$$q_{mo} = \frac{\Phi_{12}}{H_n \eta_k} = \frac{12,46}{42 \cdot 0,90} = 0,33 \text{ kg/s}$$

6.4.2 Clausius-Rankine-processen

Ligesom ved gasturbineanlægget findes her en sammenligningsproces. *Clausius-Rankine-processen* består af isentrop trykstigning i pumpen, isentrop ekspansion i turbinen, isobar opvarmning, fordampling og overhedning i kedlen og isobar afkøling og kondensation i kondensatoren. Processen er vist indtegnet i et T,s -diagram i figur 6.13. Nummerering iht. figur 6.10.



Figur 6.13
Clausius-Rankine-proces.

6.4.3 Dampkraftanlæggets virkningsgrader

Termisk virkningsgrad

Kredsprocessens termiske virkningsgrad defineres for Clausius–Rankine-processen som afgivet nyttearbejde divideret med tilført varme:

$$\eta_t = \frac{|w_{i23}|}{q_{12}} = \frac{|h_3 - h_2|}{h_2 - h_1} \quad [6.31]$$

hvor w_{i23} , turbinearbejdet, er kredsprocessens samlede afgivne specifikke arbejde, dvs. at der her ikke tages hensyn til pumpearbejdet, da det er relativt lille i forhold til turbinearbejdet. Tallet vil vise sig at være negativt, dette betyder, at arbejdet afgives, derfor anvendes den numeriske værdi.

Der er i ligning [6.31] heller ikke medregnet det arbejde, der skal tilføres diverse hjælpeudstyr, såsom ventilatorer til røggas mv.

El-virkningsgraden

El-virkningsgraden beregnes som:

$$\eta_{el} = \frac{P_{iT} - P_{iP}}{\Phi_{indf}} \quad [6.32]$$

Totalvirkningsgraden

Såfremt kondenseringsvarmen, Φ_k , også udnyttes, f.eks. til fjernvarme, kan værkets totalvirkningsgrad defineres som:

$$\eta_{tot} = \frac{P_{iT} - P_{iP} + \Phi_k}{\Phi_{indf}} \quad [6.33]$$

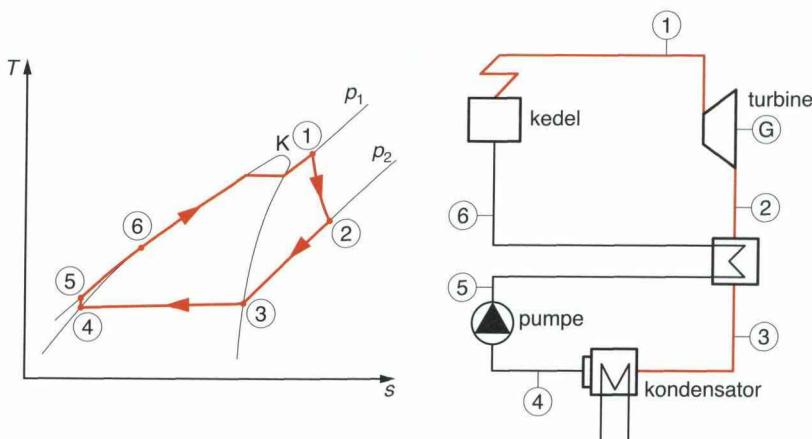
Det skal bemærkes, at der i virkningsgraderne ikke er medregnet virkningsgrad for en generator.

6.4.4 ORC-anlæg

Til omsætning af varme til mekanisk arbejde ved lave temperaturer er anlæg med organisk arbejdsmedium specielt velegnet. Denne type anlæg kaldes *ORC-anlæg* (*Organisk Rankine Cyklus*). Princippet i et sådant anlæg er vist i figur 6.14.

Kredsprocessen i ORC-anlægget svarer i store træk til kredsprocessen i et dampkraftanlæg, som den er beskrevet. Dog er der her tale om en intern varmeveksling (2-3), som medvirker til at forbedre virkningsgraden:

- 1-2 Ekspansion af damp i en turbine eller en skruekompressor (anvendt som arbejdsmaskine)



Figur 6.14
ORC-anlæg.

- 2-3 Isobar afkøling til tæt på mætringsstemperaturen. Varmen bruges til forvarmning af væsken.
- 3-4 Restkøling og kondensation af dampen
- 4-5 Trykstigning i pumpen
- 5-6 Isobar forvarmning af væsken
- 6-1 Opvarmning, fordampning og overhedning af mediet

Processen kan gennemføres med en række forskellige arbejdsmedier. De maksimale arbejdstemperaturer ligger i området 90 °C til 300 °C, alt efter energikildens art. Energikilder er f.eks. spildvarme og røggas. I dette temperaturområde skal findes et arbejdsmedium, som har tilstrækkeligt højt kritisk tryk. Stoffer som toluol, isobutan og ammoniak kan komme på tale. Der er indtil dato ikke udført ret mange ORC-anlæg. De opnælige virkningsgrader er små på grund af de små temperaturdifferencer, typisk 10-20 %.

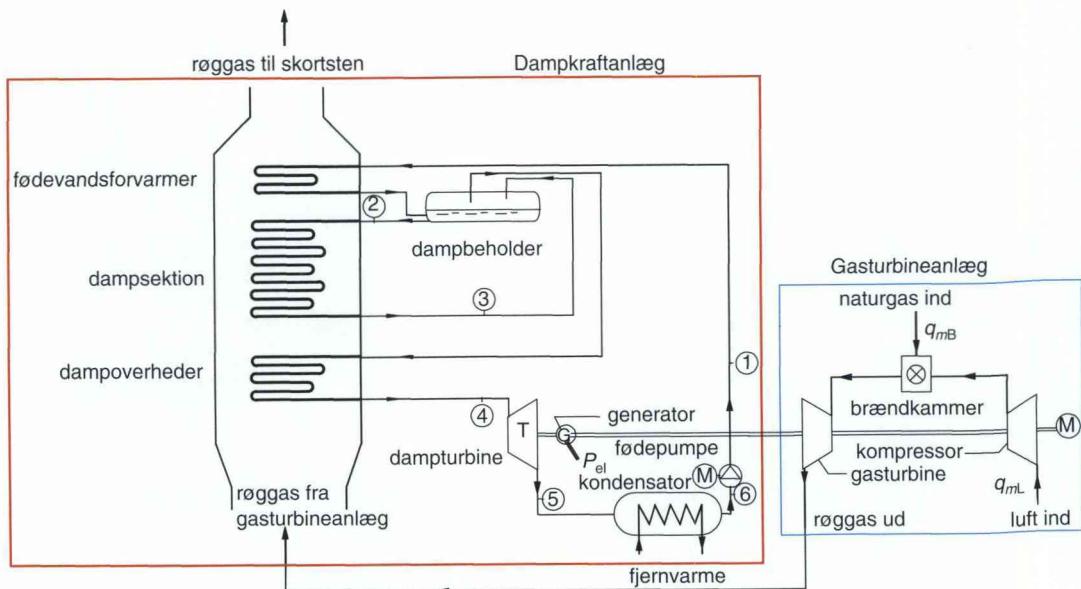
6.4.5 Combined Cycle-anlæg

I de senere år er der udviklet en række forskellige kombinationer af dampkraft- og gasturbineanlæg. Her skal blot til eksempel kort gennemgås en enkelt type, som der i Danmark er bygget en del af.

I figur 6.15 er vist en sådan kombination af et gasturbineanlæg og et dampkraftanlæg.

Varm røggas fra gasturbinens turbineafgang afkøles gennem en *udstødskedel*, hvorved vand opvarmes, fordampes og overhedes. Udstødskedlen fungerer som kedlen i et dampkraftanlæg.

Totalvirkningsgraden for anlæg af denne type beregnes som ved dampkraftanlæg, blot skal P_{IT} i ligning [6.32] og [6.33] være summen af afgiven effekt fra gasturbineanlægget, P_G , og dampkraftanlægget, P_D .

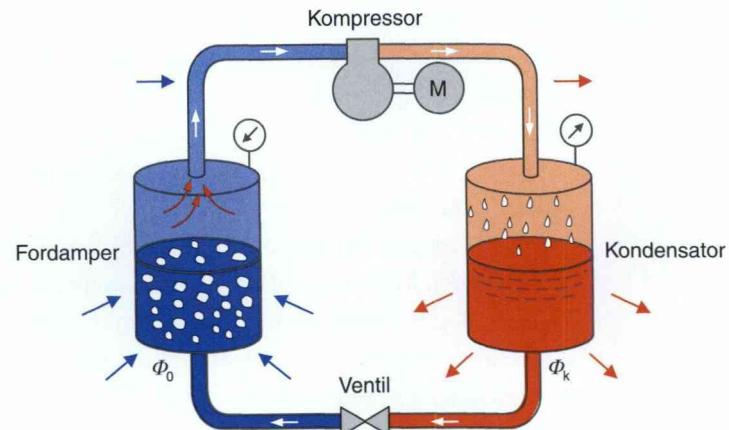


Figur 6.15 Systemdiagram for et Combined Cycle-anlæg.

6.5 Køleanlæg

I et køleanlæg gennemføres en kredsproces med modsat retning af varmekraftanlæg, altså en proces som løber mod uret i tilstandsdiagrammet. Der er tale om anlæg, hvor man ved hjælp af tilførsel af mekanisk arbejde optager varmeenergi ved et lavt temperaturniveau og afgiver varmeenergi ved et højere temperaturniveau.

Der tilføres en varmestrøm, Φ_0 , til fordamperen, hvorved væsken koger/fordamper. Hvis beholderen var lukket, ville trykket stige og temperaturen stige, derfor suges dampen ved hjælp af kompressoren

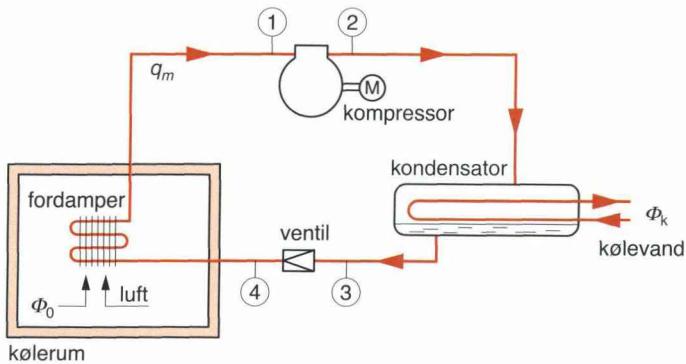


Figur 6.16

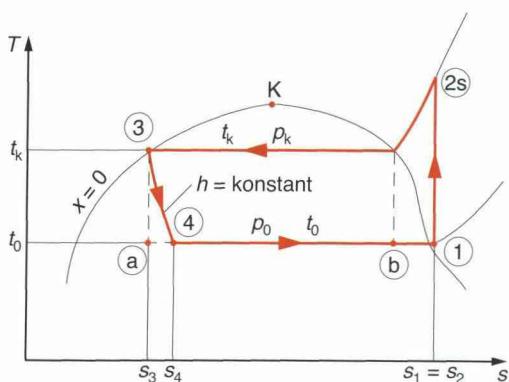
Princippet i et kompressionskøleanlæg.

ud af beholderen, således at trykket og dermed temperaturen kan holdes konstant på den ønskede værdi. Ved faseskift er temperatur og tryk konstant. Kompressoren komprimerer derefter gassen til et højere tryk (og dermed højere temperatur) og i kondensatoren sker den modsatte proces end fordamperen. Her afkøles gassen, til den kondenserer, og der fjernes så stor en varmestrøm, Φ_k , at al gassen netop er kondenseret. Faseskiftet foregår også her ved konstant tryk og temperatur, temperaturen er således højere end omgivelserne. Ventilen skal derefter sørge for at holde den ønskede trykforskæl mellem højtryks- og lavtrykssiden.

I et køleanlæg udnyttes, at der fjernes varme fra et lavt temperaturniveau, og i et varmepumpeanlæg udnyttes varmeafgivelsen ved det høje temperturniveau. Et simpelt køleanlæg er opbygget, som det er vist i figur 6.17a), af en kompressor, en fordamper, en kondensator samt en ekspansionsventil (eller drøvleventil). I køleanlægget gennemløber et kølemiddel en kredsproces, ved hvilken der i fordamperen optages varmeenergi, og i kondensatoren afgives varmeenergi. For at processen kan forløbe, må der tilføres arbejde til kompressoren. I figur 6.17b) er kredsprocessen indtegnet i T,s -diagrammet.



Figur 6.17
a) Køleanlæg.

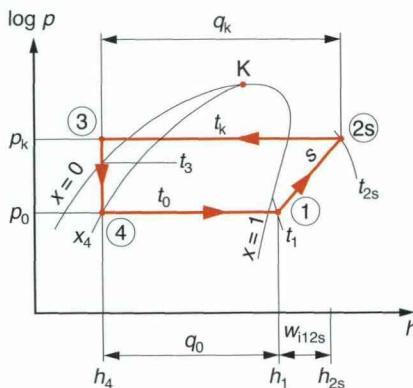


b) Kredsproces indtegnet
i T,s -diagrammet.

6.5.1 Energitekniske beregninger

I det efterfølgende gennemgås de fire delprocesser i kredsprocessen hver for sig. Da stoffet skifter fase, skal stofdata hentes i tabeller, fasediagrammer eller fra EES, se kapitel 5. Her er log p,h -diagrammet velegnet, evt. suppleret af dampstabeller eller IT-programmer (f.eks. Coolpack, se kap. 5). I figur 6.18 ses kredsprocessen indtegnet i log p,h -diagrammet. For en typisk praktisk opgave vil temperaturerne t_0 , t_k og den tilførte varmestrøm til proces 4-1 være kendte. Det ses, at punkt 1 ligger i det overhedede område, idet der er tale om en lille *overhedning* af kølemiddelgassen før kompressoren. Endvidere ligger punkt 3 i væskeområdet, idet der er tale om en lille *underkøling* af kølemiddelvæsken efter kondensatoren. Kendes disses størrelse, kan processen indtegnes, og de nødvendige tal for beregningerne findes. Den i anlægget cirkulerende kølemiddlestrøm betegnes q_{mR} .

Ved anvendelse af energiligningen ved beregningerne i det følgende ses der overalt bort fra ændringer i kinetisk og potentiel energi. Desuden ses bort fra varmeudveksling med omgivelserne (eneste energiudveksling med omgivelserne er q_{41} , w_{i12} og q_{23} , se figur 6.17).



Figur 6.18
Køleprocessen
i log p,h -diagrammet.

Kompressoren, proces 1-2:

I kompressoren indsuges kølemiddlegassen ved tilstand 1 (p_0 , t_1 , v_1) og komprimeres til tilstand 2 (p_k , t_2 , v_2). Kompressionen antages at være adiabatisk, dvs. $q_{12} = 0$, men ikke tabsfri, dvs. $w_{diss12} > 0$.

Den til kompressoren tilførte indre effekt, P_{iK} , beregnes ved en energibalancen på kompressoren til:

$$P_{iK} = w_{i12} q_{mR} \quad [6.34]$$

hvor q_{mR} er den cirkulerede kølemiddlestrøm, og w_{i12} er det specifikke, indre tilførte arbejde givet ved (uden køling):

$$w_{i12} = h_2 - h_1 = \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_{sK}} \quad [6.35]$$

hvor

h_2 er den specifikke entalpi efter kompressionen, kJ/kg

h_1 er den specifikke entalpi før kompressionen, kJ/kg

h_{2s} er den specifikke entalpi efter kompressionen, forudsat samme entropi som i tilstand 1, dvs. $s_{2s} = s_1$, kJ/kg

η_{sK} er kompressorens isentropske virkningsgrad, som er defineret som:

$$\eta_{sK} = \frac{P_{is}}{P_a} = \frac{q_{mR}(h_{2s} - h_1)}{P_a}$$

Hvis kompressoren regnes uden køling, ses af energibalancen [6.37], at:

$$P_a = q_{mR}(h_2 - h_1)$$

og entalpien i tilstand 2 kan berenes af [6.35].

Den cirkulerede kølemiddelstrøm beregnes som:

$$q_{mR} = \frac{q_{V1}}{v_1} = \frac{q_{Vs}\eta_V}{v_1} \quad \text{og} \quad q_{mR} = \frac{\Phi_0}{h_1 - h_4} \quad [6.36]$$

idet første led er den massestrøm kompressoren kan leve, mens andet led er den ønskede massestrøm ud fra beregnet/ønsket kuldeydelse, Φ_0 .

hvor

q_{V1} er volumenstrømmen i tilstand 1, m³/s

q_{Vs} er kompressorens teoretiske slagvolumenstrøm, m³/s

v_1 er kølemidlets specifikke volumen i tilstand 1, m³/kg

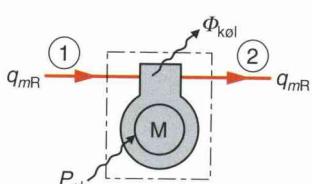
η_V er kompressorens volumetriske virkningsgrad, typisk 0,6-0,9.

Den volumetriske virkningsgrad, η_V , udtrykker forholdet mellem kompressorens slagvolumenstrøm, q_{Vs} , og den volumenstrøm, der rent faktisk indsuges til kompressoren i tilstand 1, q_{V1} . Altså

$$\eta_V = \frac{q_{V1}}{q_{Vs}}$$

I praksis er kølekompressorer oftest kølet. Dette enten vandkølet, kølet ved hjælp af fordampning af kølemiddel eller blot luftkølet.

Dette betyder, at temperaturen efter kompressoren, trykgastemperaturen i punkt 2 ikke kan beregnes ved hjælp af ligning [6.35].



Figur 6.19
Kølekompressor.

På figur 6.19 er vist en kølekompressor af typen kaldet *hermetisk kompressor* (som de findes i de fleste køleskabe), det vil sige, at elmotoren er indbygget i kompressorhuset. Der er sat en kontrolflade på kompressoren og vist en tilført el-effekt, P_{el} , og en varmestrøm for kølingen, $\Phi_{køl}$. Kølemiddelmassestrømmen, q_{mR} , tilføres i punkt 1 og komprimeres til punkt 2. Energibalancen for systemet giver:

$$q_{mR}(h_1 - h_2) + P_{el} - \Phi_{køl} = 0 \quad [6.37]$$

I ligningen kan el-effekten beregnes af følgende:

$$P_{el} = \frac{P_K}{\eta_{motor}}$$

og kompressorens tilførte indre effekt (akseleffekt) kan beregnes ud fra den isentropiske virkningsgrad:

$$P_K = \frac{P_{i12s}}{\eta_{sK}} = \frac{q_{mR}(h_{2s} - h_1)}{\eta_{sK}}$$

Varmestrømmen, som køles fra kompressoren, kan som tidligere nævnt (afsnit 6.2.5) angives ved en kølegrad, k_ϕ . Denne kan i praksis ligge mellem 0,1-0,3. Varmestrømmen kan da beregnes af:

$$\Phi_{køl} = -k_\phi P_K$$

Indsættes varmestrømmen og el-effekten i ligning [6.37], kan h_2 og dermed trykgasttemperaturen, t_2 , beregnes. Denne temperatur vil være lavere end den af [6.35] beregnede.

Kondensatoren, proces 2-3:

I kondensatoren afkøles den overhedede kølemiddelgas fra temperaturen t_2 til kondenseringstemperaturen, t_k , kondenserer ved denne og underkøles eventuelt til sidst fra t_k til temperaturen t_3 . Processen regnes her for isobar ($p_3 = p_2$).

Kondenseringsydelsen, Φ_k , dvs. den varmestrøm, som skal køles bort fra kondensatoren, beregnes ved en energibalance på kondensatoren som:

$$q_{mR}(h_2 - h_3) - \Phi_k = 0 \quad [6.38]$$

Underkølingen betegnes af $\Delta t_{uk} = t_k - t_3$.

Ekspansionsventilen, proces 3-4:

I ekspansionsventilen (eller drøvleventilen) sænkes trykket fra kondenseringstrykket, p_k , til fordampningstrykket, p_0 . Processen er adiabatisk, dvs. $q_{34} = 0$, og der tilføres ikke arbejde, dvs. $w_{i34} = 0$. Man får derved:

$$h_4 = h_3 \quad [6.39]$$

dvs. en lodret linje i log p,h -diagrammet.

Fordamperen, proces 4-1:

I fordamperen optages varme, Φ_0 , også kaldet *kuldehydelsen*, ved fordamplingstemperaturen, t_0 . Efter ekspansionsventilen tilføres kølemidlet varme, hvorved det fordamper. Hvis der efter fordamplingen tilføres yderligere varme, overhedes kølemiddelgassen fra temperaturen t_0 til t_1 . Overheden betegnes $\Delta t_{\text{oh}} = t_1 - t_0$. Kuldehydelsen beregnes ved en energibalancen på fordamperen som:

$$q_{mR}(h_4 - h_1) + \Phi_0 = 0 \quad [6.40]$$

Processen regnes her isobar, dvs. $p_1 = p_4 = p_0$.

6.5.2 Køleanlæggets virkningsgrader

Effektfaktor

Køleanlæggets virkningsgrad defineres på samme måde som ved varmekraftanlæg. Ved køleanlæg er det den tilførte varme til fordamperen, der udnyttes og kompressorarbejdet, som skal tilføres. »Virkningsgraden« bliver herved større end 1, og kaldes derfor *effektfaktor, kølefaktor* eller på engelsk *COP (Coefficient of Performance)*.

Den er defineret som udnyttet energi divideret med tilført arbejde:

$$\varepsilon_{\text{køl}} = \frac{q_{41}}{w_{i12}} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} = \frac{\Phi_0}{P_{iK}} \quad [6.41]$$

hvor P_{iK} enten er tilført akseleffekt eller el-effekt.

Det skal bemærkes, at ligningen kun gælder ved et simpelt ettrinskøleanlæg, hvor massestrømmen gennem fordamper og kompressor er ens.

For et varmepumpeanlæg er det kondensatorens afgivne varme, som udnyttes, derfor bliver effektfaktoren her den udnyttede energi divideret med det tilførte arbejde:

$$\varepsilon_{\text{vp}} = \frac{|q_{23}|}{w_{i12}} = \frac{|h_3 - h_2|}{h_2 - h_1} = \frac{\Phi_k}{P_K} \quad [6.42]$$

Det ses, at varmepumpens effektfaktor bliver større end køleanlæggets. Det skyldes, at den optagne el-effekt kan nyttiggøres som varme i en varmepumpe, jf. også figur 2.20. Faktisk kan det vises, at hvis $q_{12} = 0$ (adiabatisk kompression), gælder der:

$$\varepsilon_{\text{vp}} = \varepsilon_{\text{køl}} + 1$$

Det kan forekomme, at både fordamperens optagne varme og kondensatorens afgivne varme udnyttes, f.eks. i et supermarked, hvor fordamperen optager varme fra køle- og frysemonstre og kondensatorens afgivne varme udnyttes til opvarmning af butik og kontorer. I et sådant tilfælde vil effektfaktoren beregnes ved summen af de to effektfaktorer.

6.5.3 Kølemidler

I principippet kan alle stoffer anvendes som kølemiddel. Man skal vælge et kølemiddel, som i det aktuelle tilfælde både kan fordampe og kondensere, dvs., at kondenseringstemperaturen skal ligge under stoffets kritiske temperatur, og fordampningstemperaturen skal ligge over stoffets frysepunkt.

Der har i de senere år været en del debat om valg af kølemidler. Stoffer, som man tidligere har anvendt som kølemiddel (CFC-kølemidler eller freon-gasser) på grund af stofegenskaber som stabilitet, ugifstighed, ubrændbarhed m.m., har vist sig at være skadelige for ozonlaget og er derfor blevet forbudt. Der er udviklet nye kølemidler til erstatning af disse.

En række nye kølemidler ses anvendt idag. Det ser ud til, at udviklingen går i retning af *naturlige kølemidler*. Det vil sige stoffer, som findes i vores omgivelser, stoffer som ammoniak NH_3 , kulbrinter som butan og propan, kuldioxid CO_2 , vand og luft. Ud over disse naturlige kølemidler er stoffer som R134a (trifluorethan) m.fl. meget anvendt. Diagrammer for R134a og NH_3 ses i kapitel 10, for andre kølemiddeldiagrammer må henvises til andre kilder. (Coolpack, se kapitel 5).

Eksempel 6.5

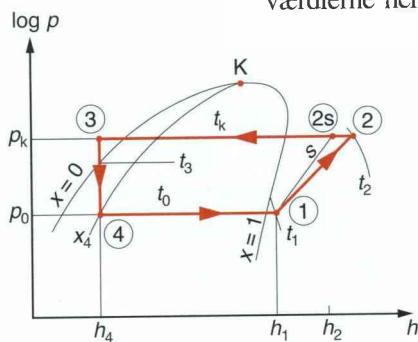
Beregninger på processen i et kompressionskøleanlæg

Et køleanlæg til køling af mælk er opbygget som vist i figur 6.17.

I anlægget cirkulerer kølemidlet R134a. Kondenseringstemperaturen er $40\text{ }^\circ\text{C}$ og fordampningstemperaturen er $0\text{ }^\circ\text{C}$. Før kompressoren er der en overhedning på 5 K , det vil sige, at temperaturen her er $5\text{ }^\circ\text{C}$. Før ekspansionsventilen er der en underkøling på 5 K , det vil sige, at temperaturen her er $35\text{ }^\circ\text{C}$. Kompressorens isentropiske virkningsgrad er $0,72$ (beregnes ud fra datablad).

Ved en kuldehydelse på 5 kW ønskes forskellige beregninger på anlægget udført:

Køleprocessen indtegnes i et $\log p, h$ -diagram for kølemidlet R134a, se figur 10.26. I diagrammet kan værdier for h og v aflæses, værdierne her er fundet i IT-programmet Coolpack /5.3/:



$$h_1 = 401,791 \text{ kJ/kg};$$

$$h_{2s} = 428,217 \text{ kJ/kg};$$

$$h_3 = h_4 = 248,748 \text{ kJ/kg};$$

$$v_1 = 0,070715 \text{ m}^3/\text{kg}$$

h_3 kan også aflæses nøjagtigt i damptabel til $248,8 \text{ kJ/kg}$ ($= h'$ ved $35\text{ }^\circ\text{C}$)

Punkt 2 beregnes ved hjælp af den isentropiske virkningsgrad, idet det antages, at kompressoren **ikke køles**:

$$\begin{aligned} h_2 &= \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_{sK}} + h_1 \\ &= \frac{428,217 - 401,791}{0,72} + 401,791 = 438,5 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Temperaturen efter kompressoren, t_2 , kan så aflæses til 60°C .

Ud fra kuldeydelsen kan den cirkulerede massestrøm af kølemidlet beregnes ud fra energibalancen [6.40]:

$$q_{mR} = \frac{\Phi_0}{h_1 - h_4} = \frac{5}{401,791 - 248,748} = 0,0327 \text{ kg/s}$$

Kompressorens tilførte effekt fås ved brug af energibalancen til:

$$P_{iK} = q_{mR}(h_2 - h_1) = 0,0327(438,5 - 401,791) = 1,20 \text{ kW}$$

Den bortledte kondenseringsydelse fås ved brug af energibalancen til:

$$\Phi_k = q_{mR}(h_2 - h_3) = 0,0327(438,5 - 248,748) = 6,20 \text{ kW}$$

Kompressorens teoretiske slagvolumenstrøm kan beregnes, hvis man kender dens volumetriske virkningsgrad. Sættes denne til $\eta_V = 0,85$, fås:

$$\begin{aligned} q_{Vs} &= \frac{q_{V1}}{\eta_V} = \frac{q_{mR}V_1}{\eta_V} = \frac{0,0327 \cdot 0,070715}{0,85} \\ &= 0,00272 \text{ m}^3/\text{s} (9,78 \text{ m}^3/\text{h}) \end{aligned}$$

Anlæggets effektfaktor (COP) fås til:

$$\varepsilon_{køl} = \frac{\Phi_0}{P_{iK}} = \frac{5}{1,20} = 4,17$$

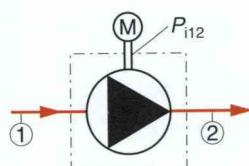
6.6 Pumper og ventilatorer

I energitekniske anlæg er pumper og ventilatorer almindeligt anvendte maskiner. De anses ofte for at være sekundære komponenter i det anlæg, de indgår i, men er dog en nødvendig forudsætning for at anlæggene fungerer. Pumper anvendes til at cirkulere og forøge trykket i væsker, og ventilatorer anvendes til at transportere og forøge trykket i gasser.

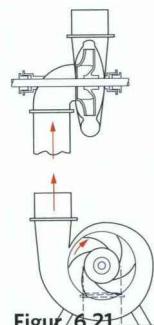
6.6.1 Pumper

Der findes en række forskellige pumpetyper, som groft kan opdeles i fortrængningspumper og centrifugalpumper. Fortrængningspumper er pumper som stempelpumper og tandhjulspumper, der arbejder efter fortrængningsprincippet, dvs. en afgrænset mængde afspærres og flyttes.

232 Kapitel 6 Maskiner og energitekniske anlæg



Figur 6.20
Pumpe, symbol.



Figur 6.21
Pumpe.

Centrifugalpumper er dynamiske maskiner, hvor et roterende hjul overfører mekanisk arbejde til væsken. Her gennemgås kun den energiomsætning, der sker i pumpen. For beskrivelse af pumpers konstruktion og funktion henvises til anden litteratur.

På figur 6.20 er vist en pumpe i et rørssystem. Et rør med diameter d_1 tilfører en massestrøm, q_m , til pumpen, og et rør med diameter d_2 fører samme massestrøm fra pumpen. Trykket ændres fra p_1 i punkt 1 til p_2 i punkt 2.

For at kunne bestemme pumpens tilførte arbejde og effekt opstilles energiligningen for den viste systemgrænse. Der tilføres et specifikt arbejde, w_{i12} , til pumpen, og processen regnes adiabatisk, dvs. at der ikke tilføres varme over systemgrænsen, altså ingen køling. Denne forudsætning gælder ikke for pumper, hvor der køles, som f.eks. kedelfødepumper, men gælder med god tilnærmelse for andre pumper.

Anvendes arbejds ligningen på systemet, fås fra kapitel 4, jf. [4.15]:

$$\begin{aligned} w_{i12} &= w_{t12} + w_{\text{diss}12} \\ &= \int_1^2 v \, dp + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) + w_{\text{diss}12} \end{aligned} \quad \{[4.15]\}$$

Da der er tale om inkompressible fluider (væsker, hvor det specifikke volumen er konstant), gælder:

$$\int_1^2 v \, dp = v(p_2 - p_1) \quad \{[4.17]\}$$

Af disse ligninger fås:

$$\begin{aligned} w_{i12} &= v(p_2 - p_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) + w_{\text{diss}12} \quad [6.43] \\ \text{og } v &= \frac{1}{\rho} \end{aligned}$$

Da friktionsarbejdet normalt ikke kendes eller kan beregnes, fås pumpens tilførte specifikke arbejde ved hjælp af:

$$w_{i12} = \frac{w_{t12}}{\eta_p}$$

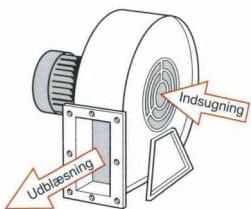
hvor η_p er pumpens indre virkningsgrad.

Omvendt kan siges, at pumpens virkningsgrad defineres som dens arbejde tilført væsken divideret med tilført arbejde på pumpeaksel:

$$\eta_p = \frac{v(p_2 - p_1)}{w_{i12}} = \frac{q_m v(p_2 - p_1)}{P_{i12}} = \frac{q_v(p_2 - p_1)}{P_{i12}} \quad [6.44]$$

hvor q_v er volumenstrømmen. Det ses, at ændring i kinetisk og potentiel energi ikke er medtaget i ligningen. I praksis fås pumpens virkningsgrad ud fra målinger i en prøvestand, hvor man mäter volumenstrømmen, trykstigningen og den tilførte effekt på akslen.

6.6.2 Ventilatorer



Figur 6.22

Der findes en række forskellige ventilatortyper, men de er alle dynamiske maskiner, hvor et roterende hjul overfører mekanisk arbejde til gassen. Der tales om aksial- og radialhjul i ventilatorer, og der findes en række forskellige hjultyper indenfor radialhjul. Her skal ventilatorers konstruktion og funktion ikke nærmere behandles, idet der må henvises til anden litteratur. Kun den energiomsætning, der sker i ventilatoren, gennemgås.

For ventilatorer gælder de samme sammenhænge som ved pumper. Forudsætningen er, at gassen kan betragtes som inkompressibel. Denne forudsætning gælder kun ved relativt små trykforhold, normalt sættes grænsen ved $p_2/p_1 \leq 1,3$. Er trykforholdet større, er beregningsprincippet det samme som ved kompressoror.

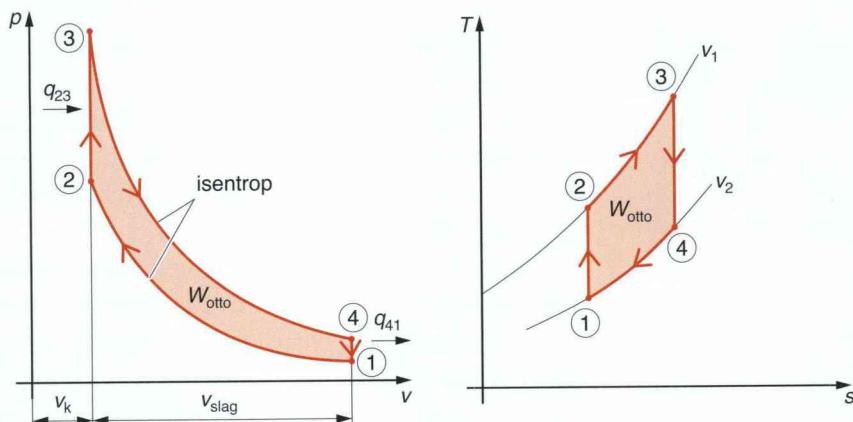
Den væsentlige forskel på pumper og ventilatorer hidhører fra forskellen i det medium, som transporteres. Gassers væsentlig lavere densitet gør, at ventilatorer normalt har større dimensioner. Densiteten for vand er ca. 1000 kg/m^3 og for luft ca. $1,2 \text{ kg/m}^3$, og ved ens strømningshastigheder vil der være samme forhold mellem dimensionerne.

6.7 Forbrændingsmotorer

Motorer i fartøjer (fly, biler, skibe) er oftest forbrændingsmotorer som diesel- og benzindmotorer efter totakts- eller firetaktsprincippet. I fly er der som regel tale om jetmotorer, som er behandlet i afsnit 6.3.4. Dette afsnit drejer sig om *dieselmotoren* og *ottomotoren*. Derudover behandles *varmluftmotoren*, som også benævnes *stirlingmotor*.

I forbrændingsmotorer omdannes et brændstofs kemiske energi ved en forbrændningsproces til mekanisk energi i en stempelmaskine. For at kunne betragte processerne som kredsprocesser må vi betragte forbrændningsprocessen som en varmetilførsel og udstødningsprocessen som varmeafgivelse. Man regner med atmosfærisk luft som arbejdsmedium og ser bort fra gassens ændrede sammensætning (røggas efter forbrænding). Der skelnes som nævnt mellem totaktsprincippet, hvor der er et arbejdsslag for hver omdrejning af krumtappen, og firetaktsprincippet, hvor der er et arbejdsslag for hver anden omdrejning. I det følgende skal kredsprocessen for motorerne kort gennemgås.

6.7.1 Ottoproessen



Figur 6.23
Ottoproessen.

Ottoproessen er den sammenligningsproces, som bruges ved beregninger på benzinmotorer. Kredsprocessen er i figur 6.23 indtegnet i p,v - og T,s -diagrammet.

Forudsætningerne om tilstandsændringerne i diagrammet er følgende:

- 1-2 Isentrop kompression af luften (i virkeligheden en blanding af luft og brændstof).
- 2-3 Isokor trykstigning ved varmetilførsel (i virkeligheden tænding og forbrænding af gasblandingen).
- 3-4 Isentrop ekspansion af luften (i virkeligheden ekspansion af røggassen).
- 4-1 Isokor tryksænkning ved afkøling af luften (i virkeligheden udstødning af røggas og indsugning af frisk gasblanding. I firetaktsmotorer bruges her en ekstra omdrejning).

Ottoprocessens *nyttearbejde* fås som det farvede areal i kredsprocessen og kan beregnes som summen af tilført og afgivet varme:

$$\begin{aligned} -W_{\text{otto}} &= Q_{23} + Q_{41} \\ &= mc_{V_m} \left|_{T_2}^{T_3} \right. (T_3 - T_2) + mc_{V_m} \left|_{T_1}^{T_4} \right. (T_1 - T_4) \quad [6.45] \\ &= mc_{V_m} (T_1 - T_2 + T_3 - T_4) \end{aligned}$$

Motorens kompressionsforhold beregnes som:

$$\varepsilon_{\text{otto}} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{\text{slag}} + V_k}{V_k} \quad [6.46]$$

hvor voluminer ses på figuren.

Motorens *termiske virkningsgrad* kan angives som:

$$\eta_t = \frac{|W_{\text{otto}}|}{Q_{\text{tilført}}} = \frac{Q_{23} + Q_{41}}{Q_{23}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad [6.47]$$

Da kredsprocessen består af isentroper og isokorer, kan η_t ved hjælp af:

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = \varepsilon^{\kappa-1} = \frac{T_3}{T_4} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{og} \quad T_4 = T_3 \frac{T_1}{T_2}$$

omskrives til

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^\kappa - 1} \quad [6.48]$$

Ved en given gas med en bestemt isentropeksponent, κ , er virkningsgraden altså kun afhængig af kompressionsforholdet. Det størst mulige forhold er bestemt af gassens selvantændingspunkt.

Eksempel 6.6

Beregning på procesforløbet i en ottomotor

Der tænkes gennemført en ottoproces (en reversibel kredsproces), som den er vist i figur 6.23.

Trykket i punkt 1 er 0,98 bar og temperaturen er 60 °C. Kompressionsforholdet er $\varepsilon = 12$. I punkt 3 antages en temperatur på 1750 °C.

Det antages, at kredsprocessen gennemføres med en ideel gas med en gaskonstant, $R_i = 290 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, og en isentropeksponent $\kappa = 1,40$.

Motorens slagvolumen sættes til 2000 cm³.

Processen ønskes gennemregnet med hensyn til det afgivne arbejde, den tilførte varmemængde og virkningsgraden.

Først beregnes tilstandsstørrelserne i de fire punkter.

Specifikt volumen:

$$v_1 = v_4 = \frac{R_i T_1}{p_1} = \frac{290 \cdot 333}{0,98 \cdot 10^5} = 0,985 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_2 = v_3 = \frac{v_1}{12} = \frac{0,985}{12} = 0,082 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Tryk og temperaturer:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^\kappa = 0,98 \left(\frac{12}{1}\right)^{1,4} = 31,8 \text{ bar}$$

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R_i} = \frac{31,8 \cdot 10^5 \cdot 0,082}{290} = 899,7 \text{ K} = 626,7 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2} = 31,8 \frac{2023}{899,7} = 71,4 \text{ bar}$$

$$p_4 = p_3 \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^\kappa = 71,4 \left(\frac{1}{12} \right)^{1,4} = 2,2 \text{ bar}$$

$$T_4 = T_1 \frac{p_4}{p_1} = 333 \frac{2,2}{0,98} = 748,7 \text{ K} = 475,7 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Tilført specifik varme (proces 2-3 isokor):

$$q_{23} = c_V(T_3 - T_2) = 725(2023 - 899,7) = 814,4 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{idet } c_V = \frac{R_i}{\kappa - 1} = \frac{290}{1,4 - 1} = 725 \text{ kJ/kg}$$

Afgiven specifik varme (proces 4-1 isokor):

$$q_{41} = c_V(T_1 - T_4) = 725(333 - 748,7) = -301,4 \text{ kJ/kg}$$

Afgivet specifikt arbejde for kredsprocessen:

$$\begin{aligned} w_k &= - \sum w = \sum q = q_{23} + q_{41} \\ &= 814,4 - 301,4 = 513 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Regnes med et omdrejningstal på 5000 r/min, og et *forbrændingsrum*, V_k , på 9 %, kan motorens afgivne effekt beregnes:

Gassens masse:

$$m = \frac{V_4}{v_4} = \frac{V_{\text{slag}} + V_k}{v_4} = \frac{2000 \cdot 10^{-6} \cdot 1,09}{0,985} = 0,0022 \text{ kg (2,2 g)}$$

Udført arbejde:

$$W_k = mw_k = 0,0022 \cdot 513 = 1,135 \text{ kJ}$$

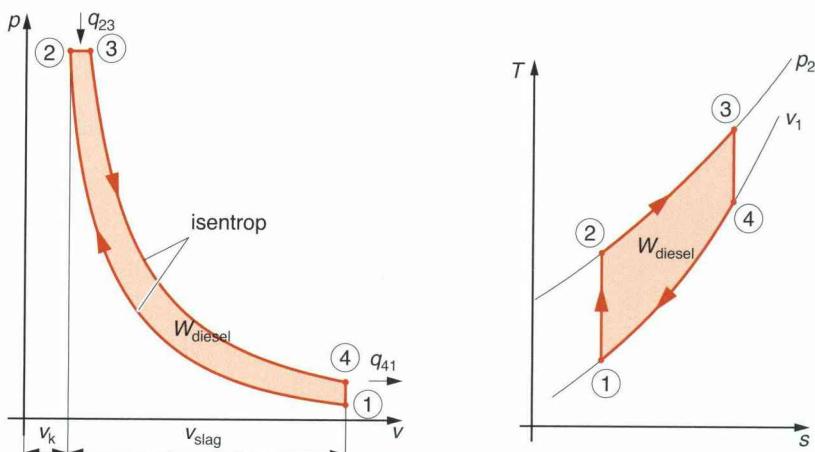
Afgiven motoreffekt:

$$P = W_k n = 1,135 \cdot \frac{5000}{2 \cdot 60} = 47,3 \text{ kW}$$

Det skal bemærkes, at der er regnet med en firetaktsmotor, med et arbejdsslag for hver anden omdrejning, deraf 2-tallet i nævneren.

6.7.2 Dieselprocessen

Dieselprocessen er den sammenligningsproces, som bruges ved beregninger i forbindelse med dieselmotorer. Kredsprocessen er i figur 6.24 indtegnet i p,v - og T,s -diagrammet.



Figur 6.24
Dieselprocessen.

Tilstandsændringerne i diagrammet er følgende:

- 1-2 Isentrop kompression af luften (i virkeligheden atmosfærisk luft).
- 2-3 Isobar varmetilførsel (i virkeligheden indsprøjtning og forbrænding af gasblandingen).
- 3-4 Isentrop ekspansion af luften (i virkeligheden ekspansion af røggassen).
- 4-1 Isokor tryksænkning ved afkøling af luften (i virkeligheden udstødning af røggas og indsugning af frisk gasblanding. I firetaktsmotorer bruges her en ekstra omdrejning).

Dieselprocessens *nyttearbejde* fås som det farvede areal i kredsprocessen og kan beregnes som summen af tilført og afgivet varme:

$$\begin{aligned}
 -W_{\text{diesel}} &= Q_{23} + Q_{41} \\
 &= m\kappa c_{V_m} \left|_{T_2}^{T_3} \right. (T_3 - T_2) + mc_{V_m} \left|_{T_1}^{T_4} \right. (T_1 - T_4) \quad [6.49] \\
 &= mc_{V_m} (T_1 - \kappa T_2 + \kappa T_3 - T_4)
 \end{aligned}$$

Da trykforholdet her endnu ikke er entydigt fastlagt, indføres endnu en størrelse, kaldet *indsprøjtningsforholdet*, defineret ved:

$$\varphi = \frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} \quad [6.50]$$

Heraf fås motorens *termiske virkningsgrad* til:

$$\eta_t = \frac{|W_{diesel}|}{Q_{tilført}} = \frac{Q_{23} + Q_{41}}{Q_{23}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{\kappa(T_3 - T_2)} \quad [6.51]$$

Da 3-4 er en isentrop, gælder:

$$\begin{aligned} \frac{T_4}{T_3} &= \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^\kappa - 1 = \left(\frac{V_3}{V_2} \frac{V_2}{V_4} \right)^\kappa - 1 = \varphi^\kappa - 1 = \frac{T_1}{T_2} \\ T_4 &= \varphi T_2 \varphi^{\kappa-1} \frac{T_1}{T_2} \quad \text{og} \quad T_4 = \varphi^\kappa T_1 \\ \eta_t &= 1 - \frac{\varphi^\kappa T_1 - T_1}{\kappa(\varphi T_2 - T_2)} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \frac{\varphi^\kappa - 1}{\kappa(\varphi - 1)} \end{aligned} \quad [6.52]$$

Den termiske virkningsgrad er ved dieselprocessen ikke kun afhængig af trykforholdet, men også af indsprøjtningsforholdet. Den stiger med stigende trykforhold, men falder ved faldende indsprøjtningsforhold. Den stiger altså ved mindre varmetilførsel.

Rudolf Diesel opfandt motoren, der på grund af sine gode termodynamiske egenskaber har vundet stor indpas i skibsfarten og i lastbiler og personbiler.

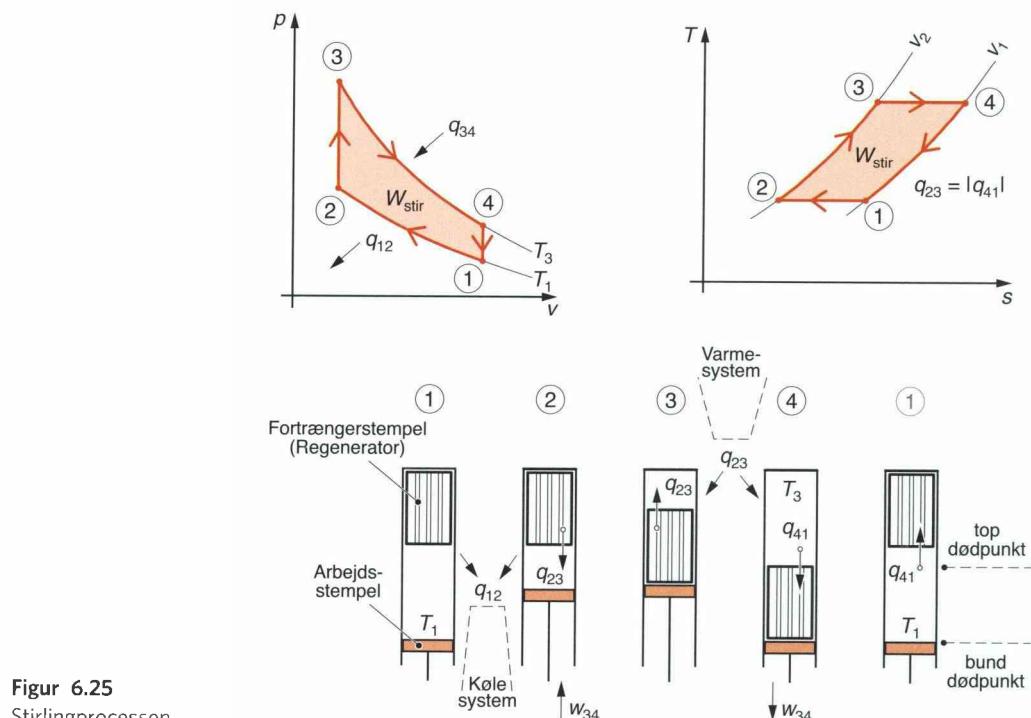
6.7.3 Stirlingprocessen

Stirlingprocessen er den sammenligningsproces, som bruges ved beregninger i forbindelse med varmluftmotorer. Kredsprocessen er i figur 6.25 indtegnet i p,v - og T,s -diagrammet. I varmluftmotoren gennemløber en gas en kredsproces inde i en cylinder, idet et *fortrængerstempel* og et *arbejdsstempel* bevæger sig frem og tilbage. Derved afgives varme ved en lav temperatur og tilføres varme ved en høj temperatur, og der afgives arbejde til et arbejdsstempel. Der er tale om en varmekraftproces i et lukket system. Varmluftmotoren kan køre med en vilkårlig gas som arbejdsmedium og en vilkårlig varmekilde, og den har uovertrufne termodynamiske egenskaber. Grunden til at dens udbredelse ikke er så stor, skyldes nok overvejende de tekniske vanskeligheder ved fremstillingen af regenerator og stempler. Der er tale om en noget kompliceret maskine.

Det skal bemærkes, at der på det seneste er lavet nye landvindinger på området.

Stirlingprocessen er den proces som kommer tættest på Carnotkredsprocessen, se kapitel 2 og 3.

Processen er tilnærmet gennemført i *Philips-motoren*.



Figur 6.25
Stirlingprocessen.

Proces	Tilstandsændring	Arbejdsstempel	Fortrængerstempel
1-2	$T_1 = \text{konstant}$	bevæger sig opad	bliver stående
2-3	$V_2 = \text{konstant}$	bliver stående	bevæger sig nedad
3-4	$T_3 = \text{konstant}$	bevæger sig nedad	nedad med arbejdsst.
4-1	$V_1 = \text{konstant}$	bliver stående	bevæger sig opad

Tilstandsændringerne i diagrammet er følgende:

- 1-2 Isoterm kompression af luften. Varmeafgivelse til omgivelserne, arbejde tilføres arbejdsstempel.
- 2-3 Isokor indre varmetilførsel fra en regenerator (fortrængerstempel), som før blev opvarmet.
- 3-4 Isoterm ekspansion af luften. varmetilførsel udefra, arbejde afgives til arbejdsstempel.
- 4-1 Isokor indre varmeafgivelse til regeneratoren (fortrængerstempel), som derved opvarmes.

Stirlingprocessens *nyttearbejde* fås som det farvede areal i kredsprocessen og kan beregnes som summen af tilført og afgivet varme:

$$\begin{aligned}-W_{\text{stir}} &= Q_{34} + Q_{12} \\&= mR_i T_3 \ln \frac{V_4}{V_3} + mR_i T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}\end{aligned}\quad [6.53]$$

Motorens kompressionsforhold beregnes som:

$$\varepsilon_{\text{stir}} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_{\text{slag}} + V_k}{V_k} \quad [6.54]$$

hvor voluminer ses på figur 6.25.

Motorens *termiske virkningsgrad* kan angives som:

$$\eta_t = \frac{W_{\text{stir}}}{Q_{\text{tilført}}} = \frac{Q_{34} + Q_{12}}{Q_{23}} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \quad [6.55]$$

6.8 Resumé

I dette kapitel tages en del af de foregående kapitlers indhold i anvendelse. Kapitlet behandler en række af de mest almindelige energitekniske systemer og komponenter, som indgår i disse. Der skelnes mellem komponenter, maskiner, som er en del af anlægget, som turbiner og kompressorer, pumper og ventilatorer, og hele anlæg. Anlæggene deles op i såkaldte varmekraftmaskiner, som afgiver arbejde, og kølemaskiner, som tilføres arbejde. Af kraftmaskiner gennemgår kapitlet gasturbineanlæg og dampkraftanlæg.

Anlæggernes funktion gennemgås, og der opstilles ligninger for beregning af relevante størrelser såsom arbejde, effekt, varme og varmestrøm, ligesom anlæggernes systemvirkningsgrader defineres.

Ved gennemgangen opstilles energibalancer på komponenterne, og ud fra dette fås de relevante ligninger.

I kapitlet vises, hvordan kredsprocesser forløber med anvendelse af faseskift i kedler, fordampere og kondensatorer. Ved faseskiftet sker en stor energiudveksling, og derved kan den cirkulerede massestrøm i anlæggene reduceres betydeligt.

Processen i dampkraftanlæg illustreres i et *h,s*-diagram for vanddamp og processen i køleanlægget i et log *p,h*-diagram for kølemedlet.

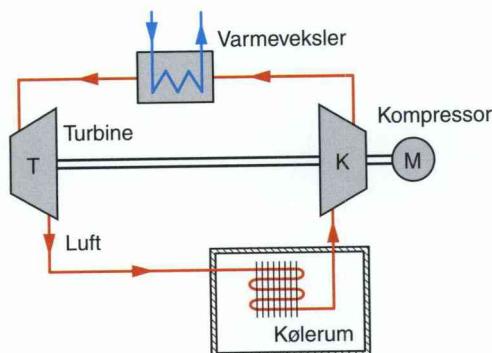
I kapitlet gennemgås de mest gængse forbrændingsmotorer: jetmotoren, dieselmotoren, ottomotoren samt stirlingmotoren ved den relevante kredsproces i *p,v*-diagrammer.

6.9 Nøglebegreber

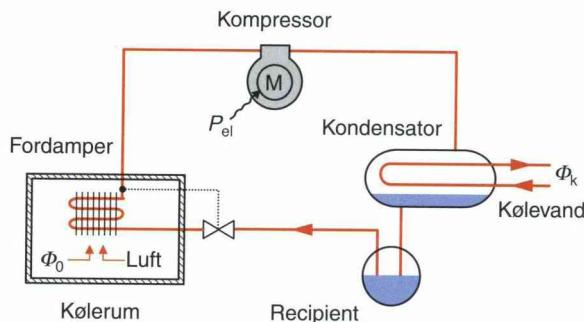
Varmekraftanlæg	Kompressorer
Dampkraftanlæg	Turbokompressor
Kraftvarmeverk	Jetmotor
Gasturbineanlæg	dieselmotor
ORC-anlæg	ottomotor
Combined Cycle-anlæg	stirlingmotor
Køleanlæg	Indre virkningsgrad
Kølemaskiner	Polytrop virkningsgrad
Varmepumper	Isentropisk virkningsgrad
Turbiner	Adiabatisk virkningsgrad
Termisk virkningsgrad	Arbejdsforhold
El-virkningsgrad	Kompressionsforhold
Totalvirkningsgrad	Joule-proces
Effektfaktor	Udstødskedel
Indvendig køling	Fremdriftskraft
Intercooling	h,s -diagram
Injektionskøling	$\log p,h$ -diagram
Kølegrad	p,v -diagram
Mellemkøler	Overheded damp
Trykforhold	Mættet damp
Mekanisk virkningsgrad	Mætnings temperatur
Overhedning	Kondenseringsydelse
Underkøling	Indfyret effekt
Fordamper	Ekspansionsventil
Kondensator	Kølemiddel
Kuldeydelse	

6.10 Centrale spørgsmål (selvevaluering)

- A:** Hvad sker der med kølemidlets temperatur gennem fordamperen i et køleanlæg? Skitsér forløbet.
- B:** Hvad sker der med kølemidlets temperatur gennem kondensatoren i et køleanlæg? Skitsér forløbet.
- C:** Hvordan forløber processen gennem den termostatiske ekspansionsventil i et køleanlæg? Skitsér processen i et log p, h -diagram.
- D:** Hvordan ændres effektfaktoren i et køleanlæg ved en forøgelse af underkølingen i kondensatoren? Forklar hvorfor.
- E:** Hvilken ændring fås i en gasturbines termiske virkningsgrad ved forvarmning af den indstrømmende luft ved hjælp af røggassen fra turbinen?
- F:** Klaus Børgesen har en lille nedlagt landbrugsejendom. Han installerede for nogle år siden et jordvarmeanlæg. Han er nu i gang med en ombygning af stuehuset og skifter i den forbindelse radiatorerne ud med gulvvarme. I den forbindelse kan jordvarmeanlæggets kondenserings temperatur reduceres fra de nuværende $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ til $45\text{ }^{\circ}\text{C}$. Hvad betyder dette for anlæggets energiforbrug og effektfaktor?
- G:** En ideal gas benyttes som arbejdsmedie i et køleanlæg, som skal køle et kølerum. Anlægget er i principippet opbygget som vist på diagrammet. Hvordan bestemmes anlæggets virkningsgrad (effektfaktor)?

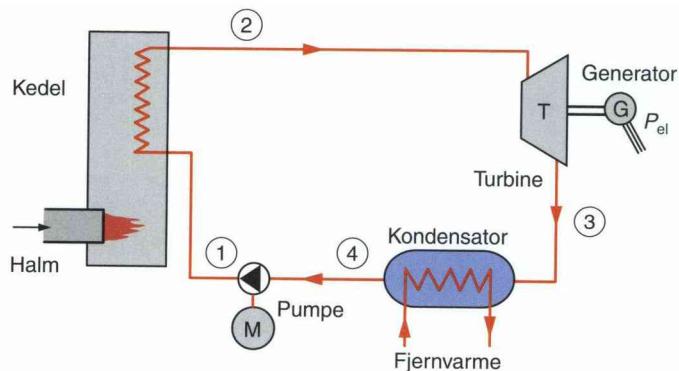


- H:** Et kompressionskøleanlæg er opbygget som vist på figuren. Hvilke tiltag kan foretages for at øge anlæggets effektfaktor? Nævn mindst tre.



- I:** Figuren viser et principdiagram for et dampkraftanlæg.

- Hvilken betydning har det for anlæggets termiske virkningsgrad, at trykket på kedlen højes?
- Man ønsker en fjernvarmetemperatur på $90\text{ }^{\circ}\text{C}$. Hvilket krav stiller det til mætningstrykket i kondensatoren?



7

Gasblandinger fugtig luft

7.1 Gasblandinger

I tekniske anlæg arbejdes der ofte med blandinger af forskellige gasser. For eksempel kan en beskyttelsesgas til svejsning være en blanding af argon og kuldioxid. Gasblandingens sammensætning fastlægges ved en analyse af gassen. Hertil kan f.eks. anvendes en gaskromatograf.

For gasblandinger angives sammensætningen enten på masse- eller volumenbasis.

7.1.1 Masseanalyse

Hvis en gasblanding består af n forskellige gasarter, kan massen, m , af hele gasblandingens beregnes ved summation af delmasserne for de enkelte gasarter:

$$m = m_1 + m_2 + \dots + m_i + \dots + m_n \quad [7.1]$$

Massebrøken, μ_i , for gasart i defineres ved:

$$\mu_i = \frac{m_i}{m} \quad [7.2]$$

Summen af massebrøkerne giver:

$$\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_i + \dots + \mu_n = 1 \quad [7.3]$$

7.1.2 Volumenanalyse

For gasblandinger angives sammensætningen ofte ved volumenandele.

Volumenandelen, r_i , for gasart i i en gasblanding er defineret ved:

$$r_i = \frac{V_i}{V} \quad [7.4]$$

Her er V_i delvoluminet af gasart i . Et delvolumen for en gasart i en gasblanding er defineret som det volumen, gasarten ville have, hvis denne gasart var alene til stede og med samme tryk, p , og temperatur, T , som gasblandingen. Heraf følger:

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_i + \dots + V_n \quad [7.5]$$

Summen af volumenandelene giver:

$$r_1 + r_2 + \dots + r_i + \dots + r_n = 1 \quad [7.6]$$

7.1.3 Daltons lov

For gasblandinger gælder Daltons lov:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_i + \dots + p_n \quad [7.7]$$

Det vil sige, at totaltrykket, p , for en gasblanding er lig med summen af de enkelte gasarters *partialtryk*, p_i . Partialtryk betyder deltryk.

Partialtrykket for gasart i er defineret som det tryk, p_i , gassen ville have, hvis den alene udfyldte gasblandingens totale volumen, V . Loven forudsætter, at alle gasarterne har samme temperatur som gasblandingen.

Partialtrykket, p_i , for gasart i i en gasblanding kan beregnes ud fra tilstandsningen:

$$p_i V = m_i R_i T \quad [7.8]$$

Med en middelgaskonstant, R_{bl} , gældende for hele gasblandingen fås:

$$p V = m R_{bl} T \quad [7.9]$$

Divides ligning [7.8] med ligning [7.9], fremkommer et udtryk for beregning af partialtrykket ved hjælp af masseandelen, μ_i :

$$p_i = p \frac{m_i}{m} \frac{R_i}{R_{bl}} = p \mu_i \frac{R_i}{R_{bl}} \quad [7.10]$$

Ønskes sammenhængen mellem masse- og volumenandel, anvendes tilstandsningen på et delvolumen, V_i :

$$p V_i = m_i R_i T \quad [7.11]$$

Divides igen med ligning [7.9] for hele gasblandingen, ses:

$$\frac{V_i}{V} = \frac{m_i R_i}{m R_{bl}} \Leftrightarrow r_i = \mu_i \frac{R_i}{R_{bl}} \quad [7.12]$$

Anvendes dette resultat i ligning [7.10], fås et udtryk for beregning af partialtrykket ved hjælp af volumenandel, r_i :

$$p_i = r_i p \quad [7.13]$$

7.1.4 Gaskonstant for en gasblanding

Gasblandingen kan opfattes som en gas med en middelgaskonstant, R_{bl} , der kan beregnes ud fra gassens sammensætning. Opstilles ligning [7.8] og [7.9] for alle gasarterne og summeres disse ligninger, fås:

$$(p_1 + \dots + p_i + \dots + p_n)V = (m_1R_1 + \dots + m_iR_i + \dots + m_nR_n)T$$

$$pV = (m_1R_1 + \dots + m_iR_i + \dots + m_nR_n)T = mR_{bl}T$$

For blandingens middelgaskonstant, R_{bl} , fremkommer udtrykket:

$$R_{bl} = \frac{m_1}{m}R_1 + \dots + \frac{m_i}{m}R_i + \dots + \frac{m_n}{m}R_n \quad [7.14]$$

$$R_{bl} = \mu_1R_1 + \dots + \mu_iR_i + \dots + \mu_nR_n$$

Hvis blandingens middelgaskonstant i stedet for ønskes beregnet ud fra volumenandele, indsættes r_i fra ligning [7.12] i udtrykket, og vi får:

$$\frac{1}{R_{bl}} = \frac{r_1}{R_1} + \dots + \frac{r_i}{R_i} + \dots + \frac{r_n}{R_n} \quad [7.15]$$

7.1.5 Molmasse for en gasblanding

Gasblandingens middelmolmasse, M_{bl} , kan beregnes ved hjælp af blandingens gaskonstant, R_{bl} :

$$M_{bl} = \frac{R_m}{R_{bl}} \quad [7.16]$$

Heri er R_m den *universelle gaskonstant*, som har værdien $R_m = 8314,4 \text{ J}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$.

Indsættes $R_i = R_m/M$ for blandingen, jf. også ligning [2.9], og de enkelte gasarter i ligning [7.15], kan følgende ligning til beregning af M_{bl} udledes:

$$M_{bl} = r_1M_1 + \dots + r_iM_i + \dots + r_nM_n \quad [7.17]$$

7.1.6 Den specifikke varmekapacitet for en gasblanding

En gasblandings specifikke varmekapacitet, c (gælder både for c_p og c_V), beregnes ud fra masseanalysen og de enkelte gasarters specifikke varmekapacitet, c_i :

$$c = \mu_1c_1 + \dots + \mu_ic_i + \dots + \mu_nc_n \quad [7.18]$$

Hvis gasblandingens analyse i stedet for er angivet på volumenbasis, fås ved hjælp af ligning [7.12]:

$$c = R_{bl} \left(\frac{r_1}{R_1}c_1 + \dots + \frac{r_i}{R_i}c_i + \dots + \frac{r_n}{R_n}c_n \right) \quad [7.19]$$

I tekniske anlæg anvendes mange forskellige gasblandinger, herunder atmosfærisk luft. Atmosfærisk luft er en blanding af nitrogen (kvælstof) og oxygen (ilt) samt en lang række gasser i små koncentrationer. Da atmosfærisk luft indeholder vanddamp, kan idealgasmodellen ikke altid bruges, da vanddampen kan skifte fase ved almindeligt forekommende temperaturer. Dette fænomen kan tilstands ligningen ikke behandle. Atmosfærisk luft behandles derfor særskilt i næste afsnit under overskriften fugtig luft.

7.2 Fugtig luft

Fugtig luft er en blanding af tør atmosfærisk luft og vanddamp. Tør atmosfærisk luft, dvs. atmosfærisk luft uden vanddamp, er sammensat af en række gasser. De to vigtigste gasarter er nitrogen og oxygen, der udgør atmosfærens hovedbestanddele med 78 vol% N₂ og 21 vol% O₂. Ud over disse findes en række gasser i små koncentrationer, bl.a. argon (0,9 vol%) og kuldioxid, CO₂ (0,035 vol%).

En vigtig bestanddel i atmosfæren er vanddamp. Vand fordamper fra havene, og vanddampene transporteres i atmosfæren med vinden. Ved afkøling kondenserer vanddampene og vender tilbage til jordoverfladen som nedbør i form af regn, sne eller lignende. Vand i atmosfæren findes således i alle former.

Luftens indhold af vanddamp varierer med lokalitet, årstid og vejrlig.

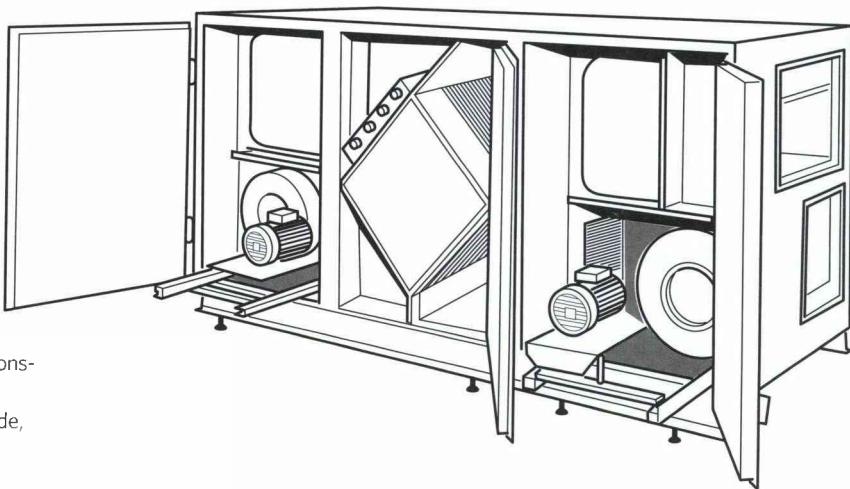
7.2.1 Ventilationsanlæg

I ventilationsanlæg gennemløber fugtig luft en eller flere processer, f.eks. en opvarmningsproces. Ventilationsanlæg har til opgave at sikre et tilfredsstillende indeklima i en bygning.

Indeklimaet kan opdeles i termisk, atmosfærisk, visuelt og akustisk miljø. Transporten af luft vedrører ikke de to sidstnævnte, som derfor ikke behandles yderligere her. Der henvises i stedet til anden litteratur.

Det *termiske miljø* vedrører menneskets kulde-/varmefornemmelse. I boliger og arbejdslokaler påvirkes vi af en række indeklimafaktorer, såsom lufttemperatur, lufthastighed, luftfugtighed og middelstrålingstemperatur. Disse faktorer, kombineret med fysisk aktivitet og beklædning, afgør vores tilfredshed med det termiske miljø.

Det *atmosfæriske miljø* drejer sig om luftens kvalitet. Rumluft kan forurennes med gasser, dampe, støv, bioinfluenter, mikroorganismer m.m. Dårlig luftkvalitet virker ubehagelig på os og kan, hvis der er forurennet med skadelige stoffer, medføre sundhedsfare.

**Figur 7.1**

Seriefremstillet ventilationsaggregat indeholdende spjæld, filter, varmeflade, krydsvarmeveksler og ventilatorer.

Et godt termisk og atmosfærisk miljø i et rum kræver et vist luftskifte. Ved at fjerne rumluft og erstatte den med frisk udeluft fjernes forurenninger, og luftkvaliteten forbedres.

Ved at holde rumluftens temperatur og fugtindhold inden for bestemte grænser, kan man opnå et komfortabelt termisk miljø. Ved hjælp af ventilationsteknik kan indeklimaet reguleres i en bygning, så det opleves tilfredsstillende.

Ventilationsanlæg består almindeligvis af et præfabrikeret ventilationsaggregat, der tilsluttes et kanalsystem, se figur 7.1. Aggregatet opbygges af standardkomponenter, der behandler ventilationsluften til en ønsket tilstand.

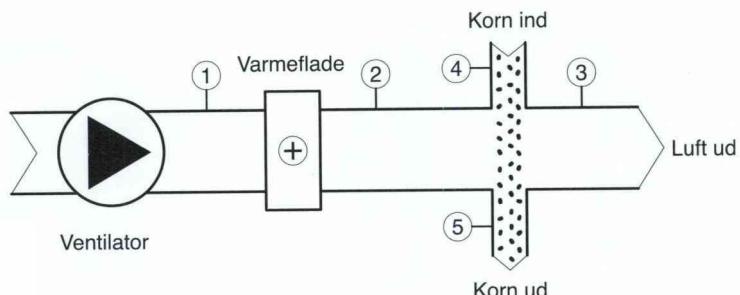
I ventilationsaggregater anvendes f.eks. filtre, ventilatorer, blandekamre, varmevekslere, køle- og varmeflader samt af- og befugtere. Komponenterne fås ofte i moduler, dvs. som »byggeklodser«, så et ventilationsaggregat kan opbygges med funktioner efter kundens ønsker.

I aggregatet opbygger ventilatoren det nødvendige tryk, der transporterer ventilationsluften gennem kanalsystemet ud i bygningen. I lokalerne bliver der både indblæst friskluft og udsuget rumluft.

7.2.2 Tørringsanlæg

Tørringsanlæg er et andet eksempel på anlæg, hvori der strømmer fugtig luft. Anlæggene anvendes til tørring af forskellige afgrøder og produkter. Der er f.eks. udviklet anlæg til tørring af korn og frø. Disse produkter skal tørres, hvis de indeholder for meget vand efter høst. Derved sikres korrekt opbevaring af produkterne, til de skal anvendes.

Udtørringen foregår normalt efter følgende princip, se figur 7.2.

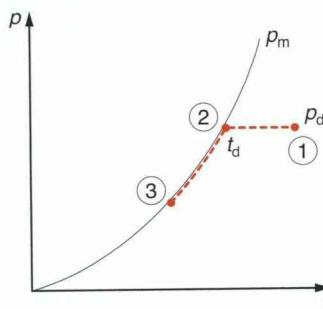


Figur 7.2
Tørningsanlæg for korn,
forenklede principskitse.

Udeluft (1) blæses gennem en varmeflade + og opnår en højere temperatur (2), hvorefter den opvarmede luft blæses gennem afgrøderne, der bevæger sig fra (4)-(5). Det vand, der er bundet til afgrøderne, fordamper i luftstrømmen og fjernes sammen med luften (3). Netop opvarmet luft kan effektivt optage vanddamp, hvilket fremmer fordampningsprocessen, der frigør vandet fra produkterne. Luftens evne til at optage vanddamp ved forskellige temperaturer behandles i det følgende.

7.2.3 Tilstandsområde

Fugtig luft er en blanding af ikke-kondenserbare gasser og vanddamp, der kan kondensere til vand eller is.



Figur 7.3
Damptyrk.

Mængden af vanddamp i luften er proportional med vanddampenes partialtryk, p_d . Partialtrykket kan maksimalt nå op på vanddampens mætningstryk, p_m , der er en funktion af temperaturen. Vanddamps mætningstryk, p_m , som funktion af temperaturen, t , er afbildet på figur 7.3 og i tabel 10.14. Diagrammet viser et afkølingsforløb for fugtig luft, som det f.eks. finder sted en sensommerdag, når aftenkøligheden indfinner sig, og der dannes dug.

I punkt 1 er luftens indhold af vanddamp overhededet, og vanddampenes partialtryk, p_d , er under mætningstrykket, p_m . Ved afkøling mod punkt 2 forbliver p_d konstant indtil mætningstemperaturen, også kaldet *dugpunktstemperaturen*, t_d , nås. Ved denne tilstand bliver

$p_d = p_m$. Ved fortsat afkøling udskilles noget af luftens vanddamp som kondensat (dug/tåge/regn/sne), og *damptrykket*, p_d , følger kurven for mættet damp til tilstand 3. Fugtig luft kan således forekomme i tre tilstandsområder:

- umættet fugtig luft, hvor $p_d < p_m$, luften er klar.
- mættet luft, hvor $p_d = p_m$, intet indhold af vand eller is. I denne grænsetilstand er luften klar.
- overmættet tilstand, hvor $p_d = p_m$, luften indeholder mættet vanddamp og kondenseret vand i form af tåge, regn eller sne.

7.2.4 Tilstandsstørrelser

Daltons lov gælder for fugtig luft. Den tørre lufts *partialtryk* plus vanddampenes partialtryk giver gasblandingens *totaltryk*, p :

$$p_L + p_d = p \quad [7.20]$$

hvor

p_L er tør lufts partialtryk, Pa

p_d er vanddamps partialtryk, Pa

p er fugtig lufts totaltryk, Pa, (er ofte lig med barometerstanden).

Tilstandsligningen for ideelle gasser kan anvendes både på tør luft og vanddamp, forudsat at vanddampen er overheded eller lige netop mættet. Hvis luften er overmættet og indeholder vand på væskeform, kan tilstandsligningen ikke anvendes, da ligningen ikke tager højde for faseskift. Tilstandsligningen opstillet for tør luft og vanddamp:

$$\begin{aligned} p_L V &= m_L R_L T && \text{indeks L for tør luft} \\ p_d V &= m_d R_d T && \text{indeks d for vanddamp} \end{aligned} \quad [7.21]$$

V er volumen af fugtig luft, m^3

T er lufttemperaturen i kelvin, K

R_L er gaskonstanten for tør atmosfærisk luft: $287,2 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

R_d er gaskonstanten for overheded vanddamp: $461,5 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

7.2.5 Luftens vandindhold

Vandindholdet angives enten som relativ fugtighed, φ , eller som absolut vandindhold, x .

Relativ fugtighed, φ , er defineret som forholdet mellem det partialtryk dampen har, p_d , og vanddampenes mætningstryk, p_m .

Den relative fugtighed angives ofte i procent.

$$\varphi = \frac{p_d}{p_m} \quad [7.22]$$

Mætningstrykket, p_m , kan bestemmes ud fra luftens temperatur, t , ved opslag i tabel 10.14.

Absolut vandindhold, x , er defineret som massen af vanddamp, m_d , i forhold til massen af tør luft, m_L :

$$x = \frac{m_d}{m_L} \text{ [kg damp/(kg tør luft)]} \quad [7.23]$$

Hvis $\varphi \leq 1$ kan x beregnes ud fra:

$$x = \frac{m_d}{m_L} = \frac{p_d V}{R_d T} \frac{R_L T}{p_L V} \quad [7.24]$$

da $p_L = p - p_d = p - \varphi p_m$, kan ligningen skrives:

$$x = \frac{R_L}{R_d} \frac{\varphi p_m}{p - \varphi p_m} = 0,622 \frac{\varphi p_m}{p - \varphi p_m} \quad [7.25]$$

heraf kan φ udledes:

$$\varphi = \frac{x p}{(0,622 + x) p_m} \quad [7.26]$$

Eksempel 7.1

Beregning af absolut vandindhold

Beregn det absolutte vandindhold, x , for fugtig luft med temperaturen 22°C og en relativ fugtighed på 70% . Lufttrykket er 1,013 bar.

Løsning:

Mætningstrykket, p_m , aflæses af tabel 10.14 til 0,0264 bar. Det absolute fugtindhold beregnes ud fra ligning [7.25]:

$$x = 0,622 \frac{\varphi p_m}{p - \varphi p_m} = 0,622 \frac{0,7 \cdot 0,0264}{1,013 - 0,7 \cdot 0,0264} = 0,0116 \text{ kg/kg}$$

7.2.6 Masse, massestrøm af tør luft og densitet

Massen af tør luft kan beregnes ud fra tilstandsligningen:

$$m_L = \frac{p_L V}{R_L T} = \frac{(p - \varphi p_m)V}{R_L T} \quad [7.27]$$

Massen af fugtig luft og tør luft kan bestemmes ud fra x :

$$m_f = m_L + m_d = m_L(1 + x) \Leftrightarrow m_L = m_f \frac{1}{1 + x} \quad [7.28]$$

Fra ligning [7.27] og [7.28] fås massestrømmen af tør luft til:

$$q_{mL} = \frac{(p - \varphi p_m) q_{VL}}{R_L T} = q_{mf} \frac{1}{1 + x} \quad [7.29]$$

Her er q_V volumestrømmen og q_{mf} er massestrømmen af fugtig luft.

Densitet for tør luft, ρ_L , vanddamp, ρ_d , og fugtig luft, ρ_f , beregnes ud fra tilstandsligningen:

$$\rho_L = \frac{m_L}{V} = \frac{p - \varphi p_m}{R_L T} \quad [7.30]$$

$$\rho_d = \frac{m_d}{V} = \frac{\varphi p_m}{R_d T} \quad [7.31]$$

$$\rho_f = \frac{m_f}{V} = \frac{m_L + m_d}{V} = \rho_L + \rho_d \quad [7.32]$$

Når fugtig luft gennemstrømmer et anlæg eller et lokale, forbliver massestrømmen af tør luft konstant, forudsat der ikke er lækage. Luftens indhold af vanddamp kan derimod ændre sig ved gennemstrømningen. F.eks. kan der fjernes vanddamp fra luften ved passage af en køleflade, hvorpå der kondenserer vand. Omvendt kan der tilføres vanddamp til luften fra brusebadning, madlavning og menneskers udåndingsluft. De nævnte processer medfører således ændringer i luftens absolute vandindhold, x .

Da massestrømmen af tør luft forbliver konstant i modsætning til vandindholdet, x , henføres tilstandsændringer til:

1 kg tør luft + x kg vanddamp.

Dette gælder f.eks ved beregning af den specifikke entalpi, h , for fugtig luft, der udregnes for 1 kg tør luft og x kg vanddamp. Den specifikke entalpi, h , får enheden kJ/(kg tør luft).

I et ventilationsanlæg kan udvekslet varmestrøm beregnes som produktet af massestrøm og entalpiforskelle, jf. energibalanceligningen. Det er praksis at anvende massestrøm af tør luft, q_{mL} , og specifik entalpi, h , pr. kg tør luft.

Denne praksis giver den fordel, at der ikke skal korrigeres for ændringer i massestrøm, selvom luftens absolute vandindhold, x , ændres i processerne.

Eksempel 7.2

Beregning af massestrømmen af tør luft

Et ventilationsanlæg indblæser 600 m^3 fugtig luft i timen i et kontor. Luftens temperatur er 30°C , den relative fugtighed 40 % og luftens tryk er 1,013 bar. Hvad er massestrømmen af tør luft i anlægget?

Løsning: Fra tabel 10.14 aflæses mætningstrykket $p_m = 0,0424$ bar. Massestrømmen af tør luft findes ved hjælp af ligning [7.29]:

$$\begin{aligned} q_{mL} &= \frac{(p - \varphi p_m) q_{VL}}{R_L T} \\ &= \frac{(1,013 - 0,4 \cdot 0,0424) 10^5 \cdot 600 / 3600}{287 \cdot 303} = 0,19 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

7.2.7 Specifik entalpi

Entalpi for fugtig luft beregnes som summen af entalpi for tør luft og vanddamp:

$$H_f = H_L + H_d \quad [7.33]$$

Specifik entalpi udregnes som nævnt for 1 kg tør luft + x kg vanddamp, derfor skrives specifik entalpi ofte som h_{1+x} . I dette afsnit er indeks $1+x$ valgt som underforstået, og den specifikke entalpi benævnes blot h .

For specifik entalpi pr. kg tør luft fås:

$$h = \frac{H_f}{m_L} \text{ kJ/(kg tør luft)} \quad [7.34]$$

Den specifikke entalpi sættes til nul ved 0°C , og vandet i luften skal være på væskeform.

Specifik entalpi for fugtig luft beregnes herved til:

$$h = c_{pL}t + x(c_{pd}t + r_0) \quad [7.35]$$

hvor

c_{pL} er den specifikke varmekapacitet for tør luft, $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

c_{pd} er den specifikke varmekapacitet for vanddamp, $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

r_0 er fordampningsentalpien for vand ved 0°C , $= 2501 \text{ kJ/kg}$

t er luftens temperatur, $^\circ\text{C}$.

De specifikke varmekapaciteter for tør luft og vanddamp er temperaturafhængige. I temperaturområdet 0 til 30°C er følgende værdier gældende: $c_{pL} = 1,006 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$; $c_{pd} = 1,86 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

Med disse talværdier fås:

$$h = 1,006t + x(1,86t + 2501) \quad [7.36]$$

Ligningen gælder for $\varphi \leq 1$ og $t \geq 0^\circ\text{C}$.

Hvis luften er overmættet og indeholder frit vand, så skal vandets entalpi medregnes:

$$h = c_{pL}t + x_m(c_{pd}t + r_0) + (x - x_m)c_{pv}t \quad [7.37]$$

hvor

x_m er absolut vandindhold ved mætningstilstanden $\varphi = 100\%$,
kg damp/kg tør luft

c_{pv} er vands specifikke varmekapacitet, $\approx 4,19 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

Med disse talværdier fås:

$$h = 1,006t + x_m(1,86t + 2500) + (x - x_m)4,19t \quad [7.38]$$

Ligningen gælder for $x \geq x_m$ og $t > 0^\circ\text{C}$.

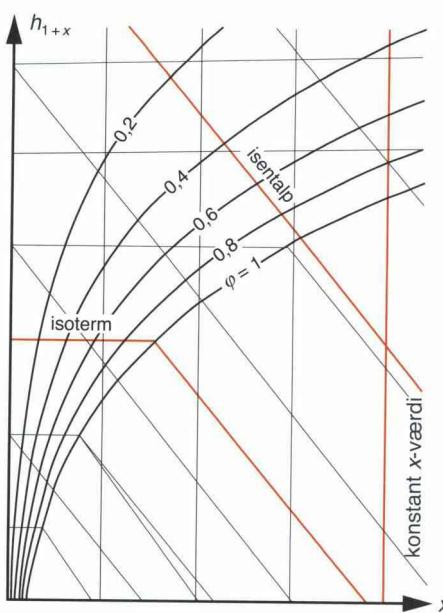
7.2.8 Molliers h,x -diagram

I et ventilationsaggregat ændres luftens tilstand ofte flere gange ved passage af komponenterne. For at skabe overblik over tilstandsændringerne kan de indtegnes i et *Mollier-diagram*.

Diagrammet afbilder entalpien, h , som funktion af vandindholdet, x , og rummer desuden kurver for temperaturen, t , den relative fugtighed, φ , og damptrykket, p_d .

Ved at anvende et skævvinklet koordinatsystem, hvorved h -linjerne bliver skrå, udnyttes papirformatet bedre.

Denne diagramform anvendes i dette afsnit, se figur 7.4 og diagram 10.24.



Figur 7.4
Opbygning af
 h,x -diagram.

Diagrammet gælder ved normal barometerstand, $p = 1013$ mbar. I diagrammet adskiller grænsekurven $\varphi = 1$ det umættede område fra det overmættede område.

I det overmættede område findes foruden mættet damp også frit vand, tåge/regn ved $t \geq 0^\circ\text{C}$ og is/sne ved $t \leq 0^\circ\text{C}$.

De skrå linjer for konstant entalpi kan aflæses i det overmættede område ved blot at forlænge linjerne.

Isotermene, der forløber næsten vandret i det umættede område, knækker ved grænsekurven $\varphi = 1$ og følger derefter stort set entalpilinjerne. I praksis kan man med rimelig nøjagtighed regne isotermen og entalpilinen for sammenfaldende i det overmættede område.

Når luft behandles i et ventilationsaggregat, gennemløber luften en række standardprocesser.

Molliers h,x -diagram kan med fordel anvendes til at anskueliggøre processerne.

I de fleste anlæg forekommer kun ubetydelige trykforandringer. Dermed er anlægstrykket så tæt på normal barometerstand, at diagrammet kan anvendes uden korrektion for trykændringer.

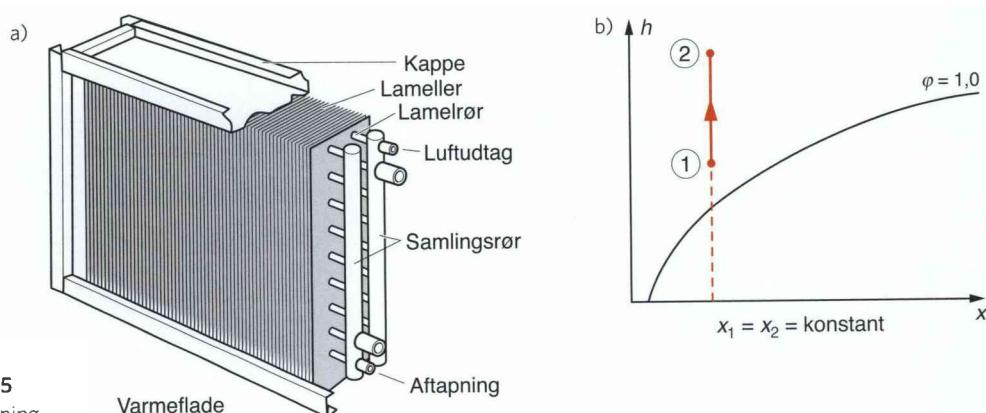
I mange diagrammer anvendes i for specifik entalpi i stedet for h .

7.2.9 Opvarmning af luft

Ved opvarmning af luft i en varmeflade er vandindholdet, x , konstant. Processen forløber langs en lodret linje i h,x -diagrammet, se figur 7.5.

Varmefladens ydelse (isobar proces) beregnes af energibalanceligningen:

$$\Phi_{12} + q_{mL}h_1 - q_{mL}h_2 = 0 \Leftrightarrow \Phi_{12} = q_{mL}(h_2 - h_1) \quad [7.39]$$



Figur 7.5
Opvarmning.

7.2.10 Afkøling af luft

Afkøling af fugtig luft kan foregå med affugtning af luften, »våd køling«, eller som »tør køling«.

Ved »tør køling« er vandindholdet, x , i luften konstant. Tilstandsændringen forløber langs en lodret linje i h,x -diagrammet, se figur 7.6a. Luftens sluttemperatur, t_2 , ligger over *dugpunktstemperaturen*, t_d . Dugpunktet med temperaturen, t_d , findes på mætningskurven lodret under tilstand 1.

Hvis luften køles i en køleflade, så skal kølerens overfladetemperatur være højere end dugpunktstemperaturen, $t_{ok} \geq t_d$, for at undgå, at der udskilles kondensat på kølerens overflade.

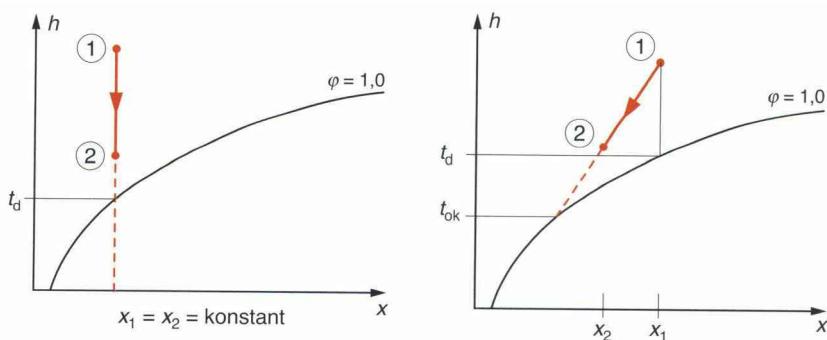
Ved køling med affugtning ændres vandindholdet, x , og der udskilles vand eller rim på luftkølerens overflade. Dette finder sted, hvis kølerens overfladetemperatur $t_{ok} \leq t_d$. Processen forløber (tilnærmet) i h,x -diagrammet langs en ret linje, trukket fra tilstand 1 til kølerens overfladetemperatur, t_{ok} , se figur 7.6b.

Luftkølerens ydelse beregnes ud fra energibalanceligningen:

$$q_{mL}h_1 - q_{mL}h_2 - \Phi_{12} = 0 \Leftrightarrow \Phi_{12} = q_{mL}(h_1 - h_2) \quad [7.40]$$

Den udskilte vandstrøm fra luftkøleren beregnes ud fra massebalancen:

$$q_{mv} = q_{mL}(x_1 - x_2) \quad [7.41]$$



Figur 7.6

Våd og tør køling.

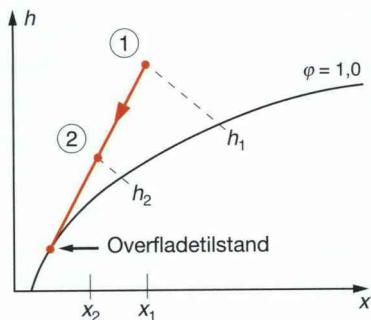
a) Tør køling

b) Våd køling

Eksempel 7.3

Beregninger på en våd køleproces

Fugtig luft med temperaturen $t_1 = 30^\circ\text{C}$ og en relativ fugtighed $\varphi_1 = 75\%$ strømmer til en køleflade. Da kølefladens overfladetemperatur $t_{ok} < t_d$, foregår afkølingen som våd køling, og der udskilles vand. Der indsuges $3000 \text{ m}^3/\text{h}$ fugtig luft ved tilstand 1 i kølefladen. Efter kølefladen er lufttemperaturen $t_2 = 22^\circ\text{C}$ og det absolutte vandindhold $x_2 = 0,016$. Trykket regnes overalt til 1,013 bar. Beregn kølefladens ydelse og den udskilte vandstrøm.

**Løsning:**

Først beregnes massestrømmen af tør luft gennem kølefladen og x_1 :

$$\begin{aligned} q_{mL} &= \frac{(p - \varphi_1 p_{m1}) q_{VL}}{R_L T_1} \\ &= \frac{(1,013 - 0,75 \cdot 0,0424) 10^5 \cdot 3000}{287 \cdot 303 \cdot 3600} = 0,94 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= 0,622 \frac{\varphi_1 p_{m1}}{p - \varphi_1 p_{m1}} = 0,622 \frac{0,75 \cdot 0,0424}{1,013 - 0,75 \cdot 0,0424} \\ &= 0,020 \text{ kg/kg} \end{aligned}$$

Dernæst beregnes den specifikke entalpi før og efter kølefladen af [7.35]:

$$\begin{aligned} h_1 &= 1,006 \cdot 30 + 0,020(1,86 \cdot 30 + 2501) = 81,3 \text{ kJ/kg} \\ h_2 &= 1,006 \cdot 22 + 0,016(1,86 \cdot 22 + 2501) = 62,8 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Kølefladens ydelse beregnes til:

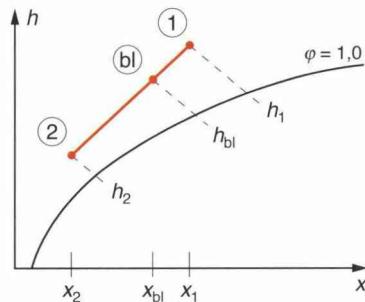
$$\Phi = q_{mL}(h_1 - h_2) = 0,94(81,3 - 62,8) = 17,4 \text{ kW}$$

den udskilte vandstrøm fra kølefladen beregnes til:

$$\begin{aligned} q_{mv} &= q_{mL}(x_1 - x_2) \\ &= 0,94(0,020 - 0,016)3600 = 13,5 \text{ kg vand/h} \end{aligned}$$

7.2.11 Blanding af to luftstrømme

Blandes to luftstrømme 1 og 2, så vil blandingspunktet, bl, ligge på en ret linje mellem punkterne 1 og 2 i h,x -diagrammet, se figur 7.7.



Figur 7.7
Blanding af
to luftstrømme.

Ud fra vandbalancen bestemmes blandingsens vandindhold, x_{bl} :

$$\begin{aligned} q_{mL1}x_1 + q_{mL2}x_2 &= (q_{mL1} + q_{mL2})x_{bl} \\ x_{bl} &= \frac{q_{mL1}x_1 + q_{mL2}x_2}{q_{mL1} + q_{mL2}} \end{aligned} \quad [7.42]$$

Blandingsentalpien, h_{bl} , kan beregnes ved at opstille energibalancen:

$$\begin{aligned} q_{mL1}h_1 + q_{mL2}h_2 &= (q_{mL1} + q_{mL2})h_{bl} \\ h_{bl} &= \frac{q_{mL1}h_1 + q_{mL2}h_2}{q_{mL1} + q_{mL2}} \end{aligned} \quad [7.43]$$

Blandingspunktet, bl, kan endvidere findes grafisk, hvilket fremgår af følgende udledning af entalpiligningen:

$$\frac{q_{mL2}}{q_{mL1}} = \frac{h_1 - h_{bl}}{h_{bl} - h_2} \quad [7.44]$$

Blandingspunktet, bl, afsættes i h,x -diagrammet ved at dele linjestykket 1-2 i det omvendte forhold af massestrømmene q_{mL1} og q_{mL2} . Hvis forbindelseslinjen mellem 1 og 2 skærer mætningskurven udfældes vand eller sne/is. I praksis kan det f.eks. forekomme, hvis man åbner badeværelsesvinduet efter bad en kold vinterdag. Her vil luftens vanddamp fortætte, hvor luftstrømmene mødes.

I ventilationsaggregater foregår opblandingen i blandekamre, hvor reguleringsspjæld kan indstilles til det ønskede blandingsforhold.

7.2.12 Befugtning af luft

Hvis luften er for tør, kan der befuges med vand eller damp.

En *dampbefugter* leder vanddamp ud i luftstrømmen via et dampspyd, der er udformet som et rør med små dyrehuller, som dampen blæses igennem. Vandindholdet, x_2 , og tilvæksten i vandindholdet, Δx , kan findes ud fra vandbalancen:

$$q_{mL}(x_1 - x_2) + q_{mv} = 0 \Rightarrow x_2 = x_1 + \frac{q_{mv}}{q_{mL}} \Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = \frac{q_{mv}}{q_{mL}}$$

[7.45]

Ud fra energibalancen beregnes entalpien h_2 og tilvæksten i entalpi, Δh :

$$\begin{aligned} q_{mL}(h_1 - h_2) + q_{mv}h_v &= 0 \\ h_2 = h_1 + \frac{q_{mv}h_v}{q_{mL}} &\Rightarrow \Delta h = h_2 - h_1 = \frac{q_{mv}h_v}{q_{mL}} \end{aligned}$$

[7.46]

q_{mv} er dampstrømmen til befugteren, kg/s

h_v er befugterdampens entalpi, kJ/kg.

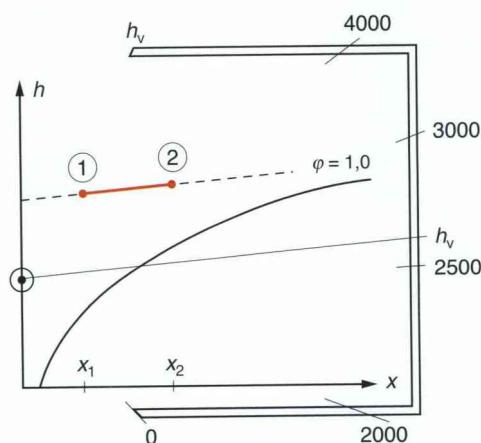
Hvis vi beregner hældningskoefficienten i h,x -diagrammet:

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} = h_v$$

[7.47]

kan procesretningen ved befugtning indtegnes i diagrammet. Imidlertid er diagrammet skævvinklet, derfor kan hældningskoefficienten, h_v , ikke afsættes på normal vis.

De fleste h,x -diagrammer er derfor forsynet med en randskala til indtegning af procesretningen ved befugtning med damp. På randskalaen afsættes dampens entalpi, h_v , der aflæses af en damptabel. Punktet på randskalaen forbides med diagrammets 0-pol, og den indtegnede linje viser procesretningen. Linjen kan nu parallelforskydes til begyndelsespunkt 1, og befugtningsprocessen 1 til 2 følger denne linje, se figur 7.8.



Figur 7.8
Dampbefugtning.

Hvis der *befugtes med vand*, kan det foregå ved indsprøjting af forstøvet vand gennem en dyse ind i luftstrømmen. Alternativt kan vandet fordampe til luften fra en stor, våd overflade (befugterindsats). Ved vanddråbernes kontakt med luftstrømmen fordamper en del af vandet, hvorved selve befugtningen sker. Energien til fordampningen tages fra luften, der afkøles.

For vandbefugtning findes procesretningen på samme måde som for dampbefugtning.

Hældningen, h_v , kan beregnes ud fra:

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} = h_v = c_{pv} t_v \approx 4,19 t_v \quad [7.48]$$

hvor

c_{pv} er den specifikke varmekapacitet for vand, $\approx 4,19 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

t_v er befugtervandets temperatur, $^{\circ}\text{C}$.

Den resulterende entalpi, h_v , vil som regel være så lille, at procesretningen er næsten sammenfaldende med entalpilinjerne, dvs. $h \approx$ konstant. Det er da også almindelig praksis at indtegne procesretning for vandbefugtning parallelt med entalpilinjerne, se figur 7.9.

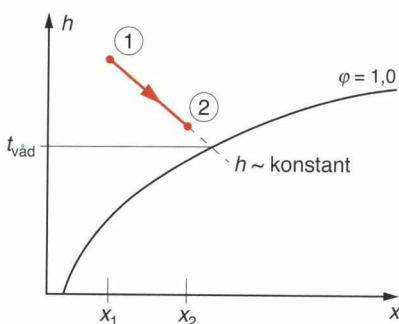
Luften kan maksimalt afkøles, til processen når mætningskurven $\varphi = 1$, denne grænse kaldes *kølegrænsen* eller den *våde temperatur* $t_{våd}$ (*wet bulb*).

Vandbefugterens effektivitet kan udtrykkes ved befugterens virkningsgrad, η_x , der defineres ud fra:

$$\eta_x = \frac{x_2 - x_1}{x_m - x_1} \quad [7.49]$$

Hvor x_1 og x_2 fremgår af figur 7.9 og x_m er x -værdi ved mætningstilstand, aflæses ved den skrælle linjes skæring med kurven for $\varphi = 1,0$.

Vandbefugters virkningsgrad, η_x , er som regel mindre end 0,9.



Figur 7.9
Vandbefugtning.

Eksempel 7.4 Beregninger på en befugtningsproces

Et ventilationsaggregat ind suger $2400 \text{ m}^3/\text{h}$ fugtig luft med temperaturen 28°C og en relativ fugtighed på 25 %. Ventilationsluften befuges med 22 kg/h tørmættet damp ved trykket 1,1 bar. Bestem absolut vandindhold, x_2 , efter befugteren og indtegn processen i h,x -diagrammet. Aflæs temperatur og relativ fugtighed i tilstand 2 på diagrammet. Trykket er 1,013 bar overalt i centralen.

Løsning:

Først beregnes massestrømmen af tør luft ved ligning [7.27]:

$$\begin{aligned} q_{mL} &= \frac{(p - \varphi p_m) q_{VL}}{R_L T} \\ &= \frac{(1,013 - 0,25 \cdot 0,03778) 10^5 \cdot 2400}{287 \cdot 301 \cdot 3600} = 0,775 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

Det absolute vandindhold i tilstand 1, x_1 , beregnes ved ligning [7.25], p_m fra tabel 10.14:

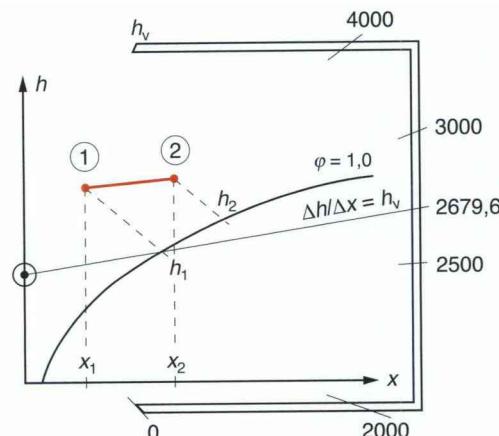
$$\begin{aligned} x_1 &= 0,622 \frac{\varphi p_m}{p - \varphi p_m} = 0,622 \frac{0,25 \cdot 0,03778}{1,013 - 0,25 \cdot 0,03778} \\ &= 0,0059 \text{ kg/kg} \end{aligned}$$

Det absolute vandindhold i tilstand 2, x_2 , beregnes til:

$$x_2 = x_1 + \frac{q_{mv}}{q_{mL}} = 0,0059 + \frac{22}{0,775 \cdot 3600} = 0,0137 \text{ kg/kg}$$

Fra vanddamptabellen 10.12 aflæses befugterdampens entalpi til $h_v = 2679,6 \text{ kJ/kg}$ ved 1,1 bar og tørmættet tilstand.

I h,x -diagrammet forbides 0-polen med $h_v = 2679,6 \text{ kJ/kg}$ på randskalen. Linjen parallelforskydes til tilstand 1 i diagrammet, og procesretningen er nu givet. Tilstand 2 afsættes på linjen ud for $x_2 = 0,0137$. Tilstand 2 er nu bestemt og fra diagrammet aflæses $t_2 \approx 29^\circ\text{C}$ og $\varphi_2 \approx 55 \%$, jf. skitsen.

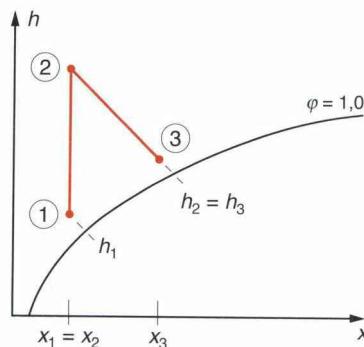


Eksempel 7.5

Luftbehandling til et korntørringsanlæg

Et korntørringsanlæg ind suger udeluft med temperaturen $t_1 = 15^\circ\text{C}$ og det absolute vandindhold $x_1 = 0,0063$. Luften sendes gennem en varmeflade og opvarmes til 29°C , hvorefter luften tørrer det våde korn. Der skal fjernes 50 kg vand pr. time fra kornet, og denne vandmængde føres bort med tørreluftens. Tørreprocessen forløber for luften som en adiabatisk proces ($h_2 = h_3$), og luftens relative fugtighed ved udløbet er $\varphi_3 = 90\%$.

- Skitser procesforløbet i et h,x -diagram og bestem det absolute vandindhold x_2 og x_3 samt de specifikke entalpier i tilstand 1, 2 og 3.
- Bestem den nødvendige massestrøm af tør luft.
- Bestem varmefladens ydelse.
- Bestem volumenstrømmen af tør luft ud fra tilstand 1, idet lufttrykket overalt i anlægget er 1,013 bar.

**Løsning:**

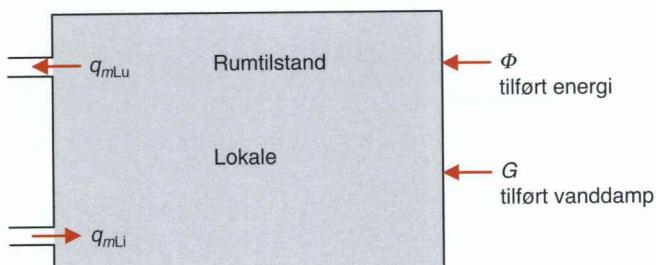
- Fra diagrammet aflæses $x_2 = x_1 = 0,0063$ og $x_3 = 0,0108$. Entalpierne aflæses til $h_1 = 31 \text{ kJ/kg}$ og $h_2 = h_3 = 45 \text{ kJ/kg}$.
- $q_{mL} = \frac{q_{mv}}{x_3 - x_2} = \frac{50}{(0,0108 - 0,0063)3600} = 3,09 \text{ kg/s}$
- $\Phi = q_{mL}(h_2 - h_1) = 3,09(45 - 31) = 43,2 \text{ kW}$
- $q_{VL} = \frac{q_{mL}R_L T_1}{p_1 - \varphi_1 p_{m1}} = \frac{3,09 \cdot 287 \cdot 288}{(1,013 - 0,6 \cdot 0,017)10^5} = 2,54 \text{ m}^3/\text{s}$

7.3 Indblæsningstilstanden

Ud fra de belastninger der typisk vil være på et rum, som skal ventileres (luftkonditioneres), er det nødvendigt at beregne tilstanden for den luft, som skal indblæses, her kaldet *indblæsningstilstanden*, det vil sige den tilstand, som indblæsningsluften i et ventilationsanlæg skal have for at opretholde det ønskede indeklima. Tilstanden er givet ved luftens temperatur, t , eller specifikke entalpi, h , og vandindholdet, x .

Indblæsningstilstanden bestemmes ved at gennemføre en energibalancen og en vanddampbalance på det aktuelle rum.

Et lokale er illustreret ved figur 7.10.



Figur 7.10
Lokale med belastning
for opstilling af balancer.

Der tilføres en luftstrøm q_{mLi} ved tilstanden i , som vi kalder indblæsningstilstanden. Denne er givet ved temperaturen t_i og vandindholdet x_i .

Der udsuges en luftstrøm q_{mLu} ved tilstanden u . Denne er givet ved temperaturen t_u og vandindholdet x_u .

Ofte er der tale om samme luftstrøm ind og ud af rummet.

Energibalance

Opstilles energibalancen på rummet, fås:

$$\sum_{\text{ud}} q_m h - \sum_{\text{ind}} q_m h = \sum \Phi$$

$$\sum_{\text{ud}} q_{mL} h - \sum_{\text{ind}} q_{mL} h = \sum \Phi$$

$$\sum \Phi = q_{mLu} h_u - q_{mLi} h_i$$

hvor:

q_{mL} er tør massestrøm ind og ud af rummet, kg/s

h er den specifikke entalpi ind og ud af rummet, kJ/(kg tør luft)

$\sum \Phi$ er summen af tilført energistrøm fra bygningens belastning, sol, varme, personer m.m. Bidraget regnes positivt tilført rummet, kW.

Det ses, at luftstrømmen og temperaturen (entalpien) ikke kan sættes vilkårligt. Skal lokalet køles, skal luften indblæses med en lavere temperatur end rumtemperaturen, hvor meget lavere afhænger af den valgte luftstrøm. Altså kan vi blive nødt til at vælge en relativt høj luftstrøm for at undgå for lav indblæsningstemperatur, med deraf følgende trækproblemer. Hvis indblæsningsarmaturerne ikke dimensioneres korrekt, kan en høj luftstrøm i sig selv dog også give trækgener.

Undertemperaturen bestemmes af komforthensyn og ventilationsprincip.

Vanddampbalance

Opstilles vanddampbalancen på rummet, fås:

$$\sum_{\text{ud}} q_m x - \sum_{\text{ind}} q_m x = \sum G$$

$$\sum_{\text{ud}} q_{mL} x - \sum_{\text{ind}} q_{mL} x = \sum G$$

$$\sum G = q_{mLu} x_u - q_{mLi} x_i$$

hvor

q_{mL} er tør massestrøm ind og ud af rummet, kg/s

x er det absolute vandindhold i luften ind og ud af rummet, kg vand/(kg tør luft)

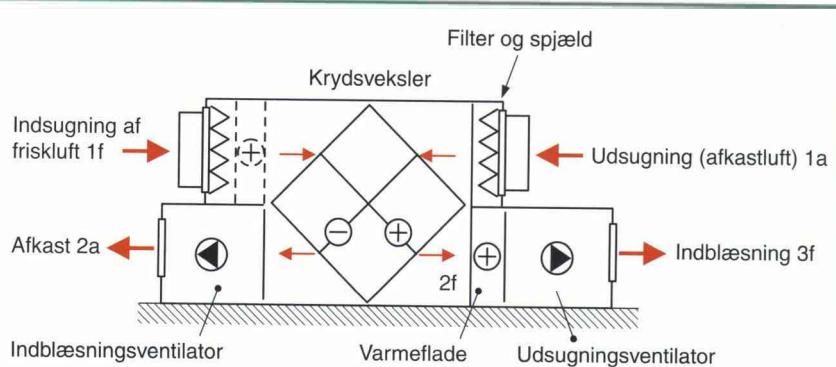
$\sum G$ er summen af tilført vanddampstrøm fra bygningens belastning, personer, planter, processer m.m. Bidraget regnes positivt tilført rummet, kg vand/s.

Indblæsningsluftens tilstand

Ovenstående balancer løses, og indblæsningsstilstanden findes. Udsugningsstilstanden regnes lig rumtilstanden, idet der antages god opblanding.

Eksempel 7.6

Ventilationsanlæg med varmegenvinding



Figuren viser et ventilationsanlæg, som ind suger friskluft. Den ind sugerde luft opvarmes til komforttemperatur, inden den blæses ind i bygningen med det formål at erstatte »rumluft«.

Den kolde friskluft strømmer først gennem en krydsvarmeveksler, hvori luften tilføres varme fra den afkastluft, der suges ud fra bygningen. De to luftstrømme holdes adskilt, der er ikke opblanding mellem friskluft og afkastluft.

Friskluften opvarmes derefter i en varmeflade og blæses via et kanalsystem ind i bygningen.

I anlægget er der balance mellem luftstrømmene, så der er den samme, konstante massestrøm af tør luft for både indblæsning og udsugning. Der kan påregnes normalt atmosfæretryk $p = 1,013$ bar overalt i anlægget.

For anlægget gælder følgende data:

Afkastluft

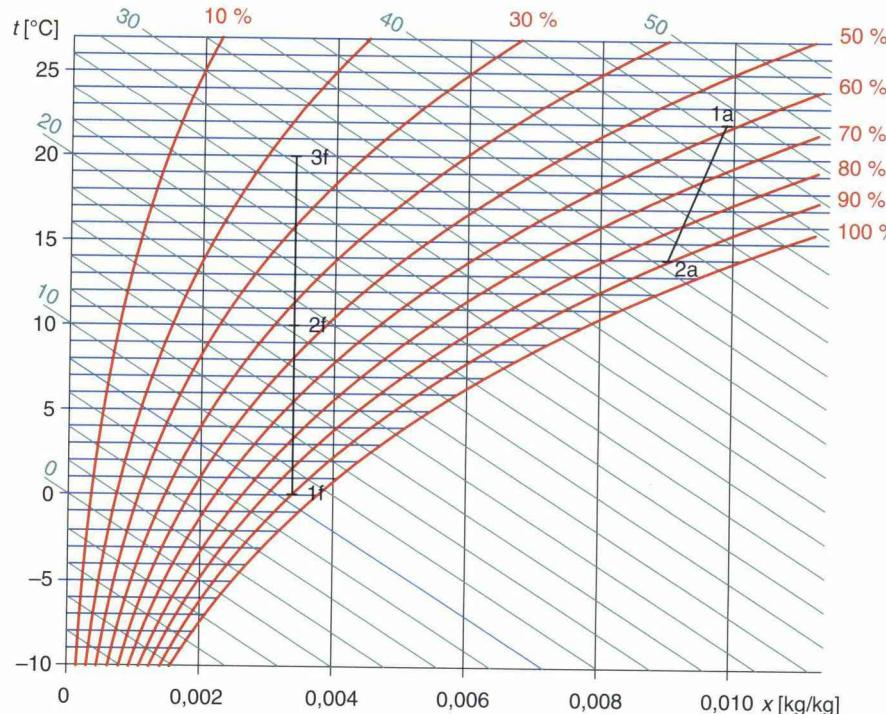
Volumenstrøm før krydsveksler $q_{V1a} = 900 \text{ m}^3/\text{h}$ ved temperaturen $t_{1a} = 22^\circ\text{C}$ og relativ fugtighed $\varphi_{1a} = 60\%$. Efter krydsvarmeveksleren er temperaturen $t_{2a} = 14^\circ\text{C}$ og den relative fugtighed $\varphi_{2a} = 90\%$.

Friskluft

Temperatur ved indsugning $t_{1f} = 0^\circ\text{C}$ og $\varphi_{1f} = 90\%$. Temperatur efter varmefladen $t_{3f} = 20^\circ\text{C}$.

Besvar følgende:

- Indtegn processen for de to luftstrømme i et h,x -diagram.
- Beregn overført varmestrøm i krydsvarmeveksleren.
- Beregn udskilt vandstrøm i krydsvarmeveksleren.
- Beregn varmefladens ydelse.

Løsningsforslag:a) Processen i h,x -diagram:

b) Massestrømmen af tør luft beregnes (for begge luftstrømme):

$$q_{mL} = \frac{(p - \varphi_{1a} p_{m1a}) q_{V1a}}{R_L T_{1a}}$$

$$= \frac{(1,013 - 0,6 \cdot 0,0264) 10^5 \cdot 900 / 3600}{287 \cdot 295} = 0,294 \text{ kg/s}$$

Fra h,x -diagrammet aflæses $h_{1a} = 47,2 \text{ kJ/kg}$ og $h_{2a} = 36,7 \text{ kJ/kg}$. Derefter kan varmestrømmen i krydsvarmeveksleren beregnes:

$$\Phi_{12} = q_{mL}(h_{1a} - h_{2a}) = 0,294 \cdot (47,2 - 36,7) = 3,09 \text{ kW}$$

3. Fra h,x -diagrammet aflæses $x_{1a} = 0,0099 \text{ kg/kg}$ og $x_{2a} = 0,0090 \text{ kg/kg}$. Udskilt vandstrøm bliver således:

$$q_{mv} = q_{mL}(x_{1a} - x_{2a})$$

$$= 0,294 \cdot (0,0099 - 0,009) \cdot 3600 = 0,953 \text{ kg vand/h}$$

- d) For at bestemme varmefladens ydelse må entalpien h_{2f} for friskluften bestemmes. I krydsvarmeveksleren overføres varme fra afkastluft til friskluft, så afgivet varmestrøm er lig med modtaget, hvorved:

$$\Phi_{12a} = \Phi_{12f} \Leftrightarrow q_{mL}(h_{1a} - h_{2a}) = q_{mL}(h_{2f} - h_{1f})$$

Da massestrømmen for friskluft og afkastluft er den samme, fås:

$$h_{2f} = h_{1f} + (h_{1a} - h_{2a}) = 8,5 + (47,2 - 36,7) = 19 \text{ kJ/kg.}$$

Fra h,x -diagrammet aflæses $h_{3f} = 28,5 \text{ kJ/kg}$. Nu kan varmefladens ydelse beregnes ud fra:

$$\begin{aligned}\Phi_{23} &= q_{mL}(h_{3f} - h_{2f}) \\ &= 0,294 \cdot (28,5 - 19) = 2,79 \text{ kW}\end{aligned}$$

7.4 Resumé

Dette kapitel handler om blandinger af gasser med et særligt fokus på fugtig luft. Kapitlet indledes med en gennemgang af gasblandinger generelt og beskriver, hvordan sammensætningen kan angives på masse- eller volumenbasis. Dernæst ser vi på love og ligninger til beregning af stofværdier for blandingen. Beregningerne knytter sig til tilstandsligningen for ideale gasser.

Atmosfærisk luft er et vigtigt eksempel på en gasblanding. Ud over kvælstof og ilt indeholder luft bl.a. vanddamp. Da vanddampen kan skifte fase ved almindeligt forekommende temperaturer, så kan tilstandsligningen ikke altid anvendes. Atmosfærisk luft behandles derfor i et særskilt afsnit under betegnelsen fugtig luft.

Fugtig luft indgår i mange tekniske sammenhænge, men i dette kapitel fokuseres på processer i ventilationsanlæg. Først ser vi på luftens vandindhold og beregninger af specifik entalpi, som udregnes pr. kg tør luft. Dernæst indføres Molliers h,x -diagram, som bl.a. anvendes til beregninger for ventilationsanlæg. I den resterende del af kapitlet gennemgås de vigtigste enkelprocesser som opvarmning, køling, befugtning og blanding af fugtig luft. Disse processer belyses ved indtegning i Molliers diagram og ved beregning.

7.5 Nøglebegreber

Masseanalyse	Udskilt vandstrøm
Masseandel	Masse af tør luft
Volumenanalyse	Specifik entalpi
Volumenandel	Molliers h,x -diagram
Daltons lov	Blanding af luftstrømme
Middelgaskonstant	Varme- og kølefladens ydelse
Dugpunkt	Befugtning af luft
Middelmolmasse	Opvarmning af luft
Fugtig luft	Afkøling af luft
Partialtryk	Tilstandsstørrelser
Relativ fugtighed	Standardprocesser
Absolut vandindhold	

7.6 Centrale spørgsmål (selvevaluering)

- A: En gasblanding består af to gasarter hver med en masseandel på 0,5. Gas 1 har en specifik varmekapacitet $c_{p1} = 0,52 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ og gas 2 har værdien $c_{p2} = 1,039 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$.

Bestem følgende:

- Blandingens specifikke varmekapacitet

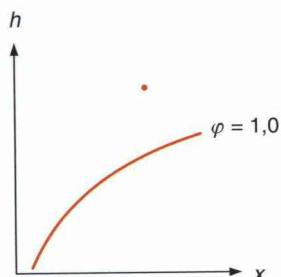
- B: Fugtig luft med temperaturen 30°C har en relativ fugtighed på 60 %.

Bestem følgende:

- Mætningstrykket, p_m
- Vanddampens partialtryk, p_d
- Absolut vandindhold for luften
- Specifik entalpi for den fugtige luft
- Dugpunktstemperaturen, t_d

C: Optegn følgende tre processer for fugtig luft i et Molliers h,x -diagram. Processerne tegnes ud fra samme begyndelsespunkt:

- Opvarmning
- Tør køling
- Våd køling



8

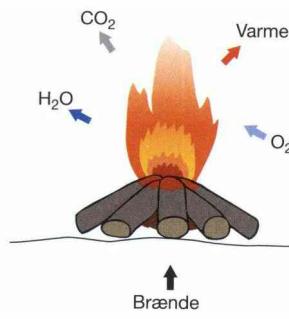
Forbrænding

8.1 Energiforsyning

Verdens energiforsyning er fortsat primært baseret på afbrænding af fossile brændsler som olie, kul og naturgas. Først i anden række kommer kernekraft, vandkraft og vedvarende energi, herunder sol- og vindenergi.

Dette kapitel omhandler de elementære forbrændingstekniske beregninger. Beregningsgrundlaget for forbrug af forbrændingsluft og produktionen af røggas gennemgås, og der gives en introduktion til de energimæssige forhold.

8.1.1 Fotosyntese



Figur 8.1

De fossile brændsler, olie, kul og naturgas, kan føre deres oprindelse tilbage til en biologisk proces, fotosyntesen, som på forenklet form kan skrives:



På venstresiden findes »ingredienserne«, dvs. kuldioxid, CO₂, som findes i atmosfæren i en koncentration på ca. 350 ppm (= 0,035 volumenprocent), vand, som optages via planternes rødder samt energi, som tilføres via sollyset.

På højresiden findes »produkterne«, dvs. biomasse og fri ilt. Grønne planter består i det væsentligste af cellulose og hemicellulose, hvor grundstenene er kulstof, C, brint, H og ilt, O. Stenkul er dannet ved, at plantedele er sunket ned i moser, hvor de først omdannes til tørv, senere til brunkul, kul og cinders.

Ved fotosyntesen lagres energien i den dannede biomasse. I naturen vil biomassen senere, når planterne dør ved forrådnelse, langsomt omdannes til de oprindelig bestanddele, dvs. processen [8.1] forløber i den modsatte retning:



8.1.2 Forbrænding

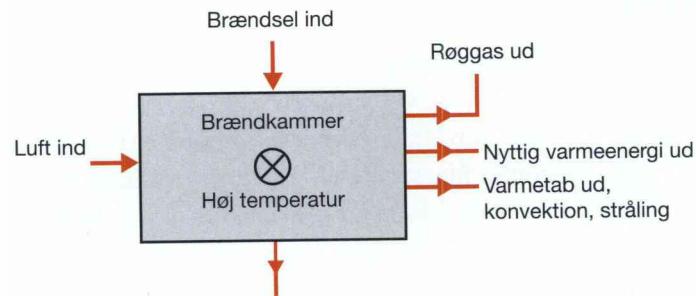
Forbrændingsprocesser er reaktioner mellem ilt, O_2 , og forskellige stoffer, især brint, H, og kulstof, C, jf. reaktionen [8.2]. Almindeligvis anvendes ilten fra atmosfærisk luft, hvor iltindholdet er ca. 21 vol%.

Forbrændingsprocesser finder sted i forbrændingsmotorer, kedler, gasturbiner, jetmotorer m.m.

Processen kan skitseres som vist i figur 8.2. Der tilføres luft (ilt) samt brændsel i fast, flydende eller gasform. I kammeret sker en kemisk reaktion, en forbrænding, hvorved der frigøres varmeenergi. En del af denne varmeenergi optages f.eks. i kedelvandet (som evt. fordampes), en del går til varmetab til omgivelserne i form af stråling og konvektion, en del går til omgivelserne via røggassen og en del går evt. tabt via asken (faste brændsler).

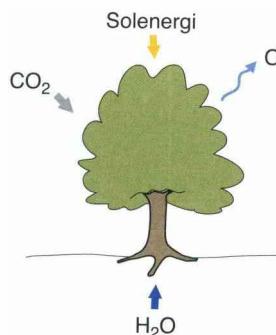
I energibalancen, som den er udviklet i Introduktionen, indgår en størrelse som benævnes »den energi der genereres i systemet«, \dot{E}_{gen} , herved forstås den energistrøm, der tilføres ved eksempelvis forbrænding, altså energi som udvikles indenfor kontrolfladen (systemgrænsen), det er dette bidrag, der er temaet i kapitel 8. Størrelsen af den energi, der genereres, fås af brændslets brændværdi, H_n . Værdier for denne kan findes i tabeller i dette kapitel. Det skal dog bemærkes, at disse tal er af ældre dato, og for mere opdaterede tal skal findes andre kilder.

Ved forbrændingsprocessen friges den i brændslet kemisk bundne energi som varme. Den frigivne varme kan anvendes direkte til opvarmningsformål eller indirekte til fremstilling af mekanisk eller elektrisk energi.

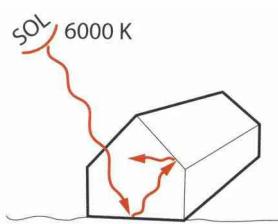


Figur 8.2
Princip af brændkammer.

8.1.3 Drivhuseffekt



Figur 8.3



Figur 8.4

Verdens stigende forbrug af energi dækkes i det væsentlige ved forbrændingsprocesser, dvs. der forbruges ilt og frigives kuldioxid til atmosfæren, jf. [8.2]. Dette har ført til, at atmosfærens indhold af kuldioxid er stigende, og man ved nu med sikkerhed, at stigningen kan tilskrives menneskelig aktivitet. Hvad man derimod endnu ikke ved med sikkerhed er, om det stigende indhold af kuldioxid vil give anledning til forøget *drivhuseffekt*. Med drivhuseffekt hentydes til, at kuldioxiden er gennemsigtig for den forholdsvis kortbølgede indstråling fra solen, men til en vis grad skærmer for den mere langbølgede udstråling fra Jorden til universet. Kuldioxiden fungerer altså som ensretter for energistrømmen, og da indholdet i atmosfæren er stigende, stiger jordens middeltemperatur – ifølge teorien.

Indtil den industrielle revolution i midten af det 19. århundrede var der balance mellem den CO₂-forbrugende fotosyntese, jf. [8.1] og den CO₂-producerende forbrændingsproces, jf. [8.2]. Kuldioxidindholdet i atmosfæren var dermed nogenlunde konstant, og hermed også jordens middeltemperatur. Stiger middeltemperaturen blot 1 °C, vil det få mærkbare konsekvenser.

8.1.4 Ressourcer af kul, olie og naturgas

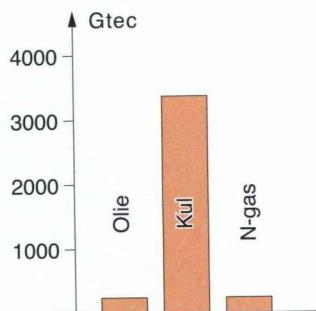
En opgørelse over forekomsterne af de tre væsentlige energikilder lader sig kun fremstille med nogen usikkerhed. Ifølge ref. /8.1/ kan situationen gøres op på følgende vis:

Form	Olie	Kul	N-gas
Udvindbare ressourcer, Gtce	200	3300	220
Forbrug (1990), Gtce pr. år	3,1	3,1	1,9
Varighed ved en forbrugsstigning på	0 % pr. år	65	1065
	2 % pr. år	42	156
	4 % pr. år	32	96
			45

Tabel 8.1
Energireserver,
ref. /8.1/.

Gtce = Giga tons kul-ækvivalenter
(1 Gtce = $2,7 \cdot 10^{22}$ J ved $H_{kul} = 27$ MJ/kg).

Som det fremgår af tabellen, vil der være olie, kul og gas til mange år endnu. Hvor lang tid afhænger dog både af, hvor effektive udvindingsmetoder man behersker og af forbrugsudviklingen. De vestlige industrielande har forbrugsstigninger mellem 0 og 2 % pr. år, mens Kina, Indien og andre lande i fjernøsten nærmer sig 10 % pr. år! Udviklingen går hurtigt, og der henvises til nettet for opdaterede tal.



Figur 8.5

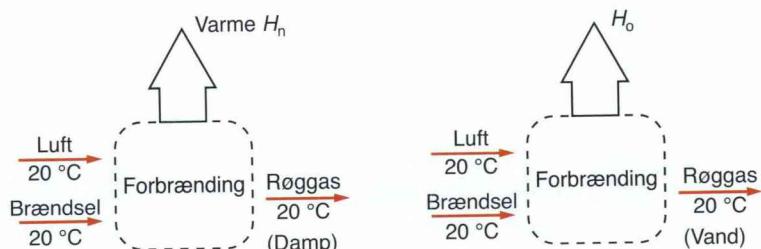
8.2 Karakterisering af brændstoffer

Brændsler kan karakteriseres efter en lang række normer og standarder. I det følgende omtales kun de analyser, der vedrører de reaktionstekniske beregninger og de energiomsættende forhold.

8.2.1 Brændværdi

Et brændsels brændværdi er et mål for den energimængde, der frigives (målt ved referencetemperaturen) som varme ved fuldstændig forbrænding, se figur 8.6. Brændværdien bestemmes eksperimentelt i et såkaldt *bombekalorimeter*, som er en termisk isoleret beholder, hvori en lille mængde brændsel afbrændes. Temperaturstigningen er et mål for brændværdien. Brændværdien afhænger lidt af, hvilken temperatur der anvendes som reference, almindeligvis $25\text{ }^{\circ}\text{C}$. Afhængigheden er dog så lille, at den ikke har nogen praktisk betydning.

Terminologi: *Brændsel + forbrændingsluft* \rightarrow *Røggas + varme*.



Figur 8.6
Brændværdi.

Øvre og nedre brændværdi

Røggassen indeholder en del vanddamp, H_2O (se senere). Hvor meget varme, der friges ved forbrændingsprocessen, afhænger af, om denne vandmængde befinner sig på væskeform eller dampform. Ved dampform taler man om *nedre brændværdi*, ved væskeform om *øvre brændværdi*. Forskellen mellem de to størrelser svarer netop til fordampningsentalpien af den pågældende vandmængde. Betegnes denne vandmængde som w_a (kg vand i røggassen pr. kg brændsel), fås:

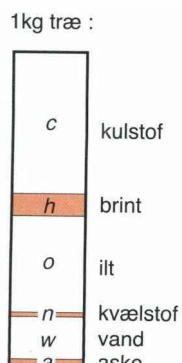
$$H_n = H_o - w_a r_{25} \quad [8.3]$$

hvor

w_a er den vandmængde, der dannes ved forbrændingen (kg pr. kg brændsel), idet $w_a = v_{H_2O} 0,804$. v_{H_2O} beregnes efter ligning [8.18], og $0,804 \text{ kg/m}_n^3$ er densiteten for vanddamp (tabel 8.4). (m_n^3 står for normalkubikmeter)

r_{25} er vands fordampningsentalpi ved 25°C , dvs. $r_{25} = 2,442 \text{ MJ/kg}$.

8.2.2 Faste og flydende brændsler



Figur 8.7

Der findes en lang række standarder og normer for karakterisering af brændslers fyringstekniske karakteristika, f.eks. vedrørende slaggens flydeegenskaber. For at kunne gennemføre en beregning af luft- og røggasvolumen er det kun nødvendigt at kende brændslets kemiske sammensætning givet ved *elementaranalysen*, defineret ved følgende ligning:

$$c + h + s + o + n + w + a = 1 \quad [8.4]$$

hvor symbolerne står for massebrøkerne for

c = kulstof (C)

h = brint (H) (som ikke er bundet som vand)

s = svovl (S)

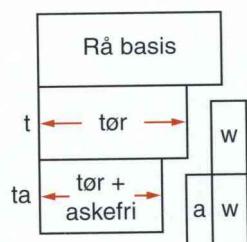
o = ilt (O) (som ikke er bundet som vand)

n = kvælstof (N)

w = vand (H_2O)

a = aske

Enheden for symbolerne er »kg/kg« eller »kg pr. kg brændsel«, hvilket betyder, at summen bliver 1.



Figur 8.8

For et givet brændsel, f.eks. halm, kan elementaranalysen variere noget med vand- og askeindholdet, mens analysen på *tør* og *askefri basis* er konstant. Ofte kendes analysen på *tør* (indeks t) eller *tør* og *askefri* basis (indeks ta), og man må så selv, ud fra oplysninger om det aktuelle vand- og askeindhold, bestemme sammensætningen for brænslet givet ved [8.4]. Er kulstofindholdet på *tør* og *askefri* basis, c_{ta} , kan det for det aktuelle brændsel beregnes som $c = c_{ta}(1 - w - a)$ og så fremdeles, idet massebrøken eller fraktionen af brændsel i den *rå basis* er mindre end i den *tørre* og *askefri*, hvor brændsel udgør al masse. For brændværdien har man $H_n = H_{nta}(1 - w - a) - r_{25}w$. Tabel 8.2 viser data for nogle typiske brænsler.

Indhold		Træ	Halm	Stenkul	f.g.o.	Propan	Methan
Kulstof	c	0,430	0,406	0,718	0,861	0,817	0,746
Brint	h	0,052	0,051	0,042	0,135	0,183	0,236
Svovl	s	—	0,001	0,008	0,004	—	—
Ilt	o	0,355	0,359	0,059	—	—	0,009
Kvælstof	n	0,008	—	0,010	—	—	0,009
Vand	w	0,150	0,150	0,100	—	—	—
Aske	a	0,005	0,033	0,063	—	—	—
Brændværdi i MJ/kg	H_n	15,7	14,3	27,5	42,7	46,5	48,4
	H_{nta}	19,0	18,0	33,0			

Tabel 8.2
Faste og flydende
brænsler
(f.g.o. = fyringsgasolie).

For andre brænsler henvises til diverse opslagsværker, f.eks. /8.2/ og /4.3/.

Eksempel 8.1

Elementaranalyse af træ

Træ med elementaranalysen som vist i tabel 8.2 udtørres, så vandindholdet bliver nul, dvs. $w = 0$.

Bestem elementaranalysen af det *tørre* træ.

Løsning:

Betegnes den »*tørre analyse*« med indeks t, fås:

$$c_t = \frac{c}{1 - w}, \quad h_t = \frac{h}{1 - w} \quad \text{osv.}$$

Indsættes talværdierne, fås:

$$c_t = \frac{0,430}{1 - 0,15} = 0,5059 \approx 0,506$$

$$h_t = \frac{0,052}{1 - 0,15} = 0,0612 \approx 0,061$$

$$s_t = \frac{0,000}{1 - 0,15} = 0,0000 = 0,000$$

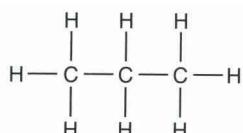
$$o_t = \frac{0,355}{1 - 0,15} = 0,4176 \approx 0,418$$

$$n_t = \frac{0,008}{1 - 0,15} = 0,0094 \approx 0,009$$

$$a_t = \frac{0,005}{1 - 0,15} = 0,0059 \approx 0,006$$

Sum = 1,000 (OK)

8.2.3 Gasformige brændsler



Figur 8.9 Propan

For brændsler, som almindeligvis findes i gasform, f.eks. naturgas, præsenteres sammensætningen oftest på volumenbasis, dvs.:

$$CO^b + H_2^b + \sum\{C_nH_m\}^b + CO_2^b + N_2^b + O_2^b = 1 \quad [8.5]$$

hvor de enkelte led udtrykker volumenandelene, dvs. m^3 pr. m^3 gas, dvs. CO^b er volumenandelen af kulmonooxid i brændslet, H_2^b brint og $C_nH_m^b$ kulbrinter, hvor n er antal kulstofatomer og m er antal brintatomer (Eksempel: Propan $C_3H_8 \rightarrow n = 3, m = 8$).

Bemærk

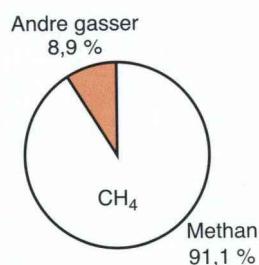
Enheden på volumenandelen i [8.5] er m^3/m^3 . Forudsættes, at gasserne opfører sig som ideelle gasser, er volumensammensætningen lig med molsammensætningen, dvs. analysen kunne også være givet på molbasis. Ved meget nøjagtige beregninger (fejl under 1 %) kan denne tilnærmelse ikke tillades, hvorfor der henvises til ref. /8.3/.

Naturgas består i det væsentlige af methan. Kvaliteten kan dog svinge meget afhængigt af oprindelsessted. Dansk naturgas fra Nordsøen præsenteres ofte med sammensætningen i tabel 8.3.

Gas	Navn	$r_i \text{ m}^3/\text{m}^3$
H_2	Hydrogen (brint)	–
CH_4	Methan	0,911
CO	Kulmonooxid	–
C_2H_6	Ethan	0,047
C_3H_8	Propan	0,017
C_4H_{10}	Butan	0,014
CO ₂	Kuldioxid	0,005
N ₂	Nitrogen (kvælstof)	0,006

Tabel 8.3

Data for dansk naturgas
(nominel sammensætning).



Figur 8.10 Naturgas.

I tabel 8.3 udtrykker r_i volumenandelen af gassen i , eksempelvis $r_{\text{CH}_4} = \text{CH}_4^b = V_{\text{CH}_4} / \sum(V) = 0,911$, hvor $\sum(V)$ er summen af alle bestanddele i brændselsgassen. Brændværdien af blandingsgassen beregnes som:

$$H_n = \sum_{i=1}^n \{H_{ni} \cdot r_i\} \quad [8.6]$$

hvor H_{ni} er brændværdien af gas i typisk med enheden MJ/m_{nb}³, hvor indeks b refererer til brændsel.

Eksempel 8.2

Omregning af brændværdi for naturgas

For den danske naturgas af normalkvalitet, tabel 8.3, giver ligning [8.6]:

$$H_{n\text{-gas}} = 39,03 \rightarrow 39,0 \text{ MJ/m}^3_n$$

Omregn denne værdi til MJ pr. kg gas.

Løsning:

Normaldensiteten udregnes ifølge tabel 8.4 som:

$$\rho_{n\text{-gas}} = \sum (r_i \rho_{ni}) = 0,8060 \text{ kg/m}^3_n$$

Brændværdien kan hermed findes som:

$$H_{n\text{-gas}} = \frac{39,03}{0,8060} = 48,42 \approx 48,4 \text{ MJ/kg}$$

Eksempel 8.3

Forbrændningsberegninger på flaskegas

Flaskegas består normalt af ca. 70 masse% propan og 30 masse% butan.

Bestem

- a) brændværdien af 1 kg F-gas,
- b) volumensammensætningen af F-gassen
- c) brændværdien af F-gassen i MJ pr. m_n³.

Løsning:

- a) Normaldensiteten af propan er $\rho_{n\text{prop}} = 2,0037 \text{ kg/m}^3_n$, jf. tabel 8.4. Brændværdien pr. kg bliver hermed:

$$H_{n\text{prop}} = \frac{93,215}{2,0037} = 46,52 \text{ MJ/kg}$$

Tilsvarende for butan: $\rho_{n\text{but}} = 2,703 \text{ kg/m}^3_n$ og brændværdien:

$$H_{n\text{but}} = \frac{123,810}{2,703} = 45,80 \text{ MJ/kg} \quad (1,5 \% \text{ mindre})$$

Brændværdien af 1 kg F-gas bliver hermed:

$$H_{n\text{-F-gas}} = 0,7 \cdot 46,52 + 0,3 \cdot 45,80 = 46,31 \text{ MJ/kg}$$

Som man ser, er forskellen mellem de to gassers brændværdi ca. 1 %, når der regnes pr. kg gas, og der er derfor ingen grund til ved køb/salg at være så nøjeregnende med sammensætningen, da gassen altid afregnes pr. kg.

b) 1 kg af gassen indeholder 0,7 kg propan, dvs.:

$$\frac{0,7}{44,0962} = 0,01587 \text{ kmol}$$

0,3 kg butan, dvs.:

$$\frac{0,3}{58,1230} = 0,00516 \text{ kmol}$$

Summen bliver:

$$0,01587 + 0,00516 = 0,02104 \text{ kmol}$$

Volumensammensætningen bliver hermed:

$$r_{\text{prop}} = \frac{0,01587}{0,02104} = 0,7546 \approx 0,755$$

og dermed:

$$r_{\text{but}} = 0,2454 \approx 0,245.$$

c) Indsættes volumenbrøkerne fra b) i [8.6], fås:

$$\begin{aligned} H_{n\text{-F-gas}} &= 0,755 \cdot 93,215 + 0,245 \cdot 123,81 \\ &= 100,72 \approx 100,7 \text{ MJ/m}_n^3 \end{aligned}$$

8.3 Forbrændingsberegninger

I dette afsnit gennemgås beregningen af luftforbrug og udviklet røg-gasvolumen. Indledningsvis gøres i afsnit 8.3.1 nogle forenklinger.

8.3.1 Stofdata

Forbrændingsberegningerne er baseret på følgende forenklinger og konventioner:

- Atmosfærisk luft: $r_{O_2} = 0,21 \text{ m}^3/\text{m}^3$ (21 vol%) og $r_{N_2} = 0,79 \text{ m}^3/\text{m}^3$
- Molekylmasse og molart volumen, se tabel 8.4.
- En del størrelser, f.eks. luftforbrug, refererer til »kg brændsel«, hvilket forkortes til kg_b . Tilsvarende for gasformige brændsler m_{nb}^3 (dvs. pr. normalkubikmeter af brændselgassen).

Stof	Symbol	M_i kg/kmol ref. /8.3/	V_{im} $m_n^3/kmol$ ref. /8.5/	ρ_{in} kg/ m_n^3 ref. /8.5/	H_i MJ/ m_n^3 ref. /8.3/
Kulstof	C	12,0112	–	–	–
Svovl	S	32,064	–	–	–
Svooldioxid	SO ₂	64,063	21,89	2,9263	–
Vanddamp	H ₂ O	18,0152	22,4	0,804	–
Kvælstof	N ₂	28,0134	22,40	1,2505	–
Ilt	O ₂	31,9988	22,39	1,42895	–
Kuldioxid	CO ₂	44,0098	22,26	1,9768	–
Brint	H ₂	2,0158	22,43	0,08987	10,783
Methan	CH ₄	16,0426	22,36	0,7168	35,882
Kulmonooxid	CO	28,0104	22,40	1,2500	12,633
Ethan	C ₂ H ₆	30,0694	22,16	1,356	64,345
Propan	C ₃ H ₈	44,0962	22,00	2,0037	93,215
n-Butan	C ₄ H _{10-n}	58,1230	21,50	2,703	123,810

Tabel 8.4 Stofdata.

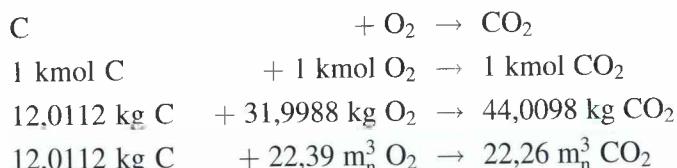
Ved at regne med de i tabel 8.4 viste værdier opnår man, at resultatet af beregningerne, dvs. ligningerne for luft- og røggasvolumen, bliver i overensstemmelse med den meget benyttede og anerkendte DIN 4702, ref. /8.4/.

8.3.2 Luftforbrug

Faste og flydende brændsler

Først opstilles reaktionsligningerne for de tre væsentlige reaktioner:

Kulstofforbrænding:

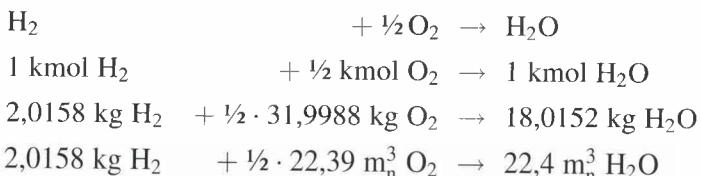


Dvs. 12,0112 kg kulstof kræver tilførsel af 1 kmol ilt for fuldstændig forbrænding.

1 kg rå brændsel indholder ikke 1 kg kulstof, men kun c kg, dvs. $\frac{c}{12,0112}$ kmol kulstof.

Heraf fås, at iltforbruget til kulstofforbrændingen bliver $\frac{c}{12,0112}$ kmol ilt pr. kg rå brændsel.

Brintforbrænding:

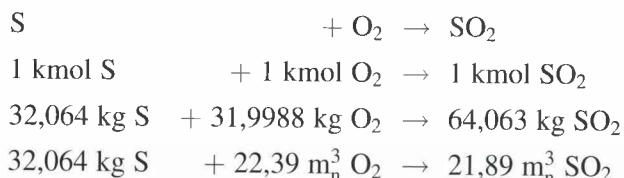


Dvs. 2,0158 kg brint kræver tilførsel af $\frac{1}{2}$ kmol ilt for fuldstændig forbrænding. 1 kg brændsel indeholder ikke 2,0158 kg brint, men kun h kg, dvs. $\frac{h}{2,0158}$ kmol brint.

Heraf fås, at iltforbruget til brintforbrændingen bliver

$$\frac{1/2h}{2,0158} = \frac{h}{4,0316} \text{ kmol ilt pr. kg rå brændsel}$$

Svovlforbrænding:



Dvs. 32,064 kg svovl kræver tilførsel af 1 kmol ilt for fuldstændig forbrænding. 1 kg rå brændsel indeholder ikke 32,064 kg svovl, men kun s kg, dvs. $\frac{s}{32,064}$ kmol svovl.

Heraf fås, at iltforbruget til svovlforbrændingen bliver

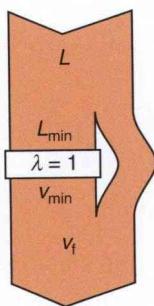
$$\frac{s}{32,064} \text{ kmol ilt pr. kg rå brændsel}$$

Brænslets indeholder også ilt givet ved størrelsen o (kg ilt pr. kg_b). Vi kan nu sammenfatte og få iltforbruget til:

$$\{O_{\min}\} = \frac{c}{12,0112} + \frac{h}{4,0316} + \frac{s}{32,064} - \frac{o}{31,9988} \quad [\text{kmol/kg}_b] \quad [8.7]$$

Bemærk:

Når O_{\min} er anført i {}-parenteser, betyder det, at »talværdien af O_{\min} « er givet ved ligningen. Enheden er »kmol pr. kg brændsel«, og denne enhed fås ikke automatisk på højresiden, da størrelserne c , h , s og o er dimensionsløse.



Figur 8.11

Størrelsen O_{\min} står for det minimale iltforbrug, dvs. den iltmængde, der netop skal bruges ved støkiometrisk forbrænding. Den dertil svarende minimale eller støkiometriske luftmængde kan nu beregnes til:

$$L_{\min} = \frac{O_{\min}}{0,21} \cdot 22,39 \text{ [m}_n^3/\text{kg}_b]$$

$$L_{\min} = \frac{1,86c + 5,55h + 0,70s - 0,70o}{0,21} \text{ [m}_n^3/\text{kg}_b] \quad [8.8]$$

I praksis vil det være nødvendigt at tilføre mere luft end det støkiometrisk nødvendige for at opnå fuldstændig forbrænding. Ellers er der risiko for *ufuldstændig forbrænding*, hvilket blandt andet indebærer dannelsen af kulmonooxid (CO-reaktionen $C + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO$). *Luftoverskudstallet*, λ , defineres ved ligning [8.9] – se også figur 8.11:

$$\lambda = \frac{L}{L_{\min}} \quad \text{eller} \quad L = \lambda L_{\min} \quad [8.9]$$

Eksempel 8.4

Beregning af luftmængde til forbrænding

Træ med en elementaranalyse som tabel 8.2 forbrændes i et fyringsanlæg med luftoverskudstal $\lambda = 1,7$.

Bestem den nødvendige luftmængde.

Løsning

Indsættes i ligning [8.8], fås:

$$L_{\min} = \frac{1,86 \cdot 0,43 + 5,55 \cdot 0,052 + 0,70 \cdot 0 - 0,70 \cdot 0,355}{0,21}$$

$$= 4,00 \text{ m}_n^3/\text{kg}_b$$

og indsættes i ligning [8.9], fås:

$$L = 1,7 \cdot 4,00 = 6,799 \approx 6,80 \text{ m}_n^3/\text{kg}$$

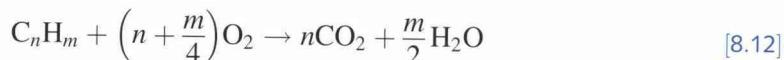
Gasformige brændsler

Brint, H_2 , og kulmonooxid, CO, brænder med ilt efter reaktionsligningerne:

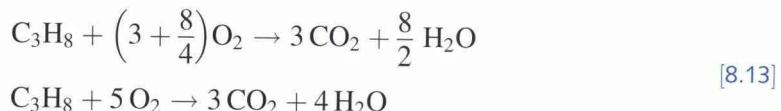


Iltforbruget bliver hermed $\frac{1}{2}(H_2^b + CO^b)$, hvor H_2^b og CO^b står for hhv. brint- og kulmonoxidindholdet i brændselsgassen.

Kulbrinter brænder med ilt efter følgende reaktion:



eksempelvis for propan ($n = 3$ og $m = 8$):



Af ovenstående sluttes, at iltforbruget generelt kan beregnes som:

$$O_{\min} = \frac{1}{2}(\text{CO}^b + \text{H}_2^b) + \sum \left(\left(n + \frac{m}{4} \right) \text{C}_n\text{H}_m^b \right) - \text{O}_2^b \left[\text{m}_n^3/\text{m}_{nb}^3 \right] \quad [8.14]$$

Igen ses, at iltindholdet i brænslet, givet ved O_2^b , trækker fra på kontoen.

Det minimale luftforbrug beregnes heraf som:

$$L_{\min} = \frac{O_{\min}}{0,21} \quad [8.15]$$

og det faktiske luftforbrug med et givet luftoverskudstal, λ , efter ligning [8.9].

Eksempel 8.5

Beregning af luftmængde ved forbrænding af naturgas

Naturgas med den nominelle sammensætning, jf. tabel 8.3, forbrændes med luftoverskudstal $\lambda = 1,1$.

Bestem den nødvendige luftmængde.

Løsning:

Methan:

$$\text{CH}_4 \quad (n = 1, m = 4): \quad (1 + 4/4) \cdot 0,911 = 1,822 \left[\text{m}_n^3/\text{m}_{nb}^3 \right]$$

Ethan:

$$\text{C}_2\text{H}_6 \quad (n = 2, m = 6): \quad (2 + 6/4) \cdot 0,047 = 0,165 \left[\text{m}_n^3/\text{m}_{nb}^3 \right]$$

Propan:

$$\text{C}_3\text{H}_8 \quad (n = 3, m = 8): \quad (3 + 8/4) \cdot 0,017 = 0,085 \left[\text{m}_n^3/\text{m}_{nb}^3 \right]$$

Butan:

$$\text{C}_4\text{H}_{10} \quad (n = 4, m = 10): \quad (4 + 10/4) \cdot 0,014 = 0,091 \left[\text{m}_n^3/\text{m}_{nb}^3 \right]$$

$$O_{\min} = (\text{summen}) \quad 2,163 \left[\text{m}_n^3/\text{m}_{nb}^3 \right]$$

$$L_{\min} = \frac{O_{\min}}{0,21} = 10,30 \left[\text{m}_n^3/\text{m}_{nb}^3 \right] \text{ (altså } 10,30 \text{ m}_n^3 \text{ luft pr. m}_n^3 \text{ naturgas).}$$

$$\text{Heraf beregnes luftforbruget til } L = 1,1 \cdot 10,30 = 11,33 \left[\text{m}_n^3/\text{m}_{nb}^3 \right]$$

8.3.3 Røggas

Røggasmængden kan beregnes enten ud fra kendskab til luftoverskuds-tallet, λ , eller ud fra en måling af kuldioxidindholdet i røggassen. Vi ser først på beregningen ved kendt luftoverskudstal.

Faste og flydende brændsler

A) Ved kendt luftoverskudstal, λ :

Forbrændingsprodukter:

Kulstoffet i brændslet brænder til kuldioxid, CO_2 . Ud fra reaktions-ligningen i afsnit 8.3.2 kan man se, at den specifikke volumenandel for CO_2 bliver:

$$v_{\text{CO}_2} = \frac{c}{12,0112} \cdot 22,26 = 1,85c \text{ [m}_n^3/\text{kg}_b]$$
 [8.16]

Brinten brænder under dannelsen af vanddamp:

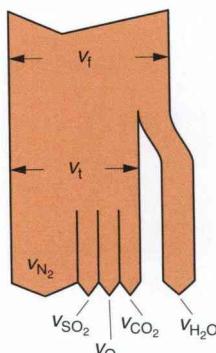
$$\frac{h}{2,0158} \cdot 22,4 = 11,11h \text{ [m}_n^3/\text{kg}_b]$$
 [8.17]

I 1 kg brændsel er der w kg vand. Dette vand fordamper og bliver til $w/18,0152 \cdot 22,4 = 1,24w \text{ m}_n^3$ vanddamp i røggassen. Det samlede vanddampvolumen i røggassen bliver hermed:

$$v_{\text{H}_2\text{O}} = 11,11h + 1,24w \text{ [m}_n^3/\text{kg}_b]$$
 [8.18]

Svovet brænder til svovldioxid:

$$v_{\text{SO}_2} = \frac{s}{32,064} \cdot 21,89 = 0,68s \text{ [m}_n^3/\text{kg}_b]$$
 [8.19]



Figur 8.12

Ilt og kvælstof i røggassen:

Reaktionsmidlet, atmosfærisk luft, indeholder 79 vol% kvælstof (N_2) og 21 vol% ilt (O_2). Kvælstoffet strømmer uforandret igennem ildstedet og resulterer i:

$$v_{\text{N}_2} = 0,79L = 0,79\lambda L_{\min}$$
 [8.20]

Ved luftoverskud vil den overskydende ilt strømme ud med røggassen, dvs.:

$$v_{\text{O}_2} = 0,21(\lambda - 1)L_{\min}$$
 [8.21]

Tør og fugtig røggas:

Som vi senere skal se, er det hensigtsmæssigt at opdele røggassen i en tør del (CO_2 , O_2 , SO_2 og N_2) og en våd del (H_2O), dvs. den tørre del:

$$v_t = v_{\text{CO}_2} + v_{\text{SO}_2} + v_{\text{N}_2} + v_{\text{O}_2} \quad [8.22]$$

og vanddampen som efter [8.18]. Summen, voluminet af den fugtige røggas, beregnes herefter som:

$$v_f = v_t + v_{\text{H}_2\text{O}} \quad [8.23]$$

Støkiometrisk forbrænding:

Ved luftoverskudstal $\lambda = 1$ fås den mindst mulige røggasmængde, og den indeholder ikke ilt. Den tørre del heraf beregnes som tidligere beskrevet til:

$$v_{t\min} = 1,85c + 0,68s + 0,79L_{\min} \quad [8.24]$$

Vanddampmængden bliver den samme som beregnet efter [8.18].

Eksempel 8.6

Beregning af røggassammensætning ved forbrænding af træ

Træ forbrændes med data og luftoverskudstal som vist i eksempel 8.4. Bestem røggassammensætningen.

Løsning:

$$[8.16]: \quad v_{\text{CO}_2} = 0,43 \cdot 1,85 = 0,796 \text{ m}_n^3/\text{kg}$$

$$[8.18]: \quad v_{\text{H}_2\text{O}} = (11,11 \cdot 0,052 + 1,24 \cdot 0,15) = 0,764 \text{ m}_n^3/\text{kg}$$

$$[8.20]: \quad v_{\text{N}_2} = 0,79 \cdot 6,799 = 5,371 \text{ m}_n^3$$

$$[8.21]: \quad v_{\text{O}_2} = 0,21(1,7 - 1) \cdot 4,00 = 0,588 \text{ m}_n^3/\text{kg}$$

Videre

$$[8.22]: \quad v_t = 0,796 + 5,371 + 0,588 = 6,755 \approx 6,76 \text{ m}_n^3/\text{kg}$$

$$[8.23]: \quad v_f = 6,755 + 0,764 = 7,519 \approx 7,52 \text{ m}_n^3/\text{kg}$$

$$[8.24]: \quad v_{t\min} = 0,43 \cdot 1,85 + 0,79 \cdot 4,00 = 3,955 \approx 3,96 \text{ m}_n^3/\text{kg}$$

B) Ved kendt kuldioxidindhold, $\text{CO}_{2,t}$:

Er kuldioxidindholdet i den tørre røggas $\text{CO}_{2,t}$ (definition, se senere), kan det tørre røggasvolumen let bestemmes, idet:

$$v_t = \frac{1,85c}{\text{CO}_{2,t}} \quad [8.25]$$

Man kan vise, at sammenhængen mellem $\text{CO}_{2,t}$ og luftoverskuds-tallet, λ , er:

$$\lambda = 1 + \left(\frac{\text{CO}_{2,\max}}{\text{CO}_{2,t}} - 1 \right) \frac{v_t \text{ min}}{L_{\min}} \quad [8.26]$$

hvor:

$$\text{CO}_{2,\max} = \frac{v_{\text{CO}_2}}{v_t \text{ min}} = \frac{1,85c}{v_t \text{ min}} \quad [8.27]$$

altså det indhold af kuldioxid der forekommer ved $\lambda = 1$.

Eksempel 8.7

Beregning af CO_2 og luftoverskudstal

For eksempel 8.6 ønskes bestemt:

- a) $\text{CO}_{2,t}$
- b) $\text{CO}_{2,\max}$ og
- c) λ ud fra ligning [8.26].

Løsning:

$$\text{CO}_{2,t} = \frac{0,796}{6,755} = 0,1178 \approx 11,8 \%$$

$$\text{CO}_{2,\max} = \frac{1,85 \cdot 0,43}{3,96} = 0,201 \approx 20,1 \%$$

$$\lambda = 1 + \left(\frac{0,201}{0,1178} - 1 \right) \cdot \frac{3,96}{4,00} = 1,70 \text{ (OK)}$$

Gasformige brændsler

A) Ved kendt luftoverskudstal, λ :

Forbrændingsprodukter:

Ud fra reaktionsligningerne for H_2 , CO og kulbrinter, jf. [8.10]-[8.12], bliver:

$$v_{\text{CO}_2} = \text{CO}^b + \sum(n\text{C}_n\text{H}_m^b) + \text{CO}_2^b \quad [\text{m}_n^3/\text{m}_{nb}^3] \quad [8.28]$$

Vanddampindholdet bliver, jf. [8.12]:

$$v_{\text{H}_2\text{O}} = \text{H}_2^b + \frac{1}{2} \sum(m\text{C}_n\text{H}_m^b) \quad [\text{m}_n^3/\text{m}_{nb}^3] \quad [8.29]$$

Ilt og kvælstof i røggassen:

Beregnes som hhv.:

$$v_{\text{O}_2} = \text{O}_2^b + 0,21(\lambda - 1)L_{\min} \quad [8.30]$$

$$v_{\text{N}_2} = \text{N}_2^b + 0,79\lambda L_{\min} \quad [8.31]$$

hvor L_{\min} er beregnet efter [8.14] og [8.15].

Støkiometrisk forbrænding:

Ved luftoverskudstal $\lambda = 1$ bliver den minimale tørre røggasmængde:

$$v_{t\min} = v_{CO_2} + N_2^b + 0,79L_{\min} \quad [8.32]$$

Kendt kuldioxid, CO_{2,t}:

Det tørre røggasvolumen beregnes som:

$$v_t = \frac{v_{CO_2}}{CO_{2,t}} \quad [8.33]$$

hvor v_{CO_2} beregnes efter [8.28]. Vanddampvolumen beregnes efter [8.29]. Sammenhængen mellem luftoverskudstal, λ , og CO_{2,t} gælder også for de gasformige brændsler [8.26], hvor CO_{2,max} = $v_{CO_2}/v_{t\min}$.

Røggasanalyse

Ved analyse af forbrændingssystemer bestemmes røggassammensætningen ofte ved en måling af kuldioxidindholdet i den tørre røggas (med Orsats apparat »kødbenet«), dvs.:

$$CO_{2,t} = \frac{v_{CO_2}}{v_t} \quad [8.34]$$

eller iltindholdet i den fugtige røggas (med et apparat baseret på diffusion i zirkondioxid, som det anvendes i bilers lambdasonde):

$$O_{2,f} = \frac{v_{O_2}}{v_f} \quad [8.35]$$

Eksempel 8.8**Forbrændingsberegninger for forbrænding af naturgas**

Naturgas med nominel sammensætning forbrændes med luftoverskudstal $\lambda = 1,1$, jf. eksempel 8.5.

Bestem

- a) Røggassammensætningen
- b) Kuldioxidindholdet i tør røggas
- c) Iltindholdet i fugtig røggas

288 Kapitel 8 Forbrænding

Løsning:

a) Fra eksempel 8.5 har vi $L_{\min} = 10,30 \text{ m}_n^3/\text{m}_{nb}^3$ og
 $L = 11,33 \text{ m}_n^3/\text{m}_{nb}^3$

$$\begin{aligned}[8.28]: v_{CO_2} &= 1 \cdot 0,911 + 2 \cdot 0,047 + 3 \cdot 0,017 + 4 \cdot 0,014 + 0,005 \\ &= 1,117 \text{ m}_n^3/\text{m}_{nb}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}[8.29]: v_{H_2O} &= \frac{4}{2} \cdot 0,911 + \frac{6}{2} \cdot 0,047 + \frac{8}{2} \cdot 0,017 + \frac{10}{2} \cdot 0,014 \\ &= 2,101 \text{ m}_n^3/\text{m}_{nb}^3\end{aligned}$$

$$[8.30]: v_{O_2} = 0,21 \cdot (1,1 - 1) \cdot 10,30 = 0,216 \text{ m}_n^3/\text{m}_{nb}^3$$

$$[8.31]: v_{N_2} = 0,006 + 0,79 \cdot 1,1 \cdot 10,30 = 8,957 \text{ m}_n^3/\text{m}_{nb}^3$$

Heraf:

$$v_t = 1,117 + 0,216 + 8,957 = 10,29 \text{ m}_n^3/\text{m}_{nb}^3$$

$$v_f = 10,29 + 2,101 = 12,391 \text{ m}_n^3/\text{m}_{nb}^3 \approx 12,39 \text{ m}_n^3/\text{m}_{nb}^3$$

$$b) CO_{2,t} = \frac{1,117}{10,29} = 0,108 \approx 10,8 \%$$

$$c) O_{2,f} = \frac{0,238}{12,39} = 0,019 \approx 1,9 \%$$

Eksempel 8.9

Luftforbrug og røggasdata for typiske brændsler

Ud fra de brændselsdata, der er vist i tabel 8.2 og 8.3, er der i tabel 8.5 vist nogle karakteristiske størrelser for luftforbrug og røggas.

Størrelse	Enhed	Træ	Halm	Stenkul	f.g.o.	F-gas	N-gas
L_{\min}	m_n^3/kg_b	4,00	3,75	7,30	11,21	12,07	12,81
$v_{t\min}$	m_n^3/kg_b	3,96	3,71	7,10	10,45	11,05	11,50
$v_{f\min}$	m_n^3/kg_b	4,72	4,47	6,69	11,95	13,08	14,13
$CO_{2,\max}$	%	20,1	20,2	18,7	15,2	13,7	12,0
H_n	MJ/kg	15,8	14,3	27,5	42,7	46,5	48,4
v_{CO_2}/H_n	m_n^3/MJ	0,050	0,053	0,048	0,037	0,032	0,029
Drivhusindeks		177*)	184*)	169	131	114	100

Tabel 8.5
Luft- og røggasdata for typiske brændsler (F-gas:
70 masse% propan).

*) Halm og træ regnes normalt for CO_2 -neutrale, fordi den kuldioxid, der frigives ved forbrændingen, alligevel ville være frigivet på den ene eller anden måde, f.eks. ved forrådnelse/nedmuldnings.

Den nederste række i tabel 8.5 viser, hvor meget af drivhusgassen CO₂ der udsendes pr. indfyret MJ energi. Man ser, at kul ligger ca. 70 % over naturgas. Kulfyring frigiver derfor ca. 70 % mere kuldioxid pr. produceret energienhed end naturgas.

Eksempel 8.10

Beregning af gaskonstant for røggas

Gaskonstanten for en given røggassammensætning kan som bekendt (se ligning [7.14]) beregnes som:

$$\begin{aligned} R_{bl} &= \sum (\mu_i R_i) \\ &= \frac{m_{CO_2}}{m_{bl}} R_{CO_2} + \frac{m_{H_2O}}{m_{bl}} R_{H_2O} + \frac{m_{N_2}}{m_{bl}} R_{N_2} + \frac{m_{O_2}}{m_{bl}} R_{O_2} \end{aligned}$$

idet

$$m_{bl} = \sum m_i \quad \text{og} \quad R_i = \frac{R_m}{M_i}$$

I tabel 8.6 ses en beregning af den i eksempel 8.8 viste røggassammensætning.

Gas	Volumen (Eks. 8.8) v_i [m ³ /m ³ _{nb}]	Mol n_i [kmol/m ³ _{nb}]	Molmasse m_i [kg/m ³ _{nb}]	Massebrøk μ_i [kg/kg]	Produkt $\mu_i R_m / M_i$ [J/(kg · K)]
CO ₂	1,117	0,0502	2,2084	0,1434	27,10
H ₂ O	2,101	0,0938	1,6897	0,1097	50,63
N ₂	8,957	0,3998	11,1986	0,7269	215,82
O ₂	0,216	0,00966	0,3091	0,02006	5,21
v _f (= Σ)	12,391	0,5535	15,4058	1,0000	298,8

Tabel 8.6

Beregning af gaskonstant for røggas for naturgas ($\lambda = 1,1$).

8.4 Røgtab og virkningsgrad

Dette afsnit gennemgås beregningen af røgtab og virkningsgrad for fyringsanlæg.

8.4.1 Røgtab

Hvis røggassen køles helt ned til referencetemperaturen $t_0 = 20^\circ\text{C}$ (evt. 25°C), og den i røggassen værende vanddamp er på gasform, udnyttes hele brænslets nedre brændværdi. Af flere årsager er en så kraftig nedkøling af røggassen ikke realistisk. Varmefladen vil blive uforholdsmaessig stor, der er ingen røgræk i skorsten, der er stor risiko for løbesod i aftrækssystemet mv. Der arbejdes derfor ofte med røgtemperaturer i området $t_r = 100-200^\circ\text{C}$.

Den brugbare varme (pr. brænselsenhed) er derfor lavere end nedre brændværdi, og forskellen betegnes *røgtabet*. Dette tab beregnes som den varmemængde, der skal medgå til opvarmning af røggassen fra referencetemperaturen, t_0 , til røgtemperaturen, t_r , dvs. på specifik form:

$$q_{rt} = v_f c_{pfm} \Big|_{t_0}^{t_r} (t_r - t_0) \quad [8.36]$$

hvor

q_{rt} er røgtabet i J/kg_b (eller J/m_n^3 for gasformige brænsler)

v_f er fugtig røggasvolumen i m_n^3/kg_b (eller $\text{m}_n^3/\text{m}_n^3$)

c_{pfm} er middelvarmekapaciteten for fugtig røggas mellem de to temperaturer t_0 og t_r i $\text{J}/(\text{m}_n^3 \cdot \text{K})$.

Middelvarmekapaciteten, c_{pfm} , afhænger af temperaturerne, men også af røggassammensætningen. Et analytisk udtryk for beregning af c_{pfm} er noget kompliceret. I ref. /8.1/ findes et beregningsudtryk for røgtabet, som har en nøjagtighed på ca. 1 %, givet ved:

$$q_{rt} = v_t \left(c_{ptm} \Big|_0^{t_r} t_r - c_{ptm} \Big|_0^{t_0} t_0 \right) + v_{H2O} \left(c_{pdm} \Big|_0^{t_r} t_r - c_{pdm} \Big|_0^{t_0} t_0 \right) [\text{J}/\text{kg}_b] \text{ eller } [\text{J}/\text{m}_n^3] \quad [8.37]$$

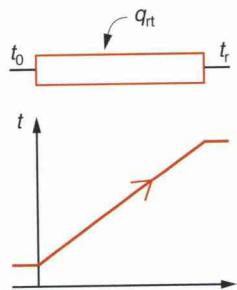
hvor middelvarmekapaciteten for tør røggas mellem 0 og t beregnes som:

$$c_{ptm} \Big|_0^{t_r} = (1293,9 + 0,076t) + (349 + 0,7t)\text{CO}_{2,t} [\text{J}/(\text{m}_n^3 \cdot \text{K})] \quad [8.38]$$

og middelvarmekapaciteten af vanddamp mellem 0 og t beregnes som:

$$c_{pdm} \Big|_0^t = 1476 + 0,21t [\text{J}/(\text{m}_n^3 \cdot \text{K})] \quad [8.39]$$

NB: I ligning [8.38] og [8.39] skal t indsættes i $^\circ\text{C}$ og $\text{CO}_{2,t}$ i volumenandel (ikke i %).



Figur 8.13

Eksempel 8.11

Beregning af røgtab ved forbrænding af naturgas

For en naturgasfyret varmtvandskedel haves følgende oplysninger:

- Tør røggasvolumen, $v_t = 10,31 \text{ m}_n^3/\text{m}_{nb}^3$ (jf. eksempel 8.8)
- Vanddamp i røggassen, $v_{H2O} = 2,10 \text{ m}_n^3/\text{m}_{nb}^3$ (jf. eksempel 8.8)
- Røgtemperatur, $t_r = 140^\circ\text{C}$
- Referencetemperatur, $t_0 = 20^\circ\text{C}$

Bestem:

- Røgtabet i $\text{MJ}/\text{m}_{nb}^3$
- Røgtabet i procent af brændværdien.

Løsning:

$$[8.38]: c_{ptm}(0 \rightarrow 140^\circ\text{C}) = 1353 \text{ J}/(\text{m}_n^3 \cdot \text{K})$$

$$[8.38]: c_{ptm}(0 \rightarrow 20^\circ\text{C}) = 1335 \text{ J}/(\text{m}_n^3 \cdot \text{K})$$

$$[8.39]: c_{pdm}(0 \rightarrow 140^\circ\text{C}) = 1505 \text{ J}/(\text{m}_n^3 \cdot \text{K})$$

$$[8.39]: c_{pdm}(0 \rightarrow 20^\circ\text{C}) = 1480 \text{ J}/(\text{m}_n^3 \cdot \text{K})$$

a) [8.37]:

$$\begin{aligned} q_{rt} &= 10,31(1353 \cdot 140 - 1335 \cdot 20) + 2,10(1505 \cdot 140 - 1480 \cdot 20) \\ &= 2,0582 \approx 2,06 \text{ MJ}/\text{m}_{nb}^3 \end{aligned}$$

b) Røgtab = $\frac{q_{rt}}{H_n} = \frac{2,06}{39,031} = 0,0527 \approx 5,3\%$

8.4.2 Forenklet beregning af røgtabel

Der findes en forenklet metode til beregning af røgtabet, givet ved:

$$\text{Røgtab} = \left(\frac{A}{\text{CO}_{2,t}} - B \right) \frac{t_r - t_0}{100} [\%] \quad [8.40]$$

hvor konstanterne A og B er givet i tabel .

Brændsel	A	B
Fyringsgasolie	50	0,7
Naturgas	38	1,0
Propan	44	0,9
Butan	45	0,9

Tabel 8.7

Talværdier til
ligning [8.40].

Eksempel 8.12

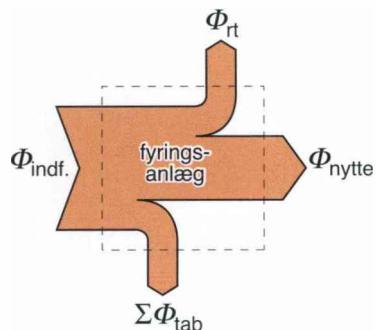
Beregning af røgtab fra eksempel 8.11

Efter den forenkede ligning [8.40] beregnes røgtabet i eksempel 8.11 til:

$$\text{Røgtab} = \left(\frac{38}{10,8} + 1 \right) \frac{140 - 20}{100} = 5,41 \approx 5,4 \%$$

Afvigelsen i forhold til den mere nøjagtige beregning i eksempel 8.11 er beskedne +2,6 % (relativ afvigelse).

8.4.3 Indfyret effekt og virkningsgrad



Figur 8.14

Den med brænslet indfyrede energimængde pr. tidsenhed betegnes *indfyret effekt*, dvs.:

$$\Phi_{\text{indf}\ n} = q_{\text{mbr}} H_n \quad [\text{W}] \quad [8.41]$$

her beregnet på basis af *nedre brændværdi* og på basis af massestrømmen af indfyret brænsel. For gasformige brænsler anvendes undertiden *øvre brændværdi*, H_o , og betegnelsen er i givet fald *brænderbelastning*.

Røgtabet, som omtalt i afsnit 8.4.1 og 8.4.2, er kun et af flere tab, som forekommer ved fyringsanlæg. Af andre tab, se f.eks. ref. /8.4/, kan nævnes:

- Konvektions- og strålingstab
- Tab i form af uforbrændt kulmonooxid i røggassen
- Tab i form af uforbrændt kulstof i slaggen (kun faste brænsler).

Fratrækkes summen af alle tabene fra den indfyrede effekt, fås *nyttig varmeydelse*, dvs.:

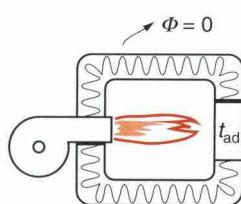
$$\Phi_{\text{nytte}} = \Phi_{\text{indf n}} - \sum \Phi_{\text{tab}} - \Phi_{\text{rt}} [\text{W}] \quad [8.42]$$

Heraf er det nærliggende af definere *fyringsanlæggets virkningsgrad* som:

$$\eta_n = \frac{\Phi_{\text{nytte}}}{\Phi_{\text{indf n}}} [-] \quad [8.43]$$

Bemærk, at virkningsgraden er baseret på *nedre brændværdi*. Der findes fyringsanlæg, hvor man bevidst udnytter kondenseringsvarmen for den vanddamp, der er i brænslets, såkaldte *kondenserende kedler*. Beregningen af tab og virkningsgrad bliver herved noget mere kompliceret, jf. ref. /8.1/.

8.4.4 Adiabatisk flammetemperatur



Figur 8.15

Hvis flammen ikke køles af en omgivende fyrboks, jf. figur 8.15, vil den opnå en temperatur, som betegnes den *adiabatiske flammetemperatur*, t_{ad} . Denne temperatur kan beregnes som den røgtemperatur, der netop giver et røgtab på 100 %, dvs. hele den indfyrede effekt »oplages« i røggassen, dvs. t_{ad} kan findes ved løsning af følgende balance, se eksempel 8.11:

$$q_{\text{rt}}(t_0 \rightarrow t_{ad}) = H_n \quad [8.44]$$

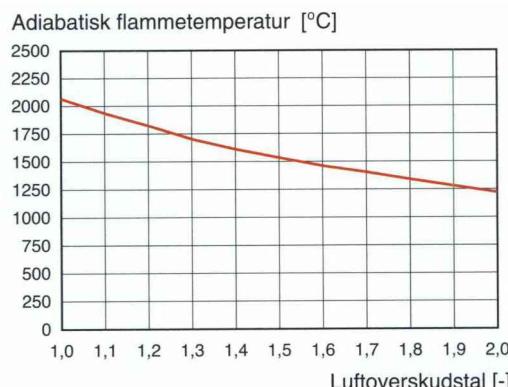
Bemærk, at den adiabatiske flammetemperatur er en teoretisk størrelse, som ikke kan opnås i praksis, heller ikke i et ideelt, termisk isoleret ildsted. Ved meget høje temperaturer ($> \text{ca. } 1500 \text{ }^{\circ}\text{C}$) vil der nemlig ske en slags omvendt forbrænding, benævnt *dissociation*, hvor f.eks. ligevægten $\text{CO} + \frac{1}{2}\text{O}_2 \rightleftharpoons \text{CO}_2$ vil være forskudt langt til venstre. Ligeledes vil reaktionen $\text{N}_2 + \text{O}_2 \rightleftharpoons 2\text{NO}$ ved temperaturer over ca. $1200 \text{ }^{\circ}\text{C}$ blive forskudt mod højre, hvilket man ikke er interesseret i, da kvælstofoxid NO tilhører gruppen af *nitrøse gasser*, som er skadelige for omgivelser og miljø.

Den adiabatiske flammetemperatur afhænger af luftoverskuds-tallet, idet man ved stort luftoverskudstal har et større specifikt røg-gasvolumen, v_f , som skal opvarmes. Dette faktum udnyttes til bevidst at kontrollere flammetemperaturen, hvorved bl.a. dannelsen af NO kan minimeres.

Eksempel 8.13 Beregning af adiabatisk flammetemperatur

For naturgas er den adiabatiske flammetemperatur beregnet som funktion af luftoverskudstallet, se figur 8.16.

Som det fremgår, skal man have et luftoverskudstal på ca. 2 eller derover for at undgå dannelsen af NO.



Figur 8.16
Adiabatisk temperatur
for naturgas.

Eksempel 8.14 Forbrændingsberegninger på en fjernvarmekedel

En fjernvarmekedel er fyret med naturgas. Om driftsforholdene haves følgende oplysninger: Indfyret effekt $\Phi_{indf} = 2500 \text{ kW}$. Luftoverskudstal $\lambda = 1,1$. Røgtemperatur og referencetemperatur hhv. 140 og $20 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Konvektions- og strålingstab ca. $1,pro$ (af indfyret effekt).

Bestem:

- a) Gasforbrug
- b) Varmeydelse
- c) Virkningsgrad
- d) Indvendig diameter af røggaskanalen (når denne er cirkulær, hastigheden er 8 m/s og trykket 1 bar)
- e) Dugpunktet i røggaskanalen

Løsning:

- a) Fra eksempel 8.2 haves brændværdien til $H_n = 39,03 \text{ MJ/m}^3_{nb}$. Heraf fås:

$$q_{Vbrn} = \frac{\Phi_{indf\ n}}{H_n} = \frac{2,500}{39,03} \cdot 3600 = 230,59 \approx 231 \text{ m}^3_{nb}/\text{h.}$$

- b) Fra eksempel 8.11 haves et røgtab på $5,27 \%$ svarende til:

$$2500 \cdot \frac{5,27}{100} = 131,8 \text{ kW}$$

Konvektionstab på $1,5 \%$ er tilsvarende ca. $37,5 \text{ kW}$.

Ligning [8.42] giver:

$$\Phi_{nytte} = 2500 - (131,8 + 37,5) = 2330,7 \approx 2331 \text{ kW}$$

c) Virkningsgraden fås af [8.43] til:

$$\eta = \frac{2330,7}{2500} \cdot 100 \% = 93,2 \%.$$

d) Volumenstrømmen af røggas beregnes som:

$$q_{Vf} = q_{Vfn} \frac{T_{rg} p_n}{T_n p} = 0,794 \frac{140 + 273}{273} \cdot \frac{1,013}{1,0} = 1,216 \text{ m}^3/\text{s}$$

hvor:

$$q_{Vfn} = q_{Vbrn} v_f = \frac{230,59}{3600} \cdot 12,39 = 0,794 \text{ m}^3/\text{s}$$

$v_f = 12,39 \text{ m}_n^3/\text{m}_{nb}^3$ fås fra eksempel 8.8. Heraf beregnes tvær-snitsarealet til:

$$A_s = \frac{q_{Vf}}{c_{rg}} = \frac{1,216}{8} = 0,152 \text{ m}^2$$

Heraf beregnes diameteren til:

$$d_i = \sqrt{\frac{0,152 \cdot 4}{\pi}} = 0,44 \text{ m} = 440 \text{ mm}$$

e) Partialtrykket beregnes som volumenandelen af vanddamp i forhold til den fugtige røggas multipliceret med trykket i røg-gaskanalen. Man får:

$$p_d = \frac{v_{H2O}}{v_f} p = \frac{2,101}{12,39} \cdot 1,0 = 0,17 \text{ bar}$$

Den hertil svarende temperatur er ca. 56 °C, jf. damptabellen 10.12a.

8.5 Resumé

I de energitekniske systemer, der behandles i bogen, er der i flere tilfælde involveret en forbrændingsproces, det er tilfældet i dampkraftanlæg og gasturbineanlæg og diverse motorer. Det er her, der tilføres varme til systemet. I det indledende kapitel beskrives, hvordan man opstiller energibalancer for forskellige komponenter og systemer. Der indgår her en størrelse, som benævnes »den energi der genereres i systemet«, \dot{E}_{gen} , herved forstås den energistrøm, der tilføres ved

eksempelvis forbrænding, altså energi som udvikles indenfor kontrolfladen (systemgrænsen). I dette kapitel er det netop dette bidrag, der er temaet. Der gennemgås, hvilke varmemængder der udvikles ved forbrænding. Kapitlet indledes med opstilling af de reaktionsligninger, der gælder ved forbrænding af faste, flydende og gasformige brændsler. Her indgår beskrivelse af brænslers sammensætning og de principper, der gælder for angivelse af massesammensætningen i brændsler, samt den energi der udvikles, kaldet brændværdien.

Ud fra forbrændingsligningerne opstilles beregningsudtryk for den nødvendige luftmængde til forbrænding af en bestemt mængde brændsel, kg/s pr. kg brændsel, alternativt m^3/s pr. kg brændsel. Ud fra samme forbrændingsligninger udvikles beregningsudtryk for den røggasmængde, der udvikles, og der gives eksempler på, hvad der forstås ved en røggasanalyse.

I kapitlet behandles endvidere, hvilke tab der er forbundet ved forbrændingsprocesser i form af røgtab, og hvordan dette angives ved hjælp af en virkningsgrad.

Afslutningsvis beskrives, hvordan man kan beregne den temperatur, der teoretisk kan opnås i et brændkammer. Kapitlet giver værdier for brændslers sammensætning, brændværdi samt stofdata for de mest typiske brændsler.

8.6 Nøglebegreber

Fotosyntese	Luftforbrug
Forbrændingsproces	Iltforbrug
Drivhuseffekt	Fuldstændig forbrænding
Energikilder	Ufuldstændig forbrænding
Brændværdi	Støkiometrisk forbrænding
Øvre brændværdi	Luftoverskudstal
Nedre brændværdi	Røggasmængde
Elementaranalyse	Forbrændingsprodukter
Tør og askefri basis	Røggasanalyse
Gasformige brændsler	Røgtab
Faste brændsler	Indfyret effekt
Flydende brændsler	Adiabatisk flammetemperatur
Normalkubikmeter	

8.7 Centrale spørgsmål (selvevaluering)

- A: Hvad forstås ved elementaranalysen for et brændsel?
- B: Hvilken sammenhæng er der mellem den nedre og øvre brændværdi for et brændsel?
- C: Hvilke gasser er indeholdt i den røggas, der kommer fra en forbrændingsproces:
- Ved forbrænding af kul?
 - Ved forbrænding af træ?
 - Ved forbrænding af olie?
- D: Hvilken betydning har luftoverskudstallet for forbrændingen og den luftmængde, der skal tilføres hhv. den røggasmængde, der kommer af processen?
- E: Opstil forbrændingsligningen for forbrænding af halm med den sammensætning, der er givet i tabel 8.2.
- F: Bestem for forbrænding af 1 kg halm det minimale luftforbrug samt den mindst mulige røggasmængde, der kommer ud af forbrændingen.

9

Varmetransmission

9.1 Introduktion

Ved gennemgangen af termodynamikkens grundlag i kapitel 1 er det beskrevet, hvordan et system kan udveksle energi med omgivelserne, det vi kalder arbejde og varme.

I dette kapitel vil vi besæftige os med varmestrømme, altså varmen pr. tidsenhed.

Varmetransmission er transport af varme forårsaget af en temperaturredifferens. Man taler om varmetransmission, når varmeenergi strømmer *i* et stof eller *fra* et stof til et andet. Varmetransmission benævnes også varmegennemgang, hvis der er tale om varmestrøm gennem en væg.

Varmen strømmer altid fra et stof med højere temperatur til et stof med lavere temperatur.

Varmetransmission spiller en stor rolle, specielt inden for *energiproduktion* og *kemisk industri*, men i øvrigt inden for stort set alle områder af teknikken, herunder selvfølgelig også som varmetab fra vores bygninger.

Man kan opdele emnet i to hovedgrupper:

- *Dimensionering af udstyr* til overføring af energi samt udnyttelse af spildvarme. Udstyret kan være varmevekslere, kedler, beholdere etc. Varmetransmissionen skal være størst muligt, det vil sige varmetransmissionsmodstandene (se afsnit 9.5) skal være små.
- *Begrænsning af varmetab* i varmetekniske anlæg. Der er tale om at minimere varmetransmissionen ved hjælp af isolering. Det betyder, at varmetransmissionsmodstandene skal være store.

Varmetransmission sker ved en eller flere af følgende tre processer:

- *Varmeledning, konvektion (varmeovergang) og varmestråling.*
Disse tre processer behandles nøjere i det følgende.

9.1.1 Termiske modstande

Ved varmetransmission fra et medie gennem en væg til et andet medie kan det ofte være hensigtsmæssig at anvende begrebet termiske modstande. Lad os se på et eksempel, hvor varme transmitteres fra vand, der strømmer i et rør, til luft, der strømmer på tværs udvendigt på røret, som vist på figur 9.1. Som det ses af temperaturforløbet under rørudsnittet, strømmer varmen fra vandet til luften gennem et stålør, et lag isolering og en aluminiumskappe. Altså fra den høje vandtemperatur til den lavere lufttemperatur.

Varmestrømmens størrelse afhænger af, hvor stor en *termisk modstand* varmen møder.

Der er en analogi til Ohms lov:

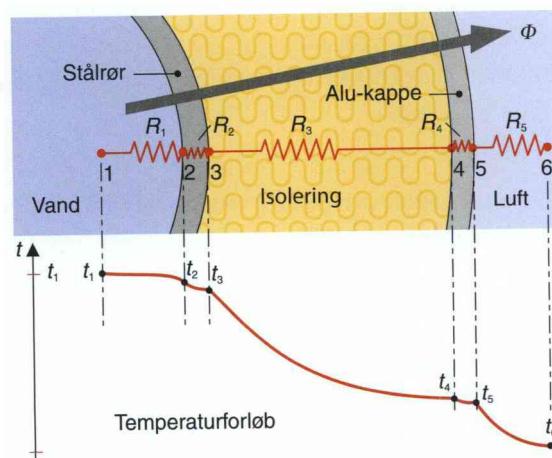
$$I = \frac{U}{R}$$

Strømmen, I , er lig spændingsforskellen, U , delt med den elektriske modstand, R . På samme måde er varmestrømmen lig temperaturredifferensen, svarende til spændingsforskellen, delt med den termiske modstand, svarende til den elektriske modstand, på denne måde:

$$\Phi = \frac{\Delta t}{R} \quad [9.1]$$

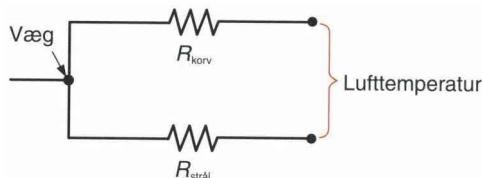
I det viste eksempel vil den termiske modstand sammensættes af de viste fem modstande i en serieforbindelse, så modstanden fås af:

$$R_{\text{tot}} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 \quad [9.2]$$



Figur 9.1
Varmestrøm gennem et isoleret rør.

Figur 9.2
Termiske modstande ved varmestrøm fra en vægoverflade til omgivende luft ved konvektion og stråling.



Temperatordifferensen vil da over alle modstandene være:

$$\Delta t = t_1 - t_6.$$

Da varmestrømmen gennem alle lagene ved stationære driftsforhold (konstant varmestrøm) vil være ens, kan temperaturene beregnes af:

$$\Phi = \frac{t_1 - t_2}{R_1} = \frac{t_2 - t_3}{R_2} = \frac{t_3 - t_4}{R_3} = \frac{t_4 - t_5}{R_4} = \frac{t_5 - t_6}{R_5} \quad [9.3]$$

Det ses heraf, at de største modstande giver de største temperatordifferenser, hvilket f.eks. også stemmer med det ønskede resultat, når man isolerer. I det viste eksempel er R_1 og R_5 varmeovergangsmodstande og R_2 , R_3 og R_4 varmeledningsmodstande i de enkelte materialelag. Andre termiske modstande kan forekomme, f.eks. *kontaktmodstande* i laget mellem to materialer, *fouling-modstande* ved uønskede begroninger såsom oliefilm, kalk, snavs eller lignende.

Oftest forekommer de termiske modstande i en serieforbindelse, men det kan i enkelte tilfælde ske, at der er parallelle modstande. Dette er f.eks. tilfældet, hvor der udvendigt på en overflade forekommer både konvektion og stråling, som f.eks. en radiator, illustreret i figur 9.2.

Her vil modstanden kunne beregnes analogt til elektriske kredsløb:

$$R_{\text{parallel}} = \frac{1}{\frac{1}{R_{\text{konv}}} + \frac{1}{R_{\text{strål}}}} \quad [9.4]$$

I de følgende afsnit vil de enkelte modstande blive nøjere defineret.

9.2 Varmeledning

I faste stoffer og stillestående væsker og gasser transporteres varmen ved varmeledning. Ved varmeledning overføres varmen ved hjælp af molekylbevægelser, idet molekyler med høj temperatur, og dermed højt energiniveau, afleverer energi til molekyler med lav temperatur og dermed lavt energiniveau. Det vil altså sige, at varmen strømmer i retning af aftagende temperatur.

9.2.1 Fouriers lov

Ved undersøgelser af varmeledning i faste stoffer fandt *Fourier* frem til en ligning, kendt som *Fouriers lov*, der giver sammenhængen for varmeledning gennem en plan væg.

For endimensionel varmeledning gennem en væg lyder denne:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} \quad [9.5]$$

hvor

q er varmeflux (varmestrøm pr. arealenhed), W/m^2

λ er varmekonduktiviteten, $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

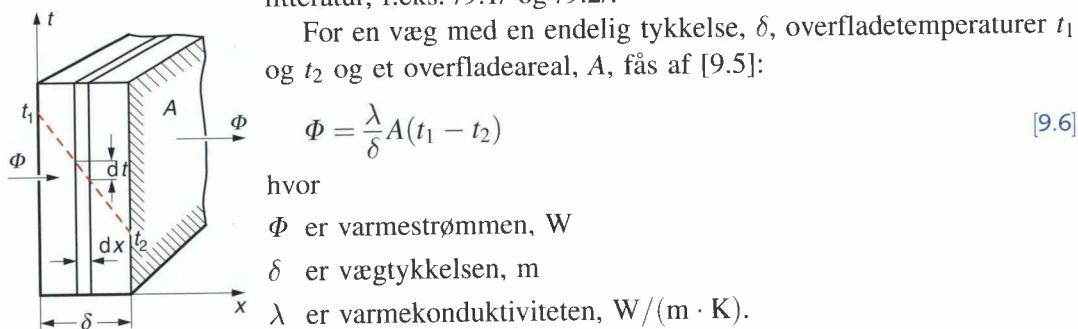
dt/dx er temperaturgradienten, K/m .

Ligningen gælder for varmestrømmen vinkelret på en flade i x -retningen, i virkeligheden udbredes varmen i alle retninger, og udtrykket bør derfor opskrives for både x -, y - og z -retningen.

Der kan endvidere gælde, at temperaturen ændres med tiden, altså ikke stationært. Dette er tilfældet ved afkølings- og opvarmningsprocesser.

Vi vil her begrænse os til at gennemgå *stationære processer*, det vil sige processer, hvor varmestrømmen er konstant med tiden, og *endimensionel* varmeledning. For andre forhold henvises til anden litteratur, f.eks. /9.1/ og /9.2/.

For en væg med en endelig tykkelse, δ , overfladetemperaturer t_1 og t_2 og et overfladeareal, A , fås af [9.5]:



Figur 9.3

Da t_1 er højere end t_2 , fås Φ positiv.

Varmekonduktiviteten, λ , er en temperaturafhængig stofkonstant. Den findes i tabeller, se f.eks. tabel 10.8, 10.10 og 10.11.

Varmekonduktiviteten er størst for tunge, massive stoffer, og mindst for vacuum (for absolut vacuum lig nul). For metaller aftager værdien med stigende temperatur, mens det er omvendt ved gasser.

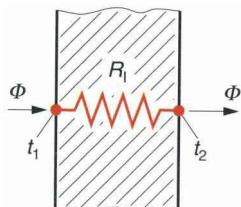
Ved beregninger indsættes varmekonduktiviteten ved en middeltemperatur.

Temperaturforløbet gennem en væg fås af ovenstående til:

$$t = t_1 - \frac{\Phi}{\lambda A} x \quad [9.7]$$

hvor t er temperaturen i en vilkårlig afstand x .

9.2.2 Varmeledningsmodstand



Figur 9.4

Varmeledningsmodstanden kan i henhold til afsnit 9.1.1 defineres som:

$$R_l = \frac{t_1 - t_2}{\Phi} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\lambda}{\delta} A \Delta t} = \frac{\delta}{\lambda A} \quad [9.8]$$

hvor R_l er **varmeledningsmodstanden**, K/W.

Undertiden ses begrebet isolans, R , med enheden $\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$, anvendt specielt i byggeteknikken. Sammenhængen med varmeledningsmodstanden er: $R_l = R/A$.

Et stort temperaturfald fås altså ved at tilstræbe en stor varmeledningsmodstand, og dette opnås, som det ses af [9.8], ved en stor vægtყikkelse, en lille varmekonduktivitet og/eller et lille overfladeareal, hvilket også praktisk giver god mening.

9.2.3 Varmeledning gennem en plan væg

Fouriers lov, som den er formuleret i ligning [9.6], beskriver varmeledning gennem en plan væg i én retning og med ét lag. På samme måde kan ligningen opskrives, så den gælder for en plan væg bestående af flere lag.

Vi betragter en væg sammensat af tre homogene lag, som vist i figur 9.5, og antager endimensionel varmeledning gennem alle lag. Idet vi antager stationære tilstænde, er varmestrømmen den samme gennem alle tre lag, og vi kan skrive:

$$\Phi = \frac{\lambda_1}{\delta_1} A(t_1 - t_2) = \frac{\lambda_2}{\delta_2} A(t_2 - t_3) = \frac{\lambda_3}{\delta_3} A(t_3 - t_4) \quad [9.9]$$

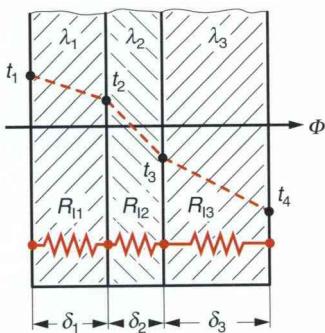
hvor

δ_1 , δ_2 og δ_3 er lagtykkelerne, m

λ_1 , λ_2 og λ_3 er varmekonduktivitet for hvert enkelt lag, W/(m · K).

Ser vi på varmeledningsmodstanden gennem væggen, ses, at der er tre modstande i serie. Den samlede varmeledningsmodstand, $R_{l,\text{tot}}$, fås ved en simpel addition af de tre varmeledningsmodstande, analogt til Ohms lov. Af denne betragtning fås:

$$R_{l,\text{tot}} = R_{l1} + R_{l2} + R_{l3} = \frac{\delta_1}{\lambda_1 A} + \frac{\delta_2}{\lambda_2 A} + \frac{\delta_3}{\lambda_3 A} = \frac{t_1 - t_4}{\Phi} \quad [9.10]$$



Figur 9.5

Isoleres Φ af denne ligning, fås:

$$\Phi = \frac{1}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} A(t_1 - t_4) \quad [9.11]$$

Udtrykket kan selvfølgelig udvides til et vilkårligt antal lag efter samme princip.

Eksempel 9.1

Beregning af varmetabet i en ydermur

Man ønsker varmetabet beregnet fra 50 m^2 ydermur bestående af 120 mm teglsten yderst, 100 mm mineraluld i hulmur og 100 mm betonelement inderst.

Man har en vinterdag målt overfladetemperaturerne til 12°C indvendigt og -3°C udvendigt.

Varmekonduktiviteten for de tre vægelementer fås af tabel 10.10:

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{tegl}} &= 0,60 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}); & \lambda_{\text{isol}} &= 0,055 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}); \\ \lambda_{\text{bet}} &= 0,40 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}) \end{aligned}$$

Varmestrømmen gennem væggen beregnes af [9.11]:

$$\Phi = \frac{1}{\frac{0,120}{0,60} + \frac{0,100}{0,055} + \frac{0,100}{0,40}} 50(12 - (-3)) = 330,7 \text{ W}$$

Betrages varmeledningsmodstandene gennem væggen, ses, at modstanden er størst i isoleringen (ca. 10 gange større end i de øvrige lag, svarende til en varmekonduktivitet på ca. 1/10):

$$R_{1\text{tegl}} = \frac{\delta_{\text{tegl}}}{\lambda_{\text{tegl}} A} = \frac{0,120}{0,60 \cdot 50} = 0,004 \text{ K/W}$$

$$R_{1\text{isol}} = \frac{\delta_{\text{isol}}}{\lambda_{\text{isol}} A} = \frac{0,100}{0,055 \cdot 50} = 0,036 \text{ K/W}$$

$$R_{1\text{bet}} = \frac{\delta_{\text{bet}}}{\lambda_{\text{bet}} A} = \frac{0,100}{0,40 \cdot 50} = 0,005 \text{ K/W}$$

For at optegne temperaturforløbet gennem væggen beregnes temperaturerne i skillelagene, se figur 9.5:

$$\begin{aligned} t_2 &= t_i - \frac{\Phi}{\lambda_{\text{bet}} A} \delta_{\text{bet}} = t_i - \Phi R_{\text{bet}} \\ &= 12 - 330,7 \cdot 0,005 = 10,3 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_3 &= t_2 - \frac{\Phi}{\lambda_{\text{isol}} A} \delta_{\text{isol}} = t_2 - \Phi R_{\text{isol}} \\ &= 10,3 - 330,7 \cdot 0,036 = -1,7 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

9.2.4 Cylindrisk væg

Rør med små vægtykkelser og store diametre kan tilnærmet betragtes som plane flader, og ovenstående beregningsprincip kan benyttes. Ved større vægtykkelser og små diametre derimod går denne tilnærrelse ikke. I sådanne tilfælde vil overfladearealet ikke være ens i varmestrømmens retning, idet den ydre diameter er større end den indvendige. Et eksempel herpå er et rør med udvendig varmeisolering.

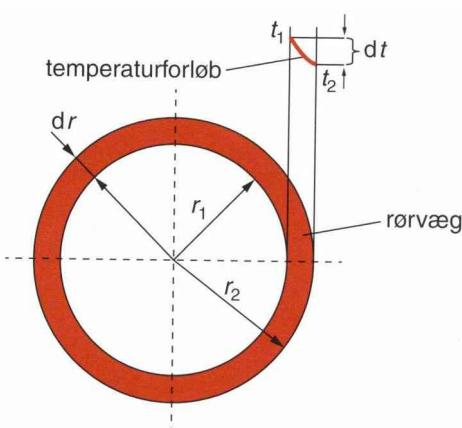
Vi vil først betragte et rør med ét lag, som det er vist i figur 9.6a. Bruges Fouriers lov på dette tilfælde, fås:

$$\Phi = -\lambda A \frac{dt}{dr} = -\lambda 2\pi Lr \frac{dt}{dr} \quad [9.12]$$

hvor

$2\pi Lr = A$ er overfladearealet af røret i radius r , m^2

L er rørlængden, m.



Figur 9.6

Temperaturforløb ved varmeledning i rørvæg.

Udtrykket omstilles og integreres, og vi får:

$$\int_1^2 dt = -\frac{\Phi}{\lambda 2\pi L} \int_1^2 \frac{dr}{r}$$

$$t_2 - t_1 = -\frac{\Phi}{\lambda 2\pi L} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad [9.13]$$

heraf fås varmestrømmen gennem en etlags cylindervæg til:

$$\Phi = \frac{\lambda 2\pi L(t_1 - t_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad [9.14]$$

Temperaturen i rørvæggen aftager efter en logaritmisk kurve. Varmeledningsmodstanden i en rørvæg fås tilsvarende til:

$$R_l = \frac{t_1 - t_2}{\Phi} = \frac{\frac{r_2}{r_1}}{\lambda 2\pi L} \quad [9.15]$$

Ved ledning gennem et rør med tre lag, som f.eks. et isoleret rør med en kappe, se figur 9.1, fås:

$$R_{l\text{tot}} = \frac{t_1 - t_4}{\Phi} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$= \frac{1}{2\pi L} \left(\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{r_3}{r_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{r_4}{r_3} \right) \quad [9.16]$$

Heraf fås varmestrømmen gennem et rør med tre lag til:

$$\Phi = \frac{2\pi L(t_1 - t_4)}{\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{r_3}{r_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{r_4}{r_3}} \quad [9.17]$$

med indvendig radius r_1 , mellemradier r_2 og r_3 , og udvendig radius r_4 . Hvis temperaturdifferensen $t_1 - t_4$ er positiv, går varmestrømmen ud af røret.

Udtrykket i [9.17] kan udvides til et vilkårligt antal lag efter samme princip.

Eksempel 9.2

Beregning af varmetab fra et uisoleret rør

Man ønsker varmetabet fra et uisoleret damprør med en udvendig diameter på 100 mm, en godstykke på 3 mm og en længde på 50 m beregnet.

Varmekonduktiviteten for rørvæggen fås af tabel 10.11 til $\lambda_{\text{stål}} = 52 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$.

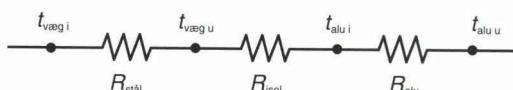
Overfladetemperaturerne er målt til 180 °C indvendigt og 179,7 °C udvendigt. Der ses i dette eksempel bort fra varmestråling fra røret, se nærmere i eksempel 9.5, afsnit 9.4.3.

Varmestrømmen gennem rørvæggen beregnes af [9.14]:

$$\Phi = \frac{52 \cdot 2\pi \cdot 50(180 - 179,7)}{\ln \frac{100}{94}} = 79206 \text{ W} = 79,2 \text{ kW}$$

Bemærk

Her er overfladetemperaturerne givet, derfor er der kun varmeledningsmodstande. For et rør også med isolering og alu-kappe ser modstandskredsen således ud:



Isoleres røret med 50 mm tykke isoleringsskåle ($\lambda_{\text{isol}} = 0,04 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$) og 1 mm aluminiumskappe ($\lambda_{\text{alu}} = 229 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$), reduceres overfladetemperaturen på kappen ved måling til 30 °C. Varmetabet reduceres tilsvarende til:

$$\Phi = \frac{2\pi \cdot 50(180 - 30)}{\frac{1}{52} \ln \frac{100}{94} + \frac{1}{0,04} \ln \frac{200}{100} + \frac{1}{229} \ln \frac{202}{200}} = 2729 \text{ W} = 2,73 \text{ kW}$$

Ser vi nærmere på beregningen af varmetabet, ses, at kun modstanden gennem isoleringen har betydning.

$$R_{I\text{stål}} = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\lambda_{\text{stål}} 2\pi L} = \frac{\ln \frac{100}{94}}{52 \cdot 2\pi \cdot 50} 10^3 = 0,00379 \text{ K/kW}$$

$$R_{I\text{isol}} = \frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{\lambda_{\text{isol}} 2\pi L} = \frac{\ln \frac{200}{100}}{0,04 \cdot 2\pi \cdot 50} 10^3 = 55,16 \text{ K/kW}$$

$$R_{I\text{alu}} = \frac{\ln \frac{r_u}{r_3}}{\lambda_{\text{alu}} 2\pi L} = \frac{\ln \frac{202}{200}}{229 \cdot 2\pi \cdot 50} 10^3 = 0,00014 \text{ K/kW}$$

9.2.5 Kugle

På samme måde som for cylindre kan Fouriers lov bruges på en kugle, for dette tilfælde fås:

$$\Phi = -\lambda A \frac{dt}{dr} = -\lambda(4\pi r^2) \frac{dt}{dr} \quad [9.18]$$

hvor

$A = 4\pi r^2$ er overfladearealet af kuglen med radius r , m².

Udtrykket omstilles og integreres, og vi får:

$$\int_1^2 dt = -\frac{\Phi}{\lambda 4\pi} \int_1^2 \frac{dr}{r^2}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{\Phi}{\lambda 4\pi} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \quad [9.19]$$

Heraf fås varmestrømmen gennem en etlags kuglevæg til:

$$\Phi = \frac{\lambda 4\pi(t_1 - t_2)}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \quad [9.20]$$

Varmeledningsmodstanden i en kuglevæg fås i henhold til tidligere definition til:

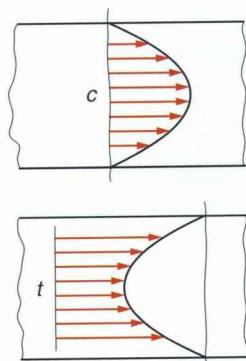
$$R_l = \frac{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}{\lambda 4\pi} \quad [9.21]$$

Temperaturen i kuglevæggen aftager således efter en hyperbel.

9.3 Varmeovergang

Ved varmetransport fra en væske eller en gas i bevægelse (her benævnt ved den fælles betegnelse *fluid*), og til en fast væg, anvender man begrebet konvektiv varmeovergang.

Konvektiv varmeovergang omhandler den varmetransport, der sker i det såkaldte *grænselag*. Varmeudvekslingen i dette grænselag sker dels ved varmeleitung på tværs af strømningsretningen, dels ved varmetransport på grund af væskepartiklernes bevægelse. Grænselaget er betegnelsen for et fluidlag, en slags filmlag, som ligger i umiddelbar kontakt med den faste væg. I grænselaget eksisterer både en hastigheds- og en temperaturgradient, dvs. temperaturen stiger eller aftager fra væggens temperatur til fluidets middeltemperatur, og



Figur 9.7

hastigheden stiger fra hastigheden ved væggen ($= 0$) til fluidets middelhastighed (dvs. fluidets hastighed uden for grænselaget). Varmetransporten er derfor stærkt afhængig af strømningsforholdene og strømningsformen, men også andre faktorer som stofværdier, overfladebeskaffenhed og overladens form spiller ind. Det er derfor yderst kompliceret at beskrive fænomenet matematisk. For at kunne regne på varmeovergangen må man nøje definere, hvilken model der er tale om. Man har for en række forskellige modeller udviklet modelligninger ud fra erfaringsmæssige sammenhænge.

9.3.1 Newtons ligning

Den varmestrøm, der transporteres fra en væg til et fluid, kan ifølge *Newton* bestemmes af følgende ligning:

$$\Phi = \alpha A(t_{fl} - t_v) \quad [9.22]$$

hvor

t_v er vægttemperatur, °C

t_{fl} er fluidtemperatur, °C

A er overfladeareal af den varmeoverførende flade, m²

α er varmeovergangstallet, W/(m² · K).

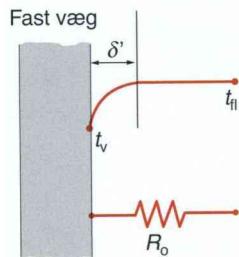
Varmeovergangstallet er en proportionalitetsfaktor, som afhænger af de ovenfor beskrevne faktorer. Man kan opfatte betydningen af tallet som den varmeledning, der sker i et tænkt lag af stillestående fluid med tykkelsen δ' , se figur 9.8, og varmekonduktiviteten λ , som er i umiddelbar kontakt med den faste væg. Varmeovergangstallet i [9.22] er således $\alpha = \lambda/\delta'$. Indsættes dette, ses en sammenhæng til Fouriers lov for varmeledning.

Varmeovergangstallets størrelse afhænger, som ovenfor anført, overvejende af strømningsformen. Strømningsformen kan være *laminar* eller *turbulent* (se kapitel 4 for en nærmere forklaring af disse begreber). Ved laminar strømning sker varmeovergangen kun ved varmeledning i grænselaget, mens den ved turbulent strømning også sker på grund af væskpartiklernes bevægelse på tværs af strømningsretningen. Som følge af dette er varmeovergangstallet størst ved turbulent strømning og samtidig større for væsker end for gasser grundet grænselagets højere konduktivitet, densitet og varmekapacitet.

9.3.2 Varmeovergangsmodstand

Ligesom ved varmeledning kan man regne med termisk modstand ved varmeovergang. Der vil ved varmeovergangsmodstand være tale om den modstand, grænselaget yder mod varmetransport. Varmeovergangsmodstanden kan udtrykkes ved:

$$R_o = \frac{t_{fl} - t_v}{\Phi} = \frac{1}{\alpha A} \quad [9.23]$$



Figur 9.8
Temperaturforløb
ved varmeovergang.

Varmeovergangstallet er altså af stor betydning for størrelsen af den termiske modstand. Store værdier vil give en lille modstand og vice versa. Ved en radiator, hvor den indvendige varmeovergang er tvungen strømning af vand, og den udvendige er varmeovergang ved naturlig strømning af luft, vil det således være den største modstand udvendigt på overfladen, der er afgørende for varmestrømmen.

Figur 9.8 angiver temperaturforløbet ved en vægoverflade med konvektiv varmeovergang. Temperaturlafdet afhænger af den termiske modstand.

9.3.3 Modelligninger

Det er *Nusselts* fortjeneste, at man kan beskrive varmeovergangsfænomenet på dimensionsløs form ved hjælp af modelligninger.

Nusselt omformede de meget indviklede differentialequationer, som opstod ved den matematiske behandling, til dimensionsløse *kendetal*, som sammenfatter de mange faktorers betydning for varmeovergangen.

Den dimensionsløse form for varmeovergangstallet har derfor fået betegnelsen *Nusselts tal*. Den udtrykkes som:

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} \quad [9.24]$$

hvor

α er varmeovergangstallet, $W/(m^2 \cdot K)$

L er en *karakteristisk længde*, m, som afhænger af det enkelte tilfælde, ved rør ofte diameteren, ved en væg højde eller længde.

λ er varmekonduktiviteten for fluidet, $W/(m \cdot K)$.

Nusselts tal udtrykker, hvor meget større varmeovergangen er ved konvektion end ved ledning i et fluidlag med tykkelse δ .

Beregnes Nu ud fra modelligninger, kan α altså fås af [9.24].

Til grund for modelligningerne ligger såkaldte ligedannethedsbetragtninger. Processer med samme kendetal er ligedannede, har samme varmeovergangsforhold. Kendetallene skal her blot kort defineres, for en nøjere uddybning af deres baggrund henvises til /9.3/.

Reynolds tal beskriver strømningsformen:

$$Re = \frac{cL}{\nu} \quad [9.25]$$

Grashofs tal beskriver opdriftsforhold ved naturlig strømning:

$$Gr = \frac{gL^3 \beta \Delta t}{\nu^2} \quad [9.26]$$

Prandtls tal er en stofkonstant, som kan findes i tabeller:

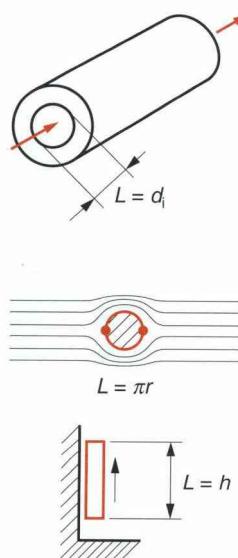
$$Pr = \frac{\eta c_p}{\lambda} \quad [9.27]$$

Rayleighs tal:

$$Ra = Gr Pr = \frac{g \beta \Delta t L^3 c_p \rho}{\lambda \nu} = \frac{g \beta \Delta t L^3}{\nu a} \quad [9.28]$$

hvor

L er en karakteristiske længde, f.eks. diameteren ved gennemstrømmede rør, ved strømning på tværs af et rør den udvendige diameter, eller undtagelsesvis *overstrømningslængden*, πr . Ved ikke-cirkulære kanaler benyttes *hydraulisk diameter* (se i kapitel 4 for definition af denne). Ved fri konvektion benyttes længde eller højde.



Figur 9.9

c er middelstrømningshastighed, m/s

ν er kinematisk viskositet, m^2/s , en stofkonstant, fås fra tabeller

η er dynamisk viskositet, $kg/(m \cdot s)$, en stofkonstant, fås fra tabeller, sammenhængen mellem de to viskositeter, er $\nu = \eta/\rho$

ρ er densiteten, kg/m^3

λ er varmekonduktiviteten, $W/(m \cdot K)$

c_p er den specifikke varmekapacitet, $J/(kg \cdot K)$

g er tyngdeaccelerationen, m/s^2

β er volumenudvidelseskoefficienten, K^{-1} , for væsker en tabelværdi, for gasser $\beta = 1/T$

Δt er temperaturdifferensen mellem væg- og fluidtemperatur, K

a temperaturledetallet, m^2/s , $\left(a = \frac{\lambda}{c_p \rho}\right)$

Nusselts tal er en funktion af en eller flere af disse kendetal.

Ved *tvungen konvektion*, hvor strømningen er forceret af en pumpe, en ventilator eller lign.:

$$Nu = f(Re, Pr)$$

Ved *fri konvektion* er Reynolds tal uden betydning:

$$Nu = f(Gr, Pr)$$

I det efterfølgende er givet en række af de modelligninger, som findes til beregning af Nusselts tal. Det skal bemærkes, at Nusselts tal har indeks m, hvilket indikerer, at der er tale om en middelværdi af tallet, da det ikke er konstant gennem røret/langs pladen.

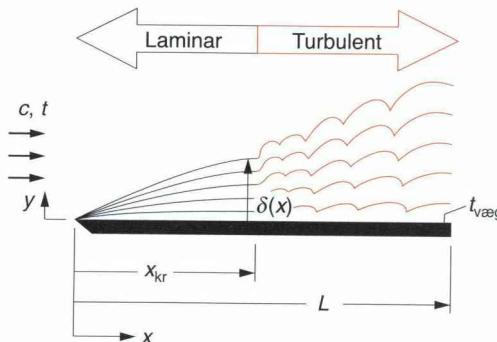
For at komme helskindet gennem beregningen, kan følgende fremgangsmåde benyttes:

1. Præcisér flow-geometrien, optegn systemet.
2. Beregn den gældende referencetemperatur ved hvilken stofværdier skal findes. Hvad den gældende referencetemperatur skal være, er vist ved modelligningen, se f.eks. [9.31]. Find stofværdierne ved denne. Referencetemperaturen er ofte den såkaldte *filmtemperatur*, dvs. temperaturen i grænselaget, $t_{film} = (t_{væg} + t_{fluid})/2$, men kan også være fluidmiddeltemperaturen.
3. a) Ved *tvungen strømning* beregnes Reynolds tal, og det afgøres, om der er tale om laminar eller turbulent strømning. Ved indvendig strømning i rør er omslagstalværdien $Re_{kr} = 2300$, ved strømning langs en plade eller lignende ofte $Re_{kr} = 5 \cdot 10^5$.
b) Ved *fri strømning* beregnes Rayleighs tal, og det afgøres af den kritiske værdi for Ra , Ra_{kr} , om der er tale om turbulent eller laminart grænselag. Den kritiske værdi er som oftest 10^9 .
4. Vælg ud fra ovenstående den egnede modelligning, idet der tages hensyn til gyldighedsområdet.
5. Beregn Nusselts tal og varmeovergangstallet.

Tvungen udvendig strømning

Ved strømning omkring forskelligt formede emner kan grænselaget udvikle sig frit i modsætning til i et rør, hvor væggene begrænser udviklingen. Eksempler man ofte støder på, er strømning omkring cylindre og langs plader, der skal derfor gives et par modelligninger for disse.

Ved strømning *på langs af en plan plade* vil strømningsformen og dermed varmeovergangstallet ændre sig langs pladen, se figur 9.10,



Figur 9.10
Strømning langs
plan flade.

og man regner derfor ved praktiske opgaver med middelværdier af Nusselts tal, Nu_m . Grænselaget begynder som laminart og kan, afhængig af pladens længde, overgå til turbulent. Hvor når omslaget fra laminart til turbulent grænselag sker, afhænger af pladekantens udformning, men man regner normalt med en kritisk værdi af Reynolds tal på: $Re_{kr} = 5 \cdot 10^5$.

Ved laminar strømning over hele længden, L , fås /9.3/:

$$Nu_m = 0,664 Re_m^{1/2} Pr^{1/3} = \frac{\alpha L}{\lambda} \quad [9.29]$$

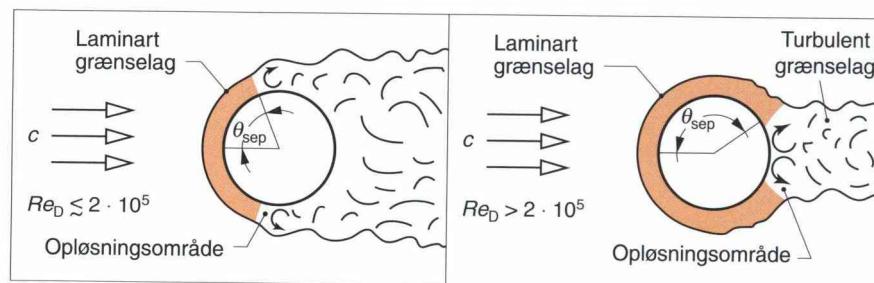
- Gyldig for $0,6 < Pr < 50$
- Stofværdier tages ved filmtemperatur.

Ved turbulent grænselag på sidste del af pladen vil middelværdien af Nu være påvirket af både det laminare og det turbulente grænselag, og vi får derfor følgende ligning gældende for hele længden, dvs. såvel den laminare første del, som den turbulente sidste del /9.3/:

$$Nu_m = (0,037 Re^{4/5} - 871) Pr^{1/3} \quad [9.30]$$

- Gyldig for $0,6 < Pr < 60$
- Stofværdier ved filmtemperatur.

Ved strømning på tværs af en cylinder vil der eksistere laminart grænselag på forsiden, og turbulent på bagsiden, som det ses af figur 9.11. Opløsning af strømningen sker ved separationsvinklen, θ_{sep} .



Figur 9.11
Strømning på
tværs af cylinder.

Omslaget afhænger af indstrømningens karakter og bestemmes ved det kritiske Reynolds tal. Også her regnes med en middelværdi af Nu . Denne kan bestemmes ud fra /9.3/:

$$Nu_m = C Re^m Pr^n \left(\frac{Pr}{Pr_v} \right)^{1/4} \quad [9.31]$$

- Gyldig for $0,7 < Pr < 500$; $1 < Re < 10^6$
- Stofværdier tages ved fluidmiddeltemperatur
- Pr_v er Pr ved vægtemperatur
- Karakteristisk længde er diameteren
- Konstanterne C og m i udtrykket afhænger af Re og fås af nedenstående tabel. Konstanten n afhænger af Pr og fremgår ligeledes nedenfor.

Re	C	m
1-40	0,75	0,4
40-1000	0,51	0,5
$10^3-2 \cdot 10^5$	0,26	0,6
$2 \cdot 10^5-10^6$	0,076	0,7

$$n = 0,37 \text{ for } Pr \leq 10$$

$$n = 0,36 \text{ for } Pr > 10$$

For strømning om andre ikke-cylindriske emner, kugler og gennem rørbundter kan henvises til /9.3/.

Tvungen indvendig strømning

I modsætning til udvendig strømning kan grænselaget her ikke udvikle sig frit, da strømningen er begrænset af rør- eller kanalvægge. Man er derfor nødt til, udover at undersøge strømningsformen, også at se på *indløbsstrækningen*. Indløbsstrækningen (der tales her om den såkaldte hydrodynamiske indløbsstrækning, derudover er der defineret en termodynamisk indløbsstrækning, se nærmere i /9.3/) er den strækning, der forløber inden hastighedsprofilet er fuldstændigt udviklet. Dette har størst betydning ved laminar strømning, og der må tages hensyn til dette ved beregning af Nu .

Indløbsstrækningens længde, x_{indl} , sættes erfaringsmæssigt til:

$$\frac{x_{\text{indl}}}{D} \approx 0,05 Re \quad \text{ved laminar strømning} \quad [9.32]$$

$$10 < \frac{x_{\text{indl}}}{D} < 60 \quad \text{ved turbulent strømning}$$

hvor D er den indvendige rørdiameter (eller den hydrauliske diameter), m.

Ved *laminar strømning* i rør kan man finde en teoretisk løsning for Nusselts tal, grænseværdien bliver $Nu = 3,66$.

Under forudsætning af fuldt udviklet strømningsprofil gælder følgende udtryk ifølge /9.3/:

$$Nu_m = 3,66 + \frac{0,0668 \frac{D}{L_{rør}} RePr}{1 + 0,04 \left(\frac{D}{L_{rør}} RePr \right)^{2/3}} \quad [9.33]$$

- Stofværdier indsættes ved fluidmiddeltemperatur.
- $L_{rør}$ er rørlængden, m.

Se i øvrigt /9.3/ for andre udtryk ved laminar strømning, hvor der ikke er fuldt udviklet strømningsprofil.

Ved *turbulent strømning* i rør er strømningen mere kompliceret. Der findes i litteraturen et utal af ligninger, fra /9.4/ fås følgende:

$$Nu_m = 0,0235 (Re^{0,80} - 230) (1,8 Pr^{0,3} - 0,8) K_1 K_2 \quad [9.34]$$

heri er:

$$K_1 = \left(\frac{\eta}{\eta_v} \right)^{0,14} \quad \text{og} \quad K_2 = \left(1 + \left(\frac{D}{L_{rør}} \right)^{2/3} \right)$$

- Gyldighedsområdet er $2320 < Re < 10^6$
- Stofværdier indsættes ved fluidmiddeltemperatur
- η_v er den dynamiske viskositet ved vægtemperatur, kg/(m · s)
- $L_{rør}$ er rørlængden, m
- D er rørdiameteren, m.

Værdien af K_1 kompenserer for, at stofværdier ikke tages ved grænse-lagstemperaturen, og værdien K_2 kompenserer for bedre varmeovergang i indløbsstrækningen. Begge værdier er ofte tæt på 1.

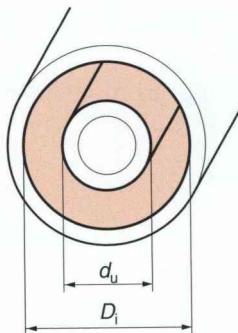
Ved *ikke-cirkulære rør/kanaler* anvendes den *hydrauliske diameter*, som er defineret ved:

$$d_h = \frac{4A}{O} \quad [9.35]$$

hvor

A er tværsnitsareal, m^2

O er længden af den fluidberørte omkreds, m.



Figur 9.12

Ved koncentriske rør, figur 9.12, bliver: $d_h = D_i - d_u$, hvor D_i er indvendig diameter for det udvendige rør, og d_u er udvendig diameter på det indvendige rør. Såfremt indløbet er skarpkantet, og $Re > 10^4$, kan Nu regnes konstant allerede efter $x = 4d_h$. Her gælder følgende udtryk ifølge /9.5/:

$$Nu_{dh} = 0,023Pr^{0,40}Re_{dh}^{0,80}\left(\frac{D_i}{d_u}\right)^{0,45} \quad [9.36]$$

For $200 \leq Re_{dh} \leq 2000$ /9.5/:

$$Nu_{dh} = 1,02Pr^{0,5}Gr_{dh}^{0,05}\left(\frac{D_i}{d_u}\right)^{0,8}\left(\frac{d_h}{L_{rør}}\right)^{0,4}Re^{0,45} \quad [9.37]$$

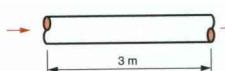
For $2000 \leq Re_{dh} \leq 10^4$ /9.5/ (T er værdien for turbulent strømning og L for laminar):

$$Nu = \sqrt{Nu_T^2 + Nu_L^2} \quad [9.38]$$

Ved laminar strømning i ikke-cirkulære rør fås Nu af tabel 8.1 i /9.3/.

Eksempel 9.3

Beregning af varmeovergangstal indvendigt i rør



Man ønsker varmeovergangstallet indvendigt i et 3 m langt rør, hvor der strømmer vand med en middeltemperatur på 80°C (mellem ind- og udløb) beregnet. Den indvendige rørdiameter er 22 mm, middelvægtstemperatur er 40°C , og vandet pumpes gennem røret med en hastighed på 1,5 m/s.

Det drejer sig her om tvungen strømning indvendigt i et rør. Ved undersøgelse af modelligninger til dette tilfælde ses, at reference-temperaturen er fluidmiddeltemperaturen, altså her de opgivne 80°C .

Strømningsformen kontrolleres ved beregning af Reynolds tal ved hjælp af [9.25]:

$$Re = \frac{cd_i}{\nu} = \frac{1,5 \cdot 0,022}{0,365 \cdot 10^{-6}} = 90411 \quad \text{dvs. turbulent strømning}$$

Ved denne værdi af Reynolds tal og et Prandtl's tal på 2,20 (ν og Pr fra tabel 10.5) ses, at ligning [9.34] kan anvendes til beregning af Nu :

$$\begin{aligned} Nu_m &= 0,0235(Re^{0,80} - 230)(1,8Pr^{0,3} - 0,8)\left(1 + \left(\frac{d_i}{L_{rør}}\right)^{2/3}\right)^{0,918} \\ &= 298 \end{aligned}$$

idet:

$$K_1 = \left(\frac{\eta}{\eta_v} \right)^{0,14} = \left(\frac{355}{653} \right)^{0,14} = 0,918$$

Det bemærkes, at både K_1 og K_2 antager værdier tæt på 1, som det også tidligere er nævnt. Der ses her bort fra værdien af K_2 .

Slutteligt fås varmeovergangstallet til:

$$\alpha = \frac{\lambda N u_m}{d_i} = \frac{0,669 \cdot 298}{0,022} = 9067 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

Fri konvektion

Ved fri konvektion optræder der ikke forceret strømning fra en ventilator eller en pumpe, men fri eller naturlig strømning, idet det er termiske kræfter, der påvirker fluidet.

Fri konvektion foregår i et fluid, hvor der er en densitetsgradient. Dette er den primære årsag til fri strømning, idet det forårsager opdrift. Det mest almindelige tilfælde er, hvor densitetsgradienten er lig temperaturgradienten, og kraften er tyngdekraften.

Hastighederne ved naturlig strømning er mindre end ved tvungen strømning, og man får lavere varmeovergangstal og dermed større termisk modstand.

Ved fri strømning er Nusselts tal som nævnt en funktion af Prandtls og Grashofs tal, Reynolds tal har ingen indflydelse.

Der skal her gives modelligninger for de mest almindelige tilfælde.

Ved *laminar, fri konvektion på en lodret flade* fås der fra /9.3/:

$$Nu_m = \frac{\alpha L}{\lambda} = \frac{4}{3} \left(\frac{Gr_L}{4} \right)^{1/4} \left(\frac{0,75 Pr^{1/2}}{(0,609 + 1,221 Pr^{1/2} + 1,238 Pr)^{1/4}} \right) \quad [9.39]$$

heri er

$$Gr_L = \frac{g \beta (t_v - t_{fl}) L^3}{\nu^2}$$

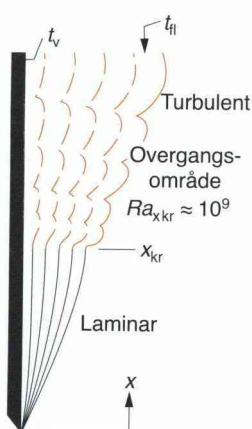
Stofværdier findes ved filmtemperaturen.

Som ved tvungen strømning har overgangen til turbulent strømning stor indflydelse på varmetransmissionen. Udviklingen af strømningen langs en lodret væg ses af figur 9.13.

Overgangen til turbulent strømning hænger sammen med en kritisk værdi af Rayleighs tal, Ra_{kr} :

$$Ra = GrPr = \frac{g \beta (t_v - t_{fl}) L^3}{\nu a} \quad \text{og} \quad Ra_{kr} = 10^9 \quad [9.40]$$

hvor a er en stofkonstant kaldet *temperaturleddetallet* ($= \lambda/(c_p \rho)$).



Figur 9.13
Fri konvektion langs
en lodret væg.

For *udvendig, fri strømning* fås det generelle empiriske udtryk for Nusselts tal af /9.3/:

$$Nu_m = CRa_L^n \quad [9.41]$$

hvor L er den karakteristiske længde.

$n = 1/4$ for laminar strømning

$n = 1/3$ for turbulent strømning, $Ra > 10^9$.

Stofværdier ved filmtemperatur.

Faktoren C afhænger af det enkelte tilfælde.

For *frei strömning längs en lodret väg* fås:

Laminar strømning finder sted ved $C = 0,59$. Karakteristisk længde er højden, H .

Ved turbulent strømning gælder $C = 0,10$ og [9.41] for hele længden, dvs. såvel den laminare som den turbulente strækning.

For *frei strömning längs en vandret flade* fås:

Ovenpå en opvarmet flade eller nedenunder en kølet flade.

Laminar strømning $C = 0,54$; Turbulent strømning $C = 0,15$.

Nedenunder en opvarmet flade eller ovenpå en kølet flade.

Laminar og turbulent strømning $C = 0,27$.

$$\text{Den karakteristiske længde er her: } L = \frac{A}{O}$$

For *frei strömning omkring en lang, vandret liggende cylinder* fås /9.3/:

$$Nu_m = \left(0,60 + \frac{0,387 Ra^{1/6}}{\left(1 + (0,559/Pr)^{9/16} \right)^{8/27}} \right)^2 \quad [9.42]$$

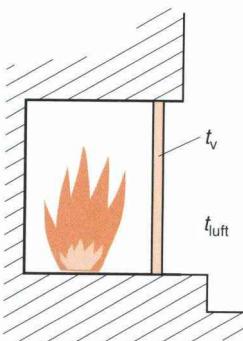
Gyldig for $10^{-5} < Ra < 10^{12}$

Den karakteristiske længde er diameteren.

Stofværdier ved filmtemperatur.

Eksempel 9.4

Varmestrøm fra glasdør på en brændeovn ved naturlig konvektion



Foran et ildsted er placeret en glasdør for at reducere luftstrømmen fra rummet til ildstedet. Glasdøren har en højde på 0,71 m og en bredde på 1,02 m og når en højeste temperatur på 232 °C på den udvendige overflade.

Bestem varmetransmissionen ved konvektion fra glasdøren til rummet ved en rumtemperatur på 23 °C.

Der antages en ensartet temperatur på glasdøren på t_v .

Varmestrømmen beregnes af:

$$\Phi = \alpha A(t_v - t_{luft})$$

hvor varmeovergangstallet, α , beregnes ud fra Rayleighs tal [9.40], hvor $\beta = 1/T$:

$$Ra = \frac{g \beta (t_v - t_{luft}) L^3}{\nu a} = \frac{9,82 \frac{1}{400,5} (230 - 23) 0,71^3}{26,4 \cdot 10^{-6} \cdot 38,3 \cdot 10^{-6}} \\ = 1,813 \cdot 10^9$$

Alle stofværdier tages for luft ved filmtemperatur, tabel 10.4:

$$t_{film} = \frac{t_v + t_{luft}}{2} = \frac{232 + 23}{2} = 127,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Nusselts tal fås af [9.41]:

$$Nu_m = CRa_L^n = 0,10 (1,813 \cdot 10^9)^{1/3} = 121,9$$

Varmeovergangstallet fås da til:

$$\alpha = \frac{Nu_m \lambda}{L} = \frac{121,9 \cdot 33,8 \cdot 10^{-3}}{0,71} = 5,8 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

Varmestrømmen bliver da:

$$\Phi = \alpha A(t_v - t_{luft}) = 5,8(1,02 \cdot 0,71)(232 - 23) = 879 \text{ W}$$

Det skal bemærkes, at varmestrømmen ved stråling ved høje temperaturer som her ofte er betydeligt større end ved konvektion (kan beregnes til ca. 2000 W). Dette ser vi på i afsnit 9.4.

9.3.4 Varmeovergang ved kondensering og fordampning

Ved kondensering og fordampning sker der faseskift, og varmeovergangsberegningerne kompliceres yderligere. Ved faseskift er der yderligere nogle forhold, der har indflydelse på varmeovergangstallet, så som fordampningsentalpien, overfladespændingen, bobledannelsen m.m.

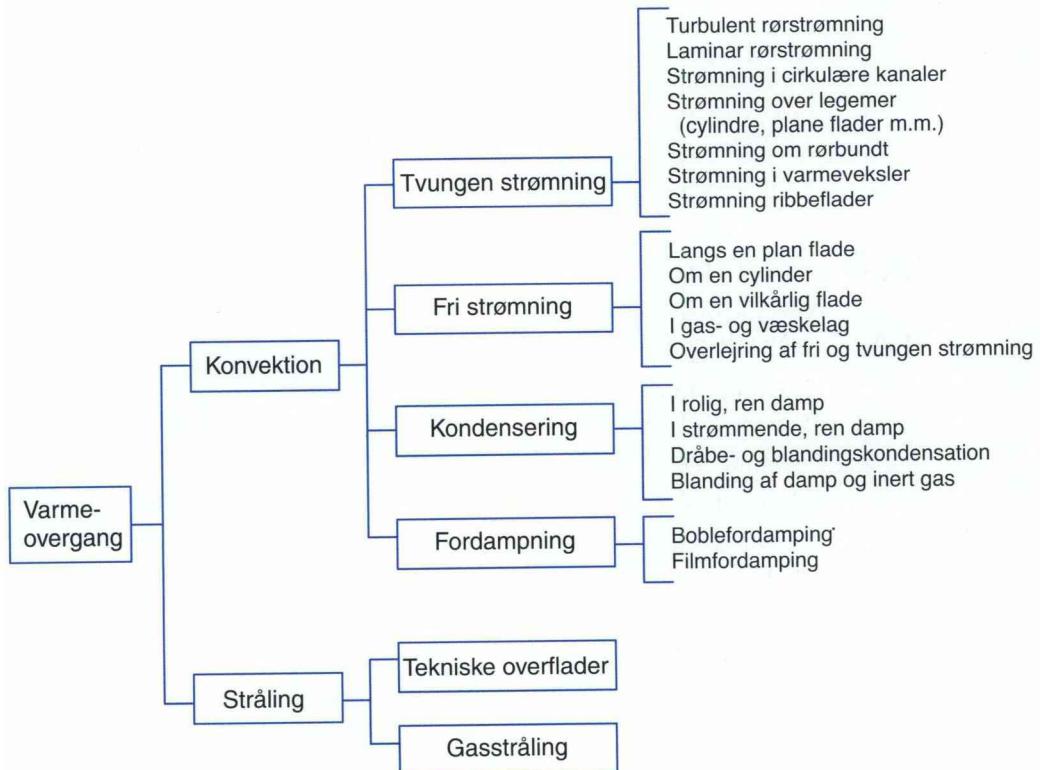
På grund af de komplikerede forhold skal man ikke forvente særlig stor nøjagtighed ved beregningen af varmeovergangstallene.

Der er udviklet en række modelligninger, specielt ved fordampning og kondensering af vand, da dette er det hyppigst forekommende tilfælde. Men også ved faseskift af kølemedier findes brugbare modelligninger.

Her skal blot henvises til speciallitteratur for beregning af Nusselts tal, for vand f.eks. /9.1/ og for kølemedier f.eks. /9.2/.

9.3.5 Oversigt over strømningstilfælde

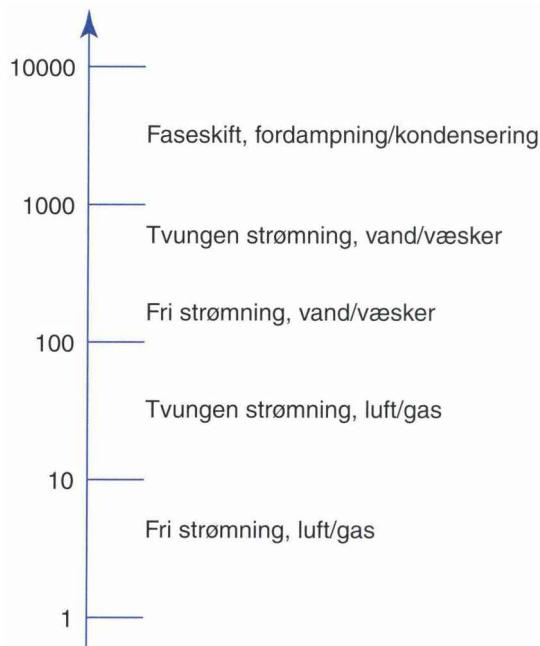
I afsnit 9.3.3 angives en fremgangsmåde for beregning af varmeovergangstallene. Vi har nu i det foregående set på forskellige typiske modelligninger. Her gives forsøgsvis et overblik over de mange forskellige



Figur 9.14 Oversigt over strømningstilfælde ved varmeovergang.

tilfælde, der findes. Det ses, at også varmeovergang ved stråling er medtaget i figuren, dette ser vi på i det følgende.

En skala, som kan bruges som rettesnor ved vurdering af varmeovergangstallets størrelse, kan skitseres således:



Figur 9.15

Oversigt over størrelsen af varmeovergangstallet afhængigt af strømningsområdet.

Værdien er angivet i enheden $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$. Se også tabel 10.17, hvor der ses erfaringsværdier for varmegennemgangstallet, U .

9.4 Varmestråling

9.4.1 Strålingsteori

Introduktion

Ud over varmeovergang ved konvektion overføres også varme ved stråling. Der kræves ingen »varmebærer«, idet varmestrålingen går uhindret gennem det tomme rum, som f.eks. ved solstråling.

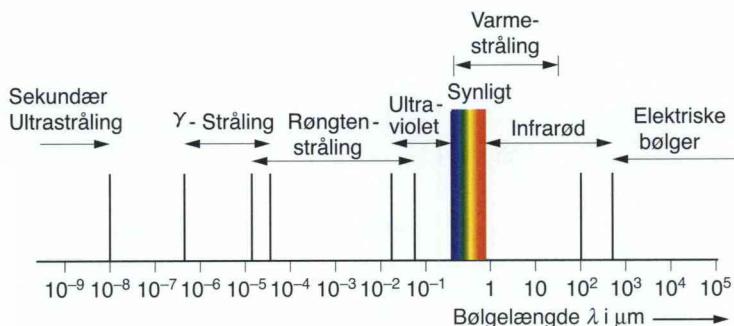
Varmestråling fra et emne afhænger ud over emnets art (overfladens emissivitet og geometri) kun af temperaturen.

Varmestråling udbredes som *elektromagnetiske bølger* med lysets hastighed. Når strålingen rammer en overflade, bliver den *reflekteret*, *absorberet* eller *diffunderer* (går gennem), afhængigt af overfladens art.

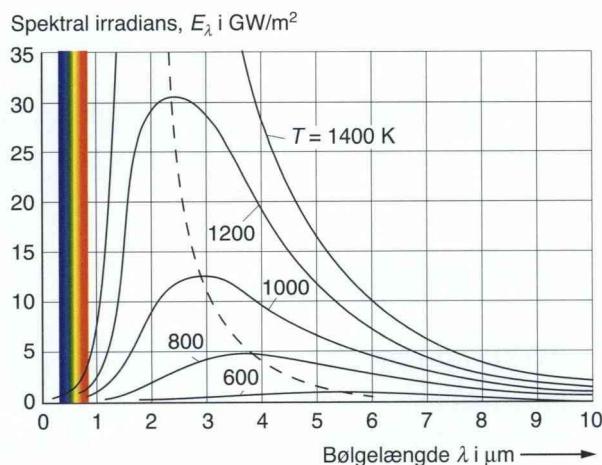
De elektromagnetiske bølger har fået forskellig benævnelse alt efter deres anvendelse. På figur 9.16 ses det samlede spektrum af elektromagnetiske bølger.

Intensiteten (spektralt) er meget forskellig ved forskellige bølgelængder. *Ultraviolette stråler* har kun lille intensitet. Som det ses af figur 9.16, er den overvejende del af varmestrålingen begrænset til bølgelængder fra 0,4-10 μm , de såkaldte *infrarøde stråler*. Energifordelingen af strålingen, irradianse, E_λ , ved forskellige bølgelængder ses af *Plancks lov*, som det er vist i figur 9.17.

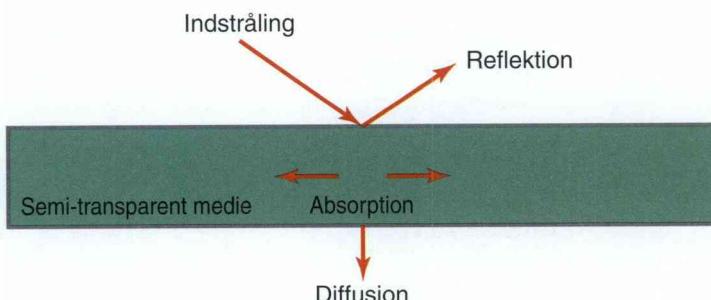
Bølgelængden for maksimalt udsendt strålingsenergi vandrer ved høje temperaturer til lavere bølgelængder, hvilket betyder, at den synlige del bliver større.



Figur 9.16
Det samlede spektrum af elektromagnetiske bølger.



Figur 9.17
Energifordeling af den totale stråling.



Figur 9.18
Fordeling af indstråling på et semi-transparentt medie.

Indstråling

Rammer varmestråler et emne, sker følgende fordeling, se figur 9.18:

- En del reflekteres enten som ved et spejl, altså blanke flader, eller *diffust* ved matte overflader.

Den reflekterede andel af strålingen angives ved *reflektionsforholdet*, r .

- En del absorberes og bliver omdannet til varme. For ikke-gennemsigtige, faste stoffer og væsker absorberes hele den ikke-reflekterede stråling. For de fleste gasser derimod absorberes ingen stråling. Undtagelsen er gasser som CO_2 , H_2O m.fl.

Den absorberede andel af strålingen angives ved *absorptionsforholdet*, a .

- Den sidste del af strålingen diffunderer, dvs. går gennem emnet. Dette er tilfældet ved gennemsigtige materialer som glas og luft, hvor al kortbølget stråling diffunderer igennem, mens langbølget stråling absorberes.

Den diffunderede andel af strålingen angives ved *diffusionsforholdet*, d .

Sættes indstrålingen lig 1 gælder:

$$r + a + d = 1$$

[9.43]

For sorte flader er $a = 1$, og for hvide flader er $r = 1$. De fleste flader, som omgiver os, er grå flader, som absorberer en vis andel af strålingen, faktisk samme andel af alle bølgelængder. Ved farvede flader absorberes nogle bølgelængder frem for andre.

Udstråling

Alle emner, som absorberer stråling, udsender også stråling. Dette kaldes emission, og *emissionstallet*, ε , angiver i hvor høj grad. Der er angivet værdier for forskellige overfladers emissionstal i tabel 10.15.

Ifølge *Kirchoffs lov* gælder følgende sammenhæng:

$$\varepsilon = a$$

[9.44]

Emissionstallet er lig absorptionsforholdet

Det er vigtigt at bemærke, at denne sammenhæng kun gælder for samme bølgelængde og temperatur. Ved almindeligt forekommende tilfælde kan dette godt antages, men hvis strålekilden f.eks. er solen, er $a \neq \varepsilon$.

Sorte flader absorberer alle stråler, $\alpha = 1$, og må derfor også udsende maksimalt. Den udsendte strålingsintensitet i W/m^2 (exitans) fra en sort flade kaldes E_s og kan beregnes af *Stefan-Boltzmanns lov*:

$$E_s = \sigma T^4 \quad [9.45]$$

Faktoren σ er en fysisk konstant, der kaldes *Stefan-Boltzmanns konstant*. T er temperaturen i kelvin. Konstanten har værdien $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$.

På grund af den meget lille talværdi af σ og fjerdepotensen af den absolute temperatur, angives ligningen [9.45] også på følgende form:

$$E_s = C_s \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad [9.46]$$

hvor C_s kaldes *strålingskonstanten* for et sort legeme, den har ifølge ovenstående talværdien:

$$C_s = 10^8 \sigma = 5,67 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$$

Alle andre flader end sorte, såkaldte *grå flader*, har et emissionstal, der er uafhængig af bølgelængden, og de udsender derfor en mindre intensitet end en sort flade, dette angives ved følgende sammenhæng:

$$E = \varepsilon E_s = \varepsilon \sigma T^4 = \varepsilon C_s \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad [9.47]$$

Den samlede exitans fra en overflade med et areal på 1 m^2 udsendes diffust i alle retninger, hvorfor der fås en energistrøm E_n vinkelret fra en flade A . Dette er illustreret i figur 9.19.

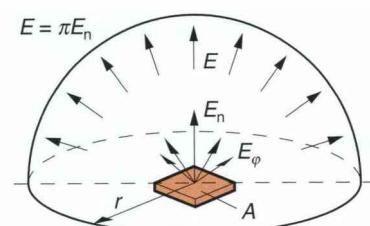
Skråt fra en flade udsendes en mindre energistrøm, dette angives ved *Lamberts retningslov*, som lyder:

$$E_\varphi = E_n \cos \varphi \quad [9.48]$$

Ved $\varphi = 90^\circ$, altså langs fladen, er $E_\varphi = 0$. Ved grå flader optræder afvigelser i forhold til ligning [9.48].

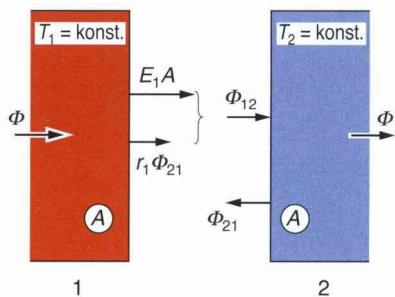
Der kan udledes følgende sammenhæng mellem den samlede udstråling, E , og strålingen vinkelret fra en flade, E_n :

$$E = \pi E_n \quad [9.49]$$



Figur 9.19
Stråling fra en flade.

9.4.2 Varmeovergang ved stråling



Figur 9.20
Varmeovergang ved
stråling mellem to flader.

To flader med forskellig temperatur udveksler genseidigt energi ved stråling. Herved afgiver den varme overflade (1) mere energi end den koldere (2), se figur 9.20. I det følgende beregnes varmestrømmen mellem to parallelle, plane overflader med samme areal A . Temperaturerne antages at være konstante.

Fladen (1) udsender varmestrømmen Φ_{12} og fladen (2) udsender varmestrømmen Φ_{21} . Ses der bort fra tab i enderne, sammensættes Φ_{12} af den udstrålede energi, $E_1 A$, og den reflekterede energi, $r_1 \Phi_{21}$, og tilsvarende for Φ_{21} . Dette kan udtrykkes:

$$\Phi_{12} = E_1 A + r_1 \Phi_{21}$$

$$\Phi_{21} = E_2 A + r_2 \Phi_{12}$$

Differensen giver den samlede varmestrøm:

$$\Phi = \Phi_{12} - \Phi_{21}$$

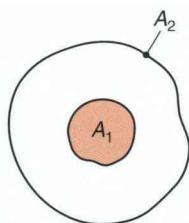
Ved at indføre ovenstående, kombineret med ligning [9.47] og $r = 1 - a = 1 - \varepsilon$, fås ved en omformning ligningen:

$$\Phi = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} A (T_1^4 - T_2^4) = \sigma_{12} A (T_1^4 - T_2^4) \quad [9.50]$$

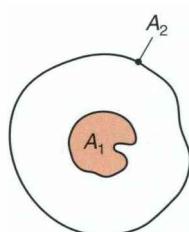
eller med C_s indsatt:

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{C_s}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} A \left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right) \\ &= C_{12} A \left(\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right) \end{aligned} \quad [9.51]$$

326 Kapitel 9 Varmetransmission



Figur 9.21



Der må ikke være konkave flader på A_1 .

Figur 9.22

Heri kaldes σ_{12} hhv. C_{12} strålingskonstanten for den anførte væg-kombination:

$$\sigma_{12} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad \text{og} \quad C_{12} = \frac{C_s}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad [9.52]$$

For to sorte flader bliver $\sigma_{12} = \sigma$ og $C_{12} = C_s$. Er en af de to flader sort, fås $\sigma_{12} = \varepsilon_1 \sigma$.

Ses på stråling fra et emne med arealet A_1 , anbragt inde i et omgivende emne med et areal A_2 , fås for strålingen fra A_1 til A_2 :

$$\sigma_{12} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \quad \text{og} \quad C_{12} = \frac{C_s}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \quad [9.53]$$

Et specialtilfælde af dette er, hvor A_2 kan anses at være uendeligt stor i forhold til A_1 . Det ses af [9.53], at $C_{12} = C_s \varepsilon_1$.

De forskellige tilfælde er opsummeret i skemaet her:

Varmestrømmen ved stråling fra en overflade 1 til 2 med arealerne A_1 og A_2 beregnes af [9.51]:

$$\Phi_{12} = C_{12} A_1 \left(\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right)$$

C_{12} afhænger af tilfældet:

$$A_1 = A_2 \quad C_{12} \text{ fås af [9.52]}$$

$$A_1 \neq A_2 \quad C_{12} \text{ fås af [9.53]}$$

$$A_1 \ll A_2 \quad C_{12} = C_s \varepsilon_1$$

Mellem flader af vilkårlig placering i forhold til hinanden indføres et såkaldt *vinkelforhold*, φ_{12} , og man kan da beregne strålingskonstanten af følgende:

$$C_{12} = \varepsilon_1 \varepsilon_2 C_s \varphi_{12} \quad [9.54]$$

Vinkelforholdet fås af diagrammer, se et par eksempler i figur 10.23.

9.4.3 Varmeovergangstal for stråling

Varmeovergang ved konvektion og stråling optræder ofte samtidig og kan i praksis være svært at adskille beregningsmæssigt. Ved beregningerne kan det derfor være formålstjenligt at indføre et varmeovergangstal for stråling, α_s , analogt til varmeovergangstallet for konvektion, α_{konv} . Beregnes varmestrømmen ved stråling af $\Phi = \alpha_s A(T_1 - T_2)$, kan α_s udledes til:

$$\alpha_s = \sigma_{12} \frac{T_1^4 - T_2^4}{T_1 - T_2} = C_{12} \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{T_1 - T_2} \quad [9.55]$$

Det *samlede varmeovergangstal* for konvektion og stråling ved samme temperaturdifferens fås da ved:

$$\alpha_{tot} = \alpha_{konv} + \alpha_s \quad [9.56]$$

Eksempel 9.5

Varmeovergangstallet ved stråling og konvektion for et rør

Et vandret rør med en udvendig diameter på 100 mm har en overfladetemperatur på 80 °C. Røret er omgivet af luft med en temperatur på 20 °C. Røret er malet med en hvid emalielak.

Varmeovergangstallet ved såvel konvektion som stråling på udvendig side af røret samt varmetabet pr. meter rør ønskes bestemt.

Varmeovergangstallet ved konvektion, α_{konv} , bestemmes ved hjælp af ligning [9.42], idet der er tale om fri strømning om en vandret cylinder. Først bestemmes Rayleighs tal. Den karakteristiske længde er her diameteren og alle stofværdier tages ved filmtemperaturen $t_{film} = (80 + 20)/2 = 50$ °C:

$$Ra = \frac{g \beta (t_v - t_{luft}) d^3}{\nu a}$$

$$= \frac{9,82 \cdot 3,096 \cdot 10^{-3} (80 - 20) 0,1^3}{18 \cdot 10^{-6} \cdot 25,8 \cdot 10^{-6}} = 3,93 \cdot 10^6$$

Heri er a en stofkonstant, kaldet *temperaturledetallet*, som kan findes i tabel 10.4 eller beregnes af:

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

Nusselts tal og varmeovergangstallet bestemmes:

$$Nu_m = \left(0,60 + \frac{0,387 \cdot (3,93 \cdot 10^6)^{1/6}}{\left(1 + \left(\frac{0,559}{0,69} \right)^{9/16} \right)^{8/27}} \right)^2 = 21,4$$

$$\alpha_{konv} = \frac{\lambda Nu_m}{d} = \frac{0,028 \cdot 21,4}{0,1} = 6,0 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K})$$

Varmeovergangstallet for stråling, α_s , beregnes af ligning [9.55]:

$$\begin{aligned} \alpha_s &= C_{12} \frac{\left(\frac{T_v}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{luft}}{100}\right)^4}{T_v - T_{luft}} \\ &= 4,82 \frac{3,53^4 - 2,93^4}{353 - 293} = 6,6 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}) \end{aligned}$$

Det antages, at omgivelserne er uendeligt store og modtager al stråling, så $A_2 = \infty$. Dette betyder, at strålingstallet, C_{12} , kan beregnes af:

$$C_{12} = \varepsilon_1 C_s = 0,85 \cdot 5,67 = 4,82 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$$

Emissionstallet for en hvid emalje fås af tabel 10.15b til $\varepsilon = 0,85$.

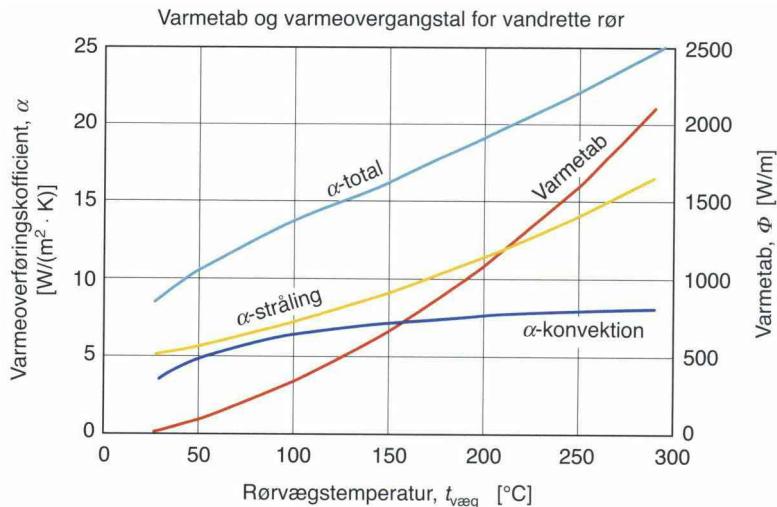
Det samlede varmeovergangstal fås da som summen af α_{konv} og α_s :

$$\alpha_{tot} = 6,0 + 6,6 = 12,6 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K})$$

Varmetabet pr. meter rør fås af:

$$\Phi = \alpha_{tot} (\pi d) (t_v - t_{luft}) = 12,6 (\pi 0,1) (80 - 20) = 236 \text{ W/m}$$

Det ses af eksemplet, at varmetabet er nogenlunde ligeligt delt i konvektionstab og strålingstab. Dette er kun tilfældet ved den her gældende vægtemperatur. Ved lave vægtemperaturer er konvektionsabet og strålingstabet stort set lige store, mens det ved højere vægtemperatur er strålingstabet, der udgør den største del. Dette er illustreret i figur 9.23. I eksempel 9.6 i næste afsnit er vist en beregning af samme rør, men med isolering.

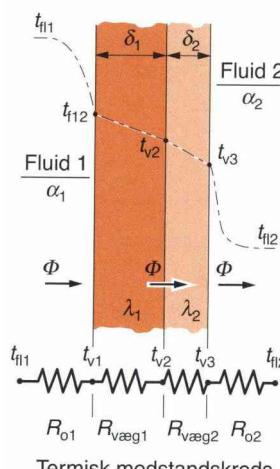


Figur 9.23
Varmetab og varmeovergangstal for vandrette rør.
(Varmetab refererer til varmetabsaksen).

9.5 Varmetransmission

9.5.1 Plane vægge

Ved varmetransmission (varmegennemgang) fra et varmere fluid 1, med temperaturen t_{fl1} , gennem en væg til et koldere fluid 2, med en temperatur t_{fl2} , sker der først en varmeovergang fra fluid 1 til væggen, dernæst varmeledning gennem væggen og til sidst varmeovergang fra væggen til fluid 2. Varmeovergangen ved overfladerne kan ske ved konvektion alene eller ved både konvektion og stråling. Temperaturforløbet gennem en plan væg er vist på figur 9.24.



Figur 9.24
Varmegennemgang.

I stedet for at betragte processerne enkeltvis kan hele transmissionsprocessen betragtes samlet. Varmestrømmen ved varmetransmission gennem en væg kan opskrives som:

$$\Phi = UA(t_{fl1} - t_{fl2}) \quad [9.57]$$

heri er

U varmegennemgangstallet eller transmissionskoefficienten,
 $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

A det varmevekslende overfladeareal, m^2 .

Ved bestemmelse af U -værdien kan det være formålstjenligt at anvende modstandsprincippet. Dette går ud på, at varmestrømmen gennem en væg afhænger af temperaturdifferensen over væggen og de modstande, der optræder ved processen, analogt til Ohms lov som det er beskrevet i afsnit 9.1.1.

Ligesom man kan bestemme varmeledningsmodstande og varmeovergangsmodstande, kan man bestemme en varmegennemgangsmodstand:

$$R_g = \frac{t_{fl1} - t_{fl2}}{\Phi} = \frac{1}{UA} \quad [9.58]$$

Denne varmegennemgangsmodstand må sammensættes af varmeovergangsmodstandene ved overfladerne og materialelagenes varmeledningsmodstande i serie og må derfor være summen af disse:

$$R_g = R_{o1} + \sum R_l + R_{o2} \quad [9.59]$$

De tre enkeltmodstande kan beregnes af ligning [9.8] og [9.23], og vi kan da beregne varmegennemgangstallet (U -værdien) for en plan væg af:

$$\begin{aligned} \frac{1}{UA} &= \frac{1}{\alpha_1 A} + \sum \frac{\delta}{\lambda A} + \frac{1}{\alpha_2 A} \\ U &= \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \end{aligned} \quad [9.60]$$

Man skal her bemærke, at der i varmeovergangstallene α må tages hensyn til, om der også er et bidrag fra varmeovergang ved stråling. I givet fald må dette indregnes i α -værdierne ifølge ligning [9.56]. I bygningstekniske beregninger benyttes typisk standardværdier for varmeovergangsmodstandene ved overfladen, R_o (benævnt overgangsisolancer). Indvendig og udvendig overgangsisolans fremgår af /9.6/.

9.5.2 Cylindriske vægge

Ved angivelse af U -værdien gennem rørvægge kan ovenstående udtryk ikke bruges, idet overfladearealet ikke er ens på begge sider af væggen.

Man må derfor referere enten til udvendigt (A_u) eller indvendigt areal (A_i) ved angivelse af U :

$$\frac{1}{U_x A_x} = \frac{1}{\alpha_i A_i} + \frac{1}{2\pi\lambda L} \ln \frac{d_u}{d_i} + \frac{1}{\alpha_u A_u} \quad x = i \text{ eller } u \quad [9.61]$$

$$A_u = \pi d_u L$$

$$A_i = \pi d_i L$$

Varmeledningsmodstanden i en rørvæg er hentet i ligning [9.15].

Af [9.61] kan da U -værdien refererende til udvendigt areal udledes:

$$\begin{aligned} U_u &= \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i A_i} + \frac{A_u}{2\pi\lambda L} \ln \frac{d_u}{d_i} + \frac{1}{\alpha_u}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} \frac{d_u}{d_i} + \frac{d_u}{2\lambda} \ln \frac{d_u}{d_i} + \frac{1}{\alpha_u}} \end{aligned} \quad [9.62]$$

Samt U -værdien refererende til indvendigt overfladeareal, U_i :

$$\begin{aligned} U_i &= \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{A_i}{2\pi\lambda L} \ln \frac{d_u}{d_i} + \frac{1}{\alpha_u} \frac{A_i}{A_u}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{d_i}{2\lambda} \ln \frac{d_u}{d_i} + \frac{1}{\alpha_u} \frac{d_i}{d_u}} \end{aligned} \quad [9.63]$$

heri er:

d_i indvendig rørdiameter, m

d_u udvendig rørdiameter, m.

Varmestrømmen kan da beregnes af:

$$\Phi = U_u A_u \Delta t = U_i A_i \Delta t \quad [9.64]$$

9.5.3 Varmegennemgangstal, U-værdi

For at kunne angive U -værdien for alle mulige varmetransmissionsopgaver skal her angives et generelt udtryk. Udtrykket bygges op efter samme princip som ved cylindriske vægge. Den samlede varmemodstand består af en række modstande i serie og kan altså beregnes ved at addere alle modstandene. Ud over varmeledningsmodstande og varmeovergangsmodstande kan der også være smudsmodstande, også kaldet *fouling*, samt kontaktmodstande mellem to sammenstødende materialer (kontaktmodstande er ikke taget med i udtrykket, de er normalt små):

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{\alpha_1 A_1} + R_{lf} + R_{lv} + \frac{R_{f2}}{A_2} + \frac{1}{\alpha_2 A_2} \quad [9.65]$$

heri er

R_{lv} varmeledningsmodstanden i væggen, K/W, beregnes af [9.15] eller [9.8], afhængig af om det drejer sig om en plan væg eller en rørvæg, etlags eller flerlags.

R_f foulingfaktoren for hhv. den ene og den anden side af væggen. Enheden er $m^2 \cdot K/W$. Værdier for foulingfaktorer fås i tabel 10.16.

Man isolerer blot U af dette udtryk ved at forlænge med enten A_1 eller A_2 , alt efter hvilken side af væggen der skal refereres til, f.eks. til A_1 :

$$U_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + R_{lf} + R_{lv} A_1 + R_{f2} \frac{A_1}{A_2} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{A_1}{A_2}} \quad [9.66]$$

Ved beregningsopgaver må varmemodstandene vurderes. Ønsker man at forbedre varmegennemgangen, hvilket jo er opgaven ved varmevekslerberegninger, må man sætte ind, hvor modstanden er størst. Dette gøres ved at øge arealet eller varmeovergangstallet. Varmeovergangstallet øges ved at øge strømningshastigheden. Hvis overfladen er omgivet af udeluft, kan man overveje en forceret strømning. Man skal dog være opmærksom på, at tryktabet øges med kvadratet på strømningshastigheden. Arealet øges f.eks. ved at påbygge ribber eller lameller på overfladen (ved beregning af ribbeoverflader kan henvises til /9.3/).

Varmeledningsmodstanden gennem væggen vil i varmevekslere ofte være meget lille, og der kan da ses bort fra denne.

Ved begrænsning af varmegennemgangen, som ved isolering af f.eks. dampør, ønsker man at gøre modstandene store. Man sætter ofte ind på varmeledningsbidraget, der øges med isoleringsmaterialer.

Varmeovergangsmodstanden kan reduceres ved at minimere strålingsbidraget, f.eks. ved at anvende blanke overflader som aluminium eller lignende.

9.5.4 Mellemtemperaturer

Ved beregning af varmevekslere kan det ofte være relevant at beregne overfladetemperaturerne. Enten på grund af krav til maksimale temperaturer eller på grund af at man ved beregning af varmeovergangstallet skal bruge stofværdierne ved filmtemperaturen.

Kendes varmestrømmen, kan overfladetemperaturerne beregnes fra den ene eller anden side af væggen, fordi varmestrømmen er den samme gennem alle lag, her f.eks. vægtemperaturen t_{v1} :

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{t_{fl1} - t_{v1}}{R_{o1}} = (t_{fl1} - t_{v1})\alpha_1 A_1 \\ t_{v1} &= t_{fl1} - \frac{\Phi}{\alpha_1 A_1}\end{aligned}\quad [9.67]$$

Efter samme princip kan øvrige mellemtemperaturer beregnes, se afsnit 9.1.1.

Eksempel 9.6

Beregning af varmetab fra et isoleret rør

Røret fra eksempel 9.5 tænkes isoleret med 50 mm isoleringsskål, med en konduktivitet på $\lambda = 0,04 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$. Yderst er røret beklædt med en 1 mm tyk aluminiumskappe, $\lambda = 229 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, for at minimere strålingstabet. Det antages, at røroverfladen har samme temperatur som før, $t_{vr} = 80^\circ\text{C}$. For at bestemme den udvendige overfladetemperatur skal strålingstabet kendes, og dette kan ikke beregnes, før man kender overfladetemperaturen. Der må altså itereres, dvs. gæt, beregning og kontrol af gæt.

Overfladetemperaturen gættes først til $t_{vu} = 30^\circ\text{C}$, hvilket må kontrolleres til sidst.

Varmeovergangstallet beregnes som i eksempel 9.5, idet filmtemperaturen nu er $t_{film} = (30 + 20)/2 = 25^\circ\text{C}$.

Følgende værdier fås:

$$Ra = 7,8 \cdot 10^6$$

$$Nu = 26,2$$

$$\alpha_{konv} = 3,4 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

$$C_{12} = \varepsilon_1 C_s = 0,07 \cdot 5,67 = 0,40 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$$

idet emissionstallet for aluminium findes i tabel 10.15 til $\varepsilon = 0,07$.

Varmeovergangstallet for stråling bestemmes som i eksempel 9.5, blot med:

$$T_1 = 303 \text{ K}$$

$$\alpha_s = 0,42 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

Heraf findes det samlede varmeovergangstal:

$$\alpha_{\text{tot}} = 3,4 + 0,42 = 3,82 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

Varmestrømmen for en meter rør beregnes ved hjælp af:

$$\Phi = U_u A_u (t_{\text{vr}} - t_{\text{luf}}) = 0,50(\pi 0,200)(80 - 20) = 18,7 \text{ W/m}$$

idet U -værdien refererende til udvendigt areal, U_u , bestemmes af [9.65]:

$$\begin{aligned} U_u &= \frac{1}{\left(\frac{\ln \frac{d_2}{d_1}}{2\pi \lambda_{\text{isol}}} + \frac{\ln \frac{d_u}{d_2}}{2\pi \lambda_{\text{alu}}} \right) \pi d_u + \frac{1}{\alpha_{\text{tot}}}} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{\ln \frac{200}{100}}{2\pi 0,04} + \frac{\ln \frac{202}{200}}{2\pi 229} \right) \pi 0,202 + \frac{1}{3,82}} \\ &= 0,50 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \end{aligned}$$

idet den indvendige varmeovergang og varmeledningen i selve røret ikke er medtaget i udtrykket. Varmeledningsmodstanden består således af to led.

Nu kan vægtemperaturen kontrolleres:

$$t_{vu} = \frac{\Phi}{\alpha_{\text{tot}} \pi d_u} + t_{\text{luf}} = 27,8 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

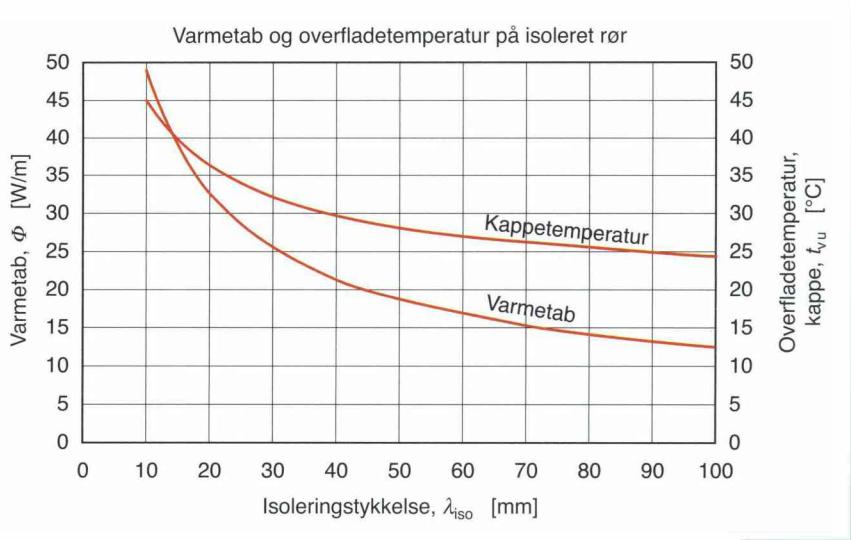
Da denne vægtemperatur ikke er lig den gættede, må man igennem beregningen igen. Næste gæt er så de $27,8 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Iterationen gennemføres, indtil den beregnede vægtemperatur svarer til den gættede. De endelige tal bliver:

$$t_{vu} = 28,2 \text{ }^{\circ}\text{C}; \quad \Phi = 19 \text{ W/m};$$

$$\alpha_s = 0,42 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}); \quad \alpha_{\text{konv}} = 3,6 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}).$$

Det ses, at det nu kun er varmeovergangen ved konvektion, der betyder noget for den udvendige varmeovergang.

Beregningen er foretaget ved forskellige isoleringstykkelser, som det er vist i figur 9.25.



Figur 9.25
Varmetab på
isoleret rør.

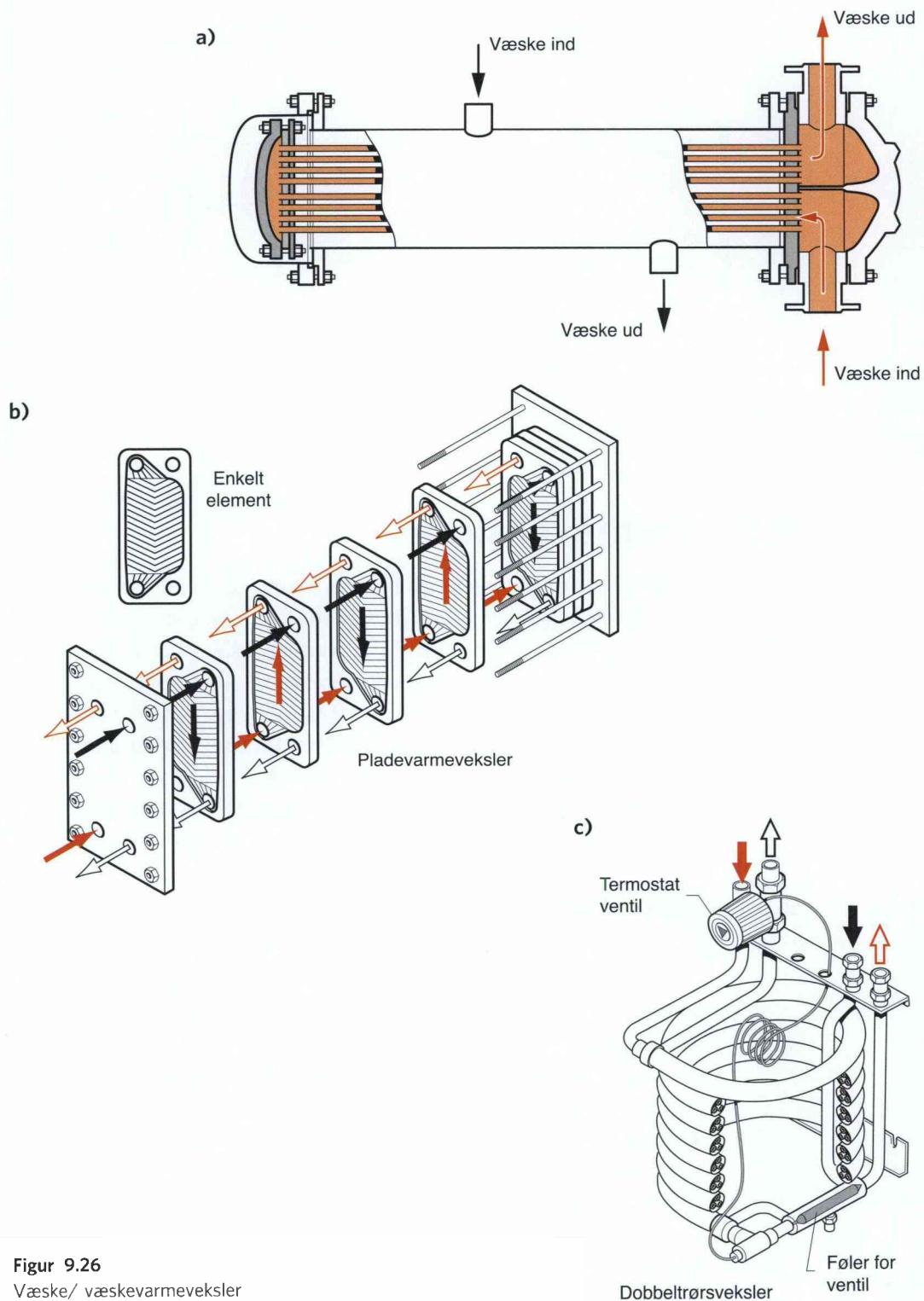
9.6 Varmevekslere

Et område, hvor der er specielt brug for varmetransmissionsberegninger, som de er behandlet i det foregående, er ved dimensionering af varmevekslere. Dimensionering af varmevekslere behandles derfor nøjere i dette afsnit. Varmevekslere anvendes til overførsel af varme fra et fluid til et andet gennem en vægadskillelse. I varmevekslere er det som regel to fluider, som udveksler varme og ændrer temperatur gennem varmeveksleren. Der må derfor ses nøjere på temperaturforløbet på begge sider af væggen. Temperatordifferensen mellem de to fluider er med andre ord ikke konstant gennem varmeveksleren.

9.6.1 Typer, konstruktioner

Der er et utal af forskellige typer varmevekslere, og det vil føre for vidt her at give en nøjere gennemgang af dette. For eksemplets skyld omtales blot nogle af de mest almindelige. Typerne opdeles normalt efter formål, såsom væske/væske, væske/gas eller gas/gas. Opdelingen kan også foretages efter strømningsprincip: modstrøm, medstrøm eller krydsstrøm. Hvis der er særlig fokus på at undgå krydskonterminering, kan varmeoverføringen også ske ved cirkulering af et tredje medie gennem to varmeflader (væskekoblede batterier).

Til væske/væske-varmeveksler er to typer fremherskende, *rørkedler* og *pladevarmevekslere*. Disse er vist i figur 9.26a) og b). For rørkedler (Shell-and-tube) kan der være tale om flere gennemløb, *slag* (*passes*), såvel på svøb-siden som på rørsiden. Den viste rørkedel har ét slag på svøbsiden og to slag på rørsiden.



Figur 9.26
Væske/ væskevarmeveksler

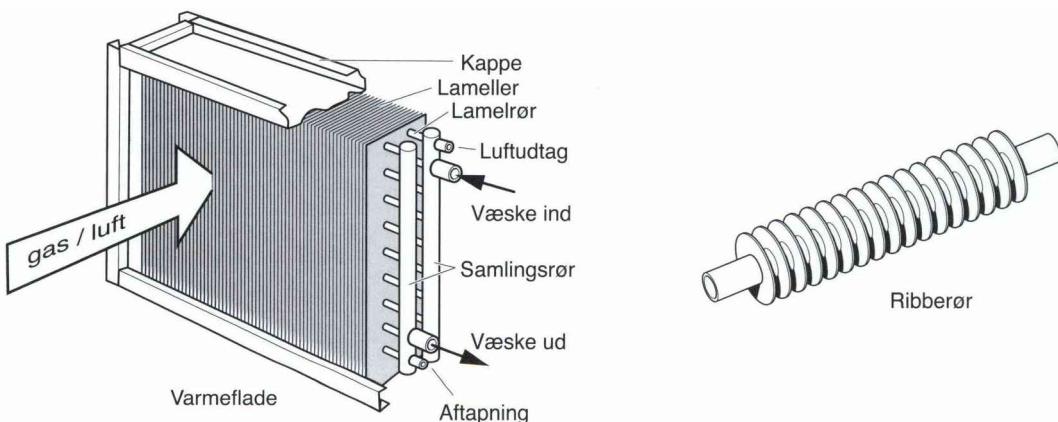
Udover disse er en type som dobbeltrørsvarmeveksleren, som vist på figur 9.26c), også tidligere anvendt meget. Pladevarmeveksleren har dog overtaget en del af dennes anvendelsesområder.

Til væske/gas-varmevekslere er de mest anvendte ribberørs- eller lamelvarmevekslere. Eksempler på disse er vist i figur 9.27. En klassisk varmeflade er en lamelvarmeveksler.

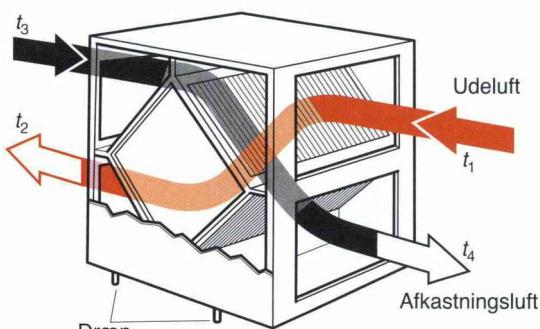
På gassiden er varmeovergangstallet lavt, derfor øges overfladearealet. Der tilstræbes ca. samme værdi af αA på væske- og gassiden.

Arealforhold på 10:1 op til 20:1 er normalt.

Til gas/gas-varmevekslere er en meget anvendt type krydsvarmeveksleren, som den er vist i figur 9.28. Som det fremgår af benævnelsen, er der her tale om krydsstrøm. Denne type ses meget anvendt i klimaanlæg, hvor varmeverksling sker mellem varm udsugningsluft og kold friskluft.



Figur 9.27
Væske/gasvarmevekslere.



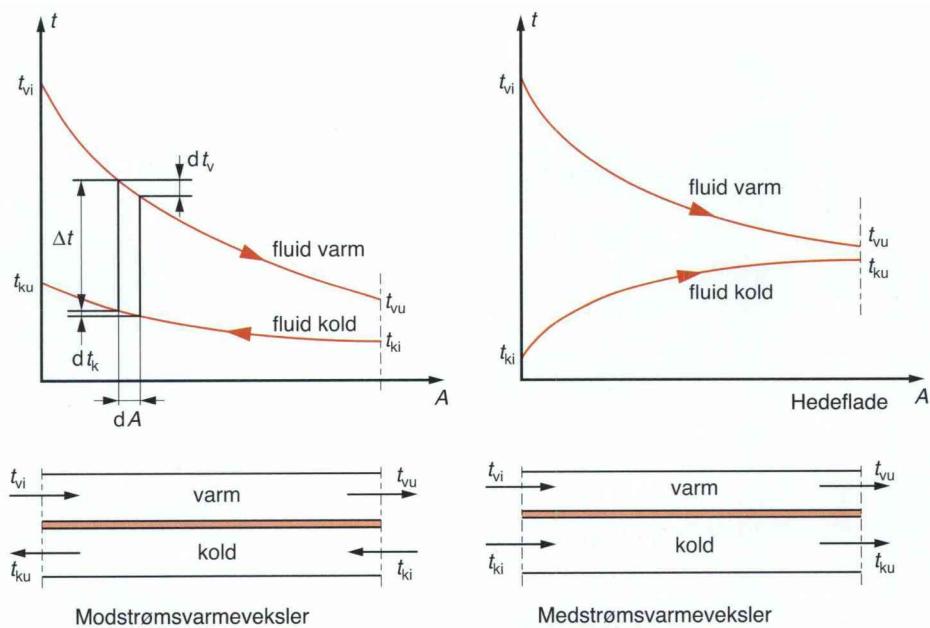
Figur 9.28
Gas/gas-varmevekslere.

9.6.2 Strømningsprincip

For at kunne regne på varmeveksleren er det nødvendigt at skelne mellem forskellige strømningsprincipper, da dette er afgørende for temperaturforløbet gennem varmeveksleren.

Der skelnes mellem *mod-, med- eller krydsstrøm*. Temperaturen af de to fluider ændres gennem varmeveksleren, som det er illustreret for med- og modstrøm i figur 9.29. Ved varmevekslere, hvor der f.eks. sker faseændring (fordampning eller kondensering) for det ene fluid, vil temperaturen for dette dog være konstant.

Ved beregning af varmetransmissionen fra fluid 1 til fluid 2 indgår ifølge ligning [9.57] temperatordifferensen mellem de to fluider. Da den her ikke er konstant, må den bestemmes en middelværdi, kaldet *den logaritmiske middeltemperatordifferens* (LMTD). Denne skal udledes i det følgende.



Figur 9.29 Temperaturforløb i varmevekslere.

9.6.3 Logaritmisk middeltemperaturdifferens (LMTD)

Vi ser først på den varmestrøm, der overføres fra den lille del af varmeveksleren, der svarer til overfladearealet dA , som vist på figur 9.27. Denne varmestrøm bestemmes ud fra varmetransmissionsligningen [9.57]:

$$d\Phi = U \Delta t dA$$

I varmeveksleren er denne varmestrøm den samme, som afgives fra det varme fluid, v, som derved afkøles med dt_v , til det kolde fluid, k, som derved opvarmes med dt_k . Ser vi bort fra varmetab fra varmeveksleren til omgivelserne, gælder:

$$d\Phi = |q_{mv}c_{pv} dt_v| = q_{mk}c_{pk} dt_k$$

hvor

q_{mk} er massestrømmen af det kolde fluid, kg/s

q_{mv} er massestrømmen af det varme fluid, kg/s

c_{pk} er den specifikke varmekapacitet for det kolde fluid, kJ/(kg · K)

c_{pv} er den specifikke varmekapacitet for det varme fluid, kJ/(kg · K).

Af denne ligning fås:

$$|dt_v| = d\Phi \frac{1}{q_{mv}c_{pv}} \quad \text{og} \quad dt_k = d\Phi \frac{1}{q_{mk}c_{pk}}$$

Temperaturdifferensen mellem de to fluider er:

$$\begin{aligned} |dt_v| - dt_k &= d(\Delta t) = d\Phi \left(\frac{1}{q_{mv}c_{pv}} - \frac{1}{q_{mk}c_{pk}} \right) \\ d(\Delta t) &= U \Delta t dA \left(\frac{1}{q_{mv}c_{pv}} - \frac{1}{q_{mk}c_{pk}} \right) \end{aligned}$$

Opstilles energibalancen for den totalt overførte varmestrøm i varmeveksleren, fås:

$$\Phi = q_{mv}c_{pv}(t_{vi} - t_{vu}) = q_{mk}c_{pk}(t_{ku} - t_{ki})$$

som omformes til:

$$\frac{1}{q_{mv}c_{pv}} = \frac{t_{vi} - t_{vu}}{\Phi} \quad \text{og} \quad \frac{1}{q_{mk}c_{pk}} = \frac{t_{ku} - t_{ki}}{\Phi}$$

Dette indsættes i ligningen for temperaturdifferensen, og der integreres:

$$\int_{\Delta t_{min}}^{\Delta t_{max}} \frac{d(\Delta t)}{\Delta t} = \int_0^A U \frac{t_{vi} - t_{vu} - t_{ki} - t_{ku}}{\Phi} dA$$

løses til:

$$\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}} = U \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\Phi} A$$

Den totale varmestrøm fås da til:

$$\Phi = UA \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}} \quad [9.68]$$

$$\Phi = UA \Delta t_m$$

i dette udtryk er:

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t_{\max} - \Delta t_{\min}}{\ln \frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}}} \quad [9.69]$$

som kaldes *den logaritmiske middeltemperaturdifferens* (LMTD).

LMTD er altid mindre end den *aritmetiske middeltemperaturdifferens*.

Det skal bemærkes, at det er lige gyldigt, hvilken temperaturdifferens der benævnes Δt_{\max} og Δt_{\min} .

Ved medstrøm nærmer de to fluiders temperaturer sig samme udløbstemperatur, mens der ved modstrøm kan opnås højere udløbstemperatur på det kolde fluid end det varme fluid, som det ses af figur 9.27.

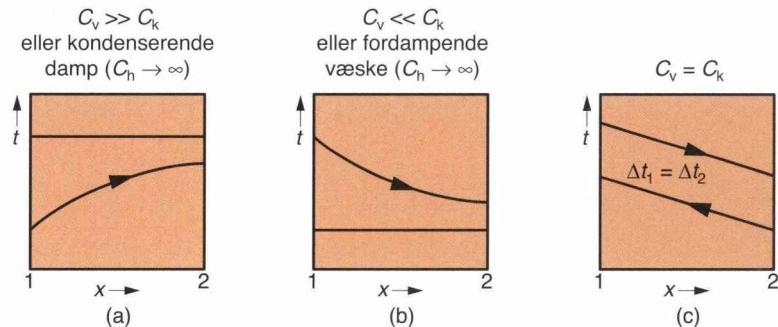
Ved samme varmevekslende areal er ydelsen ved modstrøm større end ved medstrøm, krydsstrøm ligger mellem disse. Man kan alligevel ofte se medstrøm brugt, dette specielt hvor der ikke kan tillades høje vægtemperaturer.

9.6.4 Specielle driftsbetingelser

Der skal her nævnes et par specielle driftsbetingelser, som ofte optræder i praktiske varmevekslere.

Figur 9.30 a) viser temperaturforløbet for en varmeveksler, i hvilken det varme fluid har en kapacitetsstrøm, $C_v = q_{mv} c_{pv}$, som er meget større end for det kolde fluider, $C_k = q_{mk} c_{pk}$. I dette tilfælde vil temperaturen for det varme fluid forblive konstant gennem varmeveksleren, mens temperaturen for det kolde fluid øges. Dette vil for eksempel være tilfældet i en kondensator, hvor det varme fluid er kondenserende damp.

Modsat vises i figur 9.30 b) temperaturforløbet i en fordamper eller en kedel. Her er det det kolde fluid, der har konstant temperatur. Sådan et tilfælde fås, hvor kapacitetsstrømmen for det kolde fluid er meget større end for det varme.



Figur 9.30
Specielle driftsforhold
i varmevekslere.

Det tredie tilfælde vises i figur 9.30c). Der er her tale om en modstrømsvarmeveksler, hvor de to kapacitetsstrømme er ens. Temperaturdifferensen må derfor være konstant gennem varmeveksleren. LMTD er i dette tilfælde ikke defineret, se [9.69], den er her lig med temperaturdifferensen mellem de to fluider.

9.6.5 Krydsstrøm og flere slags varmevekslere

Skønt strømningsforholdene i krydsstrømsvarmevekslere og varmevekslere med flere slag er mere komplicerede end for med- og modstrøm, kan det beskrevne beregningsprincip stadig bruges. Der skal blot bruges en korrektion af LMTD. LMTD fås i disse tilfælde af:

$$\Delta t_m = \varepsilon \Delta t_{m \text{ modstr}} \quad [9.70]$$

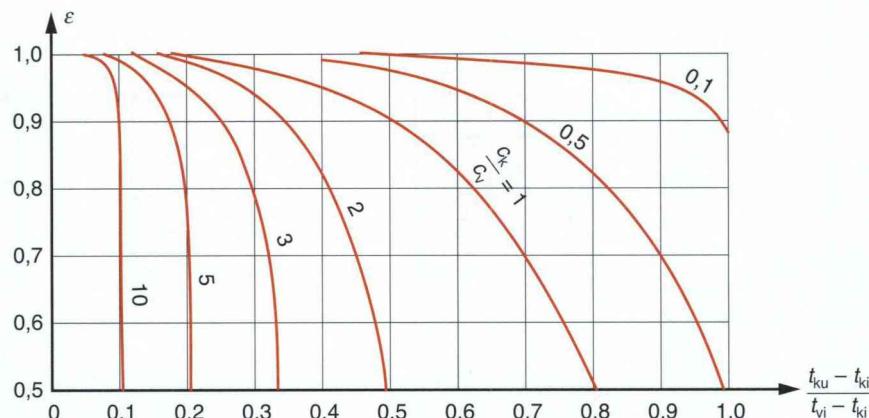
heri er:

ε en korrektionsfaktor

Δt_m den korrigerede LMTD, K

$\Delta t_{m \text{ modstr}}$ LMTD beregnet som ved modstrøm, K.

Korrektionsfaktoren, ε , fås af diagrammer og ligninger. Der er udviklet matematiske funktioner, som giver værdier for ε . Resultaterne af disse er ofte præsenteret grafisk. I figur 9.31 ses et diagram for krydsstrøm, hentet fra [9.2].



Figur 9.31
Korrektionsfaktor
for krydsstrøm.

9.6.6 Beregning af varmevekslere

Ved beregning af varmevekslere kan der være forskellige udfordringer: Er temperaturforløbet og massestrømmene for de to fluider kendte, kan beregningerne gennemføres efter følgende fremgangsmåde:

1. Bestem den ønskede type.
2. Gæt en U -værdi ud fra erfaringstal, se f.eks. tabel 10.17.
3. Beregn varmestrømmen, som skal transmitteres.
4. Bestem det foreløbige varmevekslende areal.
5. Fastlæg den foreløbige konstruktive udformning, rørdiametre, længder m.v.
6. Beregn varmeovergangstallene for begge sider af væggen.
7. Beregn U -værdien.
8. Foretag korrektion af areal og konstruktionen. Nye diametre, længder.
9. Gennemfør en tryktabsberegning. Denne kan medføre ændring af rørdiametre/strømningstværsnit.

Der er altså tale om en iterationsberegning (gæt, beregn, kontrol, nyt gæt). Dette er ofte tilfældet ved varmevekslerberegninger, idet der som regel vil være flere af hinanden afhængige ubekendte og variable, ligesom det var tilfældet i eksempel 9.6.

Man må ved alle beregninger af varmevekslere holde fast i de grundlæggende ligninger for varmestrømmen, dels energiligningen for det kolde og det varme fluid, dels varmetransmissionsligningen.

Tre ligninger skal stemme overens, dvs. $\Phi_v = \Phi_k = \Phi_T$.

1. Afgivet varme fra det varme fluid, givet ved:

$$\Phi_v = q_{mv}(h_{vi} - h_{vu}) = q_{mv}c_{pv}(t_{vi} - t_{vu}) \quad [9.71]$$

2. Modtaget varme af det kolde fluid, givet ved:

$$\Phi_k = q_{mk}(h_{ku} - h_{ki}) = q_{mk}c_{pk}(t_{ku} - t_{ki}) \quad [9.72]$$

3. Overført varme ved transmission, givet ved:

$$\Phi_T = UA\Delta t_m = \frac{\Delta t_m}{\Sigma R} \quad [9.73]$$

Bemærk, sidste lighedstegn i [9.71] og [9.72] gælder kun for væsker og gasser, hvor den specifikke varmekapacitet kan bestemmes ved en middelværdi og **ikke ved faseskift og fugtig luft** f.eks.

I [9.73] beregnes U -værdien af de tidligere angivne ligninger. ΣR angiver summen af termiske modstande.

Bemærk:

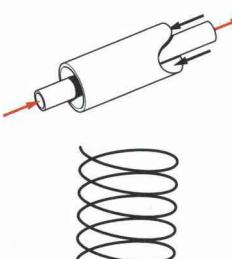
Bemærk, at ligningerne afhænger af hinanden. Ved ændring af f.eks. q_m ændres også varmeovergangstallene α , da disse bl.a. er afhængige af strømningshastighederne. Ved ændring af fluidtemperaturer ændres også LMTD, og til en vis grad α -værdier, da disse afhænger af vægtemperaturer.

Beregningen af en varmeveksler kan derfor være meget tidskrævende, da beregningsgangen må gennemføres flere gange med flere iterationsløjfer, før der er balance, og ligningerne passer. Et punkt, som yderligere komplicerer beregningerne, er tryktabsberegningen. Tryktabet øges med kvadratet på strømningshastigheden, mens varmeovergangstallet typisk øges med potensen 0,8 på strømningshastigheden. Der må derfor søges et optimum.

Af ovenstående grunde egner beregningerne sig derfor til IT-beregning. Der findes flere velegnede programmer, regnearksprogrammer og matematikprogrammer m.v., f.eks. MathCad, Matlab og EES.

Eksempel 9.7

Dimensionering af en varmeveksler, vandvarmer



Der skal dimensioneres en vandvarmer til et enfamiliehus.

Koldt vand ved 10°C skal opvarmes til 50°C ved hjælp af fjernvarmevervand med en fremløbstemperatur på 70°C . Fjernvarmevervandet ønskes afkølet til en temperatur under 35°C .

Vandforbruget er beregnet til $0,2 \text{ l/s}$ ved maksimalt forbrug.

Vandvarmeren ønskes udført som en gennemstrømsvarmeveksler af typen med koncentriske rør (rør-i-rør), hvor vand og fjernvarmevervand strømmes i modstrøm, som vist på skitsen, se også figur 9.26c).

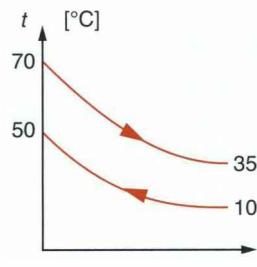
Der antages først en U -værdi på $2500 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, ud fra tabel 10.17, idet der er tale om tvungen modstrøm og væske/væske.

Varmestrømmen beregnes ud fra energibalancen på vandsiden (modtaget varme):

$$\begin{aligned}\Phi &= q_{mv}c_{pv}(t_{vu} - t_{vi}) \\ &= q_{Vv}\rho_v c_{pv}(t_{vu} - t_{vi}) \\ &= 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 995,7 \cdot 4,178(50 - 10) = 33,28 \text{ kW}\end{aligned}$$

Samme varmestrøm afgives af fjernvarmevandet, heraf beregnes vandstrømmen på fjernvarmesiden ud fra energibalancen på fjernvarmesiden, idet vi først antager en returtemperatur på 35°C :

$$q_{Vf} = \frac{\Phi}{\rho_f c_{pf}(t_{fi} - t_{fu})} = \frac{33,28}{988 \cdot 4,181(70 - 35)} = 0,230 \text{ l/s}$$



Temperaturforløbet gennem varmeveksleren ses af figuren. På basis af dette beregnes LMTD:

$$\begin{aligned}\Delta t_m &= \frac{(t_{fi} - t_{vu}) - (t_{fu} - t_{vi})}{\ln \frac{t_{fi} - t_{vu}}{t_{fu} - t_{vi}}} \\ &= \frac{(70 - 50) - (35 - 10)}{\ln \frac{70 - 50}{35 - 10}} = 22,41 \text{ K}\end{aligned}$$

Det varmevekslende areal beregnes foreløbigt til:

$$A = \frac{\Phi}{U\Delta t_m} = \frac{33280}{2500 \cdot 22,41} = 0,594 \text{ m}^2$$

Der skal nu tages stilling til varmevekslerens geometri, det vil sige rørdiametre. Diametrene bestemmes ud fra fornuftige vandhastigheder (1-3 m/s).

Udvendigt rør vælges til: $D_u/D_i = 18/16 \text{ mm}$

Indvendigt rør vælges til: $d_u/d_i = 12/10 \text{ mm}$

Dette giver følgende strømningshastigheder:

På vandsiden:

$$\begin{aligned}q_{Vv} &= \frac{\pi}{4} d_i^2 c_v \\ c_v &= \frac{4q_{Vv}}{\pi d_i^2} = \frac{4 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}}{\pi 0,01^2} = 2,55 \text{ m/s}\end{aligned}$$

På fjernvarmesiden:

$$q_{Vf} = \frac{\pi}{4} (D_i^2 - d_u^2) c_f$$

$$c_f = \frac{4q_{Vf}}{\pi(D_i^2 - d_u^2)} = \frac{4 \cdot 0,230 \cdot 10^{-3}}{\pi(0,016^2 - 0,012^2)} = 2,62 \text{ m/s}$$

Varmevekslerens foreløbige længde beregnes til:

$$L = \frac{A}{\pi d_m} = \frac{0,594}{\pi 0,0110} = 17,2 \text{ m}$$

idet der regnes med en middeldiameter, d_m .

Varmeovergangstallet indvendigt i det indre rør beregnes.

Der er tale om tvungen strømning i rør. Først kontrolleres, om der er tale om turbulent eller laminar strømning ved hjælp af Reynolds tal:

$$Re_v = \frac{c_v d_i}{\nu_v} = \frac{2,55 \cdot 0,01}{0,001 \cdot 10^{-6}} = 31791$$

Det vil sige, der er tale om turbulent strømning, og ligning [9.34] kan anvendes. Stofværdier tages ved fluidmiddeltemperatur, $t_m = 30^\circ\text{C}$:

$$\begin{aligned} Nu &= 0,0235(Re^{0,80} - 230)(1,8Pr^{0,3} - 0,8)K_1 K_2 \\ &= 0,0235(31791^{0,80} - 230)(1,8 \cdot 5,39^{0,3} - 0,8)1,028 \cdot 1,007 \\ &= 200,3 \end{aligned}$$

$$K_1 = \left(\frac{798}{653} \right)^{0,14} = 1,028$$

$$K_2 = \left(1 + \left(\frac{0,010}{17,2} \right)^{2/3} \right) = 1,007$$

$$\alpha_i = \frac{Nu \lambda}{d_i} = \frac{200,3 \cdot 0,618}{0,010} = 12376 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

Varmeovergangstallet udvendigt i kapperøret beregnes.

Der hersker tvungen strømning i rør. Først kontrolleres, om der er turbulent eller laminar strømning ved hjælp af Reynolds tal:

$$Re_f = \frac{c_f d_h}{\nu_f} = \frac{2,62 \cdot 0,004}{0,001 \cdot 10^{-6}} = 18928$$

$$d_h = D_i - d_u = 16 - 12 = 4 \text{ mm}$$

Det vil sige, at der er turbulent strømning i de koncentriske rør, og ligning [9.36] kan anvendes. Stofværdier tages ved fluidmiddeltemperatur, $t_m \approx 50^\circ\text{C}$:

$$\begin{aligned} Nu &= 0,023 Pr^{0,40} Re^{0,80} \left(\frac{D_i}{d_u} \right)^{0,45} \\ &= 0,023 \cdot 3,56^{0,40} \cdot 18928^{0,80} \left(\frac{16}{12} \right)^{0,45} = 114,9 \\ \alpha_u &= \frac{Nu \lambda}{d_h} = \frac{114,9 \cdot 0,643}{0,004} = 18466 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}) \end{aligned}$$

U -værdien kan nu beregnes af ligning [9.62], idet der refereres til udvendigt overfladeareal. Røret udføres i rustfrit 18/8 stål med en varmekonduktivitet på 15 W/(m · K):

$$U_u = \frac{1}{\frac{1}{12376} \frac{12}{10} + \frac{0,012}{2 \cdot 15} \ln \frac{12}{10} + \frac{1}{18466}} = 4463 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K})$$

Da denne værdi er større end den antagne på 2500 W/(m² · K), må konstruktionen korrigeres. Længden ændres til:

$$\begin{aligned} \Phi &= U_u (\pi d_u L) \Delta t_m \\ L &= \frac{\Phi}{U_u \pi d_u \Delta t_m} = \frac{33280}{4463 \cdot \pi \cdot 0,012 \cdot 22,41} = 8,83 \text{ m} \end{aligned}$$

Der vælges en længde på 9 m med de angivne diametre. Røret vikles i en spiral for at få en kompakt varmeveksler. Dette, at røret vikles i spiral, forbedrer varmeovergangstallene noget, og samtidigt øges tryktabet lidt. Der findes ligninger til korrektion af varmeovergangstal i /9.4/.

Afslutningsvis skal tryktabet gennem varmeveksleren beregnes, for at se om det er acceptabelt. Denne beregning udelades her, der henvises til kapitel 4.

9.7 Resumé

I dette kapitel er det overvejende tema varmetransmission gennem vægge. Det er varmestrømme – varme pr. tidsenhed – der er i fokus og ikke varmemængder.

De fysiske mekanismer bag varmetransmission gennemgås. Først varmeledning, som baserer sig på molekylbevægelser, dernæst varmeovergang ved konvektion, som baserer sig på varmetransport i grænselag, og slutteligt varmeovergang ved stråling, som baserer sig på elektromagnetiske bølger.

Kapitlet introducerer et beregningsprincip, der baseres på de termiske modstande, som varmestrømmen støder på, og der arbejdes ud fra en analogi til Ohms lov. De største termiske modstande er afgørende for varmestrømmens størrelse.

Et stort afsnit i kapitlet beskæftiger sig med beregning af varmeovergangstallet ved konvektion. Der er her tale om modelligninger, som baseres på empiriske ligninger for typiske strømningsfænomener. Der introduceres en række kendetal, som hver for sig beskriver forskellige centrale forhold, f.eks. Reynolds tal, Prandls tal og Grasshoffs tal. Vigtigste kendtal er Nusselts tal, der kaldes det dimensionsløse varmeovergangstal og således giver varmeovergangstallene. I kapitlet beskrives modelligninger for bestemmelse af Nusselts tal ved en række typiske strømningstilfælde.

Kapitlet afsluttes med en gennemgang af principippet i beregning af varmevekslere. Det specielle ved beregning af varmetransmission i varmevekslere er, at temperaturdifferensen varierer gennem varmeveksleren, og der skal derfor regnes med en logaritmisk middeltemperaturdifferens. Denne udledes i kapitlet.

Der gives eksempler på forskellige typer af varmevekslere ved deres princip og konstruktion.

Der gives eksempler på en dimensionering af en varmeveksler og opstilles en fremgangsmåde for, hvordan beregningerne kan foretages. Et vigtigt princip er her, at der skal itereres. Der kan vanskeligt findes en matematisk løsning, og man er derfor nødsaget til at gætte en værdi, foretage beregningen og dernæst kontrollere gættet.

9.8 Nøglebegreber

Varmetransmission	Bølgelængde
Varmeledning	Ultraviolette stråler
Konvektion	Infrarøde stråler
Varmeovergang	Plancks lov
Varmestråling	Indstråling
Varmegennemgang	Reflektion
Fouriers lov	Reflektionsforhold
Varmeflux	Absorbtion
Varmekonduktivitet	Absorbtionsforhold
Termisk modstand	Diffusion
Varmeledningsmodstand	Diffusionsforhold
Varmeovergangsmodstand	Udstråling
Varmegennemgangsmodstand	Emission
Grænselag	Emissionstallet
Newton's ligning	Stefan-Boltzmanns lov
Varmeovergangstal	Stefan-Boltzmanns konstant
Modelligninger	Strålingskonstant
Nusselts tal	Absolut sort flade
Kendetal	Lamberts retningslov
Karakteristisk længde	Vinkelforhold
Reynolds tal	<i>U</i> -værdien
Grashofs tal	Varmegennemgangstallet
Prandtls tal	Foulingsfaktor
Rayleighs tal	Varmevekslere
Hydraulisk diameter	Logaritmisk middeltemperaturdifferens
Temperaturleddetal	Krydsstrøm
Tvungen konvektion	Medstrøm
Fri konvektion	Modstrøm
Flow-geometri	Kapacitetsstrøm
Filmtemperatur	
Indløbsstrækning	

9.9 Centrale spørgsmål (selvevaluering)

- A: I en pladeradiator transmitteres varme fra vand med en middeltemperatur på $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ gennem en stålvæg til luft med en middeltemperatur på $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Stålvæggens temperatur måles udvendigt til $58\text{ }^{\circ}\text{C}$ og ligger altså tæt på vandets temperatur. Forklar hvorfor.
- B: På vand/luft-varmevekslere, som vist på figur 9.25, ses ofte et noget større overfladeareal på luftsidén af varmeveksleren end på vandsiden. Forklar dette.
- C: Vand strømmer igennem et rør. Varmeovergangstallet mellem det strømmende vand og røret ønskes beregnet. Hvad er den mest betydnende parameter for størrelsen af varmeovergangstallet?
- D: Hvilken type varmeveksler giver ved samme fluidtemperaturer størst varmeydelse, medstrøms- modstrøms- eller krydsstrømsvarmeveksler?
- E: Giv et eksempel på parallelkobling af termiske modstande. Forklar betydningen af en parallelkobling set i sammenligning med en seriekobling.
- F: Hvilken termisk modstand har størst betydning i en seriekobling af en række termiske modstande? Giv et eksempel på en sådan seriekobling.
- G: Hvilket strømningstilfælde giver det laveste hhv. højeste varmeovergangstal?

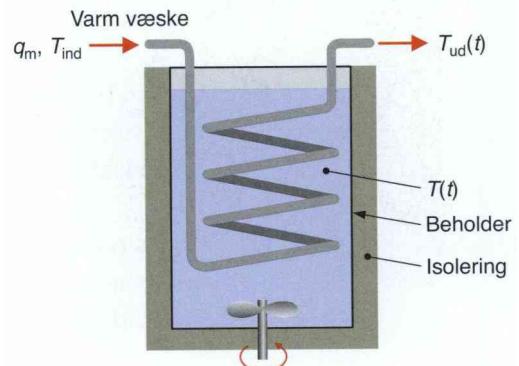
- H:** Her angives to tilfælde, hvor varmeovergangen skal bestemmes. Angiv i hvilken kategori modelligningen skal findes og hvilke ligninger for Nusselts tal, du vil vælge!

Tilfælde 1:

Varmeovergang fra den udvendige overflade på en pladeradiator.

Tilfælde 2:

Varmeovergang
indvendigt i en
rørvarmeveksler.



- I:** Hvordan er beregningsgangen ved beregning af varmestrømmen ved stråling fra en radiatoroverflade?
- J:** Hvilken sammenhæng er der mellem *refleksion*, *transmission* og *absorption* på en overflade, som påvirkes af varmestråling?

10

Tabeller og diagrammer

Tabel 10.1 Omregning af enheder.**Tryk**

	$\text{Pa} = \text{N}/\text{m}^2$	bar	mmVS	atm	$\text{mmHg} = \text{Torr}$	psi
1 Pa	1	10^{-5}	0,102	$9,869 \cdot 10^{-6}$	$7,5 \cdot 10^{-3}$	$1,4504 \cdot 10^{-4}$
1 bar	10^5	1	$1,02 \cdot 10^4$	0,9869	750	14,504
1 mmVS	9,807	$9,807 \cdot 10^{-5}$	1	$9,678 \cdot 10^{-5}$	$7,35 \cdot 10^{-2}$	$1,4223 \cdot 10^{-3}$
1 atm	$1,013 \cdot 10^5$	1,013	$1,0332 \cdot 10^4$	1	760	14,696
1 mm Hg	133,3	$1,33 \cdot 10^{-3}$	13,6	$1,316 \cdot 10^{-3}$	1	$1,933 \cdot 10^{-2}$
1 psi	6895	$6,895 \cdot 10^{-2}$	703,1	$6,805 \cdot 10^{-2}$	51,73	1

1 at (teknisk atmosfære) = 1 kp/m² = 0,968 atm (fysisk atmosfære)**Energi og arbejde**

	J	kWh	kpm	kcal	Btu	ft-lbf
1 J	1	$2,778 \cdot 10^{-7}$	0,1020	$2,388 \cdot 10^{-4}$	$9,478 \cdot 10^{-4}$	0,7376
1 kWh	$3,6 \cdot 10^6$	1	$3,671 \cdot 10^5$	859,8	3412	$2,656 \cdot 10^6$
1 kpm	9,80665	$2,724 \cdot 10^{-6}$	1	$2,342 \cdot 10^{-3}$	$9,295 \cdot 10^{-3}$	7,233
1 kcal	4186,8	$1,163 \cdot 10^{-3}$	426,9	1	3,968	3,088
1 Btu	1055,06	$2,931 \cdot 10^{-4}$	107,6	0,252	1	778,2
1 ft-lbf	1,3558	$3,766 \cdot 10^{-7}$	0,1383	$3,238 \cdot 10^{-4}$	$1,285 \cdot 10^{-3}$	1

Btu = British thermal unit ft-lbf = foot-pound-force

Effekt og varmestrøm

	kW	kpm/s	hk	kcal/h	Btu/h	ft · lb/s	hp
1 kW	1	102	1,36	860	3310	738	1,34
1 kpm/s	$9,81 \cdot 10^{-3}$	1	$1,33 \cdot 10^{-2}$	8,44	32,5	7,23	$1,32 \cdot 10^{-2}$
1 hk	0,735	75	1	632	2510	542	0,986
1 kcal/h	$1,163 \cdot 10^{-3}$	0,119	$1,58 \cdot 10^{-3}$	1	3,97	0,858	$1,56 \cdot 10^{-3}$
1 Btu/h	$2,93 \cdot 10^{-4}$	$2,99 \cdot 10^{-2}$	$3,99 \cdot 10^{-4}$	0,252	1	0,216	$3,93 \cdot 10^{-4}$
1 ft · lb/s	1,36	0,138	$1,84 \cdot 10^{-3}$	1,17	4,63	1	$1,82 \cdot 10^{-3}$
1 hp	0,745	76	1,014	642	2550	550	1

ft · lb/s = foot-pound pr second hp = horsepower

Kinematisk viskositet ν

	m^2/s	cSt	ft^2/s
1 m^2/s	1	10^6	10,764
1 cSt	10^{-6}	1	$1,076 \cdot 10^{-5}$
1 ft^2/s	$9,2 \cdot 10^{-2}$	92903	1

1 St (stoke) = 100 cSt

Dynamisk viskositet η

	Pa · s	cP	kps/m ²	lb/(ft · s)
1 Pa · s	1	10^3	0,102	0,672
1 cP	10^{-3}	1	$1,02 \cdot 10^{-4}$	$6,72 \cdot 10^{-4}$
1 kps/m ²	9,807	9807	1	6,59
1 lb/(ft · s)	1,488	1488	0,152	1

1 P (Poise) = 100 cP

Tabel 10.2 Fysiske konstanter og lign.

Universel gaskonstant	$R_m = 8314,4 \text{ J}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$
Avogadros tal	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ molekyler/mol}$
Stefan-Boltzmanns konstant	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$
Normvolumen for idealgas	$V_{mn} = 22,4 \text{ m}^3/\text{kmol}$
Normal atmosfæretryk	$p_{atm} = 1 \text{ atm} = 1013 \text{ mbar}$

Tabel 10.3 Fordampningsentalpi, kogepunkt, smeltevarme, frysepunkt, kritisk punkt og tripelpunkt for udvalgte stoffer.

	Fordampningsentalpi	Koge-punkt	Smelte-varme	Fryse-punkt	Kritisk punkt		Tripel-punkt	
	r kJ/kg	t_k °C	σ kJ/kg	t_f °C	t_{kr} °C	p_{kr} bar	t_{tr} °C	p_{tr} bar
Vand H ₂ O	2257	100	333,5	0	374,15	221,2	0,01	0,00611
Kuldioxid CO ₂	574	-78,5	184	-56,6	31,0	73,9	-56,6	5,18
Svovidioxid SO ₂	402	-10,0	116,8	-75,5	157,5	78,8		
Ammoniak NH ₃	1369	-33,4	339	-77,9	132,3	112,8		
Kviksølv Hg	285	356,7	11,3	-38,9	1480	1608		

r , t_k , σ , t_f er givet ved 1013 mbar; for CO₂ dog σ , t_f ved tripelpunkt, da dette først smelter ved 5,18 bar

Tabel 10.4 Stofværdier for tør atmosfærisk luft ved 1 bar.

Temperatur t °C	Densitet ρ kg/m ³	Specifik varmekapacitet c_p kJ/(kg · K)	Volumenudvidelseskoefficient β_V 10^{-3}K^{-1}	Varmekonduktivitet λ W/(m · K)	Dynamisk viskositet η $10^{-6} \cdot \text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$	Kinematisk viskositet ν $10^{-6} \cdot \text{m}^2/\text{s}$	Temperaturledetal a $10^{-6} \cdot \text{m}^2/\text{s}$	Prandtlstal Pr
-100	2,0186	1,011	5,846	0,0164	11,72	5,806	8,04	0,72
-80	1,8073	1,009	5,219	0,0182	12,89	7,132	9,96	0,72
-60	1,6364	1,007	4,719	0,0198	14,02	8,567	12,0	0,71
-40	1,4952	1,006	4,304	0,0215	15,09	10,09	14,3	0,71
-20	1,3765	1,006	3,962	0,0230	16,15	11,73	16,6	0,71
0	1,2754	1,006	3,671	0,0245	17,10	13,41	19,1	0,70
20	1,1881	1,007	3,419	0,0260	17,98	15,13	21,8	0,70
40	1,1120	1,008	3,200	0,0275	18,81	16,92	24,5	0,69
60	1,0452	1,009	3,007	0,0289	19,73	18,88	27,4	0,69
80	0,9859	1,010	2,836	0,0304	20,73	21,02	30,5	0,69
100	0,9329	1,012	2,684	0,0318	21,60	23,15	33,7	0,69
120	0,8854	1,014	2,547	0,0332	22,43	25,33	37,0	0,68
140	0,8425	1,017	2,423	0,0347	23,19	27,53	40,5	0,68
160	0,8036	1,020	2,311	0,0361	24,01	29,88	44,0	0,68
180	0,7681	1,023	2,209	0,0375	24,91	32,43	47,7	0,68
200	0,7356	1,026	2,115	0,0389	25,70	34,94	51,6	0,68
250	0,6653	1,035	1,912	0,0424	27,40	41,18	61,6	0,67
300	0,6072	1,046	1,745	0,0459	29,20	48,09	72,3	0,67
350	0,5585	1,057	1,605	0,0493	30,90	55,33	83,5	0,66
400	0,5170	1,069	1,485	0,0526	32,55	62,95	95,1	0,66
450	0,4813	1,081	1,383	0,0556	34,00	70,64	107	0,66
500	0,4502	1,093	1,293	0,0585	35,50	78,86	119	0,66
600	0,3986	1,116	1,145	0,0635	38,30	96,08	143	0,67
700	0,3577	1,137	1,027	0,0678	40,87	114,3	166	0,69
800	0,3243	1,155	0,932	0,0713	43,32	133,6	190	0,70
900	0,2967	1,171	0,852	0,0743	45,65	153,9	214	0,72
1000	0,2734	1,185	0,786	0,0768	47,88	175,1	237	0,74

Tabel 10.5 Stofværdier for vand ved 1 bar og over 100 °C ved mætningstryk.

Temperatur <i>t</i> °C	Tryk <i>p</i> bar	Densitet <i>ρ</i> kg/m ³	Specifik varmekapacitet <i>c_p</i> kJ/(kg · K)	Volumen- udvidelses- koefficient <i>β_V</i> 10 ⁻³ K ⁻¹	Varme- konduktivitet <i>λ</i> W/(m · K)	Dynamisk viskositet <i>η</i> 10 ⁻⁶ · kg/(m · s)	Kinematisk viskositet <i>ν</i> 10 ⁻⁶ · m ² /s	Temperatur- ledetal <i>a</i> 10 ⁻⁶ · m ² /s	Prandtl- tal <i>Pr</i>
0	1	999,8	4,218	-0,07	0,569	1750	1,751	0,131	13,0
5	1	1000,0	4,202		0,578	1512	1,501	0,138	10,91
10	1	999,7	4,192	0,088	0,587	1300	1,304	0,138	9,28
15	1	999,2	4,186		0,595	1133	1,134	0,142	8,00
20	1	998,2	4,182	0,206	0,604	1000	1,004	0,143	6,94
25	1	997,1	4,180		0,611	891	0,894	0,147	6,10
30	1	995,7	4,178	0,303	0,618	798	0,801	0,148	5,39
35	1	994,0	4,178		0,625	719	0,723	0,150	4,80
40	1	992,2	4,178	0,385	0,632	653	0,658	0,151	4,30
45	1	990,2	4,180		0,637	595	0,601	0,154	3,89
50	1	988,0	4,181	0,457	0,643	546	0,553	0,155	3,56
55	1	985,7	4,182		0,648	504	0,509	0,157	3,23
60	1	983,2	4,184	0,523	0,654	466	0,474	0,158	2,96
65	1	980,5	4,187		0,658	432	0,440	0,160	2,73
70	1	977,8	4,190	0,585	0,662	404	0,413	0,161	2,53
75	1	974,8	4,193		0,666	377	0,385	0,163	2,36
80	1	971,8	4,196	0,643	0,669	355	0,365	0,164	2,20
85	1	968,4	4,201			334	0,342	0,165	2,06
90	1	965,3	4,205	0,698	0,676	315	0,326	0,166	1,94
95	1	961,6	4,201		0,679	298	0,306	0,167	1,83
100	1,013	958,1	4,216	0,755	0,681	279	0,291	0,168	1,73
120	1,985	942,9	4,245	0,859	0,687	230	0,244	0,172	1,42
140	3,614	925,8	4,285	0,967	0,688	195	0,211	0,174	1,21
160	6,181	907,3	4,339	1,084	0,684	169	0,186	0,174	1,07
180	10,027	886,9	4,408	1,216	0,677	149	0,168	0,173	0,97
200	15,55	864,7	4,497	1,372	0,665	134	0,155	0,171	0,904
220	23,20	840,3	4,614	1,563	0,648	122	0,145	0,167	0,864
240	33,48	813,6	4,770	1,806	0,628	111	0,136	0,161	0,846
260	46,94	783,9	4,986	2,130	0,603	103	0,131	0,154	0,848
280	64,20	750,5	5,296	2,589	0,575	96,1	0,128	0,145	0,883
300	85,93	712,2	5,773	3,293	0,541	90,1	0,127	0,133	0,958
320	112,89	666,9	6,586	4,510	0,508	83,0	0,124	0,116	1,07
340	146,05	610,3	8,270	7,167	0,460	75,4	0,124	0,092	1,35
360	186,75	528,3	14,99	19,28	0,399	65,3	0,124	0,052	2,38
374,15	221,20	315,5	∞	∞	0,238	45,0	0,143	0	∞

Tabel 10.6 Stofværdier for nogle gasarter.

Stof	Molmasse	Gaskonstant	Densitet ved 0 °C og 1013 mbar	Specifik varmekapacitet ved 0 °C	Fordampningsentalpi ved kogepkt.	Isentropeksponent ved 0 °C	Kogepunkt ved 1 bar	Normalvolumen ved 0 °C og 1013 mbar
	M kg/kmol	R_i J/(kg · K)	ρ_a kg/m ³	c_p kJ/(kg · K)	r kJ/kg	κ —	t_k °C	V_{mn} m ³ /kmol
Ammoniak, NH ₃	17,03	488,2	0,7718	2,055	1369	1,312	-33,4	22,065
Argon, Ar	39,94	208,1	1,7840	0,520	157	1,667	-186	22,392
Acetylen, C ₂ H ₂	26,04	319,6	1,1709	1,511	828	1,268	-83,6	22,226
n-Butan, C ₄ H ₁₀	58,12	143,1	2,703	—	404	—	0,5	—
Klor, Cl ₂	70,91	117,3	3,22	0,50	260	1,34	-33,7	—
Helium, He	4,00	2077,2	0,17848	5,238	25	1,657	-269	22,426
Hydrogen, H ₂	2,02	4124,9	0,08988	14,199	466	1,409	-253	22,428
Kuldioxid, CO ₂	44,01	189,0	1,9770	0,817	544	1,301	-78	22,261
Kulmonooxid, CO	28,1	297,0	1,2505	1,040	211	1,400	-192	22,400
Luft, atm.	28,96	287,2	1,2930	1,004	209	1,401	-193	22,400
Nitrogen, N ₂	28,02	296,9	1,2504	1,039	201	1,400	-196	22,403
Oxygen, O ₂	32,0	259,8	1,4290	0,915	213	1,397	-183	22,392
Propan, C ₃ H ₈	44,09	188,6	2,019	—	—	1,14	-42	—
Svovlidend, SO ₂	64,06	130,0	2,9310	0,608	401	1,271	-10	21,856
Svovlbrinte, H ₂ S	34,08	244,0	1,5392	1,09	552	1,30	-62	—
Ætylen, C ₂ H ₄	28,05	296,6	1,2611	1,611	522	1,226	-104	22,145
Methan, CH ₄	16,04	518,7	0,7175	2,155	548	1,317	-162	22,360
Vanddamp, H ₂ O	18,02	461,5	0,8038	1,858	2257	—	100	—

Tabel 10.7 Middelspecifik varmekapacitet for nogle gasarter ved konstant tryk og ideal gastilstand.

Temperatur °C	H ₂ kJ/(kg · K)	N ₂ kJ/(kg · K)	O ₂ kJ/(kg · K)	CO kJ/(kg · K)	H ₂ O kJ/(kg · K)	CO ₂ kJ/(kg · K)	SO ₂ kJ/(kg · K)	Luft kJ/(kg · K)
0	14,20	1,039	0,9148	1,040	1,858	0,8165	0,6083	1,004
100	14,36	1,039	0,9227	1,041	1,871	0,8673	0,6355	1,007
200	14,42	1,042	0,9351	1,046	1,892	0,9118	0,6624	1,012
300	14,45	1,048	0,9496	1,053	1,917	0,9505	0,6868	1,019
400	14,48	1,055	0,9646	1,063	1,945	0,9846	0,7079	1,029
600	14,54	1,075	0,9922	1,086	2,007	1,0417	0,7423	1,050
800	14,64	1,096	1,0154	1,109	2,073	1,0875	0,7680	1,071
1000	14,78	1,116	1,0347	1,130	2,140	1,1248	0,7879	1,091
1200	14,94	1,134	1,0508	1,149	2,207	1,1555	0,8038	1,109
1400	15,12	1,150	1,0648	1,165	2,271	1,1811	0,8167	1,124
1600	15,30	1,164	1,0772	1,179	2,332	1,2027	0,8273	1,138
1800	15,48	1,177	1,0885	1,192	2,388	1,2211	0,8365	1,150
2000	15,66	1,188	1,0990	1,203	2,441	1,2370	0,844	1,161
2200	15,84	1,198	1,1089	1,212	2,490	1,2510	0,8514	1,171
2500	16,09	1,210	1,1229	1,225	2,557	1,2690	0,8606	1,185
3000	16,48	1,228	1,1443	1,242	2,654	1,2932	0,8734	1,203

Bemærkninger til tabellen:

Den specifikke varmekapacitet ved konstant volumen fås af:

$$c_{Vm} \Big|_{0^\circ C}^t = c_{pm} \Big|_{0^\circ C}^t - R_i$$

og middelværdien af isentropeksponenten er:

$$\kappa_m \Big|_{0^\circ C}^t = \frac{c_{Vm} \Big|_{0^\circ C}^t}{c_{pm} \Big|_{0^\circ C}^t}$$

Tabel 10.8 Varmeoverføringssegenskaber for nogle gasarter ved 0,981 bar.

Stof	Temperatur <i>t</i> °C	Densitet <i>ρ</i> kg/m ³	Kinematisk vis- kositet <i>ν</i> 10 ⁻⁶ m ² /s	Varme- konduktivitet <i>λ</i> 10 ⁻³ W/(m · K)	Prandtl tal <i>Pr</i> —	Specifik varme- kapacitet <i>c_p</i> kJ/(kg · K)
						—
Kuldioxid CO ₂	-50	2,373	4,76	9,3	—	—
	0	1,912	7,22	14,3	0,80	0,829
	50	1,616	10,0	17,8	0,80	0,875
	100	1,400	13,2	21,3	0,80	0,925
	200	1,103	20,8	28,3	0,81	0,997
Svovldioxid SO ₂	0	2,83	4,1	8,4	0,86	0,624
	50	—	—	—	—	0,649
	100	—	—	—	—	0,674
	200	—	—	—	—	0,720
Hydrogen H ₂	-50	0,1065	69	147	—	—
	0	0,0870	97	176	0,68	14,2
	50	0,0736	128	202	0,67	14,4
	100	0,0637	162	229	0,65	14,4
	200	0,0503	241	276	0,64	14,5
	300	—	336	297	0,64	14,6
Vanddamp H ₂ O	100	0,578	22,1	24,2	1,12	2,14
	200	0,452	36,8	32,8	0,97	1,95
	300	0,372	54,1	42,7	0,95	2,01
	400	0,316	74,4	55,1	0,88	2,05
	500	0,275	97,5	75,2	0,78	2,2
Ilt O ₂	20	1,289	18,4	26	0,72	0,915
	77	1,100	21,23	29,6	0,73	0,929
	127	0,962	26,84	33,0	0,74	0,942
	227	0,770	39,40	41,2	0,72	0,972
	327	0,641	53,59	47,3	0,73	1,003
	427	0,550	69,26	52,8	0,74	1,031
	527	0,481	86,32	58,9	0,74	1,054

Tabel 10.9 Varmeoverføringsegenskaber for nogle væsker ved 1013 mbar.(Stoffer med ¹⁾ ved mætningstryk)(Sammenhæng mellem dynamisk og kinematisk viskositet er $\eta = \nu\rho$)

Stof	Temperatur	Densitet	Specifik varmekapacitet	Dynamisk viskositet	Varmekonduktivitet	Prandtlstal	Volumenudvidelseskoefficient
		t °C	ρ kg/m ³	c_p kJ/(kg · K)	η 10^{-6} kg/(m · s)	λ W/(m · K)	Pr —
Kviksølv	20	13546	0,1394	1560	9,000	0,023	0,00182
	100	—	0,1373	1240	—	—	0,00183
Kuldioxid CO ₂ ¹⁾	20	771	3,643	48	0,087	2,00	0,0066
	30	596	—	32	0,071	—	0,0147
Ammoniak NH ₃ ¹⁾	0	639	4,648	240	0,540	2,07	0,00211
	20	610	4,773	220	0,494	2,12	0,00244
Svoeldioxid SO ₂ ¹⁾	-20	1485	1,273	465	0,223	2,65	0,00178
	0	1435	1,357	368	0,212	2,36	0,00172
	20	1383	1,390	304	0,199	2,14	0,00194
Æthylenglycol C ₂ H ₄ (OH) ₂	20	1113	2,382	21310	0,250	203	0,00064
	40	1099	2,475	9650	0,256	93,2	0,00065
	60	1085	2,562	5306	0,259	52,4	0,00065
	80	1070	2,650	3305	0,262	33,4	0,00066
	100	1056	2,742	2403	0,263	24,9	0,00067
Spindelolie	20	871	1,85	13050	0,144	168	0,00074
	40	858	1,93	6806	0,143	92,0	0,00075
	60	845	2,02	4178	0,142	59,4	0,00075
	80	832	2,10	2834	0,141	42,1	0,00076
	100	820	2,19	2001	0,140	31,4	0,00077
	120	807	2,27	1540	0,138	25,3	0,00078
Transformatorolie	20	866	1,89	31600	0,124	481	0,00069
	40	852	1,99	14220	0,123	230	0,00069
	60	842	2,09	7316	0,122	126	0,00070
	80	830	2,20	4315	0,120	79,4	0,00071
	100	818	2,29	3099	0,119	60,3	0,00072
Motorolie	20	893	1,84	796000	0,145	10100	0,00068
	40	881	1,92	204000	0,143	2750	0,00069
	60	868	2,01	71200	0,141	1020	0,00070
	80	856	2,09	31500	0,140	471	0,00071
	100	844	2,18	16600	0,137	263	0,00072
	120	832	2,27	9900	0,136	166	0,00073
	140	819	2,36	6500	0,134	115	0,00074

Tabel 10.10 Stofværdier for nogle faste stoffer ved ca. 10 °C.

Stof	Densitet	Specifik varmekapacitet	Varme- konduktivitet	Brændværdi nedre
	ρ kg/m ³	c_p kJ/(kg · K)	λ W/(m · K)	H_n MJ/kg
Rim ved 0 °C	917	1,93	2,2	—
Is ved -60 °C	924	—	2,9	—
Beton, armeret	2500	0,90	1,7	—
Beton, mørtel	1600	—	0,70	—
Cement	3150	0,75	0,3	—
Letbeton	400-900	1,70	0,120, 5	—
Teglsten, tør	1500-1700	—	0,4-0,6	—
Gipsplader	1000-1600	—	0,2-0,35	—
Gips (støbt)	970	1,09	1,3	—
Sand, tør	1500-1900	—	0,47	—
Eternit	2000	0,84	1,9	—
Granitsten	2750	0,75	2,9	—
Marmor	2600	0,81	2,8	—
Sandsten	2200	0,71	1,6	—
Asfalt	2120	0,92	0,70	40
Tagpap	ca. 1100	—	ca. 0,25	34
Bøgetræ, radial	650	—	0,167	17-20
Egetræ, radiel	600-800	2,39	0,17-0,31	17-20
Gran, radiel	415	2,72	0,14	17-20
Kork	300	2,03	0,051	31-35
Papir	700	1,2	0,14	17
Pap	600	—	0,07	17
Glas	2500	0,84	0,93	—
Ebonit, hårdgummi	1150	2,01	0,14	ca. 45
Polypropylen, PP	900	—	0,10	29-40
Polyethylen, PEL, PEH	940	—	0,35	29-40
Polystyren	1100	1,38	0,17	29-40
Polyamid (nylon)	1100	—	0,30	—
Polyacrylat (plexiglas)	1180	—	0,18	20-30
Polyvinylchlorid, PVC	1400	1,38	0,16	—
Polyesterplast med glasfibre	2000	—	0,50	23
Mineraluld	15-300	0,84	0,055	—
Polyurethan, freoneksp.	20-80	1,38	0,04	—

Tabel 10.11 Stofværdier for nogle metaller ved ca. 10 °C.

Materiale	Densitet ρ kg/m ³	Smeltepunkt t_s °C	Specifik varmekapacitet c_p kJ/(kg · K)	Varme- konduktivitet λ W/(m · K)	Udvidelses- koefficient $10^{-6} \cdot \beta_V$ K ⁻¹
Aluminium	2700	658	0,896	229	24
Bly, ren	11340	327	0,128	35,1	28,9
Bronze	8800	900	0,377	61,7	18
Jern, rent smede	7850	ca. 1500	0,465	59	12
Støbejern 3 % C	7400	ca. 1500	0,540	58	11
Kromnikkelstål	7900	ca. 1500	0,477	14,5	11,5
Kedelstål H III	7900	ca. 1500	0,47	52	12
Guld, ren	19290	1065	0,129	310	14,3
Kobber, ren	8930	1080	0,383	395	16,2
Kobber, handelsvare	8300	1080	0,419	372	17
Magnesium, ren	1740	—	1,02	143	—
Messing	8600	915	0,381	95	21
Nikkel	8900	1450	0,460	60-90	13
Sølv	10500	960	0,234	410	19
Zink	7130	420	0,385	113	26
Tin	7280	232	0,2265	66	27
Platin	21500	1760	0,130	70	9

Tabel 10.12 a) Vanddamptabel, mætningsstabel (0,01-8,0 bar).

Tryk <i>p</i> bar	Tempera- tur <i>t</i> °C	Specifikt volumen		Specifik entalpi		Fordamp- ningsvarme <i>r</i> = <i>h</i> ' - <i>h</i> '' kJ/kg	Specifik entropi	
		Væske <i>v</i> ' dm ³ /kg	Damp <i>v</i> '' m ³ /kg	Væske <i>h</i> ' kJ/kg	Damp <i>h</i> '' kJ/kg		Væske <i>s</i> ' kJ/(kg · K)	Damp <i>s</i> '' kJ/(kg · K)
0,01	6,98	1,0001	129,20	29,34	2514,4	2485,0	0,1060	8,9767
0,02	17,51	1,0012	67,01	73,46	2533,6	2460,3	0,2607	8,7246
0,03	24,10	1,0027	45,67	101,00	2545,6	2444,6	0,3544	8,5785
0,04	28,98	1,0040	34,80	121,41	2554,5	2433,1	0,4225	8,4755
0,05	32,90	1,0052	28,19	137,77	2561,6	2423,8	0,4763	8,3960
0,06	36,18	1,0064	23,74	151,50	2567,5	2416,0	0,5209	8,3312
0,07	39,03	1,0074	20,53	163,38	2572,6	2409,2	0,5591	8,2767
0,08	41,53	1,0084	18,10	173,86	2577,1	2403,2	0,5925	8,2296
0,09	43,79	1,0094	16,20	183,28	2581,1	2397,9	0,6224	8,1881
0,1	45,83	1,0101	14,67	191,83	2584,8	2392,9	0,6493	8,1511
0,2	60,09	1,0172	7,650	251,45	2609,9	2358,4	0,8321	7,9094
0,3	69,12	1,0223	5,229	289,30	2625,4	2336,1	0,9441	7,7695
0,4	75,89	1,0265	3,993	317,65	2636,9	2319,2	1,0261	7,6709
0,5	81,35	1,0301	3,240	340,56	2646,0	2305,4	1,0912	7,5947
0,6	85,95	1,0333	2,732	359,93	2653,6	2293,6	1,1454	7,5327
0,7	89,96	1,0361	2,365	376,77	2660,1	2283,3	1,1921	7,4804
0,8	93,51	1,0387	2,087	391,72	2665,8	2274,0	1,2330	7,4352
0,9	96,71	1,0412	1,869	405,21	2670,9	2265,6	1,2696	7,3954
1,0	99,63	1,0434	1,694	417,51	2675,4	2257,9	1,3027	7,3598
1,1	102,32	1,0455	1,549	428,84	2679,6	2250,8	1,3330	7,3277
1,2	104,81	1,0476	1,428	439,36	2683,4	2244,1	1,3609	7,2984
1,3	107,13	1,0495	1,325	449,19	2687,0	2237,8	1,3868	7,2715
1,4	109,32	1,0513	1,236	458,42	2690,3	2231,9	1,409	7,2465
1,5	111,37	1,0530	1,159	467,13	2693,4	2226,2	1,4336	7,2234
2,0	120,23	1,0608	0,8854	504,70	2706,3	2201,6	1,5301	7,1268
3,0	133,54	1,0735	0,6056	561,43	2724,7	2163,2	1,6716	6,9909
4,0	143,62	1,0839	0,4622	604,67	2737,6	2133,0	1,7764	6,8943
6,0	158,84	1,1009	0,3155	670,42	2755,5	2085,0	1,9308	6,7575
8,0	170,41	1,1150	0,2403	720,94	2767,5	2046,5	2,0457	6,6594

→ fortsættes

Tabel 10.12 b) Vanddamptabel, mætningsstab (8,0-221,2 bar; $p_k = 221,2$ bar = kritisk tryk).

Tryk <i>p</i> bar	Tempera- tur <i>t</i> °C	Specifikt volumen		Specifik entalpi		Fordamp- ningsvarme $r = h'' - h'$ kJ/kg	Specifik entropi	
		Væske <i>v'</i> dm ³ /kg	Damp <i>v''</i> m ³ /kg	Væske <i>h'</i> kJ/kg	Damp <i>h''</i> kJ/kg		Væske <i>s'</i> kJ/(kg · K)	Damp <i>s''</i> kJ/(kg · K)
10	179,88	1,1274	0,1943	762,6	2776,2	2013,6	2,1382	6,5828
15	198,29	1,1539	0,1317	844,7	2789,9	1945,2	2,3145	6,4406
20	212,37	1,1766	0,0995	908,6	2797,2	1888,6	2,4469	6,3367
30	233,84	1,2163	0,0666	1008,4	2802,3	1793,9	2,6455	6,1837
40	250,33	1,2521	0,0498	1087,4	2800,3	1712,9	2,7965	6,0685
50	263,91	1,2858	0,0394	1154,5	2794,2	1639,7	2,9206	5,9735
60	275,55	1,3187	0,0324	1213,7	2785,0	1571,3	3,0273	5,8908
70	285,79	1,3513	0,0274	1267,4	2773,5	1506,0	3,1219	5,8162
80	294,97	1,3842	0,0235	1317,1	2759,9	1442,8	3,2076	5,7471
90	303,31	1,418	0,0205	1363,7	2744,6	1380,9	3,2867	5,6820
100	310,96	1,453	0,0180	1408,0	2727,7	1319,7	3,3605	5,6198
110	318,05	1,489	0,0160	1450,6	2709,3	1258,7	3,4304	5,5595
120	324,65	1,527	0,0143	1491,8	2689,2	1197,4	3,4972	5,5002
130	330,83	1,567	0,0128	1532,0	2667,0	1135,0	3,5616	5,4408
140	336,64	1,611	0,0115	1571,6	2642,4	1070,7	3,6242	5,3803
150	342,13	1,658	0,0103	1611,0	2615,0	1004,0	3,6859	5,3178
160	347,34	1,710	0,0093	1650,5	2584,9	934,3	3,7471	5,2531
180	356,96	1,840	0,0075	1734,8	2513,9	779,1	3,8765	5,1128
200	365,70	2,037	0,0059	1826,5	2418,4	591,9	4,0149	4,9412
210	369,78	2,202	0,0050	1886,3	2347,6	461,3	4,1048	4,8223
220	373,69	2,671	0,0037	2011,1	2195,6	184,5	4,2947	4,5799
221,2	374,15	3,17	0,00317	2107,4	2107,4	0	4,429	4,429

Tabel 10.13 a) Vanddamptabel, overheded damp

Tryk <i>p</i> bar	Tem- peratur <i>t</i> °C	Specifikt volumen <i>v</i> m ³ /kg	Specifik entalpi <i>h</i> kJ/kg	Specifik entropi <i>s</i> kJ/(kg · K)	Tem- peratur <i>t</i> °C	Specifikt volumen <i>v</i> m ³ /kg	Specifik entalpi <i>h</i> kJ/kg	Specifik entropi <i>s</i> kJ/(kg · K)
0,2	100	8,585	2686,3	8,1261	350	14,347	3177,1	9,1303
	150	9,748	2782,3	8,3676	400	15,529	3279,4	9,2882
	200	10,907	2879,2	8,5839	450	16,684	3383,4	9,4372
	250	12,064	2977,1	8,7806	500	17,838	3489,0	9,5784
	300	13,219	3076,4	8,9618	600	20,146	3705,4	9,8416
0,4	100	4,279	2683,8	7,8009	350	7,185	3176,8	8,8100
	150	4,866	2780,9	8,0450	400	7,763	3279,1	8,9680
	200	5,448	2878,2	8,2625	450	8,340	3383,1	9,1170
	250	6,028	2976,5	8,4598	500	8,918	3488,8	9,2583
	300	6,607	3075,9	8,6413	600	10,07	3705,3	9,5216
0,6	100	2,844	2681,3	7,6085	350	4,788	3176,4	8,6224
	150	3,238	2779,4	7,8551	400	5,174	3278,8	8,7806
	200	3,628	2877,3	8,0738	450	5,559	3382,9	8,9296
	250	4,016	2975,8	8,2718	500	5,944	3488,6	9,0701
	300	4,402	3075,4	8,4536	600	6,714	3705,1	9,3343
1,0	100	1,696	2676,2	7,3618	350	2,871	3175,6	8,3858
	150	1,936	2776,3	7,6137	400	3,102	3278,2	8,5442
	200	2,172	2875,4	7,8349	450	3,334	3382,4	8,6939
	250	2,406	2974,5	8,0342	500	3,565	3488,1	8,8348
	300	2,639	3074,5	8,2166	600	4,028	3704,8	9,0982
1,2	150	1,611	2774,8	7,5267	400	2,585	3277,9	8,4597
	200	1,808	2874,4	7,7492	450	2,778	3382,1	8,6090
	250	2,004	2973,9	7,9491	500	2,971	3487,9	8,7505
	300	2,198	3074,0	8,1319	550	3,163	3595,4	8,8852
	350	2,391	3175,3	8,3012	600	3,356	3704,6	9,0140
1,5	150	1,285	2772,5	7,4194	400	2,067	3277,5	8,3562
	200	1,444	2872,9	7,6439	450	2,222	3381,7	8,5056
	250	1,601	2972,9	7,8447	500	2,376	3487,6	8,6472
	300	1,757	3073,3	8,0280	550	2,530	3595,1	8,7819
	350	1,912	3174,7	8,1976	600	2,684	3704,4	8,9108
2,0	150	0,9595	2768,5	7,2794	400	1,549	3276,7	8,2226
	200	1,080	2870,5	7,5072	450	1,665	3381,1	8,3722
	250	1,199	2971,2	7,7096	500	1,781	3487,0	8,5139
	300	1,316	3072,1	7,8937	550	1,897	3594,7	8,6487
	350	1,433	3173,8	8,0638	600	2,013	3704,0	8,7776

→ fortsættes

Tabel 10.13 b) Vanddamptabel, overheded damp (fortsættelse).

Tryk <i>p</i> bar	Tem- peratur <i>t</i> °C	Specifikt volumen <i>v</i> m ³ /kg	Specifik entalpi <i>h</i> kJ/kg	Specifik entropi <i>s</i> kJ/(kg · K)	Tem- peratur <i>t</i> °C	Specifikt volumen <i>v</i> m ³ /kg	Specifik entalpi <i>h</i> kJ/kg	Specifik entropi <i>s</i> kJ/(kg · K)
4,0	150	0,4707	2752,0	6,9285	400	0,7725	3273,6	7,8994
	200	0,5343	2860,4	7,1708	450	0,8309	3378,5	8,0497
	250	0,5952	2964,5	7,3800	500	0,8892	3484,9	8,1919
	300	0,6549	3067,2	7,5675	550	0,9474	3592,8	8,3271
	350	0,7139	3170,0	7,7395	600	1,0054	3702,3	8,4563
6,0	200	0,3520	2849,7	6,9662	450	0,5528	3376,0	7,8600
	250	0,3939	2957,6	7,1829	500	0,5918	3482,7	8,0027
	300	0,4344	3062,3	7,37340	550	0,6308	3590,9	8,1383
	350	0,4742	3166,2	7,5479	600	0,6696	3700,7	8,2678
	400	0,5136	3270,6	7,7090	650	0,7084	3812,1	8,3919
8,0	200	0,2608	2838,6	6,8148	450	0,4137	3373,4	7,7246
	250	0,2932	2950,4	7,0397	500	0,4432	3480,5	7,8678
	300	0,3241	3057,3	7,2348	550	0,4725	3589,0	8,0038
	350	0,3543	3162,4	7,4107	600	0,5017	3699,1	8,1336
	400	0,3842	3267,5	7,5729	650	0,5309	3810,7	8,2579
10	200	0,2059	2826,8	6,6922	450	0,3303	3370,8	7,6190
	250	0,2327	2943,0	6,9259	500	0,3540	3478,3	7,7627
	300	0,2580	3052,1	7,1251	550	0,3775	3587,1	7,8991
	350	0,2824	3158,5	7,3031	600	0,4010	3697,4	8,0292
	400	0,3065	3264,4	7,4665	650	0,4244	3809,3	8,1537
15	200	0,1324	2794,7	6,4508	450	0,2191	3364,3	7,4253
	250	0,1520	2923,5	6,7099	500	0,2350	3472,8	7,5703
	300	0,1697	3038,9	6,9207	550	0,2509	3582,4	7,7077
	350	0,1865	3148,7	7,1044	600	0,2667	3693,3	7,8385
	400	0,2029	3256,6	7,2709	650	0,2824	3805,7	7,9636
20	250	0,114	2902,4	6,5454	500	0,1756	3467,1	7,4323
	300	0,1255	3025,0	6,7696	550	0,1876	3577,6	7,5706
	350	0,1386	3138,6	6,9596	600	0,1995	3689,2	7,7022
	400	0,1511	3248,7	7,1296	650	0,2114	3802,1	7,8279
	450	0,1634	3357,8	7,2859	700	0,2232	3916,5	7,9485
30	250	0,07055	2854,8	6,2857	500	0,11608	3456,2	7,2345
	300	0,08116	2995,1	6,5422	550	0,12426	3567,2	7,3748
	350	0,09053	3117,5	6,7471	600	0,13234	3681,0	7,5079
	400	0,09931	3232,5	6,9246	650	0,14036	3795,0	7,6349
	450	0,10779	3344,6	7,0854	700	0,14832	3910,3	7,7564

→ fortsættes

Tabel 10.13 c) Vanddamptabel, overheded damp (fortsættelse).

Tryk <i>p</i> bar	Tem- peratur <i>t</i> °C	Specifikt volumen <i>v</i> m ³ /kg	Specifik entalpi <i>h</i> kJ/kg	Specifik entropi <i>s</i> kJ/(kg · K)	Tem- peratur <i>t</i> °C	Specifikt volumen <i>v</i> m ³ /kg	Specifik entalpi <i>h</i> kJ/kg	Specifik entropi <i>s</i> kJ/(kg · K)
40	300	0,05883	2962,0	6,3642	550	0,09260	3558,6	7,2333
	350	0,06645	3095,1	6,5870	600	0,09876	3672,8	7,3680
	400	0,07338	3215,7	6,7733	650	0,10486	3787,9	7,4961
	450	0,07996	3331,2	6,9388	700	0,11090	3904,1	7,6187
	500	0,08634	3445,0	7,0909	750	0,11689	4021,4	7,7363
60	300	0,03614	2885,0	6,0692	550	0,06094	3539,3	7,0285
	350	0,04222	3045,8	6,3386	600	0,06518	3656,2	7,1664
	400	0,04738	3180,1	6,5462	650	0,06936	3773,5	7,2971
	450	0,05210	3303,5	6,7230	700	0,07348	3891,7	7,4217
	500	0,05659	3422,2	6,8818	750	0,07755	4010,7	7,5409
80	300	0,02426	2786,8	5,7942	550	0,04510	3519,7	6,8778
	350	0,02995	2989,9	6,1349	600	0,04839	3639,5	7,0191
	400	0,03431	3141,6	6,3694	650	0,05161	3759,2	7,1523
	450	0,03814	3274,3	6,5597	700	0,05477	3879,2	7,2790
	500	0,04170	3398,8	6,7262	750	0,05788	3999,9	7,3999
100	350	0,02242	2925,8	5,9489	600	0,03832	3622,7	6,9013
	400	0,02641	3099,9	6,2182	650	0,04096	3744,7	7,0373
	450	0,02974	3243,6	6,4243	700	0,04355	3866,8	7,1660
	500	0,03276	3374,6	6,5994	750	0,04608	3989,1	7,2886
	550	0,03560	3499,8	6,7564	800	0,04858	4112,0	7,4058
150	350	0,01146	2694,8	5,4467	600	0,02488	3579,8	6,6764
	400	0,01566	2979,1	5,8876	650	0,02677	3708,3	6,8195
	450	0,01845	3159,7	6,1468	700	0,02859	3835,4	6,9536
	500	0,02080	3310,4	6,3487	750	0,03036	3962,1	7,0806
	550	0,02291	3448,3	6,5213	800	0,03209	4088,6	7,2013
200	400	0,00995	2820,5	5,5485	650	0,01967	3671,1	6,6554
	450	0,01271	3064,3	5,9089	700	0,02111	3803,8	6,7953
	500	0,01477	3241,1	6,1456	750	0,02250	3935,0	6,9267
	550	0,01655	3394,1	6,3374	800	0,02385	4065,3	7,0511
	600	0,01816	3535,5	6,5043				

Tabel 10.14 Densitet for fugtig luft, ρ_m , mættede vanddampes tryk, p_m , absolut vandindhold, x_m , og specifik entalpi for fugtig luft, h_m , ved et totaltryk på 1 bar. Indeks m for mætningsstilstand.

Lufttemperatur t °C	Densitet ρ_m kg/m ³	Damptyk p_m mbar	Abs. vandindhold x_m g vand/kg tør luft	Specifik entalpi h_m kJ/kg tør luft
-40	1,494	0,129	0,080	-40,03
-35	1,463	0,224	0,139	-34,85
-30	1,433	0,380	0,237	-29,59
-25	1,404	0,633	0,394	-24,17
-20	1,376	1,033	0,643	-18,53
-16	1,354	1,506	0,938	-13,77
-10	1,323	2,60	1,620	-6,03
-8	1,312	3,10	1,933	-3,24
-6	1,302	3,69	2,30	-0,31
-5	1,297	4,02	2,51	1,22
-2	1,282	5,17	3,23	6,07
0	1,272	6,11	3,82	9,56
1	1,268	6,57	4,11	11,29
2	1,263	7,05	4,42	13,08
3	1,258	7,57	4,75	14,91
4	1,253	8,13	5,10	16,81
5	1,248	8,72	5,47	18,76
6	1,244	9,35	5,87	20,77
7	1,239	10,01	6,29	22,85
8	1,234	10,72	6,74	25,00
9	1,229	11,47	7,22	27,22
10	1,225	12,27	7,73	29,52
11	1,220	13,12	8,27	31,90
12	1,215	14,01	8,84	34,37
13	1,211	14,97	9,45	36,93
14	1,206	15,97	10,10	39,59
15	1,201	17,04	10,78	42,35
16	1,197	18,17	11,51	45,21
18	1,187	20,6	13,10	51,29
20	1,178	23,4	14,88	57,88
22	1,169	26,4	16,88	65,03
24	1,159	29,8	19,12	72,80
25	1,154	31,7	20,3	76,94
26	1,150	33,6	21,6	81,27
28	1,140	37,8	24,4	90,51
30	1,131	42,4	27,6	100,60
35	1,107	56,2	37,0	130,26
40	1,081	73,8	49,5	167,76
50	1,028	123,4	87,5	277,3
60	0,967	199,2	154,7	464,8
70	0,896	311,6	281,6	811,8
80	0,810	473,6	559,6	1564,8

Tabel 10.15 a) Emmisionstal for udvalgte tekniske overflader, normal (n) og hemisfærisk (h) (halvkugle), metaller.

Overflade	Emissionstal ε_n eller ε_h ved forskellige temperaturer i K				
	300	400	600	800	1000
Aluminium					
højglanspoleret	h	0,04	0,05	0,06	—
folie, blank	h	0,07	—	—	—
eloxeret	h	0,82	0,76	—	—
Krom, poleret	n	0,10	0,12	0,14	—
Kobber					
højglanspoleret	h	0,03	0,03	0,04	0,04
stabilt oxideret	h	—	—	0,5	0,58
Guld					
højglanspoleret	h	0,03	0,03	0,04	0,05
folie, blank	h	0,07	—	—	—
Nikkel					
poleret	h	—	—	0,09	0,11
stabilt oxideret	h	—	—	0,4	0,49
Platin, poleret	h	—	—	—	0,10
Sølv, poleret	h	0,02	0,02	0,03	0,05
Rustfrit stål					
poleret	n	0,17	0,17	0,19	0,23
renset	n	0,22	0,22	0,24	0,28
let oxideret	n	—	—	—	0,33
kraftigt oxideret	n	—	—	—	0,67
AISI 347					
stabilt oxideret	n	—	—	0,87	0,88
					0,89

Tabel 10.15 b) Emissionstal for udvalgte tekniske overflader, normal (n) og hemisfærisk (h) (halvkugle), ikke metaller.

Overflade	Temperatur °C	Emissionstal, ε
Absolut sort (h)	—	1,00
Aluminiumoxid (n)	300	0,69
Asbest, grå (h)	700	0,55
Asfalt (h)	1200	0,41
Beton (h)	40	0,96
Gips (h)	40	0,93
Glas, vindue (h)	40	0,94
Gummi (h)	20	0,80-0,90
Granit, slebet (h)	20	0,94
Hud (h)	40	0,86-0,94
Is, glat (h)	60-120	0,42
Is, glat (n)	25	0,95
Is, rim (h)	0	0,92
Jord, pløjet (h)	0	0,966
Kalkmørtel (h)	0	0,985
Kridt, slemmet (h)	—	0,37
Maling (h)	—	0,92
alu-bronze	—	0,30
hvid, acryl	20	0,27-0,62
hvid, lak	20	0,90
mønje	20	0,80-0,95
oliemaling	100	0,93
sort mat	20	0,92-0,96
Marmor, slebet (h)	20	0,97
Papir, hvidt (h)	20	0,93
Pyrex (n)	20	0,93
Silicium carbid (n)	20	0,82
Sne (h)	300	0,87
Træ, høvlet fyr (h)	0	0,82-0,90
Teqlsten, rød (h)	20	0,82
Tagpap (h)	18-30	0,94
Teflon (h)	20	0,93
Tøj (h)	25	0,85
Vand (> 0,1 mm) (h)	25	0,75-0,90
Vegetation (h)	20	0,96
	25	0,92-0,96

Tabel 10.16 Erfaringsmæssige foulingfaktorer /9.2/, /9.3/.

Fluid	Foulingfaktor, R_f $10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}$
Havvand og behandlet kedelfødevand (under 50 °C)	0,1
Havvand og behandlet kedelfødevand (over 50 °C)	0,2
Flodvand (under 50 °C)	0,2-0,1
Rustlag på vandside af varmeveksler	0,12
Kedelsten på vandside af varmeveksler	0,23
Fuelolie	0,9
Kølemedler	0,2
Oliefilm på kølemiddelside af varmeveksler	0,35
Damp (oliefrei)	0,1

Tabel 10.17 Erfaringsmæssige varmegennemgangstal, U /9.2/.

Fluidkombination	U $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$
Vand til vand, tvungen strømning	500-3000
Vand til olie, tvungen strømning	100-350
Dampkondensator (vand i rør)	1000-6000
Ammoniakkondensator (vand i rør)	500-1500
Rubberørvarmeveksler (luft udvendigt tværstrøm, vand indvendigt)	10-50
Lamelvarmeveksler (luft udvendigt tværstrøm, vand indvendigt)	10-80
Varmeveksler, fri strømning luft udvendigt, tvungen strømning væske indvendigt	5-15

Tabel 10.18 a) Damptabel for kølemidlet R134a ($C_2H_2F_4$) /9.2/.

Temperatur <i>t</i> °C	Tryk <i>p</i> bar	Specifikt volumen		Specifik entalpi		Fordampnings- entalpi
		Væske <i>v'</i> dm ³ /kg	Damp <i>v''</i> m ³ /kg	Væske <i>h'</i> kJ/kg	Damp <i>h''</i> kJ/kg	<i>r</i> = <i>h''</i> - <i>h'</i> kJ/kg
-50	0,299	0,692	0,5957	138,4	366,6	228,6
-45	0,396	0,698	0,4582	144,2	369,7	225,6
-40	0,516	0,705	0,3569	150,0	372,9	222,9
-35	0,665	0,713	0,2813	155,9	376,0	220,1
-30	0,847	0,720	0,2241	161,9	379,1	217,2
-28	0,930	0,723	0,2052	164,4	380,4	216,0
-26	1,020	0,726	0,1882	166,8	381,6	214,8
-24	1,116	0,730	0,1728	169,3	382,8	213,6
-22	1,219	0,733	0,1590	171,7	384,1	212,3
-20	1,330	0,736	0,1464	174,2	385,3	211,0
-18	1,448	0,739	0,1350	176,8	386,5	209,8
-16	1,575	0,743	0,1247	179,3	387,7	208,4
-14	1,710	0,746	0,1153	181,8	388,9	207,1
-12	1,854	0,750	0,1068	184,4	390,1	205,8
-10	2,007	0,753	0,0990	186,9	391,3	204,4
-8	2,170	0,757	0,0919	189,5	392,5	203,0
-6	2,344	0,761	0,0854	192,1	393,7	201,6
-4	2,527	0,764	0,0794	194,7	394,9	200,2
-2	2,722	0,768	0,0739	197,4	396,1	198,7
0	2,928	0,772	0,0689	200,0	397,2	197,2
2	3,146	0,776	0,0643	202,7	398,4	195,7
4	3,376	0,780	0,0600	205,3	399,5	194,2
5	3,496	0,782	0,0580	206,7	400,1	193,4
6	3,619	0,784	0,0561	208,0	400,7	192,6
8	3,876	0,788	0,0525	210,7	401,8	191,1
10	4,145	0,793	0,0491	213,4	402,9	189,5
15	4,883	0,804	0,0418	220,3	405,7	185,4
20	5,716	0,816	0,0358	227,2	408,3	181,1
25	6,653	0,828	0,0307	234,3	411,0	176,6
30	7,701	0,842	0,0265	241,5	413,5	172,0
35	8,868	0,856	0,0229	248,8	415,9	167,1
40	10,164	0,871	0,0199	256,2	418,2	162,0
45	11,597	0,888	0,0173	263,7	420,4	156,7
50	13,176	0,906	0,0150	271,4	422,5	151,0
55	14,912	0,926	0,0131	279,3	424,3	145,0
60	16,813	0,949	0,0114	287,4	426,0	138,6
65	18,893	0,974	0,0099	295,7	427,3	131,6
70	21,162	1,003	0,0086	304,3	428,4	124,1
75	23,634	1,036	0,0075	313,3	429,0	115,7
80	26,324	1,077	0,0065	322,7	429,1	106,4

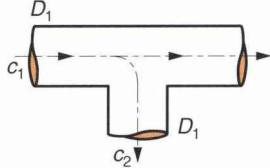
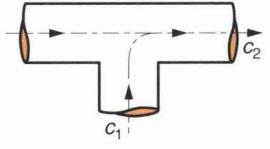
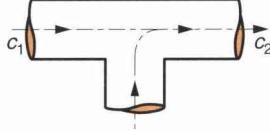
Tabel 10.18 b) Dæmptabel for kølemidlet R 717 (NH_3) /9.2/.

Temperatur <i>t</i> °C	Tryk <i>p</i> bar	Specifikt volumen		Specifik entalpi		Fordampnings- entalpi
		Væske <i>v'</i> dm ³ /kg	Damp <i>v''</i> m ³ /kg	Væske <i>h'</i> kJ/kg	Damp <i>h''</i> kJ/kg	<i>r</i> = <i>h''</i> - <i>h'</i> kJ/kg
-50	0,408	1,424	2,6247	-23,6	1391,1	14147
-45	0,545	1,436	2,0044	-1,6	1399,3	1400,9
-40	0,717	1,449	1,5512	20,3	1407,3	1387,0
-35	0,931	1,462	1,2150	42,4	1415,0	1372,6
-30	1,195	1,475	0,9625	64,7	1422,5	1357,8
-28	1,315	1,481	0,8795	73,6	1425,4	1351,8
-24	1,587	1,492	0,7378	91,5	1431,1	1339,6
-20	1,901	1,504	0,6227	109,4	1436,6	1327,1
-18	2,076	1,509	0,5734	118,4	1439,2	1320,8
-16	2,263	1,515	0,5287	127,4	1441,8	1314,4
-14	2,464	1,521	0,4881	136,4	1444,4	1307,9
-12	2,679	1,527	0,4512	145,5	1446,9	1301,4
-10	2,908	1,534	0,4177	154,5	1449,3	1294,8
-8	3,152	1,540	0,3871	163,6	1451,7	1288,1
-6	3,412	1,546	0,3592	172,7	1454,1	1281,4
-4	3,688	1,553	0,3337	181,8	1456,3	1274,6
-2	3,982	1,559	0,3104	190,9	1458,5	1267,7
0	4,294	1,566	0,2890	200,0	1460,7	1260,7
2	4,625	1,573	0,2694	209,1	1462,8	1253,7
4	4,975	1,580	0,2513	218,3	1464,8	1246,5
5	5,158	1,583	0,2428	222,9	1465,8	1243,0
6	5,345	1,587	0,2347	227,5	1466,8	1239,3
8	5,737	1,594	0,2194	236,7	1468,7	1232,1
10	6,150	1,601	0,2053	245,9	1470,6	1224,7
15	7,285	1,619	0,1746	268,9	1474,9	1205,9
20	8,574	1,639	0,1493	292,2	1478,8	1186,6
25	10,031	1,659	0,1283	315,5	1482,2	1166,7
30	11,669	1,680	0,1107	339,0	1485,2	1146,2
35	13,504	1,702	0,0959	362,6	1487,7	1125,1
40	15,549	1,726	0,0835	386,5	1489,7	1103,2
45	17,820	1,750	0,0728	410,6	1491,1	1080,5
50	20,331	1,777	0,0638	434,9	1491,9	1057,0
55	23,100	1,805	0,0560	459,5	1492,1	1032,5
60	26,143	1,834	0,0493	484,5	1491,6	1007,0

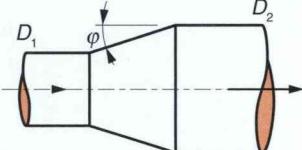
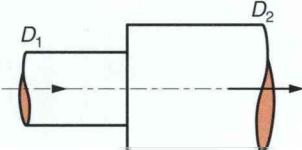
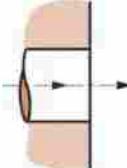
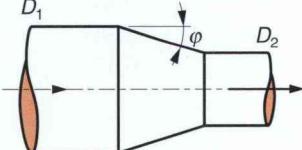
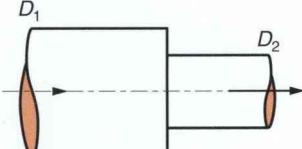
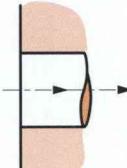
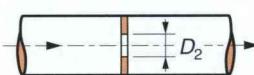
Tabel 10.19 Ruhed for forskellige rør og overflader. Nye, rene rør hvis ikke andet opgives

Rørart, materiale	Ruhed k_s mm
Glatte rør Trukne rør af aluminium, messing, kobber, glas og diverse kunststoffer	0,001-0,005
Stålør Trukne stålør Svejste stålør, nye Svejste stålør, med afsætning Galvaniserede stålør, nye Galvaniserede stålør, med afsætning	0,01-0,05 0,03-0,15 0,15-3,0 0,1-0,2 0,5-1,0
Plastrør PVC og PE, d < 200 mm PVC og PE, d > 200 mm GAP	0,01 0,05 0,05-0,2
Betonrør Centrifugalstøbte rør Vibrerede betonrør Normale betonrør Primitive betonrør	0,1-0,3 0,2-0,8 0,3-1,5 0,5-3,0
Diverse Glitpudsede betonkanaler Rå betonkanaler	0,3-1,0 1,0-5,0

Tabel 10.20 Modstandstal for enkeltkomponenter.

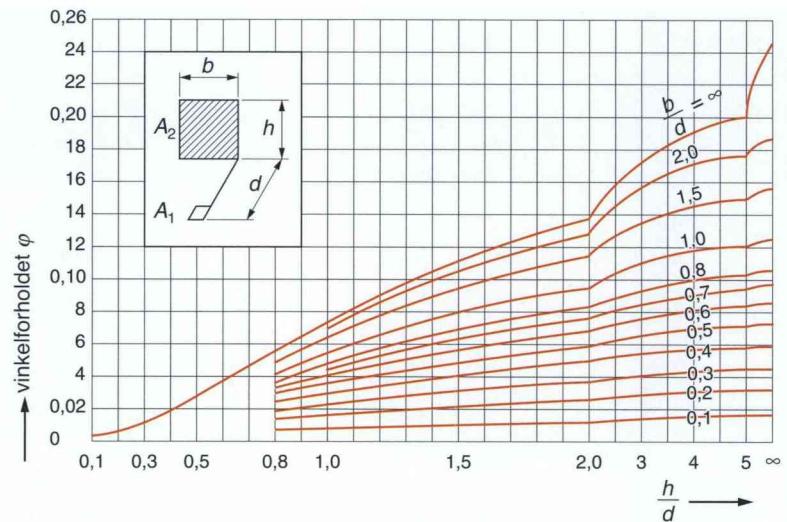
Komponent	Skitse	Parameter	Modstandtal ζ	Bemærkning
Afgrening skarpkantet		$c_2/c_1 = 0,5$ 1,0 2,0 3,0	4,5 1,5 0,7 0,6	ζ refererer til hastigheden i afgrening
Tilløb skarpkantet		$c_1/c_2 = 0,6$ 0,8	0,5 0,8	ζ refererer til hastigheden i tilløb
Gennemløb skarpkantet		$c_1/c_2 = 0,2$ 0,6 0,8	0,2 0,4 0,5	ζ refererer til hastigheden efter T
Bøjning 90 °		$R/D = 1$ 2 4 6	0,40 0,30 0,28 0,33	$\zeta_\delta = \zeta_{90^\circ} \delta/90^\circ$

Tabel 10.21 Modstandstal i tværsnitsændringer.

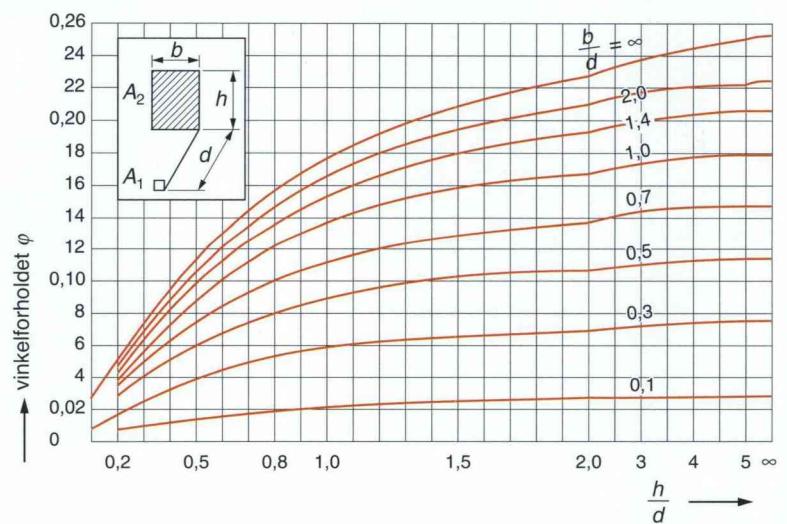
Komponent	Skitse	Diameter-forhold	Modstands-tal	Bemærkning
Udvidelse		D_2/D_1	ζ	ζ refererer til c_2
Gradvist		1,2 1,4 1,6 1,8 2,0	0,1 0,2 0,5 1,5 2,5	$4^\circ \leq \varphi \leq 10^\circ$
Brat		1,2 1,4 1,6 1,8 2,0	0,2 0,9 2,5 5,0 9	$\zeta = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2$
Udstrømning			1,0	
Indsnævring		D_1/D_2	ζ	ζ refererer til c_2
Gradvist		1,2 1,4 1,6 1,8 2,0	0,02 0,04 0,04 0,05 0,06	$4^\circ \leq \varphi \leq 10^\circ$
Brat		1,2 1,4 1,6 1,8 2,0	0,20 0,30 0,35 0,40 0,45	$\zeta = a \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2$ $a = 0,6$ for $A_2/A_1 \approx 0$ $a = 1,0$ for $A_2/A_1 = 0,3$ $a = 1,5$ for $A_2/A_1 > 0,6$
Indstrømning		skarpkant brudt kant afrundet	0,5 0,25 0,03	
Blænde skarpkantet		1,2 1,4 1,6 1,8 2,0	0,2 0,4 0,6 0,75 0,9	

Tabel 10.22 Ligninger til beregninger af standardprocesser, se kapitel 2.

Størrelse	$w_{V12} = - \int p \, dv$	q_{12} ($w_{diss12} = 0$)	$w_{t12} = \int v \, dp$	$s_2 - s_1$
Proces	Volumenændringsarbejde J/kg	Varme J/kg	Teknisk reversibelt arbejde J/kg	Specifik entropi J/(kg · K)
v	$\frac{p}{T} = k$ isokor	$= 0$	$= c_V(T_2 - T_1)$	$= R_i(T_2 - T_1)$ $= v(p_2 - p_1)$
p	$\frac{v}{T} = k$ isobar	$= p(v_1 - v_2)$ $= R_i(T_1 - T_2)$	$= h_2 - h_1$ $= c_p(t_2 - t_1)$	$= 0$ $= c_p \ln T_2/T_1$ $= \kappa c_V \ln T_2/T_1$
T	$pv = k$ isoterm	$= R_i T \ln v_1/v_2$ $= p_1 v_1 \ln p_2/p_1$ $= R_i T \ln p_2/p_1$	$= -w_{V12}$	$= w_{V12}$ $= R_i \ln p_1/p_2$
s	$pv^\kappa = k$ $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ isenstrop	$= \frac{p_1 v_1}{\kappa-1} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$ $= \frac{p_1 v_1}{\kappa-1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1\right)$ $= \frac{R_i}{\kappa-1} (T_2 - T_1)$ $= c_V(T_2 - T_1)$	$= 0$	$= \kappa w_{V12}$ (w_{V12} beregnes som vist til venstre herfor) $= 0$
n	$pv^n = k$ $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$ $n = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{p_2}{p_1} - \ln \frac{T_2}{T_1}}$	$= \frac{p_1 v_1}{n-1} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)$ $= \frac{p_1 v_1}{n-1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right)$ $= \frac{R_i}{n-1} (T_2 - T_1)$ $= c_V \frac{n-\kappa}{n-1} (T_2 - T_1)$	$= n w_{V12}$ (w_{V12} beregnes som vist til venstre herfor)	$= c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R_i \ln \frac{p_2}{p_1}$ $= c_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R_i \ln \frac{v_2}{v_1}$ $= c_p \frac{\kappa-n}{n-1} \ln \frac{T_1}{T_2}$
	polytrop			

Diagram 10.23 Vinkelforholdet, φ , for stråling mellem flader /10.1/.

Stråling fra en lille, plan flade A_1 , vinkelret på en større flade A_2 i afstanden d .



Stråling mellem en lille, plan flade A_1 i afstanden d fra en større, parallel flade A_2 .

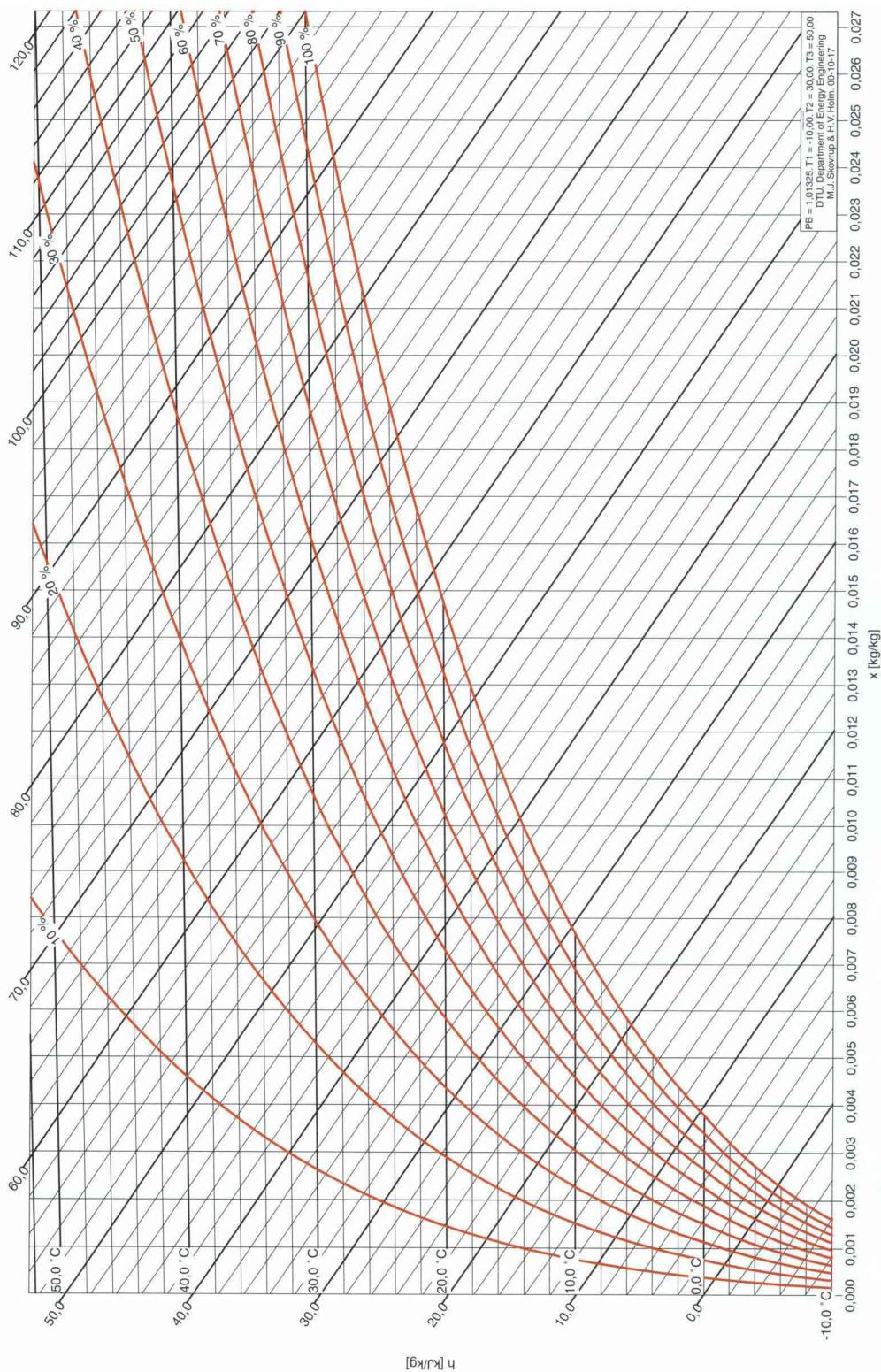
Diagram 10.24 h,x -diagram for fugtig luft ved 1013 mbar.

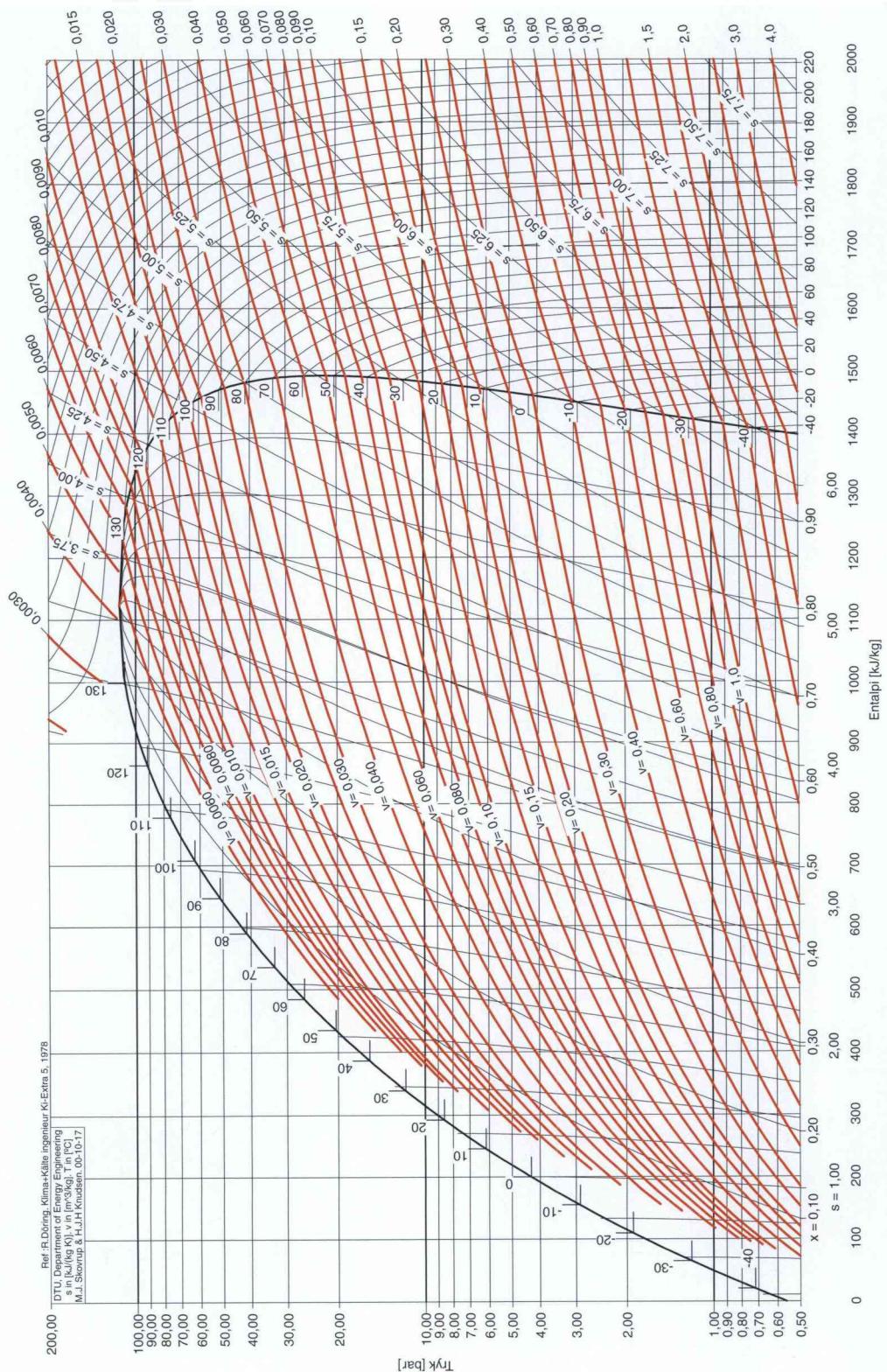
Diagram 10.25 log p,h-diagram for kølemidlet ammoniak, NH₃, R717 /5.3/.

Diagram 10.26 log p,h-diagram for kølemedlet R134a /5.3/.

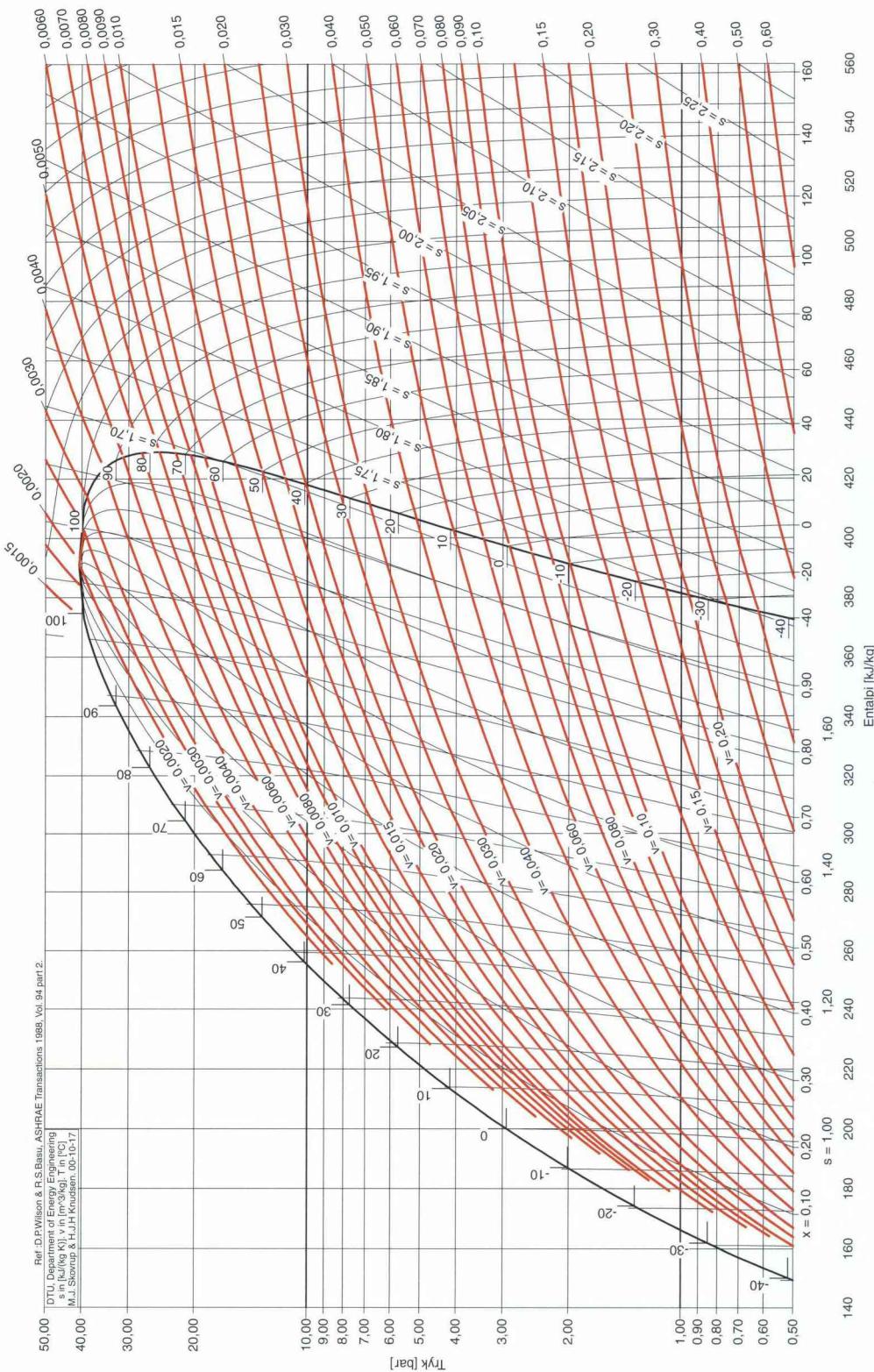
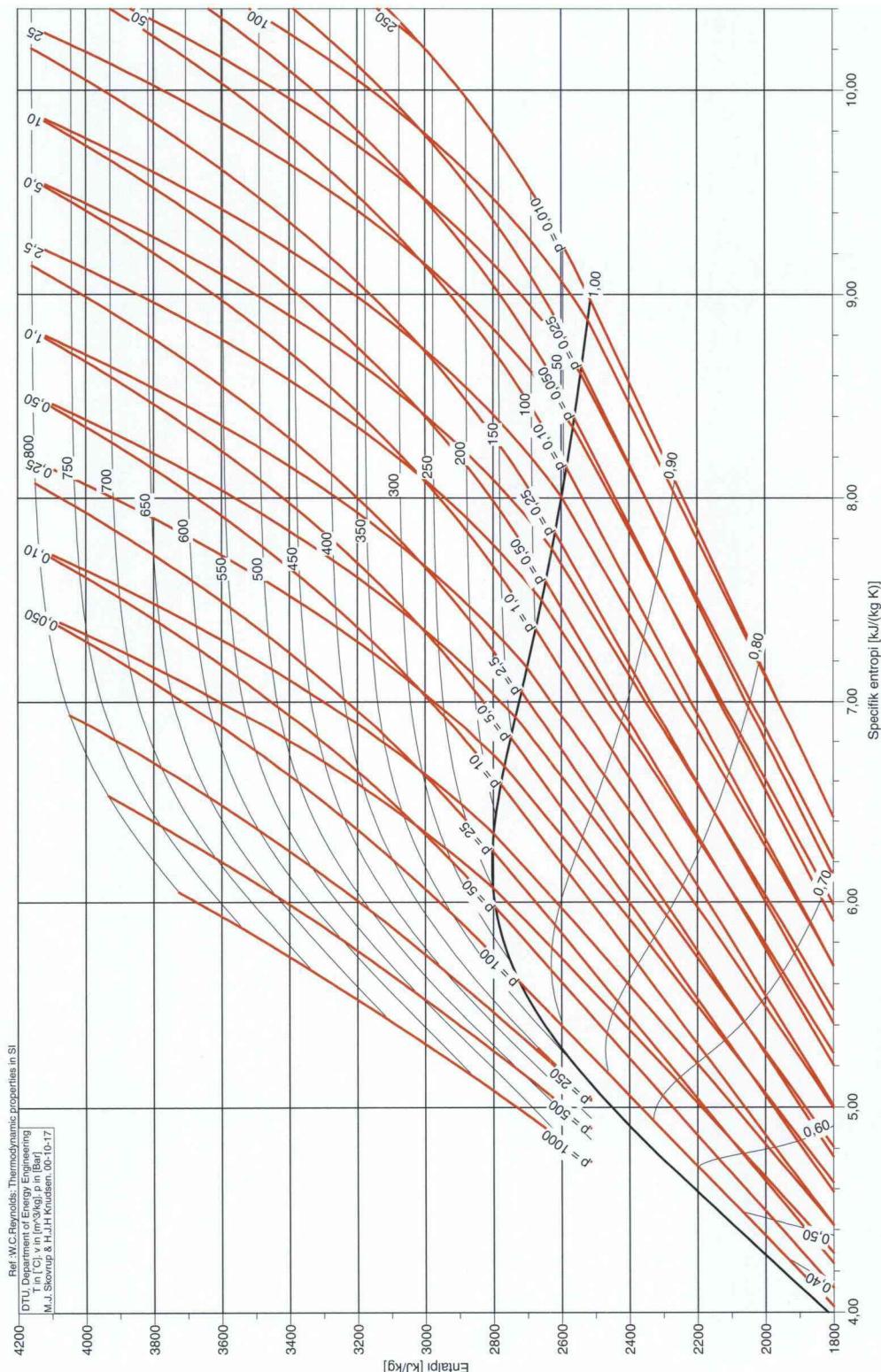


Diagram 10.27 h,s -diagram for vanddamp, R718 /5.3./.

Symboloversigt

a	m^2/s	Temperaturleddetal	H, h	m	Højde
a	–	Absorptionsforhold	H_n	kJ/kg	Brændværdi, nedre
a	m/s	Lydhastighed	H_o	kJ/kg	Brændværdi, øvre
a	m/s^2	Acceleration	h_{l+x}	J/kg	Specifik entalpi per kg tør luft
A	m^2	Areal	k	–	Konstant
B	$\text{N} \cdot \text{s}$	Bevægelsesmængde	K	–	Konstant
C	–	Konstant, faktor	k_s	m	Overfladeruhed
C	$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$	Strålingskonstant	k_v	m^3/h	k_v -værdi
C	W/K	Kapacitetsstrøm	k_ϕ	–	Kølegrad
c	m/s	Hastighed	L	m	Længde, rørlængde
c	$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	Specifik varmekapacitet	L	–	Luftforbrug (forbrænding)
c_p	$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	Specifik varmekapacitet, konstant tryk	L	m	Karakteristisk længde, jf. Nu og Re
c_v	$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	Specifik varmekapacitet, konstant volumen	m	kg	Masse
			m	$\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$	Isolans
D	m	Diameter	M	kg/kmol	Molmasse
d	m	Diameter	Ma	–	Machtallet
d	–	Diffusionsforhold	N_A	–	Avogadros tal
d_h	m	Hydraulisk diameter	n	–	Polytropesponent
E	J	Energi	n	kmol	Molmængde
\dot{E}	W	Energistrøm	Nu	–	Nusselts tal
e	J/kg	Specifik energi	O	m	Væskeberørt omkreds, jf. d_h
F	N	Kraft	O_{\min}	–	Iltforbrug (forbrænding)
Gr	–	Grashofs tal	P_t	W	Teknisk reversibel effekt
g	m^2/s	Tyngdeacceleration	P_i	W	Indre (aksel-)effekt
h	J/kg	Specifik entalpi	Pr	–	Prandtls tal ($= \eta \cdot c_p / \lambda$)
H	J	Entalpi	p	Pa, bar	Tryk

Q	kJ	Varmeenergi	w_t	J/kg	Specifikt teknisk (reversibelt) arbejde
q_v	m^3/s	Volumenstrøm	w_V	J/kg	Specifikt volumenændringsarbejde
q_m	kg/s	Massestrøm	x	—	Dampindhold
q	J/kg	Specifik, tilført varme	x	—	Absolut vandindhold i fugtig luft
q	W/m^2	Varmeflux	x	m	Strækning
R_i	$J/(kg \cdot K)$	Gaskonstant	Z	—	Kompressibilitetsfaktor
R_m	$J/(kmol \cdot K)$	Universel gaskonstant	z	m	Højde, i tyngdefelt
R_g	K/W	Varmegennemgangsmodstand			
R_l	K/W	Varmeovergangsmodstand ved varmeledning			
R_o	K/W	Varmeovergangsmodstand ved varmeovergang (α)			
R_s	K/W	Varmeovergangsmodstand ved smudslag (fouling)	Græske		
Re	—	Reynolds tal	α	$W/(m^2 \cdot K)$	Varmeovergangstal
Ra	—	Rayleighs tal	α	—	Længdeudvidelseskoefficient
r	—	Volumenandel	β	K^{-1}	Dysekoefficient
r_f	—	Arbejdsforhold	σ	$W/(m^2 \cdot K^4)$	Volumenudvidelseskoefficient
r	—	Reflektionsforhold	δ	m	Stefan Boltzmann's konstant
r	kJ/kg	Fordampningsentalpi	μ	—	Godstykkelse
r, R	m	Radius	Δ	—	Massebrøk
S	J/K	Entropi	η	—	Differens, forskel
s	$J/(kg \cdot K)$	Specifik entropi	η_V	—	Virkningsgrad
s	m	Vejlængde	η	kg/(m · s)	Volumetrisk virkningsgrad
T	N	Vægt	ε	—	Dynamisk viskositet
T	K	Absolut temperatur	ε	—	Effektfaktor
t	°C	Temperatur	ε	—	Emissionstal
t_d	°C	Luftens dugpunkt	ζ	—	Kompressionsforhold
t_m	*C	Mætningstemperatur	τ	s	Korrektionsfaktor, krydsstrøm
U	$W/(m^2 \cdot K)$	Varmegennemgangstal	φ	—	Modstandstal
U	J	Indre energi	φ	—	Tid
u	J/kg	Specifik indre energi	φ	—	Relativ fugtighed
V	m^3	Volumen	κ	—	Vinkel
V_{mn}	$m^3/kmol$	Molare normalvolumen	λ	$W/(m \cdot K)$	Vinkelforhold
v	m^3/kg	Specifik volumen	λ	—	Vinkel
W	J	Arbejde	λ	—	Isentropeksponent
W_{diss}	J	Frikitionsarbejde	v	m^2/s	Varmekonduktivitet
W_i	J	Indre arbejde (positiv ved tilført arbejde)	ρ	kg/m^3	Rørfraktionstal
W_t	J	Teknisk reversibelt arbejde	Φ	W	Luftoverskudstal
w_{diss}	J/kg	Specifik friktionsarbejde			Kinematisk viskositet
w_g	J/kg	Specifik tilført arbejde			Densitet
w_i	J/kg	Specifik tilført indre arbejde			Varmestrøm
					Indices:
			atm	Atmosfære	
			a	Aksel	
			af	Afgivet	

b	Brændsel	m	Mætning
bl	Blanding	m	Middelværdi
car	Carnot	n	Nedre
d	Partial (partialtryk)	n	Normal (-kubikmeter)
d	Dugpunkt	o	Overtryk
D	Damp	p	Potentiel
diss	Dissipation (friktion, gnidning)	p	Tryk
e	Enkeltmodstande	P	Pumpe
f	Flyve	R	Resulterende
f	Fugtig (fugtig luft)	R	Kølemiddel
fl	Fluid	s	Isentrop
film	Film, f.eks. ved grænselagsfilm	s	Smuds (Fouling)
g	Samlet	t	Teknisk
g	Frysepunkt	t	Termisk
h	Hydraulisk, f.eks. d_h	T	Turbine
H	Højtryk	til	Tilført
i	Indvendig	turb	Turbulent
i	Indre	u	Udvendig
k	Kredsproces	u	Undertryk
k	Kold	V	Volumen (-ændring)
k	Kondenseringstilstanden	v	Vand
K	Kompressor	v	Varm
kr	Kritisk	v	Væg
L	Luft	x	Vilkårligt tal
L	Lavtryk	y	Ydre
L	Laval	0	Fordampningstilstanden
lam	Laminar	1	Ved indløb
m	Masse	2	Ved udløb

Litteratur

- /1.1/ Cerbe, Günter; Hoffmann, Hans-Joachim
Einführung in die thermodynamik
Carl Hanser Verlag 1994
- /1.2/ Çengel, Yunus A.; Boles, Michael A.
Thermodynamics, An Engineering Approach
McGraw-Hill, 1994
- /3.1/ Nørretranders, Tor
Mærk Verden
Gyldendal, 1991
- /4.1/ Kalide, Wolfgang
Kraft- und Arbeitsmaschinen, 7.Auflage
Carl Hanser Verlag 1989
- /4.2/ Kalide, Wolfgang
Technische Strömungslehre
Carl Hanser Verlag 1990
- /4.3/ Thøgersen, Leif Kirk; et al.
Varme Ståbi, 3. udgave
Ingiøren|bøger 2000
- /4.4/ Hansen, H.E.; Kjerulf-Jensen, P.; Stampe, Ole B.
Varme- og klimateknik, Grundbog, 2. udgave
Danvak ApS 1997

- /4.5/ Munson; Bruce; et al.
Fundamentals of Fluid Mechanics, sixth edition
 Wiley 2010
- /4.6/ Lauritsen, Aage Birkkjær
Strømningsmaskiner og rørdimensionering
 Januar 2006, IHA
- /5.1/ Baehr, Hans Dieter
Thermodynamik, 3. Auflage
 Springer-Verlag 1973
- /5.2/ Grigull, Ulrich; Schmidt, Ernst
Properties of Water and Steam in SI-Units, 4. printing
 Springer-Verlag 1989
- /5.3/ Skovrup, M.; et al.
Refrigeration Utilities
 IT-program 1998
<http://www.ipu.dk/Indhold/koele-og-energiteknik/CoolPack.aspx>
- /8.1/ Bech, Nicolai; Dahlin, Jørgen
Forbrænding, teori og praksis, bind 2
 Polyteknisk Forlag 1988
- /8.2/ Krex, H.
Maskinståbi, 3. udgave
 Teknisk Forlag 1999
- /8.3/ ISO-6976
 First edition 1983-12-15
- /8.4/ DIN 4702, Teil 2
- /8.5/ DIN 1872
- /9.1/ VDI Wärmeatlas, 4. Auflage
 VDI-Verlag 1984
- /9.2/ Gundtoft, Søren; Lauritsen, Aage Birkkjær
Køleteknik
 Teknisk Forlag 1998
- /9.3/ Incropera, Frank P.; DeWitt, David P.
Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 4. Edition
 John Wiley & Sons 1996

- /9.4/ Hell, Friedrich
Grundlagen der Wärmeübertragung
VDI-Verlag 1982
- /9.5/ Kristensen, H. Sastrup
Formler til varmetransmission
Polyteknisk Forlag 1985
- /9.6/ DS 418, 7. udgave
Beregning af bygningers varmetab
Dansk Standard 2011
- /10.1/ Stampe, Ole B.
Glent Ventilation
Glent & Co A/S 1977

Stikord

0. hovedsætning, varmelærens 33
1. hovedsætning 43, 47-48
2. hovedsætning,
 varmelærens 105, 108
10-tals-systemet 30

A

absolut skala 34
absolut tryk 32
absorptionsforhold 323
accelerationstryktab 140
adiabatisk ekspansion 197
adiabatisk flammetemperatur 293
adiabatisk system 43, 82
adiabatisk virkningsgrad 198
affugtning 257
afkøling, fugtig luft 257
afkølingsforløb 57
afløsning 167
akseleffekt 55, 139, 151, 198, 229
 – kompressor 202
 – turbine 197
akselvirkningsgrad,
 isentropisk 198
aksial-turbokompressor 201, 210
ammoniak 230
anergi 124
anlægskarakteristik 152-153, 157

arbejde 30, 44
 – indre 197-198, 202-203
 – reversibelt 197, 202-203
 – teknisk 197, 202
 – teknisk reversibelt 56
arbejdsforholdet 210
arbejdsgrad 210
arbejdsligningen 133, 140, 159,
 197, 202, 232
arbejdsprocesser 129
arbejdsstempel 238-239
aritmetisk middeltemperatur-
 differens 340
askefri basis 276
askeindhold 276
atmosfærisk indeklima 248
Avogadro 69-70

B

basisdimension 29
bedstpunkt 151, 154
befugtningsvirkningsgrad 261
benzinmotor 233
Bernoullis ligning 134
blandekamre 249, 259
Blasius 142
bombekalorimeter 274
Boyle-Mariottes lov 69
brænderbelastning 292
brændkammer 208, 210

brændsler
 – faste 275, 280, 284, 292
 – flydende 275, 280, 284
 – fossile 271
 – gasformige 277, 282, 286
brændstoffer 274
brændværdi 216, 274
butan 230, 278

C

Carnot-kredsprocessen 238
Carnots kredsproces 97-99, 111,
 121
carnotvirkningsgraden 112
celsiusskalaen 34
centrifugalkompressor 200
centrifugalpumpe 150-152,
 231-232
CFC-kølemidler 230
Charles' lov 69
chokbølge 167
Clausius-Rankine-proces 221
Combined Cycle 224
Coolpack 189, 226, 230
COP 229

D

Daltons lov 246
damp
 – mættet 176
 – overhededet 177
 – tørmættet 176, 179

dampbefugter 260
dampindhold 182
dampkraftanlæg 175, 184, 195,
213, 222-223
dampkraftværk 107
dampstempelmaskine 213
damptabeller 185
damptyk 255
damptykkurve 250
dampturbiner 208, 213, 219
delvolumen 246
densitet 70, 130
dieselmotor 85, 87, 233
dieselproces 237
differentiale, eksakt 45
diffusor 159-160, 167
diffusoryirkning 167
dimension, basis- 29
dissipation 46, 134
dissipationsarbejde 80, 134
dissociation 293
dobbeltørtsvarmeveksler 337
driftspunkt 150, 152-153
drivhuseffekt 273
drøvelventil 225, 228
drøvling 188
duglinje 179, 185
dugpunkttemperatur 250, 257
dynamisk led 153-154
dysehastighed 211
dysehastighedskoefficient 161
dysekoefficient 161, 165
dyser 159
dysestrømning 159
dysevirkningsgrad 162, 165

E

effekt 139
– indfyret 216, 292, 294
effektfaktor 91, 99, 229, 231
efterekspansion 167
eksakt differentiale 45
ekspansion, adiabatisk 197
ekspansionsforløb 83, 198
ekspansionsproces 40
ekspansionsstrømning 159
ekspansionsventil 225, 228-229
ekstensive tilstandsstørrelser 34
el-effekt 229
el-virkningsgrad 222
elektromagnetiske bølger 321
elementaranalyse 275-276, 282

emissionstal 323
enatomige gasser 68, 72
energi
– indre 47, 57, 74
– potentiel 41, 55
energiakkumulator 42
energibalancen 22, 43, 54, 264
energibalanceligning 24
energibevarelse 105
energienhed 46
energiforbrug 125, 140
energiforsyning 271
energikilder 273
energikvalitetsforringelse 42
energilagre, termiske 106
energiligningen 137,
196-197, 202
– strømningsproces 133
energilinje 138
energiniveau 137-138
energiomsætning 196
energiregnskab 137
energisaldo 47
energistrøm 23, 25
energitab 137
energitekniske anlæg 195
energitekniske systemer 19-20
enhedsanalyse 31
enkeltmodstande 141, 143-144
entalpi 74
– fugtig luft 254
– specifik 55
entropi
– definition 109
– specifik 109, 181
entropiregnskab 114
entropiændring 109
Eulers hovedligning 151
evighedsmaskine 47
evighedsmaskiner af 2. grad 117
exergi 124

F

fahrenheit-skalaen 34
faseskift 175
filmtemperatur 312-313
firetaktsprincippet 233
fjernvarmekedel 294
fjernvarmeveksler 214, 220
fleratomige gasser 68, 72
flertrinskompression 204

fluid 31
fluider
– inkompresible 130, 134
– kompressible 130, 134
flydeegenskaber 275
fødepumpe 213
forbrænding 271
– ufuldstændig 282
forbrændingsberegnung 279
forbrændingsmotor 106, 233
forbrændingsproces 272, 275
forbrændingsprodukter 284, 286
fordamper 20, 225, 229
fordampning 175
fordampningsentalpi 177, 275
fordampningsproces 176, 181
fordampningstemperatur 230
fordampningstryk 228
forskydningsspænding 131
fortrængerstempel 238-239
fortrængningsmaskine 200
fortrængningspumpe 231
fossile brændsler 271
fotosyntese 271
fouling 332
fouling-modstande 301
foulingfaktor 332
Fouriers lov 302
fremdriftskraft 211
freon-gasser 230
fri konvektion 317
friktion 40-41, 46
frikitionsarbejde 46, 197, 199,
202, 232
friktionstab 136
frikionstal 141
frikionstryktab 141, 143
frikitionsvarme 182
frysetørring 178
fugtig luft 248
fyringsproces 216
fyringstekniske karakteristika 275

G

gas, ideal 38, 67, 74-75, 175
gasblandinger 245
gaskonstant 199, 206
– individuel 68, 70
– middel 247
– universel 68, 70

- gasser**
 – enatomige 68, 72
 – fleratomige 68, 72
 – toatomige 68, 72
gasturbineanlæg 195, 207-209
Gay-Lussacs lov 69
gnidningsmodstand 46
grænselag 308-309, 312
Grashofs tal 311, 317
- H**
***h,s*-diagram** 126, 184-186
***h,x*-diagram** 255
hastighedsfordeling 131, 133
hastighedshøjde 137-138
hastighedsprofil 133
hermetisk kompressor 228
heterogen system 43
homogen system 43
hvirveldannelse 46
hvirveltab 197, 202
hydraulisk diameter 311, 315
hydrauliske systemer 135
højdetryktab 140
højtryksturbine 214
- I**
ideal gas 38, 67, 74-75, 175
iltforbrug, minimalt 282-283
impuls 168
impulskræfter 170
impulsligningen 168-169, 211
indblæsningstilstand 264-265
indeklima 248
indfyret effekt 216, 292, 294
indløbsstrækning 314
indre arbejde 197-198, 202-203
indre effekt 139
indre energi 47, 57, 74
indsprøjtningsforhold 237-238
indstråling 323
infrarøde stråler 322
injektionskøling 204
inkompressible fluider 130, 134
instationær proces 57
intensive tilstandsstørrelser 35
intercooling 204
irreversibel proces 39
irreversibilitet 98
isentrop 79
isentropeksponent 73, 79
- isentropisk**
 akselvirkningsgrad 198
isentropisk virkningsgrad 198
isobar 77
isokor 76
isolert system 43
isoterm 78
iterationsberegning 342
- J**
jetmotor 210
jordvarmeanlæg 21
Joule-proces 208
- K**
***k_v*-værdi** 143, 148
kapacitetsstrøm 340-341
karakteristisk længde 310, 314
kedel 216
 – kondenseret 293
kedelfødepumpe 232
kedelvirkningsgrad 216, 219
kelvinskalaen 34
Kirchoffs lov 323
kogelinje 179, 185
kogepunkt 177
kompressibilitetsfaktor 178
kompressible fluider 130, 134
kompression, adiabatisk 202
kompressionsforhold 234-235,
 240
kompressionskøleanlæg 224
kompressionsproces 44
kompressionsstrømning 159
kompressor 20, 22, 200, 204, 226
 – hermetisk 228
koncentriske rør 316, 343, 346
kondensator 20, 213, 215, 217,
 225-226
kondensatorydelse 217
kondensering 177
kondenseringstemperatur 219,
 228, 230
kondenseringstryk 228
kontaktmodstand 301, 332
kontinuitetsligningen 132
kontrolflade 23, 25, 54, 60
kontrolmasse 43
kontrolløften 43
konvektion 300, 312
konvektionstab 216
korntørningsanlæg 263
- kraftproduktion** 299
kraftvarmeanlæg 21
kraftvarmeværk 219
kredsproces 84, 195, 208
 – Carnot 97, 99, 121, 238
 – køleanlæg 90
kritisk punkt 177, 179
kritisk temperatur 177
kritisk tryk 164, 177
krydsstrøm 338, 341-342
kulbrinter 230, 283
kuldehydelse 229-231
kuldioxid 230, 273, 277
kværken 167
kvasistatisk tilstandsændring 39
køleanlæg 20, 90, 175, 184,
 200, 224, 229
kølefaktor 229
køleflade 253, 257-258
kølegrad 205
kølegrænse 261
kølekompressor 227
kølemaskine 90, 99, 195
kølemiddel 225, 230
kølemiddeldiagrammer 230
køleproces 99, 204
køling
 – indvendig 204
 – kompressorer 204
 – tør 257
 – våd 257
- L**
lambdasonde 287
Lamberts retningslov 324
lamelvarmeveksler 337
laminar strømning 133, 313, 315
længdeudvidelseskoefficient 35
lavaldyse 159, 166
lavaltryk 164
lavtryksturbine 215
led
 – dynamisk 153
 – statisk 153
ligevægt, termisk 38
logaritmisk middeltemperaturdif-ferens (LMTD) 339
luftforbrug 279-280, 283, 288
luftoverskudstal 282-284
lukket system 43, 47-48
lydhastighed 159, 162, 164
løftehøjde 137

M

- Mach-tal 165-166
- manometrstryk 32
- masseanalyse 245
- massebalance 63
- massebalanceligning 64
- massebrøk 245, 275, 289
- masseyfyldegradient 317
- massestrøm 54
- medstrøm 335, 340
- mekanisk arbejde 106
- mekanisk virkningsgrad 198
- mellemkøler 84
- mellemkøling 204
- meter væskesøje 135
- middelgaskonstant 247
- middelhastighed 132, 141
- middelmolmasse 247
- middeletemperaturdifferens 340
 - aritmetisk 340
 - logaritmisk (LMTD) 339
- middelevmekapacitet 73
- modstande, termiske 300
- modstandstal 143, 145
- modstrøm 335, 338, 341, 344
- modtryksturbine 219
- Mollier *h,s*-diagram 186-187, 215
- Mollier-diagram 255
- molmasse 69
 - middel- 247
- Moody's diagram 142
- mætningskurver 185
- mætningstabeller 185, 187
- mætningstemperatur 177, 219
- mætningstilstand 176, 178
- mætningstryk 177
 - vanddamp 250
- mættet damp 176
- måling, tryk 32

N

- naturgas 278, 287
- nitrøse gasser 293
- normaldensitet 278
- normaltilstand 70
- normalvolumen 70
- Nusselts tal 310
- nyttearbejde 234, 237, 240

O

- olieforbrug 221
- opdrift 317
- optimering 115, 124
- opvarmning 39
 - fugtig luft 256
- opvarmningsforløb 57
- ORC-anlæg 222
- Organisk Rankine Cyklus 222
- ottomotor 233
- ottoproses 235
- overfladetemperatur 302
- overheder 117, 213, 216
- overheded damp 177
- overheding 221, 223, 226, 230
- overlydsstrømning 165-166
- overstrømningslængde 311
- overtryk 32

P

- p,h*-diagram 181, 184, 226, 228, 230
- p,T*-diagram 179, 181
- p,v*-diagram 181
- p,v,T*-diagram 179
- p,v,T*-flade 180
- partialtryk 246, 250-251
 - vanddamp 250
- Philips-motor 238
- pladevarmeveksler 335
- Plancks lov 322
- Poissons ligninger 80
- polytrop 81
- polytrop proces 84
- polytropexponent 81-83, 165, 197, 199, 202
- polytropvirkningsgrad 198, 203, 205
- potentiel energi 41, 55
- Prandtl's tal 311, 317
- proces
 - ekspansions- 40
 - instationær 57
 - irreversibel 39, 109
 - kompressions- 44
 - polytrop 84
 - reversibel 40, 75, 108
 - standard- 84
- proceslinje 39
- propan 230, 278
- præfixer 30

pumpe 219, 231

- pumpekarakteristik 151, 153
- pumpesystemer 150
- pumpetyper 231

R

- randskala 260
- rankineskalaen 34
- Rayleighs tal 311, 317, 319
- referencetemperatur 119, 216, 290-291, 294
- reflektionsforhold 323
- regenerator 238-239
- relativ fugtighed 251, 253, 258, 262
- reversibelt arbejde 197, 202-203
- reversible processer 39, 75, 112
- Reynolds tal 133, 311
- røggasanalyse 287
- røggasmængde 285, 287
- røggassammensætning 285
- røggasvolumen 279, 285, 287, 290
- røgtab 216, 290
 - forenklet beregning 291
- Roots kompressor 201
- rørindløb, skarpantet 145
- rørkedler 335
- rørruhed 142-143
- rørsystem 132, 136, 148
- ruhed 141

S

- samlet arbejde, kredsproces 87
- sejhed 131
- selvantændingspunkt 235
- Shell-and-tube 335
- SI-systemet 29
- skala
 - absolut 34
 - celsius 34
 - fahrenheit 34
 - kelvin 34
 - rankine 34
- skruekompressor 200
- slagvolumenstrøm 227, 231
- smelteområde 178-179
- smeltevarme 177
- smelting 177
- solvarmeanlæg 23

specifik entalpi 55
 – fugtig luft 254
 specifik entropi 109
 specifik modstand 153
 specifik varmekapacitet 71, 106
 specifikt volumen 130
 standardproces 84
 – luft 256
 standardtilstand 148
 stationær, proces 54
 stationært system 22-23, 63
 statisk led 153, 157
 Stefan-Boltzmanns lov 324
 stempelkompressor 200
 stempelpumpe 231
 stirlingmotor 233
 stirlingproces 238, 240
 stof, virkelig 175
 stofværdi 175
 Stoke 131
 strømning
 – laminar 133, 142
 – stationær 132
 – turbulent 133, 142
 strømningshastighed 131-132
 strømningsmaskine 196, 200
 strømningsproces 133-134, 168
 – adiabat 133
 strømrør 132
 strålingskonstant 324, 326
 strålingstab 328
 strålingsteori 321
 støkiometrisk forbrænding 282, 285, 287
 størkning 177
 sublimation 178-179
 sublimationsområde 179
 system
 – adiabatisk 43
 – heterogen 43
 – homogen 43
 – isoleret 43
 – lukket 43, 47-48, 129
 – stationært 22-23
 – termodynamisk 43-44
 – åbent 43, 63, 129
 systemer, energitekniske 19-20
 systemgrænse 23, 43, 63, 196, 201

T
T,s-diagram 118, 126, 182-183
t,v-diagram 179, 182
 tandhjulspumpe 231
 teknisk arbejde 82, 89, 197, 202
 temperaturforløb 303
 temperaturgradient 60, 302,
 308, 317
 temperaturleddetal 317, 327
 temperaturskalaer 33
 termisk energilager 106
 termisk indeklima 248
 termisk ligevægt 38
 termisk masse 106
 termisk modstand 300-301, 310
 termisk virkningsgrad 107
 termodynamisk system 43-44
 tilstandsændring
 – kvasistatisk 39
 – virkelige stoffer 175
 tilstandsdiagram 179
 tilstandsligningen 68
 tilstandsstørrelser 179
 – ekstensive 34
 – intensive 35
 to-punktsskalaer 34
 toatomige gasser 68, 72
 tofasesystem 106
 totaktsprincippet 233
 totaltryk 251
 totalvirkningsgrad 222
 tripelpunkt 178
 tryk
 – absolut 32
 – manometertyrk 32
 – måling 32
 – overtryk 32
 trykforhold 204, 206, 209-211,
 233, 238
 – kritisk 162-163, 165
 trykhøjde 137
 tryklinje 138
 trykniveau 138
 trykstigning 137
 tryktab 133, 137, 140
 tryktabsberegning 140
 turbine 195
 turbineydelsen 217
 turbofan 211
 turbokompressor 200, 205, 210

turbulent strømning 133, 315
 tvungen konvektion 312
 tørmættet damp 176, 179
 tørringsanlæg 249

U
 U-rør 32
U-værdi 330, 332
 udløbshastighed 160-161
 udstråling 323
 udstødningsproces 233
 udstødskedel 208, 213, 223
 ufuldstændig forbrænding 282
 ultraviolette stråler 322
 underkøling 226, 230
 underlydshastighed 159-160, 167
 underlydsstrømning 159

V
 van der Waals ligning 179
 vandbefugtning 261
 vanddampbalance 264-265
 vanddamptabeller 184
 vandindhold 252
 varme 35, 43, 48
 varmeflade 249, 256, 263
 varmeflux 302
 varmegennemgang 299, 329, 332
 varmegennemgangsmodstand 330
 varmegennemgangstal 330, 332
 varmegenvinding 265
 varmekapacitet 36-37
 – specifik 36-37, 71
 varmekonduktivitet 302
 varmekraftanlæg 195, 224, 229
 varmekraftmaskine 85-87, 97,
 106, 115, 207, 213
 varmelærens 0. hovedsætning 33
 varmelærens 2. hovedsætning 108
 varmeledning 300
 – plan væg 302-303
 varmeledningsmodstand 303
 varmeovergang 300, 308, 320,
 325, 327
 varmeovergangsmodstand 310
 varmeovergangstal 309-310, 327,
 329, 345
 varmepumpe 20, 91, 99-100, 195
 varmepumpaanlæg 225, 229
 varmepumpeproces 91, 99

varmestråling 300, 321
varmestrøm 48, 55
varmetab 299, 304, 307, 327,
329, 339
varmetransmission 299
varmeudvidelse 35
varmeveksler 335, 341-342
varmluftmotor 233, 238
ventilationsaggregat 249, 255-
256, 262
ventilationsanlæg 248-249
ventilator 222, 233
ventilatortyper 233
vinkelforhold 326
virkelige gasser 179
virkelige stoffer 175

virkningsgrad 140, 151
– adiabatisk 198, 203
– fyringsanlæg 290, 293
– indre 57, 198, 203, 219, 232
– isentropisk 198, 203, 211,
217
– mekanisk 198
– pumpe 232
– termisk 87, 97, 107, 112, 209,
222, 235, 238, 240
– volumetrisk 227

viskositet 131
– dynamisk 131, 141
– kinematisk 131, 141
volumenanalyse 245
volumenandel 245-246
volumenændringsarbejde 44-45,
82-83
volumenudvidelse 36
volumenudvidelseskoefficient 36,
130, 311
væskesøjle 32
våd temperatur 261
våddamp 176
våddampblandinger 182
våddampområdet 179

Z

zirkondioxid 287

Å

åbent system 43, 63