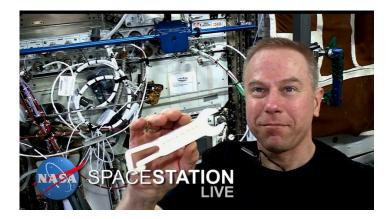
| Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet | Eksamenstermin:  | Prøve i:                        |
|--------------------------------------|------------------|---------------------------------|
| Maskinteknik                         | Vinter 2019/2020 | M4STI1 Statistik for Ingeniører |

# 3D print i rummet

Den Internationale Rumstation (ISS) har haft en 3D printer installeret siden 2016. Det giver en fleksibilitet til, at astronauterne kan printe de ting, de får brug for, når de får brug for det, så man ikke behøver at medbringe ekstra værktøj og reservedele. Billedet herunder viser det første emne, der er blevet 3D printet i rummet – en skruenøgle, der skal bruges til reparationer på rumstationen.



Et lille aarhusiansk ingeniørfirma arbejder med at udvikle et nyt materiale til 3D printede emner. Materialet, et såkaldt filament, har nogle egenskaber, der gør det særligt interessant for rumfartsindustrien. Det har nemlig en styrke, der er sammenlignelig med stål, men det vejer kun en tredjedel af stål. Desuden er det mindre varmeledende, og det er genanvendeligt.

| Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet | Eksamenstermin:  | Prøve i:                        |
|--------------------------------------|------------------|---------------------------------|
| Maskinteknik                         | Vinter 2019/2020 | M4STI1 Statistik for Ingeniører |

#### Bemærk følgende:

- Decimaltal i opgaverne er angivet med engelsk decimalseparator (.)
- Alle data fra opgaverne kan downloades fra Digital Eksamen portalen i et regneark med navnet Data\_M4STI1\_2019E.xlsx. I regnearket angiver kolonnenavnet, hvilken opgave data hører til.
- Nogle delopgaver benytter resultatet fra en tidligere delopgave. Hvis du ikke kunne løse den, kan du blot antage en værdi for resultatet og regne videre med det.
- Selv om der er brugt MATLAB i undervisningen, er det tilladt at bruge andre værktøjer. I nogle delopgaver kan det være enklere at bruge f.eks. Excel.

### Opgave 1 – Revner i 3D printede emner

Firmaet har erfaring for, at emner produceret med et bestemt filament kan have fejl, som består af mikroskopiske revner, der forringer styrken af emnet. Et emne kan have nul, en eller flere revner. Firmaet har undersøgt 1000 emner og opdaget i alt 45 revner. Et tilfældigt emne udtages.

- a. Hvad er sandsynligheden for at emnet er fejlfrit (dvs. ingen mikroskopiske revner)?
- b. Hvad er sandsynligheden for at emnet har præcis 1 fejl?

Firmaet producerer et batch på 120 emner med det pågældende filament. De er interesserede i, hvor mange fejlfri emner, der er blandt de 120.

- c. Hvad er sandsynligheden for at de alle er fejlfri?
- d. Hvad er sandsynligheden for at 110 eller flere emner er fejlfri?
- e. Hvad er det forventede antal fejlfri emner?

| Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet | Eksamenstermin:  | Prøve i:                        |
|--------------------------------------|------------------|---------------------------------|
| Maskinteknik                         | Vinter 2019/2020 | M4STI1 Statistik for Ingeniører |

#### Opgave 2 – Præcision af printeren

Firmaet undersøger hvor præcist de kan 3D printe. Tabellen nedenfor viser forskellige emners ønskede bredde og den reelt opnåede, målt i mm:

| Ønsket | Opnået | Ønsket | Opnået |
|--------|--------|--------|--------|
| 89.1   | 88.9   | 126.1  | 126.0  |
| 139.4  | 139.5  | 143.9  | 142.5  |
| 104.1  | 104.4  | 171.7  | 171.7  |
| 164.1  | 164.2  | 96.2   | 96.5   |
| 165.7  | 164.9  | 151.6  | 151.4  |
| 176.4  | 176.2  | 137.8  | 137.6  |
| 128.9  | 128.3  | 123.3  | 123.4  |
| 102.0  | 102.5  | 168.4  | 167.4  |
| 102.6  | 101.6  | 119.3  | 119.7  |
| 133.7  | 133.6  | 97.9   | 98.2   |
| 156.2  | 156.5  | 143.3  | 143.3  |
| 114.8  | 114.9  | 142.4  | 142.3  |

- a. Beregn afvigelsen,  $\Delta$ , som forskellen på den ønskede og den opnåede bredde, og plot afvigelsen som funktion af den ønskede bredde.
- b. Giv en kvalificeret vurdering af, om man kan beskrive afvigelsen som en lineær funktion af den ønskede bredde.
- c. Giv din vurdering af, om afvigelsen er normalfordelt med middelværdi 0.
- d. Firmaet har en teori om, at den numeriske værdi af afvigelsen,  $|\Delta|$ , følger eksponentialfordelingen. Beregn et estimat for  $\lambda = 1/\mu$  under denne antagelse.
- e. Lav et histogram over den numeriske værdi af afvigelsen. Ser antagelsen om at den følger eksponentialfordelingen rimelig ud?

Firmaet ønsker at lave en Goodness of Fit hypotesetest med 5 % signifikans-niveau af, om de observerede værdier ( $|\Delta|$ ) følger en eksponentialfordeling.

- f. Opret k=5 kategorier, som de observerede og forventede værdier for den numeriske værdi af afvigelsen skal inddeles i til Goodness of Fit testen. Det anbefales at beregne grænserne mellem kategorierne, så der er lige mange forventede værdier i hver kategori.
- g. Vis antal observerede O og antal forventede E i hver kategori. For nogle kan det være enklere at bruge et andet værktøj end MATLAB til dette, f.eks. Excel.
- h. Opstil hypoteser for testen.
- Oplys hvilken fordeling teststørrelsen følger og beregn den kritiske værdi.
- j. Beregn teststørrelsen og konkluder på hypotesetesten.

| Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet | Eksamenstermin:  | Prøve i:                        |
|--------------------------------------|------------------|---------------------------------|
| Maskinteknik                         | Vinter 2019/2020 | M4STI1 Statistik for Ingeniører |

## Opgave 3 – Brudstyrke

Firmaet tester brudstyrken af 3D printede emner i et eksperiment med følgende tre faktorer:

Faktor A. Printerhastighed:
Faktor B. Filamenttrådens tykkelse:
Faktor C. Printerens dysetemperatur:
1: 50 mm/s, 2: 100 mm/s
1: 1.75 mm, 2: 2.85 mm
1: 175 °C, 2: 200°C, 3: 225°C

For hver kombination af de tre faktorer er der 6 gentagelser. Tabellen nedenfor viser målingerne af brudstyrke (N/mm²):

|         | B: 1.75 mm |           | B: 2.85 mm |           |           |           |
|---------|------------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|
|         | C: 175 °C  | C: 200 °C | C: 225 °C  | C: 175 °C | C: 200 °C | C: 225 °C |
|         | 556        | 605       | 583        | 625       | 581       | 551       |
| A:      | 502        | 612       | 546        | 440       | 609       | 584       |
| 50      | 527        | 601       | 542        | 450       | 485       | 469       |
| mm/s    | 511        | 611       | 548        | 536       | 533       | 559       |
| 11111/3 | 613        | 591       | 556        | 517       | 476       | 531       |
|         | 596        | 572       | 560        | 473       | 565       | 630       |
|         | 527        | 462       | 498        | 629       | 608       | 410       |
| A:      | 480        | 539       | 544        | 541       | 551       | 561       |
| 100     | 497        | 613       | 482        | 410       | 594       | 547       |
| mm/s    | 481        | 586       | 487        | 471       | 567       | 582       |
| min/s   | 589        | 559       | 511        | 446       | 469       | 426       |
|         | 482        | 648       | 566        | 464       | 590       | 491       |

- a. Lav et parallelt boksplots for hver faktor, der viser forskelle i brudstyrke for faktorens niveauer. Beskriv diagrammerne.
- b. Lav en variansanalyse (ANOVA) på signifikansniveau 5 %, der belyser om der er signifikant effekt af hver af de tre faktorer på brudstyrken. Er der signifikante 2-faktor og 3-faktor interaktioner?
- c. Lav en parvis sammenligning af brudstyrken for de tre temperaturer med LSD metoden. For hvilke temperaturer er brudstyrkerne forskellige på 5 % signifikansniveau? Hvad er 95 % konfidensintervallet for forskellen på brudstyrkerne for de tre temperaturer?
- d. Hvilken kombination af hastighed, trådtykkelse og temperatur giver den bedste (højeste) brudstyrke og hvilken giver den dårligste (laveste)? Er der signifikant forskel på de to kombinationer på 5 % signifikansniveau?
- e. Hvilke antagelser for residualerne er der gjort i denne statistiske model? Undersøg med grafiske eller statistiske metoder, om antagelserne holder.