Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet – Maskinteknik

Frivillig afleveringsopgave i M4STI Statistik for Ingeniører

ULH

OPGAVE 1

a. Udfyld antal i nedenstående tabel, idet nødvendige mellemregninger medtages.

	Maskine A	Maskine B	I alt
In Intakt metalskive	600 - 12 = <u>588</u>	**291**	900 - 21 = <u>879</u>
D Defekt metalskive	0.02 · 600 = <u>12</u>	300 - 291 = <u>9</u>	12 + 9 = <u>21</u>
I alt	**600**	900 - 600 = <u>300</u>	**900**

b. Beregning sandsynlighederne for:

Metalskiven er fremstillet på maskine A, P(A): $P(\mathrm{A}) = \frac{600}{900} = \mathbf{0.6667}$

Metalskiven er fremstillet på maskine B, P(B):
$P(\mathrm{B}) = \frac{300}{900} = \mathbf{0.3333}$ **eller** $P(\mathrm{B}) = 1 - P(\mathrm{A}) = 1 - 0.6667 = \mathbf{0.3333}$

Metalskiven er fremstillet på maskine A og er intakt, P(A∩In): $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{In}) = \frac{588}{900} = \mathbf{0.6533}$

Metalskiven er fremstillet på maskine B og er intakt, P(B∩In): $P(\mathrm{B} \cap \mathrm{In}) = \frac{291}{900} = \mathbf{0.3233}$

c. Beregning sandsynlighederne for:

Metalskiven er intakt: $P(\mathrm{In}) = \frac{879}{900} = \mathbf{0.9767}$

Metalskiven er defekt:
$P(\mathrm{D}) = \frac{21}{900} = \mathbf{0.02333}$ **eller** $P(\mathrm{D}) = 1 - P(\mathrm{In}) = 1 - 0.9767 = \mathbf{0.02333}$

Metalskiven er intakt, når den er fremstillet på maskine B, $P(\mathrm{In}|\mathrm{B})$: $P(\mathrm{In}|\mathrm{B}) = \frac{291}{300} = \mathbf{0.9700}$

Metalskiven er defekt, når den er fremstillet på maskine B, $P(\mathrm{D}|\mathrm{B})$:
$P(\mathrm{D}|\mathrm{B}) = \frac{9}{300} = \mathbf{0.03000}$ **eller** $P(\mathrm{D}|\mathrm{B}) = 1 - P(\mathrm{In}|\mathrm{B}) = 1 - 0.9700 = \mathbf{0.03000}$

d. Er der uafhængighed mellem hændelsen: metalskiven er intakt, og hændelsen: metalskiven er fremstillet på maskine B. Svaret skal begrundes.

Hændelserne In og B er uafhængige hvis og kun hvis $P(\mathrm{In}|\mathrm{B}) = P(\mathrm{In})$
$P(\mathrm{In}|\mathrm{B}) = 0.9700 \neq P(\mathrm{In}) = 0.9767,$ så NEJ der er ikke uafhængighed mellem de to hændelser.

Eller
Hændelserne In og B er uafhængige hvis og kun hvis $P(\mathrm{B} \cap \mathrm{In}) = P(\mathrm{B}) \cdot \mathrm{P(In)}$
$P(\mathrm{B} \cap \mathrm{In}) = 0.3233 \neq P(\mathrm{B}) \cdot \mathrm{P(In)} = 0.3333 \cdot 0.9767 = 0.3256$, så NEJ der er ikke uafhængighed mellem de to hændelser.

OPGAVE 2

a. Man kan anvende en eksponential-fordeling, fordi den beskriver tiden mellem hver udskiftning af bor (borets levetid).
Den gennemsnitlig tid mellem hver udskiftning (før der skal ske en udskiftning) af bor er $\mu = 3$ timer.

Sandsynlighedsfunktionen (tæthedsfunktion) for eksponential-fordelingen er givet ved:

$$P(Y = y) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda y} & \text{for } y > 0, \dots \text{og } \lambda > 0 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

b. Bestemmelse af det gennemsnitlige antal udskiftning af bor pr. time:
$\lambda = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} = 0.3333$

c. Bestemmelse af fordelingens:
Middelværdi: $\mu = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = \mathbf{3}$
Varians: $\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \mathbf{9}$
Standardafvigelse: $\sigma = \frac{1}{\lambda} = \mathbf{3}$

d. Bestemmelse af sandsynligheden for at boret skal udskiftes, når det har været i brug i 2 timer:
$P(Y \leq 2) = \mathbf{0.4866}$

I MATLAB: expcdf(2,3) = 0.4866

e. Bestemmelse af sandsynligheden for at der går mere end 6 timer før boret skal udskiftes:
$P(Y \geq 6) = 1 - P(Y \leq 6) = 1 - 0.8647 = \mathbf{0.1353}$

I MATLAB: $1 - \text{expcdf}(6,3) = 1 - 0.8647 = 0.1353$

f. Bestemmelse sandsynligheden for at der går mellem 2 og 4 timer før boret skal udskiftes:

$P(2 \leq Y \leq 4) = P(Y \leq 4) - P(2 \leq Y) = \text{expcdf}(4,3) - \text{expcdf}(2,3)$ = 0.7364 - 0.4866 = **0.2498**

OPGAVE 3

a. Sandsynligheden for et stykke chokolade-slik, når 5 ud af den 25 for skellige slags slik er fremstillet af chokolade.

$$p = \frac{5}{25} = \mathbf{0.20}$$

b. Udtrykket for sandsynligheden for, at få netop 4 stykker chokolade-slik i en slikpose er:

$$\boldsymbol{p}(\mathbf{4}) = \binom{\mathbf{15}}{\mathbf{4}} \cdot \mathbf{0.20^4} \cdot (\mathbf{1} - \mathbf{0.20})^{\mathbf{15-4}}$$

og sandsynligheden er:

$$\boldsymbol{p}(\mathbf{4}) = \mathbf{0.1876}$$

En slikpose udgør 15 forskellige slags slik, dvs. $k = 15$
4 stykker chokolade-slik i en slikpose, dvs. antal successer, $y = 4$
Sandsynlighed for succes: $p = 0{,}20$

I MATLAB:
binopdf(*y*,*k*,*p*) = binopdf(4,15,0.20) = 0.1876

c. Beregning af hvor mange forskellige slikposer kan man blande:

Der er 25 forskellige slags slik, dvs. $n = 25$
En slikpose udgør 15 forskellige slags slik, dvs. $k = 15$

Binomialkoefficienten: $\binom{25}{15}$ = **3268760**

I MATLAB:
nchoosek(25,15) = 3268760