

Kursus:	M4STI1 & MH4STI1 Statistik for Ingeniører
Eksamensdato:	02.01.2023
Eksamenstermin:	Vinter 2022/2023
Underviser:	Ulla-Lisbeth Hoffmann
Praktiske informationer: Digital eksamen Opgaven tilgås og afleveres gennem den digitale eksamensportal. Håndskrevne dele af opgavebesvarelsen skal digitaliseres og afleveres i den digitale eksamensportal. Opgavebesvarelsen skal afleveres i PDF-format. Husk angivelse af navn og studienummer på alle sider, samt i dokumenttitel/ filnavn. Husk at uploade og aflevere i Digital eksamen. Du vil modtage en elektronisk afleveringskvittering, straks du har afleveret. Husk at aflevere til tiden, da der ellers skal indsendes dispensationsansøgning.	
Hjælpemidler: Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er IKKE tilladt at kommunikere med andre digitalt.	
Særlige bemærkninger: Det er kun muligt at aflevere elektronisk via Digital Eksamen portalen.	

Bemærk følgende:

- Decimaltal i opgaverne er angivet med engelsk decimalseparator (.)
- Alle data fra opgaverne kan downloades fra Digital Eksamen portalen i et regneark med navnet: Data_M4STI1_2022E.xlsx. I regnearket angiver kolonnenavnet, hvilken opgave data hører til.
- Nogle delopgaver benytter resultatet fra en tidligere delopgave. Hvis du ikke kunne løse den, kan du blot antage en værdi for resultatet og regne videre med det.
- Selv om der er brugt MATLAB i undervisningen, er det tilladt at bruge andre værktøjer. I nogle delopgaver kan det være enklere at bruge f.eks. Excel.

Opgave 1

En virksomhed fremstiller ventiler på to maskiner, maskine A og maskine B. De to maskiner har forskellig kapacitet. Maskine A fremstiller 60% af ventilerne. Virksomheden fremstiller i alt 600 ventiler i døgnet.

For at en ventil skal kunne anvendes i den videre produktion skal den være intakt. En ventil som ikke kan anvendes betegnes defekt, og ventilen kasseres.

4% af de fremstillede ventiler er defekte og kasseres. 226 af ventilerne fra maskine B er intakte og kan anvendes i den videre produktion.

Følgende betegnelser bruges for hændelsen om en tilfældigt fremstillet ventil:

- A: Ventilen er fremstillet på maskine A
B: Ventilen er fremstillet på maskine B
In: Ventilen er intakt, dvs. den kan anvendes i den videre produktion
D: Ventilen er defekt, dvs. den kasseres

- a. Udfyld antal i nedenstående tabel, idet nødvendige mellemregninger medtages.

	Maskine A	Maskine B	I alt
Intakt ventil, In			
Defekt ventil, D			
I alt			

Opgaven fortsættes på næste side

Opgave 1 fortsat

En tilfældig blandt de fremstillede ventiler udtages.

b. Beregn sandsynlighederne for følgende:

Ventilen er fremstillet på maskine B, $P(B)$

Ventilen er intakt, $P(In)$

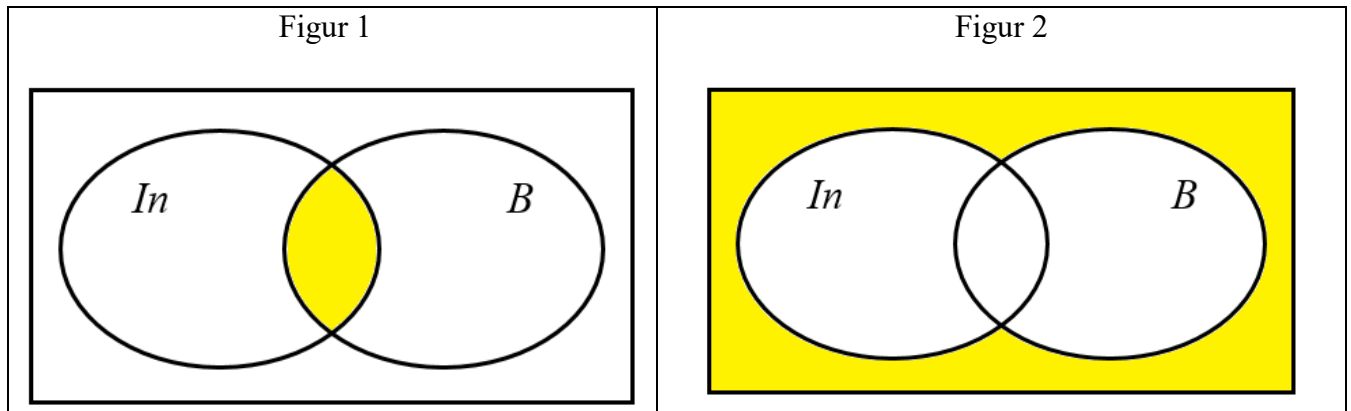
Ventilen er defekt, $P(D)$

Ventilen er fremstillet på maskine B og er defekt, $P(B \cap D)$

Ventilen er intakt, når den er fremstillet på maskine B, $P(In|B)$

Ventilen er defekt, når den er fremstillet på maskine B, $P(D|B)$

c. I figur 1 og i figur 2 ses et Venn-diagram med hvide og gule områder.



- Beskriv med ord hvilke ventiler det gule område svarer til i figur 1.
- Angiv hvilken eller hvilke af følgende hændelser det gule område svarer til i figur 2.
 - $(In \cap B)^c$
 - $(In \cup B)^c$
 - $In^c \cap B$
 - $In^c \cap B^c$
 - $In^c \cup B^c \cup (In \cap B)$

Opgavesættet fortsættes på næste side

Opgave 2

I en produktion fyldes der solcreme på små tuber. Erfaringsmæssigt er massen af en tube solcreme normalfordelt med en standardafvigelse, σ , på 2.8 g.

Som led i en kvalitetskontrol udtages der en tilfældig stikprøve på 9 tuber solcreme, som efterfølgende afvejes. De afvejede masser, i enheden g, er indført i nedenstående tabel:

68.6	69.0	66.0	70.5	70.6	67.2	65.1	69.6	68.1
------	------	------	------	------	------	------	------	------

- Bestem stikprøvens middelværdi.
- Bestem et 95%-konfidensinterval for populations-middelværdien, μ .
- Hvad beskriver et 95%-konfidensinterval for middelværdien? Forklar kort med ord.
- Bestem den mindste stikprøvestørrelse så, at 95%-konfidensintervallet har en intervalbredde på højst 3.0 g, dvs. at 95%-konfidensintervallet er: $\bar{y} \pm 1.5$ g.

Opgave 3

En virksomhed producerer solceller. Varedeklarationen for virksomhedens solceller angiver, at en solcelle har en effekt på mindst 100W (watt) i klart solskinsvejr.

Virksomheden ønsker, at undersøge om middeleffekten af de fremstillede solceller mindst er 100W.

Der udtages derfor en tilfældig stikprøve på 32 solceller, som testes i en teststander, der simulerer klart solskinsvejr. De målte effekter i W er indført i nedenstående tabel:

106	92	101	105	106	102	94	105	96	103	101
105	98	100	98	102	108	102	97	107	101	92
103	101	108	99	98	99	102	105	100	110	

Opgaven drejer sig om at undersøge ved hjælp af en hypotesetest, om middelværdien af effekten for de fremstillede solceller opnår den ønskede værdi på mindst 100 W, når der vælges et signifikansniveau på 5%.

- Opstil nulhypotese og alternativ hypotese for hypotesetesten.
- Opstil en formel for teststørrelsen (teststatistikken), og angiv hvilken fordeling den følger.
- Bestem den kritiske værdi og angiv det kritiske område for testen.
- Beregn teststørrelsens (teststatistikens) værdi, idet nødvendige mellemregninger medtages.
- Konkluder på hypotesetesten.
- Hvilken antagelse er der foretaget for at udføre hypotesetesten?
Er antagelsen rimelig?
- Lav et boxplot, et histogram og et normalfordelingsplot for de målte data.
Kommenter de tre plots.

Opgave 4

En plastkomponent til pumper fremstilles ved hjælp af sprøjtestøbning på en maskine. Maskinen giver mulighed for at kontrollere temperaturen af støbeform og trykket i støbeprocessen.

For at undersøge om styrken af plastkomponenten afhænger af temperaturen af støbeform og trykket i støbeprocessen udføres en styrketest i et standardudstyr.

Der foretages sammenhørende målinger af temperatur af støbeform og trykket i støbeprocessen for 22 plastkomponenter, og efterfølgende testes styrken af hver plastkomponent.

De målte data er indført i nedenstående tabel, hvor temperaturen af støbeform betegnes T , trykket i støbeprocessen betegnes p , og styrken af plastkomponent betegnes S .

Nr.	T	p	S
1	82	33	199
2	103	34	247
3	71	36	170
4	43	13	124
5	56	17	134
6	62	27	173
7	62	26	153
8	119	22	254
9	64	20	151
10	52	13	169
11	94	27	229

Nr.	T	p	S
12	47	40	103
13	50	29	132
14	80	36	202
15	74	39	183
16	48	16	125
17	77	27	205
18	42	29	119
19	46	25	113
20	99	21	255
21	108	14	233
22	113	15	251

- Lav et scatterplot for hver regressorvariabel og vurder om der er en sammenhæng mellem den enkelte regressor og responsvariablen (styrke af plastkomponent).
- Lav en multipel lineær regressionsanalyse, der beskriver styrke af plastkomponent (S) som funktion af temperatur af støbeform (T) og af trykket i støbeprocessen (p). Opskriv regressionsligningen.
- Vurder ud fra regressionsanalysens statistikker (f.eks. R^2 , F og p -værdi) om modellen beskriver observationerne godt. Anvend et signifikansniveau, $\alpha = 0.05$ ved din vurdering.
- Udvid modellen ved at inddrage kvadratled og interaktionsled:

$$S = b_0 + b_1T + b_2p + b_{11}T^2 + b_{22}p^2 + b_{12}Tp$$

hvor b_0 , b_1 , b_2 , b_{11} , b_{22} og b_{12} er konstanter. Lav en regressionsanalyse af styrkedata baseret på denne model.

Fjern de led trin for trin, som du ikke mener er nødvendige i modellen, og begrund dine valg. Lav derefter en regressionsanalyse baseret på den reducerede model.

Opgaven fortsættes på næste side

Opgave 4 fortsat

- e. Opskriv ligningen for din foretrukne model.
- f. Undersøg om der er ”unormale” datapunkter, dvs. løftestangspunkter, outliers, indflydelsespunkter.
Svaret skal begrundes.