

Overføring af differentialligningssystem til eulsys og rk4system

Eksempel 1: Brug af eulsys på fritfaldsmodel

1. System af førsteordens differentialligninger	2. Nye navne til de afhængige variable*	3. De nye navne indføres i differentialligningssystemet																													
$\frac{dx}{dt} = v$ $x(0) = 0$	$x \rightarrow Y_1$	$\frac{dY_1}{dt} = Y_2$ $Y_1(0) = 0$																													
$\frac{dv}{dt} = g - \frac{c_d}{m} v^2$ $v(0) = 0$	$v \rightarrow Y_2$	$\frac{dY_2}{dt} = g - \frac{c_d}{m} Y_2^2$ $Y_2(0) = 0$																													
<p>4. MATLAB-funktionen dYdt og begyndelsesvektoren Y0 defineres ud fra resultaterne under punkt 3.</p> <pre> g = 9.81; m = 68.1; cd = 0.25; dYdt = @(t,Y) [Y(2), g-cd/m*Y(2)^2]; tidsinterval = [0 12]; Y0 = [0 0]; h = 2; [t,Y] = eulsys(dYdt,tidsinterval,Y0,h); disp([t Y]) </pre>																															
			<p>Differentialligningernes højresider og begyndelsesbetingelser overføres i rækkefølge til vektordefinitionerne af henholdsvis dYdt og Y0.</p>																												
			<table> <thead> <tr> <th></th><th>0</th><th>0</th><th>0</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2.0000</td><td>0</td><td>19.6200</td><td></td></tr> <tr> <td>4.0000</td><td>39.2400</td><td>36.4137</td><td></td></tr> <tr> <td>6.0000</td><td>112.0674</td><td>46.2983</td><td></td></tr> <tr> <td>8.0000</td><td>204.6640</td><td>50.1802</td><td></td></tr> <tr> <td>10.0000</td><td>305.0244</td><td>51.3123</td><td></td></tr> <tr> <td>12.0000</td><td>407.6490</td><td>51.6008</td><td></td></tr> </tbody> </table>		0	0	0	2.0000	0	19.6200		4.0000	39.2400	36.4137		6.0000	112.0674	46.2983		8.0000	204.6640	50.1802		10.0000	305.0244	51.3123		12.0000	407.6490	51.6008	
	0	0	0																												
2.0000	0	19.6200																													
4.0000	39.2400	36.4137																													
6.0000	112.0674	46.2983																													
8.0000	204.6640	50.1802																													
10.0000	305.0244	51.3123																													
12.0000	407.6490	51.6008																													

*VIGTIGT: Under punkt 1 er differentialligningerne skrevet op i en given rækkefølge. Denne rækkefølge bestemmer rækkefølgen i omnavngivningen af de afhængige variable; dvs. da differentialligningen vedr. dx/dt står først, skal x omnavngives til Y_1 , og da differentialligningen vedr. dv/dt står som nummer to, skal v omnavngives til Y_2 . Denne rækkefølge er afgørende ved opskrivningen af dYdt og Y0 og er desuden bestemmende for, hvordan resultatmatricen Y skal tolkes; dvs. søjle 1 og 2 i Y vil indeholde løsningsværdier svarende til henholdsvis x og v .

PS! Hvis differentialligningerne havde stået i omvendt rækkefølge, ville man have opnået en anden, men også valid omnavngivning af de afhængige variable. Den anderledes rækkefølge/omnavngivning ville få betydning for opskrivningen af funktionen dYdt og begyndelsesvektoren Y0 samt tolkningen af søjlerne i resultatmatricen Y. Men fremgangsmåden ville principielt være den samme, som vist oven for, og de bestemte værdier af x og v ville være som oven for.

Eksempel 2: Brug af rk4system på smittespredningsmodel (SIR-model: S = modtagelige, I = inficerede, R = raskmeldte)

<p>1.</p> <p>System af førsteordens differential-ligninger</p> $\frac{dS}{dt} = -\frac{b}{N}SI \quad S(0) = 999999$ $\frac{dI}{dt} = \frac{b}{N}SI - aI \quad I(0) = 1$ $\frac{dR}{dt} = aI \quad R(0) = 0$	<p>2.</p> <p>Nye navne til de afhængige variable</p> <p>$S \rightarrow Y_1$</p> <p>$I \rightarrow Y_2$</p> <p>$R \rightarrow Y_3$</p>	<p>3.</p> <p>De nye navne indføres i differentialligningssystemet</p> $\frac{dY_1}{dt} = -\frac{b}{N}Y_1Y_2$ $\frac{dY_2}{dt} = \frac{b}{N}Y_1Y_2 - aY_2$ $\frac{dY_3}{dt} = aY_2$ <p>$Y_1(0) = 999999$</p> <p>$Y_2(0) = 1$</p> <p>$Y_3(0) = 0$</p>	<p>Differentialligningernes højresider og begyndelsesbetingelser overføres i rækkefølge til vektordefinitionerne af henholdsvis dYdt og Y0.</p>
---	--	--	---

4. MATLAB-funktionen dYdt og begyndelsesvektoren Y0 defineres ud fra resultaterne under punkt 3.

```
a = 1.3; b = 3.4; N = 1000000;  
dYdt = @(t,Y) [-b/N*Y(1)*Y(2), b/N*Y(1)*Y(2)-a*Y(2), a*Y(2)];  
tidsinterval = [0 12];  
Y0 = [999999 1 0];  
h = 0.25;  
[t,Y] = rk4system(dYdt,tidsinterval,Y0,h);  
format shortg  
disp('          Uger          S          I          R')
```

Uger	S	I	R
0	1e+06	1	0
0.25	1e+06	1.6901	0.4272
0.5	1e+06	2.8564	1.1492
0.75	9.9999e+05	4.8276	2.3695
1	9.9999e+05	8.159	4.4318
1.25	9.9998e+05	13.789	7.9173
1.5	9.9996e+05	23.305	13.808
1.75	9.9994e+05	39.385	23.764
2	9.9989e+05	66.56	40.589
2.25	9.9982e+05	112.48	69.022
:	:	:	:
11.25	95847	7527.6	8.9663e+05
11.5	95304	5899.2	8.988e+05
11.75	94881	4621.2	9.005e+05
12	94551	3618.8	9.0183e+05