



## **Maskinteknisk Termodynamik: Grundlæggende teori og praksisnær anvendelse**

4. udgave

**Bækkel Larsen, Jens; Christensen, Per; Elmegaard, Brian**

*Publication date:*  
2020

*Document Version*  
Også kaldet Forlagets PDF

[Link back to DTU Orbit](#)

*Citation (APA):*  
Bækkel Larsen, J., Christensen, P., & Elmegaard, B. (2020). *Maskinteknisk Termodynamik: Grundlæggende teori og praksisnær anvendelse: 4. udgave.* (4 udg.) DTU Diplom og DTU Mekanik.

---

### **General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

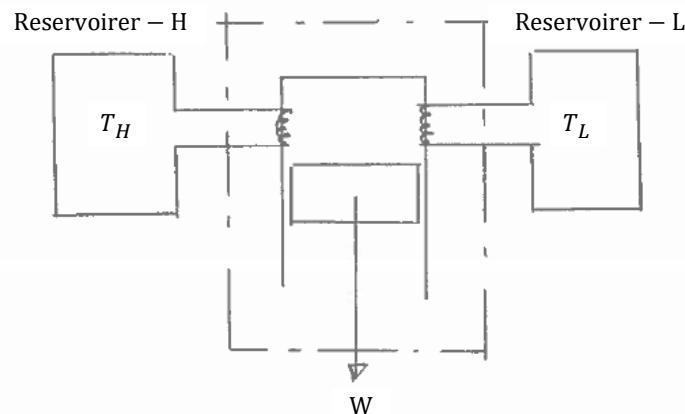
If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

# Maskinteknisk Termodynamik

## Grundlæggende teori og praksisnær anvendelse

4. udgave, januar 2020

### Stempel – cylinder system



## Forord

Denne lærebog i grundlæggende termodynamik er udgivet af DTU.

Målgruppen er DTU's diplom- og bachelorstuderende, men kan helt eller delvist anvendes på beslægtede uddannelser herunder bla. professionsbacheloruddannelsen til maskinmester og på professionshøjskoler, samt i forbindelse med SRP opgave i 3.g. ved gymnasieskoler, men det må anbefales, at eleverne har matematik og fysik på A-niveau.

Sigtet er at give de studerende indsigt i grundlæggende termodynamik med henblik på en nærmere forståelse af de mest almindelige energikonverterende maskiner, samt deres dimensionsgrundlag. Der lægges således vægt på både teori og praktiske eksempler fra ingeniørprofessionen.

Bogens indhold er tilpasset pensum og læringsmål for DTU kursus nr. 62603, som ligger på maskiningeniør-uddannelsens 2. semester. Emnerne strømningslære og varmetransmission behandles kun overordnet i denne bog.

I lærebogens kapitel 1 til 6 præsenteres termodynamikkens grundlæggende teori, og sætter læseren i stand til at forstå og analysere åbne og lukkede systemer. I kapitel 7 til 9 behandles kredsprocesser for de mest almindelige energikonverterende anlæg i samfundet såsom motorer, gasturbiner, kraftværker, køleanlæg og varmepumper, hvor den grundlæggende teori eksemplificeres og anvendes. Emnerne gasblandinger, fugtig luft og forbrænding er behandlet i kapitlerne 10 til 12, herunder er røggaskondensering indgående behandlet i kapitel 12.

Alle bogens kapitler er rigt forsynet med anvendelseseksempler som skulle give læseren en nærmere forståelse af den præsenterede teori. Hertil er i hvert kapitel angivet en række øvelsesopgaver, og for udvalgte øvelsesopgaver er der angivet løsningsforslag bag i bogen.

DTU og lærebogens forfattere fralægger sig ethvert ansvar for alle direkte eller indirekte konsekvenser ved anvendelsen af lærebogens indhold.

En særlig tak skal rettes til lektor Kim Sørensen ved Aalborg Universitet for gennemlæsning og sparring.

Denne 4. udgave (jan. 2020) af lærebogen er kontrolleret, men det kan ikke afvises, at der kan være fejl og mangler. Forfatterne vil være taknemmelige for oplysninger om fejl og mangler, men bestemt også forslag til forbedringer, og de kan mailes til [jkme@dtu.dk](mailto:jkme@dtu.dk).

Ballerup

Januar 2020

Jens Bækkel Larsen, DTU Diplom

Per Christensen, DTU Diplom

Brian Elmegaard, DTU MEK

## Indholdsfortegnelse

1.0 Introduktion og termodynamiske love.....	6
1.1 Introduktion.....	6
1.2 Termodynamisk system .....	6
1.3 Fysiske størrelser og enheder .....	8
1.4 Volumen, tryk og temperatur .....	12
1.5 Termodynamikkens love .....	18
1.6 Gode råd ved problemløsning.....	20
1.7 Opgaver til kapitel 1.....	21
2.0 Energi og proces .....	22
2.1 Energi og energiudveksling for et system.....	22
2.2 Procesforløb .....	25
2.3 Arbejde .....	27
2.4 Virkningsgrad.....	34
2.5 Opgaver til kapitel 2 .....	37
3.0 Stoffer og tilstandsstørrelser .....	38
3.1 Faser for kemisk homogene stoffer .....	38
3.2 Faseskifte.....	39
3.3 Tilstandsdiagrammer og tilstandstabeller .....	43
3.4 Reale og ideale gasser.....	46
3.5 Specifik varmekapacitet og energiberegninger .....	49
3.6 Dampkedlen .....	55
3.7 Opgaver til kapitel 3 .....	59
4.0 Energianalyse af lukkede systemer .....	62
4.1 Volumenændringsarbejde .....	62
4.2 Forskellige procesforløb for lukkede systemer.....	64
4.3 Opsummering for lukkede systemer.....	73
4.4 Opgaver til kapitel 4.....	74
5.0 Masse- og energianalyse af åbne systemer.....	76
5.1 Teknisk arbejde.....	76
5.2 Forskellige procesforløb for åbne systemer .....	78
5.3 Opsummering for åbne systemer.....	84
5.4 Masse- og energibalance for et knudepunkt.....	85
5.5 Åbne komponenter og maskiner.....	99
5.6 Opgaver til kapitel 5 .....	110
6.0 Ideelle og ikke-ideelle processer .....	114
6.1 Entropi.....	115
6.2 Isentropiske processer .....	118
6.3 Entropiændring for kredsprocesser .....	126
6.4 Isentropisk virkningsgrad .....	139

6.5 Entropi balance.....	151
6.6 Opgaver til kapitel 6.....	154
7.0 Motorer og gasturbiner .....	156
7.1 Beregningsforudsætning.....	157
7.2 Otto motoren.....	160
7.3 Diesel motoren .....	168
7.4 Gasturbinen.....	172
7.5 Opgaver til kapitel 7 .....	179
8.0 Kraftværker .....	181
8.1 Rankine kredsprocessen .....	181
8.2 Kraftværket.....	184
8.3 Kraftvarmeværket.....	192
8.4 Optimering af Rankine kredsprocessen.....	193
8.5 Organic Rankine Cycle (ORC).....	194
8.6 Samlet Brayton og Rankine kredsproces – kombineret proces.....	195
8.7 Opgaver til kapitel 8.....	203
9.0 Kølemaskiner og varmepumper .....	205
9.1 Kølekredsprocessen .....	205
9.2 Kølemidler .....	215
9.3 Optimering af kredsprocessen .....	217
9.4 Opgaver til kapitel 9 .....	221
10.0 Gasblandinger.....	223
10.1 Formler for angivelse af sammensætning af en gasblanding.....	223
10.2 Daltons lov og partialtryk.....	226
10.3 Tilstandsstørrelser og stofværdier for gasblandinger .....	228
10.4 Gasblanding angivet på tør og våd basis .....	231
10.5 Opgaver til kapitel 10.....	233
11.0 Fugtig luft .....	234
11.1 Introduktion.....	234
11.2 Tørt og fugtigt flow af luft.....	235
11.3 Relativ og absolut fugtighed .....	235
11.4 Energiindhold i fugtig luft og densitet .....	237
11.5 Masse- og energi bevarelse i knudepunkter.....	240
11.6 Molliere diagram .....	244
11.7 Opvarmning og afkøling af fugtig luft – sensibel energiændring alene.....	247
11.8 Befugtning og affugtning af fugtig luft .....	250
11.9 Tørt og vådt termometer .....	256
11.10 Opgaver til kapitel 11.....	259
12.0 Forbrænding .....	262
12.1 Introduktion.....	262

12.2 Brændsler og brændværdi .....	262
12.3 Forbrænding uden luftoverskud .....	266
12.4 Forbrænding med luftoverskud .....	271
12.5 Øvre og nedre brændværdi.....	272
12.6 Specielle forhold ved forbrænding.....	273
12.7 Affugtning af fugtig røggas dvs. røggaskondensering.....	276
12.8 Opgaver til kapitel 12.....	282
Liste over appendikser.....	283
Appendiks A - Formelsymboler.....	284
Appendiks B - Løsningsforslag til kapitlernes opgaver .....	286
Appendiks C – Resultater til større opgaver (assignment) .....	303
Appendiks D - Tabeller og diagrammer.....	304
Appendiks D1 – Udvalgte fysiske konstanter .....	304
Appendiks D2 - Egenskaber for udvalgte gasser.....	304
Appendiks D3 - Egenskaber for udvalgte gasser ved forhøjede temperaturer .....	305
Appendiks D4 - Egenskaber for udvalgte stoffer .....	309
Appendiks D5 - Diagram og tabeller for vand: væske (vand), mættet tilstand og overheded gas (damp) .....	310
Appendiks D6 - Diagram og tabeller for ammoniak: væske, mættet tilstand og overheded gas .....	317
Appendiks D7 - Diagram og tabeller for iso-butan: væske, mættet tilstand og overheded gas .....	321
Appendiks E - Supplerende litteratur.....	324
Appendiks F – Udvalgt trigonometri .....	324
Stikordsregister .....	325

## 1.0 Introduktion og termodynamiske love

### 1.1 Introduktion

For at få overblik over de naturgivne fysiske lovmæssigheder, som influerer på menneskers livsbetingelser på planeten jorden, har man opdelt fysikken i en række grene, herunder bla.:

- Astrofysik
- Klassisk mekanik
- Termodynamik
- Statistisk mekanik
- Elektrodynamik
- Speciel relativitetsteori
- Almen relativitetsteori
- Kvantemekanik
- Kvantefeltteori

Der er således nok at tage fat på, men i denne bog begrænses indsatsen til termodynamik, hvor energi i form af varme og arbejde er centrale begreber. Det er begreber, som har stor betydning i vor hverdag – varme anvendes til bygningsopvarmning, arbejde produceret i en motor anvendes til fremdrivning af f.eks. biler, og køling anvendes til at forlænge holdbarheden af f.eks. fødevarer eller for at give større nydelse ved indtagelse f.eks. et glas kold mælk.

Det er ikke altid sådan, at den form naturen stiller energien til rådighed på, kan udnyttes direkte til vore formål. I mange tilfælde må vi benytte tekniske indretninger og anlæg for at omdanne energien til en brugbar form eller tilstand. **Undersøgelse og beskrivelse af energiomdannelsesprocesser og –anlæg** er det centrale i termodynamikken.

Den **klassisk termodynamik** – eller varmelære, som det hed i gamle dage – er læren om varme og dens omdannelse til andre energiformer på det makroskopiske (fænomenistisk) plan. Gasser, væsker og faste stoffer betragtes som makroskopiske objekter. Et eksempel kunne være at bestemme tilstandsændringen af en gas i en ståltank, når der varmes på ståltanken – hvordan opfører gassen sig som en helhed? I modsætning hertil beskæftiger statistisk termodynamik, som ikke vil blive præsenteret i denne bog, sig med stoffernes mikroskopiske opbygning og interaktion på atomart og molekulært plan.

Det er teknikerens eller maskiningeniørens opgave at vælge en proces for et energianlæg, og efterfølgende at opstille en **masse- og energibalancen(-r)** for processen. Masse- og energibalancen vil være grundlaget for det videre designarbejde for energianlægget, såsom udvælgelsen af egnede materialer, styrkemæssige beregninger, valg af delkomponenter mv.

Foruden indførelsen af principper og formler er det ligeledes et sigte at introducere nogle **begreber og fagudtryk**, som gerne skulle være behjælpelige, når man kort og præcis skal beskrive et anlæg eller føre en samtale med en anden tekniker. At lære disse begreber eller fagudtryk skal ses som en ekstra fordel uddover at kunne forklare opbygning og virkemåde af et energianlæg på almindeligt dansk.

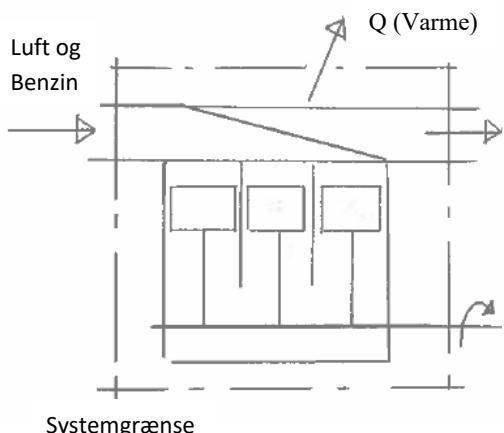
### 1.2 Termodynamisk system

Når man vil underkaste et energianlæg en nærmere beskrivelse eller undersøgelse er målet i mange tilfælde at opstille en masse- og energibalance for anlægget. En masse- og energibalance indebærer en kortlægning af input og output af masse og energi for energianlægget. Energi opdeles traditionelt i varme og arbejde.

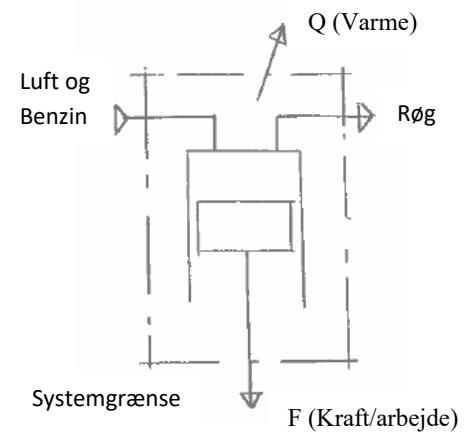
Energiplægget defineres derfor som et termodynamisk system eller blot et **system**, og alt uden for systemet benævnes **omgivelserne**. Grænsefladen mellem systemet og omgivelserne benævnes **systemgrænsen**.

Valg af system og systemgrænse afhænger af, hvad man ønsker at bestemme. På Fig. 1.2.1.a er vist en fler-cylindret motor. Er sigtet at bestemme masse- og energibalance for hele motoren dvs. bestemme massestrøm af benzin, luft og

røggas samt tillige at bestemme energi i benzin og røggas samt akselarbejdet, så lægger man en imaginær systemgrænse rundt om hele motoren. Et sigtet derimod at bestemme masse- og energibalancen for én cylinder, så lægger man systemgrænsen omkring én cylinder som vist på Fig. 1.2.1.b.



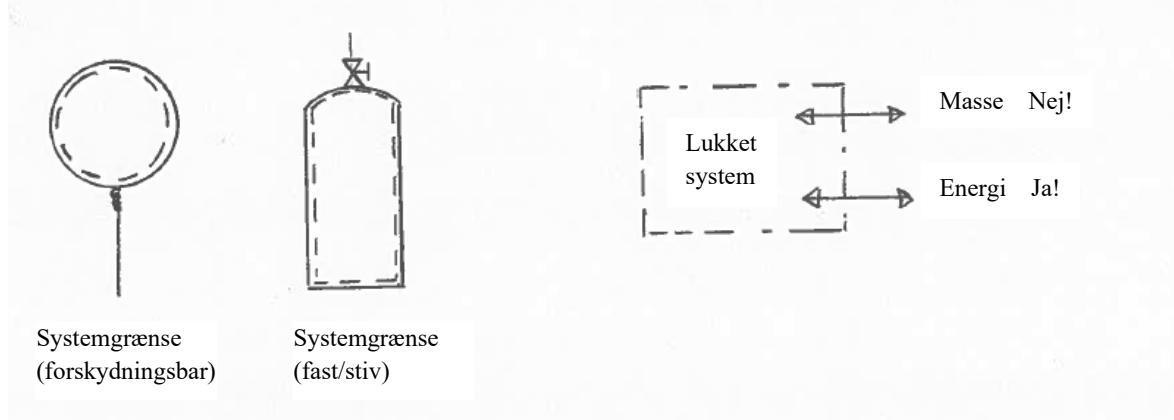
(a)



(b)

**Fig. 1.2.1** Valgt systemgrænse for to systemer

Systemer kan betragtes som lukkede eller åbne. Et **lukket system** kunne være en ballon eller en trykflaske til brændbar gas som vist på Fig. 1.2.2, hvor det underforstår, at ballonen er tæt og ventilen til trykflasken er lukket. Bemærk, at systemgrænsen er lagt således, at gassen er indenfor systemgrænsen, og ballonen eller stålcylinderen netop er uden for systemet. Et lukket system er netop kendtegnet ved, at der ikke sker transport af masse over systemgrænsen – hverken ind i eller ud af systemet. For et lukket system tillades alene transport af energi over systemgrænsen.

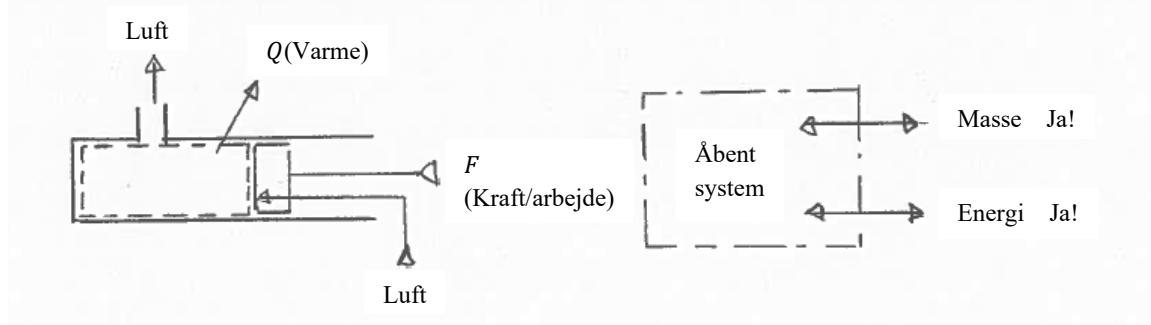
**Fig. 1.2.2** Eksempler på lukkede systemer (Systemgrænse er stiplet linje)

Et **åbent system** tillader transport af både masse og energi over systemgrænsen – både ind og ud af systemet. Eksempler på et åbent system kunne være motoren og cylinderen i Fig. 1.2.1 eller en cykelpumpe, som vist på Fig. 1.2.3. Bemærk, at systemgrænsen er lagt således, at det kun er gassen i cylinderen, som er systemet.

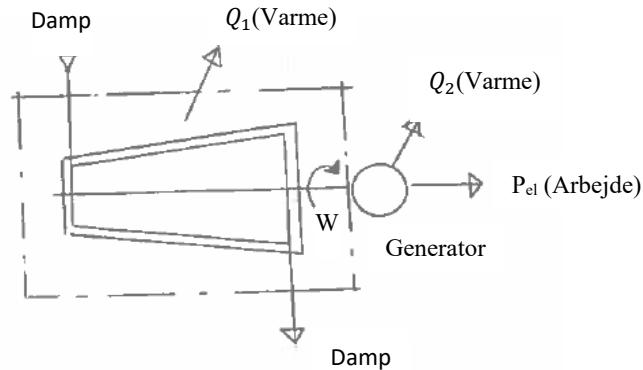
Et system, som hverken tillader transport af masse eller energi over systemgrænsen benævnes et **isoleret system**.

Et system eller et energianlæg med transport af arbejde og evt. masse over systemgrænsen men uden varmeudveksling med omgivelserne kaldes for **adiabatisk**. Et varmeudvekslingen - f.eks. i form af varmetab fra en overflade – ringe, kan man antage anlægget for adiabatisk og stadig opnå en rimelig overensstemmelse mellem beregninger og målinger. Et eksempel kunne være en dampmaskine på et kraftværk som vist på Fig. 1.2.4, der med god

tilnærmelse kan forudsættes at være et adiabatisk system. Dampturbinehuset er isoleret, hvorfor varmetabet til omgivelserne ( $Q_1$ ) er meget lille og typisk under 1 promille af den elproduktion, som sker i generatoren.



**Fig. 1.2.3** Eksempel på åbent system (Systemgrænse er stiplet linje)



**Fig. 1.2.4** Et dampturbineanlæg kan tilnærmelsesvis betragtes som et adiabatisk system dvs.  $Q_1 \approx 0$

For Fig. 1.2.1 til 1.2.4 gælder, at det er **mediet i maskinen, der er fokus på**, og der ses generelt bort fra selve maskinen/beholderen, herunder en opvarmning/afkøling af det materiale, som maskinen/beholderen er lavet af.

Når man opstiller en balance for enten energi eller masse for et system, skal man iagttage den almindeligt anerkendte **fortegnskonvention**, som indebærer, at masse eller energi, som tilføres systemet regnes for positivt. På samme vis regnes masse og energi, som udtages af systemet for negativt. I praksis er det acceptabelt at angive alle masse- og energimængder positive, hvis man er bevist om eller giver en bemærkning om at energimængden tilføres eller afgives fra systemet. F.eks. vil følgende angivelse: "Varmabet er 100 kJ" være fuldt ud dækkende for energimængdens størrelse og retning.

## 1.3 Fysiske størrelser og enheder

### 1.3.1 Fundamentale fysiske størrelser, enheder og SI systemet

Mennesket har igennem historien haft brug for at måle visse forhold f.eks. en afstand mellem to punkter f.eks. to lygtepæle. Hvad er mere nærliggende end at benytte sin fod som måleenhed. Andre benytter afstanden mellem spidsen af tommel- og lillefinger for en udspændt hånd. Problemet er bare, at sådanne mål vil variere fra menneske til menneske.

Industrialiseringen og den senere internationalisering har skabt et behov for et globalt enhedssystem, og over de sidste ca. 150 år blev **SI systemet** udviklet. SI systemet definerer **7 fundimentale enheder**, som er angivet i Fig.

1.3.1.1. Symboler benyttet i denne bog er indsatt i Appendiks A.

I sin tidligste version var længden 1 meter defineret som længden af en metalstang, og vægten 1 kilogram defineret som vægten af et lod, som begge blev opbevaret i en kælder i Paris. 1 meter var defineret som en ti-milliontedel af

afstanden mellem ækvator og én af polerne. Kopier af metalstang og lod blev fremstillet for at menigmand kunne gøre brug af SI systemet. Slidtage på metalstang og lod afstedkom dog, at senere kopier afveg fra de første kopier. Derfor forskes der til stadighed i at bestemme enhederne mere præcist. Længden 1 meter er i dag defineret som: Den distance lyset tilbagelægger i det tomme rum på  $1/299792458$  - del af et sekund. I november 2018 er et kilogram blevet koblet til Plancks konstant, som er  $6.626069934 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  med en usikkerhed på 13 milliarddele.

Størrelse	Enhed	Betegnelse	Formelsymbol
Længde	meter	m	L
Masse	kilogram	kg	m
Tid	sekunder	s	t
Temperatur	kelvin	K	T
Elektrisk strøm	ampere	Amp	I
Lysmængde	candela	cd	-
Stofmængde	mol	mol	n

**Fig. 1.3.1.1** Fundamentale enheder i SI systemet

SI systemet er baseret på et decimal-/dekadeforhold. F.eks. siger man ikke, at der er 40.000 m mellem København og Roskilde, men 40 km. "k" i "km" betegnes som et præfiks, og et udvalg af anvendte præfikser er angivet i Fig. 1.3.1.2.

Tal	Potensform	Navn	Prefiks	Symbol
1 000 000 000 000 000 000 000 000	$10^{24}$	Kvadrillion	yotta	Y
1 000 000 000 000 000 000 000 000	$10^{21}$	Trilliard	zetta	Z
1 000 000 000 000 000 000	$10^{18}$	Trillion	exa	E
1 000 000 000 000 000	$10^{15}$	Billiard	peta	P
1 000 000 000 000	$10^{12}$	Billion	tera	T
1 000 000 000	$10^9$	Milliard	giga	G
1 000 000	$10^6$	Million	mega	M
1 000	$10^3$	Tusind	kilo	k
100	$10^2$	Hundrede	hekt	h
10	$10^1$	Ti	deka	de
1	$10^0$	Et	-	-
0,1	$10^{-1}$	Tiendel	deci	d
0,01	$10^{-2}$	Hundrededel	centi	c
0,001	$10^{-3}$	Tusinddedel	milli	m
0,000 001	$10^{-6}$	Milliontedel	mikro	$\mu$
0,000 000 001	$10^{-9}$	Milliardtedel	nano	n
0,000 000 000 001	$10^{-12}$	Billiontedel	piko	p
0,000 000 000 000 001	$10^{-15}$	Billiardtedel	femto	f
0,000 000 000 000 000 001	$10^{-18}$	Trilliontedel	atto	a
0,000 000 000 000 000 000 001	$10^{-21}$	Trilliardtedel	zepto	z
0,000 000 000 000 000 000 000 001	$10^{-24}$	Kvadrilliontedel	yokto	y

**Fig. 1.3.1.2** Udvalgte præfikser

Når man utdaler eller benytter enheder i beregninger er det vigtigt at være stringent for ikke at blive misforstået eller regne forkert. I hverdagen sjuskies der med enhederne; f.eks. bestiller mange et kilo kartofler hos købmanden, men heldigvis er købmanden en vis mand, som udmærket ved, at man mener et kilogram kartofler.

Når man benytter formler, er det anbefalelsesværdigt at benytte SI enheder for de kendte variable, idet den ubekendte variabel i formlen så vil komme ud i sin SI enhed. Er man i tvivl, laver man en enhedsanalyse på formlen.

### 1.3.2 Afledte fysiske størrelser og enheder

De 7 fysiske størrelser med de fundimentale enheder kan benyttes til at danne andre fysiske størrelser, som er gengivet i Fig. 1.3.2.1. Enheden for de fysiske størrelser gengivet i Fig. 1.3.2.1 kan afledes af de 7 fundimentale enheder, hvorfor de ofte betegnes **afledte enheder**. Symboler benyttet i denne bog er indsat i Appendiks A.

De fysiske størrelser i Fig. 1.3.2.1 angiver **absolutte værdier**, idet de angiver en bestemt mængde – f.eks. en ballon har et (absolut) volumen på  $1 \text{ m}^3$ .

Størrelse	Enhed	Betegnelse	Definition	Formelsymbol
Kraft	Newton	N	$\text{kgms}^{-2}$	F
Moment (kraftmoment)	Newtonmeter	Nm	$\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$	T
Tryk	Pascal	Pa	$\text{Nm}^{-2}$	p
Energi (arbejde og varme)	Joule	J	$J = \text{Nm} = \text{kgm}^2\text{s}^{-2}$	E
Effekt	Watt	W	$\text{Nms}^{-1}$	$\dot{W}$ eller $\dot{P}$
Vinkel	Radianer	rad		-
Frekvens	Hertz	Hz	$\text{s}^{-1}$	-
Elektrisk modstand	Ohm	$\Omega$	$\text{kgm}^2\text{s}^{-3}\text{A}^{-2}$	$R_\Omega$
Elektrisk spænding	Volt	V	$\text{kgm}^2\text{s}^{-3}\text{A}^{-1}$	V
Vinkelhastighed	-	-	$\text{rads}^{-1}$	$\omega$
Areal	-	-	$\text{m}^2$	A
Volumen	-	-	$\text{m}^3$	V
Hastighed	-	-	$\text{ms}^{-1}$	c
Acceleration	-	-	$\text{ms}^{-2}$	a
Densitet/vægtfylde	-	-	$\text{kgm}^{-3}$	$\rho$
Indre energi	Joule	J	$J = \text{Nm} = \text{kgm}^2\text{s}^{-2}$	U
Entalpi	Joule	J	$J = \text{Nm} = \text{kgm}^2\text{s}^{-2}$	H
Entropi	-	-	$\text{JK}^{-1} = \text{kgm}^2\text{s}^{-2}\text{K}^{-1}$	S

Fig. 1.3.2.1 Afledte fysiske størrelser og enheder (udvalgte)

De fysiske størrelser indre energi, entalpi og entropi nævnt i Fig.1.3.2.1 er meget hensigtsmæssige fysiske størrelser i vore termiske beregninger, er nævnt her for fuldstændighedens skyld, og disse størrelser vil blive grundigt forklaret senere i bogen. Tilstandsstørrelserne tryk, temperatur, volumen, indre energi, entalpi og entropi benævnes **termiske tilstandsstørrelser** eller **tilstandsparametre**.

I nogle beregningssammenhænge kan det være en fordel at benytte **specifikke størrelser** f.eks. per kilogram. Et lille og et stort anlæg af en given type og under samme forudsætninger vil udvise samme specifikke størrelser. Beregninger for anlægstypen under de givne forudsætninger udføres én gang for en given størrelse af anlægget – og man kan med fordel regne på 1 kg eller 1 kg/s af stoffet i anlægget. Herefter kan man umiddelbart få resultaterne for et større anlæg ved at gange op med et masseforhold. Udvalgte specifikke størrelser er vist i Fig. 1.3.2.2.

Den generelle regel for symboler er, at når man skifter fra absolutte til specifikke værdier, skifter man fra et stort bogstav til et lille bogstav. F.eks. er symbolet for absolut entalpi "H" med enheden [J] og for specifik entalpi "h" med enheden [J/kg].

At angive en enhed for f.eks. specifik volumen som  $[\text{m}^3\text{kg}^{-1}]$  eller  $[\text{m}^3/\text{kg}]$  anses for ligeværdigt, og sidstnævnte vil blive foretrukket i denne bog.

Som nævnt er det anbefalelsesværdigt at benytte SI enheder for de kendte variable i en formel, idet den ubekendte variabel i formlen så vil komme ud i sin SI enhed. Af praktiske årsager, og som det fremgår af Appendiks A, angives

nogle enheder med et præfiks jf. Fig. 1.3.1.2 f.eks. entalpi i [kJ]. I formelberegninger skal man huske at medtage præfikserne for at få det rigtige resultat.

Størrelse	Definition	Formelsymbol
Specifik volumen	$m^3 kg^{-1} = m^3 / kg$	v
Specifik indre energi	$J kg^{-1} = J / kg$	u
Specifik entalpi	$J kg^{-1} = J / kg$	h
Specifik entropi	$J kg^{-1} K^{-1} = J / kgK$	s
Kvalitet	$kg kg^{-1} = kg / kg = -$	x

Fig. 1.3.2.2 Specifikke fysiske størrelser og enheder (udvalgte)

**Eksempel 1.3.2.a**

Nedsænker man et jernlod på 15,8 kg i vand fortrænges 2 liter vand. Hvad er densitet og specifik volumen af jern:

$$\rho(\text{jern}) = \frac{\text{Vægt}}{\text{Volumen}} = \frac{15,8 \text{ kg}}{2 \text{ l}} = 7,9 \text{ kg/l}$$

$$v(\text{jern}) = \frac{\text{Volumen}}{\text{Vægt}} = \frac{2 \text{ l}}{15,8 \text{ kg}} = 0,127 \text{ l/kg}$$

Der er således en matematisk sammenhæng mellem densitet og specifik volumen:  $v = \frac{1}{\rho}$ . Vi har allerede forbrudt os mod enhederne i Fig. 1.3.2.2, og det må gøres godt igen:

$$\rho(\text{jern}) = \frac{\text{Vægt}}{\text{Volumen}} = \frac{15,8 \text{ kg}}{2 \text{ l}} = 7,9 \frac{\text{kg}}{\text{l}} \cdot \frac{1000 \text{ l}}{1 \text{ m}^3} = 7.900 \text{ kg/m}^3$$

$$v(\text{jern}) = \frac{\text{Volumen}}{\text{Vægt}} = \frac{2 \text{ l}}{15,8 \text{ kg}} = 0,127 \frac{\text{l}}{\text{kg}} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ l}} = 0,000127 \text{ m}^3/\text{kg}$$

I kemiske sammenhænge benytter man ofte specifikke fysiske størrelser, som er baseret på et mol f.eks. molmassen M, som har enheden [kg/kmol el. g/mol]. Enheden [mol] står for antal enheder f.eks. molekyler og er defineret ved **Advogadros tal** dvs. 1 mol =  $6,02 \cdot 10^{23}$  enheder.

For emission af skadelige stoffer til omgivelserne f.eks. fra en skorsten benytter man ofte specifikke størrelser baseret på volumen. Skal man angive emission af svovldioxyd ( $SO_2$ ) fra kulforbrænding kan den angives i [ $mg/m^3$ ] – hvorfed der forstås  $mg \cdot SO_2$  divideret med  $m^3$ -røggas. I den forbindelse skal man huske på, at et volumen påvirkes, når tryk og temperatur ændrer sig, hvorfor man er nødt til samtidigt at angive, at svovlemissionen er oplyst ved f.eks. 1 atm (101.325 Pa) og 0 °C. Tryk og temperaturs indflydelse på et volumen vender vi tilbage til, men overlader præcise emissionsangivelser til et senere pensum.

Hvis man opdeler et hovedsystem i to lige store delsystemer, er de fysiske størrelser eller tilstandsstørrelser for delsystemerne enten halveret eller uforandret. Temperaturen i både hovedsystemet og de to delsystemer vil være ens, og temperatur betegnes som en **intensiv tilstandsstørrelse**. Massen i de to delsystemer vil være lige store, men udgøre halvdelen af hovedsystemets masse, og masse betegnes som en **ekstensiv tilstandsstørrelse**. En liste over intensive og ekstensive tilstandsstørrelser er vist i Fig. 1.3.2.3.

Tilstandsstørrelse	Hovedsystem (100 %)	Delsystem 1 (50 %)	Delsystem 2 (50 %)	Betegnelse
Masse	1 kg	0,5 kg	0,5 kg	Ekstensiv
Volumen	1 m <sup>3</sup>	0,5 m <sup>3</sup>	0,5 m <sup>3</sup>	Ekstensiv
Temperatur	273 K	273 K	273 K	Intensiv
Tryk	1 bar	1 bar	1 bar	Intensiv
Densitet	1 kg/m <sup>3</sup>	1 kg/m <sup>3</sup>	1 kg/m <sup>3</sup>	Intensiv

Fig. 1.3.2.3 Udvalgte intensive og ekstensive tilstandsstørrelser

## 1.4 Volumen, tryk og temperatur

Volumen, tryk og temperatur er velkendte fysiske størrelser eller tilstandsstørrelser, men bør alligevel underkastes en nærmere undersøgelse med hensyn til referencetilstand, omregningsfaktorer og måleprincipper.

### 1.4.1 Volumen

Afgrænsen man en mængde af et stof, kan man angive mængden på 3 måder:

- Volumen ( $V$ ) med enheden [ $\text{m}^3$ ]
- Masse ( $m$ ) med enheden [ $\text{kg}$ ]
- Stofmængde ( $N$ ) med enheden [ $\text{mol}$ ]

I mange sammenhænge foretrækker man at angive en mængde på enten masse- eller molbasis, idet disse angivelser er uafhængige af temperatur og tryk. Nedenfor er angivet formler for sammenhæng mellem masse, volumen og stofmængde, og disse kan kombineres, så man opnår den rette omregningsfaktor.

#### Masse versus volumen

Sammenhængen mellem masse ( $m$ ) og volumen ( $V$ ) af et stof bestemmes af det specifikke volumen ( $v$ ) eller densitet ( $\rho$ ), som er størrelser, som typisk er angivet i en tabel for stoffet – se Appendiks D2. Da størrelsen af et volumen som f.eks. en ballon er tryk- og temperaturafhængig er specifik volumen ( $v$ ) og densitet ( $\rho$ ) ligeså.

$$V = v \cdot m = \frac{1}{\rho} \cdot m \quad (1.4.1.1)$$

#### Volumen versus stofmængde

Sammenhængen mellem volumen ( $V$ ) og stofmængde ( $N$ ) for en gas bestemmes af molarrumfanget ( $V_{mol}$ ). Molarrumfanget er ligeledes tryk- og temperaturafhængig, idet molarrumfanget ( $V_{mol}$ ) kan bestemmes som molmasse ( $M$ ) divideret med densitet. Molarrumfang og densitet for udvalgte stoffer kan findes i Appendiks D2.

$$V = V_{mol} \cdot N = \frac{M}{\rho} \cdot N \quad (1.4.1.2)$$

#### Masse versus stofmængde

Sammenhængen mellem masse ( $m$ ) og stofmængde ( $N$ ) for en gas bestemmes af molmassen ( $M$ ). Molmasse for udvalgte stoffer kan se i Appendiks D2.

$$m = M \cdot N \quad (1.4.1.3)$$

### 1.4.2 Temperatur

For et menneskes beskrivelse af et temperaturniveau af et stof ville første indskydelse nok være at sætte dette i forhold til kropstemperaturen, og oprindeligt blev Fahrenheitskalaen fastlagt ved, at  $100^\circ\text{F}$  ( $=37,8^\circ\text{C}$ ) skulle svare til menneskets kropstemperatur (nok målt en dag, hvor Hr. Fahrenheit havde feber). Temperaturniveauet ville så betegnes som varmere eller koldere - eller gradbøjninger heraf som f.eks. køligt og bidende koldt.

Den svenske videnskabsmand Celsius' forslag til en temperaturskala blev etableret ud fra observation af vands frysepunkt og kogepunkt. Nulpunkt for skalaen ( $0^\circ\text{C}$ ) blev sat, hvor vand fryser, og maksimum for skalaen ( $100^\circ\text{C}$ ) blev sat, hvor vand begynder at koge. Vands fryse- og kogepunkttemperatur er trykafhængige, og vi kan konkludere, at Celsius har udført sine laboratoriemålinger i nærheden af havoverfladen, hvor trykket har været i nærheden af standard atmosfæretrykket ( $P_0 = 1 \text{ atm} = 101.325 \text{ Pa}$ ).

Nulpunktet for Kelvin-skalaen, som benyttes i SI systemet, er det absolutte nulpunkt svarende til  $-273,15^\circ\text{C}$ . Ifølge fysikken vil det ikke være muligt at skabe en temperatur, som er lavere end det absolute nulpunkt. I praktiske beregninger er det acceptabelt at afrunde således, at sammenhængen mellem Celsius- og Kelvinskalaen er:  $X[\text{ }^\circ\text{C}] + 273 = Y[\text{K}]$ . Der er således tale om en simpel nulpunktsforskydning mellem Celsius- og Kelvinskalaen.

I termodynamiske formler, hvor den absolutte temperatur skal anvendes, benyttes altid enheden [K] for temperatur. Hvor man i termodynamiske formler skal anvende en temperaturdifferens, kan man benytte [ $^{\circ}\text{C}$ ] eller [K] efter behag, idet en given temperaturdifferens er numerisk lige stor i Celsius- og Kelvinskalaen, da der kun er den froomtalte nulpunktsforskydning mellem de to skalaer. Ved bestemmelsen af en temperaturdifferens bliver man uafhængig af en valgt referencetilstand som det kan indses af formel (1.4.2.1).

$$\Delta T = T_2 - T_1 = (T_2 - T_{ref}) - (T_1 - T_{ref}) = T_2 - T_{ref} - T_1 + T_{ref} = T_2 - T_1 \quad (1.4.2.1)$$

#### **Eksmpel 1.4.2.a**

Lad os bestemme temperaturdifferensen mellem  $T_1 = 310\text{ K} = (310 - 273)\text{ }^{\circ}\text{C} = 37\text{ }^{\circ}\text{C}$  og  $T_2 = 400\text{ K} = (400 - 273)\text{ }^{\circ}\text{C} = 127\text{ }^{\circ}\text{C}$ :

$$\begin{aligned} \Delta T [\text{ }^{\circ}\text{C}] &= T_2 - T_1 = 127 - 37 = 90\text{ }^{\circ}\text{C} \\ \Delta T [\text{K}] &= T_2 - T_1 = 400 - 310 = 90\text{ K} \\ \downarrow \\ \Delta T [\text{ }^{\circ}\text{C}] &= \Delta T [\text{K}] \end{aligned}$$

For fuldstændighedens skyld skal det nævnes, at der findes andre temperaturskalaer som f.eks. Fahrenheitskalaen. Omregningsformel mellem Celsius- og Fahrenheitskalaen er  $X[\text{ }^{\circ}\text{F}] = Y[\text{ }^{\circ}\text{C}] \cdot 1,8 + 32$ .

#### **Eksmpel 1.4.2.b**

Når man ser amerikanske TV-vejrudsiger angiver de typisk temperaturen til over  $100\text{ }^{\circ}\text{F}$  for en varm sommerdag i Californien. Omregnes de  $100\text{ }^{\circ}\text{F}$  ( $100\text{ }^{\circ}\text{F} = 1,8 \cdot T\text{ }^{\circ}\text{C} + 32$ ) får man en temperatur på  $37,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ , hvilket må bekræftes til en varm sommerdag.

Til måling af temperatur kan benyttes et berøringstermometer eller et berøringsfrit termometer. I et **berøringsfrit termometer** måler man den elektromagnetiske stråling, som emitteres fra objektets overflade. Et berøringsfrit termometer har sine indlysende fordele, når man skal måle høje temperaturer dvs. temperaturer højere end de fleste metallers smeltepunkt dvs. godt  $3.000\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Princippet anvendes i termokameraer, som bla. anvendes, når man skal analysere om en bygning har kuldebroer.

Af **berøringstermometre** findes forskellige typer, herunder væsketermometer, metaludvidelsestermometer, modstandstermometer, gastrykstermometer og termoelement.

**Væsketermometeret** består af en lukket glaskolonne, hvor man udnytter det forhold, at en væskesøje tilnærmelsesvis udvider sig proportionalt med temperaturen. På glaskolonen er indtegnet en skala i [ $^{\circ}\text{C}$ ], hvor nulpunktet kunne være afmærket, når glaskolonen er neddyppet i en spand isvand.  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  kunne være afmærket, når glaskolonen er neddyppet i kogende vand. Herefter kan man opdele afstanden mellem de to afmærkede punkter og inddеле denne i 100-dele. Tidligere benyttede man kviksølv i væsketermometre, men dette er ikke mere tilladt, da kviksølv er et tungmetal og derved en miljøgift.

Væsketermometre benyttes til at bestemme temperaturer op til  $6-800\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Sker der faseskifte af væsken i glaskolonen dvs. bliver væsken til fast stof ved lave temperaturer eller bliver væsken til gas ved høje temperaturer, så dur den pågældende væske ikke til det konkrete måleområde.

**Metaludvidelsestermometeret** består af to strips af forskellige metaller, som er valset så hårdt sammen, at de to strips ikke skiller fra hinanden, og man opnår det, man kalder en bimetal strip. Når en bimetal strip opvarmes, vil bimetal strippe krumme pga. metallernes forskellige varmeudvidelseskoefficient. Fastholdes bimetal strippe i den ene ende, så vil den anden ende bevæge sig, og man kan påføre en skala til bestemmelse af temperaturen. Der findes beregningsformler for bestemmelse af krumningsradius for en bimetal strip, men dette vil ikke blive gennemgået i denne bog. Mange termometre, som anvendes på væggen i folks dagligstuer, er baseret på dette princip, og her er bimetal strippe blot rullet op til en spole.

**Termoelementet** består af to metaltråde af forskellige materialer, som er sammensat i enderne ved f.eks. svejsning. Der er således kun elektrisk kontakt mellem metaltrådene i enderne. Opvarmes den ene ende, vil der opstå en mindre spændingsforskell, som kan registreres i et fintfølende voltmeter. Der vil være en tilnærmelsesvis lineær sammenhæng mellem temperaturforskell og spænding mellem enderne på metaltrådene. Man skal være opmærksom på, at den målte spænding kun er et udtryk for en temperaturforskell, og ikke en absolut temperatur. Termoelementer benyttes typisk på anlæg, hvor man skal overvåge, at der ikke opstår for store temperaturforskelle mellem ujævnt varmepåvirkede parallelle rør. Måles en for stor temperaturforskell, kan man få et proceskontrolanlæg til at give en alarm til driftspersonalet om at tilse processen.

**Modstandstermomimetret** udnytter principippet om, at der er en tilnærmelsesvis lineær sammenhæng mellem temperatur og elektriske modstand i et metal. Modstandstermomimetret anvendelsesområde er bestemt af det anvendte metals smeltepunktstemperatur, og i praksis betyder det, at man ikke kan bruge dette princip til temperaturer højere end godt 3000 °C.

#### 1.4.3 Tryk

Tryk er en afledt fysisk størrelse, og defineret som forholdet mellem kraft og areal. Det er kraftens ortogonale (vinkelrette) komposant på arealet, som skal benyttes.

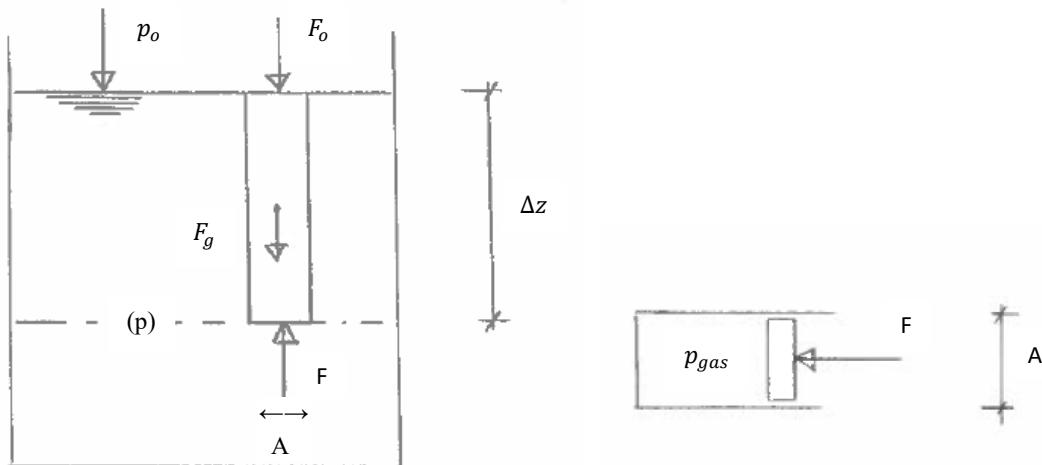
$$p = \frac{F}{A} \quad (1.4.3.1)$$

SI enheden for tryk er [Pa] eller [ $N/m^2$ ]. Imidlertid fraviges SI enheden i mange praktiske sammenhænge, og den bekvemme enhed [bar] anvendes.

- 1 bar = 100.000 Pa
  - 1 kPa = 1.000 Pa
  - 1 MPa = 1.000.000 Pa = 10 bar
  - 1 atm = 101.325 Pa = 1,013 bar
- (1.4.3.2)

Når vi bestiger et bjerg falder omgivelsestrykket, og når vi dykker i havet stiger omgivelsestrykket. For at analysere denne problematik betragtes figuren på Fig. 1.4.3.1.a. Der lægges en imaginær systemgrænse omkring væskesøjlen med højden ( $\Delta z$ ) og top- og bundarealet ( $A$ ). Væsken har overalt densiteten ( $\rho$ ).

Tyngdekraften på væskesøjlen er  $F_g = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot A \cdot \Delta z \cdot g$ . På toparealet virker atmosfæretrykket ( $p_0$ ), som giver en kraftpåvirkning på  $F_0 = p \cdot A_0$ . På bundarealet virker kraften  $F = p \cdot A$ .



(a) Tryk forårsaget af udvendig belastning og egenvægt

(b) Tryk forårsaget af udvendig belastning

Fig. 1.4.3.1 Tryk i et stillestående stof.

På bundarealet skal der være statisk ligevægt, og vi kan anvende principippet fra statikken, som siger, at summen af kræfterne i opadgående retning skal være lig summen af kræfterne i nedadgående retning.

$$F_g + F_o = F \quad (1.4.3.3)$$

$$\rho \cdot A \cdot \Delta z + p_o \cdot A = p \cdot A$$

Reduceres udtrykket fås:

$$p = p_o + \rho \cdot g \cdot \Delta z \quad (1.4.3.4)$$

Som det ses af formel (1.4.3.3) og (1.4.3.4) er trykket ( $p$ ) uafhængigt af den valgte størrelse af top- og bundareal, hvorfor vi kan sige, at der hersker det samme tryk ( $p$ ) i ethvert punkt i væsken, som er placeret i samme dybde som bundarealet for væskesøjlen.

I formel (1.4.3.4) kan  $p - p_o$  isoleres, som udtrykker trykforskellen mellem top- og bundareal, og er lig med det tryk eller nok rettere differenstryk ( $\Delta p$ ), som væskesøjlen bidrager med, og som benævnes det **hydrostatiske tryk**.

$$\Delta p = p - p_o = \rho \cdot g \cdot \Delta z \quad (1.4.3.5)$$

#### **Eksmpel 1.4.3.a**

Omgivelsestrykket ( $p_o$ ) er også et hydrostatisk tryk, og kommer fra vægten af den luftsøjle, som står på et vilkårligt areal på jordoverfladen eller vore skuldre. Vi skal dog notere os, at densitet og tyngdekraft ikke er konstanter i luftsøjlen, da disse størrelser varierer i afhængighed af afstanden til Jordens centrum. Hvis omgivelsestrykket skulle bestemmes via formel (1.4.3.5) ville der være brug for integralregning.

$$p_o = \int_{jordoverfladen}^{yderkanten af atmosfæren} \rho(z) \cdot g(z) \cdot dz$$

Med reference til formlerne (1.4.3.4) og (1.4.3.5) kan trykket i bunden af væskesøjlen i Fig. 1.4.3.1(a) angives på to måder:

$$p = p_o + \rho \cdot g \cdot \Delta z \quad i [bara] \quad (1.4.3.6)$$

$$p = \rho \cdot g \cdot \Delta z \quad i [baro] \quad (1.4.3.7)$$

En trykangivelse som i formel (1.4.3.6) inklusive omgivelsestrykket kaldes for et **absolut tryk** med enhedsangivelsen [bar(a)] eller [bara] eller [ata], og en trykangivelse som i formel (1.4.3.7) eksklusive omgivelsestrykket kaldes for et **overtryk** eller **manometertryk** med enhedsangivelsen [bar] eller [baro] eller [ato]. Forskellen mellem de to trykangivelser er omgivelsestrykket svarende til 1,013 bara.

Trykangivelse jf. formel (1.4.3.6) benævnes **statisk tryk eller hviletryk**. Et medie i bevægelse vil give anledning til et yderligere tryk benævnt **dynamisk tryk**, som bestemmes som  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2$ . Summen af det statiske og dynamiske tryk benævnes **totaltrykket eller stagnationstrykket**. I daglig tale skelner man ikke mellem ordet "tryk" og ordet "statisk tryk", hvilket måske er lidt sjusket.

Hvis andet ikke angives, så antages en hastighed ( $c$  i enheden [ $m/s$ ]) for et medie i et rør at være middelhastigheden dvs. at hastigheden ikke varierer på tværs af centerlinjen i røret. Sagt på en anden måde, er hastigheden bestemt som volumenstrømmen ( $\dot{V}$  i enheden [ $m^3/s$ ]) divideret med det samlede indvendige tværsnitsareal (i gl. dage benævnt lysningsarealet) ( $A$  i enheden [ $m^2$ ]) af røret ( $c = \frac{\dot{V}}{A}$ ).

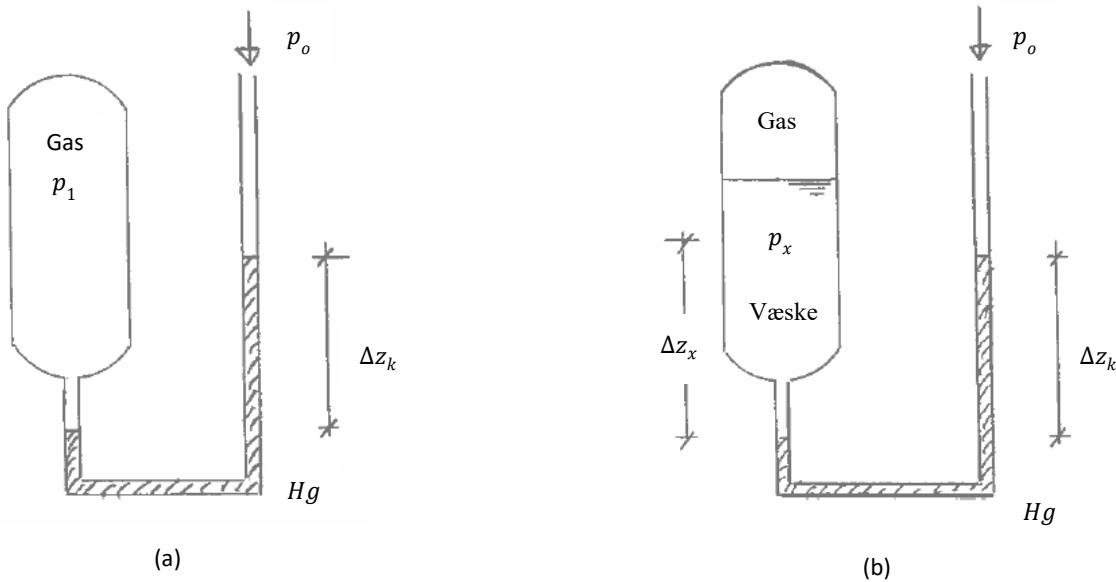
**Eksempel 1.4.3.b**

I et rør strømmer en væske med en densitet på  $900 \text{ kg/m}^3$  med en hastighed på  $2 \text{ m/s}$ . På et manometer monteret på røret kan aflæses et statisk tryk på 2 baro. Omgivelsestrykket er 1,013 bara. Bestem totaltrykket for væsken i [bara].

$$p_{total} = p_{statisk} + p_{dynamisk} = p_o + p_{manometer} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2$$

$$p_{total} = 1,013 \text{ bara} + 2 \text{ bar} + \frac{1}{2} \cdot 900 \text{ kg/m}^3 \cdot (2 \text{ m/s})^2 \cdot 10^{-5} \text{ bar/Pa} = 3,031 \text{ bara}$$

Som det ses af formel (1.4.3.5) er det hydrostatiske tryk proportional med densiteten. Videre ses, at for et givet hydrostatiske tryk er der omvendt proportionalitet mellem densitet og højdeforskel. For samme hydrostatiske tryk giver en stor densitet en lille højdeforskel, som kan være fordelagtigt i praksis. Dette var grundelsen for at anvende kviksølv til trykmåling i gamle dage.



**Fig. 1.4.3.2** Trykmåling på en gas i en tank (a) og på en væske i en tank (b).

For en gassøje med moderat højde og med normalt lav densitet kan man i visse beregninger være fristet til at negligerer forskel i hydrostatiske tryk mellem top og bund i gassøjen uden at dette ville give anledning til stor unøjagtighed på beregninger. På Fig. 1.4.3.2.a er vist en trykmåling med et **U-rørs manometer** for en gasfyldt lukket tank. Det antages med en lille unøjagtighed, at trykket ( $p_1$ ) i gassen overalt er konstant. Overtrykket i gastanken giver anledning til en højdeforskel mellem kviksølvsoverfladerne i U-røret ( $\Delta z_k$ ). Absoluttrykket i gastanken ( $p_1$ ) bliver da:

$$p_1 = p_o + \rho_k \cdot g \cdot \Delta z_k \quad (1.4.3.8)$$

Trykket et vilkårligt sted i væsken ( $p_x$ ) i Fig. 1.4.3.2.b vil være en funktion af højden i tanken og dermed bør trykbidraget fra væsken medtages pga. væskens relativt større densitet. Lad  $\Delta z_x$  betegne højden af væskesøjen over kviksølvet til et vilkårligt sted i væsken. Ved bestemmelsen af trykket ( $p_x$ ) vil det være nødvendigt til at fradrage differenstrykket fra væskesøjen ( $\Delta z_x$ ) i formel (1.4.3.8):

$$p_x = p_o + \rho_k \cdot g \cdot \Delta z_k - \rho_v \cdot g \cdot \Delta z_x \quad (1.4.3.9)$$

**Eksempel 1.4.3.c**

Et cykeldæk er pumpet op til et (statisch) tryk på 0,5 bara. Bestem højden af kviksølvssøjlen ved en U-rørsmåling af det (statiske) tryk. Densitet for kviksølv er  $13.550 \text{ kg/m}^3$ .

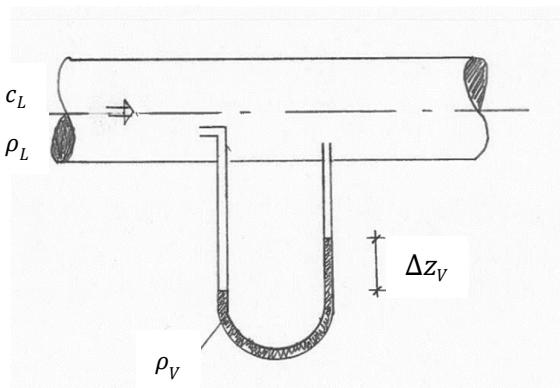
$$\Delta z (\text{kviksølv}) = \frac{\Delta p}{\rho \cdot g} = \frac{50.000 \text{ Pa}}{13.550 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 0,376 \text{ m}$$

Punktere dækket vil overtrykket inde i dækket forsvinde, og  $\Delta z (\text{kviksølv}) = 0$ , som er et udtryk for at trykket (statisch) inde i dækket og omgivelserne er lige store svarende til  $p_0 = 1,013 \text{ bara} = 0 \text{ baro}$ .

Et U-rørs manometer egner sig af praktiske årsager kun til at bestemme mindre trykforskelle. Et alternativ hertil er et **Bourdon manometer**, som er udført som et tyndt metalrør, der er rullet til en spiral. Den ene ende af røret forbindes til målestedet, og den anden ende, som er lukket, forbindes til manometrets viserskive. Når trykket stiger vil spiralen deformeres, og denne deformation kan omsættes til en visning af trykket med viseren på viserskiven.

En alternativ konstruktion kunne være en membran, som adskiller to rum i manometeret. Det ene rum står i direkte forbindelse med målestedet, og det andet står i direkte forbindelse med omgivelserne. Når trykket i målestedet stiger, vil membranen deformeres, og denne deformation kan omsættes til en visning af trykket på en viserskive.

Det føromtalte dynamiske tryk for et strømmende medie kan bestemmes efter U-rørs-princippet. Begge ender af den slange, som udgør U-røret, stikkes ind i det strømmende medie, som vist på Fig. 1.4.3.1. Den ene rørende peger modsat strømningsretningen og den anden rørende på tværs af strømningsretningen. I begge rørender, vil man måle det statiske tryk, men i den ende, som peger modsat strømningsretningen vil man tillige måle det dynamiske tryk. U-røret vil således vise forskellen mellem de to trykmålinger, som vil være identisk med det dynamiske tryk, som efterfølgende kan anvendes til bestemmelse af strømningshastigheden ved isolering af hastigheden (c) af udtrykket  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2$ .



Indeks L: Luftstrøm i hovedrøret  
Indeks V: Væske i U-røret

$$\Delta p_L = \rho_V \cdot g \cdot \Delta z_V$$

$$\Delta p_L = \frac{1}{2} \cdot \rho_L \cdot c_L^2$$

↓

$$c_L = \sqrt{\frac{\rho_V \cdot g \cdot \Delta z_V}{\frac{1}{2} \cdot \rho_L}}$$

**Fig. 1.4.3.3** Bestemmelse af dynamisk tryk og hastighed i luftstrøm.

Det generiske ord for trykmåler er **tryktransducer**, og er defineret som et instrument, der registrerer et medietryk og producerer et elektrisk, mekanisk eller pneumatisk signal herfor. Der synes dog at være en praksis for at kalde en lokalvist trykmåling efter f.eks. U-rørs- eller Bourdonprincipippet for et manometer, og en fjernvist trykmåling (elektrisk overført til et proceskontrolanlæg) for en tryktransducer.

En elektrisk tryktransducer kan være baseret på f.eks. en strain-gauge måling, som udnytter princippet om, at der er korrelation mellem forlængelsen af en vire og den elektriske modstand heri. Alternativt kan en elektrisk tryktransducer være baseret på det piezoelektrisk princip, som indebærer, at en mekanisk påvirket dielektrisk (=ikke-ledende) krystal vil generere en med den mekaniske belastning proportional spændingsforskel.

**Eksempel 1.4.3.d**

Personer, som dykker i havet eller svømmehallen har bemærket en stigende smerte i ørerne, når de dykker ned på en dybde på mere end et par meter. Dette skyldes, at det (statiske) tryk på membranen i øret stiger svarende til væskesøjlen over dykkeren. På f.eks. 3 meters dybde kan man sige, at der er et (statisk) tryk på 3 meter vandsøjle eller et (hydrostatisk) tryk på:

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta z = 1.000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 3 m = 29.430 Pa \text{ eller } 0,2943 baro$$

Densiteten af vand kan antages til  $1.000 \text{ kg/m}^3$ . Proportioneres der, kan man bestemme 1 bar til at være 10,19 m vandsøjle eller forkortet til 10,19 m(VS). I praktisk sammenhæng afrundes ofte til 10 m (VS).

## 1.5 Termodynamikkens love

Igennem tiderne er der defineret fire hovedsætninger eller love inden for termodynamikken. Disse love, som videnskabeligt anses for korrekte og gældende, vil være en hjælp til at forstå og beregne på energikonverterende anlæg.

Termodynamikkens fire love vil blive præsenteret i dette afsnit, og vil blive taget frem igen og fortolket, når de forskellige energikonverterende anlægstyper omtales senere i bogen.

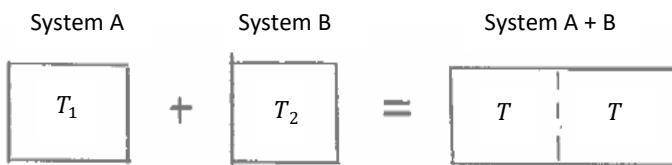
### Termodynamikkens 0. lov

Den 0. lov kan formuleres på følgende måde:

**Systemer i ligevægt har den samme temperatur. Kommer to systemer med forskellig temperatur i kontakt, vil der ske en varmeudveksling fra det varme til det kolde system indtil de har samme temperatur.**

(1.5.1)

Princippet indebærer selvfølgelig, at der er tale om et isoleret system, hvor der ikke sker energiudveksling med omgivelserne. Den 0. lov kan anskueliggøres, som vist på Fig. 1.5.1.



NB! Temperaturen "T" i system A+B er afhængig af mængden af stof og specifikke varmefylder for stoffet i systemerne A og B.  
(Uddybes i kapitel 5.4)

Der må dog gælde at:

$$T_2 \leq T \leq T_1 \quad \text{hvis } T_1 \geq T_2$$

$$T_1 \leq T \leq T_2 \quad \text{hvis } T_2 \geq T_1$$

**Fig. 1.5.1** Grafisk fremstilling af termodynamikkens 0. lov

Den 0. lov udtrykker, at når der indtræffer termisk ligevægt i system A + B vil tilstandsparametre (f.eks. tryk og temperatur) for systemet ikke kunne ændre sig af sig selv. Ligevægtsforskydning og ændringer af tilstandsparametre i systemet kan kun ske som følge af en ydre påvirkning af systemet.

### Termodynamikkens 1. lov

Den 1. lov kan formuleres på følgende alternative måder:

**Energi kan omdannes fra én form til en anden, men den totale energimængde er konstant.** (1.5.2)

eller

**En kontinuert virkende maskine kan kun udføre et arbejde, når denne får tilført en tilsvarende mængde energi.** (1.5.3)

eller

**Den energi, som strømmer ind i et system, er lig med forøgelsen af systemets indre energimængde minus det arbejde, som udføres af systemet.** (1.5.4)

Den 1. lov udtrykker, at energi ikke kan skabes eller ødelægges, samt at energi er transformerbar mellem forskellige former.

### Termodynamikkens 2. lov

Kelvin-Planck har formuleret den 2. lov på følgende måde:

**Det er ikke muligt for et anlæg, som udfører en kredsproces, at modtage varme fra et enkelt reservoir og producere en tilsvarende mængde arbejde.** (1.5.5)

Alternativt har Clausius formuleret:

**Det er ikke muligt at konstruere et anlæg, som udfører en kredsproces og udfører ingen anden opgave end at overføre varme fra et lavtemperatur reservoir til et højtemperatur reservoir.** (1.5.6)

Den 2. lov udtrykker for det første, at der er grænser for energiens omdannelse. For det andet, at virkelige processer ikke sker uden tab eller kan udvise en virkningsgrad på 100 %. Energi må således underkastes en kvalitativ og kvantitativ betragtning. En grafisk fremstilling af termodynamikkens 2. lov er forsøgt på Fig. 1.5.2.

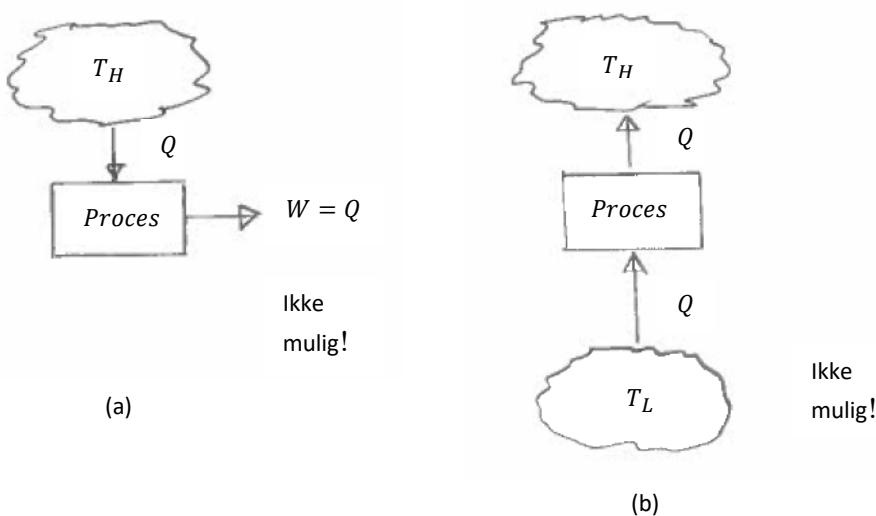


Fig. 1.5.2 Grafiske fremstillinger af termodynamikken 2. lov med ref. til hhv. formel (1.5.5) og (1.5.6)

**Termodynamikkens 3. lov**

Den 3. lov kan formuleres på følgende måde:

**Entropien af et rent krySTALLinsk medie er nul ved det absolute  
temperaturnulpunkt (0 K)**

(1.5.7)

Den 3. lov definerer således (bare) et referencepunkt for den termiske tilstandsstørrelse entropi, som vil blive forklaret i kapitel 6.

## 1.6 Gode råd ved problemløsning

Når man som ingeniør skal løse tekniske opgaver eller som ingeniørspire bliver konfronteret med underviserstillede opgaver, er det hensigtsmæssigt at gå frem efter en bestemt metode eller opskrift.

Man hører fra tid til anden en studerende, som siger ”Nu har jeg knækket koden til dette fag, og kan se strukturen i de stillede opgaver”.

En anbefalet metode for en studerende kunne bestå af følgende trin:

1. Læs hele opgaven igennem
2. Identificér anlægstypen
3. Lav et forsimplert procesdiagram for anlægget
4. Notér randbetingelser og givne data
5. Memoriser teori og formler for anlægstypen – eller kig i relevant kapitel i lærebogen eller gamle opgaver
6. Udvælg relevant formel eller beregningsprincip på baggrund af den ønskede ubekendte faktor
7. Bestem den ubekendte faktor ved brug af SI enheder i formler
8. Verificér den beregnede størrelse – kan resultatet passe rent intuitivt?
9. Angiv den beregnede størrelse med det antal decimaler, som passer med omstændighederne eller usikkerheden på de indgående data

Det er tilrådeligt, at udføre de første beregningsprocedurer på en anlægstype i hånden (papir og blyant). Når proceduren er afprøvet og forstået, kan man med fordel anvende egenproducerede eller købte standard EDB programmer.

## 1.7 Opgaver til kapitel 1

Detaljeret løsningsforslag til de \*-mærkede opgaver er angivet i Appendiks B.

### Opgave 1.1

En lukket beholder på  $2 \text{ m}^3$  indeholder  $1,8 \text{ kg}$  tør atmosfærisk luft. Bestem det specifikke volumen for luften. (Svar:  $1,11 \text{ m}^3/\text{kg}$ )

### Opgave 1.2

Stofdata for tør atmosfærisk luft er angivet i Appendiks D2. Bestem antal mol luft i en lukket beholder på  $2 \text{ m}^3$ , som indeholder  $1,8 \text{ kg}$  tør atmosfærisk luft. (Svar:  $0,062 \text{ kmol}$ )

### Opgave 1.3 \*

Temperaturen af en gas i en beholder er målt med et termometer til  $53^\circ\text{C}$ . Angiv temperaturen i [K] og [ $^\circ\text{F}$ ]. (Svar  $326 \text{ K}$  og  $127,4^\circ\text{F}$ )

### Opgave 1.4

En lukket beholder på  $2 \text{ m}^3$  indeholder  $0,03 \text{ kmol}$  tør atmosfærisk luft. Bestem densiteten for luften. (Svar:  $0,44 \text{ kg/m}^3$ )

### Opgave 1.5 \*

Omgivelsestrykket er målt på et manometer til  $982 \text{ hPa(a)}$ . Angiv omgivelsestrykket i [bara] og [ata]. (Svar:  $0,982 \text{ bara}$  og  $0,969 \text{ ata}$ )

### Opgave 1.6

Bestem trykket i [MPa] på guloverfladen forårsaget af en dame på  $60 \text{ kg}$ , som står tilbagelænet og alene hviler på sine stilethæle med hver et areal på  $1 \text{ cm}^2$ . Bestem herefter trykket i [MPa] på jorden for en elefant på  $5 \text{ ton}$ , som står på bagbenene med hver et areal på  $400 \text{ cm}^2$  for at nå nogle saftige blade på et højt træ. (Svar:  $p_{\text{dame}}=2,95 \text{ MPa}$  og Svar:  $p_{\text{elefant}}=0,61 \text{ MPa}$ )

### Opgave 1.7

Hvad er absoluttrykket i [kPa] på bunden af et svømmebassin, som er  $4 \text{ m}$  dybt, når densiteten af vandet i bassinet antages til  $1.000 \text{ kg/m}^3$  og barometertrykket kan aflæses til  $1013,25 \text{ hPa}$ ? (Svar:  $140,61 \text{ kPa}$ )

### Opgave 1.8 \*

En pumpe, som er placeret på jorden og skyder vandet op i en søjle, yder et tryk på afgangsstuds'en på  $8 \text{ bara}$  og pumper vand med en densitet på  $980 \text{ kg/m}^3$ . Hvor højt i [m] når væskesøjlen op i luften på dage, hvor barometertrykket kan aflæses til  $1013,25 \text{ hPa}$ ? (Svar:  $72,6 \text{ m}$ )

### Opgave 1.9

Hvad er absoluttrykket i [bara] på bunden af Merianergraven, som er  $10.911 \text{ m}$  dyb, når densiteten af saltvandet antages til  $1.025 \text{ kg/m}^3$  i gennemsnit og barometertrykket kan aflæses til  $1013,25 \text{ hPa}$ ? (Svar:  $1.099,3 \text{ bara}$ )

### Opgave 1.10 \*

I et rør med en udvendig diameter på  $244,5 \text{ mm}$  og en godstykke på  $4 \text{ mm}$  strømmer  $3160 \text{ m}^3/\text{h}$  luft med et specifikt volumen på  $0,9 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Bestem det dynamiske tryk i [Pa] i røret. (Svar:  $222 \text{ Pa}$ ). Angiv og skitsér en simpel metode til bestemmelse af det dynamiske tryk.

## 2.0 Energi og proces

### 2.1 Energi og energiudveksling for et system

For et termodynamisk system eller blot et system kan den totale energi opdeles i **mikroskopiske energier** og **makroskopiske energier**.

Summen af alle mikroskopiske energier benævnes den **indre energi** ( $U$ ) med enheden [J] eller [kJ]. Af væsentligste mikroskopiske energier for et stof i et system kan nævnes sensibel, latent, kemisk og nuklear energi:

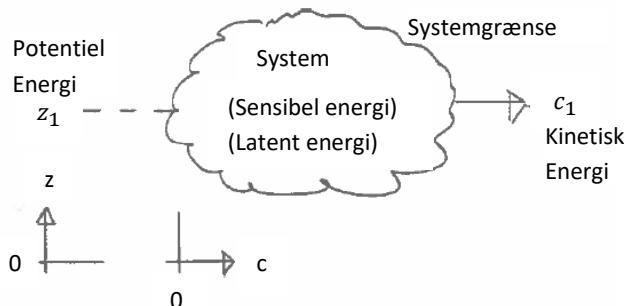
- **Sensibel energi** relaterer sig til den kinetiske energi i molekylerne, og den kinetiske energi er proportional med temperaturen,
- **Latent energi** relaterer sig til en ændring af fasetilstand (fast, flydende eller gas). En ændring af fasetilstand kræver udveksling af energi med omgivelserne som f.eks. kan erkendes ved, at afkogning af vand til damp på et komfur kræver tilførsel af energi fra elnettet eller en gasbrænder,
- **Kemisk energi** relaterer sig til atombindingerne. Ved en kemisk reaktion som f.eks. en forbrænding (=iltning) af en brændbar gas (en kulbrinte:  $C_xH_y$ ) nedbrydes atombindingerne i kulbrintemolekylet, og der frigives røggas og energi,
- **Nuklear energi** relaterer sig til energien bundet i atomkernen. Ved en spaltning af atomkernen frigives nuklear energi.

I denne lærebog ser vi indledningsvis bort fra kemisk og nuklear energi, idet vi kun vil betragte kemisk stabile stoffer, og egenskaber og data for kemisk stabile stoffer vil blive behandlet i kapitel 3. Det skal dog nævnes, at forbrændingslære med fravigelse af kemisk bunden energi er behandlet i kapitel 12. Den indre energi ( $U$ ) er en termisk tilstandsstørrelse, som omtalt i kapitel 1.3.2.

Makroskopiske energier relaterer sig til bevægelsen af et system og eksterne påvirkninger på et system. Af væsentligste makroskopiske energier for et system kan nævnes systemets kinetiske og potentielle energi, samt påvirkninger fra energifelter og overfladespændinger på systemgrænsen:

- **Kinetisk energi** relaterer sig til bevægelsen af et system som helhed og den hastighed, som systemet bevæger sig med i forhold til en defineret reference,
- **Potentiel energi** relaterer sig til et systems vertikale placering i tyngdefeltet i forhold til en defineret reference,
- **Energi fra energifelter** relaterer sig til kraftpåvirkninger på et system som helhed skabt af magnetiske eller elektriske kilder,
- **Energi fra overfladespændinger** relaterer sig til energi henført til påførte spændinger på eller tøjninger i et systems grænseflade.

I denne lærebog ser vi bort fra energi fra energifelter og overfladespændinger. Relevante energier for denne lærebog er grafisk vist på Fig. 2.1.1.



**Fig. 2.1.1** Grafiske fremstillinger af udvalgte energier

Termodynamikkens 1. lov (ref. til formel 1.5.2 – 1.5.4) udtrykker, at energi ikke kan destrueres eller opstå af sig selv eller med andre ord, at tilføres et system energi, så må energien tages fra omgivelserne – eller omvendt. En ændring af et systems mikroskopiske og makroskopiske energi vil kræve en numerisk lige stor energiudveksling med omgivelserne. Ændringen af et systems energi kan opdeles i ændringen af systemets indre energi plus ændringen af systemets kinetiske og potentielle energi:

$$|\Delta E_{omgivelser}| = |\Delta E_{system}| = |\Delta U + \Delta E_k + \Delta E_p| \quad (2.1.1)$$

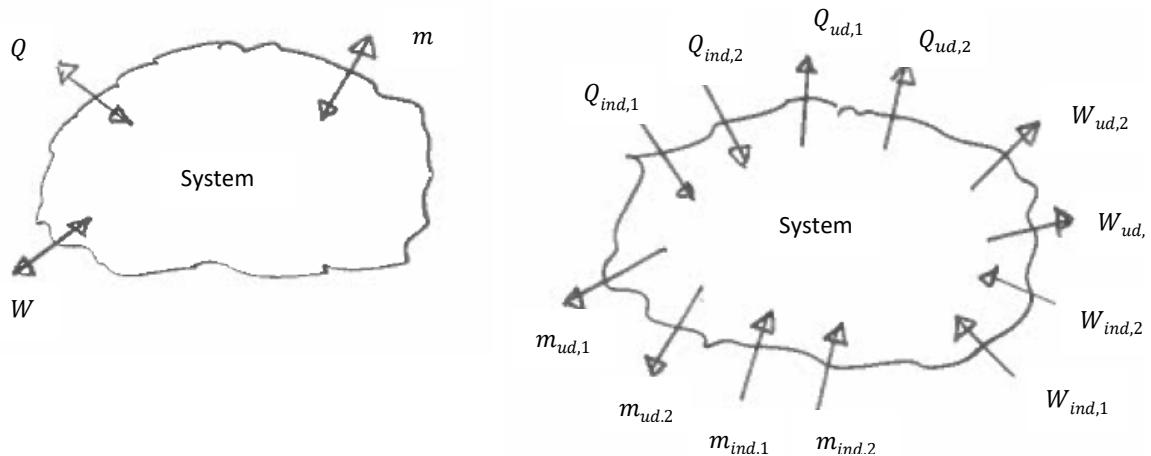
I denne lærebog vil vi som hovedregel se på fysisk stationære systemer, hvor de makroskopiske energier er nul.

Formel (2.1.1) for et **makroskopisk stationært system**, som ikke har nogen hastighed i forhold til en bestemt reference eller vertikal flytning i tyngdefeltet, forenkles til:

$$|\Delta E_{omgivelser}| = |\Delta E_{system}| = |\Delta U| \quad (2.1.2)$$

Udveksling af energi med enheden [J] eller [kJ] mellem et system og dets omgivelser kan ske på 3 måder, som grafisk vist på Fig. 2.1.2, dvs. ved udveksling af varme og arbejde samt igennem udveksling af masse:

- **Varme (Q)** er energiudveksling som relaterer sig til en temperaturforskælf mellem systemet og dets omgivelser. Varme kan udveksles som **varmeleddning**, **varmekonvektion** og **varmestråling**. I beregningsformler for alle typer af varmeudveksling indgår temperaturforskellen mellem systemet og dets omgivelser,
- **Arbejde (W)** relaterer alle andre energiudvekslinger end varmeudveksling, hvorunder hører elektrisk arbejde, akselarbejde og fjederarbejde,
- **Masse (m)** eller nærmere energi relateret til udveksling af en masse eller en massestrøm. En masse, som krydser systemgrænsen, vil udføre et fortrængningsarbejde, samt oppebære et kinetisk og potentielt energiniveau i forhold til en defineret reference. Udveksles masse mellem omgivelserne og systemet, vil systemets indre energiniveau tillige påvirkes ved den indre energi (U) i den udvekslede masse.



**Fig. 2.1.2** Grafiske fremstilling af mulig energiudveksling med omgivelserne

En nærmere forklaring af energi relateret til arbejdsudveksling (W) og massetransport (E<sub>m</sub>) vil blive givet i kapitel 2.3. For et åbent og makroskopisk stationært system, hvor der er massetransport over systemgrænsen, kan formel (2.1.2) skrives som:

$$E_{ind} - E_{ud} = \Delta E_{sys} = \Delta U \quad (2.1.3a)$$

$$(Q_{ind} - Q_{ud}) + (W_{ind} - W_{ud}) + (E_{m,ind} - E_{m,ud}) = \Delta U \quad (2.1.3b)$$

eller mere generelt:

$$Q_{net} + W_{net} + E_{m,net} = \Delta U \quad (2.1.4a)$$

$$[\sum_{i=0}^n Q_{ind} - \sum_{i=0}^n Q_{ud}] + [\sum_{i=0}^n W_{ind} - \sum_{i=0}^n W_{ud}] + [\sum_{i=0}^n E_{m,ind} - \sum_{i=0}^n E_{m,ud}] = \Delta U \quad (2.1.4b)$$

Formel (2.1.4) stemmer overens med følgende version af termodynamikkens 1. lov: "Den varme og energi ( $Q_{net}$  +  $E_{m,net}$ ), som strømmer ind i et system, er lig med forøgelsen af systemets indre energimængde ( $\Delta U$ ) minus det arbejde ( $W_{net}$ ), som udføres af systemet" (ref. formel 1.5.4). Formel (2.1.4) benævnes **energiligningen**. Specielt for version jf. formel (2.1.4b) af energiligningen skal alle indgående led indsættes som numeriske størrelser dvs. positive størrelser, idet retningen på energien jf. fortegnskonventionen i kapitel 1.2 er defineret med de fortegn, som er anført i denne. At en summationen starter for  $i=0$  eller  $i=1$  indebærer ingen forskel, og man skal bare huske alle indgående faktorer jf. pilene i Fig. 2.1.2.

Energiligningen eller formel (2.1.4) for et lukket og makroskopisk stationært system, hvor der ikke er massetransport over systemgrænsen, kan skrives som:

$$Q_{net} + W_{net} = \Delta U \quad (2.1.5a)$$

$$[\sum_{i=0}^n Q_{ind} - \sum_{i=0}^n Q_{ud}] + [\sum_{i=0}^n W_{ind} - \sum_{i=0}^n W_{ud}] = \Delta U \quad (2.1.5b)$$

Differentieres formel (2.1.3a) med hensyn til tiden ændres ligningen fra en ligning i enheden [J] til en ligning i enheden [J/s] = [W] eller en ændring fra en **energimængde** til en **effekt**, som vist i formel (2.1.6). Formel (2.1.6) udtrykker, at der skal være balance mellem den for systemet med omgivelserne udvekslede effekt og den tidsmæssige ændring af energien i systemet.

$$\dot{E}_{ind} - \dot{E}_{ud} = \frac{d}{dt}(E_{sys}) \quad (2.1.6)$$

Formel (2.1.3a) kan også bringes på specifik form ved at dividere med massen i systemet, og ligningen ændres fra en ligning i enheden [J] til en ligning i enheden [J/kg] eller [kJ/kg] eller en ændring fra en energimængde til en **specifik energimængde**:

$$e_{ind} - e_{ud} = \Delta u \quad (2.1.7)$$

#### **Eksempel 2.1.1.**

Til belysning af forskellen mellem energimængde og effekt betragtes en elmotor med et kontinuert effektforbrug på 4 kW. Hvor stor en energimængde har den brugt, når den har kørt i 8 timer?

Effekt:  $P = 4 \text{ kW} = 4.000 \text{ W}$

$$\text{Forbrugt energimængde: } P = 8h \cdot 4kW = 32 \text{ kWh} = 32 \text{ kWh} \cdot \frac{3.600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{J}{W \cdot \text{s}} = 115.200 \text{ kJ} \cdot \frac{1 \text{ GJ}}{1.000.000 \text{ kJ}} = 0,1152 \text{ GJ}$$

Hvilken enhed skal man vælge til resultatet? Svaret afhænger af modtageren af budskabet. Her er enheden [kWh] hensigtsmæssig at benytte, idet prisen på elenergi afregnes i [kr./kWh].

Var der tale om fjernvarme til boligopvarmning kunne enheden for energimængde være [kWh] eller [GJ], idet fjernevarmekunder kender prisen som [kr./kWh] eller [kr./GJ].

Mht. notation og forståelse heraf skal det præciseres, at energi er et relativt begreb og måles i forhold til en reference. En angivelse af et energiniveau i tilstand 1 ( $E_1$ ) er det samme som at angive en energimængde eller energiforskel mellem punkt 1 og referencepunktet ( $E_1 - E_{ref.}$ ).

$$\Delta E_1 = E_1 - E_{ref.} \quad (2.1.8)$$

Sættes  $E_{ref.} = 0$  indses, at notationerne  $\Delta E_1$  og  $E_1$  repræsenterer den samme energimængde eller energiforskel. Ækvivalent kan man notationsmæssigt udtrykke en energiforskel som ( $\Delta E_{12}$ ) eller ( $E_{12}$ ):

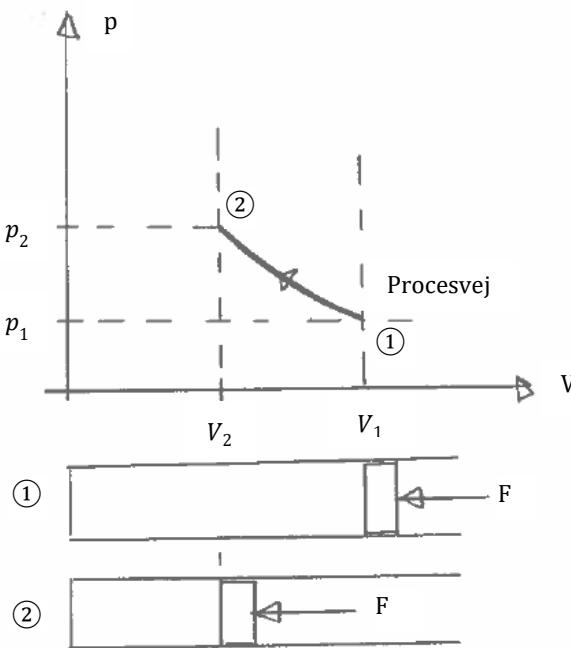
$$\Delta E_{12} = E_{12} = E_2 - E_1 = (E_2 - E_{ref.}) - (E_1 - E_{ref.}) = E_2 - E_1 \quad (2.1.9)$$

## 2.2 Procesforløb

Tages der udgangspunkt i formel (2.1.3a) kan denne omskrives til formel (2.2.1), som udtrykker, at en energiudveksling med omgivelserne vil resultere i en **proces** i systemet svarende til en **tilstandsændring** eller det samme som en ændring fra tilstand ① til tilstand ② i systemet.

$$\Delta E_{sys} = E_{ind} - E_{ud} = U_2 - U_1 \quad (2.2.1)$$

I termodynamikken illustreres en proces gerne i et **tilstandsdiagram**, som er et koordinatsystem med en tilstandsstørrelse på hver akse f.eks. et p-V diagram. På Fig. 2.2.1 et vist sammenhængen mellem et stempel-cylinder anlæg med en indelukket gas og et p-V diagram. I tilstand ① står stemplet i en position, hvor voluminet er  $V_1$  og trykket er  $p_1$ . Hvis omgivelsestrykket ( $p_0$ ) er lig med  $p_1$  er stemplet i hvile. Påføres stemplet en ekstern kraft ( $F$ ), vil stemplet bevæges og der sker en kompression af gassen til voluminet ( $V_2$ ) og trykket ( $p_2$ ).



**Fig. 2.2.1** Grafiske fremstilling af et stempel-cylinder anlæg med en gas i et p-V diagram

Den kurve, som procesændringer følger i f.eks. et p-V diagram, benævnes generelt **procesvejen**. For hele procesvejen antages det, at processen sker passende langsomt således, at der kan nå at ske en udbringning af tilstandsparametre i systemet. Man antager, at stemplet føres frem med en passende lav hastighed i forhold til lydhastigheden for gassen,

idet der som bekendt optræder trykbølger og derved store trykgradienter i gassen ved lydhastigheden. Man siger, at der sker en **quasi-stationær tilstandsændring**. Dette er ikke nogen antagelse, som medfører, at vore beregninger ikke matcher virkeligheden. Middelhastigheden for stemplet i en typisk bilmotor, som kører 3.000 rpm, vil være 20-30 m/s, som skal sammenlignes med lydhastigheden i luft, som med god tilnærmede ligner gassen i cylinderen, på ca. 340 m/s.

**Tilstandsparametre benyttes til at beskrive tilstanden både før og efter en proces f.eks. punkterne ① og ② i Fig.**

2.2.1. **Begreberne varme og arbejde relaterer sig derimod til procesvejen.** På Fig. 2.2.2(a) er vist en **kredsproces**, som er kendtegnet ved, at start- og sluttilstand er den samme. Sammenholdes det, at et system undergår en kredsproces og at varme og arbejde er relateret procesvejen, er det nærliggende at antage, at der er en sammenhæng mellem det af kredsprocessen afgrænsede areal i p-V diarammet og nettoarbejdet udført af kredsprocessen.

For en kredsproces for et lukket system vil  $\Delta U = 0$ , idet start- og sluttilstand er den samme, og formel (2.1.5) kan omskrives til:

$$[\sum_{i=0}^n Q_{ind} - \sum_{i=0}^n Q_{ud}] + [\sum_{i=0}^n W_{ind} - \sum_{i=0}^n W_{ud}] = \Delta U = 0 \quad (2.2.2)$$

eller

$$W_{net} = -Q_{net} \quad (2.2.3)$$

For et lukket system, som gennemløber en kredsproces, er det producerede nettoarbejde ( $W_{net}$ ) numerisk lig med den tilførte nettovarmemængde. Det producerede nettoarbejde ( $W_{net}$ ) for en kredsproces kan også benævnes som **kredsarbejdet** ( $W_{kreds}$ ).

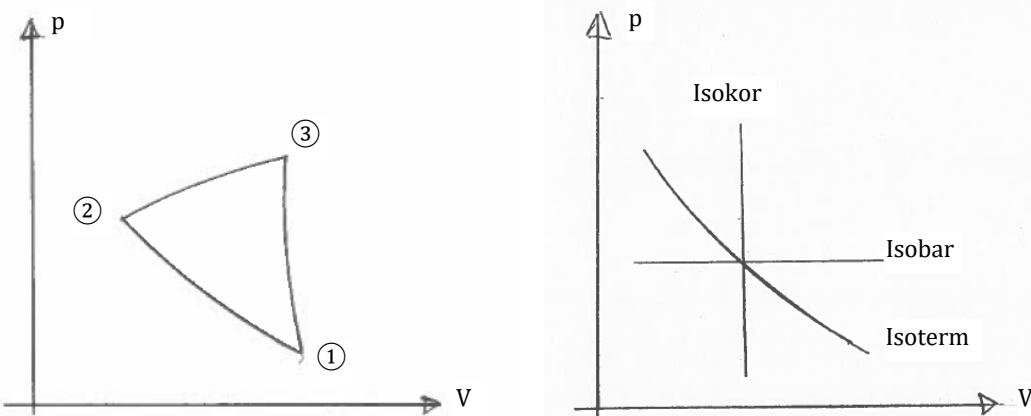


Fig. 2.2.2 (a) Illustration af en kredsproces i et p-V diagram (b) Isobar, isokor og isoterm i et p-V diagram

Processen i Fig. 2.2.1 beskriver en proces eller tilstandsændring, hvor både tryk og volumen ændre sig i systemet. Der findes en række processer, hvor en tilstandsparameter forholder sig konstant som vist på Fig. 2.2.2(b), og disse benævnes:

Procesnavn	Kendetegn
Isobar	Tryk er konstant
Isokor	Volumen er konstant
Isoterm	Temperatur er konstant
Og dem vi forklarer senere:	
Isentalp	Entalpi er konstant
Isentrop	Entropi er konstant

(2.2.4)

Kontinuert virkende energikonverterende anlæg involverer en eller flere mediestrømme ind og ud af anlægget. I mange tilfælde er disse mediestrømme konstante eller over tid kan betragtes som konstante, og et sådant anlæg kan siges at gennemløbe en **kontinuert-flow proces** og betegnes i den engelsksprogede litteratur som en steady-flow proces.

Et system, hvor der ikke sker ændringer i de mikroskopiske tilstandsstørrelser (alle lokale interne tilstandsstørrelser er konstante) benævnes som et **mikroskopisk stationært system**.

#### **Eksempel 2.2.1.**

*Et blandingsbatteri for en håndvask kan betragte som en kontinuert-flow proces, når dette er i brug og står i en fast stilling.*

*Opgaven kunne være at opstille en masse- og energibalance for blandingsbatteriet.*

*Da der ikke sker ophobning af vand i blandingsbatteriet, så må flow af lunkent vand ud af blandingsbatteriet være lig med summen af flow af varmt og koldt vand til blandingsbatteriet.*

*Der sker heller ingen ophobning af energi i blandingsbatteriet, da det ellers ville blive meget varmt eller meget koldt over tid, og summen af energi i det kolde og det varme vand til blandingsbatteriet må derfor være lig med energien i det lunkne vand, som forlader blandingsbatteriet.*

*I kapitel 5 vil disse principper blive benyttet til at opstille to ligninger, som jo bekendt kan benyttes til at bestemme to ubekendte for systemet.*

Hvis stempel-cylinder anlægget i Fig. 2.2.1 er gastæt og virker uden **friktion** - dvs. uden hvirveldannelser, henfald af arbejde til varme eller lignende - kunne processen køre mellem tilstandene ① og ② og retur til evig tid. Det arbejde, som påføres igennem kraften F på procesvejen mellem ① og ② kunne genindvindes med en lige så stor kraft og arbejdsmængde, når procesvejen er omvendt fra tilstand ② til ①. Processen ville være reverserbar eller benævnt **reversibel**. Opræder der friktion i systemet, vil processen ikke være reverserbar, og benævnes derfor **irreversibel**.

## 2.3 Arbejde

### 2.3.1 Eksternt overført arbejde

I kapitel 2.1 blev arbejde defineret som alle andre energiudvekslinger end varmeudveksling mellem et system og dets omgivelser. I dette kapitel ses nærmere på overført arbejde i form af elektrisk arbejde, akselarbejde og fjederarbejde.

Eksternt overført arbejde til et system kan omsættes som indre energi eller til ændring af systemets makroskopiske energier i form af potentiel eller kinetisk energi. For et system eller et legeme med massen (m) og med alle kræfter virkende i massemidtpunktet er formler til beregning af en ændring af makroskopisk kinetisk og potentiel energi:

#### Potentiel energi:

$$\text{Energimængde [J]} \quad W_p = m \cdot g \cdot (z_2 - z_1) \quad (2.3.1.1)$$

$$\text{Gennemsnitlig effekt [W]} \quad \dot{W}_{m,p} = \frac{m \cdot g \cdot (z_2 - z_1)}{\Delta t} \quad (2.3.1.2)$$

#### Kinetisk energi:

$$\text{Energimængde [J]} \quad W_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (c_2^2 - c_1^2) \quad (2.3.1.3)$$

$$\text{Gennemsnitlig effekt [W]} \quad \dot{W}_{m,k} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (c_2^2 - c_1^2)}{\Delta t} \quad (2.3.1.4)$$

Benyttes eksternt overført arbejde til øgning af et systems indre energi, kan dette være i form af en ønsket tilstandsændring som f.eks. en trykøgning af et medie eller som opvarmning af mediet.

**Eksempel 2.3.1.a**

En nytårsraket med massen 0,1 kg affyres lodret og i løbet af 2 sekunder har den nået en højde på 20 m og har opnået en hastighed på 50 m/s. Det antages, at forbrugt krudtmængde ikke har nogen indflydelse på massen af raketten. Bestem de makroskopiske ændringer i kinetisk og potentiel energi samt de tilsvarende effekter for raketten.

$$\text{Tilvækst i potentiel energi: } W_p = m \cdot g \cdot (z_2 - z_1) = 0,1 \text{ kg} \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot (20 - 0) \text{ m} = 19,6 \text{ J}$$

$$\text{Gennemsnitlig potentiel effekt: } \dot{W}_{m,p} = \frac{m \cdot g \cdot (z_2 - z_1)}{\Delta t} = \frac{0,1 \cdot 9,82 \cdot (20 - 0) \text{ J}}{2 \text{ s}} = 9,8 \text{ W}$$

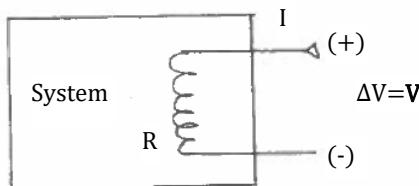
$$\text{Tilvækst i kinetisk energi: } W_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (c_2^2 - c_1^2) = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \text{ kg} \cdot ((50 \text{ m/s})^2 - (0 \text{ m/s})^2) = 125 \text{ J}$$

$$\text{Gennemsnitlig kinetisk effekt: } \dot{W}_{m,k} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (c_2^2 - c_1^2)}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot (50^2 - 0^2) \text{ J}}{2 \text{ s}} = 62,5 \text{ W}$$

**Elektrisk arbejde**

Eksternt tilført arbejde i form af elektricitet til et system vil, hvis dette afsættes i en elektrisk modstand, blive omdannet til varme internt. Elektrisk arbejde tilført et system og omdannet internt i systemet i f.eks. en elektromotor, som driver en pumpe, kunne benyttes til en tilstandsændring i form af en trykøgning på mediet i pumpen.

Principskitse for elektrisk overført arbejde er vist på Fig. 2.3.1.1 inklusive formler til bestemmelse af arbejdsmængde og gennemsnitlig effekt.



$$\dot{W}_e = I^2 \cdot R = V \cdot I \quad (2.3.1.5)$$

$$W_{m,e} = \dot{W}_e \cdot \Delta t \quad (2.3.1.6)$$

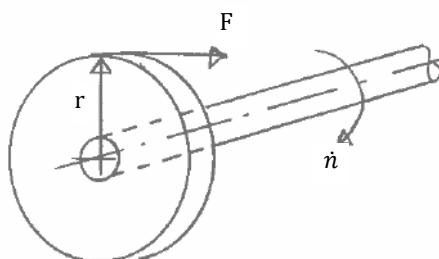
Hvis strømstyrken ikke er konstant, må der integreres over tid.

**Fig. 2.3.1.1** Elektrisk arbejde og effekt tilført et system

**Akselarbejde**

Eksternt tilført arbejde i form af akselarbejde til et system vil, hvis dette afsættes i f.eks. en omrører/piskeris blive omdannet til varme. Akselarbejde tilført et system og omdannet internt i systemet i f.eks. i en pumpe, kunne benyttes til en tilstandsændring i form af en trykøgning på mediet i pumpen.

Principskitse for overført akselarbejde er vist på Fig. 2.3.1.2 inklusive formler til bestemmelse af arbejdsmængde og effekt.



$$\begin{aligned} W_a &= \text{kraft} \cdot \text{vej} \\ &= \frac{T}{r} \cdot (2 \cdot \pi \cdot r \cdot n_{omdr}) \\ &= 2 \cdot \pi \cdot T \cdot n_{omdr} \end{aligned} \quad (2.3.1.7)$$

$$\dot{W}_a = 2 \cdot \pi \cdot T \cdot \dot{n}_{omdr} = \dot{\omega} \cdot T \quad (2.3.1.8)$$

$$\text{Husk: } \dot{n}_{omdr} = rpm/60 [\text{s}^{-1}]$$

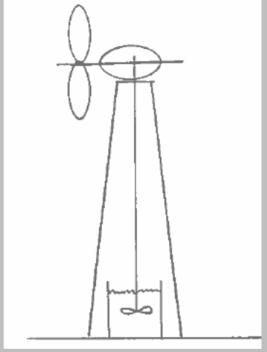
$$\text{Moment: } T = F \cdot r$$

$$rpm \text{ i [rotationer per minut]}$$

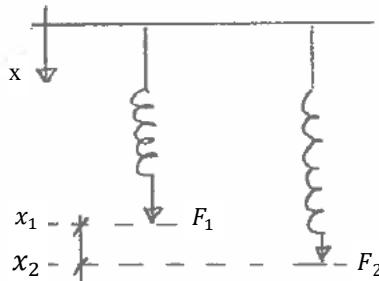
**Fig. 2.3.1.2** Akselarbejde og effekt tilført et system

**Eksempel 2.3.1.b**

Vindmøller benyttes normalt til at producere elektricitet, men kan også bruges til at producere varme. Hvis rotorakslen er påført et piskeris, som vist på vedstående skitse, ført ned i en tank med vand, vil akseleffekten udelukkende gå til opvarmning vandet.

**Fjederarbejde**

Eksternt udvekslet arbejde kan ske igennem en fjeder. Principskitse for overført fjederarbejde er vist på Fig. 2.3.1.3 inklusive formler til bestemmelse af arbejdsmængde og gennemsnitlig effekt.



$$\begin{aligned} W_f &= \int \text{kraft} \cdot \text{vej} \\ &= \int_{x_1}^{x_2} F \cdot dx \\ &= \frac{1}{2} \cdot k \cdot (x_2^2 - x_1^2) \end{aligned} \quad (2.3.1.9)$$

$$\dot{W}_{m,f} = \frac{W_f}{\Delta t} \quad (2.3.1.10)$$

$$\begin{aligned} \text{Husk: } F &= k \cdot x \\ k &= \text{fjederkonstant} \end{aligned} \quad (2.3.1.11)$$

**Fig. 2.3.1.3** Fjederarbejde og -effekt tilført et system

**2.3.2 Energi i en strømmende fluid og begrebet entalpi**

**Fluid** er en fællesbetegnelse for en gas eller væske. Mange energikonverterende komponenter er baseret på energiudveksling til og fra en strømmende fluid.

Med reference til det åbne system vist på Fig. 2.3.2.1a, lader vi tilstand (A) og (B) hhv. beskrive tilstanden for massen i systemet ( $m_{sys}$ ) før og efter et procesforløb, hvor systemet modtager massen ( $m_1$ ) repræsenteret ved voluminet ( $V_1$ ), og systemet afgiver massen ( $m_2$ ) repræsenteret ved voluminet ( $V_2$ ).

I nettovarmemængden ( $Q_{net}$ ) skal indregnes den afsatte varmemængde hidrørrende fra den indre energi i den strømmende fluid, som kan udtrykkes som:  $m_1 \cdot u_1 - m_2 \cdot u_2$  eller  $U_1 - U_2$ .

Energiligningen eller formel (2.1.4) for det generelle åbne system vist på Fig. 2.3.2.1a kan således opstilles til:

$$[Q_{net} + (U_1 - U_2)] + W_{net} + (E_{m,ind} - E_{m,ud}) = U_B - U_A \quad (2.3.2.1a)$$

eller

$$[Q_{net} + (m_1 \cdot u_1 - m_2 \cdot u_2)] + W_{net} + (E_{m,ind} - E_{m,ud}) = m_{sys}(u_B - u_A) \quad (2.3.2.1b)$$

Med reference til Fig. 2.3.2.1a består energien i en strømmende fluid generelt af 3 bidrag (ud over det nævnte varmebidrag ( $m \cdot u$ ) fra den indre energi):

$$E_m = p \cdot V + \frac{1}{2} \cdot m \cdot c^2 + m \cdot g \cdot z = m \cdot [p \cdot v + \frac{1}{2} \cdot c^2 + g \cdot z] \quad (2.3.2.2a)$$

eller udtrykt som en effekt:

$$\dot{E}_m = p \cdot \dot{V} + \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot c^2 + \dot{m} \cdot g \cdot z = \dot{m} \cdot [p \cdot v + \frac{1}{2} \cdot c^2 + g \cdot z] \quad (2.3.2.2b)$$

- **Volumenfortrængningsarbejdet (p·V):** Flyttes en masse repræsenteret ved et volumen over systemgrænsen, udføres et arbejde svarende til voluminet gange trykket i voluminet, som illustreret på Fig. 2.3.2.1b. Enheden  $[Pa \cdot m^3 \cdot \frac{N}{Pa \cdot m^2} \cdot \frac{J}{N \cdot m} = J]$  passer med at være en energimængde
- **Kinetisk energi ( $\frac{1}{2} \cdot m \cdot c^2$ ):** Enheden  $[kg \cdot \frac{m^2}{s^2} \cdot \frac{N \cdot s^2}{kg \cdot m} \cdot \frac{J}{N \cdot m} = J]$  passer med at være en energimængde
- **Potentiel energi ( $m \cdot g \cdot z$ ):** Enheden  $[kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m \cdot \frac{N \cdot s^2}{kg \cdot m} \cdot \frac{J}{N \cdot m} = J]$  passer med at være en energimængde

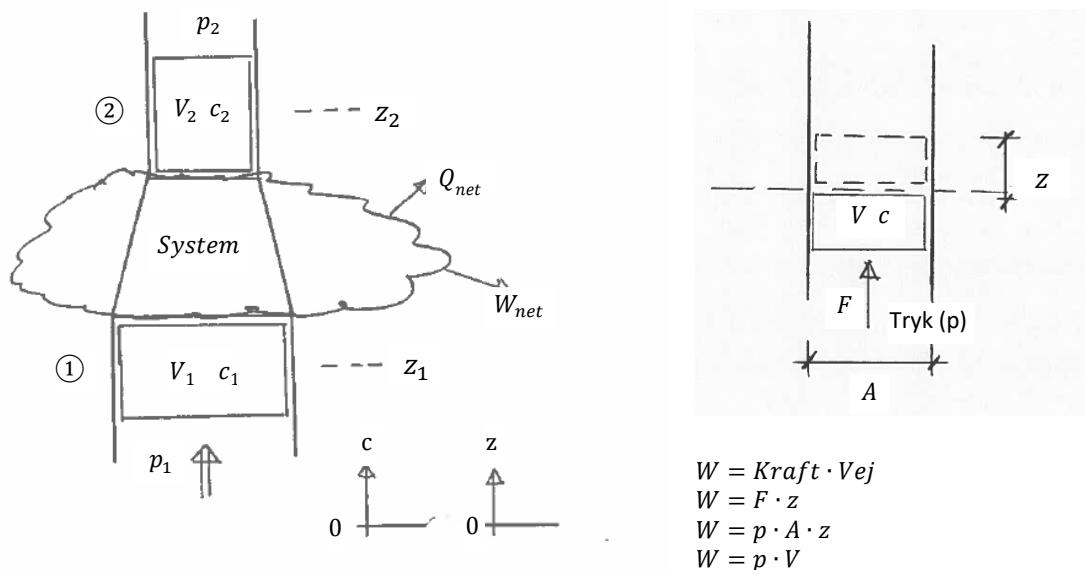
For mange ingeniørrelevante komponenter som f.eks. pumper og kompressorer ækvivalent til systemet på Fig. 2.3.2.1 kan antages masseløse, og  $\dot{m}_{sys}(u_B - u_A) = 0$ , og dette er det samme som at sige, at der ikke sker ændring af systemets indre energi i et betragtet tidsrum (energimæssigt stationær tilstand). Tillige forudsættes, at massen af den strømmende fluid før og efter systemet er lige store ( $m_1 = m_2$ ) dvs. at der sker ingen ændring af systemets masse ved procesforløbet, og begge masser kan repræsenteres ved massen (m).

Kombineres formel (2.3.2.1b) og (2.3.2.2a) fås for et åbent system:

$$\begin{aligned} & [Q_{net} + (U_1 - U_2)] + W_{net} + [(p_1 \cdot V_1 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot c_1^2 + m \cdot g \cdot z_1) - (p_2 \cdot V_2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot c_2^2 + m \cdot g \cdot z_2)] = 0 \\ & \downarrow \\ & W_{net} = [U_2 + p_2 \cdot V_2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot c_2^2 + m \cdot g \cdot z_2] - [U_1 + p_1 \cdot V_1 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot c_1^2 + m \cdot g \cdot z_1] - Q_{net} \end{aligned} \quad (2.3.2.3)$$

eller som en effekt med anvendelse af specifikke størrelser:

$$\dot{W}_{net} = \dot{m} \cdot [u_2 + p_2 \cdot v_2 + \frac{1}{2} \cdot c_2^2 + g \cdot z_2] - \dot{m} \cdot [u_1 + p_1 \cdot v_1 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2 + g \cdot z_1] - \dot{Q}_{net} \quad (2.3.2.4)$$



Det er nu på tide at introducere begrebet **entalpi**, og entalpien defineres som den indre energi plus volumenfortrængningsarbejdet:

$$H = U + p \cdot V \quad (2.3.2.5a)$$

$$h = u + p \cdot v \quad (2.3.2.5b)$$

For alle stoffer er der udarbejdet tabeller med tilstandstørrelser, herunder bla. specifikt volumen, indre energi og entalpi til brug for tekniske beregninger. I kapitel 3 vil disse tabeller og anvendelsen af begrebet entalpi blive præsenteret nærmere.

Formel (2.3.2.3) for et åbent system, som gennemstrømmes af en masse ( $m$ ), kan således omskrives til:

$$\dot{W}_{net} = [H_2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot c_2^2 + m \cdot g \cdot z_2] - [H_1 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot c_1^2 + m \cdot g \cdot z_1] - Q_{net} \quad (2.3.2.6a)$$

eller som en effekt med anvendelse af specifikke størrelser:

$$\dot{W}_{net} = \dot{m} \cdot [h_2 + \frac{1}{2} \cdot c_2^2 + g \cdot z_2] - \dot{m} \cdot [h_1 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2 + g \cdot z_1] - \dot{Q}_{net} \quad (2.3.2.6b)$$

Eller

$$\dot{W}_{net} = \dot{m} \cdot [(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + g \cdot (z_2 - z_1)] - \dot{Q}_{net}$$

For fuldstændighedens skyld skal nævnes, at formel (2.3.2.1b) for et lukket system, som indeholder en konstant masse ( $m_{sys}$ ), forenkles og er eksklusiv bidrag fra nævnte volumenfortrængningsarbejde, kinetisk og potentiel energi, da der ikke er en strømmende fluid, til:

$$W_{net} = [U_2 - U_1] - Q_{net} = m_{sys} \cdot (u_B - u_A) - Q_{net} \quad (2.3.2.7)$$

En fluid, hvor voluminet ikke ændrer sig ved en trykændring, benævnes **inkompressibel**. Et eksempel er væsker, og densitet for væsker antages i mange applikationer som konstant.

Hvis det antages:

- 1) at systemet er adiabatisk ( $Q_{net} = 0$ )
- 2) at der ikke produceres noget arbejde ( $W_{net} = 0$ )
- 3) at fluiden er inkompressibel ( $v = \frac{1}{\rho} = \text{konstant}$ )
- 4) at den specifikke indre energi ikke ændres ( $u = \text{konstant}$ )

kan formel (2.3.2.4) reduceres til:

$$[p_2 \cdot v + \frac{1}{2} \cdot c_2^2 + g \cdot z_2] - [p_1 \cdot v + \frac{1}{2} \cdot c_1^2 + g \cdot z_1] = 0 \quad (2.3.2.8)$$

eller

$$[p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2] - [p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1] = 0 \quad (2.3.2.9)$$

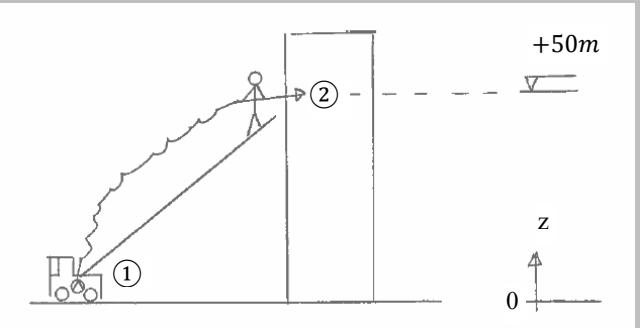
eller

$$(p_2 - p_1) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (c_2^2 - c_1^2) + \rho \cdot g \cdot (z_2 - z_1) = 0 \quad (2.3.2.10)$$

Ligning (2.3.2.10) benævnes også **Bernoulli's ligning**, og beskriver tilstandsændringen for en væske i en tabsfri strømning (rør, kanal), hvor rørtværsnit kan ændres og røret kan flyttes vertikalt.

**Eksempel 2.3.1.c**

Det antages, at brandslangen vist på vedstående figur opfylder betingelserne for at benytte Bernoulli's ligning (ref. formel 2.3.2.10). Antag, at hastigheden i brandslangen efter pumpen er 3 m/s, men at man ønsker at øge hastigheden til 10 m/s i en dyse ved brandmanden. Densiteten af vand sættes til 1.000 kg/m<sup>3</sup>. Hvad skal det minimale tryk ved pumpeafgangen være for at servicere disse betingelser?



$$(p_2 - p_1) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (c_2^2 - c_1^2) + \rho \cdot g \cdot (z_2 - z_1) = 0$$

$$(101.325 \text{ Pa} - p_1) + \frac{1}{2} \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot ((10 \text{ m/s})^2 - (3 \text{ m/s})^2) + 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot (50 - 0) \text{ m} = 0$$

$$(101.325 - p_1) + 45.500 + 491.000 = 0$$

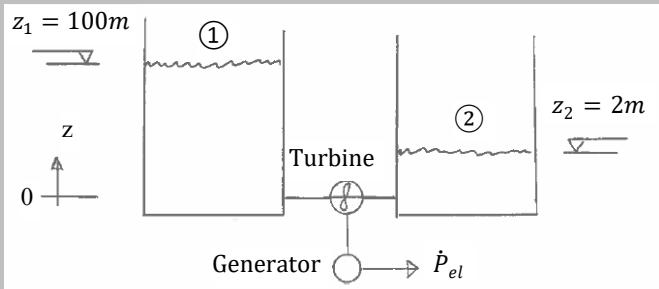
$$p_1 > 637,825 \text{ Pa} = 6,38 \text{ bara}$$

I virkeligheden vil der være strømningstab i brandslangen, og disse bør beregnes (hører under faget strømningsslære eller fluiddynamik) og lægges til resultatet.

**Eksempel 2.3.1.d**

Hvad er den maksimale effekt, man kan få ud af vandrakraftanlæg dvs. en vandturbine mellem to vandmagasiner, som vist på vedstående skitse, og med et vandflow på 500 kg/s.

Med udgangspunkt i formel (2.3.2.4) kan effektforskellen mellem tilstand ① og ② udtrykkes som:



$$\dot{P}_{el} = \dot{W}_{net} = \dot{m} \cdot g \cdot (z_1 - z_2) = 500 \text{ kg/s} \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot (100 - 2) \text{ m} \cdot 10^{-3} \text{ kW/W} = 481,2 \text{ kW}$$

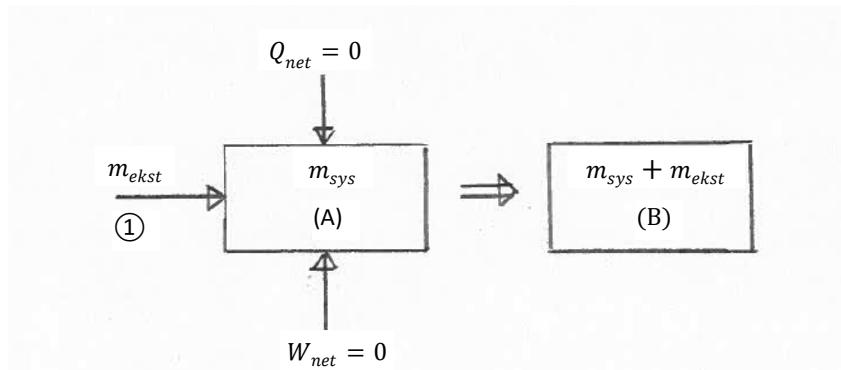
idet:

- der er ingen trykforskel på væskeoverfladerne
- væskeniveauerne antages at være uafhængige af vandflowet
- der er ingen strømningstab
- der er ingen tab i turbine eller generator
- der sker ingen ændring af den indre energi i vandet

**2.3.3 Energiligningen og forskellige masser**

I kapitel 2.3.2 blev energiligningen behandlet for et åbent system, som i øvrigt vist på Fig. 2.3.2.1, hvor systemet gennemstrømmes af en masse eller massestrøm. I dette kapitel skal der ses nærmere på det tilfælde, hvor den indstrømmende masse bidrager til en forøgelse af systemets masse. Det antages indtil videre, at systemgrænsen er stiv dvs. at voluminet af systemet ikke ændres. I kapitel 5 behandles emnet mere generelt.

Har systemet en masse og den til-strømmende masse forøger systemets masse, bør dette naturligvis reflekteres af beregningerne. På Fig. 2.3.3.1 er vist et system, hvor et lukket system med massen ( $m_{sys}$ ) suppleres med en ekstern masse ( $m_{ekst}$ ) ved energitilstanden ①. Energimængden, som den eksterne masse indeholder, vil afstedkomme en tilstandsændring for systemet fra tilstand (A) til tilstand (B), ligesom massen af systemet vil vokse fra  $m_{sys}$  til  $m_{sys} + m_{ekst}$ .



**Fig. 2.3.3.1** System med flere masser (systemgrænsen antages stiv (f.eks. en ståltank) dvs.  $V_A = V_B$ )

Energiligningen i formel (2.1.4.a) for systemet på Fig. 2.3.3.1 reduceres til formel (2.3.3.1), idet systemet antages makroskopisk stationært.

$$Q_{net} + W_{net} + E_{m,ind} = U_B - U_A \quad (2.3.3.1)$$

En fortolkning af de enkelte led, og hvilken masse de repræsenterer, bør analyseres:

$$U_A = m_{sys} \cdot u_A$$

$$U_B = (m_{sys} + m_{ekst}) \cdot u_B$$

$$W_{net} = 0$$

Systemet antages uden arbejdsudveksling med omgivelserne, hvis voluminet antages uforandret. Videre:

$$E_{m,ind} = m_{ekst} \cdot [p_1 \cdot v_1 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2 + g \cdot z_1]$$

$Q_{net}$  er egentlig ikke 0, idet der vil være et varmebidrag ( $U_1$ ) fra den eksterne masse relateret til dennes indre energi:

$$Q(fra\ m_{ekst}) = m_{ekst} \cdot u_1$$

Indsat i formel (2.3.3.1) fås:

$$m_{ekst} \cdot u_1 + 0 + m_{ekst} \cdot [p_1 \cdot v_1 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2 + g \cdot z_1] = (m_{sys} + m_{ekst}) \cdot u_B - m_{sys} \cdot u_A \quad (2.3.3.2)$$

Alternativt kan entalpibegrebet jf. formel (2.3.2.5b) anvendes, hvorved formel (2.3.3.2) får fl. udformning:

$$m_{ekst} \cdot [h_1 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2 + g \cdot z_1] = (m_{sys} + m_{ekst}) \cdot u_B - m_{sys} \cdot u_A \quad (2.3.3.3)$$

Ses bort fra kinetisk og potentiel energi i den eksterne masse fås:

$$m_{ekst} \cdot h_1 = (m_{sys} + m_{ekst}) \cdot u_B - m_{sys} \cdot u_A \quad (2.3.3.4)$$

Den opstillede ligning muliggør bestemmelsen af en ubekendt.

I kapitel 5 behandles dette emne nærmere, herunder hvis der potentielt udveksles varme ( $Q_{net} \neq 0$ ) og arbejde ( $W_{net} \neq 0$ ) med omgivelserne, samt at der kan optræde flere massestrømme – både ind og ud af systemet.

## 2.4 Virkningsgrad

Termodynamik eller varmelære indebærer en undersøgelse og beskrivelse af energikonverterende anlæg, hvorunder ligger en forståelse af anlægsopbygning og virkemåde, samt at fortage beregning af tilstandsstørrelser, flows og effekter. Centralt er ligeledes at bestemme, hvor godt en energikilde bliver konverteret til en anden og ønsket energiform i anlægget, eller med andre ord: Hvad er virkningsgraden for anlægget? **Virkningsgrad** ( $\eta$ ) for et energikonverterende anlæg kan generelt udtrykkes som:

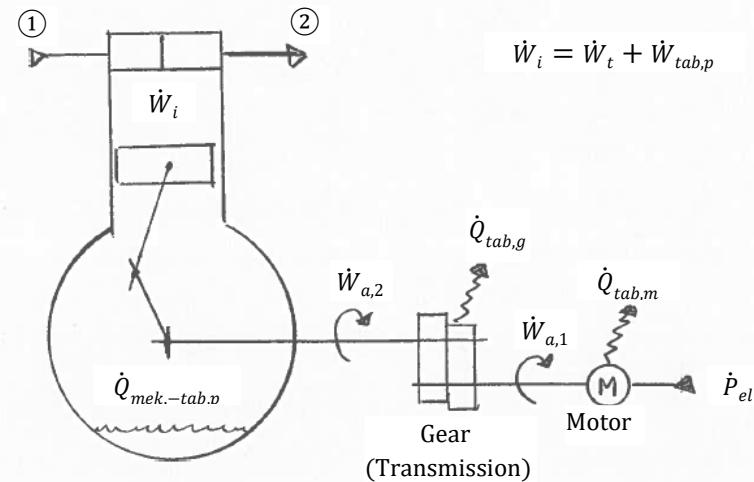
$$\eta = \frac{\text{Ønsket output}}{\text{Nødvendigt input}} \quad (2.4.1)$$

En virkningsgrad er som udgangspunkt dimensionsløs, da den udtrykker et forhold, og ligger i intervallet:  $0 \leq \eta \leq 1$  [-] eller udtrykt i procent  $0 \leq \eta \leq 100$  [%]. Hvis al nødvendig input af energi bliver omformet til ønsket output af energi er virkningsgraden 1 eller 100 %.

Når man oplyser en virkningsgrad for et energikonverterende anlæg, er man nødt til at angive definitionen, idet der kan udtrykkes flere former for virkningsgrad jf. formel (2.4.1) for samme anlægstype. En definition af virkningsgrad for et system vil afhænge af, hvor systemgrænsen er lagt. Dette vil blive fremhævet, når vi ser på de væsentligste energikonverterende anlæg i kapitlerne 7-9. I det følgende ses på et generelt eksempel for at anskueliggøre principippet i formel (2.4.1).

I relation til Fig. 2.4.1 skal følgende forklares:

- Når fluiden flyttes fra tilstand ① til tilstand ② kræves en effekt ( $\dot{W}_i$ ), som kan opdeles i et teknisk arbejde ( $\dot{W}_t$ ) relateret til ønsket trykstigning for en ønsket volumenstrøm og i praksis uundgåelige effekttab ( $\dot{W}_{tab,p}$ ) ved tilstandsændringen, som kunne være hvirvler i fluiden, friktion i ventilerne, friktion mellem stempel og cylinder og lignende. Tabene i pumpen ( $\dot{W}_{tab,p}$ ) antages som hovedregel at tilflyde fluiden, og vil give anledning til en ekstra temperaturstigning af fluiden på afgangssiden (tilstand ②). En nærmere forklaring af tekniske arbejde ( $\dot{W}_t$ ) og effekttabene ( $\dot{W}_{tab,p}$ ) følger i kapitel 5.



**Fig. 2.4.1 Effektbalance for et pumpeanlæg**

- De indre mekaniske tab ( $\dot{Q}_{mek.-tab,p}$ ), som i praksis kunne være lejetab, oliesmørringstab og andre tab i et krumtaphus.

Her skal skelnes mellem to scenarier:

- De indre mekaniske tab ( $\dot{Q}_{mek.-tab,p}$ ) overføres til fluiden, som gennemstrømmer pumpen. De indre mekaniske tab ( $\dot{Q}_{mek.-tab,p}$ ) skal lægges til ovennævnte tab i pumpen ( $\dot{W}_{tab,p}$ ). De indre mekaniske tab ( $\dot{Q}_{mek.-tab,p}$ ) vil give anledning til en ekstra temperaturstigning af fluiden på afgangssiden (tilstand ②).
- De indre mekaniske tab ( $\dot{Q}_{mek.-tab,p}$ ) overføres ikke til fluiden, som gennemstrømmer pumpen, og kunne i praksis afgives fra pumpecasingen eller optages i oliesumpen i krumtaphuset. Effekten kunne så bortledes til omgivelserne igennem en oliekøler.

Ingeniøren må i hvert tilfælde analysere, hvor de indre mekaniske tab ( $\dot{Q}_{mek.-tab,p}$ ) ender, idet det vil have indflydelse på de tekniske beregninger på et anlæg – herom senere! Denne lærebogs **hovedregel** er, hvis andet ikke oplyses, at de indre mekaniske tab ( $\dot{Q}_{mek.-tab,p}$ ) ikke overføres til fluiden.

På Fig. 2.4.1 er angivet en effektoversigt for en pumpe med gear og elektrisk drivmotor. Med formel (2.4.1) kan vi danne en virkningsgrad for alle delkomponenter:

$$\eta_p = \frac{\dot{W}_t}{\dot{W}_{a,2}} \quad (2.4.2)$$

$$\eta_g = \frac{\dot{W}_{a,2}}{\dot{W}_{a,1}} \quad (2.4.3)$$

$$\eta_m = \frac{\dot{W}_{a,1}}{\dot{P}_{el}} \quad (2.4.4)$$

Lægges der en systemgrænse omkring den enkelte delkomponent, må der naturligvis kunne udtrykkes følgende effektbalancer:

$$\dot{W}_{a,2} = \dot{W}_t + \dot{W}_{tab,p} + \dot{Q}_{mek.-tab,p} = \dot{W}_i + \dot{Q}_{mek.-tab,p} \quad (2.4.5)$$

$$\dot{W}_{a,1} = \dot{W}_{a,2} + \dot{Q}_{tab,g} \quad (2.4.6)$$

$$\dot{P}_{el} = \dot{W}_{a,1} + \dot{Q}_{tab,m} \quad (2.4.7)$$

Anses de indre mekaniske tab ( $\dot{Q}_{mek.-tab,p}$ ) for negligible (dss. 0), ses det af formel (2.4.5), at  $\dot{W}_{a,2} = \dot{W}_i$ .

Tabene i gear ( $\dot{Q}_{tab,g}$ ) og i motor ( $\dot{Q}_{tab,m}$ ) overføres i de fleste praktiske tilfælde til omgivelserne, så det bør være en hovedregel. En undtagelse er en hermetisk lukket kompressor, som kan ses på bagsiden af de fleste køleskabe i husholdningerne.

Ønsker man at udtrykke den samlede virkningsgrad for hele pumpeanlægget, kan man ved substitution danne følgende formel:

$$\boxed{\dot{W}_t = \eta_{anlæg} \cdot \dot{P}_{el} = \eta_p \cdot \eta_g \cdot \eta_m \cdot \dot{P}_{el}} \quad (2.4.8a)$$

$$\eta_{anlæg} = \eta_p \cdot \eta_g \cdot \eta_m \quad (2.4.8b)$$

I ovenstående definition af virkningsgrad ligger implicit, at det er et øjebliksbillede eller en momentanværdi. Man kan også danne gennemsnitlige virkningsgrader over et tidsrum. Hvis en virkningsgrad for et kraftværk er afhængig af omgivelsestemperaturen (luft) og denne varierer mellem -10 °C og 30 °C over året i Danmark, kan man approksimere

en årsvirkningsgrad ved at bestemme virkningsgraden ved den gennemsnitlige omgivelsestemperatur på ca. 7 °C. Økonomer foretrækker gennemsnitlige virkningsgrader, idet de så forholdsvis nemt kan opstille et årsregnskab for et anlæg.

**Eksempel 2.4.1.a**

Med henvisning til Eksempel 2.3.1.d kunne man estimere et årgennemsnit for virkningsgraden for vandkraftværket ved Yantze floden. Internetkilder oplyser, at den gennemsnitlige vandgennemstrømning i floden er  $33.166 \text{ m}^3/\text{s}$  og faldhøjden er 113 m.

Maksimal gennemsnitlig effekt fra vandmasserne vil være:

$$\dot{W} = \dot{E}_m = \dot{V} \cdot \rho \cdot g \cdot \Delta z = 33.166 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot 113 \text{ m} = 36.803 \text{ MW}$$

Kapacitet (el) af generatorerne på værket er oplyst til 22.500 MW.

Årsproduktionen er oplyst til 98,8 TWh for 2014 svarende til  $98,8 \cdot 10^6 \text{ MWh}$ . Gennemsnitlig årsvirkningsgrad med baggrund i potentialet i vandmasserne, hvis det antages, at der køres 8.760 timer per år, vil være:

$$\eta = \frac{98,8 \cdot 10^6}{36.803 \cdot 8.760} = 0,307 \text{ eller } 31 \%$$

Hvor forsvinder de sidste 69 % hen? En mindre del går til tab i turbiner og generatorer, men den største del skyldes formentlig, at en del af vandet by-passes turbinerne pga. vandgennemstrømningen varierer over året.

## 2.5 Opgaver til kapitel 2

Detaljeret løsningsforslag til de \*-mærkede opgaver er angivet i Appendiks B.

### Opgave 2.1

Under opstart af en maskine fra kold til driftsvarm tilstand tilføres en gennemsnitlig brændstofeffekt på 3 MW over en periode på 2 timer. I samme tidsperiode producerer maskinen en gennemsnitlig nyttiggjort effekt på 2 MW. Maskinen er godt isoleret, og det kan antages, at det gennemsnitlige varmetab til omgivelserne fra maskinen er 0,2 MW. Bestem stigningen af den indre energi i maskinen i [MWh] eller med andre ord energimængden til brug for opvarmning af maskinen. (Svar: 1,6 MWh)

### Opgave 2.2

En el-radiator benyttes til opvarmning af en bolig. Idet det antages, at der ikke er varmetab fra boligen, hvor stor en energimængde i [MJ] er brugt til opvarmning af boligen, når radiatoren har afgivet 1,2 kW i 8 timer? (Svar: 34,56 MJ)

### Opgave 2.3 \*

En vindmølles vinger dækker et areal med en diameter på 60 m. Vinden har en middelhastighed på 12 m/s og en densitet på 1,1 kg/m<sup>3</sup>. Hvad er den maksimale akseleffekt i [MW], som vindmøllen kan optage fra vinden? (Svar: 2,69 MW). Hvad er momentet på akslen ved 1.500 rpm (Svar: 17.125 Nm)

### Opgave 2.4 \*

Mellem to vandreservoirer med en forskel mellem vandspejlene på 100 m er placeret en vandturbine. Igennem vandturbinen strømmer 1.000 m<sup>3</sup> vand med en densitet på 1.000 kg/m<sup>3</sup> per time. Hvad er den maksimale akseleffekt i [kW], som vandturbinen kan producerer? (Svar: 272,8 kW)

### Opgave 2.5

Mellem to vandreservoirer med en forskel mellem vandspejlene på 100 m er placeret en vandturbine. Vandreservoiret med det højeste vandspejl forsynes fra en flod, og floden er lagt i en rørkanal inden vandreservoiret, og strømningshastigheden i røret er 2 m/s. Rørkanalen føres ned til turbinens tilgangsstuds. Igennem vandturbinen strømmer 1.000 m<sup>3</sup> vand med en densitet på 1.000 kg/m<sup>3</sup> per time. Hvad er den maksimale akseleffekt i [kW], som vandturbinen kan producerer? (Svar: 273,4 kW)

### Opgave 2.6

En pumpe skal tilføres en akseleffekt på 103 kW for at kunne udføres sin pumpefunktion ved 3.000 rpm. Pumpen kraftforsynes med en 4-polet elmotor, som kører 1.460 rpm og har en virkningsgrad på 96 %. Mellem elmotor og pumpe forefindes et gear, som har en virkningsgrad på 97 %. Hvilken eleffekt skal tilføres elmotoren på tilgangsklemmerne? (Svar: 110,6 kW)

### Opgave 2.7 \*

En dampmaskine producerer 38 MW som akseleffekt. Dampmaskinen trækker en generator via et gear. Gear og generator har en virkningsgrad på hhv. 0,96 og 0,985. Hvor stor en eleffekt kan produceres på generatorens afgangsklemmer? (Svar: 35,93 MW)

### Opgave 2.8

Diskutér hvor tabene i gear og generator i opgave 2.7 forsvinder hen.

### Opgave 2.9

En pumpe skal tilføres en akseleffekt på 103 kW for at kunne udføres sin pumpefunktion ved 3.000 rpm. Hvor stort et moment skal pumpen tilføres? (Svar: 327,9 Nm)

### Opgave 2.10

En pumpe skal tilføres en akseleffekt på 103 kW for at kunne udføres sin pumpefunktion ved 3.000 rpm. Det tekniske arbejde (effekt) for pumpen er 67 kW. Bestem virkningsgrad for pumpen. (Svar: 65 %)

## 3.0 Stoffer og tilstandsstørrelser

### 3.1 Faser for kemisk homogene stoffer

For de stoffer eller medier, som behandles i denne bog, antages det, at de forbliver **kemisk stabile**, når de undergår et procesforløb eller med andre ord en tilstandsændring. Blandes f.eks. gasserne ilt ( $O_2$ ) og brint ( $H_2$ ), er der stor risiko for, at der sker en forbrænding til vand. Ved forbrænding frigøres en energimængde, som vore indledende beregninger ikke inddrager.

Det antages videre, at stofferne er **kemisk homogene** for den stofmasse, som vi betragter. En blanding af is og vand eller en blanding af vand og damp vil være kemisk homogene blandinger, idet blandingerne indeholder vand ( $H_2O$ ) overalt. Atmosfærisk luft er en blanding af forskellige stoffer ( $N_2$ ,  $O_2$ , Ar,  $CO_2$  mv.), men betragtes som kemisk homogen, idet blandingsforholdet vil være den samme overalt i den stofmasse, som vi normalt betragter.

Vin, som bekendt består af vand ( $H_2O$ ) og alkohol (etanol= $C_2H_6O$ ), vil være et kemisk homogent stof, så længe det forbliver i væskefase, idet koncentrationen af vand og alkohol er den samme overalt. Varmes vinen op over ca. 78 °C, vil alkoholen begynde at fordampe, og vinen kan ikke længere betragtes som et kemisk homogent stof. Idet vand først begynder at fordampe ved ca. 100 °C, vil alkoholkoncentrationen i vinen falde, og gassen over vinen vil indledningsvis være ren alkohol.

Skulle en studerende få lyst til et forsøg i den retning, skal man undlade at ryge samtidig, idet alkohol på gasform er eksplosivt. Endvidere er alkoholudvinding kun tilladt, hvis der betales afgift heraf. Udvindes kun til eget forbrug, er staffen, hvis skattemyndigheden opdager det, dog kun en mindre bøde (i første omgang!) og afgiftsbetaling for den producerede mængde.

For tryk og temperaturer, som normalt benyttes i ingeniørmæssige sammenhænge, vil stoffer kunne forefindes på enten på **fast form**, som en **væske** eller som en **gas**. Man siger, at stoffet befinner sig i en bestemt **fase**.

Specielt for vand ( $H_2O$ ) anvendes specielle termer for disse faser, og det er **is**, **vand** og **damp**. For alle andre stoffer benyttes termerne fast form, væske og gas. På Fig. 3.1.1 er vist de forskellige faser for vand ( $H_2O$ ) i et p-v diagram.

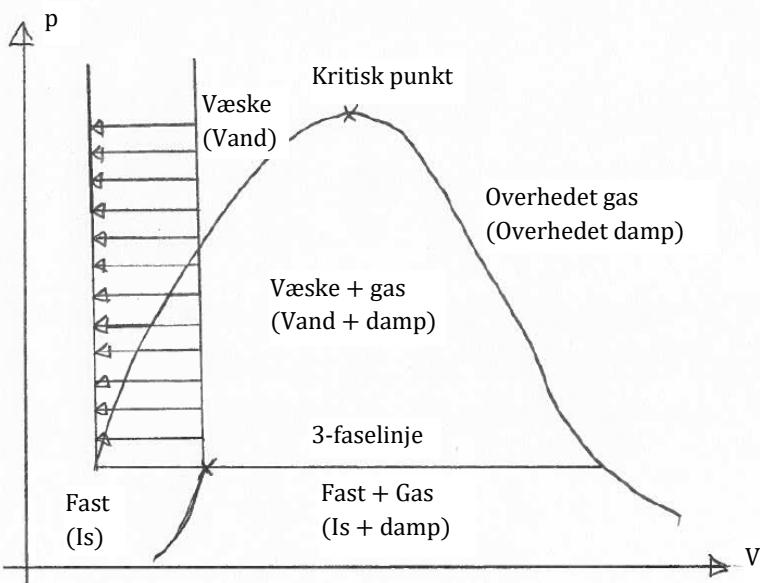


Fig. 3.1.1 p-v diagram for vand ( $H_2O$ )

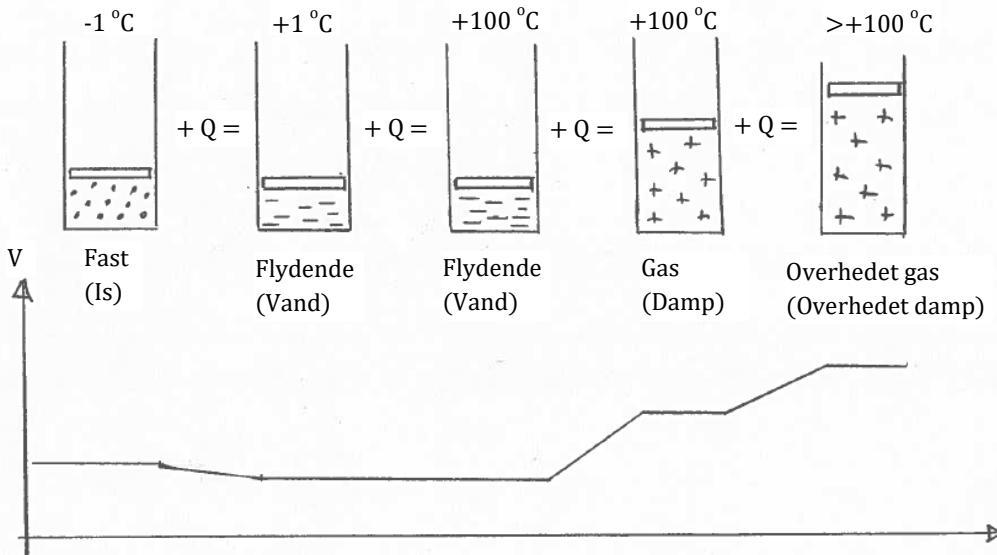
På Fig. 3.1.1 ses, at der danner sig en "osteklokkeformet" figur, hvor toppunktet benævnes det **kritiske punkt**. For vand ( $H_2O$ ) er det kritiske punkt bestemt til:  $(p, T, v) = (220,6 \text{ bara}, 374 \text{ }^{\circ}\text{C} \text{ og } 0,0031 \text{ m}^3/\text{kg})$ , hvilket også fremgår af Appendiks D5.

Gassen til højre for osteklokken benævnes **overheded damp**, og væsken til venstre for osteklokken benævnes **underkølet vand**. I den nedre del af osteklokken forefindes **tre-faselinjen**, hvorom alle tre faser kan findes. Tryk og temperatur ved tre-faselinjen for vand ( $H_2O$ ) er hhv.  $0,01\text{ }^{\circ}\text{C}$  og  $612\text{ Pa}$  eller  $0,00612\text{ bara}$ .

Ved et procesforløb under tre-faselinjen kan man gå direkte fra fast form (is) til gasform (overheded damp) og fænomenet benævnes **sublimation**. I praktiske anlæg er man normalt ikke i berøring med tre-faselinjen. For stoffet kuldioxyd ( $CO_2$ ) derimod kender man denne faseovergang på teatre, idet man her bruger "tøris", som er kuldioxyd ( $CO_2$ ) på fast form, til at producere tåge. Ved atmosfærisk tryk vil tøris gå direkte fra fast form til gasform, hvilket ledes til scenen som en tåge. Anvendelsen af tøris er ikke uden risiko, idet den gasformige kuldioxyd vil fortrænge ilten ved gulvniveau, og der er kvælningsfare for folk og fæ i dette niveau.

Ved en faseovergang mellem is og vand sker en ændring af voluminet, hvilket vel også stemmer overens med vores forventninger, idet densiteten af is er ca.  $900\text{ kg/m}^3$  og for vand ca.  $1.000\text{ kg/m}^3$ . Et isbjerg vil være lettere en vand, og derfor stikker den øverste tiendededel af isbjerget op over vandoverfladen. Det er lidt svært at se dette forhold af Fig. 3.1.1 i 2-D format. I 3-D format vil det kunne erkendes, at voluminet formindskes ved overgang fra is til vand, mens voluminet forøges herefter ved overgang fra vand til damp (dette er dog søgt illustreret ved fladen med pile på). For nogle andre stoffer forøges voluminet ved faseskifte fra fast form til væske og igen ved faseskifte fra væske til gas. (3-D fase diagrammer for vand kan søges f.eks. på Google Billeder)

Volumenændring for vand ( $H_2O$ ) ved fastholdt tryk og under tilførsel af varme og er ligeledes illustreret på Fig. 3.1.2.



**Fig. 3.1.2** Illustration af faseskift for 1 kg vand ( $H_2O$ ) ved  $p=1,013\text{ bara}$  (konstant, idet tyngdekraften er konstant på låget)

### 3.2 Faseskifte

For kemisk stabile og kemisk homogene stoffer sker et **faseskift** ved konstant temperatur og under udveksling af energi med omgivelserne. På Fig. 3.2.1 er angivet karakteristika for forskellige faseskifte.

Ved et faseskifte fra venstre mod højre sker det ved konstant temperatur og endotermt dvs. ved optagelse af energi. Er energien ikke til rådighed, så sker der ikke noget faseskifte.

Ved et faseskifte fra højre mod venstre sker det ved konstant temperatur og exotermt dvs. ved afgivelse af energi. Kan energien ikke afgives, sker der ikke noget faseskifte.

Fast form  $\leftrightarrow$  Væske  $\leftrightarrow$  Gas

Faseskifte	Temperatur	Temperaturbenævnelse	Energiudveksling	Faseændringsbenævnelse
Fast form $\rightarrow$ væske	konstant	smeltetemperatur	endoterm	smeltning
Væske $\rightarrow$ gas	konstant	trykafhængig temperatur kogetemperatur fordampningstemperatur	endoterm	kogning, fordampning
Gas $\rightarrow$ væske	konstant	trykafhængig temperatur kogetemperatur kondenseringstemperatur	exoterm	fortætning, kondensering
Væske $\rightarrow$ fast form	konstant	frysestempertur	exoterm	frysning

**Fig. 3.2.1** Karakteristika og almindelige termer ved faseskifte for et stof

For en kredsproces, hvor der sker faseskift fra f.eks. væske- til gasform og tilbage igen fra gas- til væskeform, vil dette ske ved **samme temperatur**, hvis trykket forbliver konstant under hele procesforløbet eller med andre ord at kredsprocessen sker isobarisk. Som det fremgår af Fig. 3.2.1 har temperaturen i området med to faser mange alternative benævnelser. Måske er benævnelsen "den trykafhængige temperatur" den mest universelle. Er der tillige tale om en konstant mængde stof, vil den forbrugte energimængde for faseændringen fra væske til gas være lige så stor som den producerede energimængde for faseændringen fra gas til væske – igen forudsat at trykket er det samme.

#### **Eksmpel 3.2.a**

*For polarfarer er det at skaffe sig livsnødvendigt vand til kroppens funktioner en udfordring. I arktiske egne er vand som regel på fast form, og må optøs ved tilførsel af varme. Spises sneen eller isen direkte, vil kropstemperaturen påvirkes i uhedig retning.*

*For at overleve i arktiske egne, er mennesket således nødt til at have energi til rådighed. Polarfarer må medbringe brændstof i form af sprittabletter, gas eller petroleum, som vil bidrage til at øge vægten af deres udstyr. Polarfarerens hunde vil spise sneen for at dække deres væskebehov, og hundene er således afhængige af at få ekstra energi fra medbragt føde.*

#### **3.2.1 Væskeform til gasform og omvendt**

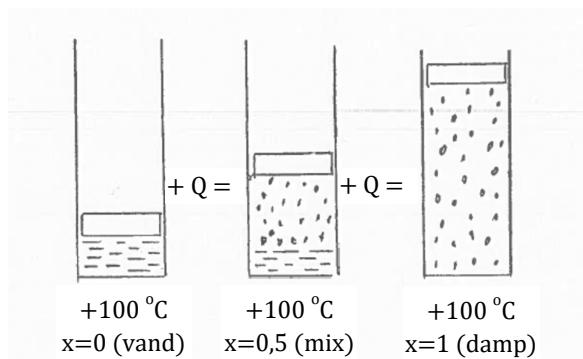
Det forhold, at et faseskift for et stof fra væske- til gasform sker ved optagelse af energi og ved konstant temperatur, giver anledning til et mindre problem, idet temperaturen ikke kan benyttes som et mål for hvor meget energi, der er optaget. Ligeledes kan temperaturen ikke benyttes som et mål for, hvor meget stof, der har ændret fase. For at imødekomme dette problem, indføres en ny uafhængig termodynamisk størrelse kaldet **gasandel**, som betegnes med symbolet "x". Specielt for vand ( $H_2O$ ) benyttes betegnelsen **dampandel**.

Gasanden "x" defineres som den masse stof, som befinner sig på gasform, for en betragtet stofmængde på 1 kilogram. Gasanden er således en specifik størrelse, og ligger i intervallet  $[0 \leq x \leq 1]$ . Gasanden er kun defineret, når der er to faser tilstede i den betragtede stofmængde, og dette betegnes som **to-faseområdet**.

En væske, som er tilført en energimængde således, at den ved en yderligere tilførsel af energi vil begynde at danne gas, benævnes **mættet væske** eller **mættet vand** (kun for  $H_2O$ ) og  $x=0$ .

En stofmængde, som er tilført en energimængde således, at den netop er på gasform og ved afgivelse af energi vil begynde at danne væskedråber, benævnes **mættet gas** eller **mættet damp** (kun for  $H_2O$ ) og  $x=1$ . I visse litteraturer præciseres denne tilstand ved at benævne den **tørmættet gas**.

På Fig. 3.2.1.1 er illustreret hvorledes en væske skifter fase til en gas, samt hvorledes gasanden ændres. Bemærk, at ved  $x=0,5$  er halvdelen af massen vand og halvdelen af massen damp. Dette betyder ikke, at de to voluminer er lige store, idet det specifikke volumen for damp er relativt større end for vand.



**Fig. 3.2.1.1** Illustration af gasandelen "x" for vand ( $H_2O$ ) ved 1 atm (konstant) ved varmepåvirkning

For tilstandene mættet væske og mættet gas benyttes nogle specielle symboler for visse tilstandsstørrelser (Entropi defineres senere, og medtages kun her for fuldstændighedens skyld), som vist på Fig. 3.2.1.2.

Tilstand	Gasandel (x)	Spec. volumen	Entalpi	Entropi
Mættet væske	0	$v'$	$h'$	$s'$
Mættet gas	1	$v''$	$h''$	$s''$

**Fig. 3.2.1.2** Specielle symboler for visse tilstandstørrelse for mættet væske og mættet gas

I to-faseområdet forefindes stoffet således som en blanding af mættet væske og mættet gas. For alle stoffer er de i Fig. 3.2.1.2 mættede tilstande tabellagt. For vand ( $H_2O$ ) er mættede tilstande angivet i Appendiks D5. For ammoniak ( $NH_3$ ) er mættede tilstande angivet i Appendiks D6. For iso-butan ( $C_4H_{10}$ ) er mættede tilstande angivet i Appendiks D7.

Den energimængde, som skal benyttes til at fordampne et kilogram stofmængde dvs. skifte fase fra mættet væske til mættet gas kaldes **fordampningsvarmen** og betegnes med symbolet " $r_f$ ", og kan bestemmes som  $h'' - h'$ .

Fordampningsvarmen er afhængig af trykket. Den tilførte energimængde til at fordampne 1 kilogram af et givet stof vil være lig med den bortlede energimængde, når den samme stofmængde kondenserer til en væske – forudsat trykket er det samme!

Tilført energimængde til at fordampne en stofmængde ( $m$ ) dvs. skifte tilstand fra  $x=0$  til  $x=1$  bestemmes af formel (3.2.1.0). Bortledt energimængde ved en reversering af processen dvs. en kondensering af en stofmængde ( $m$ ) fra tilstand  $x=1$  til  $x=0$  bestemmes ligeledes af formel (3.2.1.0).

$$Q_{fordampning} = Q_{kondensering} = m \cdot r_f \quad (\text{Betingelse: Samme tryk!}) \quad (3.2.1.0)$$

#### Eksmpel 3.2.1.a

I et køkken er trykket lig med atmosfæretrykket (1,013 bara). Sætter man en gryde med vand (korrekt betegnelse ville være underkølet vand) ved 10 °C på kogeblusset for at koge kartofler, skal der tilføres varme for at hæve temperaturen. Når vandet begynder at koge er tilstanden for vandet mættet vand og  $x=0$ . Temperaturen kan findes ved opslag i Appendiks D5 under mættet tilstand, og temperaturen vil være ca. 100 °C. Ved denne temperatur tager det ca. 20 minutter at koge kartofler mørre.

Hvis man investerer i en trykkoger, hvor trykket kan hæves til 2 bara, så vil temperaturen på vandet være ca. 120 °C, hvilket ses af samme tabel. Ved denne temperatur vil kartofler være mørre på ca. 10 minutter.

Der kan altså opnås en tidsbesparelse med en trykkoger, og formodentlig vil energiforbruget være anderledes. Centrale spørgsmål vil være: Hvor meget ekstra energi kræves for at øge trykket til 2 bara? Hvor meget energi taber gryden til omgivelserne ved den ekstra kogetid ved 100 °C?

**Eksempel 3.2.1.b**

Ved atmosfæretrykket (1,013 bara) fordamper ammoniak ( $NH_3$ ) ved  $-33,3\text{ }^\circ C$ , hvilket også benævnes som **normalkogepunktet**. Normalkogepunktet for udvalgte væsker kan findes i Appendiks D4.

Hælder man 1 kg flydende ammoniak (mættet) ud på køkkenbordet, vil ammoniakken opfattet bordet som varmt (antaget  $20\text{ }^\circ C$ ), og vil optage varme fra bordet til en fordampningsproces. Energimængden, som er nødvendig for at fordampe al ammoniakken, kan bestemmes til:

$$Q = m \cdot r_f = 1 \text{ kg} \cdot 1369,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 1369,3 \text{ kJ}$$

Fordampningsvarmen kan enten slås op i Appendiks D4 eller bestemmes som  $(h'' - h')$  i tabellen for mættet ammoniak i Appendiks D6 ved temperaturen  $-33,3\text{ }^\circ C$  (interpolation er nødvendig – metode vises i næste afsnit).

**Der skal to uafhængige intensive tilstandsparametre til at bestemme tilstanden for et stof.** For et stof, som undergår et faseskift fra væske til gas, vil man på et givet tidspunkt ved kendskab til gasandelen "x" og en af parametrene specifikt volumen "v", entalpi "h" eller entropi "s" (defineres senere, og medtages kun her for fuldstændighedens skyld) kunne bestemme alle øvrige tilstande for stoffet. I to-faseområdet gælder beregningsformlerne (3.2.1.1) til (3.2.1.3).

$$v = v' \cdot (1 - x) + v'' \cdot x \quad (3.2.1.1)$$

$$h = h' \cdot (1 - x) + h'' \cdot x \quad (3.2.1.2)$$

$$s = s' \cdot (1 - x) + s'' \cdot x \quad (3.2.1.3)$$

Det bemærkes, at kendes f.eks. x og v, så kan h og s bestemmes.

**3.2.2 Fast form til væskeform og omvendt**

Faseskift fra fast form til væske er ikke særligt relevant i praktisk ingeniørmæssig forstand. Normalt ønsker man at undgå, at stoffer går på fast form i energikonverterende anlæg – vand og damp kan transporteres i en rørledning, hvorimod is vil føre til en blokering.

Den energimængde, som skal benyttes til at smelte et kilogram stofmængde dvs. skifte form fra fast form til væske, kaldes **smeltevarmen** og betegnes med symbolet " $r_s$ ". I Appendiks D4 er angivet smeltevarme for en række stoffer. For f.eks. is er smeltevarmen 334 kJ/kg.

Den tilførte energimængde til at smelte 1 kilogram af et givet stof ved smeltepunktstemperaturen vil være lig med den bortlede energimængde, når samme stofmængde frys til fast form. Tilført energimængde til at smelte en stofmængde (m) ved smeltepunktstemperaturen bestemmes af formel (3.2.2.1). Bortledt energimængde ved en reversering af processen dvs. frysning af en stofmængde (m) bestemmes ligeledes af formel (3.2.2.1).

$$Q_{smelting} = Q_{frysning} = m \cdot r_s \quad (\text{Betingelse: Ved smeltepunktstemperaturen}) \quad (3.2.2.1)$$

**Eksempel 3.2.2.a**

I en spand med 10 kg is med temperaturen  $0\text{ }^\circ C$  tilføres 1.200 kJ energi fra omgivelserne. Det antages, at der ikke er anden varmeudveksling med omgivelserne. Hvad er sluttemperaturen, og hvor meget is er der tilbage, når en ligevægt har indstillet sig.

Smeltevarmen ( $r_s$ ) for is findes i Appendiks D3 til 334 kJ/kg. Smeltet mængde is er:

$$\Delta m_{is} = \frac{\Delta Q}{r_s} = \frac{1200 \text{ kJ}}{334 \text{ kJ/kg}} = 3,59 \text{ kg}$$

Der vil således være:  $10 - 3,59 = 6,41$  kg is tilbage, og sluttemperaturen vil være  $0\text{ }^\circ C$ .

### 3.3 Tilstandsdiagrammer og tilstandstabeller

I denne bog vil der være **tilstandsdiagrammer** og **tilstandstabeller** for følgende udvalgte stoffer:

- For vand ( $H_2O$ ) (R718) angivet i Appendiks D5
- For ammoniak ( $NH_3$ ) (R717) angivet i Appendiks D6
- For isobutan ( $C_4H_{10}$ ) (R600a) angivet i Appendiks D7.

I køletekniske sammenhænge dvs. til køleanlæg og varmepumper har relevante stoffer herunder vand ( $H_2O$ ), ammoniak ( $NH_3$ ) og isobutan ( $C_4H_{10}$ ) en anden benævnelse, og de benævnes hhv. R718, R717 og R600a. "R" står for Refrigerant (på dansk kølemiddel).

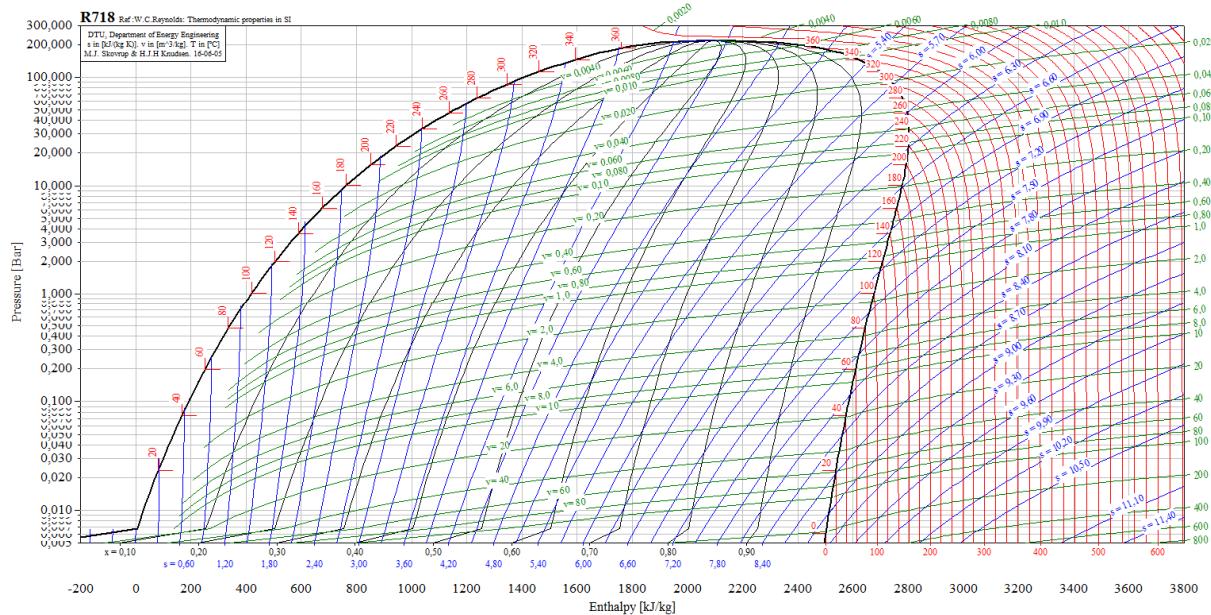
Man skal være varsom med at bruge både tilstandsdiagrammer og tilstandstabeller, som ikke er produceret af samme forfatter, når man f.eks. laver energiberegninger. Hvis ikke begge kilder benytter samme reference (nulpunkt) for entalpien, vil man lave en beregningsfejl. Når man bruger to forskellige kilder til bestemmelse af tilstandsstørrelser, så kontrolleres á priori, at der benyttes samme referencetilstand.

#### 3.3.1 Tilstandsdiagrammer

Et tilstandsdiagram er et koordinatsystem, hvor der på hver akse er en tilstandsstørrelse. Der kan således fremstilles mange forskellige tilstandsdiagrammer, men kun få af dem finder praktisk anvendelse. Ingeniøren eller teknikeren udvælger det eller de tilstandsdiagrammer, som er bedst egnet for grafisk fremstilling af et procesforløb og for videre tekniske beregninger. De mest anvendte tilstandsdiagrammer er:

- p-h diagram
- T-s diagram
- p-v diagram
- h-s diagram

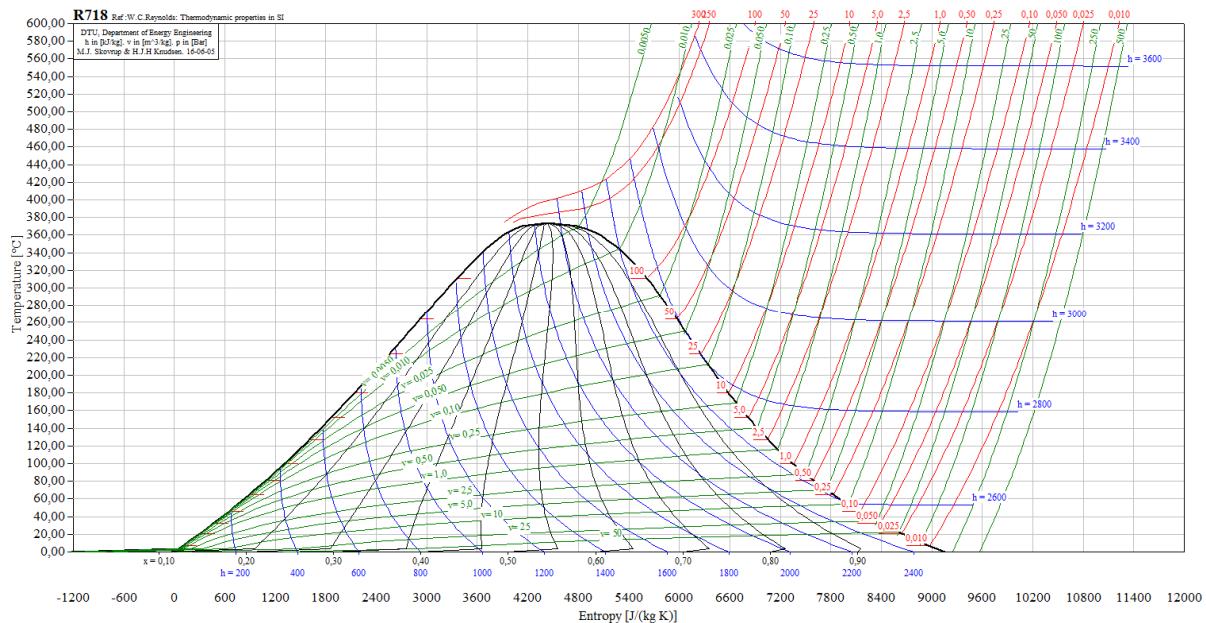
På Fig. 3.3.1.1 og 3.3.1.2 er vist hhv. et p-h diagram og et T-s diagram for vand ( $H_2O$ ). Diagrammerne er ligeledes indsat i Appendiks D5, og kan reproduceres i bedre udgave fra programmet Coolpack, som kan downloades gratis /9/.



**Fig. 3.3.1.1** p-h diagram for vand ( $H_2O$ ) (R718). Kilde /9/

p-h diagrammet på Fig. 3.3.1.1 benævnes også et **Molliere diagram**, og det har følgende karakteristika:

- x-aksen er entalpien "h" i [kJ/kg]. Denne akse kan være svær at aflæse, men man kan finde hjælp i de vertikale linjer i diagrammet,
- y-aksen er trykket "p" i [bara] (bemærk, at diagrammet er sjusket lavet og siger bar, men mener bara). Skalaen er logaritmisk ( $\log_{10}$ ),
- de røde linjer er isotemer "T" i [ $^{\circ}\text{C}$ ]. I to-faseområdet er de vandrette, og i vandområdet fortsætter de lodret opad (den lille retvinklede trekant angiver retningen),
- de grønne linjer er isokorer "v" i [ $\text{m}^3/\text{kg}$ ],
- de sorte linjer i to-faseområdet er dampandelen "x" i [-],
- de blå linjer er isentroper "s" i [kJ/kgK] (defineres senere, og medtages kun her for fuldstændighedens skyld)
- $x=0$  for osteklokvens venstre kontur op til det kritiske punkt (dvs. tilstand er mættet vand)
- $x=1$  for osteklokvens højre kontur op til det kritiske punkt (dvs. tilstand er mættet damp)



**Fig. 3.3.1.2.** T-s diagram for vand ( $\text{H}_2\text{O}$ ) (R718). Kilde /9/

T-s diagrammet på Fig. 3.3.1.2 har følgende karakteristika:

- x-aksen er entropien "s" i [kJ/kgK]. (defineres senere, og medtages kun her for fuldstændighedens skyld). Denne akse kan være svær at aflæse, men man kan finde hjælp i de vertikale linjer i diagrammet,
- y-aksen er temperaturen "T" i [ $^{\circ}\text{C}$ ],
- de røde linjer er isobarer "p" i [bara]. Det bemærkes, at isobarerne er vandrette i to-faseområdet,
- de grønne linjer er isokorer "v" i [ $\text{m}^3/\text{kg}$ ],
- de sorte linjer i to-faseområdet er dampandelen "x" i [-],
- de blå linjer er isentalper "h" i [kJ/kg]

#### Eksmpel 3.3.1.a

Hvordan afsætter man f.eks. 1,5 bara på y-aksen i Fig. 3.3.1.1? Man kan bruge sin viden om logaritmer og lineal på følgende måde:

$$\Delta L \text{ (mell. 1 bara og 1,5 bara) i [cm]} = \log(1,5) \cdot \Delta L \text{ (mell. 1 bara og 10 bara) i [cm]}$$

I trykområdet mellem 10 og 100 bara erstattes faktoren "log(1,5)" med faktoren "log\left(\frac{\text{ønsket tryk}}{10}\right)".

### 3.3.2 Tilstandstabeller

Tilstandstabeller benyttes typisk af ingeniøren eller teknikeren til tekniske beregninger. Tilstandstabeller benyttes i mangel af enkle og eksakte formler. Alternativt til tilstandstabeller kan benyttes EDB programmer. Der ligger selvfølgelig formler bag disse EDB programmer, og disse er typisk polynomier med en række empirisk bestemte konstanter.

Tilstandstabeller for vand ( $H_2O$ ) (R718) er angivet i Appendiks D5, ammoniak ( $NH_3$ ) (R717) er angivet i Appendiks D6 og isobutan ( $C_4H_{10}$ ) (R600a) er angivet i Appendiks D7.

For tilstandstabellerne i Appendiks D5 gælder følgende og nedenstående karakteristika (samme principper for de øvrige stoffer).

#### Tabel over mættede tilstænde:

Angivelse af tilstandsstørrelse for mættet vand og mættet damp som funktion af den trykafhængige temperatur, Der er således kun tale om data for  $x=0$  og  $x=1$ . For andre  $x$ -værdier benyttes formerne (3.2.1.1) til (3.2.1.3), Der findes tillige en tabel for angivelse af tilstande for mættet vand og mættet damp som funktion af trykket, men denne er ikke medtaget, og læseren kan i visse sammenhænge blive nødt til at udføre lineær interpolation (se senere).

#### Tabel over underkølet vand og overheded damp:

Angivelse af tilstandsstørrelser for underkølet vand eller overheded damp som funktion af tryk og temperatur. Den fede linje i tabellerne angiver skiftet mellem underkølet væske og overheded damp.

Alternativt til tilstandstabeller kan benyttes EDB programmer som f.eks. det velgennemprøvede program EES (se [www.fchart.com/ees/](http://www.fchart.com/ees/)).

### 3.3.3 Lineær interpolation i tilstandstabeller

Da tilstandstabeller er begrænset i viste data, kan man i mange sammenhænge komme ud for, at man er nødt til at interpolere mellem de viste data. Ved lineær interpolation antages, at der er linearitet mellem data, hvilket der sjældent er i virkeligheden, men det er et godt bud for beregninger, hvor der ikke kræves meget stor beregningsnøjagtighed.

Lineær interpolation kan være tidskrævende, og hvis man har et EDB program til rådighed, vil det i mange tilfælde give mere nøjagtige data og være mindre tidskrævende.

#### Eksempel 3.3.3.a

Specifikt volumen for mættet damp ved 0,50 bara ønskes bestemt ved brug af Appendiks D5. Ved opslag i Appendiks D5 kan følgende tabel opstilles:

$T/p$	$p(t)$	$v''$
80 °C	0,474	3,405
? °C	0,500	?
85 °C	0,579	2,826

Der interpoleres for at finde  $v''$ :

$$v'' \approx 3,405 + \frac{(0,500 - 0,474)}{(0,579 - 0,474)} \cdot (2,826 - 3,405) = 3,405 - 0,248 \cdot 0,579 = 3,405 - 0,144 = 3,261 \text{ kJ/kg}$$

Mens vi er ved det, så kan vi jo lige så godt bestemme den trykafhængige temperatur:

$$T'' \approx 80 + \frac{(0,500 - 0,474)}{(0,579 - 0,474)} \cdot (85 - 80) = 80 + 0,248 \cdot 5 = 80 + 1,24 = 81,24 \text{ °C}$$

Når man opstiller ovennævnte formler, skal man være opmærksom på om den lineære antagelser har positiv eller negativ hældningskoefficient.

**Eksempel 3.3.3.b**

Entalpien for overheded damp ved 60 bara og 312 °C ønskes bestemt ved brug af Appendiks D5. Ved opslag i Appendiks D5 kan følgende tabel opstilles:

T/p	50 bara	60 bara	75 bara
300 °C	2926	h1	2814
312 °C		?	
325 °C	3001	h2	2917

Først skal der interpoleres for at finde "h1" og "h2":

$$h1 = 2926 + \frac{(60 - 50)}{(75 - 50)} \cdot (2814 - 2926) = 2926 - 0,4 \cdot 112 = 2926 - 44,8 = 2881,2 \text{ kJ/kg}$$

$$h2 = 3001 + \frac{(60 - 50)}{(75 - 50)} \cdot (2917 - 3001) = 3001 - 0,4 \cdot 84 = 3001 - 33,6 = 2967,4 \text{ kJ/kg}$$

Dernæst skal der interpoleres mellem h1 og h2 for at finde resultatet:

$$h \approx 2881,2 + \frac{(312 - 300)}{(325 - 300)} \cdot (2967,4 - 2881,2) = 2881,2 + 0,48 \cdot 86,2 = 2881,2 + 41,4 = 2922,6 \text{ kJ/kg}$$

Når man opstiller ovennævnte formler, skal man være opmærksom på om den lineære antagelser har positiv eller negativ hældningskoefficient.

## 3.4 Reale og ideale gasser

### 3.4.1 Idealgasligningen

Den termodynamiske tilstand for en gas er entydigt fastlagt såfremt mindst to uafhængige intensive tilstandsparametre er kendte. På baggrund af de to kendte tilstandsparametre kan alle øvrige tilstandsparametre for gassen enten aflæses på et tilstandsdiagram eller slås op i en tilstandstabell.

Det skal dog erindres, at tilstandsdiagrammer og tilstandstabeller er empirisk bestemte i et laboratorium.

Der er endnu ikke påvist en universel matematisk sammenhæng mellem værdier af tryk (p), specifik volumen (v) og temperatur (T), hvilket kunne udtrykkes som:

$$f(p, v, T) = 0 \quad (3.4.1.1)$$

Et bud på denne funktionssammenhæng kunne være:

$$\frac{p \cdot v}{T} - R_i = 0 \quad (3.4.1.2)$$

For de fleste gasser og inden for de tryk- og temperaturforhold, som benyttes i visse af de i praksis anvendte maskiner, passer funktionen med rimelig nøjagtighed. En gas, som følger funktionsudtrykket i formel (3.4.1.2), kaldes en **idealgas**. Formlen gælder kun for gasser, og er empirisk bestemt ud fra observationer af Gay-Lussac og Boyle-Mariotte (Se nærmere i /1/ side 42).

Den **individuelle gaskonstant** ( $R_i$ ) i formel (3.4.1.2) er stofafhængig og bestemmes som den **universelle gaskonstant** ( $R_u$ ) divideret med molmassen (M) for gassen:

$$R_i = \frac{R_u}{M}$$

(3.4.1.3)

Den universelle gaskonstant har værdien 8314,47 J/kmolK, som er hentet i Appendiks D1, og er gældende for alle gasser. Stofafhængigheden kommer ind i billedet med molvægten, som har enheden [kg/kmol]. Molvægten (M) for udvalgte gasser fremgår af Appendiks D2, men er i øvrigt angivet i de fleste grafiske fremstillinger af det periodiske

system. Molvægten for gassen i virkelig form skal benyttes, og f.eks. forefindes ilt på formen O<sub>2</sub>, hvorfor molvægten er 2 x 16 kg/kmol, hvor molvægten er 16 kg/kmol for atomet O. Enheden for den individuelle gaskonstant er [J/kgK].

Det specifikke volumen ( $v$ ) i [m<sup>3</sup>/kg] er bestemt af forholdet mellem volumen ( $V$ ) i [m<sup>3</sup>] og massen ( $m$ ) i [kg]. Hertil gælder, at massen ( $m$ ) i [kg] er lig med produktet af antal mol ( $N$ ) i [kmol] og molmassen ( $M$ ) i [kg/kmol].

Formel (3.4.1.2) også kaldet **idealgasligningen** (alt. tilstandsligningen) kan således opskrives på følgende alternative måder:

$$p \cdot v = R_i \cdot T \quad (3.4.1.4)$$

Eller

$$p \cdot V = N \cdot R_u \cdot T \quad (3.4.1.5)$$

Eller

$$p \cdot V = m \cdot R_i \cdot T \quad (3.4.1.6)$$

#### **Eksempel 3.4.1.a**

I en lukket cylinder med et volumen på 200 liter er 0,5 kmol tør luft, som har temperaturen 20 °C. Bestem trykket i beholderen, når luften betragtes som en idealgas.

Dette kunne være en opgave stillet af en kemiker, idet de foretrækker at regne i [mol]. Der er andre, som foretrækker at omregne en mængdeangivelse i [mol] til [kg], og det gøres her:

$$m = N \cdot M = 0,5 \text{ kmol} \cdot 28,96 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} = 14,48 \text{ kg}$$

Molvægten for tør luft er taget fra Appendiks D2. Den individuelle gaskonstant kan slås op samme sted eller beregnes til:

$$R_i = \frac{R_u}{M} = \frac{8314,47 \text{ J}/\text{kmolK}}{28,96 \text{ kg}/\text{kmol}} = 287,1 \text{ J}/\text{kgK}$$

Benyttes formel (3.4.1.6), kan trykket i cylinderen bestemmes til (og husker at indsætte i SI enheder):

$$p = \frac{m \cdot R_i \cdot T}{V} = \frac{14,48 \text{ kg} \cdot \frac{287,1 \text{ J}}{\text{kgK}} \cdot (273+20)\text{K}}{0,2 \text{ m}^3} = 6.090.310 \text{ Pa} = 60,9 \text{ bara}$$

#### **Eksempel 3.4.1.b**

Bestem densitet og specifik volumen for tør luft ved normaltilstanden 0 °C og 1 atmosfæres tryk (1,01325 bara). Luften kan antages at være en idealgas.

Molvægt for tør luft er taget fra Appendiks D2. Den individuelle gaskonstant kan slås op samme sted eller beregnes til:

$$R_i = \frac{R_u}{M} = \frac{8314,47 \text{ J}/\text{kmolK}}{28,96 \text{ kg}/\text{kmol}} = 287,1 \text{ J}/\text{kgK}$$

Benyttes formel (3.4.1.4), kan densiteten bestemmes til, idet  $v = 1/\rho$ :

$$\rho = \frac{p}{R_i \cdot T} = \frac{101325 \text{ Pa}}{\frac{287,1 \text{ J}}{\text{kgK}} \cdot (273 + 0)\text{K}} = 1,293 \text{ kg/Nm}^3$$

$$v = \frac{1}{\rho} = 0,773 \text{ Nm}^3/\text{kg}$$

Det erindres, at Nm<sup>3</sup> udtrykker 1 m<sup>3</sup> ved normaltilstanden. Den beregnede densitet kan verificeres ved opslag i Appendiks D2.

### 3.4.2 Bestemmelse af volumen for en gas

Angivelse af en mængde stof i antal mol i [kmol] eller som masse i [kg] er uafhængige af tryk og temperatur. Angivelse af en mængde stof som et volumen i [ $m^3$ ] er derimod stærkt afhængigt af det aktuelle tryk og temperatur.

Som det fremgår af kapitel 3.4.1 kan specifik volumen ( $v$ ) eller densitet ( $\rho$ ) for en gas bestemmes ved brug af idealgasligningen, og der kræves blot kendskab til typen af gas og det aktuelle tryk og temperatur (se eksempel 3.4.1.b).

Voluminet af en given gasmængde i [ $m^3$ ] kan herefter bestemmes på følgende måde:

$$V = v \cdot m = \frac{m}{\rho} = v \cdot N \cdot M = \frac{N \cdot M}{\rho} \quad (3.4.2.1)$$

Erl der tale om en volumenstrøm i [ $m^3/s$ ] benyttes formlen:

$$\dot{V} = v \cdot \dot{m} = \frac{\dot{m}}{\rho} = v \cdot \dot{N} \cdot M = \frac{\dot{N} \cdot M}{\rho} \quad (3.4.2.2)$$

Alternativt til en bestemmelse af densitet ud fra idealgasligningen, kan man slå normdensiteten for den aktuelle gas op i en tabel og herefter korrigere for det aktuelle tryk og temperatur. I Appendiks D2 er normdensiteten (ved 0 °C og 1,013 bara) for f.eks. tør luft angivet til 1,293 kg/Nm<sup>3</sup>. Denne blev i øvrigt beregnet i Eksempel 3.4.1.b. På baggrund af formel (3.4.1.4) og det faktum, at  $R_i$  er en konstant, må helt generelt gælde:

$$\frac{p_1 \cdot v_1}{T_1} = R_i = \frac{p_2 \cdot v_2}{T_2} \quad (3.4.2.3)$$

Dette kan omskrives til:

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{p_1}{p_2} \quad (3.4.2.4)$$

Eller

$$\rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{p_2}{p_1} \quad (3.4.2.5)$$

Man skal erindre, at temperaturer skal indsættes i [K].

#### **Eksempel 3.4.2.a**

Bestem densitet og specifik volumen for tør luft ved 100 °C og 2,5 bara. Normdensiteten er 1,293 kg/Nm<sup>3</sup> (0 °C og 1 atmosfæres tryk) jf. Appendiks D2.

Benyttes formlerne (3.4.2.4) og (3.4.2.5), kan densitet og specifik volumen bestemmes til:

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{1,293} \cdot \frac{(273+100)}{(273+0)} \cdot \frac{101325}{250000} = 0,428 \text{ } m^3/kg$$

$$\rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{p_2}{p_1} = 1,293 \cdot \frac{(273+0)}{(273+100)} \cdot \frac{250000}{101325} = 2,335 \text{ } kg/m^3$$

Passer beregninger, ja, idet  $v = 1/\rho = 1/2,335 = 0,428$ .

### 3.4.3 Sammenhæng mellem ideal gas og real gas

Som nævnt i kapitel 3.4.1 følger reelle gasser kun idealgasligningen med en vis nøjagtighed. Specielt tæt ved to-faseområdet og det kritiske punkt kan der være store afvigelser.

Der er lavet undersøgelser over afvigelsen fra idealgasligningen som funktion af tryk og temperatur for mange gasser. Afvigelsen kan udtrykkes i en korrektionsfaktor til idealgasligningen. (Se nærmere i f.eks. /2/ side 137-141)

Fig. 3.4.3.1 beskriver målte værdier for  $R_i = \frac{p \cdot v}{T}$  ved forskellige temperaturer og tryk for atmosfærisk luft. Brøken (højresiden) udviser forskellige værdier ved forskellige tryk og temperaturer. Men det viser sig, at den uanset temperatur er fælles i et punkt, nemlig der hvor trykket  $p = 0$  bara.

Afprøves andre stoffer, som anvendes i praksis, gælder der identiske forløb. Gaskonstanten  $R_i$  som konstant defineres derfor som:

$$R_i = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p \cdot v}{T} \quad (3.4.3.1)$$

Idealgasligningen kan med rimelig tilnærmelse anvendes for nogle stoffer ved ikke for høje tryk.

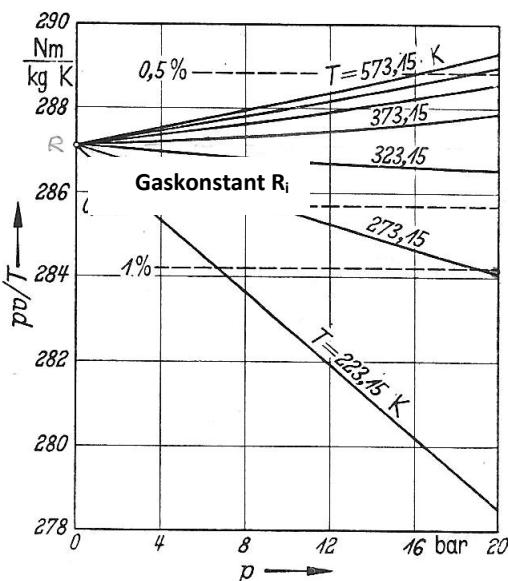


Fig. 3.4.3.1. Brøken  $\frac{p \cdot v}{T} = R_i$  som funktion af tryk og temperatur for tør atmosfærisk luft

### 3.5 Specifik varmekapacitet og energiberegninger

I visse tekniske sammenhænge kan det være hensigtsmæssigt at kende den energimængde, som skal til for at opvarme et stof. Dette defineres som specifik varmekapacitet:

**Specifik varmekapacitet** defineres som den varmemængde, der skal bruges for at opvarme 1 kg af et givet stof 1 K (3.5.0)

Specifik varmekapacitet har symbolet (c) og enheden [kJ/kgK] eller [kJ/kg°C], idet det erindres:  $\Delta T_i [K] = \Delta T_i [^{\circ}C]$ .

Den specifikke varmekapacitet for reelle stoffer er afhængig af tryk og temperatur. For hhv. faste, flydende og gasformige stoffer skal nævnes:

For faste stoffer er den specifikke varmekapacitet ikke nævneværdig afhængig af trykket, men er afhængig af temperaturen, hvilket ses af Appendiks D4. For rent jern (Fe) er den specifikke varmekapacitet ved 0 °C og 600 °C hhv. 435 og 754 J/kgK. Både symbolet c og  $c_p$  bruges i flæng for varmekapaciteten for faste stoffer, men betyder det samme.

For væske er den specifikke varmekapacitet i mindre grad afhængig af både tryk og temperatur. Af Appendix D4 ses, at den specifikke varmekapacitet for vand ( $H_2O$ ) ved 1 bara og  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  samt ved 1 bara og  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  hhv. er 4198 og 4210 J/kgK. Ved 100 bara er den specifikke varmekapacitet for vand ( $H_2O$ ) ved  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  og  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  hhv. 4172 og 4195 J/kgK.

Den specifikke varmekapacitet for vand i trykområdet 1-100 bara og temperaturområdet  $0-100\text{ }^{\circ}\text{C}$  er rimeligt konstant og kan sættes til 4,19 kJ/kgK. For beregninger på komponentkølevandsanlæg og fjernvarmeanlæg benytter man i praksis udelukkende denne værdi, idet fejlen på beregningerne er <<1 %.

For gasser er den specifikke varmekapacitet afhængig af både tryk og temperatur, hvilket skal underkastes en nærmere analyse.

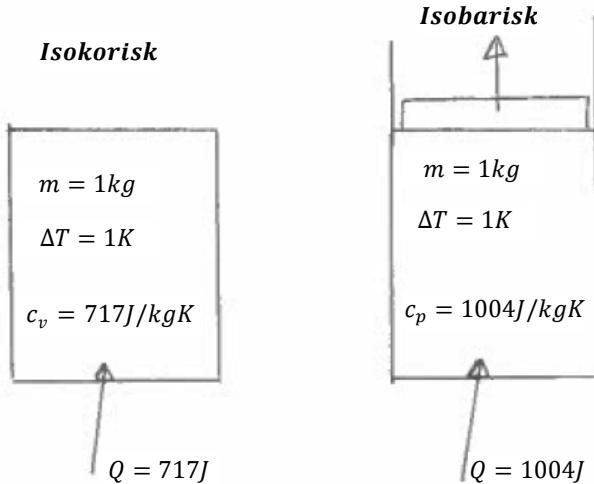


Fig. 3.5.1 Specifik varmekapacitet for isokorisk og isobarisk (stempel kan bevæge sig) procesforløb for en gas

Med særlig relevans for gasser skal det fremhæves, at den specifikke varmekapacitet er afhængig af procesforløbet. Som det ses af Fig. 3.5.1 er den specifikke varmekapacitet ikke den samme for en isokorisk og isobarisk proces, og dette afspejles i definitionen på de to specifikke varmekapaciteter i formlerne (3.5.1) og (3.5.2). Forskellen ligger i, at den isobariske proces udfører et volumenændringsarbejde, idet systemgrænsen ændres, som den isokoriske proces ikke udfører.

$$c_v = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \quad (3.5.1)$$

$$c_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \quad (3.5.2)$$

Da væske og faste stoffer er tilnærmelsesvis inkompressible, vil der i praksis være meget lille forskel mellem  $c_p$  og  $c_v$ , hvorfor man for disse stoffer i nogle tilfælde blot benytter symbolet (c) for den specifikke varmekapacitet.

Den specifikke varmekapacitet er proportionalkoefficient mellem temperaturen og den specifikke energi:

$$u = c_v(p, T) \cdot T \quad (3.5.3)$$

eller på differentiel form:

$$du = c_v(p, T) \cdot dT$$

$$h = c_p(p, T) \cdot T \quad (3.5.4)$$

eller på differentiel form:

$$dh = c_p(p, T) \cdot dT$$

Den absolutte energimængde eller effekt ved hhv. et isokrisk og et isobarisk procesforløb kan bestemmes på følgende måde:

$$Q_{isok} = \int dU = \int m \cdot du = m \cdot \int c_v(p, T) \cdot dT \cong m \cdot c_{v,m} \cdot \int dT = m \cdot c_{v,m} \cdot (T_2 - T_1) \quad (3.5.5)$$

$$Q_{isob} = \int dH = \int m \cdot dh = m \cdot \int c_p(p, T) \cdot dT \cong m \cdot c_{p,m} \cdot \int dT = m \cdot c_{p,m} \cdot (T_2 - T_1) \quad (3.5.6)$$

$$\dot{Q}_{isok} = \int d\dot{U} = \int \dot{m} \cdot du = \dot{m} \cdot \int c_v(p, T) \cdot dT \cong \dot{m} \cdot c_{v,m} \cdot \int dT = \dot{m} \cdot c_{v,m} \cdot (T_2 - T_1) \quad (3.5.7)$$

$$\dot{Q}_{isob} = \int d\dot{H} = \int \dot{m} \cdot dh = \dot{m} \cdot \int c_p(p, T) \cdot dT \cong \dot{m} \cdot c_{p,m} \cdot \int dT = \dot{m} \cdot c_{p,m} \cdot (T_2 - T_1) \quad (3.5.8)$$

Som nævnt indledningsvis er den specifikke varmekapacitet for reelle gasser en funktion af både tryk og temperatur, men for idealgasser en funktion af temperaturen alene. Da formlerne (3.5.5) til (3.5.8) benyttes for et temperaturinterval, opstår spørgsmålet "Hvordan bestemmes  $c_v$  og  $c_p$  for formlerne?" Der er to måder at gøre dette på. Første metode antager en lineær sammenhæng for den specifikke varmekapacitet mellem temperaturerne  $T_1$  og  $T_2$ , og den specifikke varmekapacitet approksimeres til middelværdien (så bliver den en konstant, som kan sættes uden for parentes i formlerne (3.5.5) til (3.5.8)):

$$c_v \cong c_{v,m} = \frac{1}{2} \cdot (c_v(T_2) + c_v(T_1)) \quad (3.5.9)$$

$$c_p \cong c_{p,m} = \frac{1}{2} \cdot (c_p(T_2) + c_p(T_1)) \quad (3.5.10)$$

Den anden metode benytter integrale udtryk for den specifikke varmekapacitet, som vist i formlerne (3.5.11) til (3.5.12). I praktiske beregninger er der dog ikke stor forskel mellem metoderne. Nogle tabeller angiver de integrale specifikke varmekapaciteter andre gør ikke.

$$c_{v,int} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v dT \quad (3.5.11)$$

$$c_{p,int} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p dT \quad (3.5.12)$$

Formler (3.5.5) til (3.5.8) kan herefter skrives som:

$$Q_{isok} = \int m \cdot du \cong m \cdot (c_{v,int,T_2} \cdot T_2 - c_{v,int,T_1} \cdot T_1) \quad (3.5.13)$$

$$Q_{isob} = \int m \cdot dh \cong m \cdot (c_{p,int,T_2} \cdot T_2 - c_{p,int,T_1} \cdot T_1) \quad (3.5.14)$$

$$\dot{Q}_{isok} = \int \dot{m} \cdot du \cong \dot{m} \cdot (c_{v,int,T_2} \cdot T_2 - c_{v,int,T_1} \cdot T_1) \quad (3.5.15)$$

$$\dot{Q}_{isob} = \int \dot{m} \cdot dh \cong \dot{m} \cdot (c_{p,int,T_2} \cdot T_2 - c_{p,int,T_1} \cdot T_1) \quad (3.5.16)$$

Den integrale specifikke varmekapacitet kan approksimeres som middelværdien af den specifikke varmekapacitet mellem referencepunktet (normalt 0 °C) og den aktuelle temperatur. Dannes middelværdien ved små intervaller for temperaturen opnås den største nøjagtighed.

$$c_{p,int,T} \cong c_{p,m} \text{ (mellem } 0 \text{ og } T) \quad (3.5.17)$$

**Eksempel 3.5.1.a**

Bestem en tabel for den integrale specifikke varmekapacitet  $c_p$  for tør atmosfærisk luft ved et tryk på 1 atmosfære i temperaturintervallet 0 – 700 °C. Fra Appendiks D3 hentes:

Temperatur	Specifik varmekapacitet ( $C_p$ )
[°C]	[kJ/kgK]
0	1,004
100	1,010
200	1,024
300	1,045
400	1,068
500	1,092
600	1,115
700	1,136

For ensartede temperaturintervaller, kan formel (3.5.12) approksimeres til en middelværdi, og følgende tabel kan opstilles:

Temperatur	Specifik varmekapacitet ( $C_p$ )	Middelværdi for $C_p$ (0-T)	Integral specifik varmekapacitet ( $C_{p,int}$ )
[°C]	[kJ/kgK]		[kJ/kgK]
0	1,004		1,004
100	1,010	1,007	1,007
200	1,024	1,013	1,013
300	1,045	1,021	1,021
400	1,068	1,030	1,030
500	1,092	1,041	1,041
600	1,115	1,051	1,051
700	1,136	1,062	1,062

F. eks. er  $C_{p,int}$  (300 °C) bestemt som:  $\frac{1}{4} \cdot (1,004 + 1,010 + 1,024 + 1,045) = 1,021 \text{ kJ/kgK}$ .

Effekt bestemmelse for opvarmning af 1 kg/s tør luft mellem 200 og 300 °C ved formel (3.5.16) giver:

$$\dot{Q} \cong \dot{m} \cdot (c_{p,int,T_2} \cdot T_2 - c_{p,int,T_1} \cdot T_1) = 1 \text{ kg/s} \cdot (1,021 \cdot 300 - 1,013 \cdot 200) \text{ kJ/kg} = 103,7 \text{ kW}$$

Effektbestemmelse for samme tilfælde, men ved brug af formel (3.5.8) og (3.5.10) giver:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) = \frac{1 \text{ kg}}{\text{s}} \cdot \frac{1,035 \text{ kJ}}{\text{kgK}} \cdot (300 - 200) \text{ K} = 103,5 \text{ KW}$$

Hvor  $c_p$  er bestemt som  $c_{p,m}$  efter formel (3.5.10):

$$c_p \cong c_{p,m} = \frac{1}{2} \cdot (c_p(T_2) + c_p(T_1)) = \frac{1}{2} \cdot (1,045 + 1,024) = 1,035 \text{ kJ/kgK}$$

Det noteres, at effektberegningen med de to metoder giver næsten samme resultat. Forskellen giver en afvigelse på < 0,2 %.

I det følgende udledes en række nyttige sammenhænge mellem de specifikke varmekapaciteter ( $c_p$ ) og ( $c_v$ ). Tages udgangspunkt i formel (2.3.2.5) for entalpi, kan denne omskrives til:

$$h - u = p \cdot v \quad (3.5.18)$$

Antages gassen at være en idealgas, gælder idealgasligningen udtrykt i formel (3.4.1.4) og  $p \cdot v = R_i \cdot T$ . Indsættes dette i formel (3.5.18) fås:

$$h - u = R_i \cdot T \quad (3.5.19)$$

eller på differentiel form:

$$dh - du = R_i \cdot dT \quad (3.5.20)$$

Divideses der igennem med  $dT$  fås:

$$\frac{dh}{dT} - \frac{du}{dT} = R_i \quad (3.5.21)$$

Indsættes udtrykkene for de specifikke varmekapaciteter angivet i formel (3.5.3) og (3.5.4) fås:

$$c_p - c_v = R_i \quad (3.5.22)$$

For en idealgas er forskellen mellem den specifikke varmekapacitet ved hhv. fastholdt tryk og volumen lig med den individuelle gaskonstant ( $R_i$ ) for gassen.

Forholdet mellem den specifikke varmekapacitet ved hhv. fastholdt tryk og volumen benævnes **isentropeksponenten** ( $\kappa$ ):

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{R_i}{c_v} \quad (3.5.23)$$

Temperaturafhængighed for den specifikke varmekapacitet og dermed også isentropeksponenten afhænger af gasmolekylets kompleksitet. Temperaturafhængigheden tiltager for gasmolekyler med flere atomer. For en- og to-atomige gasser kan den specifikke varmekapacitet og isentropeksponent estimeres ud fra forholdet mellem den universelle gaskonstant og molmassen, og som anført i Fig. 3.5.2.

Molekylekompleksitet	En-atomig	To- atomig
Eksempler	Argon (Ar) og Helium (He)	Ilt (O <sub>2</sub> ), Nitrogen (N <sub>2</sub> ) og tør luft
$c_v$	$\frac{3}{2} \cdot \frac{R_u}{M} = \frac{3}{2} \cdot R_i$	$\frac{5}{2} \cdot \frac{R_u}{M} = \frac{5}{2} \cdot R_i$
$c_p$	$\frac{5}{2} \cdot \frac{R_u}{M} = \frac{5}{2} \cdot R_i$	$\frac{7}{2} \cdot \frac{R_u}{M} = \frac{7}{2} \cdot R_i$
$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$	1,667	1,4

Fig. 3.5.2 Specifik varmekapacitet og isentropeksponent for en- og to-atomige gasser

**Eksempel 3.5.1.b**

Bestem de specifikke varmekapaciteter for argon og ilt efter Fig. 3.5.2 og sammenligne med tabelværdier gældende ved 0 °C i Appendiks D2.

Den universelle gaskonstant er 8314,47 J/kmolK jf. Appendiks D1. Molmasser kan findes i Appendiks D2.

For Argon (Ar):

$$c_v = \frac{3}{2} \cdot \frac{R_u}{M} = \frac{3}{2} \cdot \frac{8314,47 \text{ J}/\text{kmolK}}{39,95 \text{ kg}/\text{kmol}} = 312,2 \text{ J/kgK} \quad (\text{Appendiks D2 siger } 312,2 \text{ J/kgK})$$

$$c_p = \frac{5}{2} \cdot \frac{R_u}{M} = \frac{5}{2} \cdot \frac{8314,47 \text{ J}/\text{kmolK}}{39,95 \text{ kg}/\text{kmol}} = 520,3 \text{ J/kgK} \quad (\text{Appendiks D2 siger } 520,3 \text{ J/kgK})$$

For ilt (O<sub>2</sub>):

$$c_v = \frac{3}{2} \cdot \frac{R_u}{M} = \frac{3}{2} \cdot \frac{8314,47 \text{ J}/\text{kmolK}}{32 \text{ kg}/\text{kmol}} = 649,6 \text{ J/kgK} \quad (\text{Appendiks D2 siger } 655,0 \text{ J/kgK})$$

$$c_p = \frac{5}{2} \cdot \frac{R_u}{M} = \frac{5}{2} \cdot \frac{8314,47 \text{ J}/\text{kmolK}}{32 \text{ kg}/\text{kmol}} = 909,4 \text{ J/kgK} \quad (\text{Appendiks D2 siger } 914,8 \text{ J/kgK})$$

**Eksempel 3.5.1.c**

I en spand med 10 kg vand ved 25 °C nedsænkes en klump is med vægten 4 kg og temperaturen 0 °C. Det antages, at der ikke er varmeudveksling med omgivelserne, og trykket er lig atmosfæretrykket (1,013 bara). Hvad er sluttemperaturen og hvor meget is er der tilbage, når ligevægt har indstillet sig.

Hvis der ved ligevægtstilstanden er tilbage, vil sluttemperaturen være 0 °C, idet det er temperaturen for faseskiftet. Energimængden for at bringe vandet fra 25 til 0 °C kan bestemmes til:

$$Q = m \cdot [h(25^\circ\text{C}, 1,013 \text{ bara}) - h(0^\circ\text{C}, 1,013 \text{ bara})] = 10 \text{ kg} \cdot \frac{[104,9 - 0,1] \text{ kJ}}{\text{kg}} = 1048 \text{ kJ}$$

Entalpierne er tabelopslag i Appendiks D5. Smeltevarmen ( $r_s$ ) for is findes i Appendiks D4 til 334 kJ/kg. Hvor meget is skal der smelte for at køle denne energimængde? Smeltet mængde is er:

$$m_{is} = \frac{Q}{r_s} = \frac{1048 \text{ kJ}}{334 \text{ kJ/kg}} = 3,14 \text{ kg}$$

Der vil således være:  $4 - 3,14 = 0,86$  kg is tilbage, og ligevægtstemperaturen vil være 0 °C.

### 3.6 Dampkedlen

Formålet med en dampkedel er at producere mættet damp eller overheded damp ud fra tilledt vand. Dampen skal bruges i en efterfølgende industriproces. Nogle industriprocesser absorberer dampen i processen. Andre industriprocesser udnytter kun energien i dampen, som frigives ved faseskiftet fra damp til vand (benævnes også kondensat i denne sammenhæng). Den mest almindelige industriproces er kraftværket, hvor dampen driver en damperturbine, som er forbundet til en generator for produktion af elektrisk energi til elnettet. Uddybende teori om kraftværker er indeholdt i kapitel 8.

Betrages dampkedlen som et system, må dette betegnes som et åbent system. Når der bortledes damp fra systemet, må der tilføres vand (benævnes kedelfødevand) i samme takt, hvis dampkedlen skal være kontinuert virkende.

Fordampning af vand til damp er en endoterm proces. Energien til fordampningen tilvejebringes i de fleste tilfælde igennem forbrænding af et brændsel. I lande, som har adgang til billig elektrisk energi, som f.eks. Island kan energien også komme fra el, som tilføres dampkedlen igennem en elektrisk modstand neddypet i vandet. På et atomkraftværk kommer energien fra uranstavene. På Fig. 3.6.1 er vist et Sankey diagram for en dampkedel.



**Fig. 3.6.1** Sankey diagram for en dampkedel

**Nytteeffekten** ( $\dot{Q}_n$ ) i [MW] for dampkedlen er defineret som den effekt, der skal til for at bringe energitilstanden af det tilførte kedelfødevand til den ønskede energitilstand for den bortlede damp, og kan, hvis fødevandsmængden er lig med dampmængden, med reference til formel (3.5.16) skrives som:

$$\dot{Q}_n = \int \dot{m} \cdot dh = \dot{m}_{damp} \cdot (h_{damp} - h_{vand}) \quad (3.6.1)$$

For damp bruges entalpi (h) i stedet for produktet  $c_p \cdot T$ , da entalpi for damp er tabellagt som funktion af tryk og temperatur (se f.eks. Appendiks D5).

Den tilførte **brændstofeffekt** ( $\dot{Q}_{br}$ ) i [MW] bestemmes som den nødvendige brændstofmængde i [kg/s] gange den nedre brændværdi i [MJ/kg] for brændslet:

$$\dot{Q}_{br} = \dot{m}_{br} \cdot LHV \quad (3.6.2)$$

Forkortelsen for nedre brændværdi er taget fra den engelsksprogede litteratur og er en forkortelse for "Lower Heating Value". I engelsksproget litteratur kan man også støde på LCV, som står for "Lower Calorific Value". I tysksproget litteratur er betegnelsen "Untere Heizwert" forkortet som  $H_u$ .

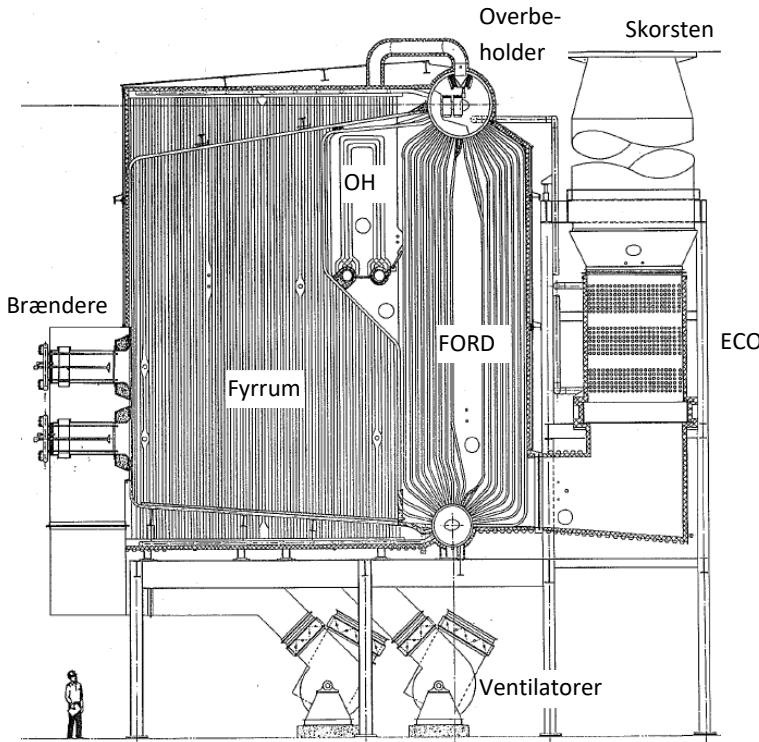
Forskellen mellem brændstofeffekten og nytteeffekten repræsenterer de effektab ( $\dot{Q}_{tab}$ ), som er ved dampkedlen. Effektab i en dampkedel kan henføres til skorstenstab, tab til uforbrændt brændsel i asker, varmetab fra kedelkroppen mv.

$$\dot{Q}_{tab} = \dot{Q}_{br} - \dot{Q}_n \quad (3.6.3)$$

Med reference til formel (2.4.1) kan virkningsgraden for dampkedlen – ikke overraskende benævnt **kedelvirkningsgraden** – bestemmes som:

$$\eta_k = \frac{\text{Ønsket output}}{\text{Nødvendigt input}} = \frac{\dot{Q}_n}{\dot{Q}_{br}} \quad (3.6.4)$$

Kedelvirkningsgraden for dampkedlen repræsenteret på Fig. 3.6.1 vil således være 0,90 eller 90 %.



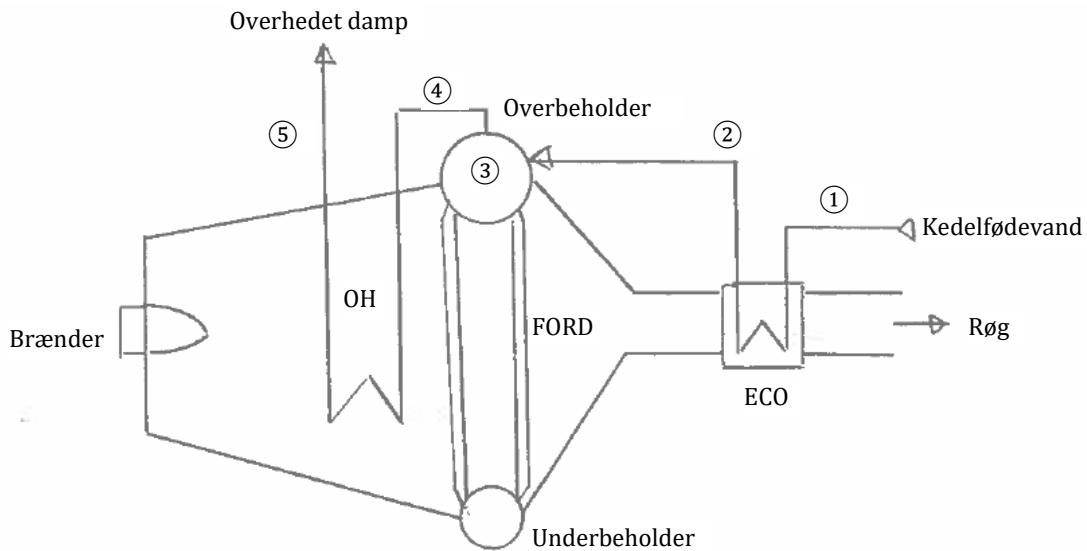
**Fig. 3.6.2** Snit i en typisk industrikedel

På Fig. 3.6.2 er vist et snitbillede af en typisk dampkedel til industrielle formål, og følgende karakteristika kan nævnes:

- Brænsletslet kan være olie eller gas, som forbrændes i brænderne, som sidder i forvæggen til fyrrummet,
- Luften til forbrændingen ledes til brænderne fra de to ventilatorer, som er placeret under kedekroppen,
- Fra fyrrummet ledes de varme røggasser (1200-1300 °C) igennem overhederen (OH), hvor den mættede damp fra overbeholderen overhedes,
- Overbeholder og underbeholder er forbundet med et stort antal rør, som benævnes kogerørspartiet eller fordamper (FORD). De varme røggasser (ca. 900 °C) fra OH ledes igennem kogerørspartiet, hvor en del af vandet fordampes inde i de vandfyldte kogerør,
- Efter kogerørspartiet ledes den endnu varme røggas (ca. 300 °C) til economiseren (ECO), hvor kedelfødevandet forvarmes inden det ledes til overbeholderen,
- Efter ECO er røggassen afkølet til ca. 160 °C, hvis der er tale om oliefyring, og røggassen kan ledes til skorstenen,
- Ved gasfyring kan røggassen køles til 80-100 °C med forbrændingsluften, som ledes til brænderne, men dette er ikke vist på Fig. 3.6.2.

Flammerne fra brænderne står inde i fyrrummet. Fyrrummet er lavet af gastætte membranrør, og er kølet af vand som cirkulerer mellem underbeholder og overbeholder. Fyrrums væggene er således en del af fordamperen.

Isoleret set kan vand- og dampkredsen for dampkedlen vises på det procesdiagram, som er afbilledet i Fig. 3.6.3.



**Fig. 3.6.3** Prosesdiagram for vand- og dampkreds i en dampkedel

På Fig. 3.6.3 er angivet et antal referencepunkter, hvor tilstanden kan beskrives som:

1. Kedelfødevand: Underkølet vand
2. Kedelfødevand: Underkølet vand, men forvarmet i ECO
3. Kedelvand: I overbeholderen er der et vandspejl, som skiller det mættede vand nederst i overbeholderen (og kogerør, underbeholder og fyrrumsvægge) og den mættede damp i den øverste del af overbeholderen,
4. Damp før OH: Normalt tørmættet damp, men kan have en dampandel under 1, hvis der medrives vandråber ud af beholderen,
5. Damp efter OH: Overhededamp

Tre driftsforhold skal fremhæves for en dampkedel med dampbeholder, som vist på Fig. 3.6.2:

- I. Traditionelt skal en dampkedel levere damp ved et **bestemt tryk**, som i mange tilfælde skal være konstant og uafhængigt af den producerede dampmængde. Trykket reguleres ved den med brændslet indfyrede energimængde via en reguleringsventil for olie eller gas,
- II. En dampkedel skal levere damp ved en **bestemt temperatur** i et specificeret lastområde f.eks. fra 75 til 100 % last (normalt et ønske fra køberen af dampkedlen). Overhederen dimensioners lidt for stor, og for at holde damptemperaturen på rette niveau under drift indsprøjtes lidt kedelfødevand mellem to overhedersekctioner eller efter overhederen. Under 75 % last må damptemperaturen gerne falde.
- III. Vandspejlet i overbeholderen benyttes til at overvåge om der er vand nok på kedlen. Er der for lidt vand på kedlen, kan man få blotlagte fyrrumsvægge, som så mister sin køling, og der er risiko for rørsprængning. **Vandniveauet i overbeholderen** reguleres via en fødevandsreguleringsventil, som sidder før ECO.

I dette kapitel er udelukkende set på dampkedler, hvis damptryk er mindre end det kritiske tryk. For dampkedler, som opererer over det kritiske tryk, henvises til anden litteratur.

**Eksempel 3.6.a**

Bestem nytteeffekt og virkningsgrad for en dampkedel, som producerer 100 t/h damp ved 40 bara og 400 °C. Bestem tillige effektoptaget i economiseren. Tilstand for kedelfødevand er 50 bara og 125 °C. Kedelfødevandet opvarmes i economiseren til 225 °C. Brændslet erolie med en nedre brændværdi på 42 MJ/kg, og olieforbruget er 6950 kg/h.

$$\dot{Q}_n = \dot{Q}_{13} = \dot{m}_{damp} \cdot (h_{damp} - h_{vand}) = \frac{100}{3,6} \text{ kg/s} \cdot (3.214,0 - 528,4) \text{ kJ/kg} \cdot 10^{-3} \text{ MW/kW} = 74,6 \text{ MW}$$

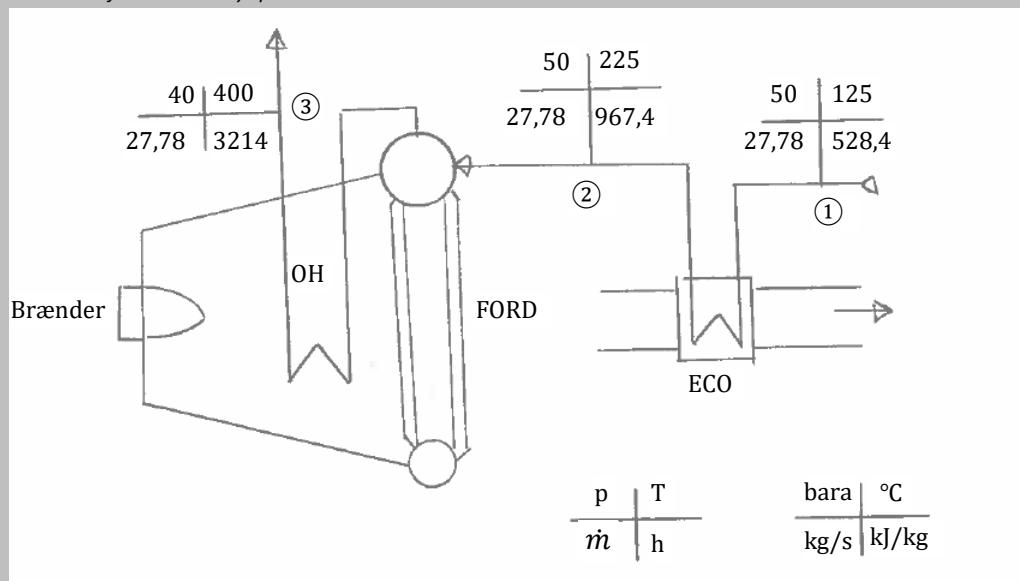
$$\dot{Q}_{br} = \dot{m}_{br} \cdot LHV = \frac{6.950}{3.600} \text{ kg/s} \cdot 42 \text{ MJ/kg} = 81,08 \text{ MW}$$

$$\eta_k = \frac{\dot{Q}_n}{\dot{Q}_{br}} = \frac{74,6}{81,08} = 0,92 \text{ eller } 92 \%$$

$$\dot{Q}_{ECO} = \dot{Q}_{12} = \dot{m}_{damp} \cdot (h_{vand,før eco} - h_{vand,efter eco})$$

$$\dot{Q}_{ECO} = \frac{100}{3,6} \text{ kg/s} \cdot (967,4 - 528,4) \text{ kJ/kg} \cdot 10^{-3} \text{ MW/kW} = 12,2 \text{ kW}$$

Entalpier er hentet i Appendiks D5. Processen er grafisk afbilledet på Fig. 3.6.4. Bemærk brugen af positionsnummerering og "sildeben" for at holde styr på data.



**Fig. 3.6.4** Procesdiagram for vand- og dampkreds i en dampkedel

```
//Program for calculations in Example 3.6.a in EES
//Units: T in degC, P in kPa, flow in kg/s, h in kJ/kg, Q in kW
//Feed water data (inlet steam boiler)
m1=100/3,6
p1=5000
t1=125
h1=enthalpy(Steam_IAPWS;T=t1;P=p1)
//Water data (before drum)
p2=5000
t2=225
h2=enthalpy(Steam_IAPWS;T=t2;P=p2)
//Superheated steam data (exit from steam boiler)
p3=4000
t3=400
h3=enthalpy(Steam_IAPWS;T=t3;P=p3)
//Boiler net heat
Qnet = m1*(h3-h1)
//Heat to economiser
Qeco = m1*(h2-h1)
//
//Fuel heat
LHV = 42000
mf = 6950/3600
Qf = LHV*mf
//Boiler efficiency
Eta = Qnet*100/Qf
```

### 3.7 Opgaver til kapitel 3

Detaljeret løsningsforslag til de \*-mærkede opgaver er angivet i Appendiks B.

#### Opgave 3.1 \*

Udprint et p-h diagram (fra Appendiks D6 eller printet fra Coolpack) for ammoniak ( $\text{NH}_3$  eller R717). Plot følgende punkter og forbind punkterne med rette linjer. Aflæs øvrige tilstandsstørrelser og indfør dem i skemaet. De øvrige tilstandstørrelser kan tillige findes i Coolpack.

Punkt	Tryk	Temperatur	Entalpi	Specifik volumen	Gasandel	Entropi
Dim.	[bara]	[°C]	[kJ/kg]	[m <sup>3</sup> /kg]	[ - ]	[kJ/kgK]
1	2				0,1	
2	2	-5				
3	10	110				
4	10	10				

#### Opgave 3.2

En kande på 2 l indeholder 1 l lunkent vand ved 20 °C ønskes kølet til 0 °C med is, som har temperaturen 0 °C og smelter under processen. Det antages, at kanden ikke varmeveksler med omgivelserne under processen. Hvor meget is i [kg] skal der til, og hvor stort et volumen i [l] er der i kanden efter afkøling? (Svar: 0,25 kg, 1,25 l)  
(Stofværdier ( $\rho, c_p$ ) kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

#### Opgave 3.3

Luft til forbrændingen i en dampkedel tages fra toppen af kedelhuset og tryksættes i en ventilator. Tryk på luften efter ventilatoren svarer til summen af tryktab i kanaler, ventiler, brænder etc. mod kedlens fyrrum. Alt i alt har vi en ventilator med indløbs- og udløbskanal, hvor luften har forskellige tryk. Ventilatoren vil også medføre en temperaturstigning på luften igennem ventilatoren.

Indløbskanal:

- Flow 25 kg/s
- Tryk 1,013 bara
- Temperatur 40 °C

Udløbskanal:

- Flow 25 kg/s
- Tryk 1,113 bara
- Temperatur 50 °C

#### Spørgsmål

1. Bestem det specifikke volumen i [m<sup>3</sup>/kg] for luften i indløbskanalen (Svar: 0,887 m<sup>3</sup>/kg)
2. Bestem det specifikke volumen i [m<sup>3</sup>/kg] for luften i udløbskanalen (Svar: 0,833 m<sup>3</sup>/kg)
3. Bestem volumenstrøm i [m<sup>3</sup>/s] for luften i indløbskanalen (Svar: 22,18 m<sup>3</sup>/s)
4. Bestem volumenstrøm i [m<sup>3</sup>/s] for luften i udløbskanalen (Svar: 20,83 m<sup>3</sup>/s)
5. Antag, at den indvendige diameter af begge kanaler er 1.400 mm, og bestem hastigheden i [m/s] i begge kanaler (Svar: 14,4 m/s og 13,5 m/s)
6. Kan vi bestemme det specifikke volumen for udløbskanalen ud fra det specifikke volumen af indløbskanalen? (Svar: Ja)

**Opgave 3.4 \***

(Eksempel 3.2.1.a, fortsat): I et køkken er trykket lig med atmosfæretrykket (1,013 bara). Sætter man en gryde med vand (korrekt betegnelse ville være underkølet vand) ved 20 °C på kogeblusset for at koge kartofler, skal der tilføres varme for at hæve temperaturen. Når vandet begynder at koge er tilstanden for vandet mættet vand og  $x=0$ . Temperaturen kan findes ved opslag i Appendiks D5 under mættet tilstand, og temperaturen vil være ca. 100 °C. Ved denne temperatur tager det ca. 20 minutter at koge kartofler møre.

Hvis man nu investerede i en trykkoger, hvor trykket kunne hæves til 2 bara, så vil temperaturen på vandet være ca. 120 °C, hvilket ses af samme tabel. Ved denne temperatur vil kartofler være møre på ca. 10 minutter.

Der kan altså opnås en tidsbesparelse med en trykkoger, og energiforbruget vil formodentlig være anderledes. Det antages, at varmetabet ved begge opvarmningsprocedurer er den samme, og videre, at effekttabet ved de ekstra 10 min. kogetid ved 100 °C er 0,15 kW. Væskemængden er 1 kg og der ses bort fra kartoflerne.

Hvor meget ekstra energi kræves for at øge trykket til 2 bara? (Svar: 83,8 kJ) Hvor meget energi taber gryden ved den ekstra kogetid ved 100 °C? (Svar: 90 kJ)

(Stofværdier ( $c_p$ ) kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

**Opgave 3.5**

En ballon indeholdende 0,1 mol Helium (He) købes på en markedsdag, hvor omgivelsestryk og -temperatur er 101,3 kPa og 20 °C. Bestem rumfanget i [l] for ballonen (Svar: 2,4 l). Idet det antages, at selve ballon og snor vejer 2 g, vil ballonen stige til vejrs, hvis den slippes? (Svar: Ja). Bestem varmemængden i [J], som skal til at opvarme ballonens indhold op til 40 °C (Svar: 41,6 J).

(Stofværdier ( $c_p$ ) kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

**Opgave 3.6**

En stålflaske til gas på 11 liter er fyldt med komprimeret nitrogen ( $N_2$ ) ved et tryk på 200 bara. Gasflasken står i skyggen, hvor omgivelsestemperaturen er 20 °C. Gas flasken er konstrueret til et tryk på 220 baro. Gasflasken stilles uforvarende i solen, hvor flaske og indhold opvarmes til 60 °C. Hvad stiger trykket i gasflasken til og er det sikkerhedsmæssigt kritisk? (Svar: 227,3 bara og er kritisk). Hvor stor en varmemængde i [kJ] skal der alene til at opvarme flaskens indhold? (Svar: 75,1 kJ)

(Stofværdier ( $c_v$ ) kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

**Opgave 3.7 \***

En gasflaske med iso-butan ( $C_4H_{10}$  eller R600a) har været brugt til at forsyne en gasbrænder, og efter nogen tids brug er trykket faldet i gasflasken til atmosfæretrykket (1,013 bara), og flaskens indhold er en mættet blanding af 0,5 kg væske og resten gas. Hvad er temperaturen af blandingen i gasflasken? (Svar: ca. -11,8 °C). Hvor stor en energimængde skal der tilføres væsken alene for at få den til at fordampe og dermed være nyttig (Svar: 165,2 kJ)

**Opgave 3.8 \***

En dampkedel, som producerer 80 t/h damp ved 100 bara og 500 °C. Kedelfødevand er 125 bara og 200 °C. Brænslets er halm med en nedre brændværdi på 14 MJ/kg, og halmforbruget er 15,5 t/h.

- 1) Bestem nettoeffekt for dampkedlen i [MW] (55,96 MW)
- 2) Bestem brændstofeffekten i [MW] (Svar: 60,28 MW)
- 3) Skitser et Sankey diagram og bestem kedelvirkningsgraden (Svar: 92,83 %)

**Opgave 3.9**

En dampkedel er forsynet med en economiser og overheder.

Følgende data er oplyst:

Friskdamp, afgang:

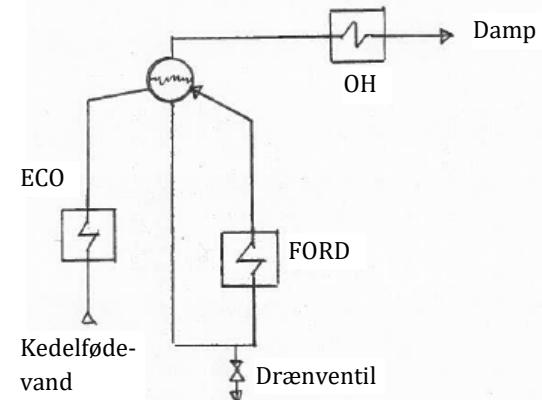
- Flow 25 kg/s
- Tryk 60 bara
- Temperatur 510 °C

Kedelbeholder og fordamper:

- Tryk 70 bara
- Temperatur mættet °C

Kedelfødevand, tilgang:

- Flow 25 kg/s
- Tryk 80 bara
- Temperatur 200 °C

**Spørgsmål**

- 1) Tegn et simpelt procesdiagram for processen (se forslag)
- 2) Tilføj datablokke og anfør kendte data
- 3) Bestem nettoeffekt for dampkedlen i [MW] (Svar: 64,8 MW)
- 4) Antag, at dampen medriver vandråber ud af dampbeholderen, og dampen som forlader dampbeholderen indeholder 1 % kedelvand ( $x = 0,99$ ). Bestem effekt optaget i overhederen i [MW] og den procentvise andel denne udgør af dampkedlens nettoydelse i [%] (Svar: 17,23 MW og 26,6 %)
- 5) Skitsér processen i et p-h diagram (fra Appendiks D5 eller printet fra Coolpack)

Der skal øves i brugen af EES programmet.

- 6) Udfør spørgsmål 1-4 i EES

Hjælp til brug af EES:

- Start ESS og åben en ny fil (sker automatisk)
- Informationslinjer starter med // (tekst efter dette tegn ignoreres af programmet)
- Definér kendte data som f.eks. fødevandstryk (tast: p1 = 8000)
- Observér at EES burger bestemte enheder kPa, DegC og kg/s og kJ/kg. Dette kan ændres i menu-baren under "Options" og "Unit System"
- Formler kan findes i menu-baren under "Options" and "Function Info". Vælg "Thermophysical Properties" og "Steam\_IAPWS" og "Enthalpy", hvis du ønsker at beregne entalpier. Vælg "Paste" og tilpas formlen så den passer til dine variable.
- For beregning vælg "Calculate" og "Solve"
- Printning kan ske under "File" i menu-baren.

## 4.0 Energianalyse af lukkede systemer

Energibetrægtingerne for åbne og lukkede systemer i kapitel 2 var fokuseret på udveksling af energi dvs. varme og arbejde imellem systemet og dets omgivelser. I dette kapitel ses nærmere på tilstandsændringerne i systemet.

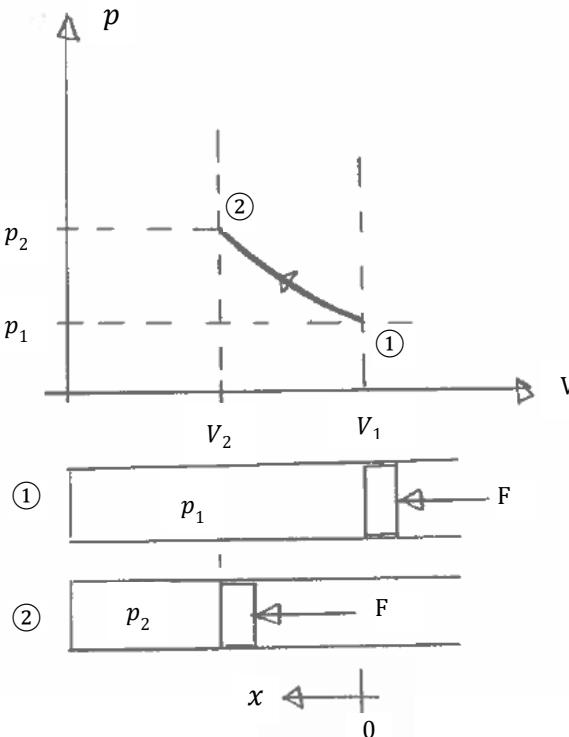
Dette kapitel vil behandle lukkede systemer dvs. systemer uden massetransport over systemgrænsen. I kapitel 5 vil åbne systemer blive behandlet.

I dette kapitel betragtes kun reversible processer, hvorved forstås processer, som kan køre frem og tilbage uendeligt mange gange uden tilførsel af ekstra energi. I den sammenhæng kan processerne beskrives som ideelle. I kapitel 4.1 er dog kortfattet anvist hvorledes f.eks. friktion påvirker procesforløbet, men generelt er behandlingen af irreversible og reelle processer henvist til kapitel 6.

### 4.1 Volumenændringsarbejde

**Volumenændringsarbejdet** for et lukket system defineres som det arbejde, som et system udveksler med dets omgivelser, når systemets volumen ændrer sig under et procesforløb. I definitionen ligger, at volumenændringsarbejdet kan være både positivt og negativt. Hvis man f.eks. varmer på en ballon, vil gassen i ballonen udvide sig, og man har overført omgivelserne en arbejdsmængde, som set fra systemets side må være negativ, da arbejdet er afgivet fra systemet.

På Fig. 4.1.1 er vist et stempel-cylinder system, hvor systemet dvs. gassen i cylinderen tilføres et volumenændringsarbejde, idet stemplet flyttes fra pos. (1) til pos. (2). Procesforløbet for gassen i cylinderen er grafisk afbilledet i et p-V diagram.



**Fig. 4.1.1** Stempel-cylinder system

Fra mekanik vides, at kraft gange vej er lig udført arbejde. Stemplets arbejde udført på gassen i Fig. 4.1.1 må være positivt, idet det tilføres systemet. Kraften ( $F$ ) er kun konstant for en infinitesimal ændring af vejen ( $x$ ), og volumenændringsarbejdet tilført gassen ( $dW_v$ ) kan udtrykkes som:

$$dW_v = F \cdot dx \quad (4.1.1)$$

Ud fra reglen om aktion er lig reaktion, vil stempelkraften ( $F$ ) udbalances af en lige så stor og modstat rettet kraft fra gassen, som kan udtrykkes som gastrykket gange stempelarealet ( $p \cdot A$ ) dvs.  $F = -p \cdot A$ , som kan substitueres ind i formel (4.1.1):

$$dW_v = -p \cdot A \cdot dx \quad (4.1.2)$$

Produktet ( $A \cdot dx$ ) er tillige et udtryk for det betragtede delvolumen ( $dV$ ) af gassen, som på Fig. 4.1.1 er negativt, hvorved volumenændringsarbejdet for en kompressionsproces som vist på Fig. 4.1.1 samlet set bliver positivt.

Indsættes dette i formel 4.1.2 og integreres fra begyndelsestilstand til sluttilstand fås en formel for det samlede volumenændringsarbejde:

$$W_v = - \int_1^2 p \cdot dV \quad (4.1.3)$$

Volumenændringsarbejdet ( $W_v$ ) er repræsenteret ved arealet under procesvejen mellem pos. ① og ② i Fig. 4.1.1. I mange sammenhænge kan det være en fordel at bestemme det specifikke arbejde ( $w_v$ ) i stedet for det absolutte arbejde ( $W_v$ ). Til eksempel kan nævnes, at under samme driftsbetingelser vil det specifikke arbejde være det samme for et stort og et lille anlæg. En anden fordel er, at tilstandsparameteren ( $V$ ) ændres til det specifikke volumen ( $v$ ), som er en tilstandsparameter, der normalt vil være tabellagt for de fleste stoffer. Formel (4.1.3) kan således udtrykkes som:

$$w_v = \frac{W_v}{m} = - \int_1^2 p \cdot dv \quad (4.1.4)$$

Som omtalt i afsnit 2.3.2 tilføres systemet tillige et volumenfortrængningsarbejde, idet der med reference til Fig. 4.1.1 flyttes et volumen ( $V_1 - V_2$ ) fra tilstand ① til tilstand ② ved et konstant omgivelsestryk ( $p_o$ ).

Volumenfortrængningsarbejdet ( $W_o$ ) kan bestemmes som:

$$W_o = -p_o \cdot (V_2 - V_1) \quad (4.1.5)$$

For at finde nettoarbejdet eller nyttearbejdet ( $W_n$ ) udført på gassen må volumenfortrængningsarbejdet ( $W_o$ ) fratrækkes volumenændringsarbejdet ( $W_v$ ):

$$W_n = W_v - W_o = - \int_1^2 p \cdot dV + p_o \cdot (V_2 - V_1) \quad (4.1.6)$$

Formel 4.1.6 kan omskrives til:

$$W_n = - \int_1^2 p \cdot dV + p_o \cdot (V_2 - V_1) = - \int_1^2 p \cdot dV + \int_1^2 p_o \cdot dV = - \int_1^2 (p - p_o) \cdot dV \quad (4.1.7)$$

Det erindres, at  $dV$  er negativ, hvorfor nyttearbejdet ( $W_n$ ) er positivt for kompressionsprocessen på Fig. 4.1.1 dvs. tilført systemet. Hvis stempel-cylinder anlægget var placeret i et vakuumkammer, ville  $p_o$  kunne sættes til 0, og hele arealet under procesvejen fra pos. ① til ② ned til  $V$ -aksen ville repræsentere nyttearbejdet ( $W_n$ ).

Kompressionsprocessen afbilledet i Fig. 4.1.1 er antaget reversibel, hvilket vil sige, at den kan reverseres som en ekspansionsproces fra Pos. ② til ①, og der kan eksporteres en arbejdsmængde til omgivelserne, som er lige så stor

som  $W_v$  ved kompressionsprocessen. Fuldt reverserbare processer er ideelle procesforløb, som ikke findes i virkeligheden, idet der bla. vil være friktion mellem stempel og cylindervæg.

Den til systemet tilførte energimængde som følge af friktion og andre forhold (f.eks. akselarbejde tilført af en omrører) kaldes **dissipationsarbejdet** ( $W_{diss}$ ). Dissipationsarbejde omsættes normalt til varme i systemet. Bemærk, at dissipationsarbejdet kun kan tilføres systemet fra omgivelser eller opstå i selve systemet og er ikke et arbejde, som kan eksporteres til omgivelserne. Dissipationsarbejde kan kun overføres til omgivelserne i form af varme.

**Det samlede arbejde** ( $W_g$ ) består af summen af volumenændringsarbejdet ( $W_v$ ) og dissipationsarbejdet ( $W_{diss}$ ):

$$W_g = W_v + W_{diss} = - \int_1^2 p \cdot dV + W_{diss} \quad (4.1.8)$$

eller på specifik form:

$$w_g = w_v + w_{diss} = - \int_1^2 p \cdot dv + w_{diss} \quad (4.1.9)$$

På Fig. 4.1.2 er separatet afbilledet en kompressions- og ekspansionsproces. Pos. (2') repræsentere i begge tilfælde den ideelle sluttilstand efter en reversibel proces, og Pos. (2) den reelle sluttilstand efter en irreversibel proces. Bemærk, at for begge processer er den reelle sluttilstand ved et højere tryk, som er et udtryk for at dissipationsarbejdet har afstedkommet en ekstra temperaturstigning og derved et højere tryk end ved den ideelle proces.

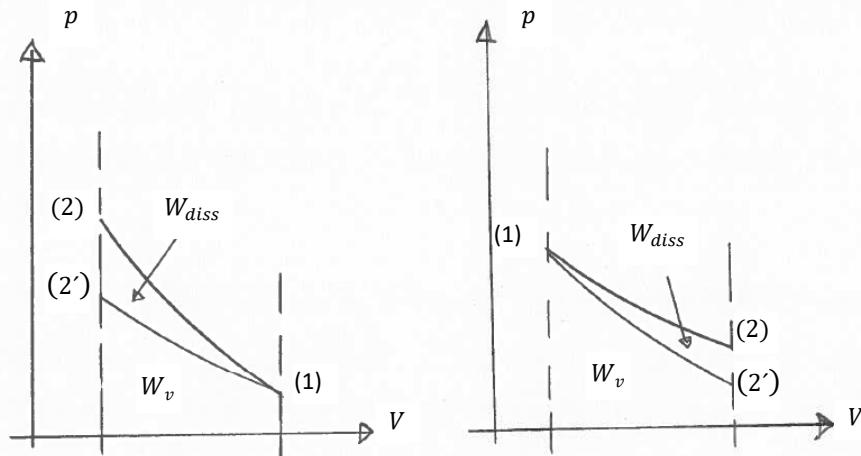


Fig. 4.1.2 Kompressions- og ekspansionsforløb med/uden dissipationsarbejde ( $W_{diss}$  = areal (1-2-2'-1))

## 4.2 Forskellige procesforløb for lukkede systemer

I de følgende afsnit vil for forskellige karakteristiske procesforløb for lukkede systemer blive udledt udtryk for energiudveksling med omgivelserne. Alle karakteristiske procesforløb betragtes som reversible og dermed uden dissipationsarbejde. Ved energiudveksling forstås både arbejds- og varmeudveksling.

Alle gasser anses for ideale, hvorved idealgasligningen angivet i kapitel 3.4.1 er gældende.

Den kritiske læser vil spørge "Hvad skal vi lære det for?", og svaret er, at en række af disse procesforløb foregår i mange af de i praksis benyttede energikonverterende maskiner som f.eks. forbrændingsmotoren, og for at kunne bestemme en varme- og energibalancen for disse systemer, vil det være nødvendigt at kende teori og formelapparat herfor.

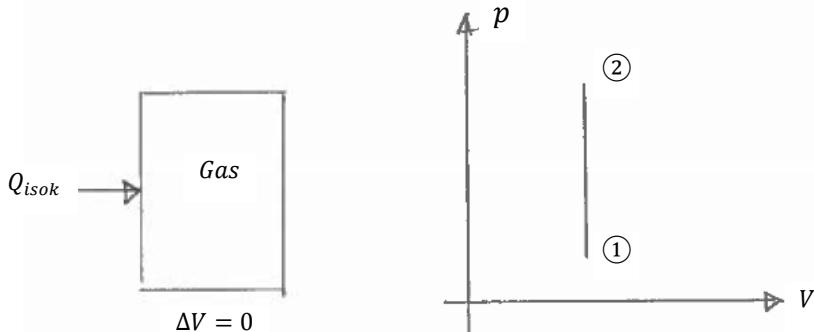
For et lukket system vil principippet om energibevarelsen gælde, og energiligningen i formel (2.3.2.3) for et lukket system forenkles til formel (2.3.2.7), som gentages her:

$$W_{net} = [U_2 - U_1] - Q_{net} \quad (4.2.1)$$

Formel (4.2.1) udtrykker, at udvekslet arbejde med omgivelserne må, hvis det ikke udveksles som varme med omgivelserne, resultere i en ændring i den indre energi for systemet.

#### 4.2.1 Isokorisk tilstandsændring

Et lukket system, hvor procesforløbet er isokorisk (konstant volumen) er vist på Fig. 4.2.1.1 med tilhørende procesvej afbilledet i et p-V diagram. Det er antaget, at systemgrænsen består af faste vægge, som man f.eks. finder det for ståltanke. På Fig. 4.2.1.1 er antaget, at gassen i systemet opvarmes dvs. tilføres varme for at initiere en tilstandsændring af gassen i systemet. Dette kunne selvfølgelig også ske ved en afkøling.



**Fig. 4.2.1.1** Isokorisk tilstandsændring for et lukket system

Tages udgangspunkt i idealgasligningen i den form, som den har i formel (3.4.1.6), må følgende i relation til Fig. 4.2.1.1 være givet:

$$\begin{aligned} p_1 \cdot V_1 &= m \cdot R_i \cdot T_1 \\ p_2 \cdot V_2 &= m \cdot R_i \cdot T_2 \end{aligned} \quad (4.2.1.1)$$

Idet processen er isokorisk dvs.  $V_1 = V_2$  kan formlerne (4.2.1.1) sammensættes til:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = konstant \quad (4.2.1.2)$$

Med reference til formel (4.1.3) og den forudsætning, at voluminet ikke ændres, kan der ikke være noget volumenændringsarbejde ( $W_{v,isok}$ ):

$$W_{v,isok} = - \int_1^2 p \cdot dV = 0 \quad (4.2.1.3)$$

Med reference til energiligningen i formel (4.2.1) for et lukket system og det faktum, at der ikke udveksles arbejde med omgivelserne, kan den for procesforløbet udvekslede energimængde ( $Q_{isok}$ ) bestemmes, som angivet i formel (4.2.1.4). I formel (4.2.1.4) er formlerne (3.5.5) og (3.5.9) substitueret for komplethedens skyld.

$$Q_{isok} = \int dU = \int m \cdot du = m \cdot \int c_v \cdot dT \cong m \cdot \frac{1}{2} \cdot (c_v(T_2) + c_v(T_1)) \cdot (T_2 - T_1) \quad (4.2.1.4)$$

Det bemærkes, at der i beregningen af varmemængden ( $Q_{isok}$ ) netop benyttes den specifikke varmekapacitet for fastholdt volumen ( $c_v$ ). Udtrykket  $c_v(T_1)$  betyder  $c_v$  fundet ved temperaturen  $T_1$ .

#### **Eksempel 4.2.1.a**

En ståltank med et volumen på 10 liter er fyldt med 79 g isobutan ( $C_6H_{10}$  eller R600a) på gasform ved temperaturen  $40^\circ C$ .

Følgende spørgsmål ønskes besvaret:

1. Hvad er trykket i tanken, hvis gassen betragtes som en idealgas?
2. Hvad bliver trykket i tanken, hvis der tilføres varme og temperaturen stiger til  $60^\circ C$ ?
3. Hvor stor en varmemængde skal der til at opvarme fra  $40^\circ C$  til  $60^\circ C$ ?
4. Udveksles der arbejde med omgivelserne?

Ad 1. Trykket i tanken bestemmes med idealgasligningen givet i formel (3.4.1.6). Gaskonstant findes i Appendiks D7.

$$p_1 = \frac{m \cdot R_i \cdot T_1}{V_1} = \frac{0,079\text{kg} \cdot 143\text{J/kgK} \cdot (273 + 40)\text{K}}{0,01\text{m}^3} \cong 352000\text{ Pa} = 3,52\text{ bara}$$

Ad 2. Trykket efter opvarmning findes ved brug af formel (4.2.1.2):

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = 3,52\text{ bara} \cdot \frac{(273 + 60)}{(273 + 40)} = 3,74\text{ bara}$$

Ad 3. Varmemængden for tilstandsændringen findes ved brug af formel (4.2.1.4). Da appendiks D7 ikke giver en tabel for den specifikke varmekapacitet ( $c_v$ ) benyttes den indre energi ( $u$ ). Da Appendiks D7 angiver tabelværdier for virkelige værdier af R600a, slippes principippet med at regne på gassen som en idealgas. Det antages groft, at trykket for gassen er 4 bara for at slippe for at interpolere i Appendiks D7.

$$Q_{isok} = \int dU = m \cdot \Delta u = m \cdot (u(4\text{bara}, 60^\circ C) - u(4\text{bara}, 40^\circ C)) = 0,079\text{kg} \cdot (607,9 - 573,5)\text{kJ/kg} = 2,78\text{ kJ}$$

Benyttes EES til bestemmelse af den indre energi fås:

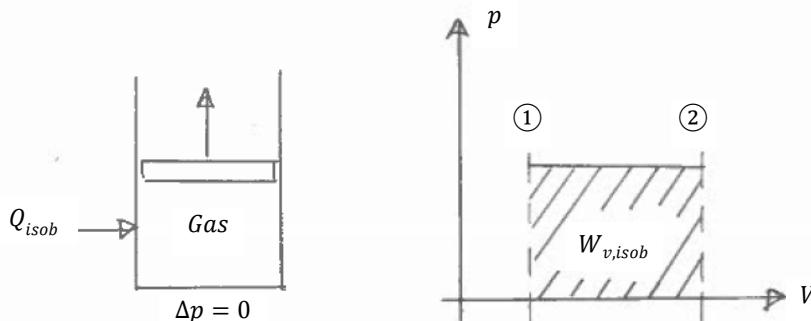
$$Q_{isok} = \int \Delta U = m \cdot \Delta u = m \cdot (u(3,74\text{bara}, 60^\circ C) - u(3,52\text{bara}, 40^\circ C)) = 0,079\text{kg} \cdot (608,4 - 574,8)\text{kJ/kg} \\ = 2,65\text{ kJ}$$

Forskellen er ikke stor, men det er nu mest trygt at benytte EES.

Ad 4. For fuldstændigheden skyld fastslås, at volumenændringsarbejdet er 0, og der udveksles således ikke arbejde med omgivelserne.

#### **4.2.2 Isobarisk tilstandsændring**

Et lukket system, hvor procesforløbet er isobarisk (konstant tryk) er vist på Fig. 4.2.2.1 med tilhørende procesvej afbilledet i et p-V diagram. Systemgrænsen kan bevæge sig, idet stemplet kan flytte op eller ned, og derved holde gastrykket i systemet konstant. På Fig. 4.2.2.1 er antaget, at gassen i systemet opvarmes dvs. tilføres varme for at initiere en tilstandsændring af gassen i systemet. Dette kunne selvfølgelig også ske ved en afkøling.



**Fig. 4.2.2.1** Isobarisk tilstandsændring for et lukket system

Tages udgangspunkt i idealgasligningen i den form, som den har i formel (3.4.1.6), må følgende være givet:

$$\begin{aligned} p_1 \cdot V_1 &= m \cdot R_i \cdot T_1 \\ p_2 \cdot V_2 &= m \cdot R_i \cdot T_2 \end{aligned} \quad (4.2.2.1)$$

Idet processen er isobarisk dvs.  $p_1 = p_2$  kan formlerne (4.2.2.1) sammensættes til:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \text{konstant} \quad (4.2.2.2)$$

Med reference til formel (4.1.3) og den forudsætning, at trykket ikke ændres, kan volumenændringsarbejdet ( $W_{v,isob}$ ) bestemmes til:

$$W_{v,isob} = - \int_1^2 p \cdot dV = -p \cdot \int_1^2 dV = p \cdot (V_1 - V_2) \quad (4.2.2.3)$$

Formel (4.2.2.3) kan ved brug af idealgasligningen i f.eks. formel (3.4.1.6) efter behag omskrives til:

$$W_{v,isob} = p \cdot (V_1 - V_2) = m \cdot R_i \cdot (T_1 - T_2) \quad (4.2.2.4)$$

Til bestemmelse af ændring af den indre energi for gassen kan energiligningen i formel (4.2.1) for et lukket system for et isobarisk procesforløb omskrives til:

$$\Delta U = Q_{isob} + W_{v,isob} \quad (4.2.2.5)$$

Den for procesforløbet udvekslede energimængde bestemmes, som angivet i formel (3.5.6). I formel (4.2.2.6) er formlerne (3.5.6) og (3.5.10) substitueret for komplethedens skyld.

$$Q_{isob} = \int m \cdot dh = m \cdot c_{p,m} \cdot \int dT \cong m \cdot \frac{1}{2} \cdot (c_p(T_2) + c_p(T_1)) \cdot (T_2 - T_1) \quad (4.2.2.6)$$

For f.eks. den ekspansive proces på Fig. 4.2.2.1 udtrykker energiligningen i formel (4.2.2.5) en ligevægt, som siger, at stigningen i indre energi ( $\Delta U$ ) for gassen skal være lig med den positive tilførte energimængde ( $Q_{isob}$ ) + det negative volumenændringsarbejde ( $W_{v,isob}$ ). Volumenændringsarbejdet er negativt, idet det overføres fra systemet til omgivelserne.

Det bemærkes, at der i beregningen af varmemængden ( $Q_{isob}$ ) netop benyttes den specifikke varmekapacitet for fastholdt tryk ( $c_p$ ).

#### **Eksmpel 4.2.2.a**

Et stempel-cylinder system som vist på Fig. 4.2.2.1 med et gasvolumen på 10 liter er fyldt med tør atmosfærisk luft med tryk og temperatur på hhv. 5 bara og 200 °C. Følgende spørgsmål ønskes bestemt:

1. Hvad er temperaturen på gassen, hvis gassen betragtes som en idealgas, og voluminet øges ved opvarmning til det dobbelte volumen?
2. Hvor stor en varmemængde skal der tilføres for at opnå tilstandsændringen?
3. Hvor stort et arbejde kan der udveksles med omgivelserne?
4. Hvad er ændringen af den indre energi for luften?

Ad 1. Temperaturen efter opvarmning findes ved brug afformel (4.2.2.2)

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{V_2}{V_1} = (273 + 200)K \cdot \frac{0,02}{0,01} = 946 K = 673 °C$$

Ad 2. Masse af luften i cylinderen bestemmes med idealgasligningen (formel (3.4.1.6)). Gaskonstant findes i Appendiks D2.

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_i \cdot T_1} = \frac{5 \cdot 10^5 Pa \cdot 0,01 m^3}{287,2 J/kgK \cdot (273 + 200) K} = 0,0368 kg$$

Varmemængden for tilstandsændringen findes ved brug af formel (4.2.2.6). Da Appendiks D3 angiver tabelværdier for virkelige værdier af tør luft, slippes princippet med at regne på gassen som en idealgas.

$$Q_{isob} = \int m \cdot dh = m \cdot c_{p,m} \cdot \int dT$$

Middelvarmekapaciteten bestemmes efter formel (3.5.10) og tabelopslag og lidt interpolation i Appendiks D3 til:

$$c_{p,m} = \frac{1}{2} \cdot (c_p(p_2, T_2) + c_p(p_1, T_1)) = \frac{1}{2} \cdot (1,130 + 1,027) = 1,079 kJ/kgK$$

$$Q_{isob} = m \cdot c_{p,m} \cdot (T_2 - T_1) = 0,0368 kg \cdot 1,079 kJ/kgK \cdot (673 - 200) K = 18,78 kJ$$

Ad 3: Volumenændringsarbejdet bestemmes efter formel (4.2.2.4) til:

$$W_{v,isob} = p \cdot (V_1 - V_2) = 5 \cdot 10^5 Pa \cdot (0,01 - 0,02) m^3 = -5,0 kJ$$

Ad 4: Ändringen i indre energi ved procesforløbet bestemmes af formel (4.2.2.5) til:

$$\Delta U = Q_{isob} + W_{v,isob} = 18,78 - 5,0 = 13,78 kJ$$

Passer dette? Vi har en mulighed for at beregne ændringen af den indre energi efter formel (3.5.5) og formel (3.5.9) for middelvarmekapaciteten og tabelopslag i Appendiks D3:

$$c_{v,m} = \frac{1}{2} \cdot (c_v(p_2, T_2) + c_v(p_1, T_1)) = \frac{1}{2} \cdot (0,738 + 0,843) = 0,791 kJ/kgK$$

$$Q = \int dU = m \cdot c_{v,m} \cdot (T_2 - T_1) = 0,0368 kg \cdot \frac{0,791 kJ}{kgK} \cdot (673 - 200) K = 13,77 kJ \text{ (Det passer!)}$$

#### 4.2.3 Isotermisk tilstandsændring

Et lukket system, hvor procesforløbet er isotermisk (konstant temperatur) er vist på Fig. 4.2.3.1 med tilhørende procesvej afbilledet i et p-V diagram. Systemgrænsen kan bevæge sig, idet stemplet kan flytte frem eller tilbage. Processen på Fig. 4.2.3.1 svarer til kompressionsprocessen i en trykluftskompressor, hvor gassen i hele forløbet er kølet således, at temperaturen på gassen holdes konstant. I praksis er dette svært. Ved kompressionen på Fig. 4.2.3.1 tilføres gassen volumenændringsarbejde, som er positivt. Processen køles, og den bortlede varmemængde må være negativ. Ved en ekspansionsproces vil volumenændringsarbejdet være negativt og varmemængden være positiv.

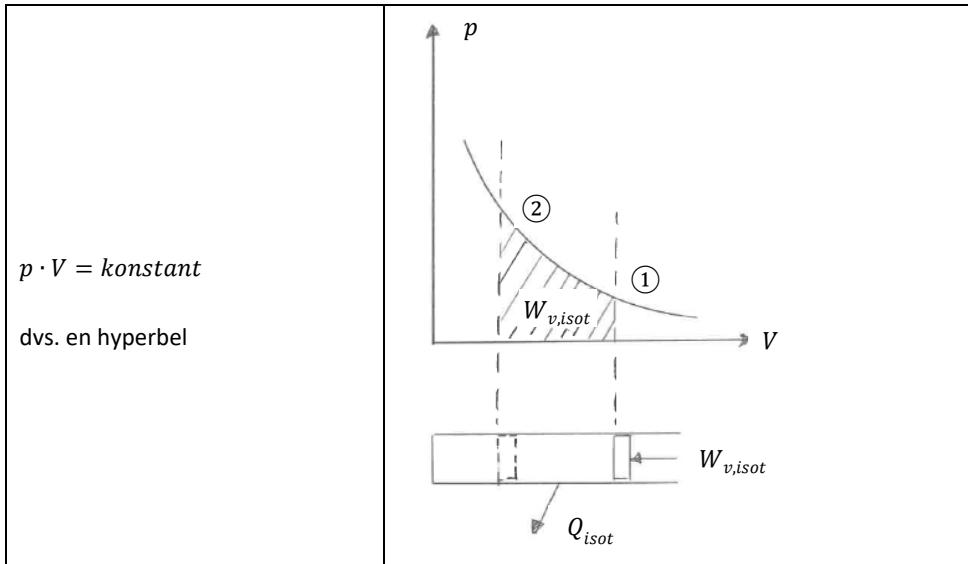
Tages udgangspunkt i idealgasligningen i den form, som den har i formel (3.4.1.6), må følgende være givet:

$$\begin{aligned} p_1 \cdot V_1 &= m \cdot R_i \cdot T_1 \\ p_2 \cdot V_2 &= m \cdot R_i \cdot T_2 \end{aligned} \tag{4.2.3.1}$$

Idet processen er isotermisk dvs.  $T_1 = T_2$  kan formlerne (4.2.3.1) sammensættes til:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = konstant \tag{4.2.3.2}$$

Ved et nærmere kig på formel (4.2.3.2) kan det noteres, at formlen i et p-V diagram beskriver en hyperbel, som er symmetrisk omkring vinkelhalveringslinjen i 1. kvadrant.

**Fig. 4.2.3.1** Isotermisk tilstandsændring for et lukket system

Med reference til formel (4.1.3) og den forudsætning, at temperaturen ikke ændres, kan volumenændringsarbejdet ( $W_{v,isot}$ ) ved substituering af idealgasligningen fra formel (3.4.1.6) bestemmes til:

$$W_{v,isot} = - \int_1^2 p \cdot dV = - \int_1^2 \frac{m \cdot R_i \cdot T}{V} \cdot dV = -m \cdot R_i \cdot T \cdot \int_1^2 \frac{dV}{V} = m \cdot R_i \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \quad (4.2.3.3)$$

Formel (4.2.3.3) kan ved brug af idealgasligningen i f.eks. formel (3.4.1.6) efter behag omskrives til:

$$W_{v,isot} = m \cdot R_i \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \quad (4.2.3.4)$$

Ved et isotermisk procesforløb må den indre energi ( $\Delta U$ ) i systemet være uforandret, og energiligningen i formel (4.2.1) for et lukket system kan for et isotermisk procesforløb omskrives til:

$$Q_{isot} = -W_{v,isot} \quad (4.2.3.5)$$

#### Eksempel 4.2.3.a

En en-cylindret kompressor kunne repræsenteres som et stempel-cylinder system som vist på Fig. 4.2.3.1. Før kompression, når stemplet er yderst til højre, er cylindervoluminet på 2 liter og efter kompression er cylindervoluminet 0,25 liter. Mediet er tør atmosfærisk luft med tryk og temperatur før kompression på hhv. 1,013 bara og 20 °C. Cylinderen er effektivt kølet således, at temperaturen på gassen er uforandret under kompressionen. Følgende spørgsmål ønskes bestemt:

1. Hvad er trykket på gassen, hvis gassen betragtes som en idealgas, efter kompression?
2. Hvor stort et arbejde skal der tilføres fra omgivelserne?
3. Hvor stor en varmemængde skal der bortledes for at opnå tilstandsændringen?

Ad 1. Trykket efter kompression findes ved brug af formel (4.2.3.2):

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \frac{0,002}{0,00025} = 8,1 \text{ bara}$$

Ad 2. Volumenændringsarbejdet bestemmes efter formel (4.2.3.4) til:

$$W_{v,isot} = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,002 \text{ m}^3 \cdot \ln\left(\frac{8,1 \cdot 10^5}{1,013 \cdot 10^5}\right) = 421,2 \text{ J}$$

Ad 3. Varmemængden for tilstandsændringen findes ved brug af formel (4.2.3.5).

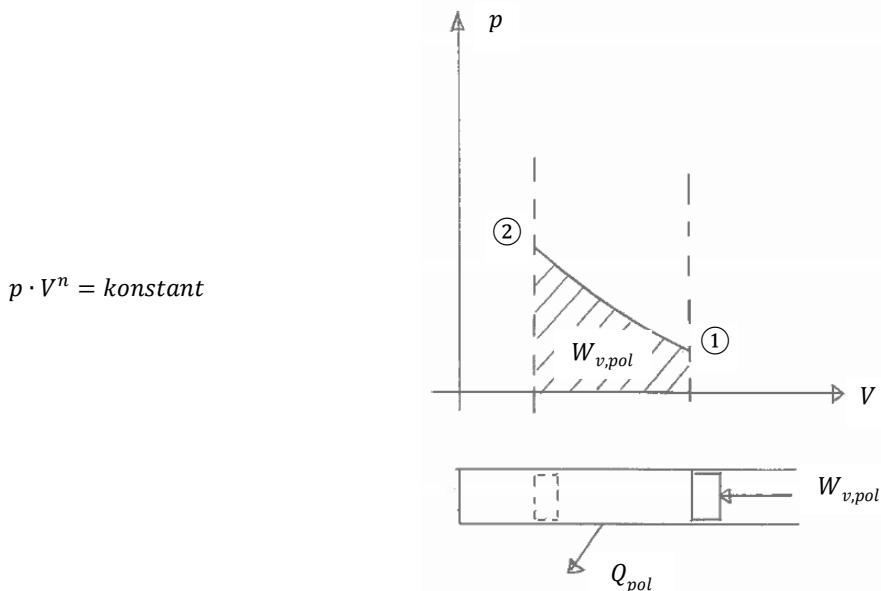
$$Q_{isot} = -W_{v,isot} = -421,2 \text{ J}$$

#### 4.2.4 Polytropisk tilstandsændring

En polytropisk tilstandsændring for et lukket system kendtes gennem følgende formel, hvor "n" benævnes **polytropesponenten**:

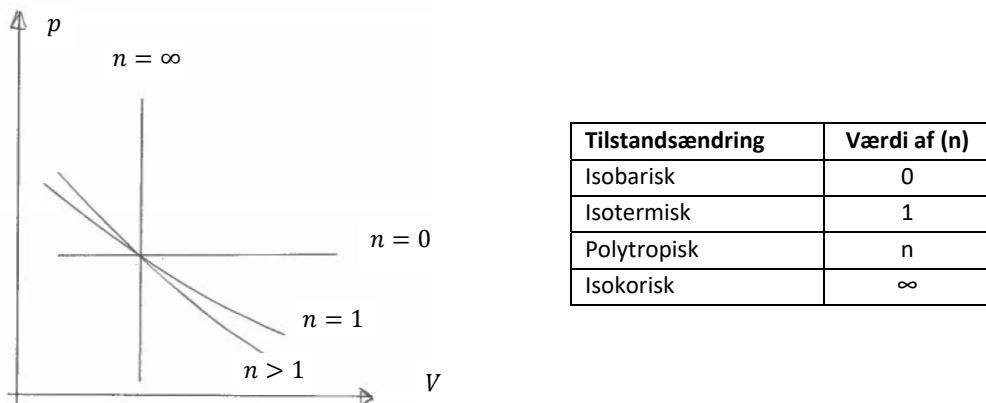
$$p \cdot V^n = konstant = C \quad (4.2.4.1)$$

Et lukket system, hvor procesforløbet er polytropisk er vist på Fig. 4.2.4.1 med tilhørende procesvej afbilledet i et p-V diagram. Systemgrænsen kan bevæge sig, idet stemplet kan flyttes frem eller tilbage. Processen på Fig. 4.2.4.1 svarer til kompressionsprocessen i en trykluftscylinder. Ved kompressionen på Fig. 4.2.4.1 tilføres gassen volumenændringsarbejde ( $W_{v,pol}$ ), som regnes positivt, da det tilføres systemet. Er det tilførte volumenændringsarbejde ( $W_{v,pol}$ ) større end stigningen i den indre energi ( $\Delta U$ ) er der tale om samtidig køling, og den bortledte varmemængde ( $Q_{pol}$ ) vil være negativ, da den ledes ud af systemet. Ved en ekspansionsproces vil volumenændringsarbejdet være negativt.



**Fig. 4.2.4.1** Polytropisk tilstandsændring for et lukket system

Den isokoriske, isobariske og isotermiske tilstandsændring for et lukket system beskrevet i kapitlerne 4.2.1 til 4.2.3 er alle specialtilfælde af en polytropisk tilstandsændring. Polytropesponenten (n) antager bestemte værdier for hvert af specialtilfældene, som angivet i Fig. 4.2.4.2. Specialtilfældenes forløb i et p-V diagram er sammenstillet for sammenligning.



**Fig. 4.2.4.2** Polytropisk tilstandsændring for et lukket system

Hvis man skal beskrive tilstandsforløbet, herunder beregne sluttilstanden, for en virkelig proces for et lukket system, vil anvendelsen af formel (4.2.4.1) være et rigtigt godt bud. Benyttes en erfaringsværdi for polytropeseksponenten ( $n$ ) for et lignende procesforløb, kan der beregnes rimeligt præcist.

Idet  $p_1 \cdot V_1^n = p_2 \cdot V_2^n$  og med reference til formel (4.1.3) kan volumenændringsarbejdet ( $W_{v,pol}$ ) ved substituering af formel 4.2.4.1 bestemmes til:

$$W_{v,pol} = - \int_1^2 p \cdot dV = - \int_1^2 C \cdot V^{-n} \cdot dV = -C \cdot \frac{V_2^{-n+1} - V_1^{-n+1}}{-n+1} = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{n-1} \quad (4.2.4.2)$$

Formel (4.2.4.2) kan ved brug af idealgasligningen i f.eks. formel (3.4.1.6) efter behag omskrives til:

$$W_{v,pol} = \frac{m \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)}{n-1} \quad (4.2.4.3)$$

For både formel (4.2.4.2) og (4.2.4.3) må det betinges, at  $n \neq 1$ . Ved sammenskrivning af formlerne (3.5.22) og (3.5.23) fås  $R_i = c_v \cdot (k - 1)$ , som substitueres i formel (4.2.4.3) til:

$$W_{v,pol} = \frac{m \cdot c_v \cdot (k - 1) \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1} \quad (4.2.4.4)$$

For at bestemme et udtryk for den ved procesændringen udvekslede varmemængde kan energiligningen i formel (4.2.1) for et lukket system for et polytropisk procesforløb omskrives til:

$$Q_{pol} = \Delta U - W_{v,pol} \quad (4.2.4.5)$$

Ved indsættelse af formlerne (3.5.5) og (4.2.4.4) og lidt matematisk omskrivning kan følgende udtryk findes:

$$Q_{pol} = \frac{m \cdot c_v \cdot (n - k) \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1} \quad (4.2.4.6)$$

**Eksempel 4.2.4.a**

En en-cylindret kompressor kunne repræsenteres som et stempel-cylinder system som vist på Fig. 4.2.4.1. Før kompression, når stemplet er yderst til højre, er cylindervoluminet på 2 liter, og efter kompression er cylindervoluminet 0,25 liter. Mediet er tør atmosfærisk luft med tryk og temperatur før kompression på hhv. 1,013 bara og 20 °C. Erfaringsmæssigt sker denne kompression med en polytropeseksponent, som er konstant 1,3. Følgende spørgsmål ønskes bestemt:

1. Hvad er trykket på gassen, hvis gassen betragtes som en idealgas, efter kompression?
2. Hvor stort et arbejde skal der tilføres fra omgivelserne?
3. Hvor stor en varmemængde skal der bortledes for at opnå tilstandsændringen?

Ad 1. Trykket efter kompression findes ved brug af formel (4.2.4.1), og konstanten ( $C$ ) bestemmes:

$$C = p_1 \cdot V_1^n = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,002^{1,3} = 31,4014$$

Ethvert tryk (eller sammenhængende talpar af  $p$  og  $V$ ) på procesvejen kan findes af formlen:

$$p_x = C \cdot V_x^{-n} = 31,4014 \cdot V_x^{-1,3}$$

Vha. denne formel kan procesvejen optegnes i et  $p$ - $V$  diagram. Sluttrykket vil være:

$$p_2 = 31,4014 \cdot V_2^{-1,3} = 31,4014 \cdot (0,00025 \text{ m}^3)^{-1,3} = 1.512.262 \text{ Pa} = 15,1 \text{ bara}$$

Ad 2. Volumenændringsarbejdet bestemmes efter formel (4.2.4.2) til:

$$W_{v,pol} = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{n-1} = \frac{1512262 \text{ Pa} \cdot 0,00025 \text{ m}^3 - 101325 \text{ Pa} \cdot 0,002 \text{ m}^3}{1,3-1} = 584,7 \text{ J}$$

Ad 3. Varmemængden for tilstandsændringen findes ved brug af formel (4.2.4.5) med substituering af formlerne (3.5.5).

$$Q_{pol} = \Delta U - W_{v,pol} = m \cdot (u_2 - u_1) - W_{v,pol}$$

Masse af luften i cylinderen bestemmes med idealgasligningen (formel (3.4.1.6)). Gaskonstant findes i Appendiks D2.

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_i \cdot T_1} = \frac{1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,002 \text{ m}^3}{287,2 \text{ J/kgK} \cdot (273 + 20) \text{ K}} = 0,0024 \text{ kg}$$

Sluttemperaturen bestemmes ved idealgasligningen i form af formel (3.4.1.6)

$$T_2 = \frac{p_2 \cdot V_2}{m \cdot R_i} = \frac{1512262 \text{ Pa} \cdot 0,00025 \text{ m}^3}{0,0024 \text{ kg} \cdot 287,2 \text{ J/kgK}} = 548,5 \text{ K} = 275,5 \text{ °C}$$

De specifikke indre energier kan findes f.eks. ved EES (se: Examples + properties, thermodynamic + property calculator). Her slippes principippet om en idealgas.

$$Q_{pol} = m \cdot (u(p_2, T_2) - u(p_1, T_1)) - W_{v,pol}$$

$$Q_{pol} = 0,0024 \text{ kg} \cdot (394,9 \text{ kJ/kg} - 209,2 \text{ kJ/kg}) - 584,7 \text{ J} = 445,7 \text{ J} - 584,7 \text{ J} = -139 \text{ J}$$

Dette kan tolkes således, at gassen tilføres et volumenændringsarbejde fra omgivelserne på 584,7 J, men da stigningen i den indre energi kun er på 445,7 J, så må der være overført 139 J til omgivelserne i form af varme – dvs. processen er kølet.

### 4.3 Opsummering for lukkede systemer

Sammenfattende for de karakteristiske procesforløb for gasser i lukkede systemer behandlet i kapitlerne 4.2.1 til 4.2.4 kan opstilles et skema, som vist i Fig. 4.3.1, for formler for karakteristisk tilstandsændring, volumenændringsarbejde og den udvekslede varmemængde.

Alle karakteristiske procesforløb er reversible og uden dissipationsarbejde, og principielt kun gældende for gasser.

Ændring	Karakteristika	(n)	Lov	Volumenændringsarbejde $W_v$	Varmeudveksling Q
Isobarisk	$\Delta p=0$	0	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	$W_{v,isob} = p \cdot (V_1 - V_2)$ $W_{v,isob} = m \cdot R_i \cdot (T_1 - T_2)$	$Q_{isob} = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$
Isotermisk	$\Delta T=0$	1	$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$	$W_{v,isot} = m \cdot R_i \cdot T \cdot \ln(\frac{V_1}{V_2})$ $W_{v,isot} = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln(\frac{p_2}{p_1})$	$Q_{isot} = -W_{v,isot}$
Polytropisk	$p \cdot V^n = C$	n	$p \cdot V^n = C$	$W_{v,pol} = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{n - 1}$ $W_{v,pol} = \frac{m \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1}$ $W_{v,pol} = \frac{m \cdot c_v \cdot (\kappa - 1) \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1}$	$Q_{pol} = \frac{m \cdot c_v \cdot (n - \kappa) \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1}$
Isokorisk	$\Delta V=0$	$\infty$	$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$	$W_{v,isok} = 0$	$Q_{isok} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$

Fig. 4.3.1 Formler (udvalgte) for karakteristiske procesforløb for lukkede systemer

## 4.4 Opgaver til kapitel 4

Detaljeret løsningsforslag til de \*-mærkede opgaver er angivet i Appendiks B.

### Opgave 4.1 \*

En stålfleske til gas på 11 liter er fyldt med argon (Ar) ved et tryk på 1,013 bara og 20 °C. Gassen kan betragtes som en idealgas. Stålfleske og indhold opvarmes til 100 °C. Hvad stiger trykket i gasflasken i [bara] til? (Svar: 1,29 bara). Hvor stor en varmemængde i [kJ] skal der alene til at opvarme gasflaskens indhold? (Svar: 0,457 kJ). Hvor er volumenændringsarbejdet i [kJ]? (Svar: 0 kJ)

(Stofværdier ( $c_v$ ) kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

### Opgave 4.2

Et lodret-orienteret cylinder-stempelsystem med bevægeligt stempel indeholder 11 liter argon (Ar) ved et tryk på 1,013 bara og 20 °C. Gassen kan betragtes som en idealgas. Stemplet er i hvile. Cylinder-stempelsystem og indhold opvarmes til 100 °C. Hvad stiger voluminet i cylinderen i [liter] til? (Svar: 14 liter). Hvor stor en varmemængde i [kJ] skal der alene til at opvarme cylinderens indhold? (Svar: 0,762 kJ). Hvor er volumenændringsarbejdet i [kJ]? (Svar: -0,304 kJ)

(Stofværdier ( $c_p$ ) kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

### Opgave 4.3

Et cylinder-stempelsystem med bevægeligt stempel indeholder 11 liter argon (Ar) ved et tryk på 1,013 bara og 20 °C. Gassen kan betragtes som en idealgas. Stemplet påvirkes af en ydre kraft, som reducerer voluminet til 9 liter. Cylinder-stempelsystem og indhold er effektivt kølet, hvorved temperaturen under hele processen er konstant 20 °C. Hvad stiger trykket i cylinderen i [bara] til? (Svar: 1,238 bara). Hvor er volumenændringsarbejdet i [kJ]? (Svar: 0,224 kJ) Hvor stor en varmemængde i [kJ] skal fjernes for alene at køle cylinderens indhold? (Svar: -0,224 kJ).

### Opgave 4.4

Et cylinder-stempelsystem med bevægeligt stempel indeholder 11 liter argon (Ar) ved et tryk på 1,013 bara og 20 °C. Gassen kan betragtes som en idealgas. Stemplet påvirkes af en ydre kraft, som reducerer voluminet til 9 liter.

Kompressionen sker polytropisk med polytropesponenten lig 1,5. Ved processen kan der udveksles varme med omgivelserne. Hvad stiger trykket til i cylinderen i [bara]? (Svar: 1,369 bara). Hvor er volumenændringsarbejdet i [kJ]? (Svar: 0,236 kJ)? Hvor stor en varmemængde i [kJ] fjernes alene fra cylinderens indhold? (Svar: -0,059 kJ).

(Stofværdier ( $c_v$ ) kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

### Opgave 4.5 \*

En studerende har købt en cykelpumpe, som desværre viser sig at være fejlbehæftet. Afgangshullet er blokkeret således, at der ikke kan strømme komprimeret luft ud af cykelpumpen. Før cykelpumpens stempel trykkes mod endebunden er tryk og temperatur i cykelpumpen hhv. 1,013 bara og 20 °C, og voluminet er 1 dl. Luften i cykelpumpen kan antages at udføre en polytropisk proces med en konstant polytropesponent på 1,3. Gassen kan betragtes som en idealgas. Tegn et p-V diagram og skitsér procesvejen. Hvad er trykket i cykelpumpen ved et volumen på 0,5 dl? (Svar: 2,49 bara). Hvor er volumenændringsarbejdet i [J] ved et volumen på 0,5 dl? (Svar: 7,8 J)? Hvor stor en varmemængde i [J] fjernes alene fra cylinderens indhold ved et volumen på 0,5 dl? (Svar: -2 J) og forklar hvorledes varmemængde kunne fjernes i virkeligheden. Hvor stor en kraft i [N] skal den studerende trykke på stemplet for at opretholde et volumen på 0,5 dl, når arealet af stemplet er 4 cm<sup>2</sup>? (Svar: 59 N svarende til vægten af ca. 6 kg)

(Stofværdier ( $c_v$ ,  $\kappa$ ) kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

**Opgave 4.6**

I forbindelse med meteorologiske målinger opsendes en vejrballon med måleudstyr. Vejrballonens består af et elastisk materiale, som kan give sig uden at der opstår spændinger i materialet. Vejrballonens indeholder helium (He) og har ved jordoverfladen et volumen på  $1 \text{ m}^3$ , og meteorologiske data ved opsendelsesstedet er 1,013 bara og  $15^\circ\text{C}$ . I forbindelse med opgavens løsning skal der ses bort fra vejrballonens masse og varmeindhold.

Idet løfteevnen af gassen i vejrballonens bestemmes efter følgende formel:

$$F_{løft} = V_{ballon} \cdot g \cdot (\rho_{omgivelser} - \rho_{gas i ballon})$$

bestem den masse af udstyr i [kg], som vejrbalonnen kan løfte, når den slippes ved jordoverfladen (Svar: 1,06 kg). Idet atmosfæretrykket som funktion af højden over havoverfladen ( $H$ ) i [km] bestemmes efter følgende formel:

$$p_{atm} = p_{H=0} \cdot \left(1 - 6,5 \cdot \frac{H}{288}\right)^{4,255}$$

bestem voluminet af vejrbalonnen i [ $\text{m}^3$ ] i 1 km's højde, hvor temperaturen er faldet til  $10^\circ\text{C}$  (Svar:  $1,08 \text{ m}^3$ ).

(Både helium og atmosfærisk luft kan antages at være en idealgas)

## 5.0 Masse- og energianalyse af åbne systemer

Energibetrægtingerne for åbne og lukkede systemer i kapitel 2 var fokuseret på udveksling af energi dvs. varme og arbejde imellem systemet og dets omgivelser. I dette kapitel ses nærmere på tilstandsændringerne i systemet.

Dette kapitel vil behandle åbne systemer dvs. systemer som foruden udveksling af varme og arbejde tillige har massetransport over systemgrænsen.

I dette kapitel betragtes kun reversible processer, hvorved forstås processer, som kan køre frem og tilbage uendeligt mange gange uden tilførsel af ekstern energi. I den sammenhæng kan processerne beskrives som ideelle. I kapitel 5.1 er dog kortfattet anvist hvorledes f.eks. friktion påvirker procesforløbet, men generelt er behandlingen af irreversible og reelle processer henvist til kapitel 6.

### 5.1 Teknisk arbejde

For et åbent system vil principippet om energibevarelsen jf. termodynamikken 1. lov udtrykt i formel (1.5.2) og energiligningen i formel (2.3.2.6a) for et åbent system gælde, og gentages her:

$$W_{net} = [(H_2 - H_1) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (c_2^2 - c_1^2) + g \cdot m \cdot (z_2 - z_1)] - Q_{net} \quad (5.1.1)$$

Eller bragt på specifik form, hvor udvekslet varme flyttes til venstresiden:

$$w_{net} + q_{net} = (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + g \cdot (z_2 - z_1) \quad (5.1.2)$$

Sammenskrives formel (4.1.8) og (4.2.1) og efterfølgende bragt på differentiel og specifik form fås:

$$-p \cdot dv + dw_{diss} = du - dq_{net} \quad (5.1.3a)$$

$$\downarrow \\ du + p \cdot dv = dq_{net} + dw_{diss} \quad (5.1.3b)$$

Definitionen for entalpi angivet i formel (2.3.2.5) var  $h = u + p \cdot v$ . Bragt på differentiel form fås  $dh = du + p \cdot dv + v \cdot dp$  eller omskrevet til  $du + p \cdot dv = dh - v \cdot dp$ , som substitueres i formel (5.1.3b), og der opnås:

$$dh - v \cdot dp = dq_{net} + dw_{diss} \quad (5.1.4)$$

Integrerer op fås:

$$(h_2 - h_1) - \int_1^2 v \cdot dp = q_{net} + w_{diss} \quad (5.1.5a)$$

$$\downarrow \\ (h_2 - h_1) = q_{net} + w_{diss} + \int_1^2 v \cdot dp \quad (5.1.5b)$$

Substitueres formel (5.1.5b) ind i formel (5.1.2) fås:

$$w_{net} + q_{net} = q_{net} + w_{diss} + \int_1^2 v \cdot dp + \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + g \cdot (z_2 - z_1) \quad (5.1.6a)$$

$$\downarrow \\ w_{net} = \int_1^2 v \cdot dp + w_{diss} + \frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + g \cdot (z_2 - z_1) \quad (5.1.6b)$$

Ganges igennem med massen eller massestrømmen fås hhv.:

$$W_{net} = \int_1^2 V \cdot dp + W_{diss} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot (c_2^2 - c_1^2) + m \cdot g \cdot (z_2 - z_1) \quad (5.1.7)$$

$$\dot{W}_{net} = \int_1^2 \dot{V} \cdot dp + W_{diss} + \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot (c_2^2 - c_1^2) + \dot{m} \cdot g \cdot (z_2 - z_1) \quad (5.1.8)$$

Arbejdet ( $\dot{W}_{net}$ ) for åbne systemer benævnes det **indre arbejde** ( $W_i$ ) og er sammensat af det **tekniske arbejde** ( $W_t = \int_1^2 V \cdot dp$ ) og dissipationsarbejdet ( $W_{diss}$ ) samt bidrag fra forskel i kinetisk og potentiel energi for den strømmende fluid. Det tekniske arbejde ( $W_t$ ) beskriver det ideelle og reversible arbejde, som er nødvendigt for at opnå den ønskede funktion med det betragtede system. For systemer i den virkelige verden vil der forekomme bla. intern friktion, som vil være udtrykt igennem et dissipationsarbejde ( $W_{diss}$ ). Antages bidrag fra forskel i kinetisk og potentiel energi for den strømmende fluid for negligeable kan skrives:

$$W_i = W_t + W_{diss} \quad (5.1.9)$$

Det tekniske arbejde ( $W_t$ ) for åbne systemer bestemmes af formel (5.1.7):

$$W_t = \int_1^2 V \cdot dp \quad (5.1.10)$$

eller udtrykt på specifik form:

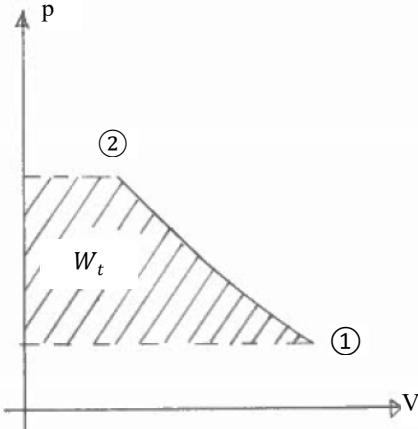
$$w_t = \int_1^2 v \cdot dp \quad (5.1.11)$$

Det tekniske arbejde ( $W_t$ ) er repræsenteret som arealet mellem y-aksen (her p-aksen) og procesvejen i et p-V diagram, og som vist på Fig. 5.1.1. Det tekniske arbejde ( $W_t$ ) og dissipationsarbejdet ( $W_{diss}$ ) for hhv. en kompressions- og en ekspansionsproces er grafisk illustreret i et p-V diagram i Fig. 5.1.2.

Ses bort fra kinetisk og potentiel energi i den strømmende fluid og antages systemet for adiabatisk reduceres formel (5.1.2) til:

$$w_i = [h_2 - h_1] \quad (5.1.12)$$

Tilføres et åbent system som f.eks. en kompressor et arbejde f.eks. akselarbejde ( $w_i$ ) fra en elektrisk motor, vil dette være at finde igen som en entalpistigning ( $h_2 - h_1$ ) for fluiden, som strømmer igennem systemet.

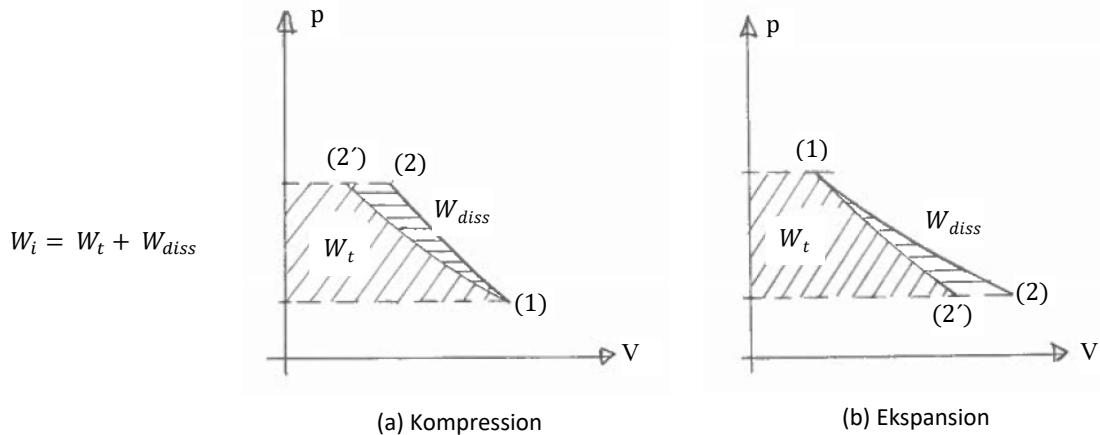


**Fig. 5.1.1** Teknisk arbejde for et åbent system

Hvordan viser dissipationsarbejde ( $W_{diss}$ ) sig for virkelige processer? Tager man en pumpe for lunkent vand, som man med rimelighed kan antage er adiabatisk dvs. at den ikke udveksler varme med omgivelserne, må dissipationsarbejdet ( $W_{diss}$ ) f.eks. genereret ved intern friktion vise sig som en ekstra temperaturstigning af vandet efter pumpen – en ekstra temperaturstigning, som ligger ud over den temperaturstigning, som det tekniske arbejde ( $W_t$ ) afstedkommer. Hvor skulle dissipationsenergien ellers gå hen?

Når der er dissipationsarbejde ( $W_{diss}$ ) tilstede i et procesforløb i vort system (proces fra pkt. 1 til pkt. 2), vil den reelle sluttilstand således være en anden end sluttilstanden for den reversible proces, hvilket er illustreret på Fig. 5.1.2.

Bemærk, at der ikke sker en trykstigning som følge af dissipationsenergien men en volumenstigning i pkt. 2. Dette skyldes, at det ikke er maskinen i vort system, som bestemmer trykket i pkt. 2, men er de efterfølgende system/systemer.



**Fig. 5.1.2** p-V diagrammer for irreversible karakteristiske åbne systemer ( $W_{diss}$  er lig areal 1-2-2'-1)

I kapitel 5.2 ses på ideelle eller reversible procesforløb, hvor der ses bort fra dissipationsarbejde.

## 5.2 Forskellige procesforløb for åbne systemer

### 5.2.1 Isokorisk tilstandsændring

For et isokorisk procesforløb for et åbent system, som er kendetegnet ved at voluminet er konstant, vil det tekniske arbejde ( $W_t$ ) i formel (5.1.10) kunne skrives som:

$$W_{t,isok} = \int_1^2 V \cdot dp = V \cdot \int_1^2 dp = V \cdot (p_2 - p_1) = m \cdot v \cdot (p_2 - p_1) \quad (5.2.1.1)$$

Eller udtrykt som en effekt:

$$\dot{W}_{t,isok} = \dot{m} \cdot v \cdot (p_2 - p_1) \quad (5.2.1.2)$$

Formlerne (5.2.1.1) og (5.2.1.2) skal specielt fremhæves for væskepumper og væsketurbiner, idet en væske tilnærmelsesvis er inkompresibel og derved kan processen antages at være isokorisk. Pumper er nærmere behandlet i kapitel 5.5.2.

Tages udgangspunkt i idealgasligningen i den form, som den har i formel (3.4.1.6), kan formlerne (5.2.1.1) og (5.2.1.2) for gasser omskrives efter behag til:

$$W_{t,isok} = \int_1^2 V \cdot dp = V \cdot \int_1^2 dp = V \cdot (p_2 - p_1) = m \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1) \quad (5.2.1.3)$$

Eller udtrykt som en effekt:

$$\dot{W}_{t,isok} = \dot{m} \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1) \quad (5.2.1.4)$$

Energiligningen i formel (2.3.2.6a) for et åbent system uden bidrag fra kinetisk og potentiel energi kan for et isokorisk procesforløb omskrives til:

$$Q_{isok} = \Delta H - W_{t,isok} \quad (5.2.1.5)$$

Substitueres formel (3.5.22), (5.2.1.3) og (3.5.6) i formel (5.2.1.5) kan denne reduceres til:

$$Q_{isok} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) \quad (5.2.1.6)$$

eller udtrykt som en effekt:

$$\dot{Q}_{isok} = \dot{m} \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) \quad (5.2.1.7)$$

### 5.2.2 Isobarisk tilstandsændring

For et isobarisk procesforløb for et åbent system, som er kendtegnet ved at trykket er konstant, vil det tekniske arbejde ( $W_t$ ) i formel (5.1.10) kunne skrives som:

$$W_{t,isob} = \int_1^2 V \cdot dp = 0 \quad (5.2.2.1)$$

Energiligningen i formel (2.3.2.6a) for et åbent system uden bidrag fra kinetisk og potentiel energi kan ved substitution af formel (3.5.6) for et isobarisk procesforløb omskrives til:

$$Q_{isob} = \Delta H = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) \quad (5.2.2.2)$$

eller udtrykt som en effekt:

$$\dot{Q}_{isob} = \dot{m} \cdot \Delta h = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) \quad (5.2.2.3)$$

For f.eks. varmeveksler, hvor der i mange tilfælde kan ses bort fra trykfald pga. friktion, er den overførte effekt for en mediestrøm lig med  $\dot{m} \cdot \Delta h$ .

#### **Eksempel 5.2.2.a**

Underkølet vand ( $H_2O$ ) ved 5 bara og  $50^\circ C$  skal transporteres i en rørledning til en anden bygning. Flowet er 10 kg/s. Inden transporten skal vandet opvarmes  $25^\circ C$  i en varmeveksler. Det antages, at der ikke er tryktab i varmeveksleren.

Jf. formel (5.2.2.1) sker der selvfølgelig ingen arbejdsudveksling i varmeveksleren.

Jf. formel (5.2.2.3) kan effekten ( $\dot{Q}_{isob}$ ) til opvarmningen bestemmes til (Entalpier slås op i Appendiks D5):

$$\dot{Q}_{isob} = \dot{m} \cdot \Delta h = 10 \text{ kg/s} \cdot (314,4 - 209,8) \text{ kJ/kg} = 1.046 \text{ kW}$$

Hvor stor ville skaden være, hvis vi fejlagtigt var kommet til at bruge  $\Delta u$  i stedet for  $\Delta h$ ? Effekten kunne bestemmes til  $\dot{Q} = \dot{m} \cdot \Delta u = 10 \cdot (313,9 - 209,3) = 1.046 \text{ kW}$ , som viser sig at give samme resultat. Hvorfor? Det falder sammen med konstateringen i kapitel 3.5 om, at  $c_p$  og  $c_v$  er tilnærmelsesvis ens for væsker.

**Eksempel 5.2.2.b**

Overheded ammoniak ( $NH_3$ ) ved 2 bara og  $80^\circ C$  skal transporteres i en rørledning til en anden bygning. Flowet er 10 kg/s. Inden transporten skal gassen opvarmes  $20^\circ C$  i en varmeverksler. Det antages, at der ikke er tryktab i varmeverksleren.

Jf. formel (5.2.2.1) sker der selvfølgelig ingen arbejdsudveksling i varmeverksleren.

Jf. formel (5.2.2.3) kan effekten ( $\dot{Q}_{isob}$ ) til opvarmningen bestemmes til (Entalpien slås op i Appendiks D6):

$$\dot{Q}_{isob} = \dot{m} \cdot \Delta h = 10 \text{ kg/s} \cdot (1.618 - 1.574) \text{ kJ/kg} = 440 \text{ kW}$$

Hvor stor ville skaden være, hvis vi fejlagtigt var kommet til at bruge  $\Delta u$  i stedet for  $\Delta h$ ? Effekten kunne bestemmes til  $\dot{Q} = \dot{m} \cdot \Delta u = 10 \cdot (1.458 - 1.424) = 340 \text{ kW}$ , som viser en noget anden effekt. For gasser kan det således konstateres, at det er vigtigt at bruge den rigtige formel.

**5.2.3 Isotermisk tilstandsændring**

For et isotermisk procesforløb for et åbent system, som er kendtegnet ved at temperaturen er konstant, vil det tekniske arbejde ( $\dot{W}_t$ ) i formel (5.1.10) ved substituering af idealgasligningen i formel (3.4.1.6) kunne skrives som:

$$\dot{W}_{t,isot} = \int_1^2 V \cdot dp = \int_1^2 \frac{m \cdot R_i \cdot T}{p} dp = m \cdot R_i \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \quad (5.2.3.1)$$

Eller udtrykt som en effekt:

$$\dot{W}_{t,isot} = \dot{m} \cdot R_i \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \quad (5.2.3.2)$$

Energiligningen i formel (2.3.2.6a) for et åbent system uden bidrag fra kinetisk og potentiel energi kan for et isotermisk procesforløb, da  $\Delta H = 0$ , omskrives til:

$$\dot{Q}_{isot} = -\dot{W}_{t,isot} = -m \cdot R_i \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \quad (5.2.3.3)$$

eller udtrykt som en effekt:

$$\dot{Q}_{isot} = -\dot{W}_{t,isot} = -\dot{m} \cdot R_i \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \quad (5.2.3.4)$$

For f.eks. en isotermisk kompressionsproces kan formerne (5.2.3.3) og (5.2.3.4) tolkes på den måde, at alt tilført arbejde til systemet skal bortledes som varme for at holde temperaturen uforandret.

**Eksempel 5.2.3.a**

Mættet ammoniak ( $NH_3$ ) ved 1,901 bara skal komprimeres til 10 bara i en kompressor, som er effektivt kølet, og kompressionsprocessen kan antages at være isotermisk. Tillige antages, at der ikke er noget dissipationsarbejde (fraktion). Flowet er 1 kg/s.

Jf. Appendiks D6 er gaskonstanten ( $R_i$ ) 488,2 J/kgK, mætningsstemperaturen er  $-20^\circ C$  og entalpien ( $h''$ ) er 1.438 kJ/kg. Jf. formel (5.2.3.2) kan effekten (arbejdet) bestemmes til:

$$\dot{W}_{t,isot} = \dot{m} \cdot R_i \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 1 \text{ kg/s} \cdot 488,2 \text{ J/kgK} \cdot (273 - 20) \text{ K} \cdot \ln\left(\frac{10}{1,901}\right) = 205,1 \text{ kW}$$

Jf. formel (5.2.3.4) er køleeffekten ( $\dot{Q}_{isot}$ ) lig med den tilførte effekt:

$$\dot{Q}_{isot} = -\dot{W}_{t,isot} = -205,1 \text{ kW}$$

Temperaturen efter kompression er naturligvis  $-20^\circ C$ , da processen er isotermisk.

### 5.2.4 Polytropisk tilstandsændring

På lignende vis som for et lukket system, vil en polytropisk tilstandsændring for et åbent system kendetegnes ved følgende formel, hvor "n" benævnes **polytropesponenten**:

$$p \cdot V^n = konstant = C \quad (5.2.4.1)$$

Ækvivalent til de lukkede systemer er den isokoriske, isobariske og isotermiske tilstandsændring for et åbent system beskrevet i kapitlerne 5.2.1 til 5.2.3 alle specialtilfælde af en polytropisk tilstandsændring. Polytropesponenten (n) antager bestemte værdier for hvert af specialtilfældene.

Hvis man skal beskrive tilstandsforløbet, herunder beregne sluttilstanden, for en virkelig proces for et åbent system, vil anvendelsen af formel (5.2.4.1) være et rigtigt godt bud. Benyttes en erfaringsværdi for polytropesponenten (n) for et lignende procesforløb, kan der beregnes rimeligt præcist.

Med reference til formel (5.1.10) kan det tekniske arbejde ( $W_{t,pol}$ ) ved substituering af formel 5.2.4.1 bestemmes til:

$$W_{t,pol} = \int_1^2 V \cdot dp = \int_1^2 C^{1/n} \cdot p^{-1/n} \cdot dp = C^{1/n} \cdot \left[ \frac{1}{\frac{-1}{n}+1} \cdot p^{\frac{-1}{n}+1} \right] p_1 = n \cdot \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{n-1} \quad (5.2.4.2)$$

Formel (5.2.4.2) kan ved brug af idealgasligningen i f.eks. formel (3.4.1.6) efter behag omskrives til:

$$W_{t,pol} = n \cdot \frac{m \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1} \quad (5.2.4.3)$$

For både formel (5.2.4.2) og (5.2.4.3) må det betinges, at  $n \neq 1$ .

Ved sammenskrivning af formlerne (3.5.22) og (3.5.23) fås  $R_i = c_v \cdot (k - 1)$ , som substitueres i formel (5.2.4.3) til:

$$W_{t,pol} = n \cdot \frac{m \cdot c_v \cdot (k-1) \cdot (T_2 - T_1)}{n-1} \quad (5.2.4.4)$$

Det noteres, at der således må gælde følgende sammenhæng mellem volumenændringsarbejdet ( $W_{v,pol}$ ) for et lukket system og det tekniske arbejde for et åbent system ( $W_{t,pol}$ ):

$$W_{t,pol} = n \cdot W_{v,pol} \quad (5.2.4.5)$$

For at bestemme et udtryk for den ved procesændringen udvekslede varmemængde kan energiligningen i formel (5.2.1) for et åbent system for et polytropisk procesforløb omskrives til:

$$Q_{pol} = \Delta H - W_{t,pol} \quad (5.2.4.6)$$

Ved indsættelse af formlerne (3.5.6), (3.5.23) og (5.2.4.4) og lidt matematisk omskrivning kan følgende udtryk findes:

$$Q_{pol} = \frac{m \cdot c_v \cdot (n - k) \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1} \quad (5.2.4.7)$$

Det noteres, at formlen for den ved procesændringen udvekslede varmemængde er den samme for et lukket og åbent system.

Ovenstående formler betinger, at man kender processens sluttemperatur. Sluttemperaturen kan bestemmes ved sammenstilling af formlerne (3.4.1.6) og (5.2.4.1):

$$\begin{aligned}
 p_1 \cdot V_1 &= m \cdot R_i \cdot T_1 \\
 p_2 \cdot V_2 &= m \cdot R_i \cdot T_2 \\
 \downarrow \\
 \frac{p_2}{p_1} &= \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}
 \end{aligned} \tag{5.2.4.8}$$

og

$$\begin{aligned}
 p_1 \cdot V_1^n &= p_2 \cdot V_2^n \\
 \downarrow \\
 \frac{V_1}{V_2} &= (\frac{p_2}{p_1})^{\frac{1}{n}}
 \end{aligned} \tag{5.2.4.9}$$

Sammenstilles formlerne (5.2.4.8) og (5.2.4.9) fås under anvendelse af lidt matematik:

$$\boxed{\frac{T_2}{T_1} = (\frac{p_2}{p_1})^{\frac{n-1}{n}}} \tag{5.2.4.10}$$

På lignende vis kan følgende supplerende formler opstilles:

$$\boxed{\frac{p_2}{p_1} = (\frac{V_1}{V_2})^n} \tag{5.2.4.11}$$

$$\boxed{\frac{T_1}{T_2} = (\frac{V_2}{V_1})^{n-1}} \tag{5.2.4.12}$$

#### Eksempel 5.2.4.a

Mættet ammoniak ( $NH_3$ ) ved 1,901 bara skal komprimeres i en kompressor til 10 bara. Det antages, at der ikke er noget dissipationsarbejde (friction) og polytropesponenten ( $n$ ) antages til 1,15. Flowet er 1 kg/s.

Her skal der passes på, idet ammoniak ( $NH_3$ ) opfører sig ikke som en idealgas, og det er en forudsætning for at bruge de udviklede formler for arbejde og varme for åbne systemer. Gassen tilnærmes til en idealgas ved at beregne kappa ( $\kappa$ ) som  $\frac{c_p}{c_v}$  i stedet for at bestemme den ved et tabelopslag.

Jf. Appendiks D6 er gaskonstanten ( $R_i$ ) 488,2 J/kgK, mætningsstemperaturen -20 °C og entalpien ( $h''$ ) 1438 kJ/kg.  $c_p$  og  $c_v$  hentes fra EES, men kunne være bestemt ud fra Appendiks D5 ( $c_v \approx \frac{\Delta u}{\Delta T}$  og  $c_p \approx \frac{\Delta h}{\Delta T}$ ). Det antages, at den specifikke varmekapacitet og isentropesponenten er konstant i procesforløbet (ellers skal der itereres). Følgende bestemmes i EES ved 1,901 bara og  $x=1$ :

$$c_v = 1,779 \frac{kJ}{kgK}, \quad c_p = 2,424 \frac{kJ}{kgK} \quad \text{og} \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v} = 1,363$$

Sluttemperaturen for processen bestemmes af formel (5.2.4.10):

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = (273 + (-20))K \cdot \left(\frac{10}{1,901}\right)^{\frac{1,15-1}{1,15}} = 314,2 K = 41,2 ^\circ C$$

Jf. formel (5.2.4.4) kan effekten (det tekniske arbejde) bestemmes til:

$$\dot{W}_{t,pol} = n \cdot \frac{\dot{m} \cdot c_v \cdot (k-1) \cdot (T_2 - T_1)}{n-1} = 1,15 \cdot \frac{1kg/s \cdot 1,779kJ/kgK \cdot (1,363 - 1) \cdot (41,2 - (-20))K}{1,15 - 1} = 303 kW$$

Jf. formel (5.2.4.7) er køleeffekten ( $\dot{Q}_{pol}$ ):

$$\dot{Q}_{pol} = \frac{\dot{m} \cdot c_v \cdot (n - k) \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1} = \frac{1\text{kg/s} \cdot 1,779\text{kJ/kgK} \cdot (1,15 - 1,363) \cdot (41,2 - (-20))\text{K}}{1,15 - 1} = -154,6\text{ kW}$$

Der bortkøles således en effekt på 154,6 kW (under kompressionsprocessen).

Følgende lignings skal jo gælde (stigning af energien over komponenten):

$$\Delta\dot{E} = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) = 1\text{kg/s} \cdot 2,422\text{kJ/kgK} \cdot (41,2 - (-20))\text{K} = 148,3\text{ kW}$$

Som følger energiligningen:  $\Delta\dot{E} = \dot{W}_{t,pol} + \dot{Q}_{pol} = 303 + (-154,6) = 148,4\text{ kW}$

### 5.3 Opsummering for åbne systemer

Sammenfattende for de karakteristiske procesforløb for åbne systemer behandlet i kapitlerne 5.2.1 til 5.2.4 kan opstilles et skema, som vist i Fig. 5.3.1, for det tekniske arbejde og den udvekslede varmemængde for gasser.

Alle de karakteristiske procesforløb er uden dissipationsarbejde og er principielt kun gældende for gasser.

Tilstandsændring	Karakteristika	(n)	Teknisk arbejde $W_t$	Varmeudveksling $Q$
Isobarisk	$\Delta p=0$	0	$W_{t,isob} = 0$	$Q_{isob} = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$
Isotermisk	$\Delta T=0$	1	$W_{t,isot} = m \cdot R_i \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$	$Q_{isot} = -W_{t,isot}$
Polytropisk	$p \cdot V^n = C$	n	$W_{t,pol} = n \cdot \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{n-1}$ $W_{t,pol} = n \cdot \frac{m \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)}{n-1}$ $W_{t,pol} = n \cdot \frac{m \cdot c_v \cdot (\kappa - 1) \cdot (T_2 - T_1)}{n-1}$	$Q_{pol} = \frac{m \cdot c_v \cdot (n - \kappa) \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1}$
Isokorisk	$\Delta V=0$	$\infty$	$W_{t,isok} = m \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)$	$Q_{isok} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$

Fig. 5.3.1 Formler for karakteristiske procesforløb for åbne systemer

Ønskes det tekniske arbejde og varmeudveksling i Fig. 5.3.1 udtrykt som effekt i [W] i stedet for energimængde i [J], erstattes massen (m) med massestrømmen ( $\dot{m}$ ) i ligningerne.

Ved en sammenligning af formlerne for arbejde og varmeudveksling mellem lukkede og åbne systemer, som hhv. er repræsenteret ved Fig. 4.3.1 og Fig. 5.3.1, kunne fremhæves:

- Formlerne for udvekslet varmemængde er de samme
- $W_{t,pol} = n \cdot W_{v,pol}$
- $W_{t,isot} = W_{v,isot}$

Et lukket og åbent system adskiller sig fra hinanden ved, at for et åbent system skal en energianalyse inddrage volumenfortrængningsarbejdet for den strømmende fluid både ind og ud af systemet, som hhv. er  $(p_1 \cdot V_1)$  og  $(p_2 \cdot V_2)$  jf. Fig. 2.3.2.1. For et system, hvor der ses bort fra bidrag fra potentiel og kinetisk energi af den strømmende fluid, må det tekniske arbejde (gældende for et åbent system) således være lig med volumenændringsarbejdet (gældende for et lukket system) plus forskellen i volumenfortrængningsarbejdet af den strømmende fluid:

$$W_t = W_v + (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1) = - \int_1^2 p \cdot dV + p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1 \quad (5.3.1)$$

Med andre ord sker der grundlæggende det samme for et lukket og et åbent system mht. volumenændringsarbejde, men for et åbent system skal der inddrages effekten af volumenfortrængningsarbejdet fra fluiden, når denne strømmer ind og ud af systemet.

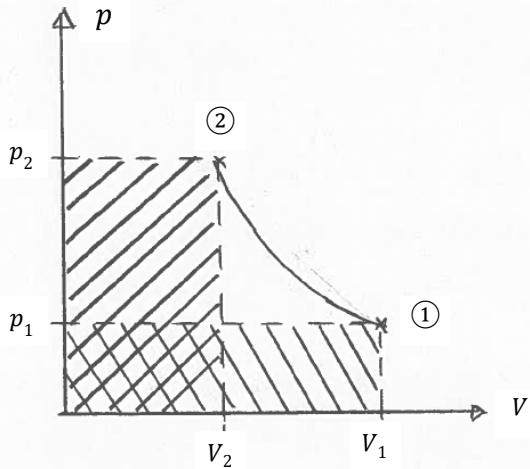
Formel (5.3.1) kan anskueliggøres med Per Christensens arealbevis, idet der med reference til Fig. 5.3.2 må følgende gælde:

$$\begin{aligned}
 - \int_1^2 p \cdot dV &= \text{Areal under procesvejen [pkt. (1) - pkt. (2) ned til V-aksen]} \\
 p_1 \cdot V_1 &= \text{Areal under horisontal linje [pkt. (p<sub>1</sub>) på p-aksen - pkt. (1) ned til V-aksen]} \\
 p_2 \cdot V_2 &= \text{Areal under horisontal linje [pkt. (p<sub>2</sub>) på p-aksen - pkt. (2) ned til V-aksen]}
 \end{aligned}$$

Resultatet af arealbetragtninger med deres fortegn bliver:

$$\text{Arealet [pkt. } (p_2) \text{ på p-aksen} - \text{pkt. } (p_1) \text{ på p-aksen} - \text{pkt. } (1) - \text{pkt. } (2)] = \text{Areal } [\int_1^2 V \cdot dp]$$

Areal  $[\int_1^2 V \cdot dp]$  er det tekniske arbejde for et åbent system, som vist på Fig.5.1.1.



**Fig. 5.3.2** Arealbetragtninger til forståelse af forskel mellem volumenændringsarbejde og teknisk arbejde

#### 5.4 Masse- og energibalancen for et knudepunkt

I dette kapitel 5.4 ses nærmere på et knudepunkt/system, som er kendtegnet ved ikke at have en masse eller sagt på en anden måde, at systemet ikke indeholder en masse således, at systemets energiniveau ikke kan ændres ved et procesforløb. I kapitel 5.4.1 tildeler vi knudepunktet/systemet en masse, hvorfor systemets masse og energiniveau kan ændres ved et procesforløb.

Et simpelt **knudepunkt** er kendtegnet ved:

- 1) at knudepunktet kan anses for masseløst, hvorved knudepunktets indre energiniveau ikke kan ændres,
- 2) at knudepunktet er stationært, hvorfor knudepunktets makroskopiske kinetiske og potentielle energiniveau ikke ændres,
- 3) at knudepunktet er et punktformigt system, hvorved der kan ses bort fra kinetiske og potentielle energibidrag fra mediestrømmene ind og ud af systemet,
- 4) at knudepunktet ikke udveksler varme og arbejde med omgivelserne,

Energiligningen i formel (2.1.1) og (2.1.4) gengives herunder

$$Q_{net} + W_{net} + E_{m,net} = \Delta U_{sys} + \Delta E_k + \Delta E_p \quad (5.4.1)$$

Hvad består udvalgte led af?

$$Q_{net} = Q_{net,ekstern} + \sum_{i=0}^n m_i \cdot u_i$$

$$E_{m,net} = \sum_{i=0}^n m_i \cdot (p_i \cdot v_i + \frac{1}{2} \cdot c_i^2 + g \cdot z_i)$$

Formel (5.4.1) bliver da, hvor ovennævnte betingelser afstedkommer eliminering af visse led, til:

$$Q_{net,ekstern} + \sum_{i=0}^n m_i \cdot u_i + W_{net} + \sum_{i=0}^n m_i \cdot (p_i \cdot v_i + \frac{1}{2} \cdot c_i^2 + g \cdot z_i) = \Delta U_{sys} + \Delta E_k + \Delta E_p \quad (5.4.2)$$

Ved substituering af udtrykket for entalpi jf. formel (2.3.2.5) kan formel (5.4.2), hvor vi lader m og n angive antallet af hhv. massestrømme ind og ud af systemet, reduceres til:

$$[\sum_{i=0}^m (m_i \cdot h_i)_{ind} - \sum_{i=0}^n (m_i \cdot h_i)_{ud}] = 0$$

eller med simplere notation

$$[\sum_{i=0}^m (m \cdot h)_{ind} - \sum_{i=0}^n (m \cdot h)_{ud}] = 0 \quad (5.4.3)$$

Flyttes rundt på leddene fås:

$$\boxed{\sum_{i=0}^m (m \cdot h)_{ind} = \sum_{i=0}^n (m \cdot h)_{ud}} \quad (5.4.4)$$

Formel (5.4.4) udtrykker, at der skal ske energibevarelse ( $\partial E_{sys}/\partial t = 0$ ) i et knudepunkt dvs. at al energi ind i knudepunktet kommer ud igen, hvilket stemmer godt overens med termodynamikkens 1. lov i formlerne (1.5.2) til (1.5.4).

I et knudepunkt må der ligeledes gælde principippet om massebevarelse ( $\partial m_{sys}/\partial t = 0$ ), hvorfor følgende formel kan opstilles:

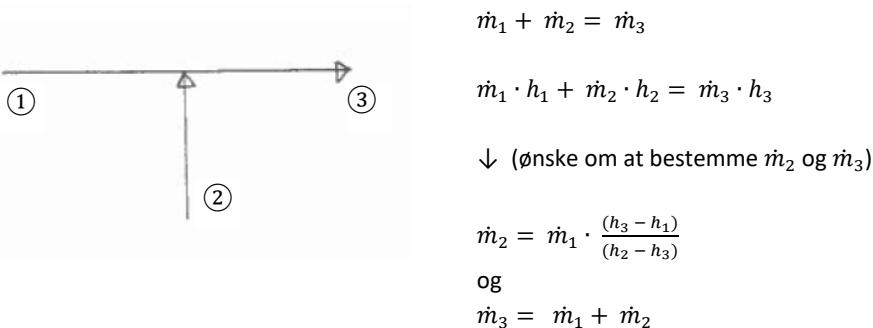
$$\boxed{\sum_{i=0}^m m_{ind} = \sum_{i=0}^n m_{ud}} \quad (5.4.5)$$

Opsummerende for formlerne (5.4.4) og (5.4.5) for beregning på varmemængder eller effekter kan tabel i Fig. 5.4.1 opstilles.

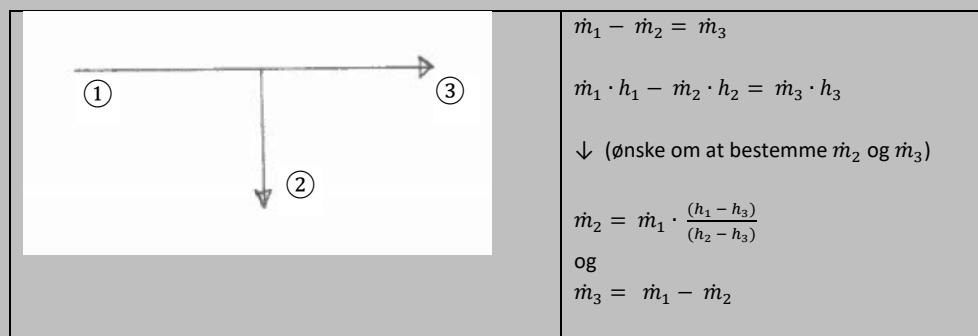
Knudepunkt	Varme i [J]	Effekt i [W]
I. Massebevarelse	$\sum_{i=0}^m m_{ind} = \sum_{i=0}^n m_{ud}$	$\sum_{i=0}^m \dot{m}_{ind} = \sum_{i=0}^n \dot{m}_{ud}$
II. Energibevarelse	$\sum_{i=0}^m (m_i \cdot h_i)_{ind} = \sum_{i=0}^n (m_i \cdot h_i)_{ud}$	$\sum_{i=0}^m (\dot{m}_i \cdot h_i)_{ind} = \sum_{i=0}^n (\dot{m}_i \cdot h_i)_{ud}$

**Fig. 5.4.1** Formler for knudepunktsberegning

De to formler under f.eks. effekt i Fig. 5.4.1 åbner mulighed for at bestemme to ubekendte. For det simple knudepunkt, som er vist på Fig. 5.4.2, er angivet anvendelsen af formlerne i Fig. 5.4.1

**Fig. 5.4.2** Formler for beregning på et blandingsknudepunkt**Eksempel 5.4.a**

For et simpelt deleknudepunkt som vist på nedenstående figur kan to ligninger med to ukendte opstilles:



Formlerne ser anderledes ud end i Fig. 5.4.2. Det anbefales, at undlade at huske formlerne, men i hvert nyt tilfælde at udlede formlerne selv ud fra principperne i Fig. 5.4.1 – som er nemmere at huske!

**Eksempel 5.4.b**

To dampstrømme (1 og 2) ønskes blandet således, at der opstår en fælles dampstrøm (3), og følgende data er kendte:

Dampstrøm 1: 10 kg/s ved 20 bara og 300 °C

Dampstrøm 2: (ukendt) kg/s ved 20 bara og 500 °C

Dampstrøm 3: (ukendt) kg/s ved 20 bara og 400 °C

Først bestemmes entalpi ved opslag i EES:

$$h_1 = 3022,7 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = 3467,7 \text{ kJ/kg}$$

$$h_3 = 3247,5 \text{ kJ/kg}$$

Fra Fig. 5.4.2 hentes formlerne:

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_1 \cdot \frac{(h_3 - h_1)}{(h_2 - h_3)} = 10 \cdot \frac{(3247,5 - 3022,7)}{(3467,7 - 3247,5)} = 10 \cdot 1,0209 = 10,21 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = 10 + 10,21 = 20,21 \text{ kg/s}$$

Ville vi ikke forvente  $\dot{m}_2 = 10 \text{ kg/s}$ , når temperaturforskellene er lige store? (Mælkepigen m/k har konstateret, at 10 liter vand ved 0 °C blandet med 10 liter vand ved 100 °C giver 20 liter vand ved 50 °C) Umiddelbart jo, men så har vi ikke taget hensyn til at  $c_p$  er en funktion af temperaturen, hvad den udpræget er for damp.

Som angivet i Eksempel 5.4.b har **gasstrømmene i et knudepunkt samme tryk**, hvilket altid vil være tilfældet. Da trykket i dampstrøm 3 er 20 bara, hvilket er bestemt af de efterfølgende forbrugssteder, skal trykket i dampstrømmene 1 og 2 mindst være 20 bara – ellers kan processen ikke ske. Er trykket i forsyningsrøret for dampstrømmene 1 og 2 højere end de 20 bara, så må der indsættes en ventil, som drøvler (se kapitel 5.5.5) trykket ned til de 20 bara, som er i knudepunktet.

#### 5.4.1 Knudepunkt med variabel masse

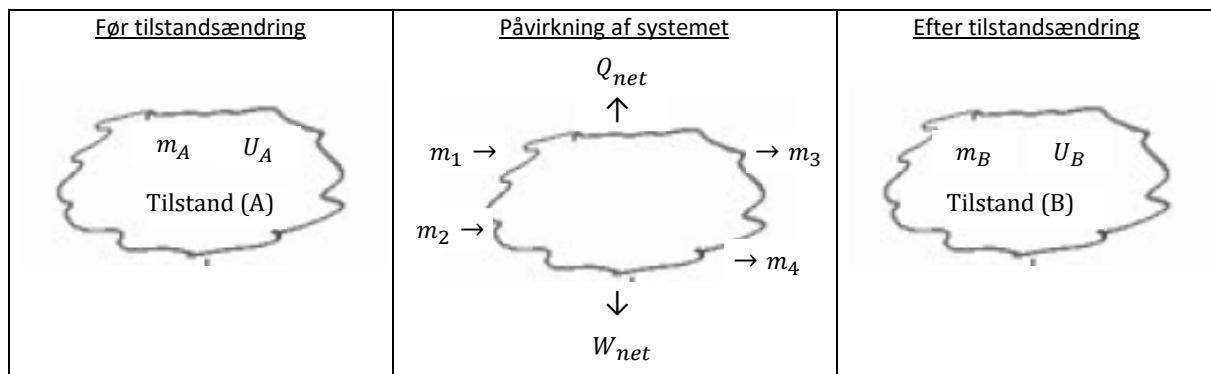
I kapitel 2.1 blev energiligningen præsenteret i generelle vendinger. I kapitel 2.3.2 og 2.3.3 blev anvendelsen af energiligningen anskueliggjort for visse simple systemer.

I kapitel 4 og indledende dele af kapitel 5 blev anvendelsen af energiligningen vist anvendt for hhv. lukkede systemer, hvor systemmassen var konstant, og åbne systemer, som gennemstrømmes af en fluid.

I dette kapitel vil energiligningen blive præsenteret for **et generelt system, hvor systemets masse og energiniveau ændres ved et procesforløb**.

På Fig. 5.4.1.1 er vist et procesforløb, hvor der tilføres og bortledes forskellige masser til et system, og disse medier kan have forskellige energiniveauer. Fra kapitlerne 2.3.2 og 2.3.3 erindres, at en masse indeholder energi i form af indre energi, volumenfortrængningsarbejde, samt kinetisk og potentiel energi. Ved procesforløbet for systemet ændres systemets niveau for indre energi fra  $U_A$  til  $U_B$ , og systemets masse ændres fra  $m_A$  til  $m_B$  som følge af nettobidraget af masse fra de 4 masser ( $m_1$  til  $m_4$ ), som udveksles med omgivelserne.

Under procesforløbet vist i Fig. 5.4.1.1 kan der ske udveksling af varme ( $Q_{net}$ ) og arbejde ( $W_{net}$ ) mellem systemet og omgivelserne.



**Fig. 5.4.1.1** Et system, hvor massen og energiniveaet af systemet påvirkes i et procesforløb

Energiligningen i formel (2.1.1) og (2.1.4), hvor systemet betragtes som stationært, og der ses bort fra ændring af makroskopisk kinetisk og potentiel energi for systemet, gengives herunder

$$Q_{net} + W_{net} + E_{m,net} = \Delta U_{sys} + \Delta E_{\text{ke}} + \Delta E_{\text{pe}} = \Delta U_{sys} = U_B - U_A \quad (5.4.1.1)$$

Hvis vi lader m og n angive antallet af hhv. masser ind og ud af systemet, hvad består udvalgte led af?

$$Q_{net} = Q_{net,ekstern} + \sum_{i=0}^m (m_i \cdot u_i)_{ind} - \sum_{i=0}^n (m_i \cdot u_i)_{ud}$$

$$E_{m,net} = \sum_{i=0}^m (m_i \cdot (p_i \cdot v_i + \frac{1}{2} \cdot c_i^2 + g \cdot z_i))_{ind} - \sum_{i=0}^n (m_i \cdot (p_i \cdot v_i + \frac{1}{2} \cdot c_i^2 + g \cdot z_i))_{ud}$$

$$U_A = m_A \cdot u_A$$

$$U_B = (m_A + \sum_{i=0}^m m_i - \sum_{i=0}^n m_i) \cdot u_B$$

$$W_{net} = W_{net,ekstern} + (- \int_A^B p \cdot dV)$$

Hvor leddet  $-\int_A^B p \cdot dV$  er systemet udvekslede volumenændringsarbejde, som skal medtages, hvis systemets volumen ændres. Indsat i formel (5.4.1.1) fås:

$$\begin{aligned}
 & Q_{net,ekstern} + \sum_{i=0}^m (m_i \cdot u_i)_{ind} - \sum_{i=0}^n (m_i \cdot u_i)_{ud}] + W_{net,ekstern} + (-\int_A^B p \cdot dV) + \sum_{i=0}^m (m_i \cdot (p_i \cdot v_i + \frac{1}{2} \cdot c_i^2 + g \cdot z_i))_{ind} - \sum_{i=0}^n (m_i \cdot (p_i \cdot v_i + \frac{1}{2} \cdot c_i^2 + g \cdot z_i))_{ud} \\
 & = (m_A + \sum_{i=0}^m m_i - \sum_{i=0}^n m_i) \cdot u_B - m_A \cdot u_A
 \end{aligned} \tag{5.4.1.2}$$

Ses bort fra energibidrag fra kinetisk og potentiel energi i massestrømmene, og indføres entalpibegrebet jf. formel (2.3.2.5b), fås:

$$\begin{aligned}
 & Q_{net,ekstern} + \sum_{i=0}^m (m_i \cdot h_i)_{ind} - \sum_{i=0}^n (m_i \cdot h_i)_{ud} + W_{net,ekstern} + (-\int_A^B p \cdot dV) \\
 & = (m_A + \sum_{i=0}^m m_i - \sum_{i=0}^n m_i) \cdot u_B - m_A \cdot u_A
 \end{aligned} \tag{5.4.1.3}$$

Specialtilfælde af formel (5.4.1.3) er angivet i Fig. 5.4.1.2.

Princippet om massebevarelse vil stadig være gældende:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=0}^m m_{ind} - \sum_{i=0}^n m_{ud} = \Delta m_{sys} \\
 & \text{eller} \\
 & m_B = m_A + \sum_{i=0}^m m_{ind} - \sum_{i=0}^n m_{ud}
 \end{aligned} \tag{5.4.1.4}$$

	Karakteristika	Version af formel (5.4.1.3)
1	Adiabatisk	$  \begin{aligned}  & \sum_{i=0}^m (m_i \cdot h_i)_{ind} - \sum_{i=0}^n (m_i \cdot h_i)_{ud}] + W_{net,ekstern} + \\  & (-\int_A^B p \cdot dV) \\  & = (m_A + \sum_{i=0}^m m_i - \sum_{i=0}^n m_i) \cdot u_B - m_A \cdot u_A  \end{aligned}  $
2	Fast systemgrænse	$  \begin{aligned}  & Q_{net,ekstern} + \sum_{i=0}^m (m_i \cdot h_i)_{ind} - \sum_{i=0}^n (m_i \cdot h_i)_{ud}] + \\  & W_{net,ekstern} \\  & = (m_A + \sum_{i=0}^m m_i - \sum_{i=0}^n m_i) \cdot u_B - m_A \cdot u_A  \end{aligned}  $
3	Uden arbejdsudveksling (men med volumenændringsarbejde)	$  \begin{aligned}  & Q_{net,ekstern} + \sum_{i=0}^m (m_i \cdot h_i)_{ind} - \sum_{i=0}^n (m_i \cdot h_i)_{ud}] + \\  & (-\int_A^B p \cdot dV) \\  & = (m_A + \sum_{i=0}^m m_i - \sum_{i=0}^n m_i) \cdot u_B - m_A \cdot u_A  \end{aligned}  $
4	Adiabatisk Ingen arbejdsudveksling Fast systemgrænse	$  \begin{aligned}  & \sum_{i=0}^m (m_i \cdot h_i)_{ind} - \sum_{i=0}^n (m_i \cdot h_i)_{ud} \\  & = (m_A + \sum_{i=0}^m m_i - \sum_{i=0}^n m_i) \cdot u_B - m_A \cdot u_A  \end{aligned}  $ <p>Bemærk ligheden med formel (5.4.4), hvis højresiden sættes lig 0</p>
5	$m = 1$ $n = 0$ Adiabatisk Ingen arbejdsudveksling Fast systemgrænse	$m_1 \cdot h_1 = (m_A + m_1) \cdot u_B - m_A \cdot u_A$ <p>Bemærk ligheden med formel (2.3.3.4)</p>

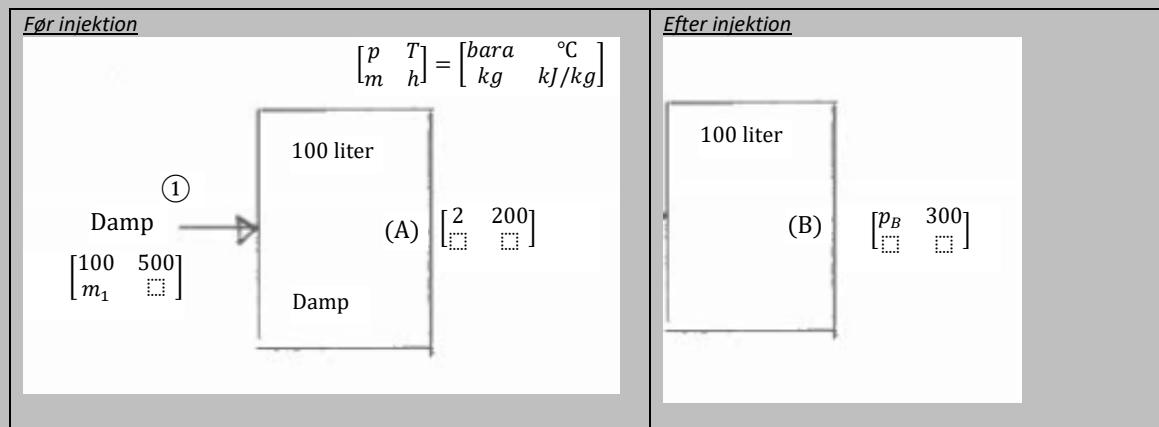
Fig. 5.4.1.2. Specialtilfælde for formel (5.4.1.3)

**Eksempel 5.4.1.a**

I relation til kapitel 5.4.1 kunne man blive stillet overfor fl. opgave:

En ståltank med et volumen på 100 liter indeholder damp ved 2 bara og 200 °C. Dampen i tanken ønskes opvarmet til 300 °C. I stedet for at tilføre varme til tanken benyttes højtryksdamp ved 100 bara og 500 °C, som injiceres i tanken. Hvor meget højtryksdamp skal benyttes og hvad stiger trykket til i tanken efter injektion af højtryksdamp? Ståltanken antages godt isoleret, og der er ingen varmetab til omgivelserne.

Lad os først få et overblik ved at lave en skitse:



Systemet må være åbent og følge formel (2.3.3.4) eller sidste specialtilfælde af i Fig. 5.4.2. Hvad sker der i processen? Der forventes:

$$(p_B - p_A) > 0 \quad \text{dvs. en trykstigning}$$

$$(m_B - m_A) > 0 \quad \text{dvs. en stigning i massen}$$

Tilstandsstørrelser

I første omgang opstilles en tabel over tilstandsstørrelse, hvorved man kan få et overblik over kendte og ukendte tilstandsstørrelser. Der benyttes opslag i EES. I alle formeler benyttes SI-enheder på nær for energi benyttes kJ og vor sædvanlig frækhed at bruge bara for tryk.

Tilstandsstørrelse	Dim.	Pkt. 1	Pkt. A	Pkt. B
Tryk (p)	bara	100	2	$p_B$
Temperatur (T)	°C	500	200	300 (ønsket)
Specifik indre energi (u)	kJ/kg	3046,2	2653,9	$u_B$
Specifik entalpi (h)	kJ/kg	3374,0	2870,0	$h_B$
Specifik volumen (v)	$m^3/kg$	0,0328	1,0803	$v_B$

Var der blot tilført tanken varme, så ville vi have analyseret processen som et lukket system, hvor gassen undergår et isokorisk procesforløb. Imidlertid tilføres energi til tanken i form af en strømmende fluid, hvorfor der tilføres den indre energi ( $u_1$ ) og et specifikt volumenfortrængningsarbejde ( $p_1 \cdot v_1$ ). Der ses bort fra bidrag for kinetisk og potentiel energi i den indstrømmende damp. Definition for entalpi i formel (2.3.2.5.b) erindres:

$$h_1 = u_1 + p_1 \cdot v_1$$

Passer formlen med data i ovenstående tabel? Der indsættes i formlen:

$$h_1 = \frac{3046,2 \text{ kJ}}{\text{kg}} + 100 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,0328 \text{ m}^3/\text{kg} \cdot 10^{-3} \frac{\text{kJ}}{\text{J}} = 3374,0 \text{ kJ/kg} \quad (\text{Jo, den er god nok!})$$

Bestemmelse af  $m_2$ 

Det er muligt at bestemme massen i tanken før injektion, idet både voluminet ( $V_A$ ) og det specifikke volumen ( $v_A$ ) kendes.

Massen ( $m_A$ ) kan bestemmes afformel (1.4.1.1) i lærebogen:

$$m_A = \frac{V_A}{v_A} = \frac{0,1 \text{ m}^3}{1,0803 \text{ m}^3/\text{kg}} = 0,0926 \text{ kg}$$

Massebevarelse og volumensammenhænge

Følgende logiske sammenhænge må gælde:

$$m_B = m_1 + m_A = m_1 + 0,0926$$

$$V_B = V_A \quad (\text{stålank!})$$

Ud fra disse oplysninger kan der opstilles en formel for det specifikke volumen efter injektion:

$$v_B = \frac{V_B}{m_B} = \frac{V_B}{m_1 + 0,0926} = \frac{0,1}{m_1 + 0,0926}$$

Der indsættes et funktionsudtryk for  $v_B$  [ $v_B(p_B; T_B)$  betyder, at  $v_B$  er en funktion af  $p_B$  og  $T_B$ )]:

$$v_B(p_B; T_B) = \frac{0,1}{m_1 + 0,0926}$$

Energibevarelse

Energiligningen for et lukket system er formentlig mest velegnet, og der tages udgangspunkt i formel (5.4.1.1):

$$Q_{net} + W_{net} + E_{m,net} = U_B - U_A$$

Første led ( $Q_{net}$ ) kan opfattes som et varmebidrag eller et bidrag til den indre energi, som fremkommer, idet der ses bort fra varmeveksling med omgivelserne, som:

$$Q_{net} = m_1 \cdot u_1$$

Andet led ( $W_{net}$ ) må være lig med 0, da der ikke udveksles arbejde med omgivelserne (ej heller som volumenændringsarbejde for systemet, idet voluminet er konstant = isokorisk):

$$W_{net} = 0$$

Tredje led ( $E_{m,net}$ ) er energien i den strømmende fluid (her blot een masse =  $m_1$ ). Denne energi er defineret i formel (2.3.2.2.a):

$$E_m = m \cdot [p \cdot v + \frac{1}{2} \cdot c^2 + g \cdot z]$$

Negligeres kinetisk og potentiel bidrag, kan for massen i pos. 1 skrives:

$$E_{m,1} = m_1 \cdot p_1 \cdot v_1$$

Både fjerde og femte led ( $U_A$ ) og ( $U_B$ ) repræsenteresystemets indre energi hhv. før og efter procesforløbet, og i det konkrete tilfælde må de være:

$$"U_B" = U_{slut} = m_B \cdot u_B$$

$$"U_A" = U_{start} = m_A \cdot u_A$$

Sammenstillende får formlen fl. udseende:

$$Q_{net} + W_{net} + E_{m,net} = U_B - U_A$$

↓

$$m_1 \cdot u_1 + 0 + m_1 \cdot p_1 \cdot v_1 = m_B \cdot u_B - m_A \cdot u_A$$

Den opmærksomme læser vil have genkendt formel 2.3.3.4. Læg specielt mærke til venstresiden i ovenstående formel, idet det er det samme som  $m_1 \cdot h_1$ , hvilket nok ikke er en overraskelse. Hvilke tilstandsstørrelser er i spil her?

[ $u_1(p_1; T_1)$  betyder at  $u_1$  er en funktion af  $p_1$  og  $T_1$ ):

$$m_1 \cdot u_1(p_1; T_1) + m_1 \cdot p_1 \cdot v_1(p_1; T_1) = m_B \cdot u_B(p_B; T_B) - m_A \cdot u_A(p_A; T_A)$$

Der indsættes nu kendte størrelser og udledte formler:

$$m_1 \cdot 3046,2 + m_1 \cdot 100 \cdot 10^5 \cdot 0,0328 \cdot 10^{-3} \text{ kJ/J} = (m_1 + 0,0926) \cdot u_B(p_B; T_B) - 0,0926 \cdot 2653,9$$

↓

$$u_B(p_B; T_B) = \frac{m_1 \cdot 3374,2 + 245,75}{m_1 + 0,0926}$$

Løsningsmetode I:

EES benyttes til at bestemme fl. to udledte ligninger, idet der kun er to variable  $p_3$  og  $m_1$ :

$$v_B(p_B; 300) = \frac{0,1}{m_1 + 0,0926}$$

$$u_B(p_B; 300) = \frac{m_1 \cdot 3374,2 + 245,75}{m_1 + 0,0926}$$

Løsning er:

$$p_B = 3,087 \text{ bara}$$

$$m_1 = 0,02496 \text{ kg}$$

Idet vi kender både temperatur og tryk i pkt. 3, kan alle øvrige tilstandsstørrelser bestemmes:

$$p_B = 3,087 \text{ bara}$$

$$T_B = 300 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$u_B = 2806,1 \text{ kJ/kg}$$

$$h_B = 3068,7 \text{ kJ/kg}$$

$$v_B = 0,8504 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Løsningsmetode II:

Hvis man i stedet antager, at dampen er en idealgas, ville man så kunne løse det direkte? Tja, lad os se på det med udgangspunkt i formel (3.4.1.4):

$$p_B \cdot v_B = R_i \cdot T_B$$

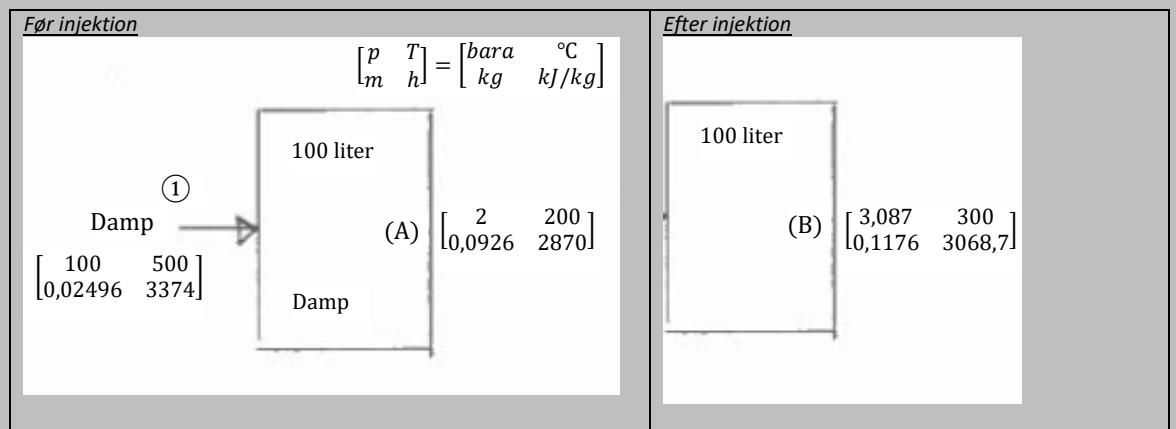
Kendte funktionsudtryk indsættes og gaskonstanten for damp hentes i Appendiks D2:

$$p_B \cdot \frac{0,1}{m_1 + 0,0926} = 461,5 \cdot (273 + 300)$$

Dette giver 1 ligning med 2 ubekendte, og vi hentes yderligere en ligning fra ovenstående:

$$u_B(p_B; 300) = \frac{m_1 \cdot 3374,2 + 245,75}{m_1 + 0,0926}$$

Nu haves 2 ligninger med 2, men de kan ikke løses direkte.

Præsentation af løsning

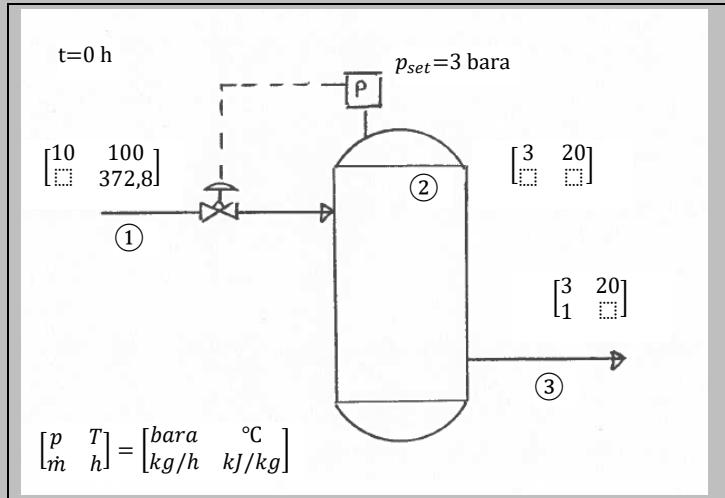
**Eksempel 5.4.1.b**

I relation til kapitel 5.4.1 kunne man blive stillet overfor fl. opgave:

En ståltank med et volumen på  $3 \text{ m}^3$  benyttes som forsyningsbuffer for instrumentluft på en fabrik. Instrumentluft er komprimeret luft med meget lille indhold af vand ( $\text{H}_2\text{O}$ ), som bruges til aktuatorer i forbindelse med styring og regulering af maskineri. I vort tilfælde antages, at instrumentluften er tør atmosfærisk luft, og at denne kan anses for en idealgas.

Processen er vist på nedenstående procesdiagram, og følgende forhold skal fremhæves:

- Ståltanken forsynes fra et system, hvor instrumentluften er produceret i en kompressor, og har tilstanden (tilstand ①) 10 bara og  $100^\circ\text{C}$  (antages konstant),
- Trykluften ved tilstand ① leveres igennem en reguleringsventil, som opretholder et konstant tryk i ståltanken på 3 bara. Reguleringsventilen antages ikke at have nogen anden indflydelse på processen end at sænke trykket på den indstrømmende trykluft,
- Fabrikken producerer kun i dagtimerne, og når dagholdet møder ind på fabrikken kl. 8 ( $t = 0$ ) er trykket i ståltanken 3 bara og temperaturen er ved varmetab faldet til  $20^\circ\text{C}$  (tilstand ②) til  $t=0$ ,
- Fra tanken strømmer trykluft ved 3 bara (tilstand ③) ud til forbrugerne på fabrikken. Forbruget af trykluft er konstant 1  $\text{kg}/\text{h}$  (ja ja, vi ved godt det ikke er nogen SI enhed, men den er god til at angive små mængder af trykluft) uafhængigt af temperaturen på trykluften,
- Ståltanken antages godt isoleret, og der er ingen varmetab til omgivelserne.



**Spørgsmål:**

- Hvad er temperaturen i tanken (tilstand ②) efter 2 timer ( $t=2$  h)
- Hvor stor en masse er der tilført tanken for at opretholde et tryk på 3 bara efter 2 timer ( $t=2$  h)

Hvilket procesforløb forventes:

- Uafhængig af tiden, må tilstand ③ ( $p, T, h, u$ ) for trykluften være lig med tilstand ②
- Temperaturen (middel) i tanken må stige, når tiden går, da forbruget af trykluft vil østede komme, at ny trykluft ved  $100^\circ\text{C}$  vil blive ledt til ståltanken

Tilstandsstørrelser

I første omgang opstilles en tabel over tilstandsstørrelse, hvorved man kan få et overblik over kendte og ukendte tilstandsstørrelser. Der benyttes opslag i EES. I alle formeler benyttes SI-enheder på nær for energi benyttes  $\text{kJ}$ , bara for tryk og tid i timer. Individuel gaskonstant ( $R_i$ ) sættes til  $287 \text{ J/kgK}$ . Trykluften anses for en idealgas.

Tilstandsstørrelse	Dim.	Pkt. 1	Pkt. 2 ( $t=0$ )	Pkt. 2 ( $t>0$ )	Pkt. 3 ( $t>0$ )
Tryk ( $p$ )	bara	10	3	3	3
Temperatur ( $T$ )	$^\circ\text{C}$	100	20	?	?
Specifik indre energi ( $u$ )	$\text{kJ}/\text{kg}$	266,9	209,3		
Specifik entalpi ( $h$ )	$\text{kJ}/\text{kg}$	372,8	293,4		
Specifik volumen ( $v$ )	$\text{m}^3/\text{kg}$	0,1071	0,2803		
Flow ( $m$ )	$\text{kg}/\text{h}$	?	-	-	1

**Ligning 1:**

Der tages udgangspunkt i tilfælde no. 4 i Fig. 5.4.1.2:

$$\sum_{i=0}^m (m_i \cdot h_i)_{ind} - \sum_{i=0}^n (m_i \cdot h_i)_{ud} = (m_A + \sum_{i=0}^m m_i - \sum_{i=0}^n m_i) \cdot u_B - m_A \cdot u_A$$

Tilpasset denne opgave, hvor "t" er tiden, fås:

$$m_1(t) \cdot h_1 - m_3 \cdot h_3(t) = m_2(t) \cdot u_2(t) - m_2(t=0) \cdot u_2(t=0)$$

Tilstand ② er lig med tilstand ③, og ved indførelse af definition på entalpi i formel (2.3.2.5b), fås:

$$m_1(t) \cdot h_1 - m_3 \cdot (u_2(t) + p_2 \cdot v_2(t)) = m_2(t) \cdot u_2(t) - m_2(t=0) \cdot u_2(t=0) \quad (\text{ligning 1})$$

**Ligning 2:**

$m_2(t)$  kan bestemmes af idealgasligningen i formel (3.4.1.6):

$$m_2(t) = \frac{p_2 \cdot V_2}{R_i \cdot T_2(t)} \quad (\text{ligning 2})$$

$m_2(t=0)$  bestemmes af samme formel:

$$m_2(t=0) = \frac{p_2 \cdot V_2}{R_i \cdot T_2(t=0)} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 3 \text{ m}^3}{287 \text{ J/kgK} \cdot (273 + 20) \text{ K}} = 10,70 \text{ kg}$$

**Ligning 3:**

Princippet om massebevarelse udtrykt i formel (5.4.1.4) giver:

$$\sum_{i=0}^m m_{ind} - \sum_{i=0}^n m_{ud} = \Delta m_{sys}$$

↓

$$m_1(t) - m_3 \cdot t = m_2(t) - m_2(t=0) \quad (\text{ligning 3})$$

Lad os sammensætte ligningerne og forsøge at gøre dem egnet for beregning i EES, idet "t" er tiden, og vore ubekendte er  $m_1(t)$ ,  $m_2(t)$  og  $T_2(t)$ :

$$1: m_1(t) \cdot h_1 - m_3 \cdot t \cdot (u_2(p_2, T_2(t)) + p_2 \cdot v_2(p_2, T_2(t))) = m_2(t) \cdot u_2(p_2, T_2(t)) - m_2(t=0) \cdot u_2(t=0)$$

$$2: m_2(t) = \frac{p_2 \cdot V_2}{R_i \cdot T_2(t)}$$

$$3: m_1(t) - m_3 \cdot t = m_2(t) - m_2(t=0)$$

Der indsættes kendte størrelser:

$$1: m_1(t) \cdot 372,8 - 1 \cdot 2 \cdot (u_2(3 \cdot 10^5, T_2(t)) + 3 \cdot 10^5 \cdot v_2(3 \cdot 10^5, T_2(t)) \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ kJ/J}) = m_2(t) \cdot u_2(3 \cdot 10^5, T_2(t)) - 10,70 \cdot 209,3$$

$$2: m_2(t) = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 3}{287 \cdot T_2(t)}$$

$$3: m_1(t) - 1 \cdot 2 = m_2(t) - 10,70$$

Dette er noget besværligt at løse uden brug af EES, og følgende program produceres:

```
//EES program for eksempel 5.4.1b
//Enheder:
//Temperatur [K]
//Volumen [m3]
//Tryk [Pa]
//Energi [kJ]
//Indv. gaskonstant og specifik entalpi/indre energi [kJ/kgK]
//Masse [kg]
//Tid i [timer]

//Angivelse af forløbet tid i [timer]
Tid = 2

//Tankdata til t=0
//Bestemmelse af masse i tanken ved idealgasligningen
//Bestemmelse af data for udstrømmende luft til t=0
V = 3
p0 = 3*100000
T0 = 273+20
Ri = 287

v0=volume(Air;T=T0;P=p0)
u0=intenergy(Air;T=T0)
```

```

h0=enthalpy(Air;T=T0)
m0 = p0*V/(Ri*T0)

//Indstrømmende luft, som idealgas
T1 = 273+100
p1 = 10*100000
v1=volume(Air;T=T1;P=P1)
u1=intenergy(Air;T=T1)
h1=enthalpy(Air;T=T1)

//Data for gas i tank
p2=3*100000

//Udstrømmende luft, flow er 1 kg/h
m3 = 1*Tid

//Ligning 1
//m1*h1-m3*(intenergy(Air;T=T2)+p2*volume(Air;T=T2;P=p2)/1000) = m2*intenergy(Air;T=T2)-m0*u0
//Ligning 2
//m2 = m0+(m1-m3)
//Ligning 3
//t2 = p2*V/((m0+(m1-m3))*Ri)

//Sammensættes til denne ligning
m1*h1-m3*(intenergy(Air;T=p2*V/((m0+(m1-m3))*Ri))+p2*volume(Air;T=p2*V/((m0+(m1-m3))*Ri);P=p2)/1000) = (m0+(m1-m3))*intenergy(Air;T=p2*V/((m0+(m1-m3))*Ri))-m0*u0

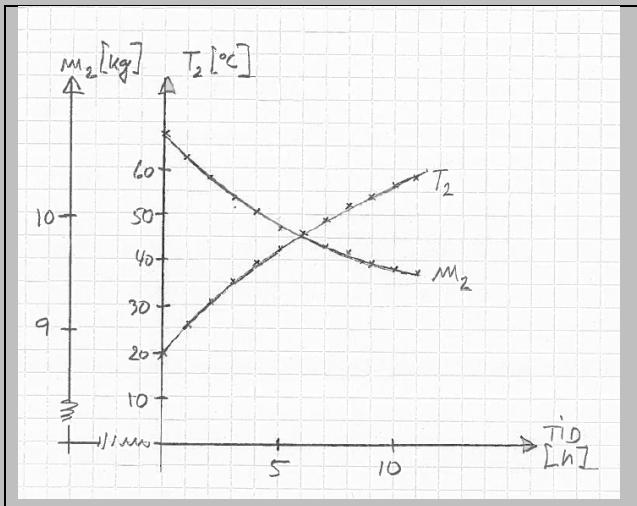
//Bestemmelse af de sidste tilstandsstørrelser
t2 = p2*V/((m0+(m1-m3))*Ri)
v2=volume(Air;T=T2;P=P2)
u2=intenergy(Air;T=T2)
h2=enthalpy(Air;T=T2)
m2 = m0+(m1-m3)

```

Resultaterne er:

$h_0=293,4$	$T_0=293$
$h_1=374$	$T_1=373$
$h_2=304$	$t_2=303,6$
$m_0=10,7$	$Tid=2$
<b><math>m_1=1,627</math></b>	$u_0=209,3$
<b><math>m_2=10,33</math></b>	$u_1=266,9$
$m_3=2$	$u_2=216,9$
$p_0=300000$	$V=3$
$p_1=1000000$	$v_0=0,2803$
$p_2=300000$	$v_1=0,1071$
$Ri=287$	$v_2=0,2905$

Sættes tiden som variabel, kan følgende kurver fremstilles:

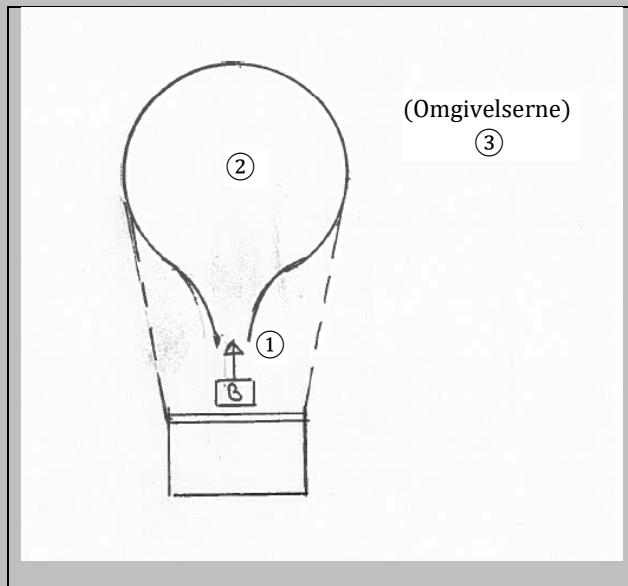


**Eksempel 5.4.1.c**

En luftballon (baseret på luft i ballonen) kan løfte en vis masse i vertikal retning som følge af en forskel i densitet på luften i ballonen og luften i omgivelserne eller med andre ord, hvis vægten af luften i ballonen er mindre end et tilsvarende volumen omgivelsesluft, kan ballonen løfte vægtforskellen. Densitetsforskellen kan etableres ved at luften i ballonen opvarmes.

Det antages, at luften er tør atmosfærisk luft, og at denne kan anses for en idealgas.

- Processen er vist på nedenstående skitse, og følgende data er givet:
- Den samlede vægt af ballon, gondol, pilot og udstyr udgør 400 kg,
- Omgivelsesluften antages at have en temperatur på  $20^{\circ}\text{C}$  og den krævede løftekapacitet af luftballonen skal være tilstede, når middeltemperaturen af luften i ballonen er  $40^{\circ}\text{C}$ ,
- Det antages, at det alene er luften i ballonen, som opvarmes, og ballon mv. anses for varmemæssigt neutrale,
- Ballonen opvarmes ved, at brænderen (B på skitsen) blæser varm luft ved en middeltemperatur på  $600^{\circ}\text{C}$  ind i ballonen,
- Atmosfæretrykket er 101.325 Pa,
- Ballonen har ingen varmetab til omgivelserne,
- Ballonen består af et fuld-elastisk materiale.

**Spørgsmål:**

Ud fra de givne forudsætninger bestem ballonens størrelse (volumen), når den løfter 400 kg

Hvor stort et volumen har ballonen ved  $20^{\circ}\text{C}$  dvs. før opvarmning til  $40^{\circ}\text{C}$ ?

**Hvilket procesforløb forventes:**

Systemet kan betragtes som et åbent system, hvor trykket er det samme dvs. isobarisk,

Pga. brænderens indblæsning af varm luft må massen i systemet(ballonen) vokse under opvarmning.

**Tilstandsstørrelser**

I første omgang opstilles en tabel over tilstandsstørrelse, hvor ved man kan få et overblik over kendte og ukendte tilstandsstørrelser. Der benyttes opslag i EES. I alle formler benyttes SI-enheder på nær for energi benyttes kJ. Individuel gaskonstant ( $R_i$ ) sættes til 287 J/kgK. Luften anses for en idealgas.

Tilstandsstørrelse	Dim.	Pkt. 1	Pkt. 2 (før)	Pkt. 2 (efter)	Pkt. 3
Tryk (p)	Pa	101.325	101.325	101.325	101.325
Temperatur (T)	$^{\circ}\text{C}$	600	20	40	20
Specifik indre energi (u)	kJ/kg	652,6	209,2	223,6	209,2
Specifik entalpi (h)	kJ/kg	903,3	293,3	313,5	293,3
Specifik volumen (v)	$\text{m}^3/\text{kg}$	2,4650	0,8304	0,8872	0,8304

**Ad spørgsmål 1:**

Løftekapaciteten udtrykt som en løftekraft vil være:

$$F_{løft,ønske} = m \cdot g = 400\text{kg} \cdot 9,82\text{m/s}^2 = 3928\text{N}$$

Da ballonen er fuld-elastisk, kan det antages, at  $p_{2,før} = p_{2,efter} = p_3$ , og løftekraften kan bestemmes som:

$$\begin{aligned} F_{løft} &= V_{2,efter} \cdot g \cdot (p_3 - p_{2,efter}) = V_{2,efter} \cdot g \cdot \left( \frac{1}{v_3} - \frac{1}{v_{2,efter}} \right) = V_{2,efter} \cdot g \cdot \left( \frac{p_3}{R_i \cdot T_3} - \frac{p_{2,efter}}{R_i \cdot T_{2,efter}} \right) \\ &= V_{2,efter} \cdot g \cdot \frac{p_3}{R_i} \cdot \left( \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_{2,efter}} \right) \end{aligned}$$

Der må således gælde:

$$V_{2,efter} \cdot g \cdot \frac{p_3}{R_i} \cdot \left( \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_{2,efter}} \right) \geq F_{løft,ønske} = 3928\text{N}$$

Heraf kan voluminet ( $V_{2,efter}$ ) isoleres til:

$$V_{2,efter} \geq \frac{3928}{g \cdot \frac{p_3}{R_i} \cdot \left( \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_{2,efter}} \right)} = \frac{3928\text{N}}{9,82\text{m/s}^2 \cdot \frac{101325\text{Pa}}{287\text{J/kgK}} \cdot \left( \frac{1}{(273+20)} - \frac{1}{(273+40)} \right)}$$

↓

$$V_{2,efter} \geq 5196\text{ m}^3$$

Antages ballonen at være en kugle, kan diameteren bestemmes af den relevante formel fra Appendix F:

$$V = \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot r^3$$

↓

$$D \geq \left( \frac{V_{2,efter}}{\frac{\pi}{6}} \right)^{1/3} = \left( \frac{5196\text{ m}^3}{\frac{\pi}{6}} \right)^{1/3} = \underline{\underline{\underline{21,5\text{ m}}}}$$

**Ad spørgsmål 2:**

Ligning 1:

Der tages udgangspunkt i en kombination af tilfælde no. 1 og 3 (adiabatisk og uden ekstern arbejdsudveksling, men dog med volumenændringsarbejde) i Fig. 5.4.1.2:

$$\sum_{i=0}^m (m_i \cdot h_i)_{ind} - \sum_{i=0}^n (m_i \cdot h_i)_{ud} + \left( - \int_A^B p \cdot dV \right) = (m_A + \sum_{i=0}^m m_i - \sum_{i=0}^n m_i) \cdot u_B - m_A \cdot u_A$$

Tilpasset denne opgave, hvor formel for volumenændringsarbejdet hentes fra Fig. 4.3.1 (isobarisk), fås:

$$m_1 \cdot h_1 - p_3 \cdot (V_{2,efter} - V_{2,før}) = m_{2,efter} \cdot u_{2,efter} - m_{2,før} \cdot u_{2,før}$$

↓

$$m_1 \cdot 903,3\text{kJ/kg} - 101325\text{Pa} \cdot (5196\text{m}^3 - V_{2,før}) \cdot 10^{-3}\text{kJ/J} = m_{2,efter} \cdot 223,6\text{kJ/kg} - m_{2,før} \cdot 209,2\text{kJ/kg}$$

Ligning 2:

$m_{2,efter}$  kan bestemmes af idealgasformelen (3.4.1.6):

$$m_{2,efter} = \frac{p_{2,efter} \cdot V_{2,efter}}{R_i \cdot T_{2,efter}} = \frac{101325\text{Pa} \cdot 5196\text{m}^3}{287\text{J/kgK} \cdot (273+40)\text{K}} = 5861\text{ kg}$$

$m_{2,før}$  bestemmes af samme formel:

$$m_{2,før} = \frac{p_{2,før} \cdot V_{2,før}}{R_i \cdot T_{2,før}} = \frac{101325\text{Pa} \cdot V_{2,før}}{287\text{J/kgK} \cdot (273+20)\text{K}}$$

Ligning 3:

Princippet om massebevarelse udtrykt i formel (5.4.1.4) giver:

$$m_1 = m_{2,efter} - m_{2,før}$$

↓

$$m_1 = 5861\text{kg} - \frac{101325\text{Pa} \cdot V_{2,før}}{287\text{J/kgK} \cdot (273+20)\text{K}}$$

Lad os sammensætte ligningerne og forsøge at gøre dem egnet for beregning:

$$1: \quad m_1 \cdot 903,3 \text{ kJ/kg} - 101325 \text{ Pa} \cdot (5196 \text{ m}^3 - V_{2,før}) \cdot 10^{-3} \text{ kJ/J} = m_{2,efter} \cdot 223,6 \text{ kJ/kg} - m_{2,før} \cdot 209,2 \text{ kJ/kg}$$

$$2: \quad m_{2,før} = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot V_{2,før}}{287 \text{ J/kgK} \cdot (273+20) \text{ K}}$$

$$3: \quad m_1 = 5861 \text{ kg} - \frac{101325 \text{ Pa} \cdot V_{2,før}}{287 \text{ J/kgK} \cdot (273+20) \text{ K}}$$

Ligning 2 og 3 substitueres ind i ligning 1:

$$\begin{aligned} & \left( 5861 \text{ kg} - \frac{101325 \text{ Pa} \cdot V_{2,før}}{287 \text{ J/kgK} \cdot (273+20) \text{ K}} \right) \cdot 903,3 \text{ kJ/kg} - 101325 \text{ Pa} \cdot (5196 \text{ m}^3 - V_{2,før}) \cdot 10^{-3} \text{ kJ/J} \\ &= 5861 \text{ kg} \cdot 223,6 \text{ kJ/kg} - \frac{101325 \text{ Pa} \cdot V_{2,før}}{287 \text{ J/kgK} \cdot (273+20) \text{ K}} \cdot 209,2 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Dette kan løses på gammeldags manér eller ved at solve. Løsning er:

$$V_{2,før} = \underline{\underline{4704 \text{ m}^3}}$$

## 5.5 Åbne komponenter og maskiner

I de følgende afsnit gennemgås relevante formler for en række af de mest almindelige komponenter i industrielle energianlæg, og som gennemstrømmes af en fluid.

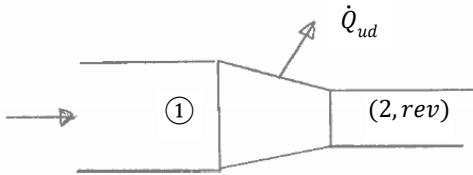
I dette kapitel antages komponenterne at virke reversibelt, men i kapitel 6, hvor samme komponenter behandles, inddrages dissipative effekter.

### 5.5.1 Dyser og diffusere

En konvergent dyse kan betragtes som et åbent system, hvor der kan ses bort fra potentiel energi, hvis og kun hvis dysen er vandret. Energiligningen fra formel (5.1.1) for en dyse, som vist på Fig. 5.5.1.1, hvor der ikke udveksles arbejde men eventuelt varme med omgivelserne, kan forenkles til:

$$\dot{Q}_{ud} = [\dot{m} \cdot h_{2,rev} + \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot c_{2,rev}^2] - [\dot{m} \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot c_1^2] \quad (5.5.1)$$

I formel (5.5.1) vil energitabet ( $\dot{Q}_{ud}$ ) være negativt, hvilket er helt korrekt efter den definerede fortegnskonvention. Formel (5.5.1) kan bruges ækvivalent for diffusere (divergent form).



**Fig. 5.5.1.1 Konvergent dyse**

#### Eksempel 5.5.1.a

For en vandret-liggende konvergent dyse for overheded damp er følgende data givet ved tilgang og afgang. Dysen sidder mellem to damprum med hver sit tryk.

- 1) Bestem øvrige geometri og performance/drifts data for dysen uden et varmetab.
- 2) Bestem øvrige geometri og performance data for dysen med et varmetab på -2 kW (afgives).

#### Ad. 1:

Tilgang:

$$p_1 = 20 \text{ bara}$$

$$T_1 = 300 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\dot{m} = 3 \text{ kg/s}$$

$$d_1 = 100 \text{ mm (cirkulært tværsnit)}$$

Fra EES bestemmes:

$$v_1 = 0,1254 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 = 3022,7 \text{ kJ/kg}$$

Afgang:

$$p_2 = 16 \text{ bara}$$

$$T_2 = ?$$

$$d_2 = ? \text{ (cirkulært tværsnit)}$$

$$c_{2,rev} = 125 \text{ m/s}$$

$$\text{Hastigheden i tilgangsrøret er: } c_1 = \frac{\dot{m} \cdot v_1}{\pi \cdot r_1^2} = \frac{3 \text{ kg/s} \cdot 0,1254 \text{ m}^3/\text{kg}}{\pi \cdot (\frac{0,1 \text{ m}}{2})^2} = 47,9 \text{ m/s}$$

$h_{2,rev}$  bestemmes ved omskrivning af formel (5.5.1), idet  $\dot{Q}_{ud} = 0$ :

$$\dot{Q}_{ud} = [\dot{m} \cdot h_{2,rev} + \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot c_{2,rev}^2] - [\dot{m} \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot c_1^2]$$

↓

$$h_{2,rev} = [h_1 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2] - [\frac{1}{2} \cdot c_{2,rev}^2] = 3022,7 \text{ kJ/kg} + \frac{1}{2} \cdot ((47,9 \text{ m/s})^2 - (125 \text{ m/s})^2) \cdot 10^{-3} \text{ kJ/J} = 3016,0 \text{ kJ/kg}$$

Ved brug af EES ( $T=T(p=16bara, h=3016,0kJ/kg)$ ) kan afgangstemperaturen bestemmes til  $292,0^{\circ}C$ , da vi nu har både  $h_2$  og  $p_2$ . Det specifikke volumen for afgangstilstanden ( $v_2$ ) bestemmes i EES til  $0,1560 m^3/kg$ . Diameteren af afgangsrøret bestemmes til:

$$d_2 = 2 \cdot \sqrt{(\dot{m} \cdot v_2) / (\pi \cdot c_2)} = 2 \cdot \sqrt{(3kg/s \cdot 0,1560m^3/kg) / (\pi \cdot 125m/s)} \cdot 10^3 mm/m = 69,1 mm$$

#### Ad. 2:

$h_{2,rev}$  bestemmes ved omskrivning af formel (5.5.1), idet  $Q_{ud} = -2 kW$ :

$$\begin{aligned} h_{2,rev} &= \frac{Q_{ud}}{\dot{m}} + [h_1 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2] - [\frac{1}{2} \cdot c_{2,rev}^2] = 3022,7 kJ/kg + \frac{1}{2} \cdot ((47,9m/s)^2 - (125m/s)^2) \cdot 10^{-3} kJ/J = 3016,0 kJ/kg \\ h_{2,rev} &= \frac{-2kW}{3kg/s} + 3022,7 kJ/kg + \frac{1}{2} \cdot ((47,9m/s)^2 - (125m/s)^2) \cdot 10^{-3} kJ/J = 3015,4 kJ/kg \end{aligned}$$

Ved brug af EES ( $T=T(p=16bara, h=3015,4kJ/kg)$ ) kan afgangstemperaturen bestemmes til  $291,5^{\circ}C$ , da vi nu har både  $h_2$  og  $p_2$ . Det specifikke volumen for afgangstilstanden ( $v_2$ ) bestemmes i EES til  $0,1558 m^3/kg$ . Diameteren af afgangsrøret bestemmes til:

$$d_2 = 2 \cdot \sqrt{(\dot{m} \cdot v_2) / (\pi \cdot c_2)} = 2 \cdot \sqrt{(3kg/s \cdot 0,1558m^3/kg) / (\pi \cdot 125m/s)} \cdot 10^3 mm/m = 69,0 mm$$

Resultatet passer vel godt med forventningerne, idet et varmetab bør resultere i en lavere afgangstemperatur. Krav til diameter af afgangsrør ændres kun marginalt.

### 5.5.2 Pumper

En pumpe benyttes til at løfte en volumenstrøm af en væske fra et trykniveau til et andet. Et simpelt procesdiagram for en pumpe er vist på Fig. 5.5.2.1.

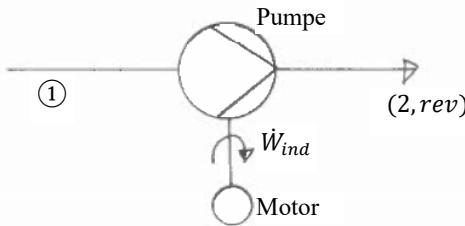


Fig. 5.5.2.1 Pumpe

Under den antagelse, at det specifikke volumen ( $v$ ) af en væske er konstant under procesforløbet i pumpen, kan formel (5.1.10), hvis den omskrives til en formel i effekt, skrives som:

$$\dot{W}_t = \int_1^2 \dot{V} \cdot dp = \dot{m} \cdot v \cdot (p_2 - p_1) \quad (\text{Formel I}) \quad (5.5.2.1)$$

Det skal fremhæves, at der i formel (5.5.2.1) er set bort fra kinetisk og potentiel energibidrag fra den strømmende væske. For adiabatiske og reversible åbne systemer kan formel (5.1.12), hvis den omskrives til en formel i effekt, omskrives til:

$$\dot{W}_{ind} = \dot{m} \cdot [h_{2,rev} - h_1] \quad (\text{Formel II}) \quad (5.5.2.2)$$

Det må gælde, at  $\dot{W}_t = \dot{W}_{ind}$  og følgende kan opstilles:

$$[h_{2,rev} - h_1] = v \cdot (p_2 - p_1) \quad (5.5.2.3)$$

Når man beregner på pumper, vil formel I og II altid komme til anvendelse.

**Eksempel 5.5.2.a**

For en pumpe til underkølet vand ( $H_2O$ ) er følgende udvalgte data ved tilgang og afgang givet. Det antages, at pumpen virker reversibelt. Bestem den komplette tilstand efter pumpen.

**Ad. 1:**

Tilgang:

$$p_1 = 2 \text{ bara}$$

$$T_1 = 50^\circ\text{C}$$

$$\dot{m} = 50 \text{ kg/s}$$

Fra EES bestemmes:

$$v_1 = 0,001 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 = 209,5 \text{ kJ/kg}$$

Afgang:

$$p_2 = 20 \text{ bara}$$

$$T_2 = ?$$

$$h_2 = ?$$

Det tekniske arbejde (kravet til akseleffekt til pumpen) bestemmes ud fra formel (5.5.2.1):

$$\dot{W}_t = \dot{m} \cdot v \cdot (p_2 - p_1) = 50 \text{ kg/s} \cdot 0,001 \text{ m}^3/\text{kg} \cdot (20 - 2) \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 10^{-3} \text{ kW/W} = 90 \text{ kW}$$

Entalpien ( $h_{2,rev}$ ) for afgang isoleres af formel (5.5.2.2):

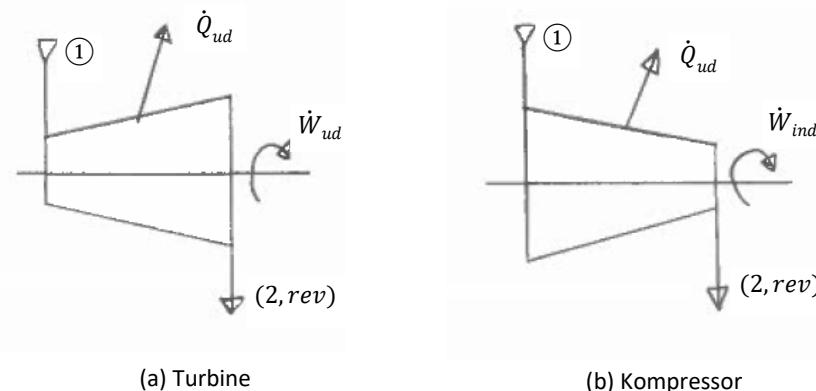
$$h_{2,rev} = h_1 + \frac{\dot{W}_t}{\dot{m}} = 209,5 \text{ kJ/kg} + \frac{90 \text{ kW}}{50 \text{ kg/s}} = 211,3 \text{ kJ/kg}$$

Ved brug af EES ( $T=T(p=20\text{bara}, h=211,3\text{kJ/kg})$ ) kan afgangstemperaturen bestemmes til  $50,1^\circ\text{C}$ . Temperaturstigningen over pumpen er således marginal. Alternativt kunne man have beregnet ved brug af formel (5.5.2.3).

**5.5.3 Turbiner og kompressorer**

En turbine producerer akselarbejde, som i praksis ofte driver en generator for produktion af elektrisk energi til elnettet. Energien til akselarbejdet kommer fra en gas f.eks. damp, som ekspanderer fra et højt tryk til et lavt tryk. Et simpelt procesdiagram for en turbine er vist på Fig. 5.5.3.1.a. I denne bog vil der kun blive udført overordnede beregninger på turbiner og kompressorer, og for den indvendige opbygning af maskinerne henvises til speciellitteratur.

En kompressor gør det modsatte af en turbine dvs. komprimerer en gas f.eks. luft, og der skal tilføres akselarbejde for at drive en kompressor. Et simpelt procesdiagram for en kompressor er vist på Fig. 5.5.3.1.b.



**Fig. 5.5.3.1** Turbine og kompressor

For turbiner kunne man godt anvende formlerne i Fig. 5.3.1 for en polytropisk proces, men man skal være bevidst om, at de er udviklet for en idealgas. F.eks. damp kan afvige signifikant fra at være en idealgas, hvorfor energiligningen i formel (5.1.1) benyttes som udgangspunkt. Omskrevet til en balance i effekt, vil formel (5.1.1) kunne skrives som:

$$|\dot{W}_{ud}| = \dot{m} \cdot (h_1 - h_{2,rev}) + \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot (c_1^2 - c_2^2) + \dot{m} \cdot g \cdot (z_1 - z_2) - |\dot{Q}_{ud}| \quad (5.5.3.1)$$

I formel (5.5.3.1) benyttes numeriske værdier af akseleffekt og varmetab dvs. formlen betragter dem som positive og modsat konventionen. Normalt har en dampturbine en relativt lille overflade i forhold til energiomsætningen og tilmed vil være isoleret, hvorfor man i praksis ser bort fra varmetabet ( $\dot{Q}_{ud}$ ), og formel (5.5.3.1) for en reversibel og adiabatisk turbine kan reduceres til:

$$|\dot{W}_{ud}| = |\dot{W}_t| = \dot{m} \cdot (h_1 - h_{2,rev}) + \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot (c_1^2 - c_2^2) + \dot{m} \cdot g \cdot (z_1 - z_2) \quad (5.5.3.2)$$

Ekspansionskurven for en reversibel og varmetabsfri dampturbine vil være en lodret linje i et h-s diagram, som vist i Appendiks D5. Brugen af h-s diagrammet er nærmere forklaret i kapitel 6. Den lodrette linje forbinder punktet repræsenterende dampens tilstand ved tilgang til dampturbinen og isobaren for trykket efter dampturbinen. Et h-s diagram er velegnet til at aflæse bla. entalpiværdier for ekspansionsforløbet igennem dampturbinen.

**Eksempel 5.5.3.a**

En dampturbine, hvor dampen efter dampturbinen skal bruges i et procesanlæg, og hvor der er krav til et vist tryk på dampen efter turbinen, benævnes en modtryksturbine. Turbinen arbejder reversibelt og adiabatisk.

For en modtryksturbine for damp ( $H_2O$ ) er følgende udvalgte data ved tilgang og afgang givet. Bestem den opnåelige akseleffekt.

**Ad. 1:**

Tilgang:

$$p_1 = 60 \text{ bara}$$

$$T_1 = 400 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\dot{m} = 30 \text{ kg/s}$$

$$c_1 = 50 \text{ m/s}$$

$$z_1 = 10 \text{ m}$$

Fra EES bestemmes:

$$h_1 = 3177,0 \text{ kJ/kg}$$

Afgang:

$$p_2 = 12 \text{ bara}$$

$$T_2 = 191 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$c_2 = 100 \text{ m/s}$$

$$z_2 = 6 \text{ m}$$

Fra EES bestemmes:

$$h_{2,rev} = 2792,4 \text{ kJ/kg}$$

Betrages Fig. 5.5.3.1.a ses, at massestrømmen ved tilgang og afgang må være den samme. Det tekniske arbejde (produceret akseleffekt) bestemmes ud fra formel (5.5.3.2):

$$|\dot{W}_{ud}| = \dot{m} \cdot (h_1 - h_{2,rev}) + \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot (c_1^2 - c_2^2) + \dot{m} \cdot g \cdot (z_1 - z_2)$$

$$|\dot{W}_{ud}| = 30 \text{ kg/s} \cdot (3177 - 2792,4) \text{ kJ/kg} + \frac{1}{2} \cdot 30 \text{ kg/s} \cdot ((50 \text{ m/s})^2 - (100 \text{ m/s})^2) \cdot 10^{-3} \text{ kW/W} + 30 \text{ kg/s} \cdot$$

$$9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (10 - 6) \text{ m} \cdot 10^{-3} \text{ kW/W}$$

$$|\dot{W}_{ud}| = 11538 - 112,5 + 1,2 = 11426,7 \text{ kW}$$

Det ses, at bidraget fra kinetisk og potentiel energi for dampen ikke er stort (< 1 %), og i mange praktiske beregninger ses bort fra disse bidrag, hvorfor det tekniske arbejde bestemmes som  $|\dot{W}_{ud}| = \dot{m} \cdot (h_1 - h_{2,rev})$ .

Øvelse: Tegn turbineekspansionskurven i et h-s diagram fra Appendiks D5.

For en kompressor og en turbine, som arbejder med en gas, som kan betragtes som en idealgas, er det opportunt at anvende formlerne for en polytropisk proces angivet i Fig. 5.3.1. Formlerne kræver dog et kendskab til tilstanden efter kompressoren. Dette kendskab kan vi skaffe ved at anvende f.eks. formel (5.2.4.10):

$$T_{2,rev} = T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (5.5.3.3)$$

Med kendskab til en erfaringsværdi for polytropesponenten (n), og givne data for massestrømmen ( $\dot{m}$ ) og stofværdier for gassen kan formlerne (5.2.4.3) og (5.2.4.7) - eller samme formler hentet fra Fig. 5.3.1 - benyttes til at bestemme det tekniske arbejde (akseleffekt) og varmeudvekslingen med omgivelserne:

$$\dot{W}_{t,pol} = n \cdot \frac{\dot{m} \cdot R_i \cdot (T_{2,rev} - T_1)}{n-1} \quad (5.5.3.4)$$

$$\dot{Q}_{pol} = \frac{\dot{m} \cdot c_v \cdot (n-k) \cdot (T_{2,rev} - T_1)}{n-1} \quad (5.5.3.5)$$

**Eksempel 5.5.3.b**

En reversibel kompressor benyttes til at producere trykluft, og følgende udvalgte data er givet ved tilgang og afgang.

Kompressionen antages at være polytropisk med en gennemsnitlig polytropesponenten  $n=1,25$ .

Bestem tilstanden efter kompressoren og det tekniske arbejde, som skal tilføres kompressoren.

**Ad. 1:**

Tilgang:

$$p_1 = 1,013 \text{ bara}$$

$$T_1 = 20^\circ\text{C}$$

$$\dot{m} = 2 \text{ kg/s}$$

Fra Appendiks D2 bestemmes:

$$287,2 \text{ J/kgK}$$

Fra Appendiks D3 bestemmes:

(Antages konstante)

$$\kappa = 1,40$$

$$c_v = 718 \text{ J/kgK}$$

Afgang:

$$p_2 = 6 \text{ bara}$$

$$T_2 = ?$$

Tilstanden efter kompressoren bestemmes ved brug af formel (5.5.3.3):

$$T_{2,rev} = T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = (273 + 20)K \cdot \left( \frac{6}{1,013} \right)^{\frac{1,25-1}{1,25}} = 418,2 K = 145,2^\circ\text{C}$$

Det tekniske arbejde (kravet til akseleffekt til kompressoren) bestemmes ud fra formel (5.5.3.4):

$$\dot{W}_{t,pol} = n \cdot \frac{\dot{m} \cdot R_i \cdot (T_{2,rev} - T_1)}{n-1} = 1,25 \cdot \frac{2 \text{ kg/s} \cdot 287,2 \text{ J/kgK} \cdot (145,2 - 20)K}{1,25 - 1} = 359574 \text{ W} \cong 360 \text{ kW}$$

Udvekslet varmeeffekt med omgivelserne bestemmes af formel (5.5.3.5):

$$\dot{Q}_{pol} = \frac{\dot{m} \cdot c_v \cdot (n-k) \cdot (T_{2,rev} - T_1)}{n-1} = \frac{2 \text{ kg/s} \cdot 718 \text{ J/kgK} \cdot (1,25 - 1,40) \cdot (145,2 - 20)K}{1,25 - 1} = -107872 \text{ W} \cong -108 \text{ kW}$$

Kompressoren er således kølet af omgivelserne.

**Eksempel 5.5.3.c**

En reversibel turbine eksanderer røggas (som kan antages som tør atmosfærisk luft, hvis iltprocenten er høj), og følgende udvalgte data er givet ved tilgang og afgang. Ekspansionen antages at være polytropisk med en gennemsnitlig polytropesponenten  $n=1,38$ .

Bestem tilstanden efter turbinen og det tekniske arbejde, som afgives fra turbinen.

**Ad. 1:**

Tilgang:

$$p_1 = 16 \text{ bara}$$

$$T_1 = 1000^\circ\text{C}$$

$$\dot{m} = 100 \text{ kg/s}$$

Fra Appendiks D2 bestemmes:

$$287,2 \text{ J/kgK}$$

EES benyttes til bestemmelse af  
middeleværdier for  $\kappa$  og  $c_v$

Afgang:

$$p_2 = 1,013 \text{ bara}$$

$$T_2 = ?$$

Tilstanden efter kompressoren bestemmes ved brug af formel (5.5.3.3):

$$T_{2,rev} = T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = (273 + 1000)K \cdot \left( \frac{1,013}{16} \right)^{\frac{1,38-1}{1,38}} = 595,4 \text{ K} = 322,4^\circ\text{C}$$

Det tekniske arbejde (produceret akseleffekt fra turbinen) bestemmes ud fra formel (5.5.3.4):

$$\dot{W}_{t,pol} = n \cdot \frac{\dot{m} \cdot R_i \cdot (T_{2,rev} - T_1)}{n - 1} = 1,38 \cdot \frac{100 \text{ kg/s} \cdot 287,2 \text{ J/kgK} \cdot (322,4 - 1000) \text{ K}}{1,38 - 1} \cdot 10^{-6} \frac{\text{MW}}{\text{W}} = -70,67 \text{ MW}$$

Middel stofkonstanter bestemmes i EES, og formlerne (3.5.10) og (3.5.23) benyttes:

$$c_p(1000^\circ\text{C}, 16 \text{ bara}) = 1185 \text{ J/kgK}$$

$$c_p(322,4^\circ\text{C}, 1,013 \text{ bara}) = 1050 \text{ J/kgK}$$

$$c_{p,m} = \frac{1}{2} \cdot (1185 + 1050) \text{ J/kgK} = 1118 \text{ J/kgK}$$

$$\kappa(1000^\circ\text{C}, 16 \text{ bara}) = 1,326$$

$$\kappa(322,4^\circ\text{C}, 1,013 \text{ bara}) = 1,377$$

$$\kappa_m = \frac{1}{2} \cdot (1,326 + 1,377) = 1,352$$

$$c_{v,m} = \frac{c_{p,m}}{\kappa_m} = \frac{1118 \text{ J/kgK}}{1,352} = 826,9 \text{ J/kgK}$$

Udvekslet varmeeffekt med omgivelserne bestemmes af formel (5.5.3.5):

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{pol} &= \frac{\dot{m} \cdot c_v \cdot (n - k) \cdot (T_{2,rev} - T_1)}{n - 1} \\ &= \frac{100 \text{ kg/s} \cdot 826,9 \text{ J/kgK} \cdot (1,38 - 1,352) \cdot (322,4 - 1000) \text{ K}}{1,38 - 1} \cdot 10^{-6} \frac{\text{MW}}{\text{W}} = -4,13 \text{ MW} \end{aligned}$$

Turbinen producerer (eksportere) 70,67 MW, og har et varmetab til omgivelserne (f.eks. fra casingen) på 4,13 MW (dårligt isoleret). Varmetabet ville være mindre, hvis den gennemsnitlige polytropesponent var mindre. Er den gennemsnitlige polytropesponent lig den gennemsnitlige isentropesponent, kan det ses af ovenstående formel, at så er varmetabet lig 0 (perfekt isoleret).

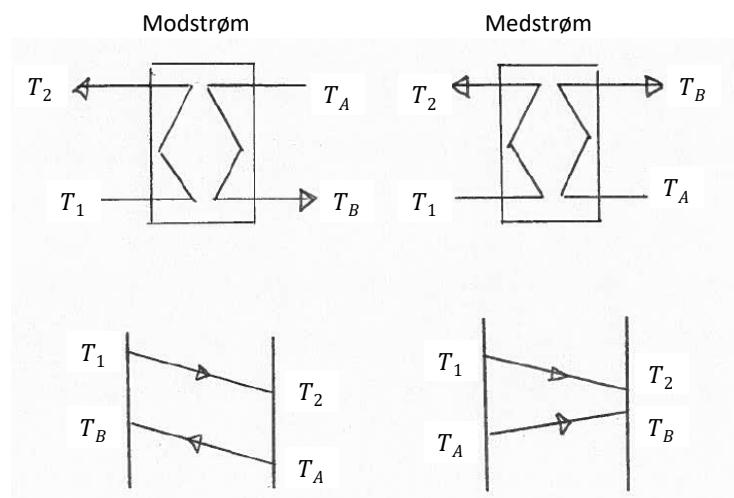
#### 5.5.4 Varmevekslere

Varmevekslere benyttes mange steder i procesanlæg til at udveksle energi i form af varme mellem to medier. Der findes flere forskellige typer varmevekslere, men i denne sammenhæng ses udelukkende på den type, hvor der ikke sker opblanding af de to mediestrømme. Der er således kun tale om overførsel af varme.

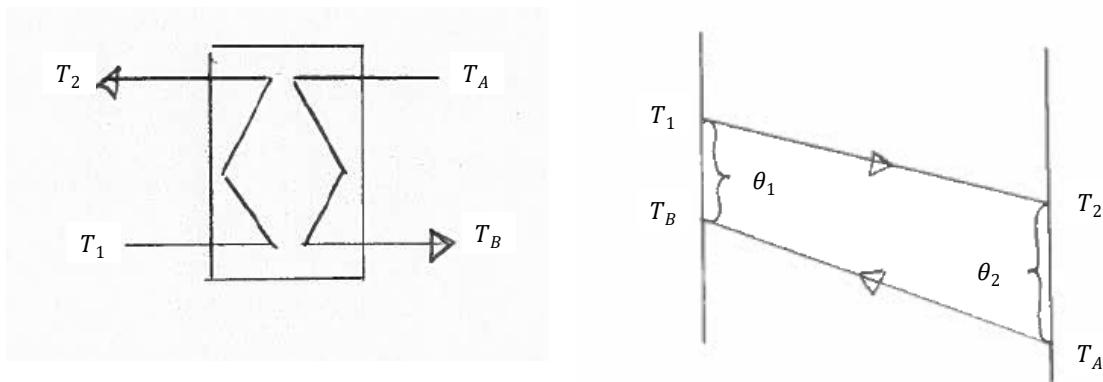
I det følgende gives kun overordnet teori for **modstrøms- og medstrømsvarmevekslere**. Uddybende og supplerende teori om varmevekslere kan opnås igennem faget "Varmetransmission". På Fig. 5.5.4.1 er vist procesdiagram og **temperaturkarakteristik** for en modstrøms- og en medstrømsvarmeveksler.

En modstrømsvarmeveksler vil være mere effektiv end en medstrømsvarmeveksler. For en modstrøms-varmeveksler med uendeligt stort areal, vil temperaturen ( $T_B$ ) gå imod temperaturen ( $T_1$ ) eller temperaturen ( $T_2$ ) gå imod temperaturen ( $T_A$ ). Udløbstemperaturen ( $T_B$ ) og ( $T_2$ ) vil være afhængige af forholdet  $(\frac{\dot{m}_{12} \cdot c_p,12,m}{\dot{m}_{AB} \cdot c_p,AB,m})$  benævnt **kapacitetstrømsforholdet**. For en medstrømsvarmeveksler med uendeligt stort areal, vil temperaturen ( $T_B$ ) gå imod temperaturen ( $T_2$ ), som er lavere end temperaturen ( $T_1$ ).

Et simpelt procesdiagram for en varmeveksler, hvor mediestrømmene er koblet i modstrøm, er vist på Fig. 5.5.4.2. Medie "12" afgiver varme til medie "AB".



**Fig. 5.5.4.1** Modstrøms- og medstrømsvarmeveksler samt deres temperaturkarakteristik



**Fig. 5.5.4.2** Modstrømsvarmeveksler og temperaturkarakteristik

For varmeveksleren på Fig. 5.5.4.2 kan etableres en temperaturkarakteristik, som vist på samme figur. Var der tale om faseskift for f.eks. medie "12", ville temperaturkarakteristikken for medie "12" have været helt eller delvist vandret. Temperaturforskellen i hver ende af varmeveksleren gives betegnelsen ( $\theta$ ). Uden nærmere bevisførelse bestemmes en repræsentativ temperaturforskelse for mediernes samlede forløb igennem varmeveksleren som den **logaritmiske middeltemperaturdifferens** givet ved formel (5.5.4.1).

$$\Delta T_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln(\frac{\theta_1}{\theta_2})} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{\ln(\frac{\theta_2}{\theta_1})} \quad (5.5.4.1)$$

For en varmeveksler kan opstilles tre ligninger, som anført i formerne (5.5.4.2) til (5.5.4.4). Formerne opstilles, således, at alle effekter regnes som positive værdier – uanset om de afgives eller tilføres varmeveksleren (systemet).

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_{12} \cdot (h_1 - h_2) = \dot{m}_{12} \cdot c_{p,12,m} \cdot (T_1 - T_2) \quad (\text{Formel I}) \quad (5.5.4.2)$$

$$\dot{Q}_{AB} = \dot{m}_{AB} \cdot (h_B - h_A) = \dot{m}_{AB} \cdot c_{p,AB,m} \cdot (T_B - T_A) \quad (\text{Formel II}) \quad (5.5.4.3)$$

$$\dot{Q} = k \cdot A \cdot \Delta T_m \quad (\text{Formel III}) \quad (5.5.4.4)$$

Sker der faseskift for et medie, er temperaturen som bekendt konstant under varmeoptag eller varmeafgivelse, og man skal være opmærksom på to forhold:

- Kurven for mediet i en temperaturkarakteristik, som vist på Fig. 5.5.4.2, vil være vandret
- Temperaturen kan ikke længere bruges som et mål for varmeudveksling med det andet medie, og man bør anvende entalpi i energibalancedberegningerne, hvorfor første led i formerne (5.5.4.2) og (5.5.4.3) dvs. eksempelvis  $\dot{m}_{12} \cdot (h_1 - h_2)$  vil være mest hensigtsmæssig.

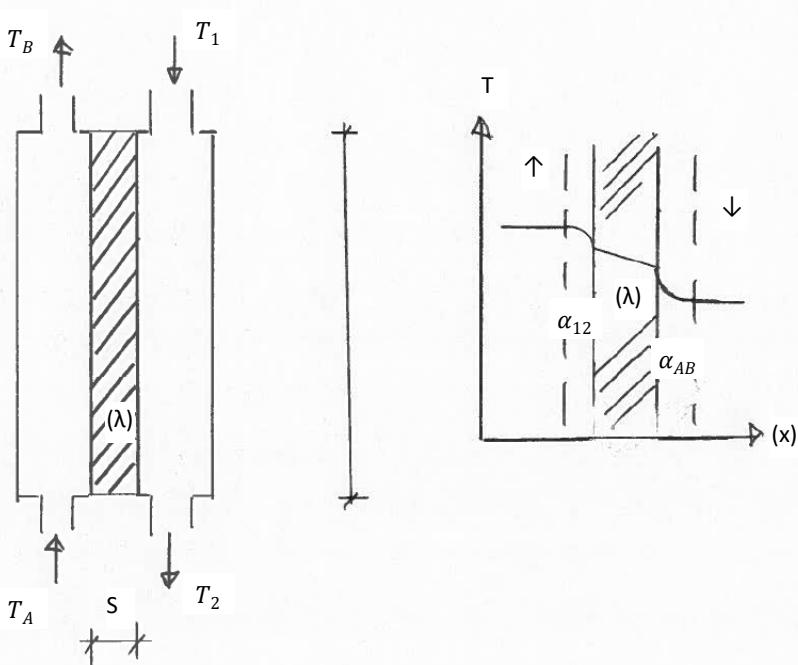
Er varmeveksleren velisolert vil  $\dot{Q} = \dot{Q}_{AB} = \dot{Q}_{12}$ . Er der et mindre varmetab, må dette indregnes i en varmebalance. Formel I og II er taget fra Fig. 5.3.1 gældende for et isobarisk åbent system. Den specifikke varmekapacitet for begge medier bestemmes enten af formel (3.5.10) eller alternativt (3.5.12).

I formel (5.5.4.4) repræsentere "A" i  $[m^2]$  det **varmeoverførende areal** af varmeveksleren og "k" i  $[W/m^2K]$  benævnes **varmetransmissionskoefficienten** og er et udtryk for hvor godt arealet i varmeveksleren udnyttes.

For en varmeveksler, hvor det varmeoverførende areal for medie "12" er lige så stort som for medie "AB", som man finder det i en **pladevarmeveksler** som vist på Fig. 5.5.3.2, bestemmes "k" efter formlen:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{12}} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{AB}}} \quad (5.5.4.5)$$

"S" i  $[m]$  er tykkelsen af det varmeoverførende areal og " $\lambda$ " er **varmeledningsevnen** i  $[W/mK]$  for det materiale det varmeoverførende areal er lavet af, og kan for udvalgte materialer findes i Appendiks D4. " $\alpha$ " benævnes **varmeovergangstallet**, som er et udtryk for hvor godt varme ledes igennem det uundgåelige grænselag mellem et strømmende medie og en fast overflade. 95 % af arbejdet med varmevekslere ligger i varmeovergangstallet, idet dette i praksis bestemmes ved empiriske formler, og som i denne sammenhæng for nemheds skyld antages for angivet.

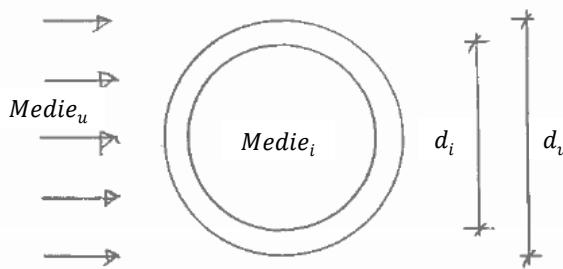


**Fig. 5.5.4.3** Pladevarmeveksler (modstrøm) og temperaturforløb i vilkårligt snit

For en varmeveksler, hvor det varmeoverførende areal for medie "12" ikke er lige så stort som for medie "AB", som man finder det i en rørvarmeveksler, bestemmes " $k \cdot A$ " efter formel (5.5.4.6), hvor symbolerne er forklaret på Fig. 5.5.4.4.

$$\frac{1}{k \cdot A} = \frac{1}{\alpha_i \cdot A_i} + \frac{\ln(\frac{d_u}{d_i})}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} + \frac{1}{\alpha_u \cdot A_u} \quad (5.5.4.6)$$

Arealet " $A_i$ " i [ $m^2$ ] bestemmes som  $A_i = \pi \cdot d_i \cdot L$  og arealet " $A_u$ " i [ $m^2$ ] bestemmes som  $A_u = \pi \cdot d_u \cdot L$ , hvor "L" i [ $m$ ] er rørlængden. Består røret af flere lag f.eks. 2 lag, lægges et ekstra led til i formel (5.5.4.6) på højre side, og svarende til det midterste led på højre side i formel (5.5.4.6).



**Fig. 5.5.4.4** Målskitse for et rør i en varmeveksler

Skal størrelsen ( $k \cdot A$ ) skilles i to faktorer, kan det gøres på to måder:

$$k_i = \frac{k \cdot A}{A_i} \quad \text{Hvorved opnås en k-værdi med reference i det indre areal} \quad (5.5.4.7)$$

$$k_u = \frac{k \cdot A}{A_u} \quad \text{Hvorved opnås en k-værdi med reference i det ydre areal} \quad (5.5.4.8)$$

Og naturligvis er  $k_i \neq k_u$

#### **Eksempel 5.5.4.a**

På et fjernvarmeværk ønsker man at forvarme forbrændingsluft til kedlen med fjernvarmevand vha. en pladevarmeveksler. Der ses bort fra tryktab igennem varmeveksleren. Forbrændingsluften antages som tør luft efter Appendiks D2. Det antages, at der ikke er varmetab fra varmeveksleren. Varmetransmissionskoefficienten kan antages til  $100 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

Bestem den overførte effekt og det nødvendige varmeoverførende areal.

<i>Luftsiden = medie AB:</i>	<i>Vandsiden = medie 12:</i>
$p_A = p_B = 1,013 \text{ bara}$	$p_1 = p_2 = 6 \text{ bara}$
$T_A = 20^\circ\text{C}$	$T_1 = 90^\circ\text{C}$
$T_B = 70^\circ\text{C}$	$T_2 = 50^\circ\text{C}$
$\dot{m}_{AB} = 10 \text{ kg/s}$	$\dot{m}_{12} = ? \text{ kg/s}$
Fra Appendiks D2:	$C_{p,12,m} = 4,2 \text{ kJ/kgK}$
$C_{p,A} = 1,005 \text{ kJ/kgK}$	
$C_{p,B} = 1,008 \text{ kJ/kgK}$	
$C_{p,AB,m} = 1,0065 \text{ kJ/kgK}$	

Overført effekt kan findes ved brug af formel (5.5.4.3):

$$\dot{Q}_{AB} = \dot{m}_{AB} \cdot c_{p,AB,m} \cdot (T_A - T_B) = 10 \text{ kg/s} \cdot 1,0065 \text{ J/kgK} \cdot (70 - 20) \text{ K} = 503,3 \text{ kW}$$

I det  $\dot{Q} = \dot{Q}_{AB} = \dot{Q}_{12}$  og ved omskrivning af formel (5.5.4.2) kan massestrømmen på vandsiden bestemmes:

$$\dot{m}_{12} = \frac{\dot{Q}_{12}}{c_{p,12,m} \cdot (T_1 - T_2)} = \frac{503,3 \text{ kW}}{4,2 \text{ kJ/kgK} \cdot (90 - 50) \text{ K}} = 3,0 \text{ kg/s}$$

I det  $\theta_1 = 90 - 70 = 20$  og  $\theta_2 = 50 - 20 = 30$  kan den logaritmiske middeltemperaturdifferens bestemmes af formel (5.5.4.1):

$$\Delta T_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln(\frac{\theta_1}{\theta_2})} = \frac{20 - 30}{\ln(\frac{20}{30})} = 24,66 \text{ K}$$

Det varmeoverførende areal for pladevarmeveksleren kan findes af formel (5.5.4.4):

$$A = \frac{\dot{Q}}{k \cdot \Delta T_m} = \frac{503,3 \text{ kW} \cdot 10^3 \text{ W/kW}}{100 \text{ W/m}^2\text{K} \cdot 24,66 \text{ K}} = 205 \text{ m}^2$$

Selvstudie: Hvad vil ske, hvis det varmeoverførende areal bliver beskidt under drift?

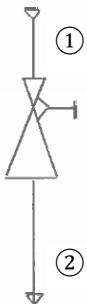
#### **5.5.5 Drøvleorganer**

Drøvling er det samme som en trykredktion. Som verbum kunne det anvendes på følgende måde: "han drøvlede trykket i rørledningen ved at lukke en ventil halvt i". Ventilen ville her være et drøvleorgan. Det simpleste drøvleorgan kunne være at erstatte en del af en rørstrækning med et rørstykke, hvor den indvendige diameter er reduceret. Den reducerede diameter ville afstedkomme et øget tryktab og derved en trykredktion. Et simpelt procesdiagram for et drøvleorgan i form af en ventil er vist på Fig. 5.5.5.1.

Et drøvleorgan kan betragtes som et åbent system, hvor der ikke sker nogen udveksling af varme og arbejde med omgivelserne. Den strømmende fluid bevarer energien igennem drøvleorganet. Antager man ligeledes, at ændringen af potentiel og kinetisk energi er negligeable kan energiligningen i formel (2.3.2.6) for et åbent system forenkles til formel (5.5.5.1) eller med andre ord entalpien er tilnærmelsesvis den samme før og efter drøvleorganet.

$$h_{ud} \cong h_{ind}$$

(5.5.5.1)

**Fig. 5.5.5.1** Drøvleorgan i form af en ventil**Eksempel 5.5.5.a**

På en papirmølle produceres 16 bara damp i en dampkedel. En del af denne damp ønskes reduceret til 6 bara damp. Bestem tilstanden af dampen efter drøvleorganet.

*Damp før:*

$$p_1 = 16 \text{ bara}$$

$$T_1 = 400 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

*I EES bestemmes:*

$$h_1 = 3254,1 \text{ kJ/kg}$$

$$v_1 = 0,1900 \text{ m}^3/\text{kg}$$

*Damp efter:*

$$p_2 = 6 \text{ bara}$$

$$h_2 = h_1 = 3254,1 \text{ kJ/kg}$$

*I EES bestemmes:*

$$T_2 = 392,3 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$v_2 = 0,5077 \text{ m}^3/\text{kg}$$

*Umiddelbart bliver man lidt overrasket over at temperaturen falder, når der ikke tabes energi i drøvleorganet – men sådan reagerer moder natur!*

## 5.6 Opgaver til kapitel 5

Detaljeret løsningsforslag til de \*-mærkede opgaver er angivet i Appendiks B.

### Opgave 5.1 \*

En ventilator til tryksætning af luft arbejder isokorisk, idet tryk og temperatur på luften før ventilatoren er hhv. 1,013 bara og 15 °C, og tryk og temperatur på luften efter ventilatoren ønskes til hhv. 1,023 bara og 17,84 °C. Ventilator og strømning er uden friktion og luften kan betragtes som en idealgas. Verificér og bekræft, at ventilatoren arbejder isokorisk (Svar: Ja). Bestem det tekniske arbejde i [W] og varmemængden udvekslet med omgivelserne i [W], når ventilatoren flytter 1 kg/s. (Svar: hhv. 816,5 W og 2.035,1 W). Idet ændringen af tryk over ventilatoren sker med et løbehjul, beskriv hvilket ekstra tiltag, der skal til for at processen som helhed bliver isokorisk.

(Stofværdier ( $c_v$ ) kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

### Opgave 5.2

Gasformig ilt ( $O_2$ ) ved 2 bara og 0 °C strømmer friktionsfrit i et rør, som går igennem et varmt rum. Mængden er 2 kg/s. Gassen kan betragtes som en idealgas. Ved passage af rummet optager ilten 8 kW, da røret ikke er isoleret. Hvad er sluttemperaturen i [°C] for ilten efter passage af rummet? (Svar: 4,4 °C) Hvad er det udførte tekniske arbejde i [kW]? (Svar: 0 kW)

(Stofværdier ( $c_p$ ) kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

### Opgave 5.3

En ventilator til tryksætning af luft arbejder isotermisk. Tryk og temperatur på luften før ventilatoren er hhv. 1,013 bara og 15 °C. Ønsket tryk efter ventilator er 1,023 bara. Ventilator og strømning er uden friktion og luften kan betragtes som en idealgas. Bestem det tekniske arbejde i [W] og varmemængden udvekslet med omgivelserne i [W], når ventilatoren flytter 1 kg/s. (Svar: hhv. 812,5 W og -812,5 W). Idet ændringen af tryk over ventilatoren sker med et løbehjul, beskriv hvilket ekstra tiltag, der skal til for at processen som helhed bliver isotermisk.

### Opgave 5.4 \*

En ventilator til tryksætning af luft arbejder polytropisk med polytropesponenten  $n=1,3$ . Tryk og temperatur på luften før ventilatoren er hhv. 1,013 bara og 15 °C. Ønsket tryk efter ventilator er 1,023 bara. Ventilator og strømning er uden friktion og luften kan betragtes som en idealgas. Bestem det tekniske arbejde i [W] og varmemængden udvekslet med omgivelserne i [W], når ventilatoren flytter 1 kg/s. (Svar: hhv. 808,9 W og -156,8 W).

(Stofværdier ( $c_v, \kappa$ ) kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

### Opgave 5.5

To kompressorer leverer overheded ammoniak ( $NH_3$ , R717) på gasform til en fælles kondenser. Kompressor I leverer 2,1 kg/s ved 40 bara og 180 °C og kompressor II leverer 2,7 kg/s ved 40 bara og 200 °C. Umiddelbart før kondenseren blandes de to ammoniakstrømme til et fælles indløb på kondenseren. Bestem tilstanden i hhv. [bara] og [°C] af ammoniakken i det fælles indløb til kondenseren (Svar: 40 bara og 191,3 °C). Bestem den indvendige diameter i [mm] på det fælles indløbsrør til kondenseren, når der tillades en hastighed på 20 m/s (Svar: 126 mm).

### Opgave 5.6 \*

På et køleanlæg med ammoniak ( $NH_3$ , R717) pumpes flydende ammoniak til køleflader, som ligger langt fra anlægget. Pumpen, som arbejder reversibelt, flytter 0,5 kg/s fra et tryk og temperatur på hhv. 6 bara og 0 °C til et tryk på 7 baro. Idet de kinetiske og potentielle energibidrag af den strømmende væske anses for negligible, bestem det tekniske arbejde i [W] udført af pumpen på væsken (Svar: 160 W). Bestem tillige entalpistigningen i [kJ/kg] over pumpen (Svar: 0,32 kJ/kg).

(Stofværdier ( $\nu$ ) kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

### Opgave 5.7

Antag, at indfyringen af brændsel til en dampkedel standses momentant. Fordamper og dampbeholder indeholder 20 m<sup>3</sup> tryksat vand ved 74,4 bara og mættet tilstand ( $x=0$ ). Du er bedt om at tømme dampkedlen for vand dvs. lukke det ud via en drænventil og ned i en kloak. Barometeret på væggen siger 1,014 bara denne dag. Bestem dampmængden, som opstår efter drænventilen i både [kg] og [m<sup>3</sup>] (Svar: 5.561 kg and 9.448 m<sup>3</sup>)

**Opgave 5.8 \***

Et damp turbineanlæg, som arbejder reversibelt, udviser nedenstående driftsdata ved 100 % last. Ved opgavens løsning kan ses bort fra kinetiske og potentielle energibidrag for den strømmende damp.

Damp indløb:

- Temperatur 540 °C
- Tryk 100 bara
- Flow 50 kg/s

Damp udløb

- Tryk 0,6 bara

**Spørgsmål**

1. Tegn et procesdiagram
2. Tegn turbineekspansionskurven i et h-s diagram (evt. fra Appendiks D5)
3. Aflæs entalpien for dampen før og efter damp turbinen fra h-s diagrammet (Svar: ca. 3470 og ca. 2360 kJ/kg)
4. Bestem akseleffekten i [kW] for damp turbinen (Svar: 55.500 kW)
5. Angiv temperaturen i [°C] på dampen efter turbinen (Svar: ca. 86 °C)

**Opgave 5.9**

Et damp turbineanlæg er forsynet med en damp by-pass station, som består af en tryk reducerende ventil og en efterfølgende dampkøler, hvor der sprøjtes vand/kondensat ind i dampstrømmen. Følgende data er givet:

Damp indløb:

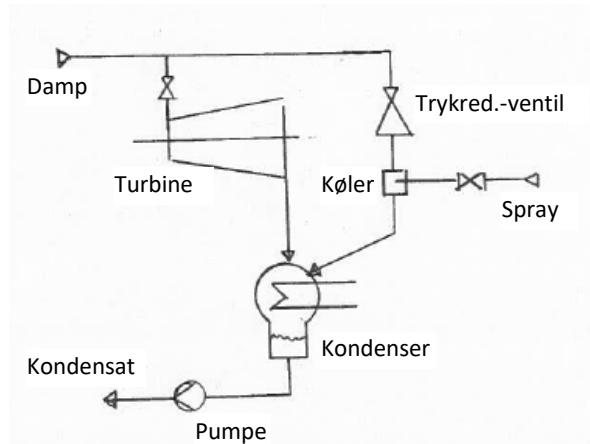
- Temperatur 540 °C
- Tryk 100 bara
- Flow 50 kg/s

Spray vand

- Tryk >2 bara
- Temperatur 100 °C

Damp til kondenser

- Tryk 2 bara
- Temperatur 180 °C

**Spørgsmål**

1. Verificér det givne procesdiagram
2. Påfør kendte data til procesdiagrammet
3. Skitsér procesforløbet for by-pass stationen (de to delprocesser) i et h-s diagram (evt. fra Appendiks D5)
4. Påfør manglende data til procesdiagrammet ved aflæsning fra h-s diagrammet (eller damp tabel)
5. Bestem spray vands mængden i [t/h] (Svar 48,2 t/h)
6. Angiv flow af kondensat ved hhv. almindelig turbinedrift og under by-pass drift til pumpen (Svar: 50 kg/s og 63,4 kg/s), og giv din mening om designværdi for flow, når pumpen skal købes (Svar: >63,4 kg/s).

(Stofværdier ( $c_p$ ) for sprayvand kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

**Opgave 5.10**

En kompressor i et køleanlæg skal komprimere 0,5 kg/s gasformig isobutan ( $C_4H_{10}$ , R600a) fra 1,307 bara og mættet tilstand til 6 bara. Kompressionen foregår polytropisk med polytropesponenten  $n=1,05$ . Bestem temperaturen i [K] efter kompressionen (Svar: 288,2 K). Bestem tillige det nødvendige tekniske arbejde i [kW] og varmeeffekten i [kW] udvekslet med omgivelserne (Svar: 30,33 kW og -18,81 kW).

(Stofværdier ( $c_v, \kappa$ ) kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

**Opgave 5.11 \***

Fjernvarmevand benyttes til at forvarme luft i en rørvarmeveksler. Varmeveksleren er arrangeret i modstrøm, og fjernvarmevandet strømmer indvendigt i rørene. 10 kg/s luft skal opvarmes fra 20 °C til 40 °C. Fjernvarmevandet forefindes ved 4 bara med en fremløbs- og returtemperatur på hhv. 75 °C og 40 °C. Det kan antages, at der ikke er varmetab fra varmeveksleren. Følgende supplerende data er givet:

- Indvendig diameter 34 mm
- Udvendig diameter 38 mm
- Varmeovergangstal, indvendig 2.000 W/m<sup>2</sup>K
- Varmeovergangstal, udvendig 60 W/m<sup>2</sup>K
- Rørmaterialer Kobber (Cu) -

Bestem den overførte effekt i [kW] i varmeveksleren (Svar 201,2 kW). Bestem den nødvendige massestrøm i [kg/s] af fjernvarmevand (Svar: 1,92 kg/s). Bestem den nødvendige rørlængde i [m] for forvarmeren (Svar: 897 m).  
(Stofværdier ( $c_p$ ,  $\lambda$ ) kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

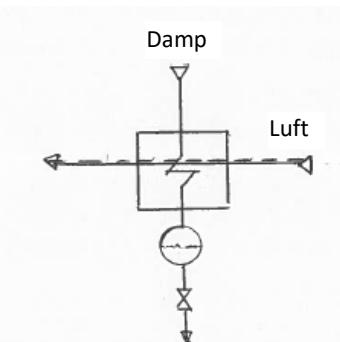
**Opgave 5.12**

En dampkedel på et affaldsforbrændingsanlæg er forsynet med en damp/luft-forvarmer (varmeveksler). Dampen skal forvarme forbrændingsluften og er arrangeret i modstrøm. De to medier blandes ikke, men udveksler kun energi.

Ved tilgangen er dampen mættet. Da dampventilen er fuldt åben, vil dampen kondensere ved et tryk svarende til tilgangstrykket. Det dannede kondensat, som forlader forvarmeren ved fordampningstemperaturen ved tilgangstrykket, tømmes løbende ud af varmeveksleren. Efter forvarmeren reguleres kondensatmængden via en reguleringsventil. Det skal således antages, at alt dannet kondensat fjernes kontinuerligt fra forvarmeren.

Følgende data er målt:

- Luft, indløbstemperatur 30 °C
- Luft, udløbstemperatur 145 °C
- Damp, indløbstemperatur mættet °C
- Damp, indløbstryk 6 baro
- Kondensat, udløbstemperatur mættet °C
- Kondensat, udløbstryk 6 baro



Luftflowet er bestemt i et venturirør og bestemt til 20.000 Nm<sup>3</sup>/h (N: volumen er angivet ved 1,013 bara og 0 °C). Det kan antages, at den specifikke varmekapacitet for luft er konstant.

Varmeveksleren er isoleret, men det skal antages, at kun 96 % af varmen fra dampen overføres til luften, og de resterende 4 % tabes til omgivelserne.

**Spørgsmål**

1. Skitsér et procesdiagram for processen (se ovenstående)
2. Påfør procesdiagrammet kendte data
3. Bestem den effekt i [kW] som optages af luften (Svar: 833,1 kW)
4. Bestem den effekt i [kW] som afgives af dampen (Svar: 867,8 kW)
5. Bestem dampmængden i [kg/h] (Svar: 1513 kg/h)
6. Skitsér en temperaturkarakteristik for forvarmeren og bestem  $\Delta T_m$  (Svar: 60,2 K)
7. Hvis varmetransmissionskoefficienten er 100 W/m<sup>2</sup>K, bestem det nødvendige areal i [m<sup>2</sup>] for forvarmeren (Svar: 139 m<sup>2</sup>)
8. Giv din mening om indflydelsen på de termodynamiske forhold, hvis luften er uren og gør forvarmeren beskidt.

(Stofværdier ( $c_p$ ) for luft kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

**Opgave 5.13**

En ståltank på  $3\text{ m}^3$  benyttes som buffer for tryksat luft til rådnetanke på et spildevandsanlæg. Buffertanken forsynes fra en trykluftkilde, hvor temperatur og tryk er hhv.  $80\text{ }^\circ\text{C}$  og 3 bara (tilstand (1)), og kan antages at være konstante. Den tryksatte luft til rådnetankene udtages fra buffertanken, og skal ligge i temperaturintervallet  $40 < T < 80\text{ }^\circ\text{C}$  for ikke at have en negativ indvirkning på bakterievækst i rådnetankene. Buffertanken har ikke været benyttes i et stykke tid, og tilstanden af den tryksatte luft i denne er 1,5 bara og  $20\text{ }^\circ\text{C}$  (tilstand A).

Buffertanken skal tilføres en vis mængde trykluft ved tilstanden (1) for at komme op på starttilstanden (tilstand (B)), som er min.  $40\text{ }^\circ\text{C}$ . Hvor stor en mængde af tryksat luft ved tilstand (1) skal tilsættes buffertanken for at opfylde dette kriterie, og hvad bliver trykket i buffertanken? (Svar: hhv. 0,605 kg og 1,78 bara)

(Luften skal antages som en idealgas, og stofværdier for luft skal antages afhængige af temperatur)

**Opgave 5.14**

En jernbanetankvogn til transport af ammoniak ( $\text{NH}_3$ ) har et nettovolumen på  $30\text{ m}^3$ . På en varm sommerdag med  $30\text{ }^\circ\text{C}$  i skyggen er tanken blevet tømt for flydende ammoniak igennem en bundventil på en sådan måde, at der i tanken kun står ammoniakdampe (gas) tilbage ved et tryk og temperatur på hhv. 11,67 bara og  $30\text{ }^\circ\text{C}$  (mættet tilstand).

Efter tömning stilles jernbanetankvognen på et sidespor, hvor den er eksponeret for solindstråling, hvorved tryk og temperatur stiger til  $80\text{ }^\circ\text{C}$ . En jernbanemedarbejder bliver nervøs ved det stigende tryk i tanken og lukker ammoniakdampe (gas) ud af tanken indtil trykket er nede på 7,5 bara. Hvad blev trykket i tanken efter solindstråling? (Svar: 14,3 bara) Hvor stor en masse ammoniakdampe (gas) skal der lukkes ud for at opnå et tryk på 7,5 bara i tanken, samt hvad bliver temperaturen på den resterende ammoniakdamp (gas) i tanken? (Svar: 99,7 kg og  $21,2\text{ }^\circ\text{C}$ )

(Ammoniakgassen skal antages som en realgas)

## 6.0 Ideelle og ikke-ideelle processer

For både lukkede og åbne systemer, som blev detaljeret behandlet i hhv. kapitel 4 og 5, hvor de indledende betragtninger til sondering mellem ideelle og ikke-ideelle procesforløb blev foretaget og afbilledet på Fig. 4.1.2 og 5.1.2. For både lukkede og åbne systemer blev dissipationsarbejdet ( $W_{diss}$ ) introduceret, og i hvert tilfælde blev det anskueliggjort, at dissipationsarbejdet afstedkom en sluttilstand for et procesforløb, som var forskelligt fra et ideelt og reversibelt procesforløb.

For lukkede systemer beskrev formel (4.1.8), at det samlede arbejde ( $W_g$ ) består af summen af volumenændringsarbejdet ( $W_v$ ) og dissipationsarbejdet ( $W_{diss}$ ), og gengives her:

$$W_g = W_v + W_{diss} = - \int_1^2 p \cdot dV + W_{diss} \quad (6.0.1)$$

For åbne systemer beskrev formel (5.1.9) og (5.1.10), at det indre arbejde ( $W_i$ ) er sammensat af det tekniske arbejde ( $W_t$ ) og dissipationsarbejdet ( $W_{diss}$ ), og gengives her:

$$W_i = W_t + W_{diss} = \int_1^2 V \cdot dp + W_{diss} \quad (6.0.2)$$

Både volumenændringsarbejdet ( $W_v$ ) og det tekniske arbejde ( $W_t$ ) beskriver det ideelle og reversible arbejde, som er nødvendigt for at opnå den ønskede funktion med det betragtede system. For reelle og irreversible systemer er der forhold, som gør sig gældende, som vil være udtrykt igennem et dissipationsarbejde ( $W_{diss}$ ). For effektproducerende maskiner som f.eks. motorer resultere dissipationsarbejdet i, at den producerede akseleffekt er relativt mindre end for en maskine uden dissipationsarbejde. Omvendt for en effektforbrugende maskine som f.eks. en kompressor resultere dissipationsarbejdet i, at den forbrugte akseleffekt er relativt større end for en maskine uden dissipationsarbejde.

Dissipationsarbejde ( $W_{diss}$ ) kan således kun være nul eller en positiv værdi – aldrig negativ!

Når der forekommer dissipative effekter ved en proces er det et udtryk for, at processen ikke er reversibel eller med andre ord er irreversibel. Dissipative effekter kan opdeles i:

- **Dissipationsprocesser** som f.eks. friktionsbehæftede strømninger, plastisk deformering af faste materialer, elektrisk genereret varmeeffekt og forbrændingsprocesser. F.eks. er varme afgivet fra en elektrisk modstand, som kendes fra en el-radiator, ren dissipativ effekt.
- **Udligningsprocesser** som eksempelvis tryk-, temperatur- eller koncentrationsudligning. F.eks. sker der trykudligning, når et medie under tryk ledes til en ekspansionsbeholder med lavere tryk.

"Den Store Danske" fra Gyldendal angiver følgende forklaring af ordet dissipation til:

*dissipation, (af lat. *dissipatio* 'adsplittelse, opløsning', af *dissipare* 'spredte'), i fysik omdannelse af energi fra en mere ordnet til en mindre ordnet tilstand, fx omdannelse af mekanisk eller elektrisk energi til varme ved irreversible processer. Dissipation forårsages af fx friktion, turbulens, diffusion, varmeleddning eller elektrisk modstand. Den dæmpende virkning af dissipation kan opnævnes ved stadig tilførsel af energi, som det sker i fx et pendulur eller en levende organisme.*

Kendetegn for den dissipative del af en irreversibel arbejdsproces er:

- Processen forløber af sig selv kun i en retning (tilført systemet),
- Der sker henfald af højværdige energiformer til lav-værdig energiform (varme),
- Processen lader sig kun reversere, hvis der sker indgreb fra omgivelserne, og med blivende ændringer i omgivelsernes energiniveau til følge.

## 6.1 Entropi

### 6.1.1 Definition af entropi og entropiændring

Formel (5.1.1) gælder principielt for både lukkede og åbne systemer, og ses bort fra kinetisk og potentiel energi i den strømmende fluid, kan formel (5.1.1) skrives som:

$$Q_{net} = [H_2 - H_1] - W_{net} \quad (6.1.1)$$

Substitueres det udvekslede arbejde ( $W_{net}$ ) med udtrykket for indre arbejde ( $W_i$ ) i formel (6.0.2) fås:

$$Q_{net} = [H_2 - H_1] - W_t - W_{diss} = [H_2 - H_1] - \int_1^2 V \cdot dp - W_{diss} \quad (6.1.2)$$

Flyttes dissipationsarbejdet ( $W_{diss}$ ) til den anden side fås:

$$Q_{net} + W_{diss} = [H_2 - H_1] - \int_1^2 V \cdot dp \quad (6.1.3)$$

Bringes formel (6.1.3) på differentiel form fås:

$$dQ_{net} + dW_{diss} = dH - V \cdot dp \quad (6.1.4)$$

Definitionen for entalpi angivet i formel (2.3.2.5) var  $H = U + p \cdot V$ . Bragt på differentiel form fås  $dH = dU + p \cdot dV + V \cdot dp$  eller omskrevet til  $dH - V \cdot dp = dU + p \cdot dV$ , som substitueres i formel (6.1.4), og der opnås:

$$dQ_{net} + dW_{diss} = dU + p \cdot dV \quad (6.1.5)$$

Venstresiden i formel (6.1.4) og (6.1.5) er den samme og beskriver summen af den med omgivelserne udvekslede varme plus varme opstået som følge af dissipative effekter i systemet. Hvis venstresiden divideret med den temperatur hvorved varmemængden overføres til/fra systemet integreret op under et procesforløb opstår en parameter, som viser sig at være en ny uafhængig termodynamisk parameter benævnt **entropi**. Entropi har enheden [ $J/K$ ] og kan udtrykkes ved følgende formel:

$$S = \int_0^T \frac{dQ_{net} + dW_{diss}}{T} + konstant \quad (6.1.6)$$

Kelvin-temperaturskalaen skal benyttes i formlen. Bestemmelse af den absolutte entropi er ikke ligefrem, og integrationskonstanten skal vælges således, at nulpunktet for entropiskalaen er ved 0 K jf. termodynamikkens 3. lov jf. formel (1.5.7). Problematikken mht. et nulpunkt kan også elimineres, når der bestemmes en entropidifferens.

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ_{net} + dW_{diss}}{T} \quad (6.1.7.a)$$

$$S_2 - S_1 = \frac{Q_{net} + W_{diss}}{T} \quad \text{ved konstant } T \quad (6.1.7.b)$$

$$S_2 - S_1 = \frac{Q_{net}}{T} \quad \text{ved konstant } T \text{ og reversible processer } (dW_{diss} = 0) \quad (6.1.7.c)$$

For simple reversible systemer kan formel (6.1.4) og (6.1.5) skrives som:

$$dS = \frac{dH - V \cdot dp}{T} \quad (6.1.8)$$

eller

$$dS = \frac{dU + p \cdot dV}{T} \quad (6.1.9)$$

Entropien henføres til massen af systemet, og kan derfor udtrykkes som specifik værdi ( $s$ ) med enheden [J/kgK]. Specifik entropi er ligeledes en uafhængig termodynamisk parameter, og entropien kan tabellægges for et stof. Der gælder således:

$$S = m \cdot s \quad (6.1.10)$$

Entropi kan bestemmes for væsker og gasser. I to-faseområdet gælder formel (3.2.1.3): ( $s = s' \cdot (1 - x) + s'' \cdot x$ ), som blev parkeret for nærmere forklaring tilbage i kapitel 3.2.

#### **Eksmpel 6.1.a**

For vand ( $H_2O$ ) i to-faseområdet ved  $90\text{ }^{\circ}\text{C}$  kan nedenstående værdier slås op i Appendiks D5. Hvordan finder formlerne (6.1.8) og (6.1.9) anvendelse ved et totalt faseskifte?

Mættet vand:

$$T_1 = 90\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$p_1 = 0,702 \text{ bara}$$

I Appendiks D5 bestemmes:

$$h_1 = h' = 377 \text{ kJ/kg}$$

$$v_1 = v' = 0,001036 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_1 = u' = 377 \text{ kJ/kg}$$

$$s_1 = s' = 1,193 \text{ kJ/kgK}$$

Mættet damp:

$$T_2 = T_1 = 90\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$p_2 = p_1 = 0,702 \text{ bara}$$

I Appendiks D5 bestemmes:

$$h_2 = h'' = 2660 \text{ kJ/kg}$$

$$v_2 = v'' = 2,359 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u_2 = u'' = 2494 \text{ kJ/kg}$$

$$s_2 = s'' = 7,478 \text{ kJ/kgK}$$

Entropidifferencen ved opslag i Appendiks D5 bestemmes til:

$$\int ds = s_2 - s_1 = 7,478 - 1,193 = 6,285 \text{ kJ/kgK}$$

Entropidifferencen ved brug af formel (6.1.8) på specifik form bestemmes, når  $dp=0$ , til:

$$\int ds = \int \frac{dh - v \cdot dp}{T} = \frac{\frac{(2660 - 377)\text{kJ}}{\text{kg}} - 0}{(273,15 + 90)\text{K}} = 6,286 \text{ kJ/kgK}$$

Entropidifferencen ved brug af formel (6.1.9) på specifik form bestemmes, idet  $dv = v'' - v'$  til:

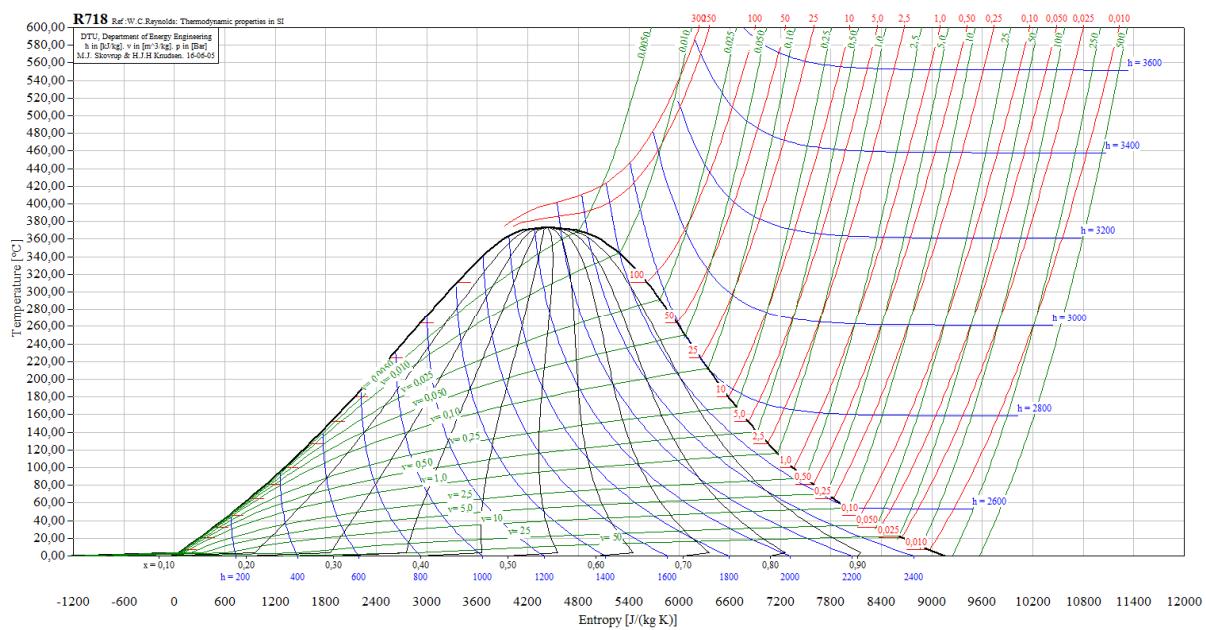
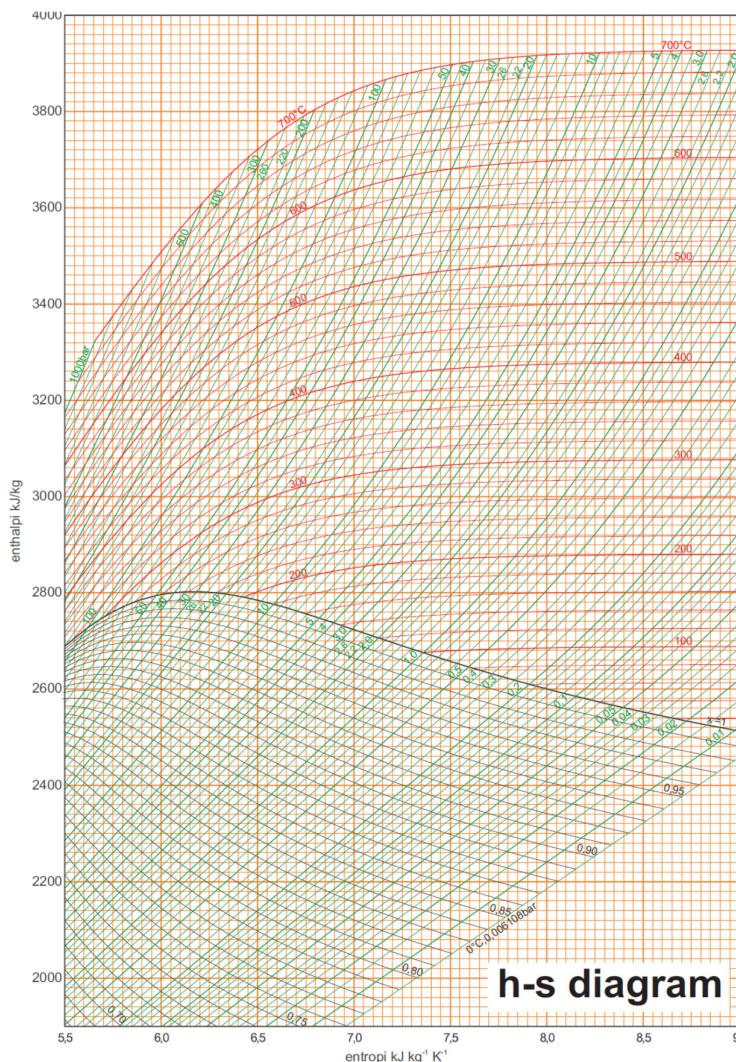
$$\int ds = \int \frac{du + p \cdot dv}{T} = \frac{\frac{(2494 - 377)\text{kJ}}{\text{kg}} + 0,702 \cdot 10^5 \cdot \text{Pa} \cdot (2,359 - 0,001036)\text{m}^3/\text{kg} \cdot 10^{-3}\text{kJ/J}}{(273,15 + 90)\text{K}} = 6,285 \text{ kJ/kgK}$$

Det ses, at de tre procedurer giver samme resultat.

#### **6.1.2 T-s diagram og h-s diagram**

Med indførelsen af entropi som uafhængig termodynamisk parameter opnås mulighed for at udvide antallet af tilstandsdiagrammer, og et T-s eller et h-s diagram har vist sig at være hensigtsmæssige i mange tekniske sammenhænge. Et T-s og et h-s diagram for vand ( $H_2O$ ) er vist i hhv. Fig. 6.1.2.1 og 6.1.2.2.

I de fleste tekniske boghandlere kan købes et mere detaljeret T-s eller h-s diagram, som er trykt på millimeterpapir i A-2/A-3 størrelse.

**Fig. 6.1.2.1** T-s diagram for vand ( $\text{H}_2\text{O}$ )**Fig. 6.1.2.2** h-s diagram for vand ( $\text{H}_2\text{O}$ )

## 6.2 Isentropiske processer

### 6.2.1 Isentropisk proces

En **isentropisk proces** er en proces, hvor der ikke sker nogen ændring i entropien dvs.  $ds = 0$ . En isentropisk proces skal være både:

- reversibel
- og
- adiabatisk

For både lukkede og åbne systemer indeholdende en gas, som betragtes som en idealgas, blev det fastslået i hhv. kapitel 4 og 5, at alle tilstandsændringer, herunder en isokoriske, isobariske og isotermiske tilstandsændring, alle var specialtilfælde af en polytropisk tilstandsændring.

Tilstandsændring	Karakteristika	(n)	Volumenændringsarbejde $W_v$	Varmeudveksling $Q$
Isobarisk	$\Delta p=0$	0	$W_{v,isob} = p \cdot (V_1 - V_2)$ $W_{v,isob} = m \cdot R_i \cdot (T_1 - T_2)$	$Q_{isob} = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$
Isotermisk	$\Delta T=0$	1	$W_{v,isot} = m \cdot R_i \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$ $W_{v,isot} = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$	$Q_{isot} = -W_{v,isot}$
Isentropisk	$p \cdot V^n = C$	$\kappa$	$W_{v,isen} = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{\kappa - 1}$ $W_{v,isen} = \frac{m \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)}{\kappa - 1}$ $W_{v,isen} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$	$Q_{isen} = 0$
Polytropisk	$p \cdot V^n = C$	n	$W_{v,pol} = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{n - 1}$ $W_{v,pol} = \frac{m \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1}$ $W_{v,pol} = \frac{m \cdot c_v \cdot (\kappa - 1) \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1}$	$Q_{pol} = \frac{m \cdot c_v \cdot (n - \kappa) \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1}$
Isokorisk	$\Delta V=0$	$\infty$	$W_{v,isok} = 0$	$Q_{isok} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$

Fig. 6.1.3.1 Formler for karakteristiske procesforløb for lukkede systemer

Tilstandsændring	Karakteristika	(n)	Teknisk arbejde $W_t$	Varmeudveksling $Q$
Isobarisk	$\Delta p=0$	0	$W_{t,isob} = 0$	$Q_{isob} = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$
Isotermisk	$\Delta T=0$	1	$W_{t,isot} = m \cdot R_i \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$	$Q_{isot} = -W_{t,isot}$
Isentropisk	$p \cdot V^n = C$	$\kappa$	$W_{t,isen} = \kappa \cdot \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{\kappa - 1}$ $W_{t,isen} = \kappa \cdot \frac{m \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)}{\kappa - 1}$ $W_{t,isen} = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$	$Q_{isen} = 0$
Polytropisk	$p \cdot V^n = C$	n	$W_{t,pol} = n \cdot \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{n - 1}$ $W_{t,pol} = n \cdot \frac{m \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1}$ $W_{t,pol} = n \cdot \frac{m \cdot c_v \cdot (\kappa - 1) \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1}$	$Q_{pol} = \frac{m \cdot c_v \cdot (n - \kappa) \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1}$
Isokorisk	$\Delta V=0$	$\infty$	$W_{t,isok} = m \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)$	$Q_{isok} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$

Fig. 6.1.3.2 Formler for karakteristiske procesforløb for åbne systemer

Hvis en isobar, isoterm, isokorisk eller polytropisk proces er irreversibel men stadig adiabatisk, så vil varmeudvekslingen ( $Q$ ) i Fig. 6.1.3.2 være lig med dissipationsarbejdet. For disse processer vil følgende gælde (polytropisk proces som eksempel):  $W_i = W_{t,pol} + W_{diss} = W_{t,pol} + Q_{pol}$

En polytropisk tilstandsændring var givet ved formel (4.2.4.1), som gengives her:

$$p \cdot V^n = konstant = C \quad (6.2.1.1)$$

En isentropisk tilstandsændring er ligeledes et specialtilfælde af en polytropisk tilstandsændring, hvor polytropesponenten ( $n$ ) er lig isentropesponenten ( $\kappa$ ), som blev defineret i formel (3.5.23) og er gengivet her:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{R_i}{c_v} \quad (6.2.1.2)$$

Hvis processen skal være adiabatisk må den udvekslede energimængde ( $Q_{isen}$ ) med omgivelserne være lig 0. Fig. 4.3.1 og 5.3.1 for gasser er gengivet i Fig. 6.1.3.1 og 6.1.3.2, men med tilføjet specialtilfælde for den isentropiske proces.

Et isentropisk procesforløb eller tilstandsændring vil være en vertikal/lodret streg i et T-s eller h-s diagram.

### 6.2.2 Isentropisk tilstandsændring for idealgasser

I kapitel 5.2.4 blev 3 ligninger jf. formlerne (5.2.4.10) til (5.2.4.12) for en polytropisk proces for en idealgas udledt, som både gælder for et lukket og et åbent system. For en isentropisk proces udsiftes polytropesponenten ( $n$ ) med isentropesponenten ( $\kappa$ ), får formlerne følgende udseende:

$$\boxed{\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \quad (6.2.2.1)$$

$$\boxed{\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa}} \quad (6.2.2.2)$$

$$\boxed{\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1}} \quad (6.2.2.3)$$

Det erindres, at formlerne blev udledt under den forudsætning af, at gassen er en idealgas, som følger idealgasligningen. Tilstandsændringen fordrer, at der ikke er varmeudveksling med omgivelserne dvs. adiabatisk, og tilstandsændringen kan ligeledes reverseres dvs. er reversibel.

### 6.2.3 Entropiændring for processer

I dette kapitel anvises formelapparat for bestemmelse af entropiændring for udvalgte processer, herunder karakteriseret ved:

- Isobarisk tilstandsændring
- Isotermisk tilstandsændring
- Isokorisk tilstandsændring
- Polytropisk tilstandsændring

I kapitel 6.2.3.5 vil der være en opsamling for formler til bestemmelse af entropiændring for disse processer under forudsætning, at mediet er en idealgas.

### 6.2.3.1 Entropiændring for isobar proces

Ved en isobar proces sker ingen ændring af trykket ( $dp = 0$ ), hvorfor formel (6.1.8) kan reduceres til:

$$dS = \frac{dH - V \cdot dp}{T} = \frac{dH}{T} \quad (6.2.3.1.1)$$

Indsættes formel (3.5.6), som gælder for både reale stoffer og idealgasser, fås:

$$dS = \frac{dH}{T} = \frac{m \cdot c_{p,m} \cdot dT}{T} \quad (6.2.3.1.2)$$

Ved integration fås fl. ligning i enheden [J/K]:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 dS = \int_1^2 \frac{m \cdot c_{p,m} \cdot dT}{T} = m \cdot c_{p,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \quad (6.2.3.1.3)$$

Skiftes til vægtspecifikke størrelser fås en ligning i enheden [J/kgK]:

$$s_2 - s_1 = c_{p,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \quad (6.2.3.1.4)$$

Formel (6.2.3.1.4) gælder for alle stoffer. Den specifikke varmekapacitet ved konstant tryk bestemmes eksempelvis jf. formel (3.5.10).

#### **Eksempel 6.2.3.1.a (Eksempel 4.2.2.a fortsat)**

Bestem specifik entropiændring for processen i eksempel 4.2.2.a. For den isobariske proces med tør atmosfærisk luft regnet som en idealgas blev bestemt:

$p_1 = 5 \text{ bara}$	$p_2 = 5 \text{ bara}$
$T_1 = 200 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_2 = 673 \text{ }^\circ\text{C}$
$V_1 = 10 \text{ liter}$	$V_2 = 20 \text{ liter}$

Specifik entropien i punkterne slæt op i EES giver:

$$s_1 = 5,704 \text{ kJ/kgK} \quad s_2 = 6,446 \text{ kJ/kgK}$$

Specifik entropiændringen for processen bliver da:

$$s_2 - s_1 = (6,446 - 5,704) \text{ kJ/kgK} = \underline{\underline{0,742 \text{ kJ/kgK}}}$$

Specifik entropiændringen for processen ved brug af formel (6.2.3.1.4) bliver:

$$s_2 - s_1 = c_{p,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 1,077 \text{ kJ/kgK} \cdot \ln\left(\frac{(273 + 200)K}{(273 + 673)K}\right) = \underline{\underline{0,746 \text{ kJ/kgK}}}$$

Hvor middelvarmekapaciteten er bestemt efter formel (3.5.10) og opslag i EES:

$$c_{p,m} = \frac{1}{2} \cdot (c_p(p_2, T_2) + c_p(p_1, T_1)) = \frac{1}{2} \cdot (1,130 + 1,024) = 1,077 \text{ kJ/kgK}$$

Der nås samme resultat! (med rimelig nøjagtighed)

**Eksempel 6.2.3.1.b**

Bestem specifik entropiændring ved opvarmning af 1 kg vand i et åbent kar dvs. at procesforløbet er isobarisk og 1 atm. under hele forsøget:

$$p_1 = 1,013 \text{ bara}$$

$$T_1 = 10^\circ\text{C}$$

$$m_1 = 1 \text{ kg}$$

$$p_2 = 1,013 \text{ bara}$$

$$T_2 = 50^\circ\text{C}$$

$$m_2 = m_1$$

Specifik entropien i punkterne slæt op i EES giver:

$$s_1 = 0,151 \text{ kJ/kgK}$$

$$s_2 = 0,705 \text{ kJ/kgK}$$

Specifik entropiændringen for processen bliver da:

$$s_2 - s_1 = (0,704 - 0,151) \text{ kJ/kgK} = \underline{\underline{0,553 \text{ kJ/kgK}}}$$

Specifik entropiændringen for processen ved brug af formel (6.2.3.1.4) bliver:

$$s_2 - s_1 = c_{p,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 4,188 \text{ kJ/kgK} \cdot \ln\left(\frac{(273 + 50)K}{(273 + 10)K}\right) = \underline{\underline{0,554 \text{ kJ/kgK}}}$$

Hvor middelvarmekapaciteten er bestemt efter formel (3.5.10) og opslag i EES:

$$c_{p,m} = \frac{1}{2} \cdot (c_p(p_2, T_2) + c_p(p_1, T_1)) = \frac{1}{2} \cdot (4,181 + 4,195) = 4,188 \text{ kJ/kgK}$$

Der nås samme resultat! (med rimelig nøjagtighed)

**6.2.3.2 Entropiændring for isotermisk proces**

Ved en isoterm proces sker ingen ændring af temperaturen ( $dT = 0$ ), hvorfor formel (6.1.8), idet entalpiforskellen er proportional med temperaturforskellen jf. formel (3.5.4), kan reduceres til:

$$dS = \frac{dH - V \cdot dp}{T} = - \frac{V \cdot dp}{T} \quad (6.2.3.2.1)$$

Denne formel lader sig ikke umiddelbart integrere for reale stoffer, men indsættes formel (3.4.1.6), som kun gælder for idealgasser, fås:

$$dS = \frac{V \cdot dp}{T} = -m \cdot R_i \cdot \frac{dp}{p} \quad (6.2.3.2.2)$$

Ved integration fås fl. ligning i enheden [J/K]:

$$\boxed{S_2 - S_1 = \int_1^2 dS = \int_1^2 -m \cdot R_i \cdot \frac{dp}{p} = m \cdot R_i \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)} \quad (6.2.3.2.3)$$

Skiftes til vægtspecifikke størrelser fås en ligning i enheden [J/kgK]:

$$\boxed{s_2 - s_1 = R_i \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)} \quad (6.2.3.2.4)$$

Formel (6.2.3.2.4) gælder for idealgasser.

**Eksempel 6.2.3.2.a (Eksempel 4.2.3.a fortsat)**

Bestem entropiændringen for processen i eksempel 4.2.3.a. For den isotermiske proces med tør atmosfærisk luft regnet som en idealgas blev bestemt:

$$\begin{array}{ll} p_1 = 1,013 \text{ bara} & p_2 = 8,1 \text{ bara} \\ T_1 = 20^\circ\text{C} & T_2 = 20^\circ\text{C} \\ V_1 = 2 \text{ liter} & V_2 = 0,25 \text{ liter} \end{array}$$

Gaskonstanten ( $R_i$ ) slås op til Appendiks D2 til  $287,2 \text{ J/kgK}$ . Specifik entropi i punkterne slået op i EES giver:

$$s_1 = 5,679 \text{ kJ/kgK} \quad s_2 = 5,082 \text{ kJ/kgK}$$

Specifik entropiændring for processen bliver da:

$$s_2 - s_1 = (5,082 - 5,679) \text{ kJ/kgK} = \underline{\underline{-0,597 \text{ kJ/kgK}}}$$

Specifik entropiændring for processen ved brug af formel (6.2.3.2.4) bliver:

$$s_2 - s_1 = R_i \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = 0,2872 \text{ kJ/kgK} \cdot \ln\left(\frac{1,013 \text{ bara}}{8,1 \text{ bara}}\right) = \underline{\underline{-0,597 \text{ kJ/kgK}}} \quad \text{Der nås samme resultat!}$$

**6.2.3.3 Entropiændring for isokorisk proces**

Ved en isokor proces sker ingen ændring af voluminet ( $dV = 0$ ), hvorfor formel (6.1.9) kan reduceres til:

$$dS = \frac{dU + p \cdot dV}{T} = \frac{dU}{T} \quad (6.2.3.3.1)$$

Indsættes formel (3.5.5), som gælder for både reale stoffer og idealgasser, fås:

$$dS = \frac{dU}{T} = \frac{m \cdot c_{v,m} \cdot dT}{T} \quad (6.2.3.3.2)$$

Ved integration fås fl. ligning i enheden [J/K]:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 dS = \int_1^2 \frac{m \cdot c_{v,m} \cdot dT}{T} = m \cdot c_{v,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \quad (6.2.3.3.3)$$

Skiftes til vægtspecifikke størrelser fås en ligning i enheden [J/kgK]:

$$s_2 - s_1 = c_{v,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \quad (6.2.3.3.4)$$

Formel (6.2.3.3.4) gælder for alle stoffer. Den specifikke varmekapacitet ved konstant volumen bestemmes eksempelvis jf. formel (3.5.9).

**Eksempel 6.2.3.3.a (Eksempel 4.2.1.a fortsat)**

Bestem specifik entropiændring for processen i eksempel 4.2.1.a. For den isokoriske proces med isobutan ( $C_6H_{10}$  eller R600a), som i opgaven blev anset for en idealgas, blev bestemt:

$$\begin{array}{ll} p_1 = 3,52 \text{ bara} & p_2 = 3,74 \text{ bara} \\ T_1 = 40^\circ\text{C} & T_2 = 60^\circ\text{C} \\ V_1 = 10 \text{ liter} & V_2 = V_1 \end{array}$$

Specifik entropi i punkterne lået op i EES, hvor isobutan nu betragtes som en realgas, idet EES ikke har data for gassen som en idealgas, giver:

$$s_1 = 2,400 \text{ kJ/kgK} \quad s_2 = 2,506 \text{ kJ/kgK}$$

Specifik entropiændring for processen bliver da:

$$s_2 - s_1 = (2,506 - 2,400) \text{ kJ/kgK} = \underline{\underline{0,106 \text{ kJ/kgK}}}$$

Specifik entropiændring for processen ved brug af formel (6.2.3.3.4) bliver:

$$s_2 - s_1 = c_{v,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 1,829 \text{ kJ/kgK} \cdot \ln\left(\frac{(273 + 60)K}{(273 + 40)K}\right) = \underline{\underline{0,114 \text{ kJ/kgK}}}$$

Hvor middelvarmekapaciteten er bestemt efter formel (3.5.9) og opslag i EES [formel (3.5.23) bruges, da EES ikke giver  $c_v$  direkte]:

$$c_{v,m} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{c_p(p_2, T_2)}{\kappa(p_2, T_2)} + \frac{c_p(p_1, T_1)}{\kappa(p_1, T_1)} \right] = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1,914}{1,030} + \frac{1,845}{1,027} \right) = 1,829 \text{ kJ/kgK}$$

Der nås næsten samme resultat, og afvigelsen skyldes formentlig, at slutttrykket blev bestemt ud fra den forudsætning, at gassen er en idealgas, hvad der er en grov tilnærmelse, når der er tale om isobutan.

Hvad ville trykket i tanken blive, hvis antagelsen om at betragte gassen som en idealgas slippes?

Formel (6.2.3.3.4) benyttes, og  $p_2$  holdes ubekendt:

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= c_{v,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \\ \downarrow \\ s_2(p_2, 60^\circ\text{C}) - 2,400 &= \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{c_p(p_2, 60^\circ\text{C})}{\kappa(p_2, 60^\circ\text{C})} + \frac{1,845}{1,027} \right] \cdot \ln\left(\frac{(273 + 60)K}{(273 + 40)K}\right) \end{aligned}$$

Dette giver en ligning med en ubekendt, men EES behøves for ikke at bruge for meget tid. I EES skrives:

```
entropy(R600a;T=60;P=P2)-2,400=
0,5*(specheat(R600a;T=60;P=p2)/isentropicexponent(R600a;T=60;P=p2)+1,800)*ln((273+60)/(273+40))
```

$p_2$  bestemmes til 3,58 bara i stedet for 3,74 bara.

#### 6.2.3.4 Entropiændring for polytropisk proces

Ved en polytropisk proces er ingen tilstandsparameter konstant, hvorfor formlerne (6.1.8) og (6.1.9) gælder:

$$dS = \frac{dH - V \cdot dp}{T} \quad (6.2.3.4.1)$$

$$dS = \frac{dU + p \cdot dV}{T} \quad (6.2.3.4.2)$$

Indsættes formlerne (3.5.5) og (3.5.6), fås:

$$dS = \frac{dH - V \cdot dp}{T} = \frac{dH}{T} - \frac{V \cdot dp}{T} = \frac{m \cdot c_{p,m} \cdot dT}{T} - \frac{V \cdot dp}{T} \quad (6.2.3.4.3)$$

$$dS = \frac{dU + p \cdot dV}{T} = \frac{dU}{T} + \frac{p \cdot dV}{T} = \frac{m \cdot c_{v,m} \cdot dT}{T} + \frac{p \cdot dV}{T} \quad (6.2.3.4.4)$$

Disse formler lader sig ikke umiddelbart integrere for reale stoffer, men indsættes formel (3.4.1.6), som kun gælder for idealgasser, fås:

$$dS = \frac{m \cdot c_{p,m} \cdot dT}{T} - \frac{V \cdot dp}{T} = \frac{m \cdot c_{p,m} \cdot dT}{T} - \frac{m \cdot R_i \cdot dp}{p} = m \cdot c_{p,m} \cdot \frac{dT}{T} - m \cdot R_i \cdot \frac{dp}{p} \quad (6.2.3.4.5)$$

$$dS = \frac{m \cdot c_{v,m} \cdot dT}{T} + \frac{p \cdot dV}{T} = \frac{m \cdot c_{v,m} \cdot dT}{T} + \frac{m \cdot R_i \cdot dV}{V} = m \cdot c_{v,m} \cdot \frac{dT}{T} + m \cdot R_i \cdot \frac{dV}{V} \quad (6.2.3.4.6)$$

Ved integration fås fl. ligninger i enheden [J/K]:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 dS = \int_1^2 m \cdot c_{p,m} \cdot \frac{dT}{T} - \int_1^2 m \cdot R_i \cdot \frac{dp}{p} = m \cdot \left[ c_{p,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R_i \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \right] \quad (6.2.3.4.7)$$

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 dS = \int_1^2 m \cdot c_{v,m} \cdot \frac{dT}{T} + \int_1^2 m \cdot R_i \cdot \frac{dV}{V} = m \cdot \left[ c_{v,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R_i \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \right] \quad (6.2.3.4.8)$$

Skiftes til vægtspecifikke størrelser fås ligninger i enheden [J/kgK]:

$$s_2 - s_1 = c_{p,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R_i \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \quad (6.2.3.4.9)$$

$$s_2 - s_1 = c_{v,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R_i \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad (6.2.3.4.10)$$

Formlerne (6.2.3.4.9) og (6.2.3.4.10) gælder for idealgasser. Den specifikke varmekapacitet bestemmes eksempelvis jf. formlerne (3.5.9) og (3.5.10).

**Eksempel 6.2.3.4.a (Eksempel 4.2.4.a fortsat)**

Bestem entropiændringen for processen i eksempel 4.2.1.a. For den polytropiske proces, hvor den tørre atmosfæriske luft blev betragtet som en idealgas, blev bestemt:

$$\begin{array}{ll} p_1 = 1,013 \text{ bara} & p_2 = 15,1 \text{ bara} \\ T_1 = 20^\circ\text{C} & T_2 = 275,5^\circ\text{C} \\ V_1 = 2 \text{ liter} & V_2 = 0,25 \text{ liter} \end{array}$$

Specifik entropi i punkterne slået op i EES, hvor den tørre luft betragtes som en idealgas, giver:

$$s_1 = 5,679 \text{ kJ/kgK} \quad s_2 = 5,540 \text{ kJ/kgK}$$

Specifik entropiændring for processen bliver da:

$$s_2 - s_1 = (5,540 - 5,679) \text{ kJ/kgK} = \underline{\underline{-0,139 \text{ kJ/kgK}}}$$

Specifik entropiændring for processen ved brug af formel (6.2.3.4.9) bliver:

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= c_{p,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R_i \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \\ s_2 - s_1 &= 1,0215 \text{ kJ/kgK} \cdot \ln\left(\frac{(273 + 275,5)\text{K}}{(273 + 20)\text{K}}\right) + 0,2872 \text{ kJ/kgK} \cdot \ln\left(\frac{1,013 \text{ bara}}{15,1 \text{ bara}}\right) = \underline{\underline{-0,136 \text{ kJ/kgK}}} \end{aligned}$$

Gaskonstanten ( $R_i$ ) slås op til Appendiks D2 til 287,2 J/kgK. Middelvarmekapaciteten er bestemt efter formel (3.5.10) og opslag i EES:

$$c_{p,m} = \frac{1}{2} \cdot [c_p(p_2, T_2) + c_p(p_1, T_1)] = \frac{1}{2} \cdot (1,039 + 1,004) = 1,0215 \text{ kJ/kgK}$$

Der nås samme resultat! (med rimelig nøjagtighed)

**6.2.3.5 Opsummering for idealgasser**

I Fig. 6.2.3.5.1 er givet et oversigt over formler til bestemmelse af entropiændring for udvalgte processer. Formlerne er gældende for idealgasser.

Tilstandsændring	Karakteristika	(n)	Entropiændring i [J/K]	Specifik entropiændring i [J/kgK]
Isobarisk	$\Delta p=0$	0	$S_2 - S_1 = m \cdot c_{p,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$	$s_2 - s_1 = c_{p,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$
Isotermisk	$\Delta T=0$	1	$S_2 - S_1 = m \cdot R_i \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$	$s_2 - s_1 = R_i \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$
Polytropisk	$p \cdot V^n = C$	n	$S_2 - S_1 = m \cdot \left[ c_{p,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R_i \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \right]$ $S_2 - S_1 = m \cdot \left[ c_{v,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R_i \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \right]$	$s_2 - s_1 = c_{p,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R_i \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$ $s_2 - s_1 = c_{v,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R_i \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$
Isokorisk	$\Delta V=0$	$\infty$	$S_2 - S_1 = m \cdot c_{v,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$	$s_2 - s_1 = c_{v,m} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$

Fig. 6.2.3.5.1 Formler for bestemmelse af entropiændring for udvalgte procesforløb med idealgasser

### 6.3 Entropiændring for kredsprocesser

En kredsproces er kendetegnet ved, at sluttilstanden er lig starttilstanden, hvilket muliggør en kontinuert virkende maskine.

Formel (6.1.7.b) kan omskrives til:

$$T \cdot dS = dQ_{net} + dW_{diss} \quad (6.3.3)$$

eller integreret op:

$$\int_1^2 T \cdot dS = Q_{net} + W_{diss} \quad (6.3.4)$$

Leddet på venstre side repræsenterer arealet under procesvejen i et T-S diagram. Dette areal er således lig med den ved processen udvekslede varmemængde og dissipationsarbejdet. For en kredsproces gælder, at der ikke sker en ændring af den indre energi, hvorfor energiligning i formel (2.1.5) foreskriver, at den med omgivelserne udvekslede numeriske nettovarmemængde for et system er lig med det med omgivelserne udvekslede numeriske nettoarbejde. Heraf kan vi slutte:

- At nettoarealet for en kredsproces i et T-S diagram er lig med det for kredsprocessen udvekslede nettoarbejde. (6.3.5)

#### 6.3.1 Carnot kredsproces

I kapitel 1.5 under formel (1.5.5) blev termodynamikkens 2. lov (Kelvin-Plancks version) præsenteret, som gengives her:

**Det er ikke muligt for et anlæg, som udfører en kredsproces, at modtage varme fra et enkelt reservoir og producere en tilsvarende mængde arbejde.** (1.5.5)

Loven blev anskueliggjort i Fig. 1.5.2.a som er gengivet i Fig. 6.3.1.1.a. Når nu loven siger, hvad der ikke kan lade sig gøre, bør man jo også påpege, hvad der kan lade sig gøre.

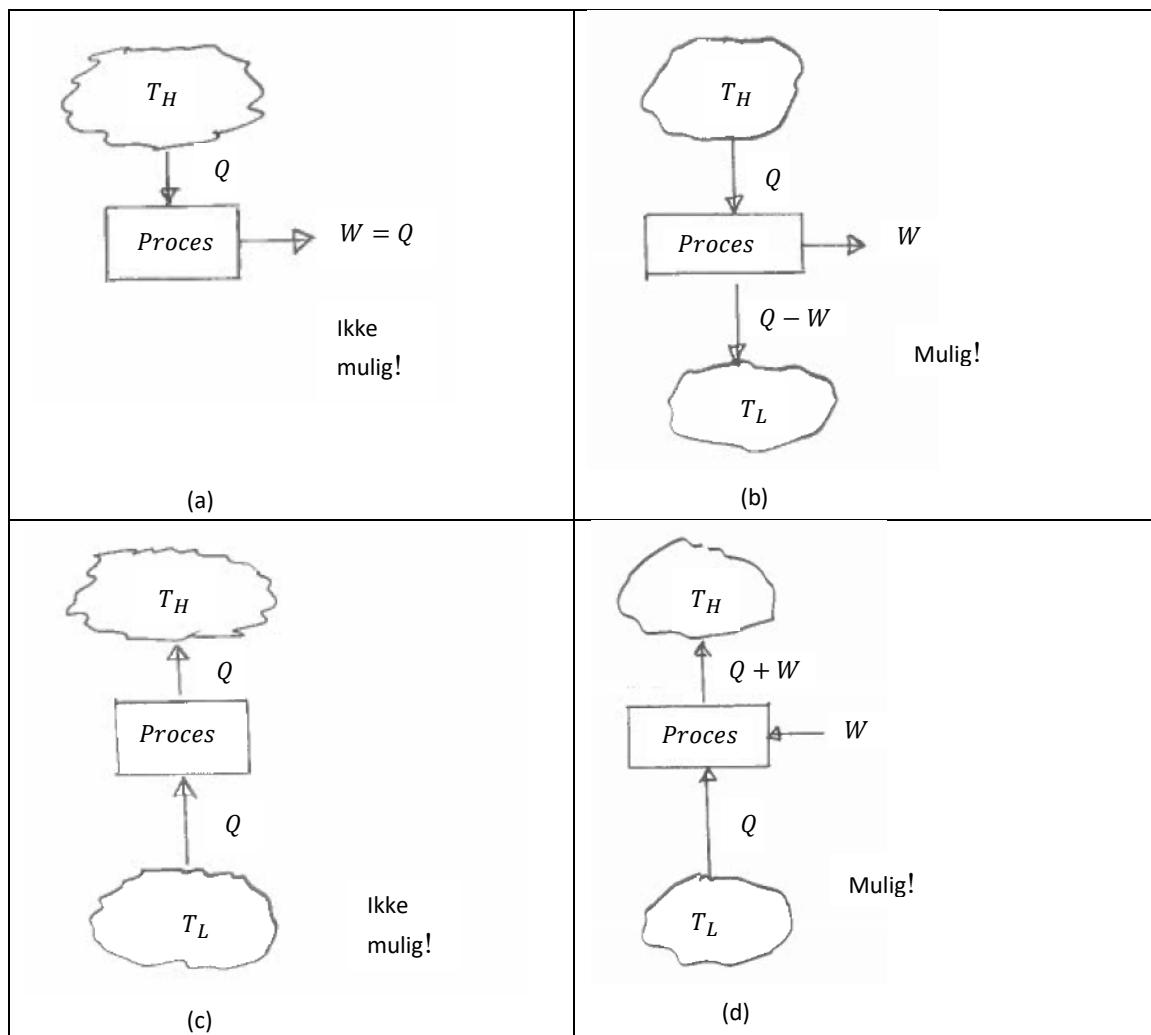
Carnot påpegede, at man kun kan opnå en vis mængde arbejde ( $W$ ) ud fra en mængde varme ( $Q$ ) fra et højtemperaturreservoir. Resten af energien ( $Q-W$ ) må afgives til et andet reservoir ved en lavere temperatur, som vist på Fig. 6.3.1.1.b.

I kapitel 1.5 under formel (1.5.6) blev en alternativ formulering af termodynamikkens 2. lov (Clausius version) præsenteret, som gengives her:

**Det er ikke muligt at konstruere et anlæg, som udfører en kredsproces og udfører ingen anden opgave end at overføre varme fra et lavtemperatur reservoir til et højtemperatur reservoir.** (1.5.6)

Loven blev anskueliggjort i Fig. 1.5.2.b som er gengivet i Fig. 6.3.1.1.c. Igen, når nu loven siger, hvad der ikke kan lade sig gøre, bør man jo også påpege, hvad der kan lade sig gøre.

Carnot påpegede, at der skal tilføres en vis mængde arbejde ( $W$ ), hvis man skal flytte en varmemængde ( $Q$ ) fra et lavtemperaturreservoir til et højtemperaturreservoir. Højtemperaturreservoiret får derfor tilført en energimængde på  $(Q+W)$ , som vist på Fig. 6.3.1.1.d.



**Fig. 6.3.1.1** Grafiske fremstillinger af: (a) Kelvin-Plancks version af 2. lov, (b) Carnot's varmemaskine, (c) Clausius version af 2. lov, (d) Carnot's kølemaskine

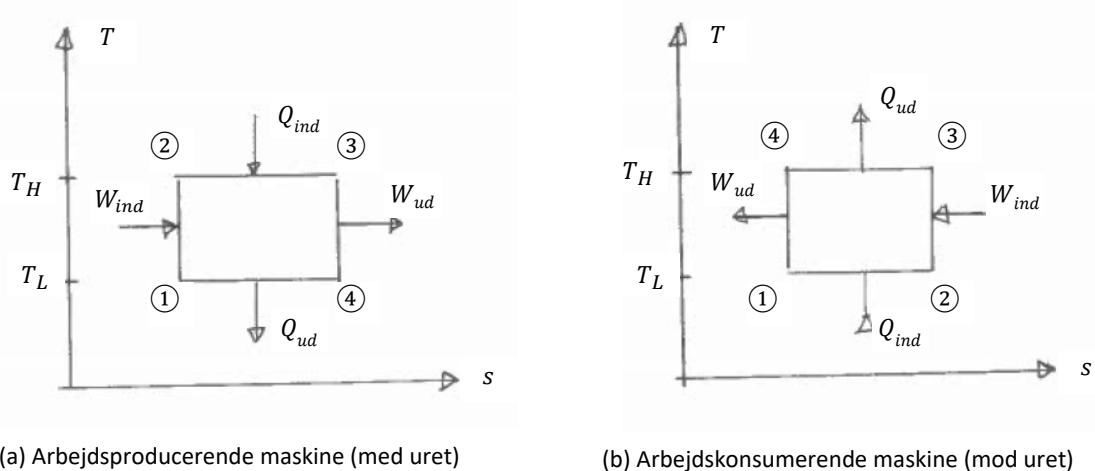
Carnot foreslog to kredsprocesser, som er grafisk vist på Fig. 6.3.1.2:

En **arbejdsproducerende maskine** som bruger varme ( $Q_{ind}$ ) fra højtemperaturreservoaret og leverer restvarme ( $Q_{ud}$ ) til lavtemperaturreservoiret (med uret som vist i Fig. 6.3.1.2.a):

- Tilstand 1-2: Isentropisk kompression
- Tilstand 2-3: Isotermisk varmetilførsel
- Tilstand 3-4: Isentropisk ekspansion
- Tilstand 4-1: Isotermisk varmeafgivelse

En **arbejdskonsumerende maskine** som optager varme ( $Q_{ind}$ ) fra lavtemperaturreservoaret og afgiver varme ( $Q_{ud}$ ) til højtemperaturreservoiret (med uret som vist i Fig. 6.3.1.2.b)

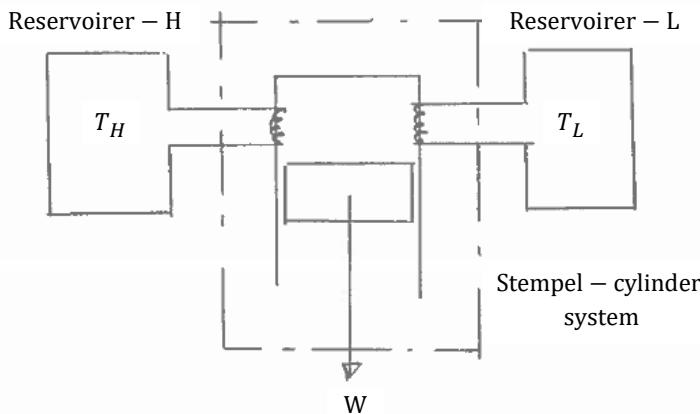
- Tilstand 1-2: Isotermisk varmetilførsel
- Tilstand 2-3: Isentropisk kompression
- Tilstand 3-4: Isotermisk varmeafgivelse
- Tilstand 4-1: Isentropisk ekspansion

**Fig. 6.3.1.2** Carnots maskiner afbilledet i T-s-diagram.

Et simpelt tilfælde af Carnots maskine er afbilledet på Fig. 6.3.1.3. "Reservoirer H" og "Reservoirer L" er hhv. høj- og lavtemperaturreservoirerne. Reservoirerne antages at være så store, at temperaturen i disse kan antages at være konstant uanset varmetilførsel eller varmeafgang.

Når det ønskes, kan der udveksles varme mellem højtemperaturreservoaret og mediet i cylinderen. Ligeledes kan der, når det ønskes, udveksles varme mellem mediet i cylinderen og lavtemperaturreservoaret. Forbindelsen mellem system og et reservoir er naturligvis ikke adiabatisk. Arbejde kan udveksles mellem system og omgivelserne igennem stempelstangen.

Retningen på varmestrømmen mellem et reservoirer og mediet i cylinderen samt retningen på arbejdet udvekslet med omgivelserne er bestemt af om det er en arbejdsproducerende maskine eller en arbejdskonsumerende maskine.

**Fig. 6.3.1.3** Eksempel på en Carnot maskine

### 6.3.2 Carnots arbejdsproducerende maskine

Kredsproces for Carnots arbejdsproducerende maskine er grafisk afbilledet på Fig. 6.3.1.2.a, og en varmebalance for kredsprocessen jf. formel (2.2.2) kan opstilles:

$$[\sum_{i=0}^n Q_{ind} - \sum_{i=0}^n Q_{ud}] + [\sum_{i=0}^n W_{ind} - \sum_{i=0}^n W_{ud}] = \Delta U = 0 \quad (6.3.2.1)$$

I formel (6.3.2.1) er regnet med numeriske værdier dvs. alle værdier er positive tal. Fortegnet i ligningen angiver retningen. Indsættes indekser fra Fig. 6.3.1.2.a kan denne ligning skrives på følgende måde:

$$|Q_{23}| - |Q_{41}| = |W_{34}| - |W_{12}| \quad (6.3.2.2)$$

Den **termiske virkningsgrad** for en kredsproces defineres som forholdet mellem ønsket output af energi i forhold til nødvendigt/investeret input af energi, og kan for Carnots arbejdsproducerende maskine defineres til:

$$\eta_{th,C} = \frac{|\text{Ønsket output}|}{|\text{Nødvendigt input}|} = \frac{|W_{net}|}{|Q_{ind}|} \quad (6.3.2.3)$$

Substitueres formel (6.3.2.2) ind i (6.3.2.3) fås formel (6.3.2.4), hvor  $|Q_{41}|$  og  $|Q_{23}|$  er positive værdier:

$$\eta_{th,C} = \frac{|W_{34}| - |W_{12}|}{|Q_{23}|} = \frac{|Q_{23}| - |Q_{41}|}{|Q_{23}|} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{|Q_{23}|} \quad (6.3.2.4)$$

Før dette udtryk kan reduceres yderligere, må delprocesserne analyseres nærmere. Da det er antaget, at der er en idealgas i maskinen, finder formel (6.2.2.3) i delprocesserne (1→2) og (3→4) anvendelse:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} \quad \text{og} \quad \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\kappa-1} \Leftrightarrow \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1} \quad (6.3.2.5)$$

Idet  $T_2 = T_3$  og  $T_4 = T_1$ , må der logisk gælde:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} \quad (6.3.2.6)$$

Substitueres formlerne (6.3.2.5) ind i formel (6.3.2.6) fås:

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} &= \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1} \\ \downarrow \\ \frac{V_2}{V_1} &= \frac{V_3}{V_4} \\ \downarrow \\ \frac{V_2}{V_3} &= \frac{V_1}{V_4} \\ \downarrow \\ \ln\left(\frac{V_2}{V_3}\right) &= \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right) \end{aligned} \quad (6.3.2.7)$$

Formeludtrykket i formel (6.3.2.7) skal bruges nedenfor og parkeres midlertidigt. Delprocesserne (2→3) og (4→1) er isotermiske processer, og formler i Fig. 6.1.3.2 finder anvendelse:

$$\begin{aligned} Q_{isot} &= -W_{v,isot} = -m \cdot R_i \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \quad \text{og det faktum at: } \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} \\ \downarrow \\ Q_{23} &= -W_{v,23} = -m \cdot R_i \cdot T_2 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_3}\right) \end{aligned} \quad (6.3.2.8)$$

og

$$Q_{41} = -W_{v,41} = -m \cdot R_i \cdot T_4 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_1}\right) = m \cdot R_i \cdot T_4 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right) \quad (6.3.2.9)$$

Beregnes den afgivne varme ( $Q_{41}$ ) efter sidste led i formel (6.3.2.9) vil det give et negativt tal. Ved brug af den numeriske værdi af sidste led af formel (6.3.2.9) skal der skiftes fortegn dvs.  $|Q_{41}| = -m \cdot R_i \cdot T_4 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right)$ . Indsættes formlerne (6.3.2.8) og (6.3.2.9) i formel (6.3.2.4) og erindres resultatet givet i formel (6.3.2.7) fås:

$$\eta_{th,C} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{|Q_{23}|} = 1 - \left[ \frac{-m \cdot R_i \cdot T_4 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right)}{-m \cdot R_i \cdot T_2 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_3}\right)} \right] = 1 - \frac{T_4}{T_2} \quad (6.3.2.10)$$

Idet det antages, at der ikke er temperaturlafald mellem temperaturen i reservoirne og medietemperatur i maskinen (dvs. f.eks. at mediet i cylinderen kan opvarmes helt op til  $T_H$ ) kan Carnot-virkningsgraden i formel (6.3.2.10) skrives som:

$$\eta_{th,C} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad (6.3.2.11)$$

Carnot-virkningsgraden vil være den højest mulige virkningsgrad, som kan opnås for en maskine, som virker mellem to reservoirer med en temperatur på hhv.  $T_H$  og  $T_L$ . Temperaturerne  $T_H$  og  $T_L$  indsættes i Kelvin. Af formel (6.3.2.11) kan ses, at følgende tiltag skal gøres, hvis man vil øge virkningsgraden:

- $T_H$  skal være så stor som muligt
- $T_L$  skal være så lille som muligt

Formel (6.3.2.11) kunne enklere være udledt ved at betragte Fig. 6.3.1.2a og tage udgangspunkt i formel (6.3.2.4), samt det faktum jf. formel (6.3.3) at  $T \cdot dS = dQ$ , når dissipationsarbejdet er nul:

$$\eta_{th,C} = \frac{|W_{34}| - |W_{12}|}{|Q_{23}|} = \frac{|Q_{23}| - |Q_{41}|}{|Q_{23}|} = \frac{T_H(s_3-s_2) - T_L(s_4-s_1)}{T_H(s_3-s_2)} == \frac{T_H - T_L}{T_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad (6.3.2.12)$$

Idet  $(s_3 - s_2) = (s_4 - s_1)$ , som det ses af Fig. 6.3.1.2a.

#### **Eksempel 6.3.2.a**

For Carnots arbejdsproducerende maskine, som vist på Fig. 6.3.1.2.a arbejdende ved nedenstående driftsdata, bestem:

1. Tilstanden ( $T, p, V$ ) i punkterne 1, 2, 3 og 4.

Medie: Tør luft (som idealgas)

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$T_2 = 1000 \text{ K}$$

$$p_2 = 10 \text{ bara}$$

$$p_3 = 5 \text{ bara}$$

$$p_4 = 2 \text{ bara}$$

$\kappa$  antages konstant = 1,4 -

I Appendiks D2 bestemmes:

$$R_i = 287,2 \text{ J/kgK}$$

#### **Ad 1:**

Følgende skema kan delvist udfyldes nu:

Punkt	p [bara]	T [K]	V [ $m^3$ ]
1			
2	10	1000	
3	5		
4	2		

Jf. afsnit 6.3.1 er der tale om følgende processer for en gas:

- Tilstand 1-2: Isentropisk kompression
- Tilstand 2-3: Isotermisk varmetilførsel
- Tilstand 3-4: Isentropisk ekspansion
- Tilstand 4-1: Isotermisk varmeafgivelse

$V_2$  bestemmes ud fra idealgasligningen jf. formel (3.4.1.6):

$$V_2 = \frac{m \cdot R_i \cdot T_2}{p_2} = \frac{1\text{kg} \cdot 287,2\text{J/kgK} \cdot 1000\text{K}}{10 \cdot 10^5\text{Pa}} = 0,2872 \text{ m}^3$$

$T_3 = T_2$ .  $V_3$  bestemmes ud fra idealgasligningen jf. formel (3.4.1.6):

$$V_3 = \frac{m \cdot R_i \cdot T_3}{p_3} = \frac{1kg \cdot 287,2J/kgK \cdot 1000K}{5 \cdot 10^5 Pa} = 0,5744 m^3$$

$T_4$  bestemmes ud fra formel (6.2.2.1):

$$T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1000K \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 769,67 K$$

$V_4$  bestemmes ud fra idealgasligningen jf. formel (3.4.1.6):

$$V_4 = \frac{m \cdot R_i \cdot T_4}{p_4} = \frac{1kg \cdot 287,2J/kgK \cdot 769,67K}{2 \cdot 10^5 Pa} = 1,1052 m^3$$

$T_1 = T_4$ .  $p_1$  bestemmes ud fra formel (6.2.2.1):

$$\begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} &= \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \\ \downarrow \\ \frac{1000}{769,67} &= \left(\frac{10}{p_1}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} + \text{solve } \Rightarrow p_1 = 4 \text{ bara} \end{aligned}$$

$V_1$  bestemmes ud fra idealgasligningen jf. formel (3.4.1.6):

$$V_1 = \frac{m \cdot R_i \cdot T_1}{p_1} = \frac{1kg \cdot 287,2J/kgK \cdot 769,67K}{4 \cdot 10^5 Pa} = 0,5526 m^3$$

Hermed resultatet af anstrengelserne:

Punkt	p [bara]	T [K]	V [m³]
1	4	769,67	0,5526
2	10	1000	0,2872
3	5	1000	0,5744
4	2	769,67	1,1052

### Eksempel 6.3.2.b

På baggrund af eksempel 6.3.2.a udfør:

1. Verificer virkningsgrad jf. formel (6.3.2.4) og (6.3.2.11)
2. Verificer at entropiændring for den samlede kredsproces er nul jf. formel (6.3.1)
3. Verificer at areal i T-S diagram er lig produceret arbejde jf. formel (6.3.5)

#### Ad 1:

Tilført varmemængde ( $Q_{23}$ ) og afgivet varmemængde ( $Q_{41}$ ) bestemmes fra Fig. 6.1.3.1 (isotermisk):

$$Q_{23} = -W_{v,23} = -p_2 \cdot V_2 \cdot \ln\left(\frac{p_3}{p_2}\right) = -m \cdot R_i \cdot T_2 \cdot \ln\left(\frac{p_3}{p_2}\right) = -1kg \cdot \frac{287,2J}{kgK} \cdot 1000K \cdot \ln\left(\frac{5}{10}\right) = 199,07 kJ$$

$$Q_{41} = -W_{v,41} = -p_4 \cdot V_4 \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_4}\right) = -m \cdot R_i \cdot T_4 \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_4}\right) = -1kg \cdot \frac{287,2J}{kgK} \cdot 769,67K \cdot \ln\left(\frac{4}{2}\right) = -153,22 kJ$$

Tilført volumenændringsarbejde ( $W_{v,12}$ ) og ( $W_{v,41}$ ), samt afgivet volumenændringsarbejde ( $W_{v,23}$ ) og ( $W_{v,34}$ ), bestemmes fra Fig. 6.1.3.1:

$$W_{v,12} = \frac{m \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)}{\kappa - 1} = \frac{1kg \cdot \frac{287,2J}{kgK} \cdot (1000 - 769,67)K}{1,4 - 1} = 165,37 \text{ kJ}$$

$$W_{v,41} = p_4 \cdot V_4 \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_4}\right) = m \cdot R_i \cdot T_4 \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_4}\right) = 1kg \cdot \frac{287,2J}{kgK} \cdot 769,67K \cdot \ln\left(\frac{4}{2}\right) = 153,22 \text{ kJ}$$

$$W_{v,23} = p_2 \cdot V_2 \cdot \ln\left(\frac{p_3}{p_2}\right) = m \cdot R_i \cdot T_2 \cdot \ln\left(\frac{p_3}{p_2}\right) = 1kg \cdot \frac{287,2J}{kgK} \cdot 1000K \cdot \ln\left(\frac{5}{10}\right) = -199,07 \text{ kJ}$$

$$W_{v,34} = \frac{m \cdot R_i \cdot (T_4 - T_3)}{\kappa - 1} = \frac{1kg \cdot \frac{287,2J}{kgK} \cdot (769,67 - 1000)K}{1,4 - 1} = -165,37 \text{ kJ}$$

*Formel (6.3.2.1) siger, at summen af varmestrømme (regnet med fortegn) skal være lig summen af volumenændringsarbejderne (regnet med fortegn), men med modsat fortegn, og dette repræsenterer nettoarbejdet for kredsprocessen:*

$$\sum Q = Q_{23} + Q_{41} = 199,07 + (-153,22) = 45,85 \text{ kJ}$$

$$\sum W_v = W_{v,12} + W_{v,23} + W_{v,34} + W_{v,41} = 165,37 - 199,07 - 165,37 + 153,22 = -45,85 \text{ kJ}$$

*Eller med andre ord, den positive nettovarmemængde må komme ud af maskinen som eksporteret arbejde. Virkningsgraden jj. formel (6.3.2.4) og (6.3.2.11) bestemmes:*

$$\eta_{th,C} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{|Q_{23}|} = 1 - \frac{|-153,22|}{|199,07|} = 0,2303 \text{ eller } 23,03 \%$$

$$\eta_{th,C} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{769,67}{1000} = 0,2303 \text{ eller } 23,03 \% \quad \text{Samme resultat!}$$

#### Ad 2:

*Entropiændring for de 4 delprocesser bestemmes jj. formel (6.1.7.c):*

$$S_2 - S_1 = S_4 - S_3 = 0$$

$$S_3 - S_2 = \frac{Q_{23}}{T_2} = \frac{199,07 \text{ kJ}}{1000 \text{ K}} = 0,1991 \text{ kJ/K}$$

$$S_1 - S_4 = \frac{Q_{41}}{T_4} = \frac{-153,22 \text{ kJ}}{769,67 \text{ K}} = -0,1991 \text{ kJ/K}$$

$$\sum \Delta S = 0 + 0 + 0,1991 - 0,1991 = 0 \text{ kJ/K}$$

#### Ad 3:

*Med ref. til Fig. 6.3.1.2.a er areal mellem "procesforløbet pkt. 2 og 3" og S-aksen og samtid areal mellem "procesforløbet pkt. 4 og 1" og S-aksen:*

$$\text{Areal}_{23} = |T_2 \cdot (S_3 - S_2)| = \left| 1000 \text{ K} \cdot \frac{0,1991 \text{ kJ}}{\text{K}} \right| = 199,1 \text{ kJ}$$

$$\text{Areal}_{41} = |T_4 \cdot (S_1 - S_4)| = \left| 769,67 \text{ K} \cdot \frac{-0,1991 \text{ kJ}}{\text{K}} \right| = 153,2 \text{ kJ}$$

$$\text{Nettoareal i T-S diagrammet} = \text{Areal}_{23} - \text{Areal}_{41} = 199,1 - 153,2 = 45,9 \text{ kJ}$$

*Hvilket er lig den numeriske værdi af det af kredsprocessen udførte arbejde.*

**Eksempel 6.3.2.c**

For den på Fig. 6.3.1.3 afbillede maskine blev det i Eksempel 6.3.2.a og 6.3.2.b antaget, at temperaturen i reservoirerne direkte kunne genskabes for mediet i cylinderen. I praksis er det ikke muligt, idet der altid vil være et mindre temperaturfald. Hvilken konsekvens vil det have for virkningsgraden, hvis der mellem mediet og reservoirerne er en temperatordifferens på 10 K

Dette ville svara til, at de interne temperaturer ændres til  $T_2 = 990\text{ K}$  og  $T_4 = 779,67\text{ K}$

$$\eta_{th,C} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{779,67}{990} = 0,2125 \text{ eller } 21,25\%$$

Den maksimalt opnåelige virkningsgrad falder således fra 23,03 til 21,25 %. Umiddelbart lyder det ikke af meget, men det svarer til et fald i produceret effekt på  $\left(\frac{23,03 - 21,25}{23,03} \cdot 100 = 7,73\%\right)$ .

**6.3.3 Carnots arbejdskonsumerende maskine**

Kredsproces for Carnots arbejdskonsumerende maskine er grafisk afbilledet på Fig. 6.3.1.2.b, og en varmebalance for kredsprocessen jf. formel (2.2.2) kan opstilles:

$$[\sum_{i=0}^n Q_{ind} - \sum_{i=0}^n Q_{ud}] + [\sum_{i=0}^n W_{ind} - \sum_{i=0}^n W_{ud}] = \Delta U = 0 \quad (6.3.3.1)$$

I formel (6.3.3.1) er regnet med numeriske værdier dvs. alle værdier er positive tal. Fortegnet i ligningen angiver retningen. Indsættes indekser fra Fig. 6.3.1.2.b kan denne ligning skrives på følgende måde:

$$|Q_{34}| - |Q_{12}| = |W_{23}| - |W_{41}| \quad (6.3.3.2)$$

Kredsprocessen kan benyttes til to formål:

1. **Kølemaskine (indeks R):** Formålet er at aftage energi fra lavtemperaturreservoiret, og "ønsket energimængde" må derfor være energimængden ( $Q_{12}$ )
2. **Varmepumpe (Indeks HP):** Formålet er at levere varme til højtemperaturreservoiret, og "ønsket energimængde" må derfor være energimængden ( $Q_{34}$ )

Virkningsgraden for en kredsproces angivet i formel (6.3.2.3) er ikke hensigtsmæssig, og for Carnots arbejdskonsumerende maskine defineres i stedet en "Coefficient Of Performance" (forkortet COP og i daglig tale **COP-faktoren**), som for en kølemaskine og en varmepumpe hhv. defineres som.:

$$COP_{R,C} = \frac{|\text{Ønsket energimængde}|}{|\text{Nødvendigt input}|} = \frac{|Q_{ind}|}{|W_{net}|} \quad (6.3.3.3)$$

$$COP_{HP,C} = \frac{|\text{Ønsket energimængde}|}{|\text{Nødvendigt input}|} = \frac{|Q_{ud}|}{|W_{net}|} \quad (6.3.3.4)$$

En COP-faktor er dimensionsløs. Substitueres formel (6.3.3.2) ind i (6.3.3.3) og (6.3.3.4) fås hhv. formel (6.3.2.5) og (6.3.3.6), hvor  $|Q_{12}|$  og  $|Q_{34}|$  er positive værdier:

$$COP_{R,C} = \frac{|Q_{12}|}{|W_{23}| - |W_{41}|} = \frac{|Q_{12}|}{|Q_{34}| - |Q_{12}|} = \frac{1}{\frac{|Q_{34}|}{|Q_{12}|} - 1} \quad (6.3.3.5)$$

$$COP_{HP,C} = \frac{|Q_{34}|}{|W_{23}| - |W_{41}|} = \frac{|Q_{34}|}{|Q_{34}| - |Q_{12}|} = \frac{1}{1 - \frac{|Q_{12}|}{|Q_{34}|}} \quad (6.3.3.6)$$

Før dette udtryk kan reduceres yderligere, må delprocesserne analyseres nærmere. Da det er antaget, at der er en idealgas i maskinen, finder formel (6.2.2.3) i delprocesserne (2→3) og (4→1) anvendelse:

$$\frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\kappa-1} \quad \text{og} \quad \frac{T_4}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\kappa-1} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_4} = \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\kappa-1} \quad (6.3.3.7)$$

Idet  $T_1 = T_2$  og  $T_3 = T_4$ , må der logisk gælde:

$$\frac{T_2}{T_3} = \frac{T_1}{T_4} \quad (6.3.3.8)$$

Substitueres formlerne (6.3.3.7) ind i formel (6.3.3.8) fås:

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\kappa-1} &= \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\kappa-1} \\ \downarrow \\ \frac{V_3}{V_2} &= \frac{V_4}{V_1} \\ \downarrow \\ \frac{V_1}{V_2} &= \frac{V_4}{V_3} \\ \downarrow \\ \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) &= \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \end{aligned} \quad (6.3.3.9)$$

Formeludtrykket i formel (6.3.2.9) skal bruges nedenfor og parkeres midlertidigt. Delprocesserne (1→2) og (3→4) er isotermiske processer, og formler i Fig. 6.1.3.2 finder anvendelse:

$$\begin{aligned} Q_{isot} &= -W_{v,isot} = -m \cdot R_i \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \\ \downarrow \\ Q_{12} &= -W_{v,12} = -m \cdot R_i \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \end{aligned} \quad (6.3.3.10)$$

$$\text{og} \quad Q_{34} = -W_{v,34} = -m \cdot R_i \cdot T_3 \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right) = m \cdot R_i \cdot T_3 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \quad (6.3.3.11)$$

Beregnes den afgivne varme ( $Q_{34}$ ) efter sidste led i formel (6.3.3.11) vil det give et negativt tal. Ved brug af den numeriske værdi af sidste led af formel (6.3.3.11) skal der skiftes fortegn dvs.  $|Q_{34}| = -m \cdot R_i \cdot T_3 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$ . Indsættes formlerne (6.3.3.10) og (6.3.3.11) i formel (6.3.3.5) til (3.3.3.6) og erindres resultatet givet i formel (6.3.3.9) fås:

$$COP_{R,C} = \frac{1}{\frac{|Q_{34}|}{|Q_{12}|} - 1} = \frac{1}{\frac{-m \cdot R_i \cdot T_3 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)}{-m \cdot R_i \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)} - 1} = \frac{1}{\frac{T_3}{T_1} - 1} \quad (6.3.3.12)$$

$$COP_{HP,C} = \frac{1}{1 - \frac{|Q_{12}|}{|Q_{34}|}} = \frac{1}{1 - \frac{-m \cdot R_i \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}{-m \cdot R_i \cdot T_3 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)}} = \frac{1}{1 - \frac{T_1}{T_3}} \quad (6.3.3.13)$$

Idet der ikke antages at være temperaturfald mellem temperaturerne i reservoirerne og medietemperaturerne i maskinen kan Carnot-COP-faktorerne i formel (6.3.3.12) og (6.3.3.13) skrives som:

$$COP_{R,C} = \frac{1}{\frac{T_H}{T_L} - 1} = \frac{T_L}{T_H - T_L} \quad (6.3.3.14)$$

$$COP_{HP,C} = \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}} = \frac{T_H}{T_H - T_L} \quad (6.3.3.15)$$

Carnot-COP-faktoren vil være den højest mulige COP-faktor, som kan opnås for en maskine, som virker mellem to reservoirer med en temperatur på hhv.  $T_H$  og  $T_L$ . Temperaturerne  $T_H$  og  $T_L$  indsættes i Kelvin. Af formlerne (6.3.3.14) og (6.3.3.15) kan ses, at følgende tiltag skal gøres, hvis man vil øge COP-faktoren:

- $T_H$  skal være så lille som muligt
- $T_L$  skal være så stor som muligt

Der er en matematisk sammenhæng mellem formlerne (6.3.3.14) og (6.3.3.15), som kan bestemmes ved lidt matematiske tricks (ikke snyd) på følgende måde:

$$COP_{HP,C} = \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}} = \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}} \cdot \frac{\left(\frac{T_H}{T_L}\right)}{\left(\frac{T_H}{T_L}\right)} = \frac{\frac{T_H}{T_L}}{\frac{T_H}{T_L} - 1} = \frac{1 + \frac{T_H - 1}{T_L}}{\frac{T_H - 1}{T_L}} = \frac{1}{\frac{T_H - 1}{T_L}} + \frac{\frac{T_H - 1}{T_L}}{\frac{T_H - 1}{T_L}} = COP_{R,C} + 1$$

Som svarer til, at for en varmepumpe bliver det tilførte arbejde en del af nytteydelsen:

$$COP_{HP,C} = COP_{R,C} + 1 \quad (6.3.3.16)$$

#### **Eksempel 6.3.3.a**

For Carnots arbejdskonsumerende maskine, som vist på Fig. 6.3.1.2.b arbejdende ved nedenstående driftsdata, bestem:

1. Tilstanden (T, p, V) i punkterne 1, 2, 3 og 4.

Medie: Tør luft (som idealgas)

$m = 1 \text{ kg}$

$T_2 = 300 \text{ K}$

$p_2 = 2 \text{ bara}$

$p_3 = 5 \text{ bara}$

$p_4 = 10 \text{ bara}$

$\kappa$  antages konstant = 1,4 -

I Appendiks D2 bestemmes:

$R_i = 287,2 \text{ J/kgK}$

#### **Ad 1:**

Følgende skema kan delvist udfyldes nu:

Punkt	p [bara]	T [K]	V [m³]
1			
2	2	300	
3	5		
4	10		

Jf. afsnit 6.3.1 er der tale om følgende processer for en gas:

- Tilstand 1-2: Isotermisk varmetilførsel
- Tilstand 2-3: Isentropisk kompression
- Tilstand 3-4: Isotermisk varmeafgivelse
- Tilstand 4-1: Isentropisk ekspansion

$V_2$  bestemmes ud fra idealgasligningen jf. formel (3.4.1.6):

$$V_2 = \frac{m \cdot R_i \cdot T_2}{p_2} = \frac{1 \text{ kg} \cdot 287,2 \text{ J/kgK} \cdot 300 \text{ K}}{2 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 0,4308 \text{ m}^3$$

$T_3$  bestemmes ud fra formel (6.2.2.1):

$$T_3 = T_2 \cdot \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 300K \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 389,78 K$$

$V_3$  bestemmes ud fra idealgasligningen jf. formel (3.4.1.6):

$$V_3 = \frac{m \cdot R_i \cdot T_3}{p_3} = \frac{1kg \cdot 287,2J/kgK \cdot 389,78K}{5 \cdot 10^5 Pa} = 0,2239 m^3$$

$T_4 = T_3$ .  $V_4$  bestemmes ud fra idealgasligningen jf. formel (3.4.1.6):

$$V_4 = \frac{m \cdot R_i \cdot T_4}{p_4} = \frac{1kg \cdot 287,2J/kgK \cdot 389,78K}{10 \cdot 10^5 Pa} = 0,1119 m^3$$

$T_1 = T_2$ .  $p_4$  bestemmes ud fra formel (6.2.2.1):

$$\begin{aligned} \frac{T_1}{T_4} &= \left(\frac{p_1}{p_4}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \\ \downarrow \\ \frac{300}{389,78} &= \left(\frac{p_1}{10}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} + solve \Rightarrow p_1 = 4 \text{ bara} \end{aligned}$$

$V_1$  bestemmes ud fra idealgasligningen jf. formel (3.4.1.6):

$$V_1 = \frac{m \cdot R_i \cdot T_1}{p_1} = \frac{1kg \cdot 287,2J/kgK \cdot 300K}{4 \cdot 10^5 Pa} = 0,2154 m^3$$

Hermed resultatet af anstrengelserne:

Punkt	p [bara]	T [K]	V [m³]
1	4	300	0,1119
2	2	300	0,4308
3	5	389,78	0,2239
4	10	389,78	0,2154

### Eksmpel 6.3.3.b

På baggrund af eksempel 6.3.3.a udfør:

1. Verificer COP-faktorer jf. formel (6.3.3.5) og (6.3.3.6) samt (6.3.3.14) og (6.3.3.15)
2. Verificer at entropiændring for den samlede kredsproces er nul jf. formel (6.3.1)
3. Verificer at areal i T-S diagram er lig konsumeret arbejde jf. formel (6.3.5)

#### Ad 1:

Tilført varmemængde ( $Q_{12}$ ) og afgivet varmemængde ( $Q_{34}$ ) bestemmes fra Fig. 6.1.3.1 (isotermisk):

$$Q_{12} = -W_{v,12} = -p_1 \cdot V_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = -m \cdot R_i \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = -1kg \cdot \frac{287,2J}{kgK} \cdot 300K \cdot \ln\left(\frac{2}{4}\right) = 59,72 kJ$$

$$Q_{34} = -W_{v,34} = -p_3 \cdot V_3 \cdot \ln\left(\frac{p_4}{p_3}\right) = -m \cdot R_i \cdot T_3 \cdot \ln\left(\frac{p_4}{p_3}\right) = -1kg \cdot \frac{287,2J}{kgK} \cdot 389,78K \cdot \ln\left(\frac{10}{5}\right) = -77,59 kJ$$

Tilført volumenændringsarbejde ( $W_{v,23}$ ) og ( $W_{v,34}$ ), samt afgivet volumenændringsarbejde ( $W_{v,12}$ ) og ( $W_{v,41}$ ), bestemmes fra Fig. 6.1.3.1:

$$W_{v,12} = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = m \cdot R_i \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 1kg \cdot \frac{287,2J}{kgK} \cdot 300K \cdot \ln\left(\frac{2}{4}\right) = -59,72 kJ$$

$$W_{v,23} = \frac{m \cdot R_i \cdot (T_3 - T_2)}{\kappa - 1} = \frac{1kg \cdot \frac{287,2J}{kgK} \cdot (389,78 - 300)K}{1,4 - 1} = 64,46 \text{ kJ}$$

$$W_{v,34} = p_3 \cdot V_3 \cdot \ln\left(\frac{p_4}{p_3}\right) = m \cdot R_i \cdot T_3 \cdot \ln\left(\frac{p_4}{p_3}\right) = 1kg \cdot \frac{287,2J}{kgK} \cdot 389,78K \cdot \ln\left(\frac{10}{5}\right) = 77,59 \text{ kJ}$$

$$W_{v,41} = \frac{m \cdot R_i \cdot (T_4 - T_1)}{\kappa - 1} = \frac{1kg \cdot \frac{287,2J}{kgK} \cdot (300 - 389,78)K}{1,4 - 1} = -64,46 \text{ kJ}$$

*Formel (6.3.2.1) siger, at summen af varmestrømmene (regnet med fortegn) skal være lig summen af volumenændringsarbejderne (regnet med fortegn), men med modsat fortegn, og dette repræsenterer nettoarbejdet for kredsprocessen:*

$$\sum Q = Q_{12} + Q_{34} = 59,72 + (-77,59) = -17,87 \text{ kJ}$$

$$\sum W_v = W_{v,12} + W_{v,23} + W_{v,34} + W_{v,41} = -59,72 + 64,46 + 77,59 - 64,46 = 17,87 \text{ kJ}$$

*Eller med andre ord, den negative nettovarmemængde må komme ind i maskinen som importeret arbejde. COP-faktorer jf. formel (6.3.3.5) og (6.3.3.6) samt (6.3.3.14) og (6.3.3.15) bestemmes:*

$$COP_{R,C} = \frac{1}{\frac{|Q_{34}|}{|Q_{12}|} - 1} = \frac{1}{\frac{77,59}{59,72} - 1} = 3,34$$

$$COP_{HP,C} = \frac{1}{1 - \frac{|Q_{12}|}{|Q_{34}|}} = \frac{1}{1 - \frac{59,72}{77,59}} = 4,34$$

$$COP_{R,C} = \frac{1}{\frac{T_H}{T_L} - 1} = \frac{1}{\frac{389,78}{300} - 1} = 3,34$$

$$COP_{HP,C} = \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}} = \frac{1}{1 - \frac{300}{389,78}} = 4,34$$

*Samme resultat, og formel (6.3.3.16) er tillige opfyldt.*

#### **Ad 2:**

*Entropiændring for de 4 delprocesser bestemmes jf. formel (6.1.7.c):*

$$S_3 - S_2 = S_1 - S_4 = 0$$

$$S_2 - S_1 = \frac{Q_{12}}{T_1} = \frac{59,72 \text{ kJ}}{300 \text{ K}} = 0,1991 \text{ kJ/K}$$

$$S_4 - S_3 = \frac{Q_{34}}{T_3} = \frac{-77,59 \text{ kJ}}{389,78 \text{ K}} = -0,1991 \text{ kJ/K}$$

$$\sum \Delta S = 0 + 0 + 0,1991 - 0,1991 = 0 \text{ kJ/K}$$

#### **Ad 3:**

*Med ref. til Fig. 6.3.1.2.b er areal mellem "procesforløbet pkt. 1 og 2" og S-aksen og samt areal mellem "procesforløbet pkt. 3 og 4" og S-aksen:*

$$Areal_{12} = |T_1 \cdot (S_2 - S_1)| = \left| 300 \text{ K} \cdot \frac{0,1991 \text{ kJ}}{\text{K}} \right| = 59,73 \text{ kJ}$$

$$Areal_{34} = |T_3 \cdot (S_4 - S_3)| = \left| 389,78K \cdot \frac{-0,1991kJ}{K} \right| = 77,61 \text{ kJ}$$

Nettoareal i T – S diagrammet = Areal<sub>34</sub> – Areal<sub>12</sub> = 77,61 – 59,73 = 17,88 kJ

Hvilket er lig det til kredsprocessen tilførte arbejde.

#### **Eksempel 6.3.3.c**

For den på Fig. 6.3.1.3 afbillede maskine blev det i Eksempel 6.3.3.a og 6.3.3.b antaget, at temperaturen i reservoirerne direkte kunne genskabes for mediet i cylinderen. I praksis er det ikke muligt, idet der altid vil være et mindre temperaturfald. Hvilken konsekvens vil det have for COP-faktoren, hvis der mellem mediet og reservoirerne er en temperatordifferens på 10 K

Dette ville svarer til, at de interne temperaturer ændres til  $T_1 = 290 \text{ K}$  (der er nødt til at være en lavere temperatur i maskinen for at få varmeovergang!) og  $T_3 = 399,78 \text{ K}$ .

$$COP_{R,C} = \frac{1}{\frac{T_H}{T_L} - 1} = \frac{1}{\frac{399,78}{290} - 1} = 2,64$$

$$COP_{HP,C} = \frac{1}{1 - \frac{T_L}{T_H}} = \frac{1}{1 - \frac{290}{399,78}} = 3,64$$

COP-faktorerne falder, hvorved der skal tilføres mere arbejde for at flytte samme varmemængde.

## 6.4 Isentropisk virkningsgrad

Begrebet isentropisk virkningsgrad er en gave til ingenøren eller teknikeren, idet det gør energiberegninger på reelle og virkelighedsnære maskiner noget nemmere (end det kunne have været). Den **isentropiske virkningsgrad** ( $\eta_{is}$ ) inddrager forholdet mellem det isentropiske (dvs. reversible og adiabatiske) arbejde ( $\dot{W}_{t,isen}$ ) med det virkelige arbejde ( $\dot{W}_t$ ) for maskinen. Den isentropiske virkningsgrad vil ligge i intervallet:  $0 \leq \eta_{is} \leq 1$ .

Formlen for den isentropiske virkningsgrad afhænger af maskintypen, og i de efterfølgende kapitler vil formlen blive defineret for de mest almindelige maskintyper. I kapitlerne udføres kun overordnede energiberegninger, og der går ikke i dybden med den interne opbygning af maskinerne.

Teoretisk beregning af den isentropiske virkningsgrad for en maskine kan være meget omfangsrigt, og i praksis bestemmes den i mange tilfælde som en målt og dermed empirisk værdi. Bygger man en maskine og bestemmer den isentropiske virkningsgrad i et laboratorium, ja så må man kunne antage, at de næste 100 versioner af samme maskine må udvise samme isentropiske virkningsgrad (med mindre der er produktionsfejl, hvilket ikke antages!).

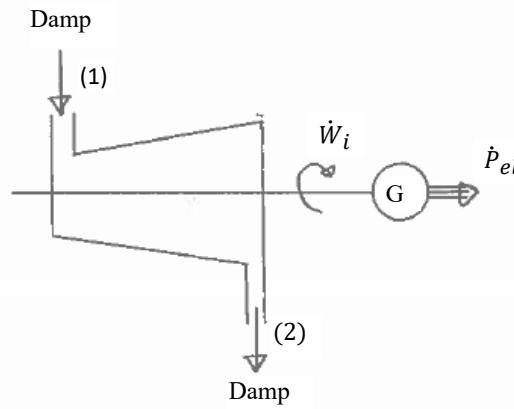
### 6.4.1 Turbine

En turbine er en maskine, som gennemstrømmes af et ekspanderende medie, hvorved der produceres en akseeffekt. I formlerne indsættes massestrøm i [kg/s] for mediet, hvorved formlerne udtrykker en effekt i [W] eller omregnet til [kW] eller [MW] for større turbiner. Mediet kan være damp, luft, røggas eller lignede gasser. I dette afsnit ses bort fra turbiner, som drives af et inkompresibelt medie som f.eks. underkølet vand.

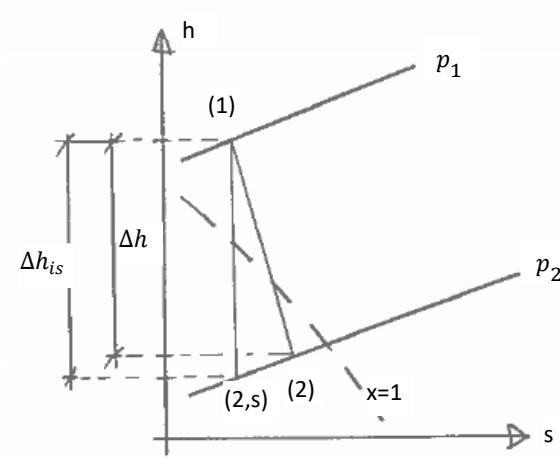
Den mest anvendte turbine er en dampturbine, som drives af damp, og findes i størrelsen (akseeffekt) fra nogle få hundrede kW til 2000 MW. Asnæsværkets blok 5 og Enstedsværkets blok 3 har en akseeffekt på omkring 650 MW, og på atomkraftværker finder man de helt store dampturbiner. Små dampturbiner benyttes typisk som drivaggregat til andre maskiner f.eks. en fødevandspumpe til en dampkedel. Ønskes en akseeffekt mindre end et par hundrede kW, vil man typisk overveje en dampmotor i stedet.

Dampturbinen er en central del af et termisk kraftværk, som behandles i kapitel 8 i denne bog. Nedenfor anførte beregningsprincipper er derfor vigtig forudsætning for de videre beregninger i kapitel 8.

På Fig.6.4.1.1.a er vist et forsimplet procesdiagram for en dampturbine. Damp ved højt tryk ledes til dampturbinen ved tilstand ① og ekspanderer til damp med lavere tryk ved tilstand ②. Uden at gå i detaljer med den interne opbygning af dampturbinen, omdannes dampens tryk til kinetisk energi, som driver rotoren rundt og producerer akseeffekt ( $\dot{W}_t$ ).



(a) Procesdiagram for en turbine



(b) Ekspansionskurver i et h-s diagram

Fig. 6.4.1.1 Procesdiagram for en turbine og ekspansionskurver i h-s-diagram.

Det skal bemærkes, at der skal fratrækkes mekaniske tab i dampturbinen repræsenteret ved den mekaniske virkningsgrad ( $\eta_{mek}$ ) fra den producerede akseleffekt ( $\dot{W}_i$ ) inden man har reel nettoeffekt på akslen fra dampturbinen.

Dampturbiner kører typisk mellem 3.000-10.000 rpm. Skal akseleffekten udnyttes i en generator for produktion af vekselstrøm, vil det være en fordel at dimensionere for 3000 rpm, som passer med det synkronne omdrejningstal for en to-polet generator, og et gear med uundgåeligt effektab derved undgås. Helt generelt kan sammenhængen mellem akseleffekt i dampturbinen ( $\dot{W}_i$ ) og effekt ( $\dot{P}_{el}$ ) til elnettet formuleres som:

$$\dot{P}_{el} = |\dot{W}_i| \cdot \eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_{gen} = \sqrt{3} \cdot I \cdot V \cdot \cos\varphi \quad (6.4.1.1)$$

hvor,

$\dot{W}_i$	Akseleffekt produceret i dampturbinen
$\eta_{mek}$	Mekanisk virkningsgrad for dampturbinen (typisk 0,97-0,99)
$\eta_{gear}$	Virkningsgrad for gear (typisk 0,96-0,98)
$\eta_{gen}$	Virkningsgrad for generator (typisk 0,98-0,99)
$\sqrt{3}$	Korrektionsfaktor for 3-faset vekselstrøm
$I$	Strømstyrken i hver fase i [A]
$V$	Spændingen i [V]
$\cos\varphi$	Faseforskydning mellem strøm og spænding

Effektab som følge af mekaniske tab i dampturbinen f.eks. lejetab, samt tab i gearet og tab i generatoren antages som hovedregel ikke at tilflyde dampstrømmen (som i givet fald ville ses som en mindre temperaturstigning/entalpistigning på dampen efter turbinen), men overføres direkte til omgivelserne.

Den isentropiske virkningsgrad for en turbine defineres som forholdet mellem den producerede akseleffekt ( $\dot{W}_i$ ) og akseleffekt, hvis turbinen havde været isentropisk ( $\dot{W}_{t,isen}$ ). Isentropisk virkningsgrad for turbiner (set over hele ekspansionsforløbet) er stærkt afhængig af størrelse og fabrikat, og ligger i praksis typisk i intervallet 0,80 - 0,90.

$$\eta_{is} = \frac{\dot{W}_i}{\dot{W}_{t,isen}} = \frac{\dot{m} \cdot (h_2 - h_1)}{\dot{m} \cdot (h_{2,S} - h_1)} = \frac{(h_2 - h_1)}{(h_{2,S} - h_1)} = \frac{\Delta h}{\Delta h_{is}} \quad (6.4.1.2)$$

Formlen for produceret akseleffekt ( $\dot{W}_i$ ) og isentropisk akseleffekt ( $\dot{W}_{t,isen}$ ) tages fra formel (5.5.3.2), hvor der ses bort fra bidrag fra kinetisk og potentiel energi i dampstrømmen (som påvist i Eksempel 5.5.3.a ikke havde den store betydning) samt varmetabet fra turbineoverfladen.

På Fig.6.4.1.1.b er ekspansionskurven for den isentropiske turbineproces (lodret streg i et h-s diagram) og ekspansionskurven for den reelle turbineproces indtegnet. Kendetegnet er, at der for begge ekspansionskurver ekspanderes mellem isobarerne repræsenterende  $p_1$  og  $p_2$ .

Der er her antaget, at den reelle ekspansionskurve er en ret linje, hvilket ikke helt holder i virkeligheden, og kurven vil nærmere være lidt indad krum (konveks).  $\Delta h$  og  $\Delta h_{is}$  kan aflæses som projektioner på h-aksen. Alternativt kan  $\Delta h_{is}$  beregnes - se mere herom i eksemplet nedenfor.

Formel (6.4.1.2) giver mulighed for at bestemme  $h_2$  dvs. den reelle tilstand efter turbinen, hvis man kender den isentropiske virkningsgrad for den valgte turbine. Minimumskrav er, at man kender dampens tilgangsdata f.eks.  $p_1$  og  $T_1$  samt en tilstandsparameter for dampens afgang, som typisk vil være trykket  $p_2$ , som er bestemt af den efterfølgende kondenser.

**Eksempel 6.4.1.a (Eksempel 5.5.3.a modificeret)**

En dampeturbine, hvor dampen efter dampeturbinen blot skal kondenseres i en kondenser, benævnes en kondenserturbine. For en kondenserturbine for damp ( $H_2O$ ) er følgende udvalgte data ved tilgang og afgang givet. Bestem afgangstilstand for dampen og den reelle akseleffekt.

Turbinen har en isentropisk virkningsgrad på 0,86 og en virkningsgrad for mekaniske tab, gear og generator på hhv. 0,98, 0,97 og 0,99.

Ved opgavens løsning kan der ses bort fra kinetisk og potentiel energi i dampen, samt varmetab fra turbinen.

**Ad. 1:**

Tilgang:

$$p_1 = 60 \text{ bara}$$

$$T_1 = 400 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\dot{m} = 30 \text{ kg/s}$$

Fra EES bestemmes:

$$h_1 = 3177,0 \text{ kJ/kg}$$

Afgang:

$$p_2 = 0,1 \text{ bara}$$

$$T_2 = ? \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Som det ses ovenfor er  $h_1$  bestemt ud fra EES (eller alternativt fra en damptabel eller h-s diagrammet i Fig. 6.4.1.2).  $h_{2,s}$  kan bestemmes på to måder. Enten ved aflæsning i h-s diagrammet, idet pkt. 2,s vil være skæringspunktet mellem isobaren ( $p_2 = 0,1$  bara) og en lodret streg igennem pkt. 1, idet pkt. 1 og pkt. 2,s således vil have samme entropi (se Fig. 6.4.1.2)

Alternativt kan pkt. 2,s bestemmes på følgende måde:

$$s_{2,s} = s_1 = 6,540 \text{ kJ/kgK} \text{ (fra EES)}$$

Fra EES bestemmes yderligere:

$$h'(0,1 \text{ bara}) = 191,8 \text{ kJ/kg}$$

$$h''(0,1 \text{ bara}) = 2583,8 \text{ kJ/kg}$$

$$s'(0,1 \text{ bara}) = 0,649 \text{ kJ/kgK}$$

$$s''(0,1 \text{ bara}) = 8,148 \text{ kJ/kgK}$$

$$T_{mæt}(0,1 \text{ bara}) = 45,8 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Af Fig. 6.4.1.2 ses, at dampen eksanderer ned i to-faseområdet, og formel (3.2.1.3) finder anvendelse. De kendte værdier indsættes, og eneste ukendte er x-værdien pkt. 2,s.

$$s = s' \cdot (1 - x) + s'' \cdot x$$

↓

$$s_{2,s} = s_2' \cdot (1 - x_{2,s}) + s_2'' \cdot x_{2,s}$$

↓

$$6,540 \text{ kJ/kgK} = 0,649 \text{ kJ/kgK} \cdot (1 - x_{2,s}) + 8,148 \text{ kJ/kgK} \cdot x_{2,s}$$

↓

$$x_{2,s} = 0,7856$$

Formel (3.2.1.2) finder ligeledes anvendelse:

$$h = h' \cdot (1 - x) + h'' \cdot x$$

↓

$$h_{2,s} = h_2' \cdot (1 - x_{2,s}) + h_2'' \cdot x_{2,s}$$

↓

$$h_{2,s} = 191,8 \text{ kJ/kg} \cdot (1 - 0,7856) + 2583,8 \text{ kJ/kg} \cdot 0,7856 = 2070,9 \text{ kJ/kg}$$

Entalpien ved udløb ( $h_2$ ) bestemmes efter formel (6.4.1.2):

$$\eta_i = \frac{(h_2 - h_1)}{(h_{2,s} - h_1)}$$

$$0,86 = \frac{(h_2 - 3177,0)}{(2070,9 - 3177,0)}$$

↓

$$h_2 = 2225,8 \text{ kJ/kg}$$

Punktet  $(p_2, h_2)$  plottes ind i Fig. 6.4.1.2 som pkt. 2, og der trækkes en ret linje mellem pkt. 1 og 2. Pkt. 2 repræsenterer den reelle tilstand af dampen efter turbinen (som den kan måles).  $T_2 = T_{mælt}(0,1 \text{ bara}) = 45,8^\circ\text{C}$ .

Massestrøm ved tilgang og afgang må være den samme. Det virkelige arbejde (produceret akseeffekt) bestemmes ud fra formel (5.5.3.2):

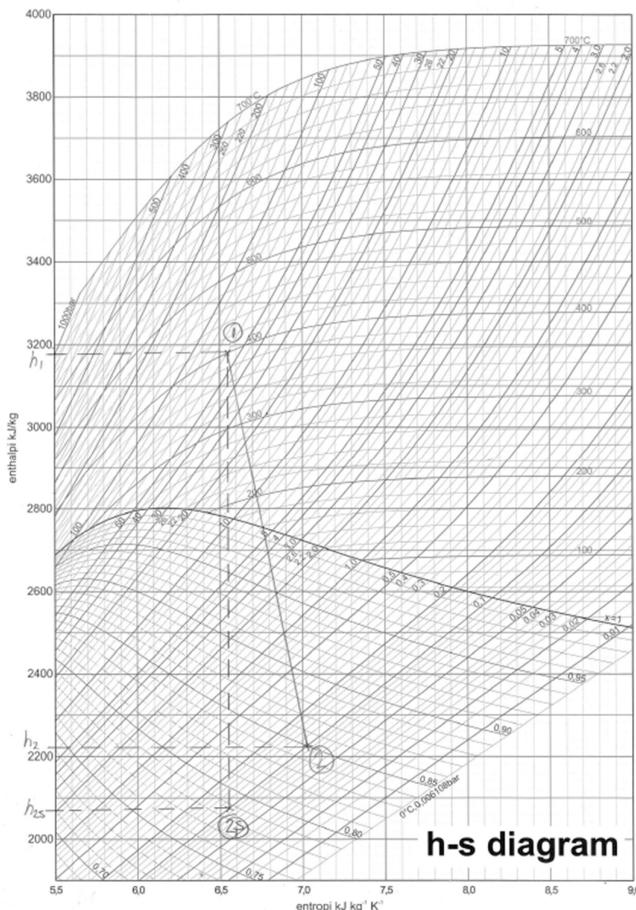
$$|\dot{W}_i| = |\dot{W}_{ud}| = \dot{m} \cdot (h_1 - h_2)$$

$$|\dot{W}_i| = 30 \text{ kg/s} \cdot (3177 - 2225,8) \text{ kJ/kg} \cdot 10^{-3} \text{ MW/kW} = 28,54 \text{ MW}$$

Genereret (eksporteret) eleffekt bestemmes af formel (6.4.1.1):

$$\dot{P}_{el} = |\dot{W}_i| \cdot \eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_{gen} = 28,54 \text{ MW} \cdot 0,98 \cdot 0,97 \cdot 0,99 = 26,86 \text{ MW}$$

Der tabes således  $(28,54 - 26,86) = 1,68 \text{ MW}$  inden akseeffekten er transformeret til eleffekt. Tabet afgives bla. til komponentkølevand, som kører oliekøleren for gearet og luftkøleren til generatoren. Det må fremtidige generationer af ingeniører kunne gøre bedre!?



**Fig. 6.4.1.2** Ekspansionskurve i et h-s-diagram for Eksempel 6.4.1.a

Bemærk, at alle interne dissipative effekter (friktion, turbulenser, interne lækager mv.) i turbinen vil indgå i forskellen mellem  $\dot{W}_i$  og  $\dot{W}_{t,isen}$ . Ser man på formel (6.4.1.2) ses, at jo større dissipative effekter desto mindre vil den isentropiske virkningsgrad være – hvilket vel stemmer meget godt overens med forventningerne. Jo lavere isentropisk virkningsgrad desto mindre effekt opnås på akslen. De dissipative effekter vil have en direkte indvirkning på tilstanden af dampen (læs entalpien) efter turbinen, som det kan ses af Fig. 6.4.1.2.b (Pkt. 2 flytter op/ned ad isobaren).

**Eksempel 6.4.1.b (Eksempel 6.4.1.a modificeret)**

For dampeturbinen i Eksempel 6.4.1.a ønskes nu udtaget 5 kg/s damp ved et tryk på 10 bara. Til alt held er der etableret et hul i turbinehuset, netop der, hvor dampen på ekspansionskurven har trykket 10 bara. Hvad bliver den nye akseleffekt?

Turbineekspansionskurven i Fig. 6.4.1.2 antages at være den samme. Dampens tilstand i udtaget kan ses af skæringspunktet mellem isobaren (10 bara) og turbineekspansionskurven. Er turbineekspansionskurven indtegnet i et h-s diagram kan aflæses følgende tilstand:

$$\begin{aligned} p_{udtag} &= 10 \text{ bara} \\ T_{udtag} &= \text{ca. } 203^\circ\text{C} \\ h_{udtag} &= \text{ca. } 2840 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Beregningsmæssigt kan man se det som to turbine på samme aksel, hvor den samlede akseleffekt må være summen af akseleffekt fra de to delturbiner:

$$\begin{aligned} |\dot{W}_i| &= |\dot{W}_{ud}| = \dot{m}_1 \cdot (h_1 - h_{udtag}) + (\dot{m}_1 - \dot{m}_{udtag}) \cdot (h_{udtag} - h_2) \\ |\dot{W}_i| &= (30 \text{ kg/s} \cdot (3177 - 2840) \text{ kJ/kg} + (30 - 5) \text{ kg/s} \cdot (2840 - 2225,8) \text{ kJ/kg}) \cdot 10^{-3} \text{ MW/kW} = 25,47 \text{ MW} \end{aligned}$$

## 6.4.2 Kompressor

I kapitel 5.5.3 blev kompressoren indledende behandlet. Gassen, som gennemstrømmede kompressoren blev antaget til at være en idealgas, hvorfor formlerne for temperatur efter kompression, teknisk arbejde (nødvendig akseleffekt) og varmeudveksling ved hhv. formlerne (5.5.3.3), (5.5.3.4) og (5.5.3.5) blev angivet. Formlerne var givet for en polytropisk proces, som ved heldigt valg af polytropisk eksponent (n) kunne have beskrevet en reel kompressionsproces rimeligt præcist.

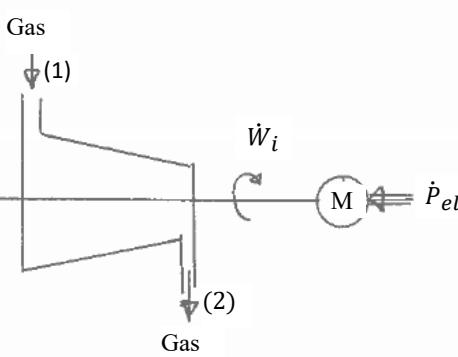
Lad os angribe problematikken fra en anden vinkel dvs. lade en isentropisk virkningsgrad udtrykke forholdet mellem det reversible og adiabatiske arbejde ( $\dot{W}_{t,isen}$ ) og det reelle arbejde ( $\dot{W}_i$ ) for kompressoren. Gassen betragtes ikke længere som en idealgas.

På Fig.6.4.2.1.a er vist et forsimplet procesdiagram for en kompressor. En gas ved et givet tryk ledes til kompressoren ved tilstand ① og komprimeres til et højere tryk ved tilstand ②. Kompressoren optager akseleffekt ( $\dot{W}_i$ ) for at udføre denne funktion.

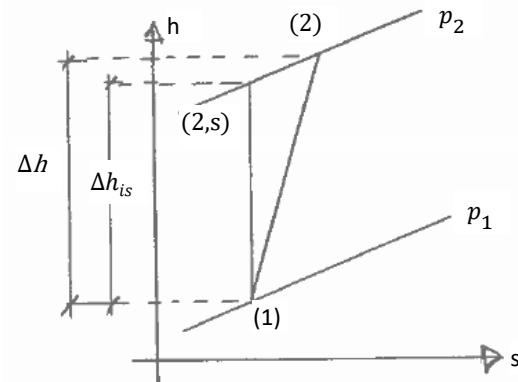
Den isentropiske virkningsgrad for en kompressor defineres som forholdet mellem akseleffekten, hvis turbinen var isentropisk, og den reelt optagne akseleffekt. Isentropisk virkningsgrad for kompressorer er stærkt afhængig af størrelse og fabrikat, og ligger i praksis typisk på 0,40-0,75.

$$\eta_{is} = \frac{\dot{W}_{t,isen}}{\dot{W}_i} = \frac{\dot{m} \cdot (h_{2,S} - h_1)}{\dot{m} \cdot (h_2 - h_1)} = \frac{(h_{2,S} - h_1)}{(h_2 - h_1)} = \frac{\Delta h_{is}}{\Delta h} \quad (6.4.2.1)$$

Formlen for den optagne akseleffekt ( $\dot{W}_i$ ) og isentropisk akseleffekt ( $\dot{W}_{t,isen}$ ) er ækvivalent uddraget fra formel (5.5.3.2), hvor der ses bort fra bidrag fra kinetisk og potentiel energi i gasstrømmen samt varmetab fra kompressoroverfladen.



(a) Prosesdiagram for en kompressor



(b) Kompressionskurver i et h-s diagram

**Fig. 6.4.2.1** Prosesdiagram for en kompressor og kompressionskurver i h-s-diagram.

Det teknisk reversible arbejde for en kompressionsproces blev udledt i kapitel 5.1 under antagelse af, at der ikke er varmeudveksling med omgivelser (varmetab fra kompressoroverfladen), ingen bidrag fra kinetisk og potentiel energi fra fluiden, samt at der ikke er noget dissipationsarbejde, og formel (5.1.11) gengives her:

$$w_t = \int_1^{2,s} v \cdot dp \quad (6.4.2.2)$$

Formel (6.4.2.2) repræsenterer det specifikke isentropiske arbejde og udtrykt som effekt kan formel (6.4.2.3) opstilles. I formel (6.4.2.3) er antaget, at det specifikke volumen er konstant. Dette er ikke korrekt, men hvis der indsættes en middelværdi mellem pkt. 1 og 2s vil beregningsunøjagtigheden ikke være stor.

$$\dot{W}_{t,isen} = \dot{W}_t = \dot{m} \cdot \int_1^{2,s} v \cdot dp = \dot{m} \cdot v_m \cdot (p_2 - p_1) \quad (6.4.2.3)$$

Indsættelse af en middelværdi for det specifikke volumen kræver et kendskab til pkt. 2s, hvilket kunne opnås ved brug af formel (6.2.2.1), og så har man antaget, at gassen er en idealgas. Anvendelsen af formel (6.2.2.1) kræver dog også iterationer, idet isentropeksponenten ( $\kappa$ ) er en funktion af temperaturen.

Alternativt kunne man tage udgangspunkt i formel (5.1.12), og omskrevet til en ligning i effekt:

$$\dot{W}_{t,isen} = \dot{m} \cdot w_{net} = \dot{m} \cdot [h_{2,s} - h_1] = \dot{m} \cdot c_{p,m,12s} \cdot (T_{2,s} - T_1) \quad (6.4.2.4)$$

Som erindres, kræver denne metode også iteration, idet  $c_{p,m,12s}$  kræver kendskab til både  $T_1$  og  $T_{2,s}$ . Kendskab til  $T_{2,s}$  kunne opnås ved brug af formel (6.2.2.1), og så har man antaget, at gassen er en idealgas. Implementeres formel (6.4.2.4) i formel (6.4.2.1), og benyttes samme princip for den reelle akseleffekt ( $\dot{W}_i$ ) fås:

$$\eta_{is} = \frac{\dot{W}_{t,isen}}{\dot{W}_i} = \frac{\dot{m} \cdot c_{p,m,12s} \cdot (T_{2,s} - T_1)}{\dot{m} \cdot c_{p,m,12} \cdot (T_2 - T_1)} = \frac{c_{p,m,12s} \cdot (T_{2,s} - T_1)}{c_{p,m,12} \cdot (T_2 - T_1)} \quad (6.4.2.5)$$

Dvs. med kendskab til den isentropiske virkningsgrad for kompressoren er der en mulighed for at bestemme  $T_2$ , og sammenholdt med kendskab til  $p_2$  er den reelle tilstand efter kompressoren herefter kendt.

Åh, kunne man dog bare slippe for de tidskrævende iterationer – det kan man, hvis man groft antager, at  $c_p$  ikke er en funktion af temperaturen dvs. er konstant. Herved bliver formel (6.4.2.5) forenklet til:

$$\eta_{is} \approx \frac{(T_{2,s} - T_1)}{(T_2 - T_1)} \quad (6.4.2.4)$$

Specielt ved store temperaturforskelle vil det give anledning til nogen unøjagtighed.

Entalpiforskellene ( $\Delta h_{is}$ ) og ( $\Delta h$ ) i formel (6.4.2.1) er grafisk gengivet på Fig. 6.4.2.1.b.

Helt generelt kan sammenhængen mellem akseleffekt til kompressoren ( $\dot{W}_i$ ) og effekt ( $\dot{P}_{el}$ ) fra elnettet formuleres som:

$$\dot{P}_{el} = \frac{\dot{W}_i}{\eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_m} = \sqrt{3} \cdot I \cdot V \cdot \cos\varphi \quad (6.4.2.7)$$

hvor,

$\dot{W}_i$  Akseleffekt optaget af kompressoren (uden mekaniske effektab, som afgives til omgivelserne)

$\eta_{mek}$  Mekanisk virkningsgrad for kompressoren (typisk 0,90-0,95)

$\eta_{gear}$  Virkningsgrad for gear eller remtræk (typisk 0,96-0,98)

$\eta_m$  Virkningsgrad for elmotor (typisk 0,90-0,96)

$\sqrt{3}$  Korrektsionsfaktor for 3-faset vekselstrøm

$I$  Strømstyrken i hver fase i [A]

$V$  Spændingen i [V]

$\cos\varphi$  Faseforskydning mellem strøm og spænding

**Eksempel 6.4.2.a (Eksempel 5.5.3.a modificeret)**

En kompressor benyttes til at producere trykluft, og følgende udvalgte data er givet ved tilgang og afgang. Kompressoren har en isentropisk virkningsgrad på 0,78. Luften antages at være en idealgas, hvor opportun.

- Bestem tilstanden efter kompressoren og akseleffekt, som skal tilføres kompressoren.

**Ad 1:**

Tilgang:

$$p_1 = 1,013 \text{ bara}$$

$$T_1 = 20^\circ\text{C}$$

$$\dot{m} = 2 \text{ kg/s}$$

Fra Appendiks D2 bestemmes:

$$287,2 \text{ J/kgK}$$

Isentropeksponent bestemmes i EES

(alt. fra Appendiks D3)

Afgang:

$$p_2 = 6 \text{ bara}$$

$$T_2 = ?$$

Den isentropiske akseleffekt søges bestemt først. Temperaturen efter kompressoren bestemmes ved brug af formel (5.5.3.3):

Iteration 1:  $\kappa$  antages til 1,4

$$T_{2,s} = T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = (273 + 20)K \cdot \left( \frac{6}{1,013} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 487,1 \text{ K} = 214,1^\circ\text{C}$$

$$\kappa_m = \frac{1}{2} \cdot (\kappa_1 + \kappa_{2,s}) = \frac{1}{2} \cdot (\kappa(20^\circ\text{C}; 1,013 \text{ bara}) + \kappa(214,1^\circ\text{C}; 6 \text{ bara})) = \frac{1}{2} \cdot (1,401 + 1,394) = 1,3975$$

Iteration 2:  $\kappa$  antages til 1,3975

$$T_{2,s} = T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = (273 + 20)K \cdot \left( \frac{6}{1,013} \right)^{\frac{1,3975-1}{1,3975}} = 486,0 \text{ K} = 213,0^\circ\text{C}$$

$$\kappa_m = \frac{1}{2} \cdot (\kappa_1 + \kappa_{2,s}) = \frac{1}{2} \cdot (\kappa(20^\circ\text{C}; 1,013 \text{ bara}) + \kappa(213^\circ\text{C}; 6 \text{ bara})) = \frac{1}{2} \cdot (1,401 + 1,394) = 1,3975$$

Iteration stoppes! Middel specifik varmekapacitet bestemmes jf. EES:

$$\begin{aligned} c_{p,m,12s} &= \frac{1}{2} \cdot (c_p(20^\circ\text{C}; 1,013\text{bara}) + c_p(213^\circ\text{C}; 6\text{bara})) \\ &= \frac{1}{2} \cdot (1,006 + 1,030) = 1,018 \text{ kJ/kgK} \end{aligned}$$

$\dot{W}_a$  findes af formel (6.4.2.1) og (6.4.2.4) sammenskrevet:

$$\dot{W}_i = \frac{\dot{W}_{t,isen}}{\eta_{is}} = \frac{\dot{m} \cdot c_{p,m,12s} \cdot (T_{2,s} - T_1)}{\eta_{is}} = \frac{2\text{kg/s} \cdot 1,018\text{kJ/kgK} \cdot (486 - 293)\text{K}}{0,78} = 503,8 \text{ kW}$$

Herefter kunne man bestemme  $T_2$  ud fra formlen:  $\dot{W}_i = \dot{m} \cdot c_{p,m,12} \cdot (T_2 - T_1)$ , hvor der ligeledes vil blive brug for iterationer for bestemmelse af middel værdien for den specifikke varmekapacitet ( $c_{p,m,12}$ ).

For bestemmelse af optagten eleffekt for en elmotor ville formel (6.4.2.7) komme i spil.

#### Eksempel 6.4.2.b

I eksempel 6.4.2.a blev nævnt, at beregningerne på en kompressor på den ene eller anden måde involverer iterationer for at bruge de rigtige stofværdier ( $c_p$  eller  $\kappa$ ). For at slippe for disse iterationer, kan man benytte en tilstandsstørrelse, som indeholder viden om stofværdiernes afhængighed af temperatur og tryk. Et godt eksempel er entalpien, som vil blive demonstreret nedenstående.

Opgaven lyder, at man skal bestemme den reelle afgangstilstand dvs. temperatur for en kompressor for damp. Kompressoren skal komprimere  $0,1 \text{ kg/s}$  damp ved en tilstand på  $1,5 \text{ bara}$  og  $120^\circ\text{C}$  til et tryk på  $2,5 \text{ bara}$ . Kompressoren har en isentropisk virkningsgrad på  $70\%$ .

Fra formel (6.4.2.1) vides, at:

$$\dot{W}_{t,isen} = \dot{m} \cdot (h_{2,s} - h_1)$$

EES benyttes til at bestemme entalpierne i formlen med følgende forsimplede funktionskald, og Fig. 6.4.2.1.b benyttes til forståelse af procedure:

$$h_1 = h(p = 1,5\text{bara}; T = 120^\circ\text{C}) = 2711,3 \text{ kJ/kg}$$

$$s_1 = s(p = 1,5\text{bara}; T = 120^\circ\text{C}) = 7,269 \text{ kJ/kgK}$$

$$h_{2,s} = h(p = 2,5\text{bara}; s = s_1) = 2808,0 \text{ kJ/kg}$$

Det tekniske arbejde bliver da:

$$\dot{W}_{t,isen} = \dot{m} \cdot (h_{2,s} - h_1) = 0,1\text{kg/s} \cdot (2808,0 - 2711,3)\text{kJ/kg} = 9,67 \text{ kW}$$

Det reelle indre arbejde bestemmes af formel (6.4.2.1):

$$\begin{aligned} \eta_{is} &= \frac{\dot{W}_{t,isen}}{\dot{m} \cdot (h_2 - h_1)} \\ &\downarrow \\ h_2 &= h_1 + \frac{\dot{W}_{t,isen}}{\dot{m} \cdot \eta_{is}} = 2711,3 + \frac{9,67\text{kW}}{0,1\text{kg/s} \cdot 0,70} = 2849,4 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

EES benyttes til at bestemme temperaturen efter den virkelige kompression:

$$T_2 = T(p = 2,5\text{bara}; h = 2849,4\text{kJ/kg}) = 190,9^\circ\text{C}$$

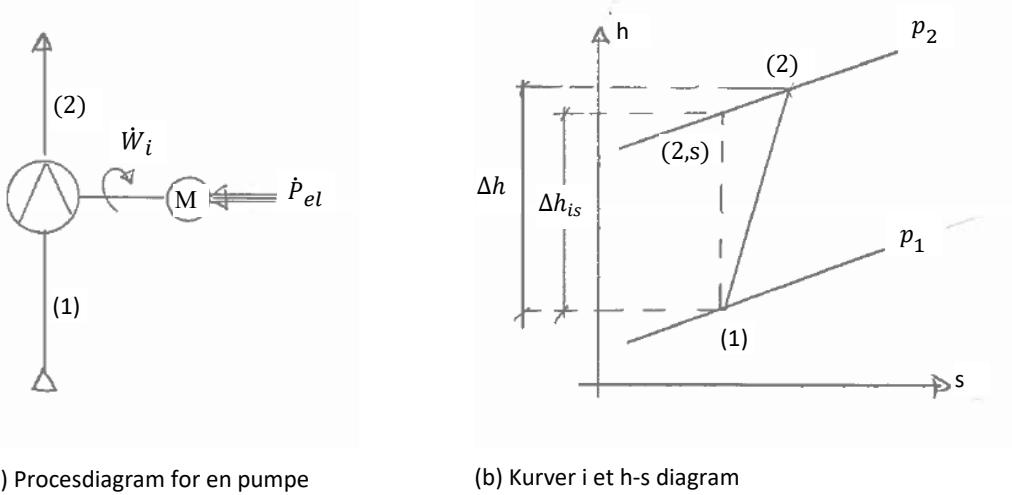
Som anskueliggjort i Eksempel 6.4.2.b kan man slippe for iterationer i visse beregninger, hvis man benytte en tilstandsstørrelse, som indeholder viden om stofværdiernes afhængighed af temperatur og tryk. I Eksempel 6.4.2.b blev entalpien nævnt som eksempel. Der er naturligvis alternativer, som kunne være relativ specifik volumen, men dette kræver jo bare endnu et tabelværk.

### 6.4.3 Pumpe

I kapitel 5.5.2 blev pumpen indledende behandlet. Teorien for en pumpe og en kompressor minder meget om hinanden, men beregningerne bliver simplere, idet pumpen gennemstrømmes af en væske, som antages at være inkompresibel.

Den isentropisk virkningsgrad for en pumpe udtrykker forholdet mellem det reversibele og adiabatiske arbejde ( $\dot{W}_{t,isen}$ ) og det reelle akselarbejde ( $\dot{W}_i$ ).

På Fig. 6.4.3.1.a er vist et forsimplet procesdiagram for en pumpe. Et væskeflow ved et givet tryk ledes til pumpen ved tilstand (1) og flyttes til et højere tryk ved tilstand (2). Pumpen optager akseleffekt ( $\dot{W}_i$ ) for at udføre denne funktion.



(a) Procesdiagram for en pumpe

(b) Kurver i et h-s diagram

**Fig. 6.4.3.1** Procesdiagram for en pumpe og kurver i h-s-diagram.

Den isentropiske virkningsgrad for en pumpe defineres som forholdet mellem akseleffekt, hvis pumpen var isentropisk, og den reelt optagne akseleffekt, som angivet i formel (6.4.3.1). Isentropisk virkningsgrad for pumper er stærkt afhængig af størrelse og fabrikat, og ligger i praksis typisk på 0,50-0,85.

$$\eta_{is} = \frac{\dot{W}_{t,isen}}{\dot{W}_i} = \frac{\dot{m} \cdot (h_{2,s} - h_1)}{\dot{m} \cdot (h_2 - h_1)} = \frac{(h_{2,s} - h_1)}{(h_2 - h_1)} = \frac{\Delta h_{is}}{\Delta h} \quad (6.4.3.1)$$

I formlen er antaget, at der ses bort fra bidrag fra kinetisk og potentiel energi i væskestørmmen samt varmetab fra pumpeoverfladen.

Det teknisk reversible arbejde for en pumpeproces blev udledt i kapitel 5.1 under antagelse af, at der ikke er varmeudveksling med omgivelserne (varmetab fra kompressoroverfladen), ingen bidrag fra kinetisk og potentiel energi fra fluiden, samt at der ikke er noget dissipationsarbejde, og formel (5.1.11) gengives her:

$$w_t = \int_1^{2,s} v \cdot dp \quad (6.4.3.2)$$

Formel (6.4.3.2) repræsenterer det specifikke isentropiske arbejde og udtrykt som effekt kan formel (6.4.3.3) opstilles. I formel (6.4.3.3) er antaget, at det specifikke volumen er konstant.

$$\dot{W}_{t,isen} = \dot{W}_t = \dot{m} \cdot \int_1^{2,s} v \cdot dp = \dot{m} \cdot v_1 \cdot (p_2 - p_1) \quad (6.4.3.3)$$

Ud fra en omskrivning af formel (6.4.3.1) bestemmes den reelle akseleffekt ( $\dot{W}_i$ ) til:

$$\dot{W}_i = \frac{\dot{W}_{t,isen}}{\eta_{is}} = \frac{\dot{m} \cdot v_1 \cdot (p_2 - p_1)}{\eta_{is}} \quad (\text{Formel I}) \quad (6.4.3.4)$$

Den reelt optagne akseleffekt må jf. formel (5.5.2.2) også være lig:

$$\dot{W}_i = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) \quad (\text{Formel II}) \quad (6.4.3.5)$$

Dvs. med kendskab til den isentropiske virkningsgrad for pumpen er der en mulighed for at bestemme  $h_2$ , og sammenholdt med kendskab til  $p_2$  er den reelle tilstand efter pumpen således kendt.

Entalpiforskellene ( $\Delta h_{is}$ ) og ( $\Delta h$ ) i formel (6.4.3.1) er grafisk gengivet på Fig. 6.4.3.1.b.

Helt generelt kan sammenhængen mellem akseleffekt til pumpen ( $\dot{W}_i$ ) og effekt ( $\dot{P}_{el}$ ) fra elnettet formuleres som:

$$\dot{P}_{el} = \frac{\dot{W}_i}{\eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_m} = \sqrt{3} \cdot I \cdot V \cdot \cos\varphi \quad (6.4.3.6)$$

hvor,

$\dot{W}_i$  Akseleffekt optaget af pumpen (uden tillæg for mekaniske tab i pumpen)

$\eta_{mek}$  Mekanisk virkningsgrad for pumpen (typisk 0,90-0,95)

$\eta_{gear}$  Virkningsgrad for gear eller remtræk (typisk 0,96-0,98)

$\eta_m$  Virkningsgrad for elmotor (typisk 0,90-0,96)

$\sqrt{3}$  Korrektionsfaktor for 3-faset vekselstrøm

$I$  Strømstyrken i hver fase i [A]

$V$  Spændingen i [V]

$\cos\varphi$  Faseforskydning mellem strøm og spænding

#### Eksmpel 6.4.3.a (Eksmpel 5.5.2.a fortsat)

For en pumpe for underkølet vand ( $H_2O$ ) er følgende udvalgte data ved tilgang og afgang givet. Bestem den komplette tilstand efter pumpen. Isentropisk virkningsgrad for pumpen er 0,76.

#### Ad. 1:

Tilgang:

$$p_1 = 2 \text{ bara}$$

$$T_1 = 50^\circ C$$

$$\dot{m} = 50 \text{ kg/s}$$

Afgang:

$$p_2 = 20 \text{ bara}$$

$$T_2 = ?$$

$$h_2 = ?$$

Fra EES bestemmes:

$$v_1 = 0,001 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 = 209,5 \text{ kJ/kg}$$

Det reelle akselarbejde bestemmes ud fra formel (6.4.3.4):

$$\dot{W}_i = \frac{\dot{m} \cdot v_1 \cdot (p_2 - p_1)}{\eta_{is}} = \frac{50 \text{ kg/s} \cdot 0,001 \text{ m}^3/\text{kg} \cdot (20-2) \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 10^{-3} \text{ kW/W}}{0,76} = 118,4 \text{ kW}$$

Entalpien ( $h_2$ ) for afgang isoleres af formel (6.4.3.5):

$$h_2 = h_1 + \frac{\dot{W}_i}{\dot{m}} = 209,5 \text{ kJ/kg} + \frac{118,4 \text{ kW}}{50 \text{ kg/s}} = 211,9 \text{ kJ/kg}$$

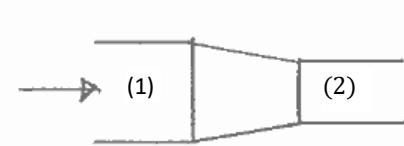
Ved brug af EES ( $T=T(p=20 \text{ bara}, h=211,9 \text{ kJ/kg})$ ) kan afgangstemperaturen bestemmes til  $50,2^\circ C$ . Temperaturstigningen over pumpen er således marginal.

#### 6.4.4 Dyse

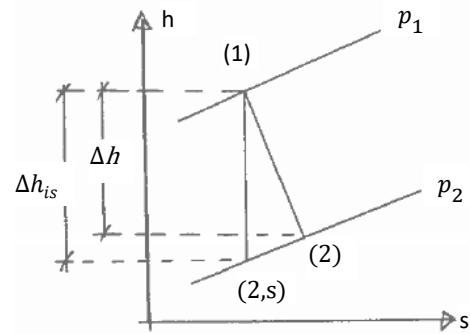
I kapitel 5.5.1 blev dysen indledende behandlet. For en dyse kan ligeledes opstilles en formel for den isentropiske virkningsgrad som angivet i formel (6.4.4.1). Isentropisk virkningsgrad for dyser i praksis ligger typisk på 0,85-0,99.

$$\eta_{is} = \frac{(h_1 - h_2)}{(h_1 - h_{2,s})} = \frac{\Delta h}{\Delta h_{is}} \quad (6.4.4.1)$$

På Fig. 6.4.4.1.a er vist et forsimplet procesdiagram for en dyse. Et flow ved et givet tryk ledes til dysen ved tilstand (1) og forlader dysen ved et lavere tryk ved tilstand (2). Entalpiforskellene ( $\Delta h_{is}$ ) og ( $\Delta h$ ) i formel (6.4.4.1) er grafisk gengivet på Fig. 6.4.4.1.b.



(a) Prosesdiagram for en dye



(b) Kurver i et h-s diagram

**Fig. 6.4.4.1** Prosesdiagram for en dye og kurver i h-s-diagram.

Ses bort fra potentielle energibidrag i den strømmende fluid samt varmetab fra overfladen, kan formel (5.5.1) omskrives til:

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2} \cdot c_2^2 - \frac{1}{2} \cdot c_1^2 \quad (6.4.4.2)$$

og

$$h_1 - h_{2,s} = \frac{1}{2} \cdot c_{2,s}^2 - \frac{1}{2} \cdot c_1^2 \quad (6.4.4.3)$$

Alle interne dissipative effekter (friktion, turbulenser, mv.) i dysen antages at reducere udløbshastigheden. Den energi, som den reducerede udløbshastighed indebærer, vil tilgå udløbsentalpien dvs. som opvarmning. Formlerne (6.4.4.2) og (6.4.4.3) indsættes i formel (6.4.4.1) og der opnås:

$$\eta_{is} = \frac{(h_1 - h_2)}{(h_1 - h_{2,s})} = \frac{\frac{1}{2} \cdot c_2^2 - \frac{1}{2} \cdot c_1^2}{\frac{1}{2} \cdot c_{2,s}^2 - \frac{1}{2} \cdot c_1^2} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{c_{2,s}^2 - c_1^2} \quad (6.4.4.4)$$

Tabet i specifik kinetisk energi vil være:

$$\Delta e_{kin} = \frac{1}{2} \cdot c_{2,s}^2 - \frac{1}{2} \cdot c_2^2 \quad (6.4.4.5)$$

Den reelle entalpi ved udløbet af dysen bliver da:

$$h_2 = h_{2,s} + \Delta e_{kin} \quad (6.4.4.6)$$

**Eksempel 6.4.4.a (Eksempel 5.5.1.a fortsat)**

For en vandret-liggende konvergent dyse for overhededamp er følgende data givet ved tilgang og afgang. Dysen sidder mellem to damprum med hver sit tryk. Dysen har en isentropisk virkningsgrad på 0,98.

Bestem udløbsdata for dysen uden et varmetab.

Tilgang:

$$p_1 = 20 \text{ bara}$$

$$T_1 = 300^\circ\text{C}$$

$$\dot{m} = 3 \text{ kg/s}$$

$$d_1 = 100 \text{ mm (cirkulært tværsnit)}$$

Fra EES bestemmes:

$$v_1 = 0,1254 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_1 = 3022,7 \text{ kJ/kg}$$

Afgang:

$$p_2 = 16 \text{ bara}$$

$$T_2 = ?$$

$$d_2 = ? \text{ (cirkulært tværsnit)}$$

$$c_{2,s} = 125 \text{ m/s (tabufsrit)}$$

$$\text{Hastigheden i tilgangsrøret er: } c_1 = \frac{3\text{kg/s} \cdot 0,1254\text{m}^3/\text{kg}}{\pi \cdot (\frac{0,1\text{m}}{2})^2} = 47,9 \text{ m/s}$$

$h_{2,s}$  bestemmes ved omskrivning af formel (6.4.4.3):

$$h_{2,s} = h_1 + \frac{1}{2} \cdot c_1^2 - \frac{1}{2} \cdot c_{2,s}^2 = 3022,7 \text{ kJ/kg} + \frac{1}{2} \cdot ((47,9 \text{ m/s})^2 - (125 \text{ m/s})^2) \cdot 10^{-3} \text{ kJ/J} = 3016,03 \text{ kJ/kg}$$

Den reelle udløbsentalpi findes af formel (6.4.4.4) i omskrevet stand

$$h_2 = \eta_{is} \cdot (h_{2,s} - h_1) + h_1 = 0,98 \cdot (3016,03 - 3022,7) + 3022,7 = 3016,16 \text{ kJ/kg}$$

Den reelle hastighed ud af dysen findes af formel (6.4.4.4) i omskrevet stand:

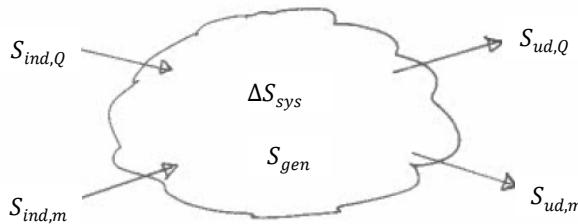
$$c_2 = \sqrt{c_1^2 + \eta_{is} \cdot (c_{2,s}^2 - c_1^2)} = \sqrt{47,9^2 + 0,98 \cdot (125^2 - 47,9^2)} = 123,93 \text{ m/s}$$

Ved brug af EES ( $T=T(p=16\text{bara}, h=3016,16\text{kJ/kg})$ ) kan afgangstemperaturen bestemmes til  $292,0^\circ\text{C}$ , da vi nu har både  $h_2$  og  $p_2$ . Det specifikke volumen for afgangstilstanden ( $v_2$ ) er  $0,1560 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Diameteren af afgangsrøret bestemmes til:

$$d_2 = 2 \cdot \sqrt{(\dot{m} \cdot v_2) / (\pi \cdot c_{2,s})} = 2 \cdot \sqrt{(3\text{kg/s} \cdot 0,1560\text{m}^3/\text{kg}) / (\pi \cdot 123,93\text{m/s})} \cdot 10^3 \text{mm/m} = 69,3 \text{ mm}$$

## 6.5 Entropi balance

For ethvert system kan opstilles en balance for entropien. På Fig. 6.5.1 er vist et system med pile, som symboliserer entropiudveksling med omgivelserne.



**Fig. 6.5.1.** Entropiudveksling mellem et system og dets omgivelser

For systemet i Fig. 6.5.1 kan opstilles følgende balanceligning i entropien, idet der generaliseres til flere massestrømme og flere varmestrømme over systemgrænsen:

$$\Delta S_{sys} = S_2 - S_1 = \sum \frac{Q}{T} + \sum m_{ind} \cdot s_{ind} - \sum m_{ud} \cdot s_{ud} + S_{gen} \quad (6.5.1)$$

eller differentieret med tiden:

$$\frac{ds_{sys}}{dt} = \dot{S}_2 - \dot{S}_1 = \sum \frac{\dot{Q}}{T} + \sum \dot{m}_{ind} \cdot s_{ind} - \sum \dot{m}_{ud} \cdot s_{ud} + \dot{S}_{gen} \quad (6.5.2)$$

I formel (6.5.1) har de enkelte led følgende karakteristika:

- $\Delta S_{sys}$  : Beskriver entropiændringen for systemet, som kan være positiv eller negativ
- $\sum \frac{Q}{T}$  : Beskriver summen af alle varmemængder udvekslet med omgivelserne divideret med den temperatur (konstant) hvorved varmemængden er udvekslet. Idet Q kan være positiv og negativ og T altid positiv, kan det enkelte led i summationen være både positivt og negativt
- $\sum m_{ind} \cdot s_{ind}$  : Beskriver summen af entropigevinsterne fra alle masser ind i systemet. Hvert led i summationen er positivt
- $\sum m_{ud} \cdot s_{ud}$  : Beskriver summen af entropitabene fra alle masser ud af systemet. Hvert led i summationen er negativt
- $S_{gen}$  : Beskriver den i systemet genererede eller opståede entropi, som er en følge af dissipationsarbejde hidrørende fra varme udviklet som følge af friktion, kemiske reaktioner mv. samt varme udviklet som følge af arbejde tilført fra omgivelserne og el overført fra omgivelserne.  $S_{gen} \geq 0$ .

Arbejde tilført over systemgrænsen bidrager således ikke direkte i entropibalancen, men skaber større uorden i systemet og bidrager til den genererede entropi i systemet dvs. som dissipationsarbejde, som jo bekendt ender i varme.

Arbejde untaget fra et system indgår ikke i entropibalancen, da betingelsen  $S_{gen} \geq 0$  ikke ville kunne opretholdes i alle tilfælde.

Formel (6.5.1) og (6.5.2) er modifieret og angivet for en række specialtilfælde i Fig. 6.5.2.

Specieltilfælde	Entropibalance
Åbent system	$\Delta S_{sys} = S_2 - S_1 = \sum \frac{Q}{T} + \sum m_{ind} \cdot s_{ind} - \sum m_{ud} \cdot s_{ud} + S_{gen}$ eller $\frac{dS_{sys}}{dt} = \dot{S}_2 - \dot{S}_1 = \sum \frac{\dot{Q}}{T} + \sum \dot{m}_{ind} \cdot s_{ind} - \sum \dot{m}_{ud} \cdot s_{ud} + \dot{S}_{gen}$
Lukket system	$\Delta S_{sys} = S_2 - S_1 = \sum \frac{Q}{T} + S_{gen}$ eller $\frac{dS_{sys}}{dt} = \dot{S}_2 - \dot{S}_1 = \sum \frac{\dot{Q}}{T} + \dot{S}_{gen}$
Reversibelt system	$\Delta S_{sys} = S_2 - S_1 = \sum \frac{Q}{T} + \sum m_{ind} \cdot s_{ind} - \sum m_{ud} \cdot s_{ud}$ eller $\frac{dS_{sys}}{dt} = \dot{S}_2 - \dot{S}_1 = \sum \frac{\dot{Q}}{T} + \sum \dot{m}_{ind} \cdot s_{ind} - \sum \dot{m}_{ud} \cdot s_{ud}$
Adiabatisk system	$\Delta S_{sys} = S_2 - S_1 = \sum m_{ind} \cdot s_{ind} - \sum m_{ud} \cdot s_{ud} + S_{gen}$ eller $\frac{dS_{sys}}{dt} = \dot{S}_2 - \dot{S}_1 = \sum \dot{m}_{ind} \cdot s_{ind} - \sum \dot{m}_{ud} \cdot s_{ud} + \dot{S}_{gen}$
Isentropisk system	$\Delta S_{sys} = S_2 - S_1 = \sum m_{ind} \cdot s_{ind} - \sum m_{ud} \cdot s_{ud}$ eller $\frac{dS_{sys}}{dt} = \dot{S}_2 - \dot{S}_1 = \sum \dot{m}_{ind} \cdot s_{ind} - \sum \dot{m}_{ud} \cdot s_{ud}$
Kontinuert (steady) flow	$0 = \dot{S}_2 - \dot{S}_1 = \sum \frac{\dot{Q}}{T} + \sum \dot{m}_{ind} \cdot s_{ind} - \sum \dot{m}_{ud} \cdot s_{ud} + \dot{S}_{gen}$

Fig. 6.5.2. Entropibalance for en række specialtilfælde

**Eksempel 6.5.1.a (Eksempel 5.5.5.a fortsat)**

På en papirmølle produceres 16 bara damp i en dampkedel. En del af denne damp ønsker reduceret til 6 bara damp. Bestem tilstanden af damp efter drøvleorganet. Der antages et flow på 6 t/h.

Damp før:

$$p_1 = 16 \text{ bara}$$

$$T_1 = 400 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

I EES bestemmes:

$$h_1 = 3254,1 \text{ kJ/kg}$$

$$v_1 = 0,1900 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$s_1 = 7,237 \text{ kJ/kgK}$$

Damp efter:

$$p_2 = 6 \text{ bara}$$

$$h_2 = h_1 = 3254,1 \text{ kJ/kg}$$

I EES bestemmes:

$$T_2 = 392,3 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$v_2 = 0,5077 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$s_2 = 7,683 \text{ kJ/kgK}$$

Der er tale om et kontinuert flow system, hvor der ikke udveksles varme eller arbejde med omgivelserne, hvorfor sidste formel i Fig. 6.5.2 kan reduceres til:

$$\dot{S}_{gen} = \sum \dot{m}_{ud} \cdot s_{ud} - \sum \dot{m}_{ind} \cdot s_{ind} = \frac{6}{3,6} \text{ kg/s} \cdot (7,683 - 7,237) \text{ kJ/kgK} = 0,743 \text{ kW/K}$$

**Eksempel 6.5.1.b**

En bil med en vægt på 1000 kg kører i et havnebassin ved et uheld. Gennemsnitstemperaturen af den driftsvarme bil er 60 °C alt taget i betragtning, og vægten kan ækvivaleres til jern alene. Vandet i havnebassinet er 15 °C varmt. Vandmængden i havnebassinet kan betragtes så stort, at temperaturen ikke berøres af bilen.

Specifik varmekapacitet for vand og jern er hhv. 4,198 kJ/kgK og 0,46 kJ/kgK (Appendiks D4) og antages konstante.

Entropiændringen for bilen alene kan bestemmes afformlen for entropibalance for et lukket system jf. Fig. 6.5.2. Der er ingen dissipationseffekter, hvorfor  $S_{gen} = 0$ . Formel (6.1.7.a) substitueres ind i formlen. Bilen køles ned fra 60 til 15 °C.

$$\Delta S_{sys,bil} = S_2 - S_1 = \sum \frac{Q}{T} + S_{gen} = \sum \frac{Q}{T} = \int_1^2 \frac{dQ_{net}}{T} = m \cdot c_p \cdot \int_1^2 \frac{dT}{T} = m \cdot c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$\Delta S_{sys,bil} = m \cdot c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 1.000\text{kg} \cdot \frac{0,46\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot \ln\left(\frac{(273 + 15)}{(273 + 60)}\right) = -66,8 \text{ kJ/K}$$

Varmemængden, som overføres fra bilen til bassinet, kan bestemmes af følgende formel, idet bilen nedkøles fra 60 til 15 °C:

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T = 1.000\text{kg} \cdot \frac{0,46\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot (60 - 15)\text{°C} = 20.250 \text{ kJ}$$

Denne varmemængde tilføres bassinet, og bassinet alene opnår en entropistigning ved en konstant temperatur på 15 °C på:

$$\Delta S_{sys,bassin} = S_2 - S_1 = \sum \frac{Q}{T} = \frac{20250 \text{ kJ}}{(273 + 15)\text{K}} = +70,3 \text{ KJ/K}$$

Da bilen og bassinet kan betragtes som et samlet system, som er lukket og adiabatisk, må følgende jf. Fig. 6.5.2 gælde:

$$\Delta S_{sys,samlet} = S_2 - S_1 = S_{gen}$$

eller

$$S_{gen} = \Delta S_{sys,samlet}$$

$\Delta S_{sys,samlet}$  må være summen af entropiændringerne for både bil og bassin, og følgende kan opstilles:

$$S_{gen} = \Delta S_{sys,bassin} + \Delta S_{sys,bil} = +70,3 - 66,8 = +3,5 \text{ kJ/K}$$

Når bilen kører i vandet, sker der således samlet set en entropistigning. Dette passer med forudsætningen om, at  $S_{gen} \geq 0$ .

## 6.6 Opgaver til kapitel 6

Detaljeret løsningsforslag til de \*-mærkede opgaver er angivet i Appendiks B.

### Opgave 6.1 \*

En ventilator til tryksætning af luft arbejder: 1) Polytropisk med polytropeseksponenten  $n=1,5$ . 2) Isentropisk. 3) med en isentropisk virkningsgrad på 0,858. Tryk og temperatur på luften før ventilatoren er hhv. 1,013 bara og 15 °C. Ønsket tryk efter ventilator er 1,063 bara. Luften kan betragtes som en idealgas. Bestem for alle tre tilfælde det tekniske arbejde i [W] og varmemængden (evt. som dissipationsarbejde) udvekslet med omgivelserne i [W], når ventilatoren flytter 1 kg/s. Sammenlig resultaterne og forklar sammenhænge (Svar: 1) hhv. 4.015 W og 661 W. 2) hhv. 4.014 W og 0 W. 3) hhv. 4.017 W og 666 W).

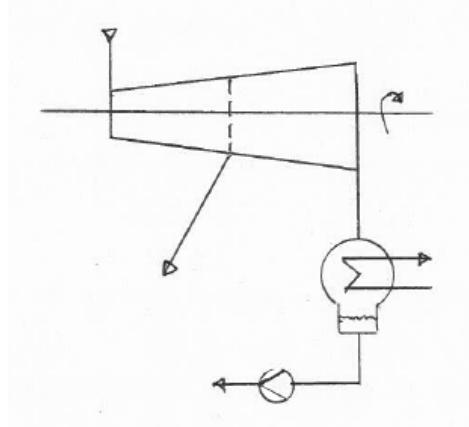
(Stofværdier ( $c_v$ ,  $c_p$ ,  $\kappa$ ) kan antages konstante dvs. uafhængige af temperatur og tryk)

### Opgave 6.2

En dampeturbine er forsynet med friskdamp fra en dampkedel. Efter ekspansion i dampeturbinen ledes dampen til en kondenser, hvor det kondenseres til kondensat. Dampeturbinen er forsynet med et udtag, som skal leverer damp til en ekstern forbruger. Det kan forudsættes, at der ikke er tryktab over kondenseren. Kondensatet efter kondenseren er på mættet tilstand ( $x=0$ ). Kopi af h-s diagram fra Appendiks D5 vil være en fordel.

Følgende data er givet:

• Damptryk	100 bara
• Damptemperatur	540 °C
• Dampflow	25 kg/s
• Isentropisk virkningsgrad, turbine, del 1	85 %
• Isentropisk virkningsgrad, turbine, del 2	75 %
• Turbineudtagstryk	4 bara
• Turbineudtagsflow	3 kg/s
• Tryk i kondensator	0,1 bara
• Turbine, $\eta_{mek}$	0,97 -
• Gear, $\eta_{gear}$	0,98 -
• Generator, $\eta_{gen}$	0,99 -
• Netspænding	10,5 kV
• Cosφ	0,95 -



### Spørgsmål

1. Verificer procesdiagrammet og påfør data
2. Bestem entalpien i [kJ/kg] for dampen ved udtaget og udløb af turbinen
3. Bestem aksleffekten i [MW]
4. Bestem strømstyrken i [A] i hver leder efter generatoren
5. Bestem effekten i [MW] overført til sørvet i kondensatoren

### Opgave 6.3

Et trykluftsanlæg komprimerer 0,1 kg/s tør atmosfærisk luft fra 20 °C ved atmosfæretrykket (1,013 bara) til arbejdsluft ved 10 bara. Gassen kan betragtes som en idealgas. Følgende data er givet:

• Kompressor, $\eta_{is}$	0,70	-
• Kompressor, $\eta_{mek}$	0,98	-
• Motor, $\eta_m$	0,95	-
• Netspænding	400	V
• $\cos\varphi$	0,95	-

### Spørgsmål

1. Bestem temperaturen i [°C] for kompressionen, hvis denne foregår isentropisk (Svar: ca. 290 °C)
2. Bestem det tekniske arbejde [kW] for kompressoren (Svar: 27,58 kW)
3. Bestem akseleffekten i [kW] (Svar: 39,4 kW)
4. Bestem eleeffekt i [kW] til drivmotoren samt strømstyrken i [A] i hver leder til motoren (Svar: 42,32 kW; 64,3 A)
5. Bestem den reelle temperatur i [°C] efter kompressoren (Svar: ca. 400 °C)

(Stofværdier ( $c_p$ ,  $\kappa$ ) skal antages ikke konstante dvs. afhængige af temperatur og tryk – brug middelværdier)

### Opgave 6.4 \*

En dyse gennemstrømmes af et gasformigt medie, og hastigheden før og efter dysen er målt til hhv. 50 og 80 m/s. Dysens konstruktion er velkendt, og erfaringsmæssigt er den isentropiske virkningsgrad 0,97. Bestem hastigheden i [m/s] på dysens afgang, hvis dysen havde været isentropisk dvs. tabsfri (Svar 80,75 m/s). Bestem den temperaturstigning i [K], som tabene i dysen giver anledning til ved udløb fra dysen, når den specifikke varmekapacitet ved konstant tryk er 1050 J/kgK (Svar: 0,06 K).

### Opgave 6.5

En turbine til en gasturbine gennemstrømmes normalt af røggas, men kan approksimeres til tør atmosfærisk luft, idet luft/brændstofforholdet er relativt stort. Til turbinen strømmer 50 kg/s tør atmosfærisk ved 1000 °C og 10 bara. Isentropesponenten ( $\kappa$ ) for denne tilgangstilstand kan slås op til 1,324 i Appendiks D3. Efter gasturbinen er trykket 1,013 bara. Isentropisk virkningsgrad er 0,80.

Bestem den reelle afgangstemperatur i [°C] fra turbinen, hvis isentropesponent og specifikke varmekapaciteter antages for konstante (Svar: ca. 563 °C). Bestem den reelle afgangstemperatur i [°C] fra turbinen, hvis isentropesponent og specifikke varmekapaciteter ikke antages for konstante (Svar: ca. 553 °C). I sidstnævnte tilfælde, bestem akselarbejdet i [MW] for turbinen (Svar: ca. 25,5 MW).

### Opgave 6.6

Bestem den højest opnåelige COP-faktor for en varmepumpe, som optager varme fra et havnebassin med en temperatur på 5 °C. Varmen leveres til en stor lagertank med en temperatur på 35 °C, som benyttes til gulvvarme i et nyt kontor til havnefogeden. Vejrudsigten siger blæst og dagtemperaturer mellem 8 og 10 °C. (Svar: 10,27 -)

### Opgave 6.7

Definér og bestem den højest opnåelige termiske virkningsgrad for et kraftværk, som har en damp temperatur på 550 °C. Kondenservarmen køles med udeluft. Vejrudsigten siger blæst og dagtemperatur på 10 °C. (Svar: 0,6561 -)

### Opgave 6.8

Bestem entropiændring og specifik entropiændring for en motorblok på 200 kg, som antages at være udført i jern og massiv. Motorblokken opvarmes fra en gennemsnitlig temperatur på 20 °C til en gennemsnitlig temperatur 60 °C. (Svar: 11,6 kJ/K og 57,8 J/kgK)

## 7.0 Motorer og gasturbiner

I de første seks kapitler af denne bog blev den grundlæggende teori for termodynamik behandlet, og i de efterfølgende kapitler skal der ses nærmere på kredsprocesser.

Den grundlæggende teori omfattede en række metoder og værktøjer til at analysere og karakterisere systemer med henblik på at bestemme en masse- og energibalancen. Åbne og lukkede systemer blev defineret og formler for udveksling af varme og arbejde blev opstillet. I mange tilfælde var der tale om delsystemer og komponenter som f.eks. en dampkedel, en kompressor, en turbine og en pumpe.

Teoretisk formelapparat for delsystemer og komponenter samt deres virkemåde i praksis jf. afsnittet om isentropisk virkningsgrad blev opstillet.

I de efterfølgende kapitler vil disse delsystemer og komponenter blive sat sammen i **kredsprocesser**, og der er tale om de kredsprocesser, som danner fundamentet for samfundets produktion af elektricitet og fremdrivning samt kølebaseret konservering af fødevarer og klimatisering. Kredsprocesserne vil enten være arbejdsproducerende eller arbejdskonsumerende jf. sonderingen under teorien for Carnots kredsproces gennemgået i kapitel 6.

I kapitel 7 og 8 vil de arbejdsproducerende kredsprocesser blive gennemgået, og de kan opdeles i to hovedkategorier:

- Gas-baserede kredsprocesser med intern forbrænding, hvor arbejdsmediet i kredsprocessen overalt er en gas, herunder
  - Benzinmotoren (Otto-princippet)
  - Dieselmotoren (Diesel-princippet)
  - Gasturbinen (Brayton-princippet)
- Faseskift-baserede kredsprocesser med ekstern forbrænding, hvor arbejdsmediet i kredsprocesser kan forefindes både på væske- og gasform, herunder:
  - Dampkraftværket (Rankine-princippet)
  - Organic Rankine Cycle (Rankine-princippet, men ikke med vand)

I kapitel 9 vil de arbejdskonsumerende kredsprocesser blive gennemgået, og omfatter:

- Faseskift-baserede kredsprocesser, hvor arbejdsmediet i kredsprocesser kan forefindes både på væske- og gasform, herunder:
  - Køleanlægget
  - Varmepumpen

Dette kapitel vil omhandle gas-baserede arbejdsproducerende kredsprocesser.

I dette kapitel og efterfølgende kapitler, vil der indledningsvis blive opstillet nogle forudsætninger for de videre beregninger. Det kunne f.eks. være at fokusere på den simpleste tænkelige kredsproces og at betragte gassen som en idealgas, og formålet er udelukkende at lette beregningerne på kredsprocessen (læs: undgå mange iterationer). Med andre ord ”der springes over gærdet, hvor det er lidt lavere”, men det overordnede mål bevares, som er, at kunne forstå og forklare en kredsproces samt gennemføre alle nødvendige beregningsprocedurer frem til en færdig masse- og energibalance for det samlede anlæg.

Mange af kredsprocesserne har været benyttet i mere end hundrede år, og igennem mange ingeniørers og teknikeres indsats er der fundet metoder til at optimere kredsprocesserne på. Mange af disse metoder kan man tilegne sig fra supplerende litteratur, specialkurser eller ved at arbejde i erhvervslivet, og det ville være for omfangsrigt at skulle gengive det hele her. Udvalgte optimeringsforslag til udvalgte kredsprocesser vil dog blive præsenteret.

## 7.1 Beregningsforudsætning

### 7.1.1 Arbejdsmediet i anlægget

Dette kapitel vil se nærmere på tre typer anlæg, som kan karakteriseres på følgende principper:

1. De er arbejdsproducerende, hvilket vil sige, at formålet med at bygge anlæggene er at producere akseleffekt, som efterfølgende kan udnyttes til f.eks. at drive en generator for at producere elektricitet eller at drive en anden arbejdskonsumerende maskine som f.eks. en pumpe,
2. Energiinputtet stammer fra en intern forbrænding, hvilket vil sige, at et brændstof forbrændes (iltes) direkte i mediet i anlægget, hvorfor der kan være både luft og røggas tilstede i maskinen,
3. Mediet eller medierne i anlægget er overalt på gasform.

For at lette beregningerne på anlæggene kan opstilles følgende forudsætninger:

- I. Arbejdsmediet overalt i anlægget antages at være tør atmosfærisk luft, som cirkulerer i kredsprocessen,
- II. Alle delprocesser er reversible,
- III. Den interne forbrændingsproces erstattes af en ekstern forbrænding, og varmen fra forbrændingen overføres til arbejdsmediet i anlægget ved varmeveksling,
- IV. Udstødningsprocessen erstattes af en varmeafgivelsesproces, og varmen afgives fra arbejdsmediet i anlægget til omgivelserne ved varmeveksling,
- V. De specifikke varmekapaciteter ( $c_p$ ) og ( $c_v$ ) antages uafhængige af temperaturen og derved anses for konstante. Isentropeksponenten ( $\kappa$ ) vil således være konstant.

### 7.1.2 Stempelmaskiner

Benzinmotoren (Otto-princippet) og Dieselmotoren (Diesel-princippet) er i de fleste tilfælde cylinder-stempel maskiner eller forkortet til stempelmaskiner (Wankelmotoren er f.eks. ikke), hvor der er behov for at definere en række geometridata. Ikke alle forhold vedrørende en motors opbygning vil blive gennemgået her, men der henvises til internettets mange muligheder (f.eks. kan man google på billeder). Visse dele af en stempelmotors opbygning kan dog ses på Fig. 7.1.2.2.

På Fig.7.1.2.1 er vist et snitbillede af et cylinder-stempel system. Stemplet i cylinderen bevæger sig mellem **BundDødPunktet** (BDP) og **TopDødPunktet** (TDP). I en virkelig motor er indsugnings- og udstødningsventilens opgave hhv. at tilføre forbrændingsluft fra omgivelserne til cylinderen og bortlede forbrændingsgasser eller røggasser fra cylinderen til omgivelserne – dette sker i en styret sekvens vha. f.eks. en knastaksel eller elektronisk styring.

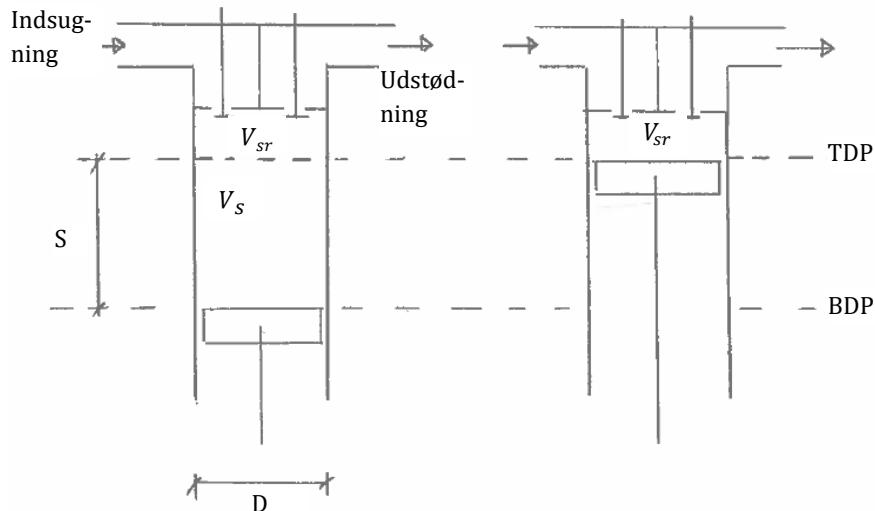
Når stemplet er i TDP forefindes et volumen i cylinderen som benævnes **det skadelige rum** ( $V_{sr}$ ) eller det døde rum. Det skadelige rum har dette lidt negative navn, idet det ikke bidrager positivt til kredsprocessen. Størrelsen af det skadelige rum defineres af konstruktøren af motoren.

Voluminet mellem BDP og TDP kaldes for **slagvoluminet** ( $V_s$ ). Slagvoluminet ( $V_s$ ) bestemmes, idet ( $D$ ) er den indvendige diameter af cylinderen og ( $S$ ) er **slaglængden**, som:

$$V_s = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot S \quad (7.1.2.1)$$

**Kompressionsforholdet** ( $r$ ), som man skal bemærke sig, er et volumenforhold og ikke et trykforhold, defineres som:

$$r = \frac{\text{største volumen i cylinderen}}{\text{mindste volumen i cylinderen}} = \frac{V_s + V_{sr}}{V_{sr}} \quad (7.1.2.2)$$



**Fig. 7.1.2.1** Begreber og dimensioner på et cylinder-stempel system

Akseleffekten fra motoren ( $\dot{W}_a$ ) bestemmes af følgende formel:

$$\dot{W}_a = \eta_{mek} \cdot N_c \cdot W_{v,kreds} \cdot \frac{rpm}{60} \cdot \left( \frac{2}{N_{takt}} \right) \quad (\text{kun reversible kredsprocesser}) \quad (7.1.2.3.a)$$

$$\dot{W}_a = \eta_{mek} \cdot N_c \cdot W_{g,kreds} \cdot \frac{rpm}{60} \cdot \left( \frac{2}{N_{takt}} \right) \quad (\text{generelt}) \quad (7.1.2.3.b)$$

hvor,

$\dot{W}_a$  Akseleffekt på krumtapakslen i [W] (regnes her positiv)

$\eta_{mek}$  Mekanisk virkningsgrad for motoren (typisk 0,75-0,90)

$N_c$  Antal cylindre

$W_{v,kreds}$  Det for gassen på stemplet udøvede kredsarbejde i [J], reversible processer uden dissipationsarbejde

$W_{g,kreds}$  Det for gassen på stemplet udøvede kredsarbejde i [J], reelle processer med dissipationsarbejde

rpm Omdrejningstal i [ $\text{min}^{-1}$ ]

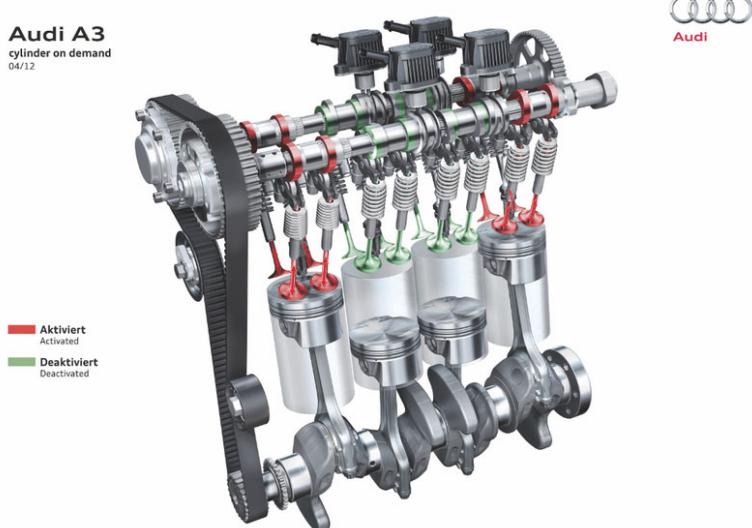
$N_{takt}$  Antal takter for kredsprocessen (2- eller 4-takt motor)

Den mekaniske virkningsgrad repræsenterer tabene mellem det for gassen på stemplet udøvede netto kredsarbejde og akselarbejdet på krumtapakslen ( $\dot{W}_a$ ). Antages delprocesserne for gassen i cylinderen, som er et lukket system, for reversible kan det samlede arbejde for kredsprocessen ( $W_{g,kreds}$ ) forenkles til volumenændringsarbejdet for kredsprocessen ( $W_{v,kreds}$ ) som påpeget i kapitlerne 4.1 og 6.0.

Faktoren  $\left( \frac{2}{N_{takt}} \right)$  er et såkaldt formeltrick, som korrigerer for hvor mange omdrejninger krumtapakslen tager for en kredsproces. En 2-takt motor tager en omdrejning på krumtapakslen for hver kredsproces. En 4-takt motor tager to omdrejninger på krumtapakslen for hver kredsproces. Arbejdssprincippet for en 2- og 4-takt motor forklares nærmere i kapitel 7.2.

Massen af den indespærrede luftmængde i cylinderen kan findes vha. idealgasligningen jf. formel (3.4.1.6), hvis sammenhængende værdier af ( $p$ ,  $T$ ,  $V$ ) kendes. I mange tilfælde kender man dette efter indsgugning, hvor det kan antages, at tilstanden i cylinderen er ( $\approx p_0$ ,  $\approx T_0$ ,  $(V_{sr}+V_s)$ ). Formel (3.4.1.6) kan omskrives til:

$$m = \frac{p \cdot V}{R_i \cdot T} \quad (7.1.2.4)$$



**Fig. 7.1.2.2** 3D illustration af 4-cylindret motor med mulighed for udkobling af cylindre (Gengivet med tilladelse fra Audi)

**Eksmpel 7.1.a**

For en motor er givet nedenstående data. Bestem massen i [kg] af luft i cylinderen.

$$\text{Indsugningstryk } (p_1) = 0,98 \text{ bara}$$

$$\text{Indsugningstemperatur } (T_1) = 15^\circ\text{C}$$

$$\text{Antal cylindre } (N_c) = 1$$

$$\text{Cylinderdiameter } (D) = 125 \text{ mm}$$

$$\text{Slaglængde } (S) = 110 \text{ mm}$$

$$\text{Det skadelige rum } (V_{sr}) = 150 \text{ cm}^3$$

Fra Appendix D2 bestemmes:

$$R_i = 287,2 \text{ J/kgK}$$

$$M = 28,96 \text{ kg/kmol}$$

Fra Appendix D1 bestemmes:

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ enheder } (= \text{molekyler/mol})$$

Slagvoluminet bestemmes jf. formel (7.1.2.1):

$$V_s = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot S = \frac{\pi}{4} \cdot (0,125\text{m})^2 \cdot 0,11\text{m} = 0,00135 \text{ m}^3 = 1350 \text{ cm}^3$$

Kompressionsforholdet ( $r$ ) bestemmes jf. formel (7.1.2.2) til:

$$r = \frac{V_s + V_{sr}}{V_{sr}} = \frac{1350 + 150}{150} = 10$$

Massen af indespærret luft i cylinderen, hvis behandles som en idealgas, bestemmes af formel (7.1.2.4):

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_i \cdot T_1} = \frac{0,98 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot (0,00135 + 0,00015) \text{ m}^3}{287,2 \text{ J/kgK} \cdot (273 + 15) \text{ K}} = 0,00178 \text{ kg} = 1,78 \text{ g}$$

Eller hvis det skulle behage jf. formel (1.4.1.3):

$$N_A = \frac{m}{M} = \frac{0,00178 \text{ kg}}{28,96 \text{ kg/kmol}} = 0,00006 \text{ kmol} = 0,00006 \text{ kmol} \cdot \frac{6,02 \cdot 10^{23} \text{ molekyler}}{\text{mol}} = 0,37 \cdot 10^{23} \text{ molekyler}$$

## 7.2 Otto motoren

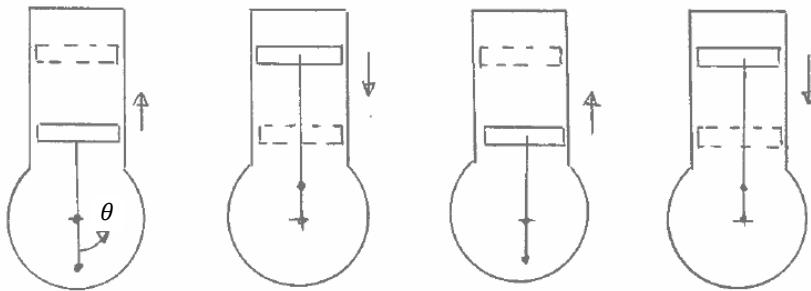
### 7.2.1 Otto-motorens virkemåde

Benzinmotoren arbejder efter **Otto-princippet** eller gnisstændingsprincippet. En blanding af forstøvet benzin og luft suges via indsugningsventilen ind i cylinderen, og komprimeres før det antændes af et tændrør. Derfor omtaler man Otto-motoren tillige som en **gnistændingsmotor**.

På Fig. 7.2.1.1 er vist en benzinmotor, som arbejder efter **4-taktprincippet**. Hvor ( $\theta$ ) betegner vinklen på krumtapakslen, er kendetegnene:

- $\theta: 0 \rightarrow \pi$ : Stemplet bevæger sig opad (BDP til TDP) og der sker en kompression af luft- og benzinblanding i cylinderen,
- $\theta: \pi \rightarrow 2\pi$ : Forbrænding sker efter gnisstænding og trykket stiger i cylinderen. Stemplet bevæger sig nedad (TDP til BDP) og der sker en ekspansion af røggassen i cylinderen,
- $\theta: 2\pi \rightarrow 3\pi$ : Stemplet bevæger sig opad (BDP til TDP) og idet udstødningsventilen åbner, vil røggassen blive trykket ud til omgivelserne. Udstødningsventilen lukkes igen,
- $\theta: 3\pi \rightarrow 4\pi$ : Stemplet bevæger sig nedad (TDP til BDP) og idet indsugningsventilen åbner vil frisk luft- og benzinblanding suget ind i motoren fra karburatoren, hvor blandingen af luft og benzin sker i det rigtige forhold. Indsugningsventilen lukkes igen.

Krumtapakslen har således bevæget sig  $4\pi$  svarende til to omdrejninger for en hel kredsproces.

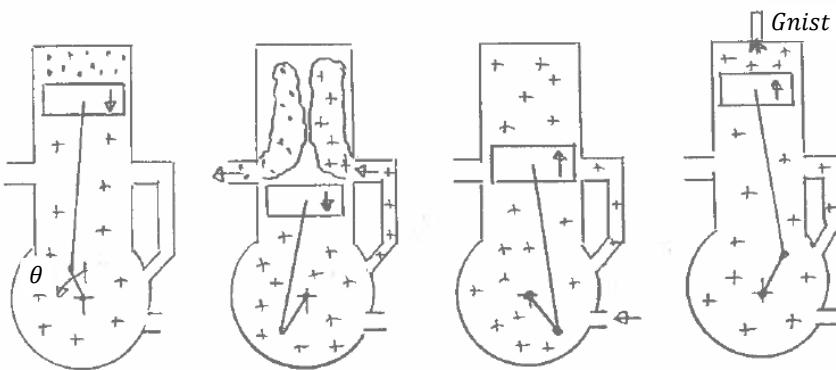


**Fig. 7.2.1.1** Benzinmotor efter 4-taktprincippet

På Fig. 7.2.1.2 er vist en benzinmotor, som arbejder efter **2-taktprincippet**. Hvor ( $\theta$ ) betegner vinklen på krumtapakslen, er kendetegnene:

- $\theta: 0 \rightarrow \text{ca. } 3/4\pi$ : Stemplet bevæger sig nedad (fra TDP mod BDP) efter en forbrænding og der sker en ekspansion af røggassen i cylinderen,
- $\theta: \text{ca. } 3/4\pi \rightarrow \text{ca. } 5/4\pi$ : Stemplet vender bevægelsesretning ved BDP, og idet udstødningsventilen åbner, vil røggassen blive trykket ud til omgivelserne. Lukning af udstødningsventilen påbegyndes. Ved åbning af indsugningsventilen vil frisk blanding af luft og forstøvet benzin blive suget ind i cylinderen fra krumtaphuset. Den indstrømmende luft- og benzinblanding vil assistere i at få den udstrømmende røggas trykt ud af cylinderen, men en vis opblanding af luft/benzin og røggas vil forekomme. Indsugningsventilen lukkes igen.
- $\theta: \text{ca. } 5/4\pi \rightarrow \text{ca. } 7/4\pi$ : Stemplet bevæger sig opad (mod TDP) og der sker en kompression af luft- og benzinblanding i cylinderen,
- $\theta: \text{ca. } 7/4\pi \rightarrow 2\pi$ : Stemplet bevæger sig fortsat opad (til TDP) og der sker en forbrænding efter gnisstænding og trykket stiger i cylinderen.

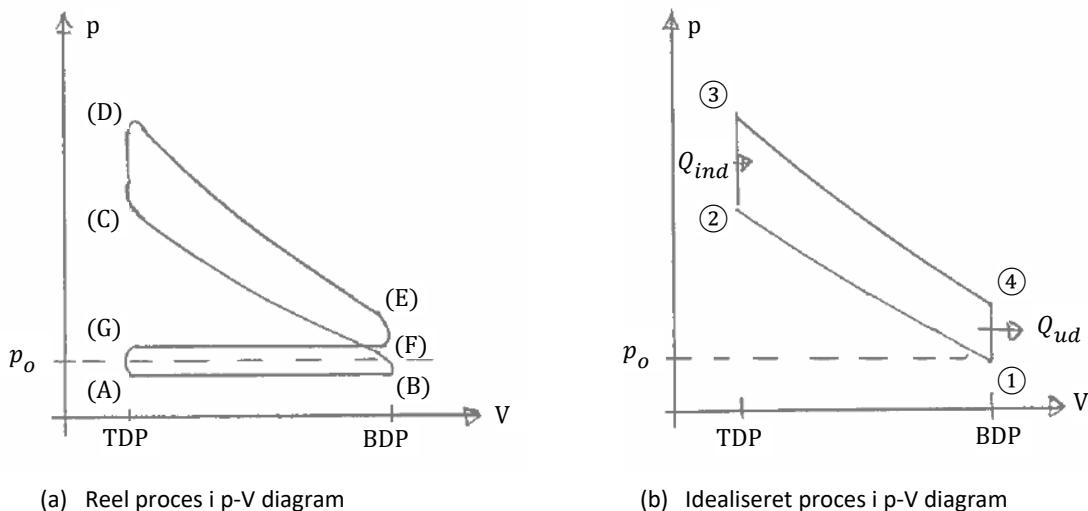
Krumtapakslen har således bevæget sig  $2\pi$  svarende til en omdrejning for en hel kredsproces.



**Fig. 7.2.1.2** Benzinmotor efter 2-taktsprincippet [(....) = røggas; (+++) = luft/benzin])

På Fig. 7.2.1.3.a er vist et p-V diagram, som kunne være målt på en virkelig benzinmotor efter 4-taktprincippet jf. Fig. 7.2.1.1. På V-aksen er indikeret BDP og TDP, som jo bekendt er yderpunkterne for stemplets bevægelse og repræsentere et volumen i cylinderen. På p-aksen er indikeret omgivelsestrykket ( $p_0$ ). Følgende karakteristika bør observeres:

- Pkt. A → B: Den vandrette kurve under omgivelsestrykket ( $p_0$ ), hvor procesvejen går fra TDP mod BDP, repræsenterer indsugning. Trykket er lavere end omgivelsestrykket, da der på en virkelig motor vil være tryktab over karburator og indsugningsventil,
- Pkt. B → C/D: Prosesvejen går fra BDP mod TDP, og repræsenterer komprimering, hvor trykket stiger og specielt ved afslutning af komprimeringen, hvor der sker en forbrænding jf. pkt. C → D,
- Pkt. D → E/F: Prosesvejen går fra TDP mod BDP, og repræsenterer ekspansion, hvor trykket falder og specielt ved afslutning af ekspansionen, hvor der sker udstødning jf. pkt. E → F,
- Pkt. F → G: Den vandrette kurve over omgivelsestrykket ( $p_0$ ), hvor procesvejen går fra BDP mod TDP, repræsenterer udstødning. Trykket er højere end omgivelsestrykket, da der på en virkelig motor vil være tryktab over udstødningsventil og udstødningssystem (manifold, evt. katalysator, lyddæmper mv.).



**Fig. 7.2.1.3** p-V diagrammer for benzinmotor efter 4-taktprincippet

Arealet BCDEF i Fig. 7.2.1.3.a repræsenterer et positivt bidrag til arbejdet udført af kredsprocessen, mens arealet ABFG repræsenterer et negativt bidrag til arbejdet udført af kredsprocessen, idet dette areal er en konsekvens af tryktab ved indsugning og udstødning.

Alt andet lige, er 2-taktmotoren vægtmæssigt lettere end 4-taktmotoren for samme akseleffekt. Netop den lave vægt har gjort 2-taktmotoren efter Otto-princippet til det foretrukne valg til f.eks. haveredskaber og speedbåde. Grundet miljølovgivning er nye speedbåde udstyret med 4-taktmotorer. En primær årsag hertil er metoden til smøring mellem stempel og cylinder, som på en 2-taktmotor udføres ved at blande olie (0,5-3 %) i benzinbenzinen, og en del af denne olie vil blive tilført vandrecipienten igennem udstødningen.

### 7.2.2 Idealiseret beregningsprocedure - varmebalancemetoden, aksesarbejde

På Fig. 7.2.1.3.b er vist et p-V diagram for en idealiseret kredsproces efter Otto-princippet. Arealet ABFG er udeladt, idet det antages, at der ikke er tryktab i motoren. Den idealiserede kredsproces består af følgende fire delprocesser:

- Pkt. 1 → 2: Isentropisk kompression
- Pkt. 2 → 3: Isokorisk varmetilførsel
- Pkt. 3 → 4: Isentropisk ekspansion
- Pkt. 4 → 1: Isokorisk varmeafgivelse

Det antages videre:

- I. at tætningen mellem cylinder og stempel er perfekt således, at der ikke sker lækage af gas internt i motoren,
- II. at delprocesserne er reversible, hvilket indebærer, at der ikke er friktion og dermed tryktab internt i motoren,
- III. At kompression og ekspansion sker som en quasi-stationær tilstandsændring dvs. tilpas langsomt, så der kan nå at ske perfekt trykudligning i cylinderen som defineret i kapitel 2,
- IV. at alle komponenter er adiabatiske – på nær der, hvor der skal ske varmeveksling – dvs. at der ikke varmeveksles mellem komponenterne internt.

Det skal bemærkes, at under de anførte forudsætninger finder formlerne (6.2.2.1) til (6.2.2.3) anvendelse for både delproces 1→2 og 3→4.

Da delprocesserne 1→2 og 3→4 er isentropiske, vil de også være adiabatiske, hvorfor:

$$Q_{12} = Q_{34} = 0 \quad (7.2.2.1)$$

Delprocesserne 2→3 og 4→1 er hhv. isokorisk varmetilførsel og isokorisk varmeafgivelse for et lukket system, og varmemængden bestemmes jf. Fig. (4.3.1) eller (6.1.3.1) til:

$$Q_{23} = m \cdot c_{v,23} \cdot (T_3 - T_2) \quad (7.2.2.2)$$

$$Q_{41} = m \cdot c_{v,41} \cdot (T_1 - T_4) \quad (7.2.2.3)$$

Bemærk her, at  $(T_1 - T_4)$  er negativ, som passer med fortegnskonventionen. Følgende varmebalance må jf. energiligningen i formel (2.2.2) kunne opstilles for kredsprocessen:

$$[\sum_{i=0}^n Q_{ind} - \sum_{i=0}^n Q_{ud}] + [\sum_{i=0}^n W_{ind} - \sum_{i=0}^n W_{ud}] = \Delta U = 0 \quad (7.2.2.4)$$

eller

$$W_{net} = -Q_{net} \quad (7.2.2.5)$$

Eller omskrevet til formel (7.2.2.6), hvor  $W_{v,kreds}$  er eksporteret kredsarbejde:

$$W_{net} = W_{v,kreds} = -(Q_{23} + Q_{41}) \quad (7.2.2.6)$$

Formlerne (7.2.2.2) og (7.2.2.3) indsættes i formel (7.2.2.6):

$$W_{v,kreds} = -(Q_{23} + Q_{41}) = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_3) + m \cdot c_v \cdot (T_4 - T_1) \quad (7.2.2.7)$$

Med forudsætningen om konstant specifik varmekapacitet kan formel (7.2.2.7) reduceres til:

$$W_{v,kreds} = m \cdot c_v \cdot [T_2 - T_3 + T_4 - T_1] \quad (7.2.2.8)$$

### 7.2.3 Idealiseret beregningsprocedure - volumenændringsarbejdsmetoden, akselarbejde

Formlerne (2.2.2) og (7.2.2.4) udtrykker også, at nettoarbejdet af kredsprocessen kan findes som summen af arbejdet ved hver delproces. For et lukket reversibelt system må der således være tale om volumenændringsarbejdet, og følgende formel kan opstilles:

$$W_{net} = W_{v,kreds} = \sum W_v \quad (7.2.3.1)$$

Jf. Fig. (4.3.1) eller (6.1.3.1) vil volumenændringsarbejdet for de fire delprocesser være:

$$W_{v,12} = \frac{m \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)}{\kappa - 1} \quad (7.2.3.2)$$

$$W_{v,34} = \frac{m \cdot R_i \cdot (T_4 - T_3)}{\kappa - 1} \quad (7.2.3.3)$$

$$W_{v,23} = W_{v,41} = 0 \quad (7.2.3.4)$$

I den anførte version vil formel (7.2.3.2) og (7.2.3.3) hhv. give et positivt og negativt resultat, og da  $W_{v,34}$  er større end  $W_{v,12}$  vil  $W_{v,kreds}$  blive negativ jf. konvention jf. kapitel 1.2.

### 7.2.4 Idealiseret beregningsprocedure, virkningsgrad

Den termiske virkningsgrad for benzinmotoren kan defineres som anført i formel (7.2.4.1), idet det må kræves, at faktorerne er positive værdier.

$$\eta_{th,Otto} = \frac{\text{Ønsket output}}{\text{Nødvendigt input}} = \frac{|W_{net}|}{Q_{23}} \quad (7.2.4.1)$$

Indsættes formel (7.2.2.6) fås:

$$\eta_{th,Otto} = \frac{|W_{net}|}{Q_{23}} = \frac{Q_{23} - |Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} \quad (7.2.4.2)$$

Indsættes formlerne (7.2.2.2) og (7.2.2.3) og forudsættes den specifikke varmekapacitet ( $c_v$ ) konstant, fås:

$$\eta_{th,Otto} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} \quad (7.2.4.3)$$

Rent matematisk kan formel (7.2.4.3) omskrives til:

$$\eta_{th,Otto} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1 \left( \frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left( \frac{T_3}{T_2} - 1 \right)} \quad (7.2.4.4)$$

Før dette udtryk kan reduceres yderligere, må delprocesserne analyseres nærmere. Da det er antaget, at det er en gas, som forefindes i maskinen, finder formel (6.2.2.3) for delprocesserne (1→2) og (3→4) anvendelse:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa-1} \quad \text{og} \quad \frac{T_3}{T_4} = \left( \frac{V_4}{V_3} \right)^{\kappa-1} \Leftrightarrow \frac{T_4}{T_3} = \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^{\kappa-1} \quad (7.2.4.5)$$

Idet  $v_2 = v_3$  og  $v_4 = v_1$ , må der logisk - se Fig. (7.2.1.3) - gælde:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_4} \quad (7.2.4.6)$$

↓ (ses af formlerne i (7.2.4.5))

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3}$$

↓

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1} \quad (7.2.4.7)$$

Substitueres første led i formel (7.2.4.5) og formel (7.2.4.7) ind i formel (7.2.4.3) fås:

$$\eta_{th,otto} = 1 - \frac{T_1 \cdot \left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{T_2 \cdot \left(\frac{T_4}{T_2} - 1\right)} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} \quad (7.2.4.8)$$

Faktoren  $\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$  er det samme som reciprokværdien af kompressionsforholdet jf. formel (7.1.2.2) og indsættes dette fås:

$$\boxed{\eta_{th,otto} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = 1 - \frac{1}{(r)^{\kappa-1}}} \quad (7.2.4.9)$$

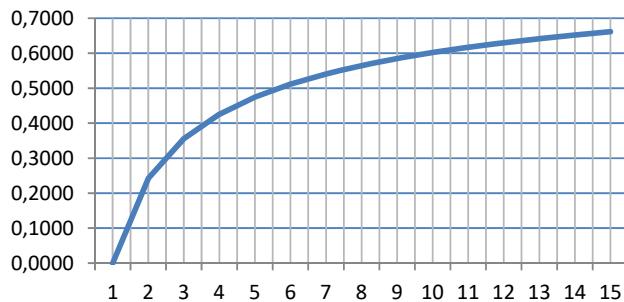
#### Eksempel 7.2.4.a

Tegn et diagram for den termiske virkningsgrad for benzinmotoren (Otto-princippet) som funktion af kompressionsforholdet varierende fra 0 til 15. Isentropeksponenten ( $\kappa$ ) kan antages til 1,4.

På baggrund af formel (7.2.4.9) og data kan følgende tabel og graf udføres:

$r$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\eta_{th,otto}$	0,0000	0,2421	0,3556	0,4257	0,4747	0,5116	0,5408	0,5647	0,5848	0,6019	0,6168	0,6299	0,6416	0,6520	0,6615

Eta-Otto versus r



Benzinmotorer bygges normalt med et kompressionsforhold ( $r$ ) i intervallet [8;11]. Af kurven i Eksempel 7.2.4.a kan ses, at man kunne opnå en bedre virkningsgrad, hvis kompressionsforholdet blev forøget. Årsagen, til at et kompressionsforhold større end 11 ikke vælges, er at luft- og benzinblandingen i en virkelig motor ville selvantændende pga. temperaturen ved kompressionen. Med andre ord ville luft- og benzinblandingen antændende før den tilsigtede tænding ved gnisttænding, og motoren vil få en urolig gang. Begrebet kaldes **tændingsbanken**.

**Eksempel 7.2.4.b**

Bestem arbejdscyklus og akseleffekt for følgende Otto-motor, som sidder på en lille motorcykel, og har med fl. data:

- Antal cylindre: 1
- Antal takter: 4-takt
- Cylinderdiameter: 50 mm
- Slaglængde: 50 mm
- Indsugningstryk: 1,013 bara
- Indsugningstemperatur: 20 °C
- Skadelige rum: 12 % af slagvolumen
- Luft-/brændselsforhold (AF): 25 kg-luft/kg-brændsel
- LHV, benzin: 45 MJ/kg
- Omdrejningshastighed: 3000 rpm
- Mekanisk virkningsgrad ved 3000 rpm, motor: 0,85

Det antages, at motoren arbejder under de idealiserede forhold nævnt indledningsvis i kapitel 7.2.2, og at en arbejdscyklus er i henhold til Fig. 7.2.1.3(b) med påført nummerering.

Det antages, at mediet i cylinderen er tør atmosfærisk luft. For at lette beregningerne antages konstant specifik varmekapacitet ( $c_p = 1142 \text{ J/kgK}$ ,  $c_v = 855 \text{ J/kgK}$ ) og konstant isentropeseksponent ( $k = 1,336$ ) – taget fra Appendiks D3, og gældende ved en middeltemperatur på 1000 K (727 °C) for alle tilstænde.

**Bestemmelse af nøgletal for cylinderen**

Slagvoluminet og det skadelige rum bestemmes af hhv. formel (7.1.2.1):

$$V_s = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot S = \frac{\pi}{4} \cdot (0,05\text{m})^2 \cdot 0,05\text{m} = 9,813 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ (ca. } 98 \text{ cm}^3)$$

$$V_{sr} = 0,12 \cdot V_s = 0,12 \cdot 9,813 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = 1,178 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

Kompressionsforholdet bestemmes af formel (7.1.2.2):

$$r = \frac{\text{største volumen i cylinderen}}{\text{mindste volumen i cylinderen}} = \frac{V_s + V_{sr}}{V_{sr}} = \frac{9,813 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 + 1,178 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3}{1,178 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3} = 9,33$$

**Tilstand før kompression - pkt. 1**

$$V_1 = V_s + V_{sr} = (9,813 \cdot 10^{-5} + 1,178 \cdot 10^{-5}) \text{ m}^3 = 1,099 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

Massen af indespærret luft, som er konstant, findes af formel (7.1.2.4) samt kendskab til tilstanden i pkt. 1 og opslag i Appendiks D2 for gaskonstanten ( $R_i = 287 \text{ J/kgK}$ ):

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_i \cdot T_1} = \frac{1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 1,099 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}{287 \text{ J/kgK} \cdot (273 + 20) \text{ K}} = 1,324 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$$

Specifikt volumen i pkt. 1 findes:

$$v_1 = \frac{V_1}{m} = \frac{1,099 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}{1,324 \cdot 10^{-4} \text{ kg}} = 8,301 \cdot 10^{-1} \text{ m}^3/\text{kg}$$

Tilstanden i pkt. 1 kan nu sammenstilles til:

$$(p_1; T_1; v_1; V_1) = (1,013 \text{ bara}; 20^\circ\text{C}; 8,301 \cdot 10^{-1} \text{ m}^3/\text{kg}; 1,099 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3)$$

**Tilstand efter kompression – pkt. 2**

$$V_2 = V_{sr} = 1,178 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

Tilstandsændring fra pkt. 1 til pkt. 2 sker ved en polytropisk proces, som er isentropisk dvs.  $n = \kappa$ . Tryk i pkt. 2 findes af formel (6.2.2.2):

$$p_2 = p_1 \cdot \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \left( \frac{1,099 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}{1,178 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3} \right)^{1,336} = 2,00 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 20,0 \text{ bara}$$

Temperaturen i pkt. 2 findes af formel (3.4.1.6):

$$T_2 = \frac{p_2 \cdot V_2}{R_i \cdot m} = \frac{20 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 1,178 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3}{287 \text{ J/kgK} \cdot 1,324 \cdot 10^{-4} \text{ kg}} = 620 \text{ K} = 347^\circ\text{C}$$

Specifikt volumen i pkt. 2 findes af formel (1.4.1.1):

$$v_2 = \frac{V_2}{m} = \frac{1,178 \cdot 10^{-5} m^3}{1,324 \cdot 10^{-4} kg} = 8,90 \cdot 10^{-2} m^3/kg$$

Tilstanden i pkt. 2 kan nu sammenstilles til:

$$(p_2; T_2; v_2; V_2) = (20,0bara; 347°C; 8,90 \cdot 10^{-2} m^3/kg; 1,178 \cdot 10^{-5} m^3)$$

#### **Tilstand efter forbrænding**

Tilstandsændring fra pkt. 2 til pkt. 3 sker ved en isokorisk proces, hvor der sker varmetilførsel.

$$V_3 = V_2$$

$$v_3 = v_2$$

Forbrændingen sker uden for cylinderen, og brændstofmængden findes af det oplyste luft-/brændselsforhold (AF):

$$AF = \frac{m_{luft}}{m_{brændsel}} = 25$$

↓

$$m_{brændsel} = \frac{m_{luft}}{AF} = \frac{1,324 \cdot 10^{-4} kg}{25} = 5,30 \cdot 10^{-6} kg$$

Indfyret energi findes af formel (3.6.2), hvor virkningsgraden for forbrændingen medtages:

$$Q_{ind} = m_{br} \cdot LHV = 5,30 \cdot 10^{-6} kg \cdot 45 \cdot 10^6 J/kg = 238,5 J$$

Temperaturen i pkt. 3 findes ved omskrivning af formel for varmemængde for isokorisk proces i Fig. 6.1.3.1.

$$T_3 = T_2 + \frac{Q_{ind}}{m \cdot c_v} = 347 + \frac{238,5 J}{1,324 \cdot 10^{-4} kg \cdot 855 J/kgK} = 2454 °C$$

Tryk i pkt. 3 findes af formel (7.1.2.4) :

$$p_3 = \frac{m \cdot R_i \cdot T_3}{V_3} = \frac{1,324 \cdot 10^{-4} kg \cdot 287 J/kgK \cdot (273 + 2454) K}{1,178 \cdot 10^{-5} m^3} = 8,796 \cdot 10^6 Pa = 87,96 bara$$

Tilstanden i pkt. 3 kan nu sammenstilles til:

$$(p_3; T_3; v_3; V_3) = (80,96bara; 2454°C; 8,90 \cdot 10^{-2} m^3/kg; 1,178 \cdot 10^{-5} m^3)$$

#### **Tilstand efter ekspansion – pkt. 4**

$$V_4 = V_s + V_{sr} = (9,813 \cdot 10^{-5} + 1,178 \cdot 10^{-5}) m^3 = 1,099 \cdot 10^{-4} m^3$$

Tilstandsændring fra pkt. 3 til pkt. 4 sker ved en polytropisk proces, som er isentropisk dvs.  $n = \kappa$ . Tryk i pkt. 4 findes af formel (6.2.2.2):

$$p_4 = p_3 \cdot \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^\kappa = 87,96 \cdot 10^5 Pa \cdot \left( \frac{1,178 \cdot 10^{-5} m^3}{1,099 \cdot 10^{-4} m^3} \right)^{1,336} = 4,45 \cdot 10^5 Pa = 4,45 bara$$

Temperaturen i pkt. 4 findes af formel (3.4.1.6):

$$T_4 = \frac{p_4 \cdot V_4}{R_i \cdot m} = \frac{4,45 \cdot 10^5 Pa \cdot 1,099 \cdot 10^{-4} m^3}{287 J/kgK \cdot 1,324 \cdot 10^{-4} kg} = 1.287 K = 1014 °C$$

Specifikt volumen i pkt. 4 findes af formel (1.4.1.1):

$$v_4 = \frac{V_4}{m} = \frac{1,099 \cdot 10^{-4} m^3}{1,324 \cdot 10^{-4} kg} = 8,83 \cdot 10^{-1} m^3/kg$$

Tilstanden i pkt. 4 kan nu sammenstilles til:

$$(p_4; T_4; v_4; V_4) = (4,45bara; 1014°C; 8,83 \cdot 10^{-1} m^3/kg; 1,099 \cdot 10^{-4} m^3)$$

Tilstandsændring fra pkt. 4 til pkt. 1 sker ved en isokorisk proces, hvor der afgives varme til omgivelserne.

#### **Bestemmelse af akseleffekt ved varmebalance metoden**

Kompressions- og ekspansionsprocessen er begge isentropiske og derved adiabatiske, hvorved fl. må gælde:

$$Q_{12} = Q_{34} = 0$$

Varmemængde for den isokorisk varmetilførselsproces blev fundet ovenfor, men kan tillige beregnes ud fra relevant formel i Fig. 6.1.3.1:

$$Q_{23} = m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_2) = 1,324 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot 855 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot (2454 - 347)^\circ\text{C} = 238,5 \text{ J}$$

Varmemængde for den isokoriske varmeafgivelsesproces kan beregnes ud fra relevant formel i Fig. 6.1.3.1:

$$Q_{41} = m \cdot c_v \cdot (T_1 - T_4) = 1,324 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot 855 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot (20 - 1014)^\circ\text{C} = -112,5 \text{ J}$$

Jf. formel (7.3.2.7) kan kredsarbejdet, som afgives fra systemet, bestemmes på fl. måde:

$$W_{net} = W_{v,kreds} = -(Q_{34} + Q_{41}) = -(238,5 - 112,5) \text{ J} = -126 \text{ J}$$

#### **Termisk virkningsgrad**

Den termiske virkningsgrad bestemmes af formel (7.2.4.1):

$$\eta_{th,otto} = \frac{\text{Ønsket output}}{\text{Nødvendigt input}} = \frac{|W_{net}|}{Q_{23}} = \frac{|-126|}{238,5} = 0,528 \quad \text{eller} \quad 52,8 \%$$

#### **Motorens akseleffekt**

Akseleffekt bestemmes af formel (7.1.2.3):

$$\dot{W}_a = \eta_{mek} \cdot N_c \cdot |W_{v,kreds}| \cdot \frac{rpm}{60} \cdot \left( \frac{2}{N_{takt}} \right) = 0,85 \cdot 1 \cdot 126 \text{ J} \cdot \frac{3000 rpm}{60 s/min} \cdot \left( \frac{2}{4} \right) = 2678 \text{ W} = 2,68 \text{ kW}$$

Dette svarer til ca. 3,5 hk, hvilket nok synes lidt lavt, når der er tale om en lille motorcykel på ca. 100 cm<sup>3</sup>.

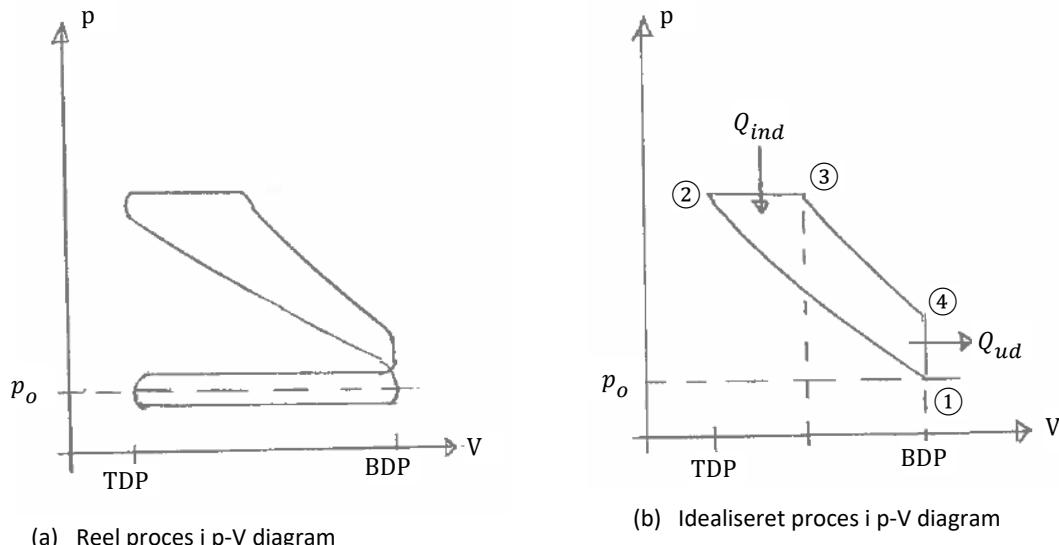
## 7.3 Diesel motoren

### 7.3.1 Dieselmotorens virkemåde

Dieselmotoren arbejder efter **Diesel-princippet** eller kompressionstændingsprincippet. Det er alene luft, som suges ind i cylinderen via indsugningsventilen, og dieselolie sprøjtes ind i cylinderen via en dyse umiddelbart før der er behov for en forbrænding. Antænding af den forstøvede dieselolie i luften sker udelukkende som følge af den forhøjede temperatur ved komprimering af luften. Derfor omtaler man dieselmotoren tillige som en **kompressionstændingsmotor**.

Dieselmotoren kan arbejde efter 2-takt- eller 4-taktpincipippet.

På Fig. 7.3.1.1.a er vist et p-V diagram, som kunne være målt på en virkelig dieselmotor efter 4-taktpincipippet. På V-aksen er indikeret BDP og TDP, som jo bekendt er yderpunkterne for stemplets bevægelser og repræsenterer et volumen i cylinderen. På p-aksen er indikeret omgivelsestrykket ( $p_o$ ). Det ses, at dieselmotoren adskiller sig fra benzinmotoren ved at forbrændingen sker således, at stemplets nedadgående bevægelse resulterer i, at trykket holdes tilnærmelsesvis konstant, og en del af kredsprocessen kan beskrives som en isobar proces.



**Fig. 7.3.1.1** p-V diagrammer for dieselmotor efter 4-taktpincipippet

### 7.3.2 Idealiseret beregningsprocedure - varmebalancemetoden, akselarbejde

På Fig. 7.3.1.1.b er vist et p-V diagram for en idealiseret kredsproces efter Diesel-princippet. Den idealiserede kredsproces består af følgende fire delprocesser:

- Pkt. 1 → 2: Isentropisk kompression
- Pkt. 2 → 3: Isobarisk varmetilførsel
- Pkt. 3 → 4: Isentropisk ekspansion
- Pkt. 4 → 1: Isokorisk varmeafgivelse

For pkt. 3 benævnes voluminet for cut-off voluminet ( $V_c$ ), og et for dieselmotoren karakteristisk forhold benævnt **cut-off forholdet** kan defineres på følgende måde:

$$r_c = \frac{V_c}{V_{sr}}$$

(7.3.2.1)

Forudsætningerne opstillet i kapitel 7.1 opretholdes. Under de anførte forudsætninger finder formlerne (6.2.2.1) til (6.2.2.3) anvendelse for både delproces 1→2 og 3→4.

Da delprocesserne 1→2 og 3→4 er isentropiske, vil de også være adiabatiske, hvorfor:

$$Q_{12} = Q_{34} = 0 \quad (7.3.2.2)$$

Delprocesserne 2→3 og 4→1 er hhv. isobarisk varmetilførsel og isokorisk varmeafgivelse for et lukket system, og varmemængden bestemmes jf. Fig. (4.3.1) eller (6.1.3.1) til:

$$Q_{23} = m \cdot c_{p,23} \cdot (T_3 - T_2) \quad (7.3.2.3)$$

$$Q_{41} = m \cdot c_{v,41} \cdot (T_1 - T_4) \quad (7.3.2.4)$$

Bemærk her, at  $(T_1 - T_4)$  er negativ, som passer med fortegnskonventionen. Følgende varmebalance må jf. energiligningen i formel (2.2.2) kunne opstilles for kredsprocessen:

$$[\sum_{i=0}^n Q_{ind} - \sum_{i=0}^n Q_{ud}] + [\sum_{i=0}^n W_{ind} - \sum_{i=0}^n W_{ud}] = \Delta U = 0 \quad (7.3.2.5)$$

eller

$$W_{net} = -Q_{net} \quad (7.3.2.6)$$

Eller omskrevet til formel (7.3.2.7), hvor  $W_{v,kreds}$  et eksporteret kredsarbejde:

$$W_{net} = W_{v,kreds} = -(Q_{23} + Q_{41}) \quad (7.3.2.7)$$

Formlerne (7.3.2.3) og (7.3.2.4) indsættes i formel (7.3.2.7):

$$W_{v,kreds} = -(Q_{23} + Q_{41}) = m \cdot c_{p,23} \cdot (T_2 - T_3) + m \cdot c_{v,41} \cdot (T_4 - T_1) \quad (7.3.2.8)$$

Med forudsætningen om konstant specifik varmekapacitet kan formel (7.3.2.8) reduceres til:

$$W_{v,kreds} = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_3) + m \cdot c_v \cdot (T_4 - T_1) \quad (7.3.2.9)$$

### 7.3.3 Idealiseret beregningsprocedure - volumenændringsarbejdsmetoden, akselarbejde

Formlerne (2.2.2) og (7.3.2.5) udtrykker også, at nettoarbejdet af kredsprocessen kan findes som summen af arbejdet ved hver delproces. For et lukket reversibelt system må der således være tale om volumenændringsarbejdet, og følgende formel kan opstilles:

$$W_{net} = W_{v,kreds} = \sum W_v \quad (7.3.3.1)$$

Jf. Fig. (4.3.1) eller (6.1.3.1) vil volumenændringsarbejdet for de fire delprocesser være:

$$W_{v,12} = \frac{m \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)}{\kappa - 1} \quad (7.3.3.2)$$

$$W_{v,23} = p_2 \cdot (V_2 - V_3) \quad (7.3.3.3)$$

$$W_{v,34} = \frac{m \cdot R_i \cdot (T_4 - T_3)}{\kappa - 1} \quad (7.3.3.4)$$

$$W_{v,41} = 0 \quad (7.3.3.5)$$

I den anførte version vil formel (7.3.3.2), (7.3.3.3) og (7.3.3.4) hhv. give et positivt, negativt og negativt resultat, og samlet set vil  $W_{v,kreds}$  blive negativ jf. konventionen jf. kapitel 1.2.

### 7.3.4 Idealiseret beregningsprocedure, virkningsgrad

Den termiske virkningsgrad for dieselmotoren kan defineres som anført i formel (7.3.4.1), idet det må kræves, at faktorerne er positive værdier.

$$\eta_{th,Diesel} = \frac{\text{Ønsket output}}{\text{Nødvendigt input}} = \frac{|W_{net}|}{Q_{23}} \quad (7.3.4.1)$$

Indsættes formel (7.3.2.7) fås:

$$\eta_{th,Diesel} = \frac{|W_{net}|}{Q_{23}} = \frac{Q_{23} - |Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} \quad (7.3.4.2)$$

Indsættes formlerne (7.3.2.3) og (7.3.2.4) og forudsættes den specifikke varmekapacitet konstant, fås:

$$\eta_{th,Diesel} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{c_p(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{\kappa \cdot (T_3 - T_2)} \quad (7.3.4.3)$$

Rent matematisk kan formel (7.3.4.3) omskrives til:

$$\eta_{th,Diesel} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{\kappa \cdot (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1 \cdot \frac{(T_4 - 1)}{T_1}}{\kappa \cdot T_2 \cdot \frac{(T_3 - 1)}{T_2}} \quad (7.3.4.4)$$

Før dette udtryk kan reduceres yderligere, må delprocesserne analyseres nærmere. Da det er antaget, at det er en idealgas, som forefindes i maskinen, finder formel (6.2.2.3) for delprocessen (1→2) anvendelse:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} \quad (7.3.4.5)$$

Faktoren  $\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$  er det samme som reciprokværdien af kompressionsforholdet jf. formel (7.1.2.2), og indsættes dette, fås:

$$\eta_{th,Diesel} = 1 - \frac{T_1 \cdot \frac{(T_4 - 1)}{T_1}}{\kappa \cdot T_2 \cdot \frac{(T_3 - 1)}{T_2}} = 1 - \frac{1}{(r)^{\kappa-1}} \cdot \frac{\frac{(T_4 - 1)}{T_1}}{\kappa \cdot \frac{(T_3 - 1)}{T_2}} \quad (7.3.4.6)$$

Procesforløbet (2→3) er isobarisk, hvorfor idealgasligningen jf. formel (3.4.2.3) tillader:

$$\frac{V_3}{T_3} = R_i = \frac{V_2}{T_2} \quad (7.3.4.7)$$

$$\downarrow$$

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} \quad (7.3.4.8)$$

Faktoren  $\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$  er det samme som cut-off forholdet ( $r_c$ ) jf. formel (7.3.2.1) og indsættes dette i formel (7.3.4.6) fås:

$$\eta_{th,Diesel} = 1 - \frac{T_1 \cdot \frac{(T_4 - 1)}{T_1}}{\kappa \cdot T_2 \cdot \frac{(T_3 - 1)}{T_2}} = 1 - \frac{1}{(r)^{\kappa-1}} \cdot \frac{\frac{(T_4 - 1)}{T_1}}{\kappa(r_c - 1)} \quad (7.3.4.9)$$

Idet procesforløbene (1→2) og (3→4) er polytropiske procesforløb jf. formel (4.2.4.1) med polytropesponenten lig med isentropesponenten ( $\kappa$ ), kan følgende betingelser opstilles:

$$p_1 \cdot V_1^\kappa = p_2 \cdot V_2^\kappa \quad \text{og} \quad p_3 \cdot V_3^\kappa = p_4 \cdot V_4^\kappa \quad (7.3.4.10)$$

↓

$$p_2 = p_1 \cdot V_1^\kappa \cdot V_2^{-\kappa} \quad \text{og} \quad p_3 = p_4 \cdot V_4^\kappa \cdot V_3^{-\kappa} \quad (7.3.4.11)$$

Da  $p_2 = p_3$  kan formlerne (7.3.4.11) omskrives til:

$$p_1 \cdot V_1^\kappa \cdot V_2^{-\kappa} = p_4 \cdot V_4^\kappa \cdot V_3^{-\kappa} \quad (7.3.4.12)$$

↓

$$p_1 \cdot V_2^{-\kappa} = p_4 \cdot V_3^{-\kappa} \quad \text{da } V_1 = V_4 \quad (7.3.4.13)$$

↓

$$\frac{p_4}{p_1} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^\kappa = r_c^\kappa \quad (7.3.4.14)$$

Idet faktoren  $\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^\kappa$  er det samme som cut-off forholdet ( $r_c$ ) jf. formel (7.3.2.1). Da procesforløbet (1→4) er en isokorisk proces kan jf. idealgasligningen i formel (3.4.2.3) opstilles:

$$\frac{p_1}{T_1} = R_t = \frac{p_4}{T_4} \quad (7.3.4.15)$$

↓

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{p_4}{p_1} \quad (7.3.4.16)$$

Sammenholdes formel (7.3.4.14) og (7.3.4.16) fås:

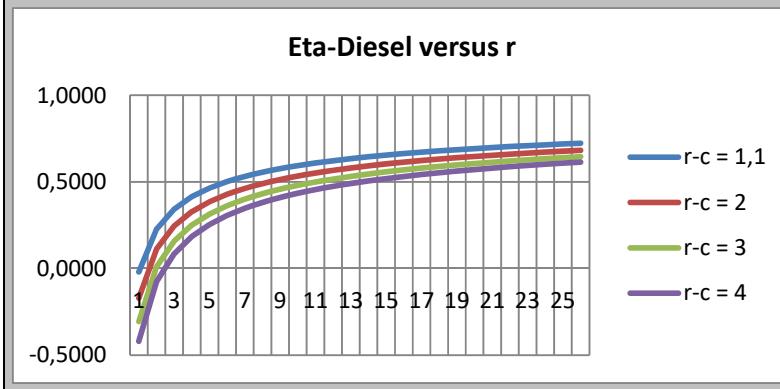
$$\frac{T_4}{T_1} = r_c^\kappa \quad (7.3.4.17)$$

Indsat i formel (7.3.4.9) får formlen for den termiske virkningsgrad for dieselmotoren følgende udformning:

$$\eta_{th,Diesel} = 1 - \frac{1}{(r)^{\kappa-1}} \cdot \left[ \frac{r_c^{\kappa-1}}{\kappa \cdot (r_c-1)} \right] \quad (7.3.4.18)$$

#### **Eksempel 7.3.4.a**

Tegn et diagram for den termiske virkningsgrad for dieselmotoren (Diesel-princippet) som funktion af kompressionsforholdet varierende fra 0 til 25 og cut-off ratio varierende fra 1,1 til 4. Isentropeksponenten ( $\kappa$ ) kan antages til 1,4.



Sammenlignes formlerne for den termiske virkningsgrad for benzin- og dieselmotoren i hhv. formlerne (7.2.4.9) og (7.3.4.18) samt de grafiske afbildninger i hhv. Eksempel 7.2.4.a og 7.3.4.a ses, at når cut-off ratio ( $r_c$ ) går mod værdien 1, så er den termiske virkningsgrad for en dieselmotor lig den termiske virkningsgrad for en benzinmotor.

Tændingsbanken er ikke noget problem for en dieselmotor, hvorfor kompressionsforholdet kan være højere end for en benzinmotor, og sættes typisk i intervallet [13;24].

## 7.4 Gasturbinen

### 7.4.1 Gasturbinens opbygning og virkemåde

En gasturbine adskiller sig opbygningsmæssigt væsentligt fra en benzin- og dieselmotor. Gasturbinen består af en kompressor og turbine koblet på samme aksel som vist på Fig. 7.4.1.1. Mellem kompressor og turbine er placeret et brændkammer, hvor brændslet forbrændes.

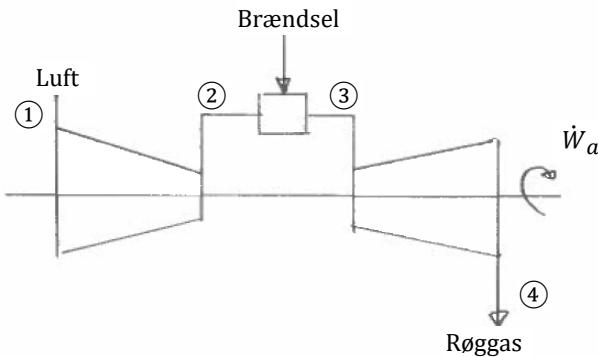


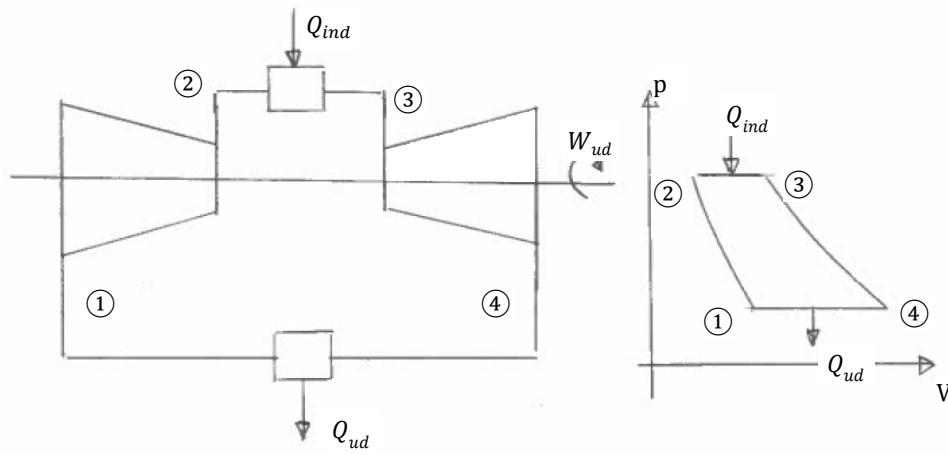
Fig. 7.4.1.1 Procesdiagram for en gasturbine

Det er naturligvis ikke alle brændsler, som kan benyttes i et gasturbineanlæg, og det må kræves, at andelen af partikler eller aske i brændslet er lille. Typiske brændsler i et gasturbineanlæg er naturgas, propan eller lette fossile olier. Det ville have været dejligt, hvis man kunne afbrænde det relativt billige brændsel kul i et gasturbineanlæg, men askeindholdet (3-20 %) i kullet ville resultere i ødelæggende slidtage på de indvendige dele af turbinen.

Slidtage er et potentielt problem i et gasturbineanlæg og yderligere for at beskytte specielt kompressoren for slidtage og belægninger er luftindtaget ved pkt. 1 på Fig. 7.4.1.1 for de i praksis fungerende anlæg forudset med et partikelfilter.

Gasturbineanlægget er et arbejdsproducerende anlæg, og ved et passende omdrejningstal og indfyret effekt er arbejdet, som produceres i turbinedelen, større end arbejdet, som konsumeres i kompressordelen. Herved kan der produceres et nettoarbejde eller effekt på akslen.

På Fig. 7.4.1.2.a er vist et idealiseret og teoretisk procesdiagram for et gasturbineanlæg, som vil lette beregningerne på anlægget. Givet forudsætningerne i kapitel 7.1.1, antages gasturbineanlægget at køre mellem to trykniveauer og at tør atmosfærisk luft cirkulerer i en lukket kreds. Ved det høje tryk er forbrændingen erstattet af en isobarisk varmetilførselsproces. Ved det lave tryk er udstødningen erstattet af en isobarisk varmeafgivelsesproces. Den idealiserede proces er afbilledet på p-V diagrammet vist i Fig. 7.4.1.2.b, og benævnes også **Brayton-princippet**.



(a) Idealiseret procesdiagram for et gasturbineanlæg

(b) Idealiseret proces i p-V diagram

**Fig. 7.4.1.2** Idealiseret procesdiagram og p-V diagram for et gasturbineanlæg

#### 7.4.2 Idealiseret beregningsprocedure - varmebalancemetoden, akselarbejde

På Fig. 7.4.1.2.b er vist et p-V diagram for en idealiseret kredsproces efter Brayton-princippet. Den idealiserede kredsproces består af følgende fire delprocesser:

- Pkt. 1 → 2: Isentropisk kompression
- Pkt. 2 → 3: Isobarisk varmetilførsel
- Pkt. 3 → 4: Isentropisk ekspansion
- Pkt. 4 → 1: Isobarisk varmeafgivelse

For gasturbinen defineres et karakteristisk forhold benævnt **trykforholdet**:

$$r_p = \frac{p_2}{p_1} \quad (7.4.2.1)$$

Det antages videre:

- I. at delprocesserne er reversible, hvilket indebærer, at der ikke er friktion og dermed tryktab internt i anlægget,
- II. at alle komponenter er adiabatiske – på nær der, hvor der skal ske varmeverksling – dvs. at der ikke varmeverksles mellem komponenterne internt.

Det skal bemærkes, at under de anførte forudsætninger finder formlerne (6.2.2.1) til (6.2.2.3) anvendelse for både delproces 1→2 og 3→4.

Da delprocesserne 1→2 og 3→4 er isentropiske, vil de også være adiabatiske, hvorfor:

$$Q_{12} = Q_{34} = 0 \quad (7.4.2.1)$$

Delprocesserne 2→3 og 4→1 er isobarisk varmetilførsel og varmeafgivelse for et lukket system, og varmemængden bestemmes jf. Fig. (4.3.1) eller (6.1.3.1) til:

$$Q_{23} = m \cdot c_{p,23} \cdot (T_3 - T_2) \quad (7.4.2.2)$$

$$Q_{41} = m \cdot c_{p,41} \cdot (T_1 - T_4) \quad (7.4.2.3)$$

Bemærk her, at  $(T_1 - T_4)$  er negativ, som passer med fortegnskonventionen. Følgende varmebalance må jf. energiligningen i formel (2.2.2) kunne opstilles for kredsprocessen:

$$[\sum_{i=0}^n Q_{ind} - \sum_{i=0}^n Q_{ud}] + [\sum_{i=0}^n W_{ind} - \sum_{i=0}^n W_{ud}] = \Delta U = 0 \quad (7.4.2.4)$$

eller

$$W_{net} = -Q_{net} \quad (7.4.2.5)$$

Eller omskrevet til formel (7.4.2.6), hvor  $W_{t,kreds}$  et eksporteret kredsarbejde, idet delkomponenterne alle er åbne systemer:

$$W_{net} = W_{t,kreds} = -(Q_{23} + Q_{41}) \quad (7.4.2.6)$$

Formlerne (7.4.2.2) og (7.4.2.3) indsættes i formel (7.4.2.6):

$$W_{t,kreds} = -(Q_{23} + Q_{41}) = m \cdot c_{p,23} \cdot (T_2 - T_3) + m \cdot c_{p,41} \cdot (T_4 - T_1) \quad (7.4.2.7)$$

Med forudsætningen om konstant specifik varmekapacitet kan formel (7.4.2.7) reduceres til:

$$W_{t,kreds} = m \cdot c_p \cdot [(T_2 - T_3) + (T_4 - T_1)] \quad (7.4.2.8)$$

#### 7.4.3 Idealiseret beregningsprocedure - volumenændringsarbejdsmetoden, akselarbejde

Formlerne (2.2.2) og (7.4.2.4) udtrykker også, at nettoarbejdet af kredsprocessen kan findes som summen af arbejdet ved hver delproces. For et lukket reversibelt system med åbne delprocesser må der således være tale om det tekniske arbejde, men summen af de tekniske arbejder og volumenændringsarbejder vil være det samme, og følgende formel kan opstilles:

$$W_{net} = W_{t,kreds} = W_{v,kreds} = \sum W_v \quad (7.4.3.1)$$

Jf. Fig. (4.3.1) eller (6.1.3.1) vil volumenændringsarbejdet for de fire delprocesser være:

$$W_{v,12} = \frac{m \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)}{\kappa - 1} \quad (7.4.3.2)$$

$$W_{v,23} = p_2 \cdot (V_3 - V_2) \quad (7.4.3.3)$$

$$W_{v,34} = \frac{m \cdot R_i \cdot (T_4 - T_3)}{\kappa - 1} \quad (7.4.3.4)$$

$$W_{v,41} = p_4 \cdot (V_1 - V_4) \quad (7.4.3.5)$$

I den anførte version vil formel (7.4.3.2) og (7.4.3.3) give et positivt resultat og formel (7.4.3.4) og (7.4.3.5) et negativt resultat, og da den samlede sum bliver negativ, vil  $W_{t,kreds}$  blive negativ jf. konvention jf. kapitel 1.2.

#### 7.4.4 Idealiseret beregningsprocedure, virkningsgrad

Den termiske virkningsgrad for gasturbinen kan defineres som anført i formel (7.4.4.1), idet det må kræves, at faktorerne er positive værdier.

$$\eta_{th,Brayton} = \frac{\text{Ønsket output}}{\text{Nødvendigt input}} = \frac{|W_{net}|}{Q_{23}} \quad (7.4.4.1)$$

Indsættes formel (7.4.2.6) fås:

$$\eta_{th,Brayton} = \frac{|W_{net}|}{Q_{23}} = \frac{Q_{23} - |Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} \quad (7.4.4.2)$$

Indsættes formlerne (7.4.2.2) og (7.4.2.3) og forudsættes den specifikke varmekapacitet konstant, fås:

$$\eta_{th,Brayton} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} \quad (7.4.4.3)$$

Rent matematisk kan formel (7.4.4.3) omskrives til:

$$\eta_{th,Brayton} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1 \cdot \left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{T_2 \cdot \left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)} \quad (7.4.4.4)$$

Før dette udtryk kan reduceres yderligere, må delprocesserne analyseres nærmere. Da det er antaget, at det er en idealgas, som forefindes i maskinen, finder formel (6.2.2.3) for delprocesserne (1→2) og (3→4) anvendelse:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad \text{og} \quad \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \Leftrightarrow \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (7.4.4.5)$$

Idet  $p_2 = p_3$  og  $p_4 = p_1$ , må der logisk gælde:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4} \quad (7.4.4.6)$$

Sammenholdes formel (7.4.4.5) og (7.4.4.6) kan konkluderes, at

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \quad (7.2.4.7)$$

↓

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1} \quad (7.2.4.8)$$

Indført i formel (7.4.4.4) og substitueres første formel fra formel (7.4.4.5) fås:

$$\eta_{th,Brayton} = 1 - \frac{T_1 \cdot \left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{T_2 \cdot \left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \quad (7.4.4.9)$$

Faktoren  $\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$  er det samme som trykforholdet jf. formel (7.4.2.1), og indsættes dette, fås:

$$\boxed{\eta_{th,Brayton} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{r_p}{r_p}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}} \quad (7.4.4.10)$$

Dette er den maksimalt opnåelige virkningsgrad under de givne forhold. I England og USA har der været tradition for at udtrykke "godheden" af specielt en gasturbine ved at danne forholdet mellem forbrugt brændstofenergi og energi opnået på akslen - også benævnt **heat rate** (HR). Heat raten er defineret som:

$$\boxed{HR = \frac{\dot{Q}_{brændstof} [kW] \cdot \left(\frac{J}{W \cdot s}\right)}{|\dot{W}_a| [kW] \cdot \left(\frac{h}{3600s}\right)} \quad i \left[\frac{kJ}{kWh}\right]} \quad (7.4.4.11.a)$$

$$\boxed{HR = \frac{\dot{Q}_{brændstof} [kW] \cdot \left(\frac{J}{W \cdot s}\right)}{|\dot{W}_{net}| [kW] \cdot \left(\frac{h}{3600s}\right)} \quad i \left[\frac{kJ}{kWh}\right]} \quad (7.4.4.11.b)$$

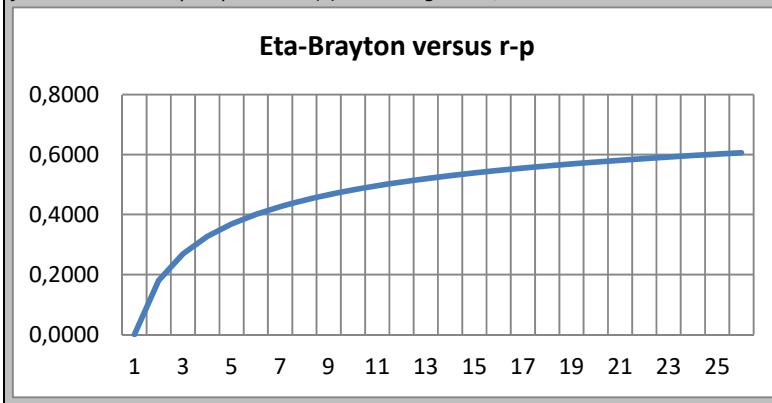
Parenteserne i formel (7.4.4.11) er ganget på for at hjælpe med omregning af enhederne. Oplyses en heat rate af en leverandør, bør det altid undersøges om der er tale om akselarbejdet ( $\dot{W}_a$ ) eller kredsarbejde ( $\dot{W}_{net}$ ) der indgår i beregningerne, idet de mekaniske tab i gasturbinen udgør forskellen. I den teoretiske termodynamik vil man have fokus på kredsarbejde ( $\dot{W}_{net}$ ) og herefter reducere dette grundet de mekaniske tab i gasturbinen. Er intet oplyst, ja så må man lave en forudsætning for beregningerne. Formel (7.4.4.11.b) kan omskrives til:

$$\boxed{HR = \frac{3600}{\eta_{GT}} \quad i \left[\frac{kJ}{kWh}\right]} \quad (7.4.4.12)$$

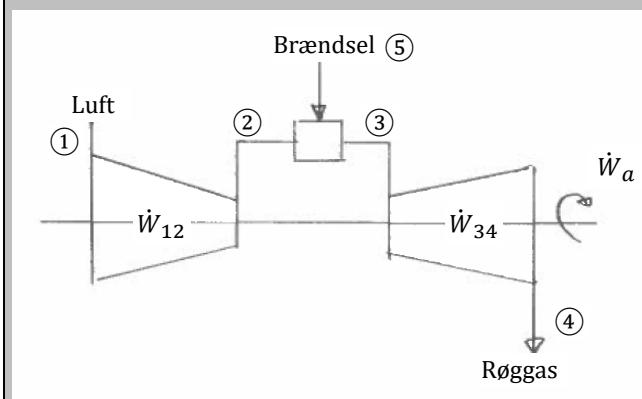
$$\text{Hvor } \eta_{GT} = \frac{|\dot{W}_{net}|}{\dot{Q}_{brændstof}}$$

**Eksempel 7.4.4.a**

Tegn et diagram for den termiske virkningsgrad for gasturbinen (Brayton-princippet) som funktion af trykforholdet varierende fra 0 til 25. Isentropesponenten ( $\kappa$ ) kan antages til 1,4.

**Eksempel 7.4.4.b**

Bestem afgangstemperaturen (pkt. 4) for turbinedelen for en gasturbine samt kontroller energibalancen for samme.



F. data er givet:

- Temperatur ( $T_1$ ) 20 °C
- Tryk ( $p_1 = p_4$ ) 1,013 bara
- Luftmængde ( $\dot{m}_1$ ) 34 kg/s
- Isentropisk virkningsgrad, kompressor 0,80 -
- Tryk ( $p_2 = p_3$ ) 20 bara
- Indfyret effekt ( $\dot{Q}_5$ ) 55 MW
- Nedre brændværdi (LHV), olie 44 MJ/kg
- Isentropisk virkningsgrad, turbine 0,80 -

Både luft og røggas kan med rimelig tilnærmelse regnes som tør atmosfærisk luft, og isentropesponenten ( $\kappa$ ) og specifik varmefylde ( $c_p$ ) kan antages konstante og værdimæssigt til hhv. 1,4 og 1,005 kJ/kgK.

Massestrøm i pkt. 5 bestemmes via formel (3.6.2) til:

$$\dot{m}_5 = \frac{\dot{Q}_{br}}{LHV} = \frac{\dot{Q}_5}{LHV} = \frac{55MW}{44MJ/kg} = 1,25 \text{ kg/s}$$

Der må være massebevarelse, hvorfor massestrøm igennem turbinedelen kan bestemmes efter formel (5.4.5):

$$\dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_5 = 34 + 1,25 = 35,25 \text{ kg/s}$$

Temperaturen efter kompressoren for en isentropisk kompression findes af formel (6.2.2.1):

$$T_{2,s} = T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = (273 + 20) \cdot \left( \frac{20}{1,013} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 687 \text{ K} = 414 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Den reelle temperatur efter kompressoren findes af formel (6.4.2.4):

$$\eta_{is} \approx \frac{(T_{2,s} - T_1)}{(T_2 - T_1)}$$

↓

$$T_2 = T_1 + \frac{(T_{2,s} - T_1)}{\eta_{is}} = 20 + \frac{(414 - 20)}{0,80} = 512,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Brændkammeret er en åben og isobarisk proces (der sker ikke nogen trykstigning, da processen er åben) og kan behandles som et knudepunkt jf. formel (5.4.4) og (5.4.5). Der regnes energibidrag over referencetemperaturen lig 0 °C.

$$\dot{m}_2 + \dot{m}_5 = \dot{m}_3$$

og

$$\dot{m}_2 \cdot h_2 + \dot{m}_5 \cdot h_5 = \dot{m}_3 \cdot h_3$$

↓

$$\dot{m}_2 \cdot c_p \cdot (T_2 - 0) + \dot{Q}_5 = \dot{m}_3 \cdot c_p \cdot (T_3 - 0)$$

↓

$$34 \cdot 1,005 \cdot (512,5 - 0) + 55000 = 35,25 \cdot 1,005 \cdot (T_3 - 0)$$

↓

$$T_3 = 2047 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Dette er en høj temperatur, som de fleste metaller ikke kan klare. I praksis kunne man køle på en delstrøm af luften efter kompressoren med en ekstern kilde og by-passe denne delstrøm af luften uden om brændkammeret, og benytte den relativt "kolde" delstrøm til køling af den første del af gasturbinen.

Temperaturen efter turbinen for en isentropisk ekspansion findes af formel (6.2.2.1):

$$T_{4,s} = T_3 \cdot \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} = (273 + 2047) \cdot \left( \frac{1,013}{20} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 989,4 \text{ K} = 716,4 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Den reelle temperatur efter turbinen findes af formel (6.4.1.2), som reduceres efter principippet brugt i formel (6.4.2.4):

$$\eta_{is} \approx \frac{(T_4 - T_3)}{(T_{4,s} - T_3)}$$

↓

$$T_4 = T_3 + \eta_{is} \cdot (T_{4,s} - T_3) = 2047 + 0,80 \cdot (716,4 - 2047) = \underline{\underline{982,5 \text{ }^{\circ}\text{C}}}$$

Afgangstemperaturen for turbinen er relativt høj, og på en virkelig gasturbine ville den ligge i omegnen af 500-600 °C. For en virkelig gasturbine ville man kunne påvirke denne temperatur i nedadgående retning ved f.eks. af øge luftmængden igennem kompressoren eller optimere konstruktionen og herigennem opnå højere isentropiske virkningsgrader.

Det indre arbejde for både kompressor og turbine findes af den velkendt formel:

$$\dot{W}_{i,12} = \dot{m}_1 \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) = 34 \cdot 1,005 \cdot (512,5 - 20) \cdot 10^{-3} \frac{\text{MW}}{\text{kW}} = +16,8 \text{ MW}$$

$$\dot{W}_{i,34} = \dot{m}_3 \cdot c_p \cdot (T_4 - T_3) = 35,25 \cdot 1,005 \cdot (982,5 - 2047) \cdot 10^{-3} \frac{\text{MW}}{\text{kW}} = -37,7 \text{ MW}$$

*Netto arbejdet, som er negativt da det overføres til omgivelserne, bestemmes:*

$$\dot{W}_{i,net} = \dot{W}_{i,34} + \dot{W}_{i,12} = -37,7 + 16,8 = -20,9 \text{ MW}$$

*Effekttabet til omgivelserne igennem temperaturen efter turbinen kan bestemmes til:*

$$\dot{Q}_{41} = \dot{m}_4 \cdot c_p \cdot (T_1 - T_4) = 35,25 \cdot 1,005 \cdot (20 - 982,5) \cdot 10^{-3} \frac{\text{MW}}{\text{kW}} = -34,1 \text{ MW}$$

*Varmebalancen går, idet effekt ind er lig effekt ud:*

$$\dot{W}_{i,12} + \dot{Q}_5 = |\dot{W}_{i,34}| + |\dot{Q}_{41}|$$

$$16,8 + 55 = 37,7 + 34,1$$

*Disse beregninger kunne med fordel være lagt i et EES program. Beregningerne kunne raffineres, idet EES åbner mulighed for at have isentropeksponenten ( $\kappa$ ) og specifik varmefylde ( $c_p$ ) som variable. EES programmet kunne tillige benyttes til en parameteranalyse, hvor f.eks. tryk efter kompressionen kunne varieres for at se denne parameters indflydelse på nettoarbejdet ( $\dot{W}_{i,net}$ ).*

*Efter formlerne (7.4.4.10) og (7.4.4.11b) bestemmes HR, virkningsgrad og termisk virkningsgrad til:*

$$HR = \frac{\dot{Q}_{brændstof} [\text{kW}] \cdot \left( \frac{J}{\text{W} \cdot \text{s}} \right)}{\dot{W}_{net} [\text{kW}] \cdot \left( \frac{\text{h}}{3600 \text{s}} \right)} = \frac{55000}{\frac{|-20900|}{3600}} = 9474 \text{ kJ/kWh}$$

$$\eta_{GT} = \frac{|\dot{W}_{net}|}{\dot{Q}_{brændstof}} = \frac{|\dot{W}_{i,net}|}{\dot{Q}_5} = \frac{|-20,9|}{55} = 0,380 \text{ eller } 38 \%$$

$$\eta_{th,Brayton} = 1 - \frac{1}{(r_p)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{20}{1,013}\right)^{\frac{1,1-1}{1,4}}} = 0,574 \text{ eller } 57,4 \%$$

## 7.5 Opgaver til kapitel 7

Detaljeret løsningsforslag til de \*-mærkede opgaver er angivet i Appendiks B, og resultater til assignment i Appendiks C.

### Opgave 7.1

Bestem den maksimalt opnåelige termiske virkningsgrad i [%] for en stempelmotor, som arbejder efter Otto-princippet med et kompressionsforhold på 10. Isentropesponenten kan antages at være 1,4. (Svar: 60,19 %)

### Opgave 7.2

En 6-cylindret stempelmotor, som arbejder efter Diesel-princippet, har et kompressionsforhold på 18.

Cylinderdiameter og slaglængde er oplyst til hhv. 85 mm og 85 mm. Bestem det skadelige rum i [cm<sup>3</sup>] og afstanden i [mm] mellem topdødpunkt og bunddødpunkt (Svar: 170,2 cm<sup>3</sup>; 85 mm)

### Opgave 7.3 \*

En 2-cylindret 2-takt stempelmotor, som arbejder efter Otto-princippet, yder 400 J per kredsproces. Bestem akseleffekten i [kW] ved 3.000 rpm, når den mekaniske virkningsgrad er 82 % (Svar: 32,8 kW).

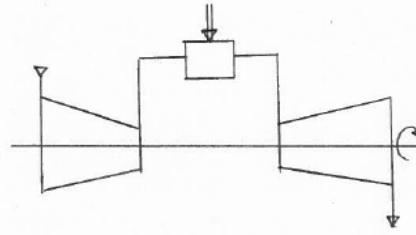
### Opgave 7.4 \*

En 1-times fuldkala test af en gasturbine inden afsendelse fra fabrikken viste en heatrate på 7850 kJ/kWh. Under testen forbrugte gasturbinen 11.500 kg letolie med en brændværdi på 44 MJ/kg. Bestem den gennemsnitlige akseleffekt i [MW] for gasturbinen under testen (Svar: 64,46 MW)

### Opgave 7.5

For en gasturbine (GT) i kontinuert drift er givet følgende data:

• Akseleffekt	50 MW
• Heat rate(HR)	8.000 kJ/kWh
• Nedre brændværdi (LHV), naturgas	48 MJ/kg
• Densitet, naturgas	0,80 kg/Nm <sup>3</sup>
• Trykforhold, kompressor	1:22 -
• Tilgangstemperatur, kompressor	25 °C
• Tilgangstryk, kompressor	980 hPa
• Specifikt luftforbrug, forbrænding (AFR)	55 kg-luft/kg-br.
• Isentropisk virkningsgrad, kompressor	0,80 -



### Spørgsmål

1. Verificer procesdiagrammet for processen
2. Påfør procesdiagrammet kendte data
3. Bestem den nødvendige brændselsseffekt i [MW] for GT (Svar: 111,1 MW))
4. Bestem brændstofmængden i [kg/s] og [Nm<sup>3</sup>/s] (Svar: 2,31 kg/s; 2,89 Nm<sup>3</sup>/s)
5. Bestem udløbstemperaturen i [°C] af kompressoren under forudsætning af at gassen betragtes som en idealgas og der ikke udveksles energi med omgivelserne (adiabatisk) dvs. en isentropisk proces (Svar: ca. 441 °C) (Stofværdier ( $\kappa$ ) skal antages ikke konstante dvs. afhængige af temperatur og tryk – brug middelværdier)
6. Under antagelse af at den specifikke varmekapacitet er konstant, bestem den reelle udløbstemperatur i [°C] af kompressoren (Svar: ca. 545 °C)
7. Bestem luft- og røggasmængden i [kg/s] (Svar: 127 kg/s; 129,3 kg/s)

### Assignment (kapitel 7)

For en 4-takts dieselmotor (diesel-princippet) er følgende data givet:

#### Luftindtag

• Omgivelsestryk	1,013	bar(a)
• Omgivelsestemperatur	25	°C

#### Brændselsdata

• Brændselstype	L et dieselolie	-
• Nedre brændværdi	43	MJ/kg

#### Motordata

• Antal cylindre	1	-
• Cylinder diameter, indvendig	150	mm
• Slaglængde	150	mm
• Skadeligt rum	147,3	cm <sup>3</sup>
• Air/brændsels-forhold	24	kg/kg
• Forbrændingsvirkningsgrad	99	%
• Motoromdrehninger	1.500	rpm
• Mekanisk virkningsgrad ved 1.500 rpm	80	%

#### Spørgsmål

1. Tegn et procesdiagram på skitseniveau og specifiser forudsætningerne for de videre beregninger \*)
2. Skitsér kredsprocessen i et p-V-diagram, og indikér hvor der udveksles varme med omgivelserne
3. Bestem kompressionsforholdet
4. Bestem de termodynamiske data (p, T, v, V) in [bara, °C, m<sup>3</sup>/kg, m<sup>3</sup>] før kompression
5. Bestem de termodynamiske data (p, T, v, V) in [bara, °C, m<sup>3</sup>/kg, m<sup>3</sup>] efter kompression
6. Bestem de termodynamiske data (p, T, v, V) in [bara, °C, m<sup>3</sup>/kg, m<sup>3</sup>] efter varmetilførsel
7. Bestem de termodynamiske data (p, T, v, V) in [bara, °C, m<sup>3</sup>/kg, m<sup>3</sup>] efter ekspansion
8. Optegn kredsprocessen i et p-V diagram
9. Bestem cut-off forholdet
10. Bestem netto-arbejdet i [J] for kredsprocessen på 3 måder: 1) netto-arealet i p-V diagrammet ved integration  
2) varmebalance metoden 3) volumenændringsmetoden
11. Bestem virkningsgraden for kredsprocessen
12. Bestem akselleffekten ved 1.500 rpm og evaluér resultatet: Passer det med dine forventninger for en motor med den givne størrelse (slagvolumen)?

\*) Antag en middeltemperatur på f.eks. 1000 K for specifikke varmekapaciteter og isentropeeksponent.

## 8.0 Kraftværker

I dette kapitel skal de arbejdsproducerende kredsprocesser, hvor der sker faseskift for mediet i kredsprocessen, analyseres. Ved faseskift forstås her, at mediet i kredsprocessen veksler mellem væske og gasform.

For at en kredsproces kan producere og eksportere en arbejdsmængde til omgivelserne, må der naturligvis tilføres energi fra omgivelserne. Den tilførte energi er varme, som traditionelt overføres til kredsprocessen fra en ekstern forbrænding af et brændsel. I de senere år, hvor der har været fokus på stigningen af kuldioxyd ( $\text{CO}_2$ ) i atmosfæren, er varme til kredsprocessen alternativt søgt igennem f.eks. solfangere og geotermiske kilder. Med andre ord konverterer kredsprocessen varme om til arbejde, som bekendt er en mere højværdi energiform, og kan udnyttes til flere formål.

I dette kapitel ses nærmere på:

- Dampkraftværket (Rankine-princippet)
- Organic Rankine Cycle (Rankine-princippet, men ikke med vand)
- Dampkraftværk efter en gasturbine

Alle de nævnte kredsprocesser er funderet på Rankine-princippet, som vil blive beskrevet nærmere. Mediet i kredsprocesserne kan være vand eller organiske medier.

For alle processerne vil der kun blive set på simple kredsprocesser, og der henvises til andre litteraturer for mere avancerede kredsprocesser. Der tages dog lidt hul på problematikken, idet der i dette kapitel vil blive angivet de primære faktorer for en optimering af kredsprocessen eller med andre ord de primære faktorer, som øger virkningsgraden.

### 8.1 Rankine kredsprocessen

Som konkluderet i kapitel 6.3.2 vil Carnot-virkningsgraden være den højest mulige virkningsgrad for den arbejdsproducerende kredsproces grafisk afbilledet i et T-s diagram på Fig. 6.3.1.2.a, så det ville være naturligt, at tilstræbe denne proces for virkelige anlæg.

På Fig. 8.1.1.a er Carnot's kredsproces i et T-s diagram gengivet. På Fig. 8.1.1.a er taget den frihed, at lægge kredsprocessen ind i to-faseområdet, hvor netop faseskiftet sker ved konstant temperatur, som var et væsentligt element i Carnot's forudsætninger.

Carnot's kredsproces er teoretisk, og hvis den skulle realiseres direkte i en virkelig kredsproces, ville der være nogle tekniske udfordringer (endnu ikke løste), som i hovedtræk ville være:

- Tilstand 1-2: Isentropisk trykøgning (f.eks. i en pumpe): Det vil være en udfordring at lave en holdbar pumpe, som kan håndterer en to-fase strømning uden at få kavitation i indløbet til pumpen,
- Tilstand 3-4: Isentropisk ekspansion (f.eks. i en turbine): Det vil være en udfordring at lave en holdbar turbine, som kan håndterer så lave x-værdier i bagenden uden, at der ville ske ødelæggende slidtage af væskedråber ved de høje strømningshastigheder, som der forefindes i bagenden af en turbine.

**Kavitation** er et begreb for den ødelæggende virkning, der sker ved implosion af gasbobler, som dannes i en væske (som er tæt ved kogepunktet) ved en uundgåelig trykreduktion i indløbet af en pumpe. Når der igen trykopbygges i pumpen, imploderer gasboblerne. Implosion af gasbobler kan føre til pitting (kraterdannelse) i overfladen af pumpehus og løbehjul.

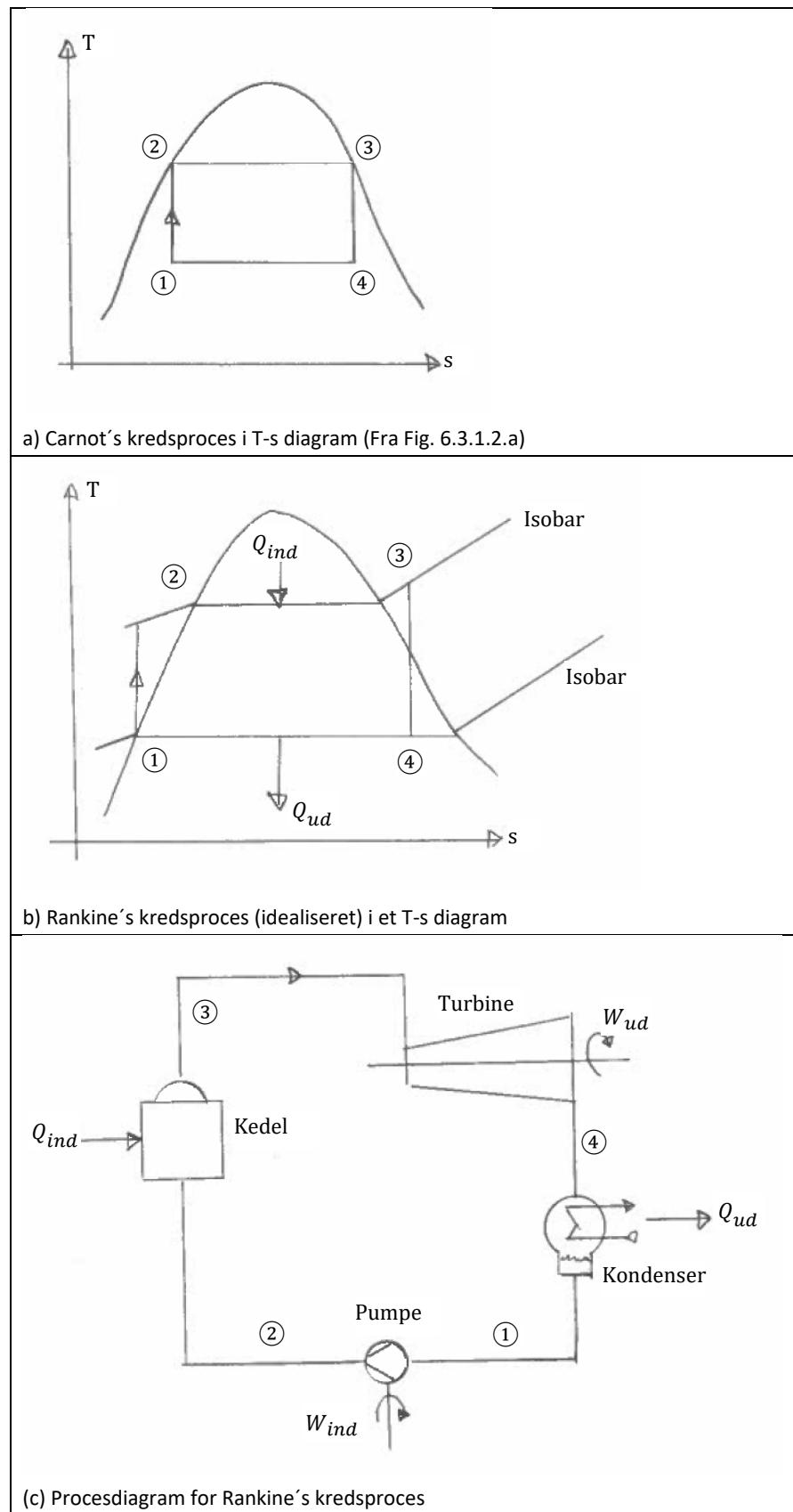


Fig. 8.1.1 Grafisk fremstilling af Carnot's og Rankine's kredsprocesser

Rankine foreslog derfor en modifieret Carnot-proces, som er grafisk afbilledet i et T-s diagram på Fig. 8.1.1.b og eksemplificeret i et procesdiagram på Fig. 8.1.1.c, og består af følgende delprocesser:

- Tilstand 1-2: Isentropisk kompression (pumpe)
- Tilstand 2-3: Isobarisk varmetilførsel (kedel)
- Tilstand 3-4: Isentropisk ekspansion (turbine)
- Tilstand 4-1: Isobarisk varmeafgivelse (kondenser)

Med reference til kapitlerne 6.4.1 og 6.4.3, hvor isentropisk virkningsgrad blev introduceret, vil en mere realistisk kredsproces i et T-s diagram være som vist på Fig. 8.2.1.1. I praksis vil der også være tryktab i visse komponenter og rørforbindelser, men for at simplificere beregningerne, ses her bort fra tryktab. Beregningsmodellen er dog den samme!

I dette delkapitel behandles Rankine kredsprocessen med de to isentropiske delprocesser 1→2 og 3→4, og det forudsættes:

- I. at delprocesserne er reversible, hvilket indebærer, at der ikke er friktion og dermed tryktab internt i anlægget,
- II. At alle komponenter er adiabatiske – på nær der, hvor der skal ske varmeveksling – dvs. at der ikke varmeveksles mellem komponenterne internt eller er utilsigtet varmetab til omgivelserne.

Da delprocesserne 1→2 og 3→4 er forudsat isentropiske, vil de også være adiabatiske, hvorfor:

$$Q_{12} = Q_{34} = 0 \quad (8.1.1)$$

Delprocesserne 2→3 og 4→1 er hhv. isobarisk varmetilførsel og isobarisk varmeafgivelse for et åbent system, og varmemængden bestemmes jf. formel (2.3.2.6b), når der ses bort fra kinetisk og potentiel energi i den strømmende fluid, til:

$$Q_{23} = m \cdot (h_3 - h_2) \quad (8.1.2)$$

$$Q_{41} = m \cdot (h_1 - h_4) \quad (8.1.3)$$

Bemærk her, at  $(h_1 - h_4)$  er negativ, som passer med fortegnskonventionen. Bemærk yderligere, at der i formlen benyttes entalpi og ikke produktet af specifik varmefyld og temperatur, hvilket skyldes, at for damp er entalpi tabellagt som funktion af tryk og temperatur og ikke den specifikke varmefyld. Følgende varmebalance må jf. energiligningen i formel (2.2.2) kunne opstilles for den lukkede kredsproces:

$$[\sum_{i=0}^n Q_{ind} - \sum_{i=0}^n Q_{ud}] + [\sum_{i=0}^n W_{ind} - \sum_{i=0}^n W_{ud}] = \Delta U = 0 \quad (8.1.4)$$

Eller jf. Fig. 8.1.1.c:

$$Q_{net} + W_{net} = 0 \quad (8.1.5)$$

Hvis følgende definition for netto-arbejdet  $W_{net} = W_{34} + W_{12}$  indføres, kan der opstilles:

$$W_{net} = W_{34} + W_{12} = -Q_{net} = -(Q_{23} + Q_{41}) \quad (8.1.6)$$

Den termiske virkningsgrad for den ideelle Rankine-proces kan defineres som anført i formel (8.1.7), og det må kræves, at faktorerne er positive værdier.

$$\eta_{th,Rankine} = \frac{\text{Ønsket output}}{\text{Nødvendigt input}} = \frac{|W_{net}|}{Q_{23}} \quad (8.1.7)$$

Indsættes formel (8.1.6) fås:

$$\eta_{th,Rankine} = \frac{|W_{net}|}{Q_{23}} = \frac{Q_{23} + Q_{41}}{Q_{23}} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} \quad (8.1.8)$$

Indsættes formlerne (8.1.2) og (8.1.3) fås:

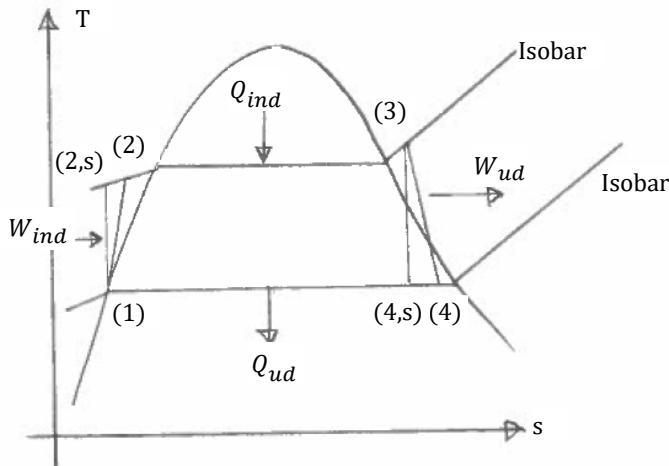
$$\boxed{\eta_{th,Rankine} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{(h_4 - h_1)}{(h_3 - h_2)}} \quad (8.1.9)$$

## 8.2 Kraftværket

### 8.2.1 Kraftværkets basiskredsproces

For at gøre Rankine-kredsprocessen mere virkelighedsnær, indføres isentropisk virkningsgrad for både pumpe og turbine. Rankine-processen benyttes på de fleste termiske kraftværker i Danmark, og det cirkulerende medie er vand ( $H_2O$ ), hvilket er billigt, tilgængeligt i store mængder og betragtes ikke som miljøskadeligt. Kraftværket består således af følgende delprocesser, som tillige er vist på Fig. 8.2.1.1:

- Tilstand 1-2: Kompression (pumpe)
- Tilstand 2-3: Isobarisk varmetilførsel (kedel)
- Tilstand 3-4: Ekspansion (turbine)
- Tilstand 4-1: Isobarisk varmeafgivelse (kondenser)



**Fig. 8.2.1.1** Rankine's kredsproces i T-s diagram med uundgåelige tab i pumpe og turbine

Der fokuseres nu på effekt i stedet for varme, hvilket nemt gøres, idet massen ( $m$ ) udskiftes med massestrøm ( $\dot{m}$ ). Bestemmelsen af effekterne i kredsprocessen, idet alle med overlæg beregnes positive, bestemmes ved de velkendte formler:

$$\dot{W}_{12} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) \quad (8.2.1.1)$$

$$\dot{Q}_{23} = \dot{m} \cdot (h_3 - h_2) \quad (8.2.1.2)$$

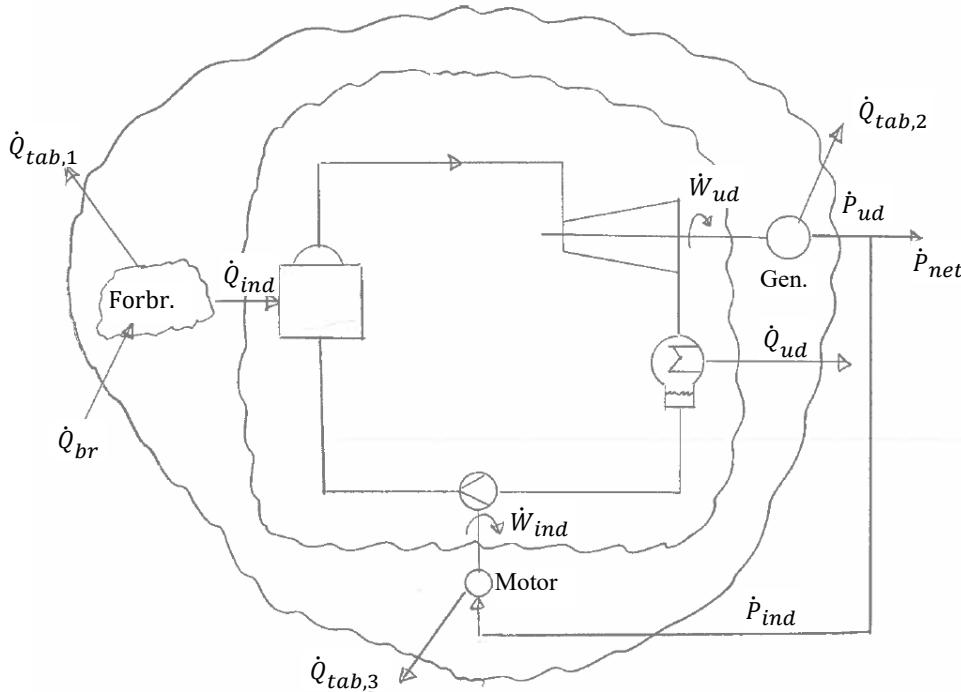
$$|\dot{W}_{34}| = \dot{m} \cdot (h_3 - h_4) \quad (8.2.1.3)$$

$$|\dot{Q}_{41}| = \dot{m} \cdot (h_4 - h_1) \quad (8.2.1.4)$$

Massestrøm af vand, som cirkulerer, vil være konstant. Supplerende formler, som er nødvendige for beregning af masse- og energibalancen i kapitel (6.4.1) for turbinen og kapitel (6.4.3) for pumpen, er selvfølgelig gældende. Det skal bemærkes, at arbejdet ( $\dot{W}$ ) er det samme som det indre arbejde ( $\dot{W}_i$ ), som er summen af det tekniske arbejde ( $\dot{W}_t$ ) og dissipationsarbejdet ( $\dot{W}_{diss}$ ). Mekaniske tab i de roterende maskiner, som ikke tilflyder fluiden men derimod omgivelserne, skal ikke indregnes.

Termisk virkningsgrad jf. formel (8.1.9) vil være uforandret:

$$\eta_{th,Rankine} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{(h_4 - h_1)}{(h_3 - h_2)} \quad (8.2.1.5)$$



**Fig. 8.2.1.2** Procesdiagram for et kraftværk med forskellige systemgrænser

På Fig. 8.2.1.2 er et procesdiagram for et kraftværk efter Rankine-princippet vist med to forskellige systemgrænser. Den inderste systemgrænse er konsistent med beregningerne af den termiske virkningsgrad jf. kapitel 8.1. Imidlertid benyttes den termiske virkningsgrad sjældent i praksis, idet den ikke umiddelbart kan benyttes i en kommerciel situation, men der skal ikke herske tvivl om, at den termiske virkningsgrad er den rigtige virkningsgrad i den grundlæggende termodynamik.

Hvad er forskellen mellem  $\dot{W}_{ud}$  og  $\dot{P}_{ud}$  på Fig. 8.2.1.2? Med reference til Fig. 2.4.1 udgør forskellen tab i gear (transmission), generator samt interne mekaniske tab i turbinen, hvis disse tab tilflyder omgivelserne.

I praksis benyttes den virkningsgrad, som man kan knytte til den yderste systemgrænse i Fig. 8.2.1.2. Denne virkningsgrad benævnes den **elektriske virkningsgrad** ( $\eta_{el}$ ) eller den økonomiske virkningsgrad. Forskellen mellem den termiske og den elektriske virkningsgrad er, at den elektriske virkningsgrad medtager de uundgåelige tab, som forefindes i dampkedel, generator/gear og motorer. I afhængighed af om man fokuserer på generatoroutput ( $\dot{P}_{ud}$ ) eller eksporteret eleeffekt til elnettet ( $\dot{P}_{net}$ ), kan defineres en **brutto elektrisk virkningsgrad** ( $\eta_{el,b}$ ) eller en **netto elektrisk virkningsgrad** ( $\eta_{el,n}$ ) med udgangspunkt i formel (2.4.1) som:

$$\eta_{el,b} = \frac{\text{Ønsket output}}{\text{Nødvendigt input}} = \frac{|\dot{P}_{ud}|}{\dot{Q}_{br}} = \frac{|\dot{P}_{ud}|}{\dot{m}_{br} \cdot LHV} \quad (8.2.1.6)$$

$$\eta_{el,n} = \frac{\text{Ønsket output}}{\text{Nødvendigt input}} = \frac{|\dot{P}_{net}|}{\dot{Q}_{br}} = \frac{|\dot{P}_{ud}| - |\dot{P}_{ind}|}{\dot{m}_{br} \cdot LHV} \quad (8.2.1.7)$$

Formlerne (8.2.1.6) og (8.2.1.7) er mere anvendelige i praksis, da både tæller og nævner direkte kan relateres til økonomiske parametre i et regnskab. Den største udgift på et kraftværk er til brændstof, og udgiften kan beregnes af følgende formel:

$$\text{Brændseludsugift[kr]} = \dot{m}_{br} \left[ \frac{t}{h} \right] \cdot \text{driftstid[h]} \cdot \text{brændselskøbspris[kr/t]} \quad (8.2.1.8)$$

Den største indtægt på et kraftværk kommer fra salg af elektricitet, og indtægten kan bestemmes af følgende formel:

$$\text{Elindtægt[kr]} = \dot{P}_{net}[\text{kW}] \cdot \text{driftstid[h]} \cdot \text{elsalgspris[kr/kWh]} \quad (8.2.1.9)$$

#### **Eksempel 8.2.1.a**

For et kraftværk er nedenstående effekter bestemt ud fra formlerne (8.2.1.1) til (8.2.1.4). Kontroller resultaterne og bestem den termiske virkningsgrad for kraftværket.

$$\dot{W}_{12} = 1 \text{ MW}$$

$$\dot{Q}_{23} = 100 \text{ MW}$$

$$\dot{W}_{34} = -35 \text{ MW}$$

$$\dot{Q}_{41} = -66 \text{ MW}$$

*Effektbalancen kontrolleres vha. formel (8.1.6):*

$$W_{34} + W_{12} = -(Q_{23} + Q_{41})$$

$$-35 + 1 = -(100 - 66) \quad (\text{OK!})$$

*Den termiske virkningsgrad bestemmes af formel (8.2.1.5):*

$$\eta_{th,Rankine} = 1 - \frac{|Q_{41}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{66}{100} = 0,34 \quad (\text{eller } 34 \%)$$

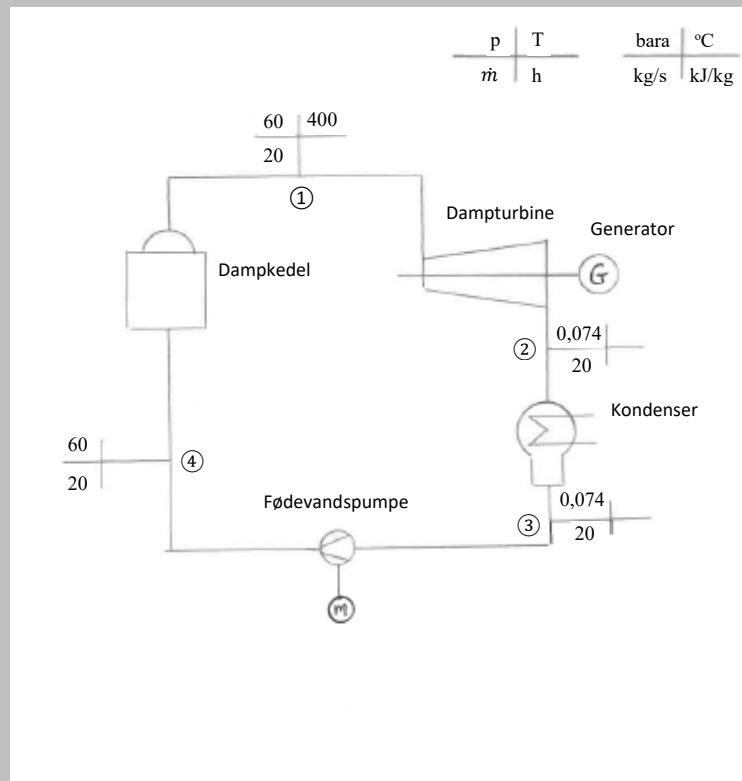
#### **Eksempel 8.2.1.b**

Et kraftværk bygget som vist på Fig. 8.2.1.2 skal levere eleffekt til elnettet.

*Fl. data er givet:*

- Dampflow: 20 kg/s
- Damptryk: 40 bara
- Damptemperatur: 400 °C
- Kondenseringstryk: 0,074 bara
- Isentropisk virkningsgrad, damp turbine: 0,80
- Mekanisk virkningsgrad, damp turbine: 1,0
- Virkningsgrad, generator: 0,98
- Isentropisk virkningsgrad, fødevandspumpe: 0,78
- Mekanisk virkningsgrad, fødevandspumpe: 1,0
- Virkningsgrad, motor: 0,94
- Virkningsgrad, dampkedel: 0,92

Ovennævnte data samt nedenstående forudsætninger er grafisk vist på nedenstående procesdiagram, som tillige er påført punktnummerering:



Fl. forhold kan antages:

- Tilstand efter kondenser er mættet ( $x_3=0$ )
- Der er ingen (frikitions-) tryktab i systemet, hvorfor  $p_4 = p_1$  og  $p_3 = p_2$
- Der er ingen varmeudveksling (varmetab) med omgivelserne ud over som tilsigtet jf. Fig. 8.2.1.2
- Turbineekspansionen kan antages at være en ret linje i et h-s diagram
- Der kan benyttes opslag i EES eller Appendiks D5 efter behag

For de videre beregninger foretages fl. opslag i EES med det samme:

- $h_1 = h(\text{steam}; T = T_1; p = p_1) = h(\text{steam}; T = 400^\circ\text{C}; p = 40 \text{ bara}) = 3214,5 \text{ kJ/kg}$
- Pkt. 2 postuleres i to-faseområdet:  
 $T_2 = T_3 = T(\text{steam}; p = p_2; x = x_3) = T(\text{steam}; p = 0,074 \text{ bara}; x = 0) = 40^\circ\text{C}$
- $h_3 = h(\text{steam}; p = p_3; x = x_3) = h(\text{steam}; p = 0,074 \text{ bara}; x = 0) = 167,7 \text{ kJ/kg}$

#### Entalpi efter ekspansion i dampturbinen ( $h_2$ )

- $s_1 = s(\text{steam}; T = T_1; p = p_1) = s(\text{steam}; T = 400^\circ\text{C}; p = 40 \text{ bara}) = 6,771 \text{ kJ/kgK}$
- $s_{2s} = s_1$
- $s'_{2s} = s(\text{steam}; p = p_2; x = 0) = s(\text{steam}; p = 0,074 \text{ bara}; x = 0) = 0,5730 \text{ kJ/kgK}$
- $s''_{2s} = h(\text{steam}; p = p_2; x = 1) = h(\text{steam}; p = 0,074 \text{ bara}; x = 1) = 8,2550 \text{ kJ/kgK}$

Der tages udgangspunkt i formel (3.2.1.3):

$$s_{2s} = s'_{2s} \cdot (1 - x_{2s}) + s''_{2s} \cdot x_{2s}$$

↓

$$6,771 = 0,5730 \cdot (1 - x_{2s}) + 8,2550 \cdot x_{2s}$$

↓

$$x_{2s} = 0,807$$

Formel (3.2.1.2) benyttes til bestemmelse af entalpi efter turbinen:

- $h'_{2s} = h(\text{steam}; p = p_2; x = 0) = h(\text{steam}; p = 0,074 \text{ bara}; x = 0) = 167,7 \text{ kJ/kg}$
- $h''_{2s} = h(\text{steam}; p = p_2; x = 1) = h(\text{steam}; p = 0,074 \text{ bara}; x = 1) = 2573,6 \text{ kJ/kg}$

$$h_{2s} = h'_{2s} \cdot (1 - x_{2s}) + h''_{2s} \cdot x_{2s} = 167,7 \cdot (1 - 0,807) + 2573,6 \cdot 0,807 = 2109,3 \text{ kJ/kg}$$

Reel entalpi efter ekspansion i dampturbinen ( $h_2$ ) bestemmes af formel (6.4.1.2):

$$\eta_{is} = \frac{(h_2 - h_1)}{(h_{2s} - h_1)}$$

↓

$$h_2 = h_1 + \eta_{is} \cdot (h_{2s} - h_1) = 3214,5 + 0,80 \cdot (2109,3 - 3214,5) = 2330,3 \text{ kJ/kg}$$

#### Produceret effekt

Produceret indre arbejde (effekt) ( $|\dot{W}_{ud}|$ ) bestemmes af formel (8.2.1.3) og produceret eleffekt ( $\dot{P}_{ud}$ ) bestemmes af formel (6.4.1.1):

$$|\dot{W}_{ud}| = \dot{m}_1 \cdot (h_1 - h_2) = 20 \text{ kg/s} \cdot (3214,5 - 2330,3) \text{ kJ/kg} = 17684 \text{ kW}$$

$$|\dot{P}_{ud}| = \eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_{motor} \cdot |\dot{W}_{ud}| = 1,0 \cdot 1 \cdot 0,98 \cdot 17684 \text{ kW} = 17339 \text{ kW}$$

#### Bestemmelse af afgivet effekt

Afgivet effekt bestemmes af formel (8.2.1.4):

$$|\dot{Q}_{ud}| = \dot{m}_2 \cdot (h_2 - h_3) = 20 \text{ kg/s} \cdot (2330,3 - 167,7) \text{ kJ/kg} = 43252 \text{ kW}$$

#### Optaget effekt

Optaget indre arbejde (effekt) ( $\dot{W}_{ind}$ ) bestemmes af formel (6.4.3.4) og optaget eleffekt ( $\dot{P}_{ind}$ ) bestemmes af formel (3.4.3.6):

- $v_3 = v(\text{steam}; p = p_3; x = x_3) = v(\text{steam}; p = 0,074 \text{ bara}; x = 0) = 0,00108 \text{ m}^3/\text{kg}$

$$\dot{W}_{ind} = \frac{\dot{m}_3 \cdot v_3 \cdot (p_4 - p_3)}{\eta_{is}} = \frac{20 \text{ kg/s} \cdot 0,00108 \text{ m}^3/\text{kg} \cdot (40 - 0,074) \cdot 10^5 \text{ Pa}}{0,78} \cdot 10^{-3} \frac{\text{kW}}{\text{W}} = 110,6 \text{ kW}$$

$$\dot{P}_{ind} = \frac{\dot{W}_{ind}}{\eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_{motor}} = \frac{110,6 \text{ kW}}{1,0 \cdot 1,0 \cdot 0,94} = 117,7 \text{ kW}$$

#### Tilstand efter fødevandspumpe

Entalpi efter fødevandspumpen bestemmes af formel (6.4.3.5), idet  $\dot{W}_i = \dot{W}_{ind}$ :

$$h_4 = h_3 + \frac{\dot{Q}_{ind}}{\dot{m}_3} = 167,7 \text{ kJ/kg} + \frac{110,6 \text{ kW}}{20 \text{ kg/s}} = 173,2 \text{ kJ/kg}$$

Temperatur efter fødevandspumpen bestemmes som et funktionskald i EES:

- $T_4 = T(\text{steam}; p = p_4; h = h_4) = T(\text{steam}; p = 60 \text{ bara}; h = 173,2 \text{ kJ/kg}) = 40,5^\circ\text{C}$

#### Bestemmelse af effekt til dampkedel

Nytteeffekt til dampkedel bestemmes af formel (3.6.1) eller (8.2.1.2), idet  $\dot{Q}_{ind} = \dot{Q}_n$ :

$$\dot{Q}_{ind} = \dot{m}_1 \cdot (h_1 - h_4) = 20 \text{ kg/s} \cdot (3214,5 - 173,2) \text{ kJ/kg} = 60826 \text{ kW}$$

Indfyret effekt eller brændselsbåren effekt bestemmes af formel (3.6.4):

$$\dot{Q}_{br} = \frac{\dot{Q}_{ind}}{\eta_k} = \frac{60826 \text{ kW}}{0,92} = 66115 \text{ kW}$$

#### Virkningsgrad på hhv. indre og ydre systemgrænse på Fig. 8.2.1.2

Den termiske virkningsgrad bestemmes af formel (8.1.7):

$$\eta_{th,Rankine} = 1 - \frac{|\dot{Q}_{ud}|}{\dot{Q}_{ind}} = 1 - \frac{43252 \text{ kW}}{60826 \text{ kW}} = 0,289 = 28,9 \%$$

Netto og brutto elektriske virkningsgrad bestemmes af hhv. formel (8.2.1.6) og (8.2.1.7):

$$\eta_{el,b} = \frac{|\dot{P}_{ud}|}{\dot{Q}_{br}} = \frac{17339 \text{ kW}}{66115 \text{ kW}} = 0,2623 = 26,23 \%$$

$$\eta_{el,n} = \frac{|\dot{P}_{ud}| - \dot{P}_{ind}}{\dot{Q}_{br}} = \frac{17339 \text{ kW} - 117,7 \text{ kW}}{66115 \text{ kW}} = 0,2605 = 26,05 \%$$

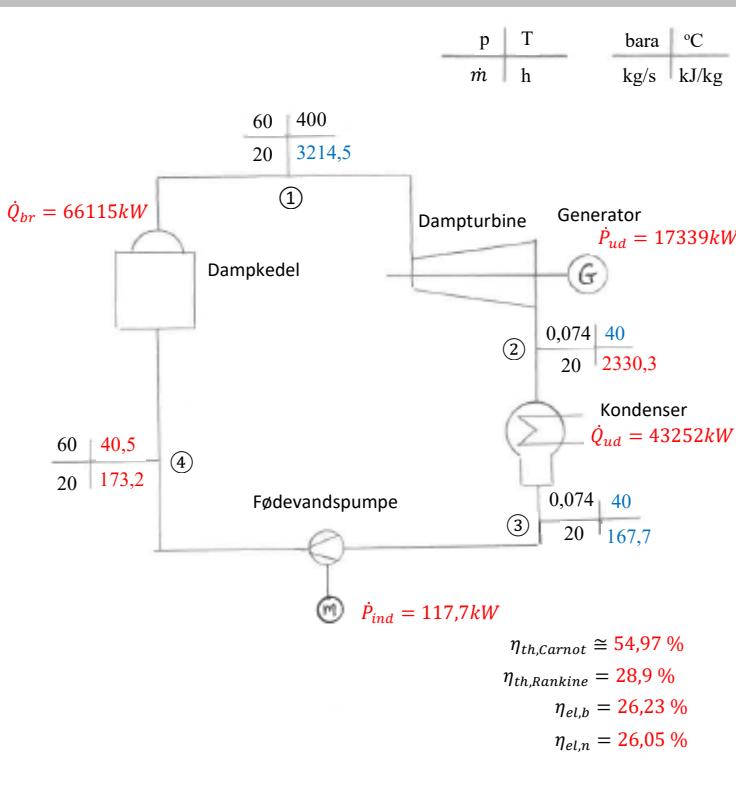
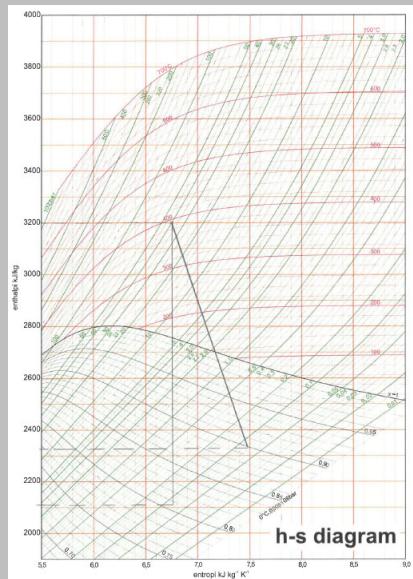
#### Carnots termiske virkningsgrad

For at kunne bestemme den termiske virkningsgrad for den ideelle Carnot proces jf. formel (6.3.2.11) antages temperatur på kølevandet (fra lavtemperaturreservoaret) til  $30^\circ\text{C}$ . For temperatur i højtemperaturreservoaret har vi ikke rigtig en temperatur, og vi baserer beregningen på damptemperaturen på  $400^\circ\text{C}$ :

$$\eta_{th,C} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{(273,15 + 30)}{(273,15 + 400)} = 0,5497 = 54,97 \%$$

Under de nævnte forudsætninger for Carnot virkningsgraden må det konstateres, at der skal fortages en række tiltag til at optimere den forudsatte kraftværksproces for, at den elektriske virkningsgrad skal nærme sig op i nærheden af Carnot virkningsgraden, som det påmindes er den maksimalt opnåelige.

Turbine ekspansionskurve og procesdiagram med data:



Data: Data fra nedenstående forudsætninger;

Data: Data fra tabelopslag og simple formler;

Data: Beregnede data

### 8.2.2 Fødevandsvarmning

Kraftværkets basiskredsproces som vist på Fig. 8.2.1.2 ville kunne fungere i praksis, men for at undgå ophebung af gasser herunder ilt ( $O_2$ ) og kuldioxyd ( $CO_2$ ) stammende fra spædevand eller lækager i kredsløbet, er man nødt til at aflufte det cirkulerende vand. Til dette benyttes en fødevandstank med aflufterfunktion. Fødevandstanken tjener i praksis som fødevandsbuffer for dampkedlen. På Fig. 8.2.2.1.a er basisprocessen med fødevandstank vist, og på Fig. 8.2.2.1.b er vist et procesdiagram for en fødevandstank med aflufterfunktion.

Fødevandstanken er en varmeveksler, hvor der sker opblanding af medier. Damp udtaget fra turbinen vil opvarme vandet i fødevandstanken til mætningstemperaturen for det tryk dampen har. Ved opvarmningen uddrives gasser, som samles i domen og lukkes ud til atmosfæren igennem en mindre ventil på toppen af domen. Princippet benævnes **termisk afluftning**, og det kendes fra køkkenet, hvor den syngende lyd, som kommer fra en vandkedel under opvarmning i temperaturområdet 60-90 °C, netop stammer fra uddrivningen af gasser fra postevandet.

Vandet i fødevandstanken vil være på kogepunktet dvs.  $x=0$ . Trykket i fødevandstanken er bestemt af trykket på dampen fra dampturbinen. Kan man selv bestemme dette tryk? Ja, når man bygger dampturbinen, etablerer man et udtag. Der, hvor udtaget er etableret, kan man aflæse dampens tilstand på turbineekspansionskurven. I h-s diagrammet er det skæringspunktet mellem isobaren ved udtaget og turbineekspansionskurven.

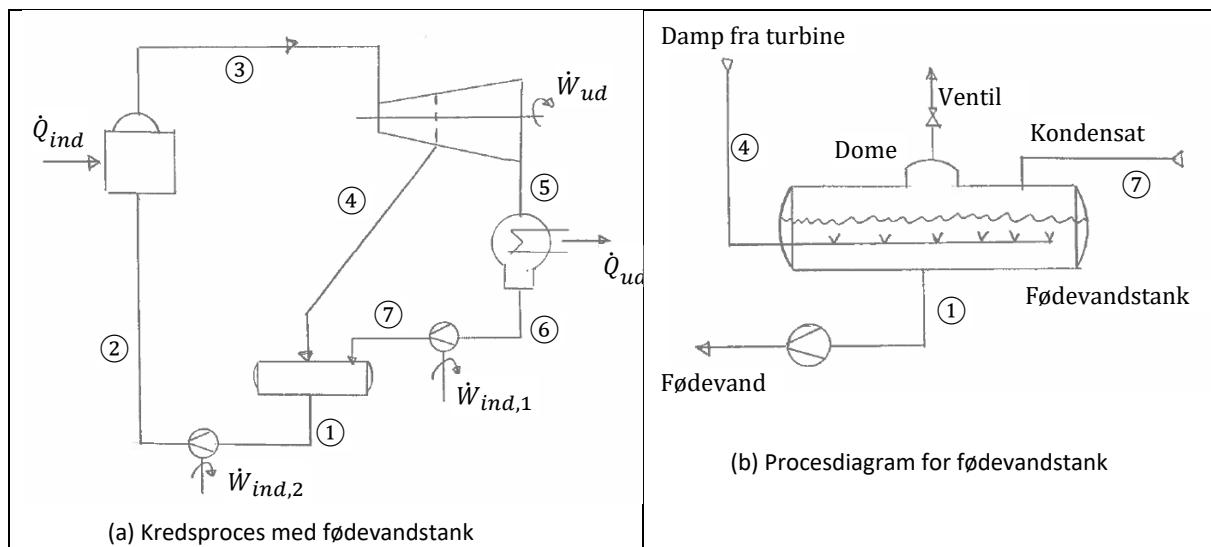


Fig. 8.2.2.1 Procesdiagram for et kraftværk med fødevandstank

Som det ses af Fig. 8.2.2.1.b vil der være brug for to pumper. Mediet (vandet) mellem kondenser og fødevandstank benævnes **turbinekondensat**, hvorfor pumpen dér benævnes kondensatpumpen. Mediet efter fødevandstank benævnes **kedelfødevand**, hvorfor pumpen dér benævnes kedelfødevandspumpen. Alt andet lige, må akseleffekten til de to pumper være (næsten) det samme som til pumpen i basiskredsen jf. Fig. 8.2.1.2.

Populært kan man sige, at man stjæler lidt varme fra turbinen og benytter det til at forvarme kedelfødevandet. Den fra dampturbinen udtagne dampmængde har bidraget til produktion af akseleffekt i turbinen, og restvarmen i dampen, som overføres til kedelfødevandet, vil resultere i et reduceret brændstofferbrug i kedlen. Dette benævnes **regenerativ fødevandsforvarmning**, og har en positiv indvirkning på virkningsgraden for processen.

Fødevandstanken kan beregnes som et knudepunkt jf. kapitel 5.4, og følgende ligninger, idet der ses bort fra de negligeable forhold ved ventilen på toppen af domen, kan opstilles:

$$\dot{m}_7 \cdot h_7 + \dot{m}_4 \cdot h_4 = \dot{m}_1 \cdot h_1 \quad (8.2.2.1)$$

$$\dot{m}_7 + \dot{m}_4 = \dot{m}_1 \quad (8.2.2.2)$$

Som kan kombineres til:

$$\dot{m}_4 = \dot{m}_7 \cdot \frac{(h_1 - h_7)}{(h_4 - h_1)} \quad (8.2.2.3)$$

Herved kendes den dampmængde, som skal udtages af dampturbinen. Aksleffekt for turbinen kan bestemmes af formel:

$$|\dot{W}_{ud}| = |\dot{W}_i| = \dot{m}_3 \cdot (h_3 - h_4) + (\dot{m}_3 - \dot{m}_4) \cdot (h_4 - h_5) \quad (8.2.2.4)$$

#### Eksempel 8.2.2.a

For en fødevandstank er følgende data kendte. Bestem den nødvendige mængde af damp fra turbinen.

Kondensat:	Fødevand:	Udtag fra turbine:
$p_7 > 6,182$ bara	$T_1 = 160$ °C (mættet)	$p_4 = p_1 = 6,182$ bara
$T_7 = 22$ °C	Appendiks D5:	Fra Fig. 6.4.1.2:
$\dot{m}_7 = 30$ kg/s	$h_1 = h' = 675,5$ kJ/kg	$h_4 = ca. 2760$ kJ/kg
$h_7 \approx 4,19 \times 22 = 92,2$ kJ/kg	$p_1 = 6,182$ bara	$T_4 = ca. 160$ °C

Udtagsmængden bestemmes af formel (8.2.2.3) til:

$$\dot{m}_4 = \dot{m}_7 \cdot \frac{(h_1 - h_7)}{(h_4 - h_1)} = 30 \text{ kg/s} \cdot \frac{(675,5 - 92,2)}{(2760 - 675,5)} = 7,66 \text{ kg/s}$$

#### 8.2.3 Turbinekondenser

Kondenseren ved dampturbinen er en central komponent i kraftværket. Kondenseren er en varmeveksler, hvor der ikke sker opblanding af medierne. Et procesdiagram for en kondenser er vist på Fig. 8.2.3.1.

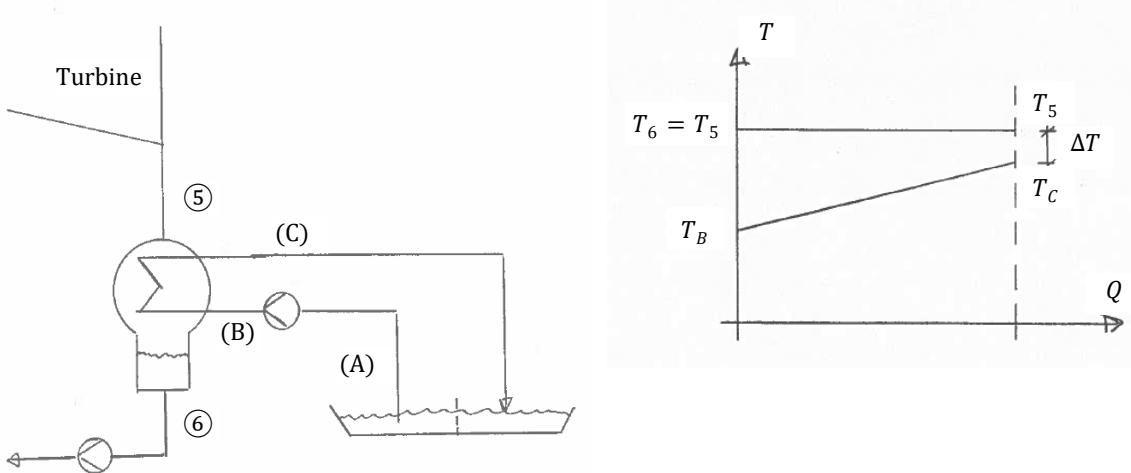


Fig. 8.2.3.1 Procesdiagram en turbinekondenser

Damp fra dampturbinen ledes til kondenseren i pkt. 5, hvor det kondenserer til vand (kondensat) i pkt. 6. Effekt overført fra den kondenserende damp bestemmes af formel (8.2.1.4). Kondensatet opsamles i tanken også benævnt "hotwell" under kondenseren. Kondenseren kan køles af en række medier, som f.eks. havvand, fjernvarmevand eller luft. Antages her, at køling sker med vand, kan effektbalance for kølevandet bestemmes af følgende formel:

$$|\dot{Q}_{56}| = |\dot{Q}_{BC}| = \dot{m}_{kølevand} \cdot (h_C - h_B) = \dot{m}_{kølevand} \cdot c_{p,m} \cdot (T_C - T_B) \quad (8.2.3.1)$$

For vand kan man tilnærmelsesvis sætte den specifikke varmekapacitet ( $c_{p,m}$ ) til 4,19 kJ/kgK. Kølevandsmængden kan således, hvis det antages, at der ikke er varmetab, bestemmes af formel (8.2.3.1) omskrevet til:

$$\dot{m}_{kølevand} = \frac{|\dot{Q}_{BC}|}{(h_C - h_B)} = \frac{|\dot{Q}_{56}|}{(h_C - h_B)} \quad (8.2.3.2)$$

Det er kondenseren, som bestemmer trykket efter turbinen. Med reference til Fig. 8.2.3.1 vil det være  $T_c$ , som sætter temperaturen i kondenseren eller udtryk som formel:  $T_5 = T_c + \Delta T$ , hvor  $\Delta T$  i praksis vil være 2-4 °C. Ved  $\Delta T = 0$  skulle kondenserens areal være uendelig stort.

I dampummet kendes nu temperaturen ( $T_5$ ), og da der er entydig sammenhæng mellem temperatur og tryk ved kondensation, kan man slå damptrykket op i Appendiks D5 under mættet tilstand.

Formler for kølevandspumpen kan hentes fra kapitel (6.4.3). Differenstryk for pumpen vil være tryktabet i eksterne rør og kondenser.

#### **Eksempel 8.2.3.a**

En turbinekondenser køles med havvand, som ved indløbet ( $T_B \approx T_A$ ) er 12 °C og ved udløbet ( $T_C$ ) 22 °C.  $\Delta T$  for kondenseren er 3 °C. Kondenseringstemperaturen kan beregnes til:

$$T_5 = T_C + \Delta T = 22 + 3 = 25 \text{ °C}$$

Mætningstryk ved 25 °C er jf. Appendiks D5 (mættet tabel) lig med 0,032 bara. Dette vil være bagtrykket for dampturbinen.

## **8.3 Kraftvarmeværket**

Kraftvarmeværket er ligeledes baseret på Rankine-princippet. Eneste forskel er man foruden netto-eleffekten ( $\dot{W}_{net}$ ) ligeledes anser varmeffekten fra kondenseren ( $\dot{Q}_{41}$ ) for nyttig. Varmeefekten fra kondenseren kan være nyttig, hvis den f.eks. sælges som fjernvarme eller benyttes i en industriktor som f.eks. et gartneri.

For kraftvarmeværket (KVV) kan formel (8.1.7) og med udgangspunkt i Fig. 8.2.1.2 defineres en "termisk virkningsgrad" som:

$$\eta_{th,Rankine,KVV} = \frac{\text{Ønsket output}}{\text{Nødvendigt input}} = \frac{|W_{net}| + |Q_{41}|}{Q_{23}} \quad (8.3.1)$$

Som nævnt anses netto-eleffekten ( $\dot{W}_{net}$ ) og varmeffekten fra kondenseren ( $\dot{Q}_{41}$ ) for nyttig energi, men man skal erindre, at i termodynamisk forstand anses elektrisk energi for mere højværdig end lunken varmeenergi. Elektrisk energi kan bruges til flere formål, og kan altid konverteres til varmeenergi. Indsættes formel (8.1.6) i den overordnede varmebalance fra formel (8.1.5) fås:

$$W_{net} = W_{34} + W_{12} = -Q_{net} = -(Q_{23} + Q_{41}) \quad (8.3.2)$$

↓

$$|W_{net}| + |Q_{41}| = |W_{net} + Q_{41}| = Q_{23} \quad (8.3.3)$$

Indsættes dette udtryk i formel (8.3.1) fås:

$$\eta_{th,Rankine,KVV} = \frac{|W_{net}| + |Q_{41}|}{Q_{23}} = \frac{Q_{23}}{Q_{23}} = 1 \quad (8.3.4)$$

Den "termiske virkningsgrad" for Rankine-princippet for et kraftvarmeværk er altså 1 eller 100 %. Ses på den elektriske virkningsgrad er sagen en anden. Formlerne (8.2.1.6) og (8.2.1.7) kan for kraftvarmeværket, hvor den elektriske virkningsgrad omdøbes til **totalvirkningsgraden**, skrives som:

$$\eta_{total,b} = \frac{\text{Ønsket output}}{\text{Nødvendigt input}} = \frac{|\dot{P}_{ud}| + |\dot{Q}_{41}|}{\dot{Q}_{br}} = \frac{|\dot{P}_{ud}| + |\dot{Q}_{41}|}{\dot{m}_{br} \cdot LHV} \quad (8.3.5)$$

$$\eta_{total,n} = \frac{\text{Ønsket output}}{\text{Nødvendigt input}} = \frac{|\dot{P}_{net}| + |\dot{Q}_{41}|}{\dot{Q}_{br}} = \frac{|\dot{P}_{ud}| - \dot{P}_{ind} + |\dot{Q}_{41}|}{\dot{m}_{br} \cdot LHV} \quad (8.3.6)$$

Tabene i dampkedlen, generator/gear og motorer vil afstedkomme, at totalvirkningsgraderne ikke bliver 1,0 eller 100 %, men derimod i praksis vil ligge i intervallet 0,85 – 0,95 eller 85-95 %.

**Eksempel 8.3.1.a**

For et kraftvarmeverk er nedenstående effekter bestemt. Kontroller resultaterne og bestem de totale virkningsgrader for kraftvarmeverket.

$$\begin{aligned}\dot{P}_{ind} &= 1,2 \text{ MW} \\ \dot{Q}_{br} &= 110 \text{ MW} \\ |\dot{P}_{ud}| &= 33 \text{ MW} \\ |\dot{Q}_{ud}| &= 66 \text{ MW} \\ |\dot{Q}_{tab}| &= 12,2 \text{ MW (samlet)}\end{aligned}$$

*Effektbalancen kontrolleres for den ydre systemgrænse på Fig. 8.2.1.2:*

*Energi-ind = energi-ud:*

$$\dot{Q}_{br} + \dot{P}_{ind} = |\dot{P}_{ud}| + |\dot{Q}_{ud}| + |\dot{Q}_{tab}|$$

$$110 + 1,2 = 33 + 66 + 12,2 \quad (\text{OK!})$$

*Totalvirkningsgraderne bestemmes ud fra formlerne (8.3.5) og (8.3.6):*

$$\eta_{total,b} = \frac{|\dot{P}_{ud}| + |Q_{41}|}{\dot{Q}_{br}} = \frac{33 + 66}{110} = 0,900$$

$$\eta_{total,n} = \frac{|\dot{P}_{net}| + |Q_{41}|}{\dot{Q}_{br}} = \frac{(33 - 1,2) + 66}{110} = 0,889$$

## 8.4 Optimering af Rankine kredsprocessen

Med udgangspunkt i den termiske virkningsgrad for Rankine-princippet givet i formel (8.1.9) kan der uddrages en række interessante konklusioner. Formel (8.1.9), som er baseret på proces i Fig. 8.2.1.1, er gengivet her:

$$\eta_{th,Rankine} = 1 - \frac{(h_4 - h_1)}{(h_3 - h_2)} \quad (8.1.9)$$

1. Hvis entalpien af dampen før turbinen ( $h_3$ ) stiger, vil den termiske virkningsgrad for Rankineprocessen ( $\eta_{th,Rankine}$ ) stige. Dette kan udføres, hvis damptryk og/eller damptemperatur sættes op.
2. Hvis entalpien af dampen efter turbinen ( $h_4$ ) falder, vil den termiske virkningsgrad for Rankineprocessen ( $\eta_{th,Rankine}$ ) stige. Dette kan udføres, hvis tryk i kondenser sættes ned.

For at øge den termiske virkningsgrad eller den elektriske virkningsgrad for Rankineprocessen kan man ved projekteringen af anlægget indføre en eller flere af følgende tiltag:

- Sætte damptemperaturen op,
- Sætte damptrykket op,
- Reducere bagtrykket for turbinen,

Uden nærmere bevisførelse skal følgende yderligere tiltag til at øge virkningsgraden for anlægget fremhæves:

- Øge fødevandstemperaturen før dampkedlen ved regenerativ fødevandsforvarmning jf. kapitel 8.2.2,
- Ved fastsat fødevandstemperatur før dampkedlen at udføre regenerativ fødevandsforvarmning i så mange trin som muligt dvs. så mange fødevandsforvarmere som muligt,
- Dele turbinen i to sektioner, og genoverhede (også kaldet mellemoverhede) dampen i dampkedlen mellem de to turbinesektioner.

Det kunne være interessant at forfølge dette emne yderligere, men denne bog skal kun give indsigt i grundlæggende termodynamik. Det skal dog fremhæves, at sætter man sig ind i ovenstående problemstillinger, har man tilegnet sig al nødvendig teori til at udføre en komplet masse- og energibalancen for ethvert fungerende kraftværk.

## 8.5 Organic Rankine Cycle (ORC)

Rankine-processen benyttes til at konvertere varme til arbejde. Traditionelt har fossile brændsler som kul, olie og naturgas været benyttet som energikilde. Ved forbrændingen af disse brændsler kan man nemt etablere en forbrændingstemperatur i et fyrrum på  $> 1200^{\circ}\text{C}$ , som er rigeligt for en højeffektiv Rankine-proces. Det er ikke forbrændingstemperaturen, som sætter begrænsningerne for en høj virkningsgrad på et kraftværk, men derimod tilgængelige materialer til overhederrør i dampkedel, hoveddampledning og dampturbinens første trin. Grænsen er i dag ca. 300 bara og  $600^{\circ}\text{C}$ .

I midlertid kan Rankine-processen også benyttes til at udnytte visse lav-temperatur varmekilder, såsom solenergi, geotermisk energi og spildvarme fra procesindustrien. For energikilder med en temperatur på "sig  $< 100^{\circ}\text{C}$ " ville man få et teknisk problem med en Rankine-proces baseret på vand ( $\text{H}_2\text{O}$ ). Trykket overalt i anlægget ville være under atmosfæretrykket, hvorfor der ved lækager vil trænge luft og dermed ilt ind i systemet. Det ville være opportunt at overveje et mere egnet medium for Rankine-processen.

Et anlæg som baserer sig på Rankine-princippet, og indeholder et organisk medie, benævnes et **Organic Rankine Cycle anlæg** eller forkortet ORC anlæg. ORC anlæg finder deres berettigelse for udnyttelse af varmekilder med en temperatur på 50 til  $350^{\circ}\text{C}$ . Definitionen på Carnot-virkningsgraden jf. formel (6.3.2.11), som er gengivet nedenfor, bør man dog have i erindring, idet forventningerne til virkningsgrad for et ORC anlæg er moderate. Jo lavere  $T_H$  er, desto lavere er den termiske virkningsgrad, som defineret i formel (6.3.2.11) og gengivet her:

$$\eta_{th,C} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad (8.5.1)$$

Medier i et ORC anlæg kunne være:

- Organiske kølemedler
- Organiske brændbare gasser
- Ammoniak

Da definitionen på et organisk materiale er, at det skal indeholde kulstof (C), falder ammoniak ( $\text{NH}_3$ ) lidt udenfor, men er brugbart. Hvilket medium skal man så benytte i et ORC anlæg? Ved udvælgelsen kunne inddrages følgende kriterier i prioriteret rækkefølge:

1. Den termiske virkningsgrad skal være så høj som mulig,
2. Tryk i kondenseren bør være så lavt som mulig, og helst højere end atmosfæretrykket,
3. Tryk i kedlen bør være så lavt som mulig.

Hertil kunne man inddrage miljø – og arbejdsmiljøfaktorer.

For ORC anlæg er der en specialitet, som bør fremhæves. Som det ses af Fig. 8.5.1.a benyttes restvarmen i det cirkulerende medie efter turbinen til at forvarme væsken, som ledes til kedlen. Dette skyldes formen på "osteklokken" for et typisk organisk stof. På Fig. 8.5.1.b er vist et typisk procesforløb i et p-h diagram. Efter ekspansion af den overhedede gas i turbinen, vil gassen efter turbinen stadig være overheded i en sådan grad, at det vil være opportunt at genanvende overhedningsvarmen i kedlen – for derved at spare varmetilførsel til kedlen. Alternativet ville være en simpel bortkøling af overhedningsvarmen i kondenseren og en ringere termisk virkningsgrad.

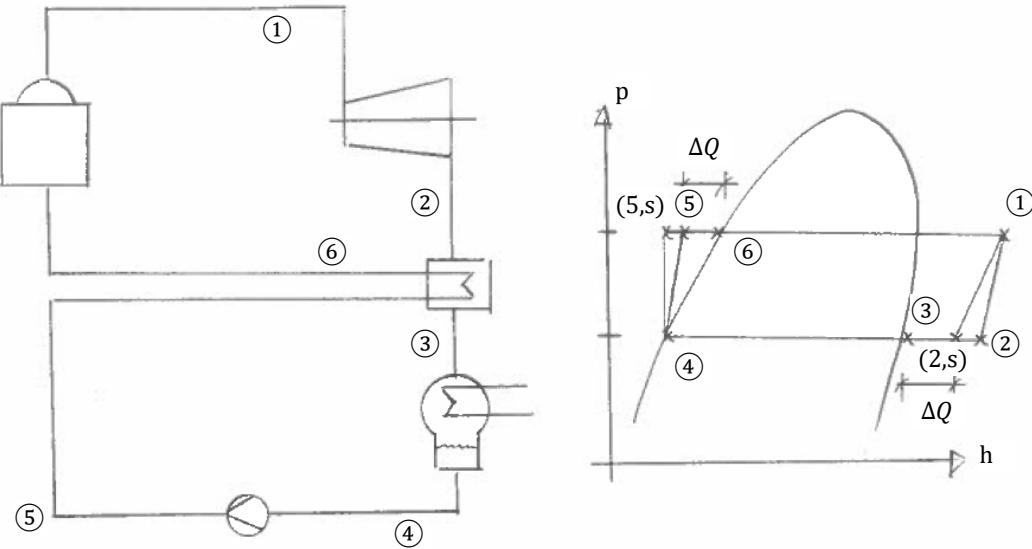
**Eksempel 6.3.2.b**

Hvad er den maksimale virkningsgrad, som kan opnås ved udnyttelse af en varmekilde på 150 °C (solfanger uden spejle) og køling af kondenser med havvand ved 15 °C?

Carnot-virkningsgraden jf. formel (6.3.2.11) benyttes:

$$\eta_{th,C} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{(273+15)}{(273+150)} = 0,319 \text{ eller } 31,9\%$$

Umiddelbart ikke ringe, men der vil være mange faktorer, som resulterer i en noget lavere virkningsgrad for et virkeligt ORC anlæg.



(a) Prosesdiagram for ORC anlæg

(b) p-h diagram for typisk kulbrinte

**Fig. 8.5.1** Prosesdiagram og tilstandsdiagram for typisk ORC anlæg.

## 8.6 Samlet Brayton og Rankine kredsproces – kombineret proces

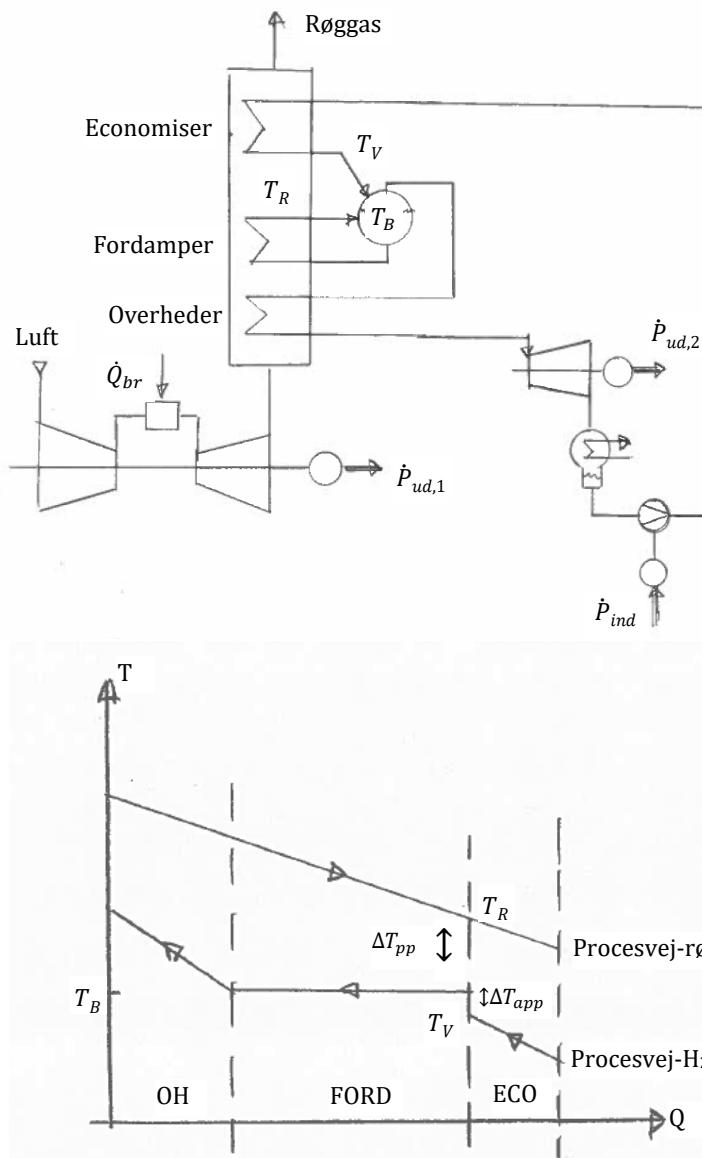
Gasturbiner kan bruges til mange formål såsom maritimt til fremdrivning af skibe herunder specielt krigsskibe og aeronautisk til fremdrivning af flyvemaskiner. Fordelen ved gasturbiner er, at de frembringer en stor akseleffekt i forhold til deres vægt.

Landbaserede gasturbiner benyttes ofte til produktion af elektrisk energi. Gasturbinen vil således trække en generator. For landbaserede gasturbineanlæg er der ikke store krav til lav vægt, hvorfor der er bedre mulighed for at optimere udbyttet af brændselsvarmen. Røggas-afgangstemperaturen fra en gasturbine er typisk 500-600 °C, hvilket giver typiske virkningsgrader for en gasturbine på 35-50 %.

Kobles en dampkedel efter en gasturbine vil man kunne køle røggasen ned til 150 – 200 °C, og dampen kunne ekspanderes i en damperturbine med henblik på at producere yderligere elektrisk energi. Et prosesdiagram for et kombineret gasturbine- og dampkraftværk eller med andre ord et kombineret Brayton og Rankine anlæg er vist på Fig. 8.6.1.

Dampkedlen, som i fagsproget også betegnes som en udstødskedel eller en afgaskedel, er opbygget traditionelt med fordamper, overheder og economiser. Alle de beregningsmetoder og formler, som blev introduceret i kapitel 3.6, finder direkte anvendelse.

Både economiser og overheder er arrangeret på en sådan måde, at hhv. vandet eller dampen strømmer i modstrøm til røggassen, hvilket giver den bedste mulighed for en effektiv afkøling af røggassen. Strømningsretningen af det kogende vand i fordamperen er dog i medstrøm med røggassen, hvilket skyldes, at man ønsker, at strømningsretningen af en kogende væske er opad. De dannede dampbobler kan strømme medstrøms op i dampbeholderen. Opadstigende dampbobler i en nedadstrømmende kogende væske kan give anledning til voldsomme vibrationer i anlægget. De opadstigende bobler vil også medfører et termisk løft, hvorfor man kan opnå naturcirkulation af vandet i fordamperen, og derved se bort fra en cirkulationspumpe.



**Fig. 8.6.1** Prosesdiagram for et kombineret Brayton og Rankine anlæg og et Q-T diagram for samme.

Røggassens strømning igennem dampkedlen vil naturligvis afstedkomme et tryktab, som gasturbinen skal overvinde. Vil dette påvirke gasturbinens ydelse? Ja, selvfølgelig vil det det, men mange gasturbineleverandører oplyser data for gasturbinens drift med den forudsætning, at der tillades et trykfald efter gasturbinen på op til 30 mbar eller 3000 Pa. Dette er normalt rigeligt for design af en egnet udstødskedel.

Der er en række karakteristika ved en afgaskedel, som bør fremhæves her:

1. I kapitel 8.4 konkluderedes, at temperatur på dampen før en damperturbine skal være så høj som muligt for at maksimere virkningsgraden på en Rankine-proces. Dampafgangstemperatur for en afgaskedel kan ikke overstige temperatur på røggassen, som leveres af gasturbinen. Er røggastemperatur leveret af gasturbinen 550 °C, vil en kommersielt afbalanceret dampafgangstemperatur være ca. 520 °C. En temperaturdifferens mellem røggastilgangstemperatur og dampafgangstemperatur for en overheder arrangeret i modstrøm på 25-35 °C, vil resultere i en overheder med et varmeoverførende areal, som er fornuftigt, når både anlægspris og driftsindtægter tages i betragtning.
2. I kapitel 8.4 konkluderedes ligeledes, at tryk på dampen før en damperturbine skal være så høj som muligt for at maksimere virkningsgraden på en Rankine-proces. Røggastemperaturen efter fordamperen ( $T_R$  på Fig. 8.6.1) er dog direkte afhængig af det valgte damptryk, idet der i fordamperen sker kogning, hvorfor tryk og temperatur er entydigt sammenhængende jf. Appendiks D5 (mættet tilstand). Vælges damptrykket til f.eks. 10 bara vil temperaturen i fordamperen ( $T_B$  på Fig. 8.6.1) være konstant 180 °C. Røggastemperaturen efter fordamperen ( $T_R$ ) kan således ikke være lavere end 180 °C. Temperaturdifferencen ( $\Delta T_{pp}$ ) mellem røggastemperatur efter fordamperen ( $T_R$ ) og temperatur i fordamperen ( $T_B$ ) benævnes i international litteratur for "**pinch point**", og er i praksis 10-15 °C, og størrelsen har signifikant indflydelse på prisen på afgaskedlen. Jo lavere damptryk desto lavere røggastemperatur efter fordamperen, som er ønskeligt ud fra en betragtning af at skulle køle røggassen mest muligt, men er i modstrid med, at damptrykket skal være så højt som muligt for at få den højeste virkningsgrad på Rankine-processen alene.
3. Man kunne hævde, at den energi, som ikke optages i overheder og fordamper, kunne optages i economiseren. Men kølekapaciteten af economiseren er begrænset af to faktorer. For det første vil vandmængden igennem economiseren være begrænset til dampmængden. For det andet ønskes ikke kogning i vandet i eller efter economiseren. Dette er et gammelt princip inden for kedelbygning og grundes i, at dampdannelse vil skabe vibrationer. I praksis begrænser man temperaturen på vandet efter economiseren ( $T_v$  på Fig. 8.6.1) til 5 °C under temperaturen i fordamperen ( $T_B$  på Fig. 8.6.1). Temperaturdifferencen ( $\Delta T_{app}$ ) mellem temperaturen i fordamperen ( $T_B$ ) og temperaturen på vandet efter economiseren ( $T_v$ ) benævnes i international litteratur for "**approach point**".

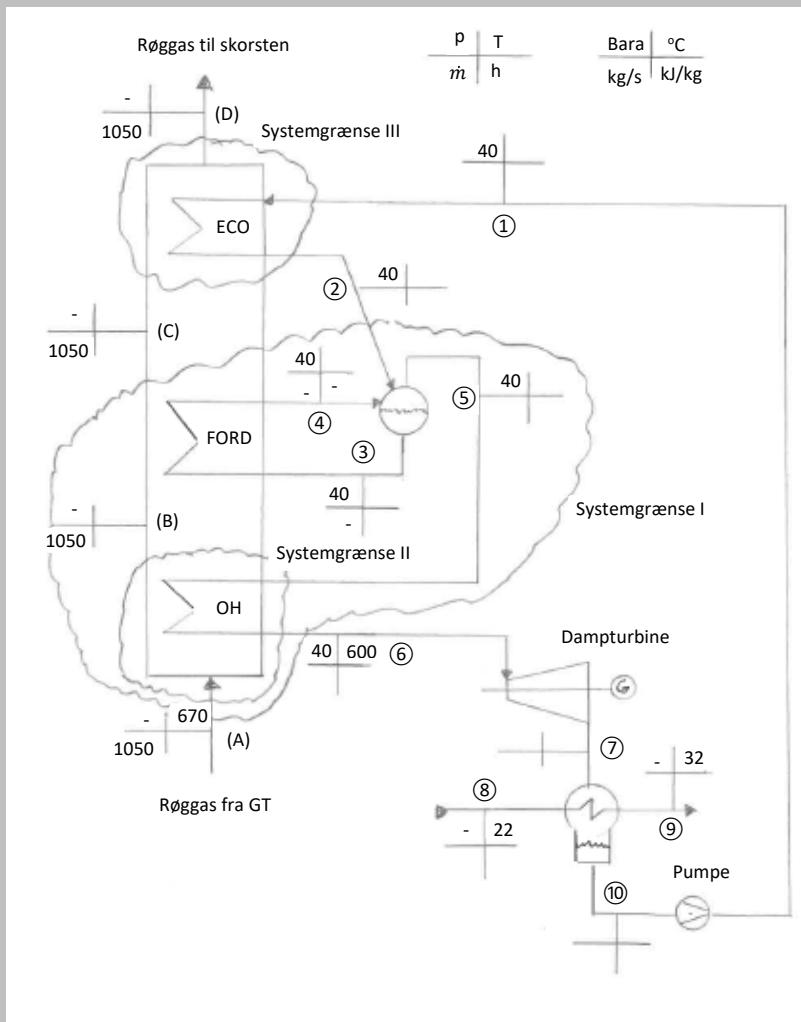
Kan man så ikke få røggastemperaturen efter anlægget længere ned end ca. 150-200 °C (afhængig af  $T_B$ )? Jo, det kan man ved at sætte to eller tre kedler oven på hinanden. Ved tre dampkedler kunne de producere damp ved hhv. 80, 10 og 2 bara. Dampen kunne tilflyde den samme damperturbine, men forskellige steder iht. turbineekspansionskurven. Damp genereret ved de 10 og 2 bara kunne tilsættes igennem huller i turbinehuset, hvor dampen i turbinen har samme tryk jf. turbineekspansionskurven. Et damptryk på 2 bara i den sidste fordamper, ville muliggøre en røggastemperatur efter samme på  $120\text{ }^{\circ}\text{C} + \Delta T_{pp} = 130 - 135\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Yderligere afkøling af røggassen i den sidste economiser på 10-15 °C ville give en røggastemperatur i skorstenen op ca. 120-125 °C.

En praktisk fremgangsmåde for bestemmelse af en masse- og energibalance for kedeldelen vil være, at lægge en imaginær systemgrænse rundt om dampbeholder, fordamper og overheder. Røggastemperatur efter fordamperen vil være mætningstemperaturen i dampbeholderen ( $T_B$ ) plus  $\Delta T_{pp}$  og effekten afgivet til systemet kan bestemmes, da røggastemperatur efter gasturbinen bør være kendt. På vand/dampsiden kendes entalpidifferencen mellem fødevand før dampbeholder (temperatur her er  $T_B - \Delta T_{app}$ ) og damp efter overhederen. Herved kan dampmassestrømmen bestemmes, og de restende beregninger på vand/dampkredsen kan færdiggøres ved bla. at lægge yderligere imaginære systemgrænser.

**Eksempel 8.6.a**

Bestem driftsdata for en et-tryks afgaskedel for en kommersiel tilgængelig gasturbine, og bestem el-virkningsgrad for den samlede Brayton og Rankine proces.

Procesdiagram med relevant punktnummerering foreslås til:



Data fra nedenstående forudsætninger er indskrevet i diagrammet.

Den pt. største gasturbine produceret af Siemens (se deres hjemmeside) har fl. hoveddata (ved 15 °C; 1 atm.):

- Benævnelse: SGT-9000HL
- Elektrisk produktion: 593 MW ved 50 Hz
- Virkningsgrad: 42,8 %
- HR = 8411 kJ/kWh
- Trykforhold: 24
- Røggasdata: 1050 kg/s ( $\dot{m}_A$ ) ved 670 °C ( $T_A$ )

Bestem driftsdata for en et-tryks afgaskedel med tilkoblet dampturbine, hvor fl. forudsætninger benyttes:

- Damptryk: 40 bara ( $p_6$ )
- Damptemperatur: 600 °C ( $T_6$ )
- Pinch point: 15 °C ( $\Delta T_{pp}$ )
- Approach point: 5 °C ( $\Delta T_{app}$ )
- Kølevandstemperatur, indløb: 22 °C ( $T_8$ ) (fra en flod eller køletårn)
- Kølevandstemperatur, udløb: 32 °C ( $T_9$ )
- $\Delta T$  kondenser ( $T_7 - T_9$ ): 3 °C
- Isentropisk virkningsgrad, dampturbine: 0,85

- Isentropisk virkningsgrad, fødevandspumpe: 0,80
- Virkningsgrad, generator: 0,99
- Virkningsgrad, motorer: 0,95

Øvrige forudsætninger:

- Det antages, at der ikke er tryktab i rør og komponenter
- Røggassen antages at være tør atmosfærisk luft, og specifik varmekapacitet sættes konstant ( $c_{p,r} = 1,045 \text{ kJ/kgK}$ ) og gældende ved  $300^\circ\text{C}$  og 1 atm. (fra Appendiks D3).
- Damptemperaturen begrænses til  $600^\circ\text{C}$  for at kunne benytte en standard dampturbine

Fl. bestemmes:

$$T_2 = T_3 - \Delta T_{app} = 250,4 - 5 = 245,4^\circ\text{C}$$

$$T_C = T_4 + \Delta T_{pp} = 250,4 + 15 = 265,4^\circ\text{C}$$

Entalpi for røggas er bestemt som  $c_p \cdot T$  (må vi godt, når  $c_p$  er konstant)

Entalpi for kølevand er bestemt som  $c_p \cdot T$  (må vi godt, når  $c_p$  er konstant og lig med  $4,2 \text{ kJ/kgK}$ )

$$p_7 = p(T_9 + \Delta T \text{ kondenser} = 35^\circ\text{C}; x = 1) = 0,056 \text{ bara}$$

#### Bestemmelse af dampmængde

Der udføres en masse- og energibalance givet ved den imaginære systemgrænse I:

$$\dot{m}_6 \cdot h_6 - \dot{m}_2 \cdot h_2 = \dot{m}_A \cdot h_A - \dot{m}_C \cdot h_C$$

$$\dot{m}_6 = \dot{m}_2$$

$$\dot{m}_A = \dot{m}_C$$

↓

$$\dot{m}_6 = \frac{\dot{m}_A \cdot (h_A - h_C)}{h_6 - h_2} = \frac{1050 \text{ kg/s} \cdot (700,2 - 277,3) \text{ kJ/kg}}{(3675 - 1064) \text{ kJ/kg}} = 170,1 \text{ kg/s}$$

#### Bestemmelse af røggastemperatur efter overheder

For at bestemme røggastemperatur efter overhederen lægges en imaginær systemgrænse II omkring overhederen (OH), og der udføres en masse- og energibalance:

$$\dot{m}_6 \cdot h_6 - \dot{m}_5 \cdot h_5 = \dot{m}_A \cdot h_A - \dot{m}_B \cdot h_B$$

$$\dot{m}_6 = \dot{m}_5$$

$$\dot{m}_A = \dot{m}_B$$

↓

$$h_B = \frac{\dot{m}_A \cdot h_A - \dot{m}_6 \cdot (h_6 - h_5)}{\dot{m}_B} = \frac{1050 \text{ kg/s} \cdot 700,2 \text{ kJ/kg} - 170,1 \text{ kg/s} \cdot (3675 - 2801) \text{ kJ/kg}}{1050 \text{ kg/s}} = 558,6 \text{ kJ/kg}$$

$$T_B = \frac{h_B}{c_{p,r}} = \frac{558,6 \text{ kJ/kg}}{1,045 \text{ kJ/kgK}} = 534,5^\circ\text{C}$$

#### Bestemmelse af effekt fra generator

Det antages, at turbineekspansionskurven er en ret linje fra indløb til udløb. Ekspansionskurven slutpunkt bestemmes af formel (6.4.1.2):

$$\eta_{is} = \frac{\dot{W}_i}{\dot{W}_{t,isen}} = \frac{(h_7 - h_6)}{(h_{7,s} - h_6)}$$

↓

$$h_7 = h_6 + \eta_{is} \cdot (h_{7,s} - h_6)$$

$h_{7,s}$  bestemmes ved brug af formlerne (3.2.1.2) og (3.2.1.3):

$$s_{7,s} = s_6 = s(40 \text{ bara}, 600^\circ\text{C}) = 7,371 \text{ kJ/kgK}$$

$$s'(0,056 \text{ bara}) = 0,504 \text{ kJ/kgK}$$

$$s''(0,056 \text{ bara}) = 8,354 \text{ kJ/kgK}$$

$$s = s' \cdot (1 - x) + s'' \cdot x$$

$$7,371 = 0,504 \cdot (1 - x) + 8,354 \cdot x$$

↓

$$x = 0,875$$

$$h'(0,056\text{bara}) = 146,2 \text{ kJ/kg}$$

$$h''(0,056\text{bara}) = 2564,4 \text{ kJ/kg}$$

$$h = h' \cdot (1 - x) + h'' \cdot x$$

$$h_{7,S} = 146,2 \cdot (1 - 0,875) + 2564,4 \cdot 0,875 = 2262,1 \text{ kJ/kg}$$

Den reelle entalpi efter dampturbinen bestemmes af formel (6.4.1.2):

$$h_7 = h_6 + \eta_{is} \cdot (h_{7,S} - h_6) = 3675 + 0,85 \cdot (2262,1 - 3675) = \textcolor{red}{2474,1 \text{ kJ/kg}}$$

Pkt. 7 dvs. den reelle tilstand efter den tabsbehæftede turbineekspansion er defineret ved  $(p_7; h_7) = (0,056\text{bara}; 2474,1\text{kJ/kg})$ .

Eleffekt efter generator (regnet positiv) bestemmes af formel (6.4.1.1) og (8.2.1.3):

$$\dot{P}_{el,ud} = |\dot{W}_i| \cdot \eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_{gen} = \dot{m} \cdot (h_6 - h_7) \cdot \eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_{gen}$$

$$\dot{P}_{el,ud} = 1 \cdot 1 \cdot 0,99 \cdot 170,1 \text{ kg/s} \cdot (3675 - 2474,1) \text{ kJ/kg} \cdot 10^{-3} \text{ MW/kW} = \textcolor{red}{202,2 \text{ MW}}$$

#### Flow i kølevandssystemet

Flow i kølevandssystem er bestemt af formel (8.2.3.2) og (8.2.1.4), idet der må gælde fl. balance, når der ikke er varmetab:

$$\dot{m}_8 = \dot{m}_9 = \frac{|\dot{Q}_{89}|}{(h_9 - h_8)} = \frac{|\dot{Q}_{8-10}|}{(h_9 - h_8)} = \frac{\dot{m}_7 \cdot (h_7 - h_{10})}{(h_9 - h_8)} = \frac{170,1 \text{ kg/s} \cdot (2474,1 - 141,6) \text{ kJ/kg}}{(134,4 - 94,2) \text{ kJ/kg}} = \textcolor{red}{9870 \text{ kg/s}}$$

#### Tilstand efter fødevandspumpe og eleffekt til fødevandspumpe

Ved opslag i Appendiks D5 eller EES er tilstanden for pkt. 10 defineret til:

$$v'(0,056\text{bara}) = 0,001 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Vandet antages for inkompressibelt og eleffekt for pumpen motor bestemmes af formel (6.4.3.6) og (6.4.3.4):

$$\dot{P}_{el,ind} = \frac{\dot{W}_i}{\eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_m} = \frac{\dot{m} \cdot v_{10} \cdot (p_1 - p_{10})}{\eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_m} = \frac{\dot{m} \cdot v_{10} \cdot (p_1 - p_{10})}{\eta_{is} \cdot \eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_m}$$

$$\dot{P}_{el,ind} = \frac{\dot{m} \cdot v_1 \cdot (p_2 - p_1)}{\eta_{is} \cdot \eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_m} = \frac{170,1 \text{ kg/s} \cdot 0,001 \text{ m}^3/\text{kg} \cdot (40 - 0,056) \cdot 10^5 \text{ Pa}}{0,80 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,95} \cdot \frac{10^{-6} \text{ WW}}{W} = \textcolor{red}{0,89 \text{ MW}}$$

For bestemmelse af entalpi efter fødevandspumpen benyttes enten formel (6.4.3.5) eller (8.2.1.1), hvor  $\dot{W}_i$  er akseleffekt til fluiden dvs. uden tab i elmotor mv.:

$$h_1 = h_{10} + \frac{\dot{P}_{el} \cdot \eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_m}{\dot{m}_{10}} = 146,6 + \frac{890000 \text{ W} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,95}{170,1 \text{ kg/s}} \cdot \frac{10^{-3} \text{ kJ}}{J} = 146,6 + 5,0 = \textcolor{red}{151,6 \text{ kJ/kg}}$$

$$T_1(p_1; h_1) = T(40\text{bara}; 151,6\text{kJ/kg}) = \textcolor{red}{35,3 \text{ }^\circ\text{C}} \text{ jf. EES}$$

#### Bestemmelse af røggastemperatur efter economiser

For at bestemme røggastemperaturen efter economiseren lægges en imaginær systemgrænse III omkring economiseren (ECO), og der udføres en masse- og energibalance:

$$\dot{m}_2 \cdot h_2 - \dot{m}_1 \cdot h_1 = \dot{m}_C \cdot h_C - \dot{m}_D \cdot h_D$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

$$\dot{m}_C = \dot{m}_D$$

↓

$$h_D = \frac{\dot{m}_A \cdot \dot{h}_A - \dot{m}_1 \cdot (h_2 - h_1)}{\dot{m}_D} = \frac{1050 \text{ kg/s} \cdot 277,3 \text{ kJ/kg} - 170,1 \text{ kg/s} \cdot (1064 - 151,6) \text{ kJ/kg}}{1050 \text{ kg/s}} = \textcolor{red}{129,5 \text{ kJ/kg}}$$

$$T_D = \frac{h_D}{c_{p,r}} = \frac{129,5 \text{ kJ/kg}}{1,045 \text{ kJ/kgK}} = \textcolor{red}{123,9 \text{ }^\circ\text{C}}$$

*Elektrisk virkningsgrad (netto) for den samlede- Brayton og Rankine proces bestemmes af formel (8.2.1.7):*

$$\eta_{el,n} = \frac{\dot{P}_{net}}{\dot{Q}_{br}} = \frac{\dot{P}_{ud} - \dot{P}_{ind}}{\dot{Q}_{br}} = \frac{\dot{P}_{GT} + \dot{P}_{el,ud} - \dot{P}_{el,ind}}{\dot{P}_{GT}/\eta_{GT}} = \frac{(593 + 202,2 - 0,89)MW}{593MW/0,428} = 0,573 \text{ eller } 57,3 \%$$

Hvis der blev sat en eller flere kedler efter hinanden dvs. med et kedel tryk på f.eks. 80, 25 og 2 bara, kunne virkningsgraden formodentlig blive over 60 %.

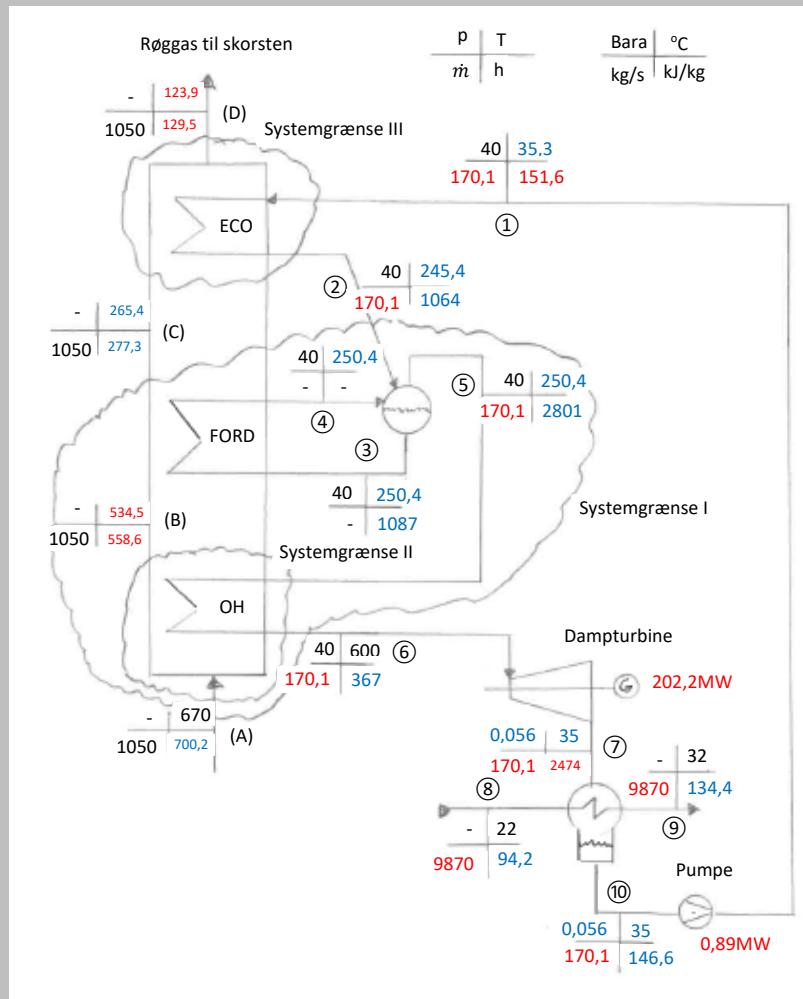
**Samlet masse- og energibalance og Q-T diagram for kedlen**

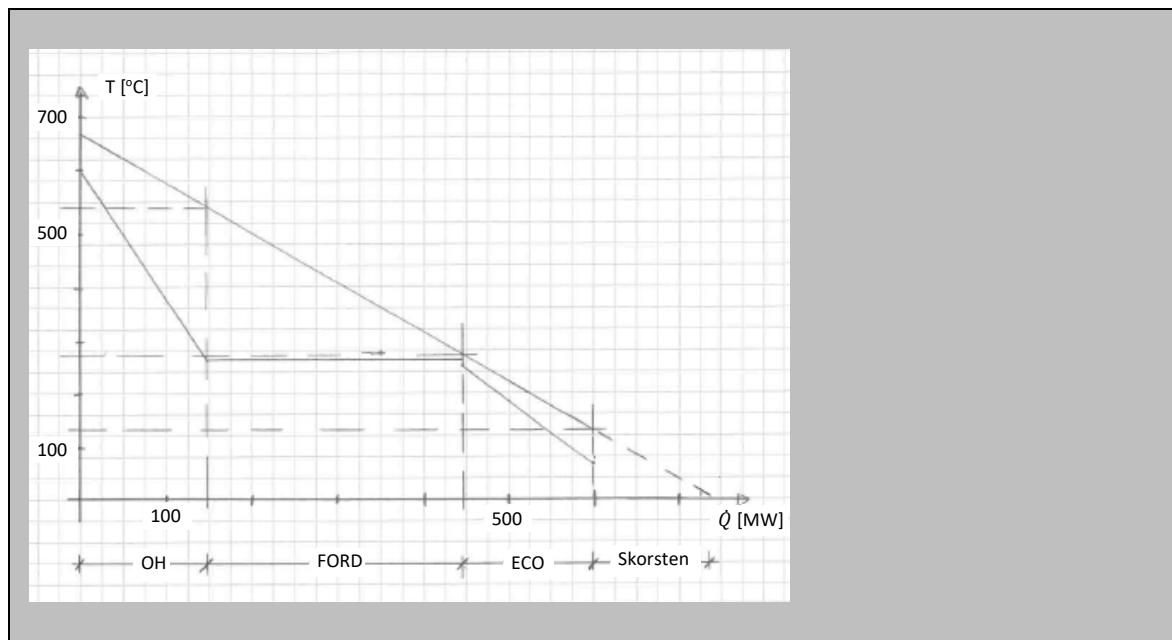
(Se næste side)

Data: Data fra nedenstående forudsætninger;

Data: Data fra tabelopslag og simple formler;

Data: Beregnede data





## 8.7 Opgaver til kapitel 8

Detaljeret løsningsforslag til de \*-mærkede opgaver er angivet i Appendiks B, og resultater til assignment i Appendiks C.

### Opgave 8.1

Et kraftværk leverer 60 MW til kølevandet på basis af en optaget effekt i kedelanlægget på 100 MW. Bestem den termiske virkningsgrad i [%] for kraftværket (Svar: 40 %).

### Opgave 8.2 \*

Kedelanlægget på et kraftværk optager en effekt på 80 MW og forbrænder 21,8 t/h halm med en nedre brændværdi på 14 MJ/kg. Kraftværket leverer netto 30 MW til elnettet og afgiver 46,5 MW i kondenseren til den omgivende luft.

Bestem den elektriske og termiske virkningsgrad for kraftværket (Svar: 35,39 %; 41,88 %). Bestem tillige kedelvirkningsgraden i [%] (Svar: 94,36 %)

### Opgave 8.3

Kedelanlægget på et kraftvarmeværk optager en effekt på 80 MW og forbrænder 21,8 t/h halm med en nedre brændværdi på 14 MJ/kg. Kraftvarmeværket leverer netto 30 MW til elnettet og afgiver 46,5 MW i kondenseren til fjernvarmenettet. Bestem total virkningsgrad for kraftvarmeværket (Svar: 90,23 %).

### Opgave 8.4 \*

En kedelfødevandspumpe hæver trykket på 100 t/h kondensat ved 0,846 bara og mættet tilstand til 65 bara.

Kedelfødepumpen har en isentropisk virkningsgrad på 78 %. Bestem temperaturen i [°C] på vandet efter kedelfødepumpen (Svar: 95,9 °C).

### Opgave 8.5

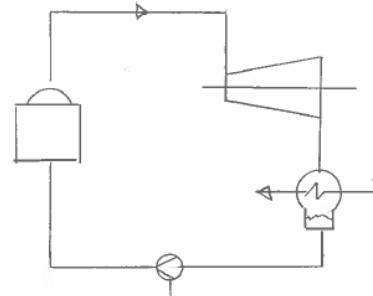
En kombineret Brayton og Rankine proces består af en gasturbine med en efterkoblet kedel med tilhørende dampeturbin. Damp turbinen yder en akseleffekt på 8 MW. Gasturbinen har en heatrate på 7850 kJ/kWh og forbruger 11.500 kg letolie per time med en brændværdi på 44 MJ/kg. Bestem den termiske virkningsgrad for det samlede anlæg i [%] (Svar: 51,55 %)

### Assignment (kapitel 8)

Konstruktører af kraftvarmeanlæg leder konstant efter metoder til at optimere virkningsgraden. Basis kredsprocessen for et kraftvarmeanlæg består af en dampkedel, damperturbine, kondenser og fødevandspumpe. Din chef har bedt dig om at evaluere fordelene ved at benytte to i stedet for en kondenser. Et h-s diagram for vand ( $H_2O$ ) skal være tilgængeligt for løsning af denne opgave. Følgende data er givet:

#### Friskdamp til turbine

- Tryk 100 bar(a)
- Temperatur 550 °C
- Massestrøm 25 kg/s



#### Dampturbine

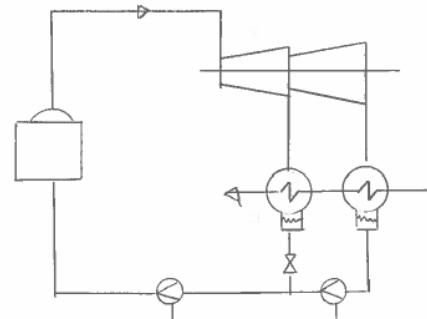
- Isentropisk virkningsgrad, turbine 80 %
- Virkningsgrad, gear og generator 96 %

#### Kondenser

- Kondenser tryk, basisanlæg 0,80 bar(a)
- Kondenser (I) tryk, optimeret anlæg 0,80 bar(a)
- Kondenser (II) tryk, optimeret anlæg 0,36 bar(a)

#### Fjernvarmevand

- Tryk, retur fra byen 3 bar(a)
- Temperatur, retur fra byen 50 °C
- Temperatur, fremløb til byen 90 °C
- Specifik varmekapacitet (konstant) 4,2 kJ/kgK



Tilstanden af kondensatet ved udløb af kondenseren kan antages til at være mættet ( $x=0$ ). Det kan videre antages, at kedelvirkningsgraden er 90 %, samt virkningsgraden af fødevandspumpen og dennes motor er hhv. 75 % og 96 %.

#### **Spørgsmål**

1. Skitsér/verificér et procesdiagram for basisprocessen og påfør kendte data
2. Tegn turbineekspansionskurven for basisprocessen i et h-s diagram
3. Bestem effekten på generatoren for basisprocessen
4. Bestem nødvendig effekt for pumpens drivmotor for basisprocessen, idet det antages, at der ikke er tryktab igennem dampkedlen
5. Bestem entalpien for kedelfødevandet før dampkedlen for basisprocessen
6. Bestem den indfyrede effekt for basisprocessen
7. Bestem den elektriske virkningsgrad for basisprocessen
8. For den optimerede kredsproces er kondenserne arrangeret i serie på fjernvarmesiden. Under den forudsætning, at den optagne effekt i hver kondenser er ens, bestem den elektriske virkningsgrad for den optimerede kredsproces
9. Sammenlign den elektriske virkningsgrad for basisprocessen og den optimerede kredsproces

## 9.0 Kølemaskiner og varmepumper

Kølemaskiner og varmepumper er grundlæggende baseret på samme kredsproces, men hvor fokus for kølemaskinen er på kølevirkningen af kredsprocessen, er fokus for varmepumpen på varmeverkningen af kredsprocessen. I dette kapitel omtales kredsprocessen for en kølemaskine og en varmepumpe som kølekredsprocessen.

Køling er et godt alternativ til røgning og saltning for konservering af fødevarer. Ved indfrysning til under  $-18^{\circ}\text{C}$  kan mange fødevarer holde sig i årevis uden, at smag og konsistens tager sørderligt skade. Andre fødevarer som f.eks. frugt konserveres bedst ved  $2-5^{\circ}\text{C}$ , da de ikke tåler frost.

I dag benyttes kølemaskiner til mange andre formål end konservering af fødevarer, og der kan nævnes klimanlæg, medicinalindustri mv.

I takt med at de fossile brændsler er blevet pålagt stigende afgifter for at mindske forbruget, har varmepumper vundet indpas til boligopvarmning. Det være sig lokalt hos den enkelte boligejer eller centralt i forbindelse med fjernvarmeproduktion.

Det geniale må være at opstille en kølemaskine, hvor der er et behov for både køling og opvarmning – f.eks. et supermarked. Imidlertid forhindrer det danske afgiftssystem i mange tilfælde denne optimale udnyttelse af energien. I forbindelse med COP 15 topmødet i København i 2009 blev det postuleret i dagbladet Ingeniøren, at Danmarks samlede  $\text{CO}_2$ -udledning kunne reduceres med 20 %, hvis disse afgifter blev fjernet – men sådan gik det jo ikke!

I dette kapitel fokuseres på et-trins køleprocesser. Kredsprocesserne forudsættes tillige drevet ved brug af elektrisk effekt dvs. ved brug af en kompressor. Alternativet hertil kunne være absorptionskøling. For absorptionskøling og avancerede køleprocesser henvises til specialkurser. Afslutningsvis præsenteres et eksempel på en to-trins kølekredsproces.

Køleprocessen er en arbejdskonsumerende kredsproces, og det cirkulerende medie undergår faseskift.

### 9.1 Kølekredsprocessen

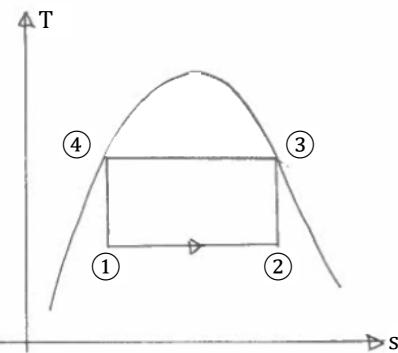
I kapitel 6.3.1 blev Carnots arbejdskonsumerende kredsproces beskrevet, og denne kredsproces er grafisk afbilledet på i et T-s diagram i Fig. 9.1.1.a. På Fig. 9.1.1.a er kredsprocessen lagt ind i to-faseområdet, hvor netop faseskiftet sker ved konstant temperatur, som var et væsentligt element i Carnot's forudsætninger.

Carnot's kredsproces er teoretisk, og hvis den skulle realiseres direkte i en virkelig kredsproces, ville der være nogle tekniske udfordringer (endnu ikke løste), som i hovedtræk ville være:

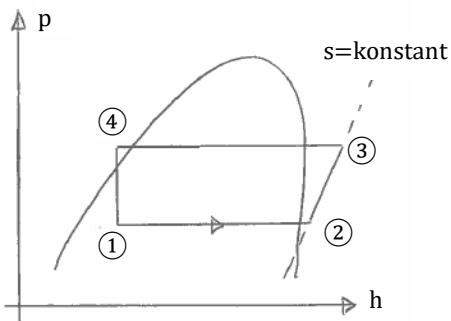
- Tilstand 2-3: Isentropisk kompression (kompressor): Det vil være en udfordring at lave en holdbar kompressor, som kan håndtere en to-fase strømning uden at få problemer med væskedelen i kompressionsforløbet. I fagsproget kaldes fænomenet "væskeslag" og er en uønsket driftstilstand.

Kølekredsprocessen er derfor en modifieret Carnot-proces, som er grafisk afbilledet i et p-h diagram på Fig. 9.1.1.b og eksemplificeret i et procesdiagram på Fig. 9.1.1.c, og består af følgende delprocesser:

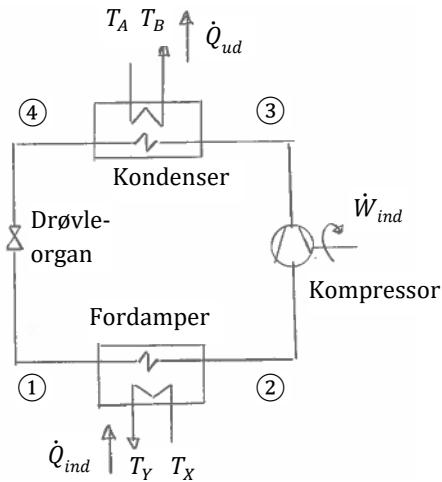
- Tilstand 1-2: Delvis isotermisk varmetilførsel (fordamper)
- Tilstand 2-3: Isentropisk kompression (kompressor)
- Tilstand 3-4: Delvis isotermisk varmeafgivelse (kondenser)
- Tilstand 4-1: Isentalpisk ekspansion (drøvleorgan)



a) Carnot's kredsproces i et T-s diagram (Fra Fig. 6.3.1.2.a)



b) Kølekredsproces i p-h diagram

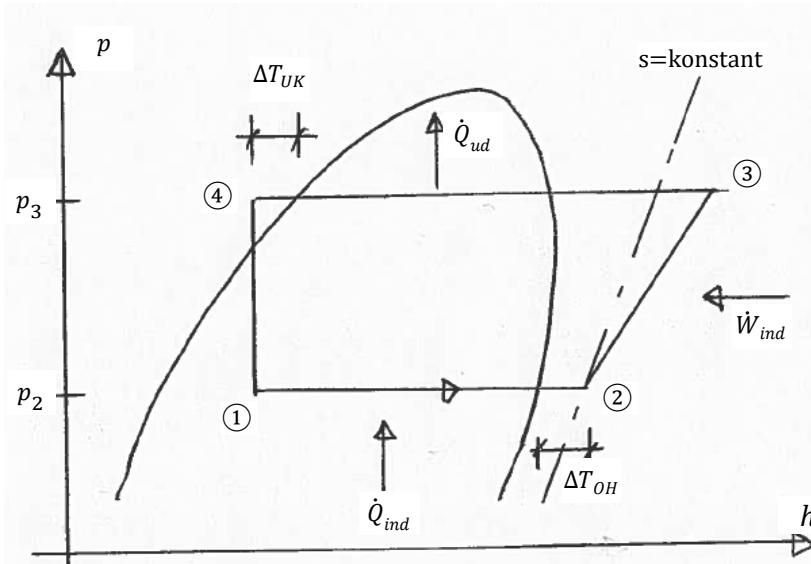


(c) Prosesdiagram for en et-trins kølekredsproces

**Fig. 9.1.1** Grafisk fremstilling af Carnot's kredsproces og en kølekredsproces

Med reference til kapitel 6.4.2, hvor isentropisk virkningsgrad blev introduceret, vil en mere realistisk kredsproces i et p-h diagram være som vist på Fig. 9.1.2.a. I praksis vil der også være tryktab i komponenter og rørforbindelser, men for at simplificere forholdene, ses her bort fra tryktab. Beregningsmodellen er dog den samme!

Kølekredsprocessen opererer mellem to trykniveauer. Ved det lave trykniveau ( $p_2 = p_1$ ) fordamper kølemidlet ved en lav temperatur, hvorved et andet medie kan køles, hvilket kunne være luften i et kølerum på et slagteri. Ved det høje trykniveau ( $p_3 = p_4$ ) kondenserer kølemidlet ved en temperatur, som muliggør, at varmen kan overføres til et andet medie, hvilket kunne være udeluft.



(a) Kølekredsproces i et p-h diagram

**Fig. 9.1.2** Reel kølekredsproces i et p-h diagram

Med reference til Fig. 9.1.2.a er temperaturforskellen mellem mætningstemperaturen ved fordampningstrykket ( $p_2 = p_1$ ) og den reelle gastermperatur ved tilgang til kompressoren anvist som ( $\Delta T_{OH}$ ), og betegnes i fagsproget som **"overhedningen"**. Overhedningen ( $\Delta T_{OH}$ ) tilvejebringes i den sidste del af fordamperen og sikrer netop mod, at væskedråber tilkommer kompressoren.

Det skal dog bemærkes, at visse anlæg bygges uden tilsigtet overhedning, og mættet gas ( $x=1$ ) ledes mod kompressoren. Vil man sikre disse anlæg mod potentieligt at få væskeslag, fjerner montøren blot den termiske isolering fra forbindelsesrøret mellem fordamper og kompressor, og man opnår lidt overhedning.

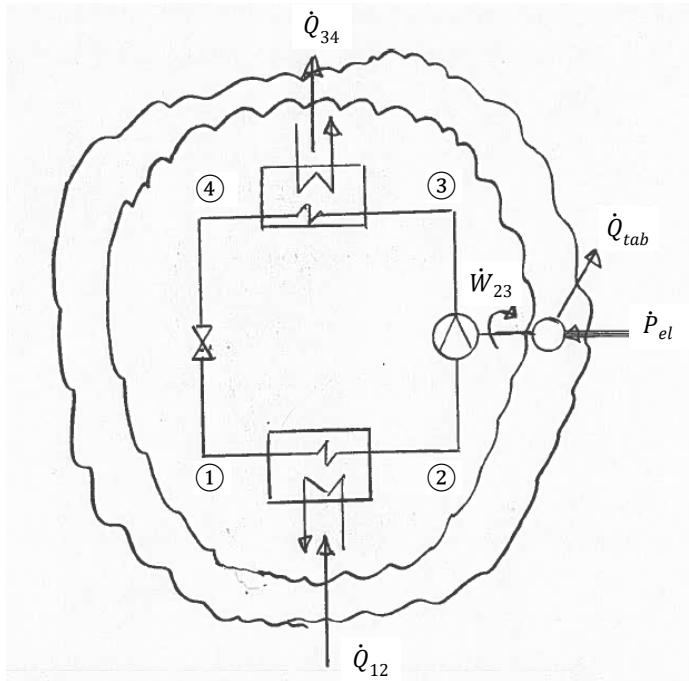
På Fig. 9.1.2.a er temperaturforskellen mellem mætningstemperaturen ved kondenseringstrykket ( $p_4 = p_3$ ) og den reelle væsketemperatur ved afgang fra kondenseren anvist som ( $\Delta T_{UK}$ ), og betegnes i fagsproget som **"underkølingen"**. Underkølingen ( $\Delta T_{UK}$ ) tilvejebringes i den sidste del af kondenseren, og tilsikrer, at det er en væske uden gasbobler, som ledes videre til drøvleorganet. Gasbobledannelse efter kondenseren kaldes i fagsproget **"flashgas"**.

Der findes flere forskellige typer af drøvleorganer. Den simpleste type er et stykke kobberrør med relativt lille indvendig diameter. Alternativt kan det være en dyse eller en modulerende ventil. Det er afgørende vigtigt, at det er væske alene, der strømmer til drøvleorganet, da en væske/gas-blanding pga. et relativt større volumen ville betyde en reduceret kapacitet i drøvlefunktionen.

På Fig. 9.1.2.b og 9.1.2.c er vist en typisk temperaturkarakteristik for hhv. en kondenser og en fordamper. De angivne temperaturer er med reference til Fig. 9.1.2.c. Kølemidlets høje temperaturniveau i kondenseren muliggør opvarmning af det medie, som køler kondenseren. Kølemidlets lave temperaturniveau i fordamperen muliggør køling af det medie, som skal køles i fordamperen.

Med reference til Fig. 9.1.3 og som defineret i kapitel 6.3.3 kan kølekredsprocessen benyttes til to formål:

1. **Kølemaskine (indeks R):** Formålet er at aftage energi fra lavtemperaturreservoiret, og "ønsket energimængde" må derfor være energimængden ( $\dot{Q}_{ind} = \dot{Q}_{12}$ )
2. **Varmepumpe (Indeks HP):** Formålet er at levere varme til højtemperaturreservoiret, og "ønsket energimængde" må derfor være energimængden ( $\dot{Q}_{ud} = \dot{Q}_{34}$ )



**Fig. 9.1.3 Procesdiagram for kølekredsproses**

På Fig. 9.1.3 er indtegnet to systemgrænser, hvor varmetabet i motor til kompressoren er antaget ikke at tilflyde det cirkulerende kølemiddel, men derimod tilflyde omgivelserne. Ud over tabene i motoren kunne dette også være tab i et gear eller en frekvensomformer, samt mekaniske tab i kompressoren (antages ledt til omgivelserne).

Jf. formel (2.2.2) kan der opstilles en varmebalance for begge systemgrænser:

- Indre systemgrænse:  $\dot{Q}_{ind} + \dot{Q}_{ud} + \dot{W}_{ind} = 0$  (9.1.1)

- Ydre systemgrænse:  $\dot{Q}_{ind} + \dot{Q}_{ud} + \dot{P}_{el} + \dot{Q}_{tab} = 0$  (9.1.2)

I formlerne (9.1.1) og (9.1.2) er regnet med fortegnskonventionen. Indsættes indeks fra Fig. 9.1.3 kan formlerne (9.1.1) og (9.1.2) skrives på følgende måde:

- Indre systemgrænse:  $\dot{Q}_{12} + \dot{Q}_{34} + \dot{W}_{23} = 0$  (9.1.3)

- Ydre systemgrænse:  $\dot{Q}_{12} + \dot{Q}_{34} + \dot{P}_{el} + \dot{Q}_{tab} = 0$  (9.1.4)

Forskellige karakteristika for de to systemgrænser får konsekvenser for formlen for "Coefficient Of Performance" (i daglig tale COP-faktoren), som for en kølemaskine og en varmepumpe blev defineret i formlerne (6.3.3.3) og (6.3.3.4):

Hvad er forskellen mellem  $\dot{W}_{23}$  og  $\dot{P}_{ind}$  på Fig. 9.3.1? Med reference til Fig. 2.4.1 udgør forskellen tab i et eventuelt gear (transmission), motor samt interne mekaniske tab i kompressoren, hvis disse tab tilflyder omgivelserne.

Indre systemgrænse:

$$COP_R = \frac{|\text{Ønsket energimængde}|}{|\text{Nødvendigt input}|} = \frac{|\dot{Q}_{ind}|}{|\dot{W}_{net}|} = \frac{|\dot{Q}_{12}|}{|\dot{W}_{23}|} \quad (9.1.5)$$

$$COP_{HP} = \frac{|\text{Ønsket energimængde}|}{|\text{Nødvendigt input}|} = \frac{|\dot{Q}_{ud}|}{|\dot{W}_{net}|} = \frac{|\dot{Q}_{34}|}{|\dot{W}_{23}|} \quad (9.1.6)$$

Ydre systemgrænse:

$$COP_{R,ydre} = \frac{|\text{Ønsket energimængde}|}{|Nødvendigt input|} = \frac{|\dot{Q}_{ind}|}{|\dot{P}_{el}|} = \frac{\dot{Q}_{12}}{\dot{P}_{el}} \quad (9.1.7)$$

$$COP_{HP,ydre} = \frac{|\text{Ønsket energimængde}|}{|Nødvendigt input|} = \frac{|\dot{Q}_{ud}|}{|\dot{P}_{el}|} = \frac{|\dot{Q}_{34}|}{\dot{P}_{el}} \quad (9.1.8)$$

I grundlæggende termodynamik vil formlerne jf. (9.1.5) og (9.1.6) relateret til den indre systemgrænse være de rigtige, men i den virkelige verden vil formlerne relateret til den ydre systemgrænse være mest anvendte, idet de udtrykker en direkte sammenhæng mellem den ønskede varmemængde og elforbruget eller rettere elregningen.

COP-faktorerne i formlerne (9.1.7) og (9.1.8) må være mindre end COP-faktorerne i formlerne (9.1.5) og (9.1.6), idet eleffekten ( $\dot{P}_{el}$ ) er større end akseleffekten ( $\dot{W}_{23}$ ). En sælger af disse anlæg, vil naturligvis vælge de højeste COP-faktorer i sit salgsmateriale. Som køber af disse anlæg, at det derfor vigtigt at spørge ind til den anvendte definition for COP-faktoren i salgsmaterialet.

Højest opnåelig COP-faktor blev defineret i kapitel 6.3.3 i hhv. formlerne (6.3.3.14) og (6.3.3.15).

Hvordan inddrages effektforbruget til f.eks. en proceskontrolenhed/styrebooks eller eventuelle pumper/ventilatorer til cirkulation af de eksterne medier i hhv. fordamper og kondenser? Ret beset bør de indregnes i COP-faktorerne for den ydre systemgrænse på Fig. 9.1.3, idet de er nødvendige for den samlede anlægsfunktion, men igen - som køber af disse anlæg, at det vigtigt at spørge ind til den anvendte definition for COP-faktoren i salgsmaterialet!

Sammenhængen mellem COP-faktorerne for den indre systemgrænse udledt jf. formel (6.3.3.16) er fortsat gældende:

$$COP_{HP} = COP_R + 1 \quad (9.1.9)$$

Med reference til Fig. 9.1.4 bestemmes effekterne i kredsprocessen efter følgende formler jf. fortegnskonventionen:

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) \quad (9.1.10)$$

$$\dot{W}_{23} = \dot{m} \cdot (h_3 - h_2) \quad (9.1.11)$$

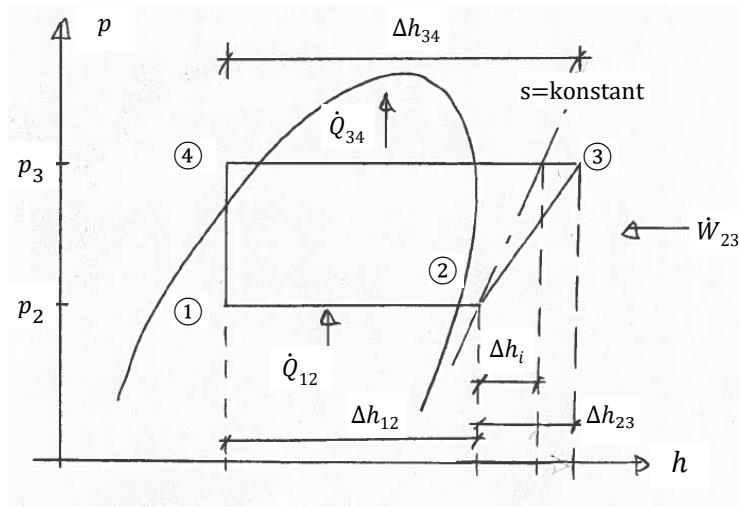
$$\dot{Q}_{34} = \dot{m} \cdot (h_4 - h_3) \quad (9.1.12)$$

Den cirkulerende kølemiddelmængde ( $\dot{m}$ ) er beregningsmæssigt konstant, og kan bestemmes ud fra formel (9.1.10) for et køleanlæg, idet **kuldeydelsen** ( $\dot{Q}_{12}$ ) må kendes fra funktionskravene for det nye køleanlæg:

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}_{12}}{(h_2 - h_1)} = \frac{\dot{Q}_{12}}{\Delta h_{12}} \quad (9.1.13)$$

For en varmepumpe vil man benytte samme fremgangsmåde, men her på basis af formel (9.1.12) og et kendt ønske til en varmeeffekt afgivet fra varmepumpen:

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}_{34}}{(h_4 - h_3)} = \frac{\dot{Q}_{34}}{\Delta h_{34}} \quad (9.1.14)$$



**Fig. 9.1.4** Kredsproces for et køleanlæg eller varmepumpe indtegnet i p-h diagram

Procedure for bestemmelse af den reelle tilstand (punkt 3 i Fig. 9.1.4) efter kompressoren ud fra en erfaringsmæssig værdi af den isentropiske virkningsgrad er beskrevet i kapitel 6.4.2.

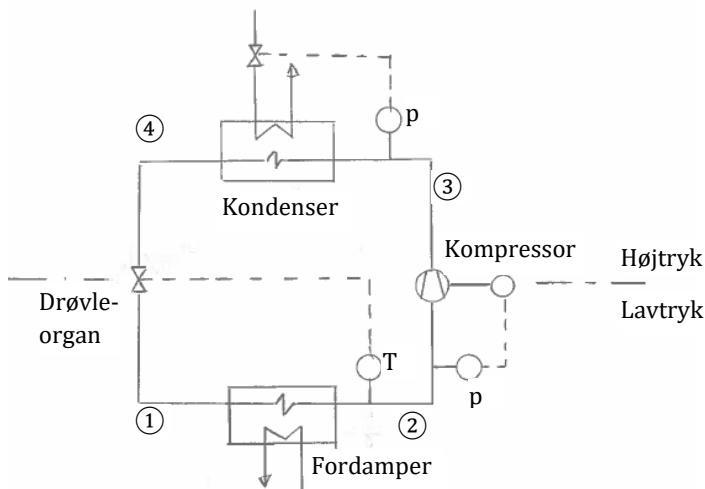
På Fig. 9.1.5 er vist et procesdiagram for et køleanlæg eller et varmepumpeanlæg. Idet der ikke antages at være tryktab i komponenterne, vil trykket i pkt. 3 og 4 være ens. Ligeledes vil trykket i pkt. 1 og 2 være ens. Anlægsafsnittet under drøvleorgan og kompressor benævnes **lavtrykssiden**. Anlægsafsnittet over drøvleorgan og kompressor benævnes **højtrykssiden**.

I formlerne (9.1.10) til (9.1.14) indgår entalpi for punkter i kredsprocessen. Entalpier kan aflæses af et p-h diagram for kredsprocessen f.eks. som vist på Fig. 9.1.4. Køler en fordamper en luftstrøm, er en kommercielt afbalanceret temperaturforskæl mellem lufttilgangstemperatur og kølemidlets fordampningstemperatur 5-10 °C. Køles en kondenser af en luftstrøm, er en kommercielt afbalanceret temperaturforskæl mellem lufttilgangstemperatur og kølemidlets kondenseringstemperatur 5-10 °C. Er der tale om vand i stedet for luft, kan de nævnte temperaturforskelle reduceres til 3-5 °C.

Hvordan tilvejebringes trykket på lavtrykssiden? Antages den simpleste styringsmåde af kompressoren, vil det være on/off styring. Flytter kompressoren kølemiddel fra lavtryksside til højtryksside, vil trykket på lavtrykssiden falde, hvis der igennem kompressoren flyttes mere kølemiddel, end der ledes igennem drøvleorganet. Stopper kompressoren, vil drøvleorganet fortsat lede kølemiddel til lavtrykssiden, og trykket på lavtrykssiden vil stige igen. Kompressorens drift har altså direkte indflydelse på trykket på lavtrykssiden, hvorfor det er kompressoren, som styrer trykket på lavtrykssiden.

Før kompressoren dvs. på lavtrykssiden sidder en lavtrykspressostat, som opererer mellem to trykgrænser – en nedre grænse og en øvre grænse. Middelværdien af den nedre og øvre grænse kunne meget vel være det ønskede fordampningstryk, som direkte bestemmer temperaturen, hvorved kølemidlet fordamper. Falder trykket i lavtryksdelen til den nedre trykgrænse, vil lavtrykspressostaten stoppe kompressoren. Omvendt stiger trykket i lavtryksdelen til den øvre trykgrænse, vil lavtrykspressostaten starte kompressoren. On/off styring af kompressoren vil derfor give en varierende fordampertemperatur, men hvis dette er +/-1 °C omkring -18 °C kan det vel godt accepteres. On/off styring af kompressoren er den prismæssigt billigste, og ses derfor ofte i husholdningsmaskiner.

Hvordan tilvejebringes trykket på højtrykssiden? Det er kølingen i kondenseren, som bestemmer trykket på højtrykssiden. Antag, at kondenseren køles af f.eks. udeluft, som varmes op fra 25 °C til 35 °C ved passage af kondenseren. Er kondenseren varmeoverførende areal meget stort, vil kølemidlet teoretisk kondensere ved 35 °C og kølemiddelkondensatet være underkølet til 25 °C, når det forlader kondenseren. Når kølemidlet kondenserer ved 35 °C, vil denne temperatur svare til mætningstemperaturen for kondenseringstrykket eller trykket på højtrykssiden.



**Fig. 9.1.5 Prosesdiagram for et køleanlæg eller varmepumpe**

Indledningsvis blev nævnt, at kølemidlet kondenserer ved det høje trykniveau ( $p_3 = p_4$ ), som muliggør, at varmen kan overføres til et andet medie, hvilket kunne være udeluft. Dette må betyde, at et køleanlæg med en kondenser, som køles med udeluft, må have varierende kondenseringstryk. Om vinteren vil kondenseringstrykket være lavere end om sommeren.

Tvangskøles kondenseren af en luftventilator, som stopper pga. en teknisk fejl, så vil kondenseringstrykket stige.

Blokkeres kølingen af en kondenser pga. løvfald om efteråret, vil kondenseringstrykket stige.

Hvordan styres kapaciteten af et køleanlæg? Kapaciteten styres af drøvleorganet. Køler fordamperen f.eks. et fryserum for kødprodukter på et slagteri, vil der være et stort kølebehov, når der hænges/lægges en ny portion kød ind i fryserummets. Drøvleorganet skal lede mere kølemiddel til fordamperen for at følge kølebehovet. Et drøvleorgan kunne have en temperatursensor på afgangen fra fordamperen, som registrerer overhedningen dvs. forskellen mellem den aktuelle temperatur af kølemiddelgassen og mætningstemperaturen ved fordamplingstrykket. Overhedningen vil alt andet lige stige, når der hænges/lægges en ny portion kød ind i fryserummets, og dette får drøvleorganet til at åbne. Omvendt, når overhedningen falder, vil drøvleorganet se dette som et udtryk for et faldende kuldebehov og lukke.

Den beskrevne virkemåde af drøvleorganet er typisk for en termostatisk ekspansionsventil, som markedsføres af f.eks. Danfoss. En termostatisk ekspansionsventil er fra fabrikken indstillet til en overhedning på  $6^{\circ}\text{C}$ . Ventilen er dog forsynet med en stilleskrue, hvor montøren har en mulighed for at stille overhedningen optimalt i forhold til fordamperens karakteristik, idet det tilstræbes at have så lille en overhedning som muligt, men uden at få væskedråber ledt mod kompressoren.

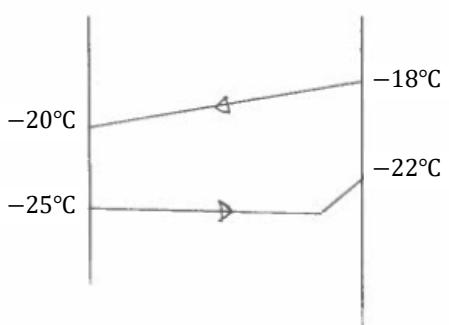
#### **Eksempel 9.1.a**

I et køleanlæg, som benytter ammoniak ( $\text{NH}_3$ ) som kølemiddel er fordamplingstrykket ca. 0,5 bara, idet det er aflæst på et manometer. Køleanlægget benyttes til køling af et fryserum. I fordamperen, som er arrangeret i modstrøm, sikrer en ventilator, at der cirkuleres rumluft over fordamperen, og rumluften køles fra  $-18^{\circ}\text{C}$  til  $-20^{\circ}\text{C}$ . Et termometer efter fordamperen viser  $-22^{\circ}\text{C}$  på kølemiddelgassen.

Optegn en temperaturkarakteristik for fordamperen, og bestem tillige overhedningen for køleanlægget.

I Appendiks D6 aflæses mætningstemperaturen for ammoniak ( $\text{NH}_3$ ) ved  $1,5$  bara =  $0,5$  bara til  $-25^{\circ}\text{C}$ .

Temperaturkarakteristikken kan nu optegnes:



Overhedeningen bestemmes til  $3^{\circ}\text{C}$  (forskell mellem  $-25^{\circ}\text{C}$  og  $-22^{\circ}\text{C}$ )

#### **Eksempel 9.1.b**

En varmepumpe er oplyst til at kunne yde  $6\text{ kW}$  ved en COP-faktor på  $5$ . Bestem elforbruget for  $8$  timers drift.

Her er vi lidt på den, idet hvilken COP-faktor skal benyttes. Vi må derfor antage (da vi ikke ved andet), at COP-faktoren er oplyst ud fra formel (9.1.8), som kan omskrives til:

$$\dot{P}_{el} = \frac{|\dot{Q}_{34}|}{COP_{HP,ydre}} = \frac{6\text{ kW}}{5} = 1,2\text{ kW}$$

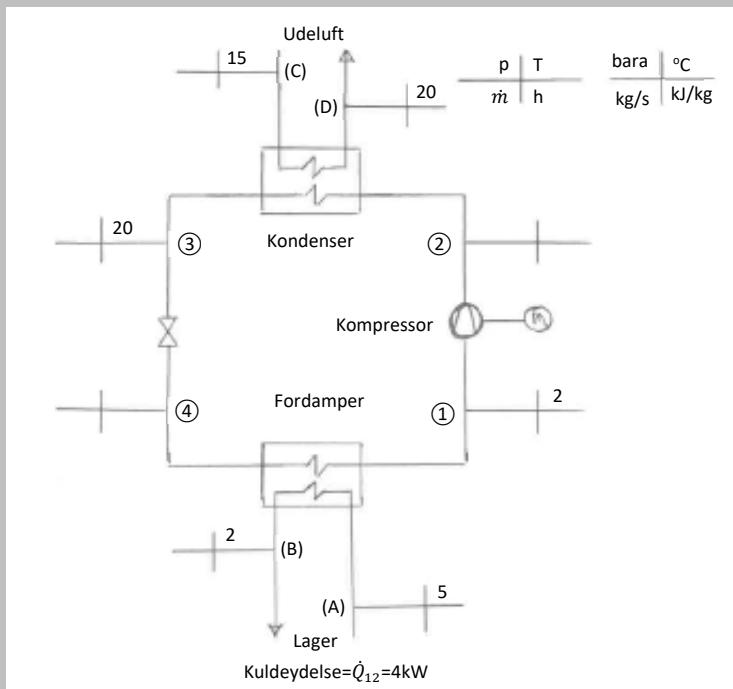
Elforbruget over  $8$  timer er derfor:

$$\text{Elforbrug} = \dot{P}_{el} \cdot \text{driftstid} = 1,2\text{ kW} \cdot 8\text{ h} = 9,6\text{ kWh}$$

#### **Eksempel 9.1.c**

Årsagen til at man kan få friske danske æbler og pærer langt hen på foråret er, at de konserveres på plantagen. På plantagen lagres frugten i nitrogen ( $N_2$ ) fyldte rum, hvor der samtidig køles, hvilket bevirket, at frugten går i dvale.

Køling af lagerrummet etableres ved et køleanlæg, som anvender iso-butan ( $R600a$ ) som kølemiddel. Køleanlægget er opbygget som vist på nedenstående procesdiagram, hvor der tillige er anført punktnumre og data iht. til nedenstående.



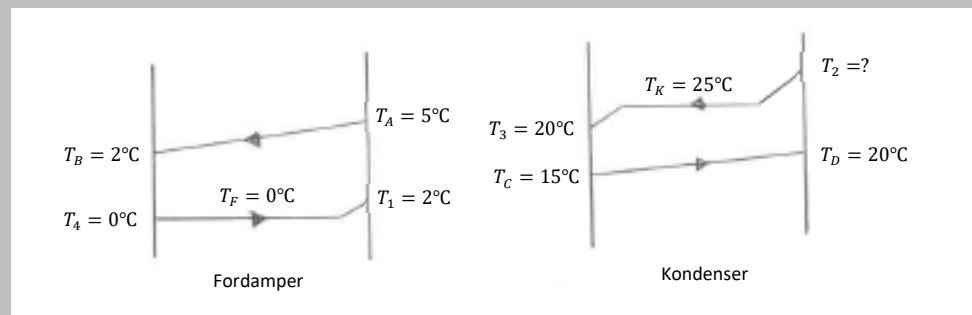
F. data er givet:

- Kuldeydelse: 4 kW
- Lufttemperatur (omgivelser): 15 °C
- Isentropisk virkningsgrad, kompressor: 0,75
- Mekanisk virkningsgrad, kompressor: 0,95
- Virkningsgrad, motor: 0,90
- Temperatur i lagerrum: 5 °C

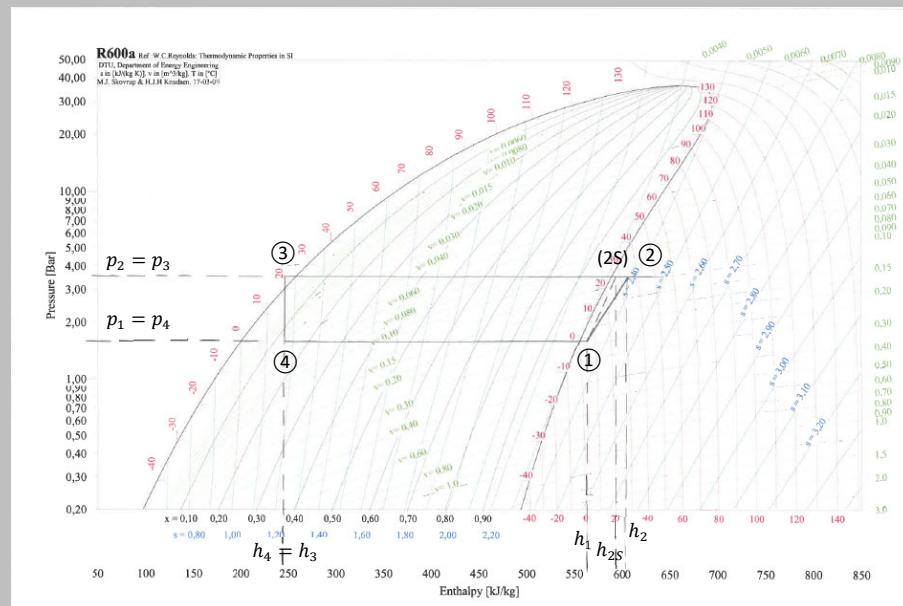
For at kunne foretage beregninger på anlægget skal der forudsættes nogle karakteristiske  $\Delta T$ 'er (dss. at antage størrelsen af det varmeførende areal og forbrugssdata for eventuelle ventilatorer – det er erfaringsværdier, som er indikeret i teoriansnittet):

- $\Delta T = T_D - T_C = 5 \text{ }^{\circ}\text{C}$
- $\Delta T = T_A - T_B = 3 \text{ }^{\circ}\text{C}$
- Underkøling:  $\Delta T_{UK} = 5 \text{ }^{\circ}\text{C}$
- Overheding:  $\Delta T_{OH} = 2 \text{ }^{\circ}\text{C}$
- Kondenseringstemperatur:  $T_K = T_C + 10 \text{ }^{\circ}\text{C} = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$
- Fordampningstemperatur:  $T_F = T_A - 5 \text{ }^{\circ}\text{C} = 0 \text{ }^{\circ}\text{C}$

Temperaturkarakteristik for kondenser og fordamper kan nu optegnes – dog skal temperatur efter kompressor ( $T_2$ ) først beregnes:



Kredsprocessen kan optegnes i et Molliere diagram som vist nedenfor, idet det skal bemærkes, at pkt. 2 er beregnet senere:



For de videre beregninger skal bla. entalpi i punkterne kendes, men de er svære at aflæse i Molliere diagrammet, og derfor foretages beregninger eller der foretages opslag i EES. Fl. opslag i EES kan foretages med det samme:

- $p_4 = p_1 = p_{mæt}(\text{isobutan}; T = T_F) = p_{mæt}(\text{isobutan}; T = 0^\circ\text{C}) = 1,567 \text{ bara}$
- $p_3 = p_2 = p_{mæt}(\text{isobutan}; T = T_K) = p_{mæt}(\text{isobutan}; T = 25^\circ\text{C}) = 3,504 \text{ bara}$
- $h_3 = h_4 = h(\text{isobutan}; T = T_3; p = p_3) = h(\text{isobutan}; T = 20^\circ\text{C}; p = 3,504 \text{ bara}) = 247,3 \text{ kJ/kg}$
- $h_1 = h(\text{isobutan}; T = T_1; p = p_1) = h(\text{isobutan}; T = 2^\circ\text{C}; p = 1,567 \text{ bara}) = 558,3 \text{ kJ/kg}$

Entalpien i pkt. 2 bestemmes:

- $s_1 = s(\text{isobutan}; T = T_1; p = p_1) = s(\text{isobutan}; T = 5^\circ\text{C}; p = 1,567 \text{ bara}) = 2,329 \text{ kJ/kgK}$
- $h_{2,S} = h(\text{isobutan}; S = s_1; p = p_2) = h(\text{isobutan}; S = 2,329 \text{ kJ/kgK}; p = 3,504 \text{ bara}) = 594,0 \text{ kJ/kg}$
- $T_{2,S} = T(\text{isobutan}; S = s_1; p = p_2) = T(\text{isobutan}; S = 2,329 \text{ kJ/kgK}; p = 3,504 \text{ bara}) = 28^\circ\text{C}$

Entalpien i pkt. 2 bestemmes via formlen for den isentropiske virkningsgrad for en kompressor jf. formel (6.4.2.1):

$$\eta_{is} = \frac{\dot{W}_{t,isen}}{\dot{W}_i} = \frac{(h_{2,S} - h_1)}{(h_2 - h_1)}$$

$$\downarrow$$

$$h_2 = h_1 + \frac{(h_{2,S} - h_1)}{\eta_{is}} = 558,3 + \frac{(594 - 558,3)}{0,75} = 605,9 \text{ kJ/kg}$$

- $T_2 = T(\text{isobutan}; h = h_2; p = p_2) = h(\text{isobutan}; h = 605,9 \text{ kJ/kg}; p = 3,504 \text{ bara}) = 34,5^\circ\text{C}$

Massestrøm i iso-butana kredsen bestemmes af formel (9.1.14):

$$\dot{m}_1 = \frac{\dot{Q}_{41}}{(h_1 - h_4)} = \frac{4 \text{ kW}}{(558,3 - 247,3) \text{ kJ/kg}} = 0,01286 \text{ kg/s}$$

Den indre effekt i kompressoren ( $\dot{W}_{i,12}$ ) bestemmes af formel (9.1.11):

$$\dot{W}_{i,12} = \dot{m}_1 \cdot (h_2 - h_1) = 0,01286 \text{ kg/s} \cdot (605,9 - 558,3) \text{ kJ/kg} = 0,61 \text{ kW}$$

Afgivet effekt til udeluftten bestemmes af formel (9.1.12):

$$|\dot{Q}_{23}| = \dot{m}_2 \cdot (h_2 - h_3) = 0,01286 \text{ kg/s} \cdot (605,9 - 247,3) \text{ kJ/kg} = 4,61 \text{ kW}$$

Disse resultater passer, idet man kan lave en effektbalance på den indre systemgrænse i Fig. 9.1.3. COP-faktoren på den indre systemgrænse bestemmes af formel (9.1.5):

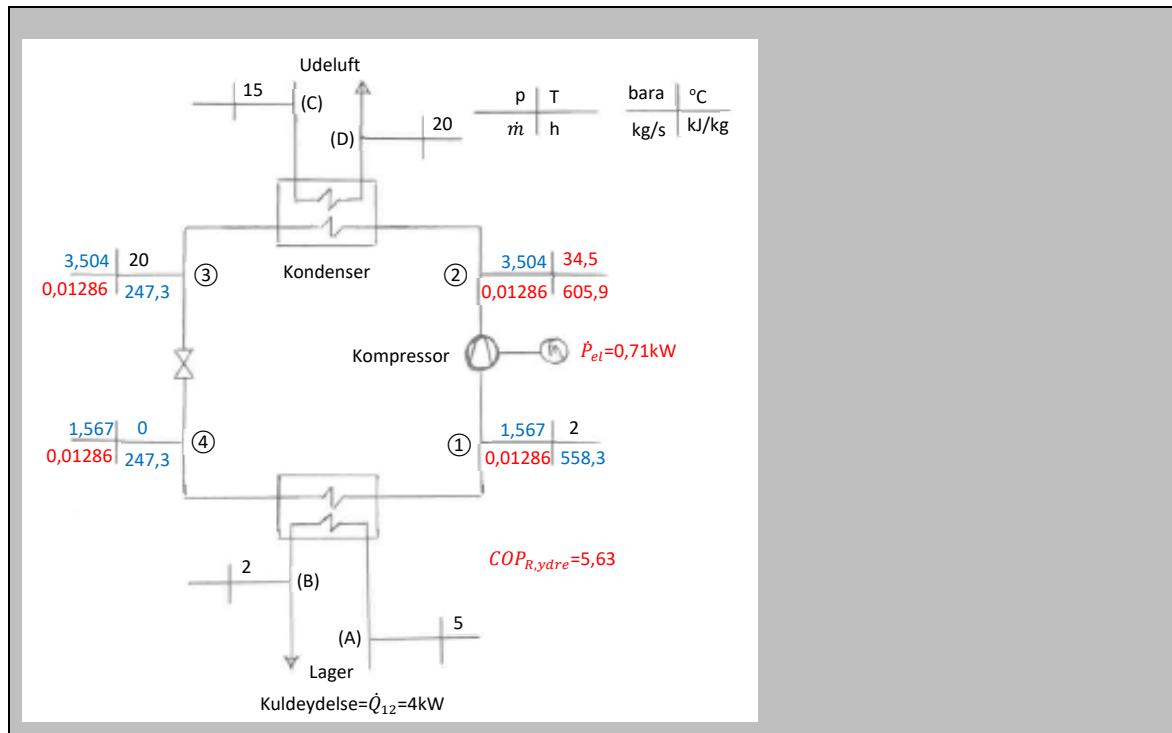
$$COP_{R,indre} = \frac{\dot{Q}_{41}}{\dot{W}_{i,12}} = \frac{4 \text{ kW}}{0,61 \text{ kW}} = 6,56$$

Nøgletal på den ydre systemgrænse på Fig. 9.1.3 giver:

$$\dot{P}_{el} = \frac{\dot{W}_{i,12}}{\eta_{mek} \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_{motor}} = \frac{0,61 \text{ kW}}{0,95 \cdot 1 \cdot 0,90} = 0,71 \text{ kW}$$

$$COP_{R,ydre} = \frac{\dot{Q}_{41}}{\dot{P}_{el}} = \frac{4 \text{ kW}}{0,71 \text{ kW}} = 5,63$$

Procesdiagram med data for kølekredsen bliver da:



## 9.2 Kølemidler

Det cirkulerende medie i en kølekredsproces benævnes et **kølemiddel** eller en **refrigerant** i engelsksproget litteratur. Kølemidler kan grupperes i syntetiske, organiske og naturlige kølemidler som vist på Fig. 9.2.1, og under hver gruppe er givet eksempler. Det fulde overblik kan findes på hjemmesiden for kølebranchens miljøordning (KMO) /11/.

Kølemidlerne vurderes på deres miljøpåvirkning, herunder **ODP**, som står for Ozone Depletion Potential dvs. bidrag til reduktion af ozonlaget, samt **GWP**, som står for Global Warming Potentiel dvs. bidrag til drivhuseffekten.

CFC og HCFC kølemidler indeholder klor (Cl), som nedbryder ozonlaget, og pr. 31. december 2014 er det ikke tilladt at producere, sælge eller anvende disse kølemidler i EU.

Siden 1. januar 2006 er der indført den restriktion i Danmark, at nye køleanlæg ikke må indeholde mere end 10 kg HFC kølemiddel. Ønsker man et større anlæg, hvor der kræves 50 kg HFC kølemiddel, må man bygge 5 anlæg for at overholde lovgivningen.

Anvendelsen af de forskellige kølemidler indebærer forskellige fordele og ulemper, og af ulemper skal specielt fremhæves giftigvirkning på flora og fauna, brandfare, eksplorationsfare og arbejdsmiljø relaterede aspekter. Hvilke generelle krav bør man stille til det ideelle kølemiddel:

1. Prisbilligt,
2. Lav ODP og GWP,
3. Ikke skadeligt for flora og fauna,
4. Lav arbejdsmiljøbelastning dvs. ikke irriterende og giftigt,
5. Ikke brændbart,
6. Kemisk stabilt,
7. Ikke at reagere med smøreolien og anlægsmaterialer,
8. Resultere i en høj COP-faktor,
9. Give anledning til et moderat kondenseringstryk,
10. Give anledning til et fordampningstryk > 1 bara ved drift.

I forbindelse med vedtagelsen af Kyoto Protokollen i 1997 var der meget fokus på udledning af kuldioxyd ( $\text{CO}_2$ ), og man havde det indtryk, at aftalen kun gjaldt  $\text{CO}_2$ -udledning, men aftalen omhandlede en lang række stoffer, herunder kølemidler, som har samme indvirkning på drivhuseffekten. Som det ses af Fig. 9.2.1 giver 1 kg R12 8100 gange så stor drivhuseffekt som 1 kg  $\text{CO}_2$  (R744).

Kølemiddel	ODP faktor	GWP faktor
<b>1. Syntetiske kølemidler</b>		
1.1 CFC kølemidler		
• R12 (dichlorodifluoromethane, $\text{CCl}_2\text{F}_2$ )	1 (definition)	8100
• R501 (blanding af R22/12, 75/25%)	0,29	4083
1.2 HCFC kølemidler		
• R22 (chlorodifluoromethane, $\text{CHClF}_2$ )	0,06	1500
• R141b (1,1-dichloro-1-fluoroethane, $\text{CH}_3\text{CCl}_2\text{F}$ )	0,12	725
1.3 HFC kølemidler		
• R32 (difluoromethane, $\text{CH}_2\text{F}_2$ )	0	675
• R134a (1,1,1,2-tetrafluoroethane, $\text{CH}_2\text{FCF}_3$ )	0	1300
<b>2. Organiske kølemidler</b>		
• R290 (Propan, $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_3$ )	0	3
• R600 (Butan, $\text{C}_4\text{H}_{10}$ )	0	3
• R600a (Isobutan, i-( $\text{C}_4\text{H}_{10}$ ) (se Appendiks D7))	0	3
<b>3. Uorganiske kølemidler</b>		
• R717 (Ammoniak, $\text{NH}_3$ )	0	0
• R718 (Vand, $\text{H}_2\text{O}$ )	0	0
• R744 (Kuldioxyd, $\text{CO}_2$ )	0	1 (definition)

**Fig. 9.2.1** Gruppeinddeling af kølemidler og miljøfaktorer

I de senere år er udviklet en række syntetiske kølemidler, som har ODP-faktor på nul, og en meget ringe GWP-faktor. For status for kommercialiseringen af nye syntetiske kølemidler henvises til hjemmesiden for kølebranchens miljøordning (KMO) /11/.

Vand ( $\text{H}_2\text{O}/\text{R718}$ ) ligner et ideelt kølemiddel, men man skal erindre, at vand som kølemiddel ikke er velegnet til temperaturer under  $0^\circ\text{C}$ , da det går på fast form.

Ammoniak ( $\text{NH}_3/\text{R717}$ ) ligner også et godt kølemiddel, og er da også meget udbredt. Ammoniak er dog giftigt, brændbart, eksplosivt og der skal tages specielle arbejdsmiljø relaterede værnemidler i brug, når der laves service på køleanlæg med ammoniak som kølemiddel. I de senere år er der etableret en række køleanlæg med kuldioxyd ( $\text{CO}_2/\text{R744}$ ) som kølemiddel.

## 9.3 Optimering af kredsprocessen

### 9.3.1 Ét-trins anlæg

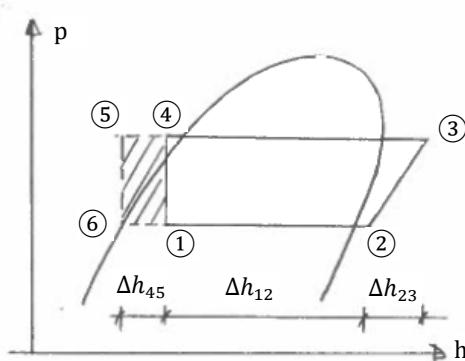
Trykforskel mellem lav- og højtrykssiden har stor indflydelse på effektforbrug på kompressoren jf. definitionen på det tekniske arbejde ( $\dot{W}_t = \dot{m} \cdot \int_1^2 v \cdot dp$ ) i formel (5.1.10) og (5.1.11). Trykforskellen indgår direkte i formlen, og det er klart, at jo mindre trykforskel desto lavere effektforbrug til kompression af kølemiddelgasserne.

Trykforskellen mellem lav- og højtrykssiden kan reduceres enten ved at forhøje fordampningstrykket eller ved at mindske kondenseringstrykket. Imidlertid er disse tryk i mange sammenhænge bestemt af funktionskravene dvs. ønsket temperatur i et fryserum og brug af udeluft til køling af kondenseren.

Vælges det overførende areal i en varmeveksler f.eks. fordamperen større vil temperaturforskellen mellem de to medier i varmeveksleren alt andet lige kunne formindskes. Herved opnås en marginal øgning af fordampningstrykket, så vil give en bedre COP-faktor og et lavere effektforbrug til kompressoren. Det er det klassiske dilemma: Ønsker man et lavere elforbrug koster det ekstra anlægsomkostninger, og omvendt, vil man reducere anlægsomkostningerne mest muligt, koster det på elregningen i det lange løb.

En generel regel for et køleanlæg kunne dog være, at anvende det eksterne kølemedium i kondenseren, som har den laveste temperatur, idet man herved har mulighed for at etablere et lavt kondenseringstryk. Jo lavere kondenseringstryk desto større COP-faktor. Er muligheden havvand eller udeluft i designfasen, opstår et dilemma, idet om vinteren er udeluft koldest og om sommeren er havvandet koldest.

Valg af kølemiddel i selve kølekredsprocessen har tillige en indflydelse på COP-faktoren. For den konkrete applikation bør man udvælge det kølemiddel, som giver den højeste COP-faktor.



**Fig. 9.3.1.1** Ét-trins køleanlæg med og uden underkøling

På Fig. 9.3.1.1 er vist en kølekredsproces med en lille og en stor underkøling i et p-h diagram. Det erindres, at underkølingen er en isobarisk køling af kølemiddelvæsken i den sidste del af kondenseren. Ekstra underkøling er repræsenteret ved entalpiforskellen ( $\Delta h_{45} = \Delta h_{61}$ ). COP<sub>R</sub> for kølekredsen med og uden underkøling jf. formel (9.1.5) vil være:

$$COP_R(\text{uden underkøling}) = \frac{|Q_{ind}|}{|W_{net}|} = \frac{\Delta h_{12}}{\Delta h_{23}} \quad (9.3.1.1)$$

$$COP_R(\text{med underkøling}) = \frac{|Q_{ind}|}{|W_{net}|} = \frac{\Delta h_{12} + \Delta h_{61}}{\Delta h_{23}} \quad (9.3.1.1)$$

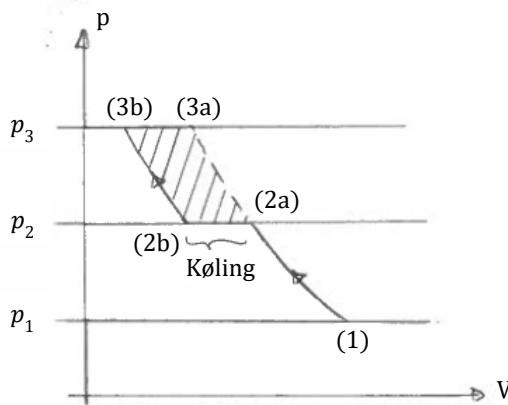
Det ses, at alt andet lige er COP-faktoren for stor underkøling større end COP-faktoren med lille underkøling. Ekstra underkøling kan tilvejebringes enten ved at fremskaffe et eksternt kølemedium til kondenseren med en lavere temperatur eller at dimensionere kondenseren med et større varmeoverførende areal.

### 9.3.2 To-trins anlæg med mellemkøling

For visse kølekredsprocesser kan det være en fordel at udføre kompressionsprocessen i to trin. For anlæg med en relativt stor trykforskel kan det ligefrem være nødvendigt at udføre kompressionsprocessen i to trin, idet temperatur på kølemiddelgassen efter en kompressor med et stort trykforhold vil være relativt høj, hvilket kunne give problemer med smøreolien eller materialerne i kompressoren.

En af fordelene, som der opnås ved at udføre kompressionsprocessen i to trin, er at man får mulighed for at køle kølemiddelgassen mellem de to kompressorer. Princippet kaldes **mellemkøling**. På Fig. 9.3.2.1 er både den ukølede kompressionsproces (kurve mellem pkt. 1-2a-3a) og kompressionsprocessen, hvor der mellemkøles (kurve mellem pkt. 1-2a-2b-3b), skitseret.

Med reference til definitionen på det tekniske arbejde ( $\dot{W}_t = \dot{m} \cdot \int_1^2 v \cdot dp$ ) i formel (5.1.10) og (5.1.11) ses, at det specifikke volumen for den kølede kompressionsproces (pkt. 2b til pkt. 3b) vil være mindre end for den ukølede kompressionsproces (pkt. 2a til pkt. 3a), og derfor må det tekniske arbejde være mindre. Ved mellemkøling spares det i Fig. 9.3.2.1 skraverede areal.



**Fig. 9.3.2.1** Kompressionsforløb med (1→2a→2b→3b) og uden (1→2a→3a) mellemkøling

Mellemkøling kan opnås i forskellige anlægstyper, og på Fig. 9.3.2.2.a er vist et procesdiagram for et to-trins anlæg med åben mellemkøler. På Fig. 9.3.2.2.b er kredsprocessen skitseret i et p-h diagram. Mellemkølingen opnås ved at lade den overhedede kølemiddelgas fra kompressor I bølle op gennem kølemiddelvæsken i mellemkøleren. Herved køles kølemiddelgassen ned til mætningstemperaturen ved trykket i mellemkøleren eller til tilstand h" (x=1). Kølemiddelgassen før kompressor II er således uden overhedning.

Karakteristika ved kredsprocessen er:

- Der er 3 trykniveauer
- $h_5 = h''(p_5)$
- $h_1 = h'(p_5)$
- Drøvleorgan mellem pkt. 7 og 8 er styret af niveauet i mellemkøleren
- Drøvleorgan mellem pkt. 1 og 2 er en termostatisk ekspansionsventil (omtalt tidligere)
- $p_4 = p_1 = p_8 = p_5$

Optimale trykforhold i kredsprocessen findes ud fra principippet om, at trykforholdene for de to kompressorer skal være ens:

$$\frac{p_4}{p_3} = \frac{p_6}{p_4} \quad \rightarrow \quad p_4 = \sqrt{p_6 \cdot p_3} \quad (9.3.2.1)$$

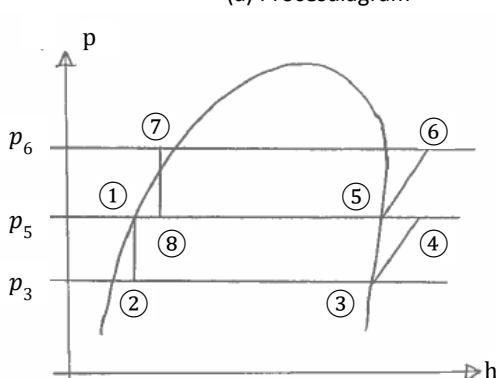
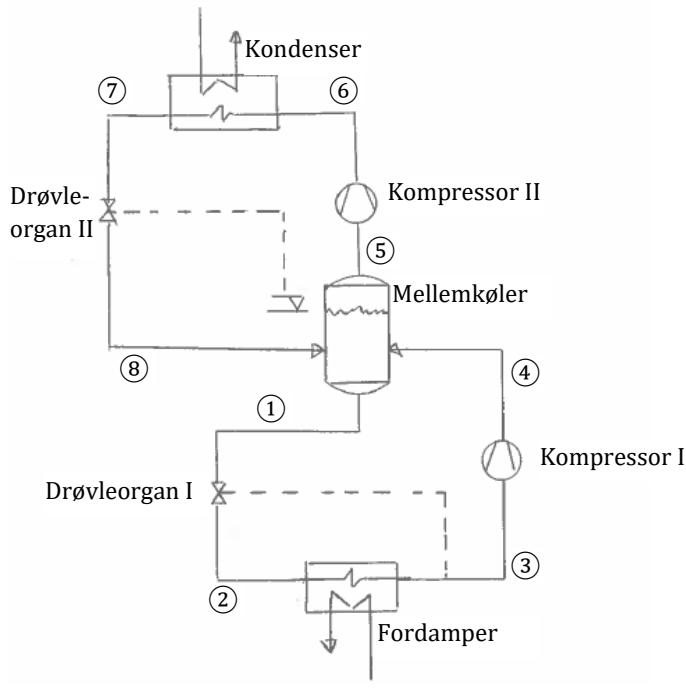
Beregningsprocedurer er generelt de samme, som er beskrevet i kapitel 9.1. Mellemkøleren behandles som et knudepunkt jf. kapitel 5.4, og følgende to ligninger kan opstilles:

$$\dot{m}_8 + \dot{m}_4 = \dot{m}_5 + \dot{m}_1 \quad (9.3.2.2)$$

$$\dot{m}_8 \cdot h_8 + \dot{m}_4 \cdot h_4 = \dot{m}_5 \cdot h_5 + \dot{m}_1 \cdot h_1 \quad (9.3.2.3)$$

Ligningerne benyttes til at bestemme massestrøm til kompressor II ( $\dot{m}_5$ ), hvorved man kan udføre beregninger for effektforbrug på kompressor II. Beregninger i kredsen (pkt. 1-2-3-4) udføres som anvist i kapitel 9.1.

Det samlede effektforbrug til kompressor I og II uden mellemkøling vil være mindre end, hvis kompressionen havde været udført med én kompressor. Dette skyldes det krumme forløb af isentroperne i gasområdet, som det kan ses af log(p)-h diagrammet for ammoniak ( $\text{NH}_3$ ) indsat i Appendiks D6.



(b) p-h diagram

**Fig. 9.3.2.2** Procesdiagram og skitse af p-h diagram for køleanlæg med åben mellemkøler

**Eksempel 9.3.2.a**

I et to-trins køleanlæg med åben mellemkøler er tryk i fordamper og kondenser bestemt ud fra funktionskravene til hhv. 2 og 8 bara. Bestem det optimale tryk i mellemkøleren.

Optimalt mellemtryk bestemmes ud fra formel (9.3.2.1):

$$p_{mellemtryk} = \sqrt{p_{fordamper} \cdot p_{kondenser}} = \sqrt{2 \cdot 8} = 4 \text{ bara}$$

Kontrol:

$$\frac{p_4}{p_3} = \frac{p_6}{p_4}$$
$$\downarrow$$
$$\frac{4}{2} = \frac{8}{4} = 2 \quad (\text{OK!} - \text{trykforhold er ens for de to kompressoror})$$

## 9.4 Opgaver til kapitel 9

Detaljeret løsningsforslag til de \*-mærkede opgaver er angivet i Appendiks B, og resultater til assignment i Appendiks C.

### Opgave 9.1

Et køleanlæg skal benyttes til køling af ferske kødvarer og til formålet er kuldehydelsen bestemt til 15 kW. Der indkøbes et standard køleanlæg med netop denne kuldeeffekt, og i brochurematerialet er oplyst et elforbrug på 4,6 kW. Bestem COP-faktoren for anlægget (Svar: 3,26 -)

### Opgave 9.2

Efter nogle år ønskes varmen fra kondenseren fra det i Opgave 9.1 omtalte køleanlæg udnyttet til bygningsopvarmning, hvorved det bliver en varmepumpe. Kombineret virkningsgrad af elmotor og mekaniske tab i kompressor er 90 %. Bestem varmeydelsen i [kW] og COP-faktor for varmepumpen (Svar: 19,14 kW, 4,16 -)

### Opgave 9.3 \*

Bestem den årlige udgift til el for den i Opgave 9.2 omtalte varmepumpe, når anlægget kører i døgndrift, og prisen for el er 2 kr./kWh (Svar: 80.592 kr.)

### Opgave 9.4

En gårdbutik med eget slagtehus har købt et køleanlæg til indfrysning af kødprodukter. Køleanlægget benytter ammoniak ( $\text{NH}_3$ , R717) som kølemiddel og har en kuldehydelse på 100 kW. Følgende data er målt på anlægget:

• Tryk i fordamper	1,2 bara
• Overheding, efter fordamper	10 °C
• Tryk i kondenser	11,7 bara
• Underkøling, efter kondenser	10 °C
• Isentropisk virkningsgrad, kompressor	80 %

Bestem afgangstilstanden efter kompressoren (p, T) og optegn processen i et p-h diagram f.eks. en kopi af diagrammet i Appendiks D6 (Svar: 11,7 bara; ca. 192 °C - aflæst). Bestem den cirkulerende mængde i [kg/s] kølemiddel (Svar: 0,0866 kg/s). Definér og bestem COP-faktor for køleanlægget (Svar: 2,46 -)

### Assignment (kapitel 9)

Nogle byer som f.eks. København (Frederiksberg) tilbyder deres borgere en skøjtebane i vintermånederne. Imidlertid kan det være nødvendigt at køle skøjtebanen kunstigt, idet omgivelsestemperaturen periodevis kan være over frysepunktet for vand.

Den kunstige køling udføres af en kølemaskine som anvender ammoniak ( $\text{NH}_3$ ). Ammoniak benyttes, idet det er prisbilligt, komponenter er velgennemprøvede, ingen krav maksimal fyldning og betragtet som miljøvenligt.

For at reducere mængden af ammoniak i maskinen, da det er giftigt ved udslip, udføres kølingen af skøjtebanen indirekte. Kølingen udføres af en central kølemaskine og selve kølingen af skøjtebanen sker ved en cirkulerende brine (væske med lavt frysepunkt f.eks. en blanding af glykol og vand) i et lukket kredsløb. Brinen tvangscirkuleres med en cirkulationspumpe, som fysisk er placeret efter fordamperen. Brine-rørerne er neddykket i isen. For at lette beregninger kan antages, at brinen har samme stofegenskaber som vand dvs.  $C_p = 4,2 \text{ kJ/kgK}$  and  $\rho = 1,000 \text{ kg/m}^3$

Kølemaskinen er en traditionel 1-trins kølemaskine med kompressor, fordamper, kondenser og drøvleorgan. Alle varmeverkslere er arrangeret i modstrøm. Varme fra kondenseren ventileres til omgivelserne. Et p-h diagram for ammoniak skal være tilgængelig for løsning af denne opgave. Det kan antages, at der ikke er tryktab og utilsigtede varmetab. Følgende data er givet:

#### Meteorologiske data

- Omgivelsestemperatur

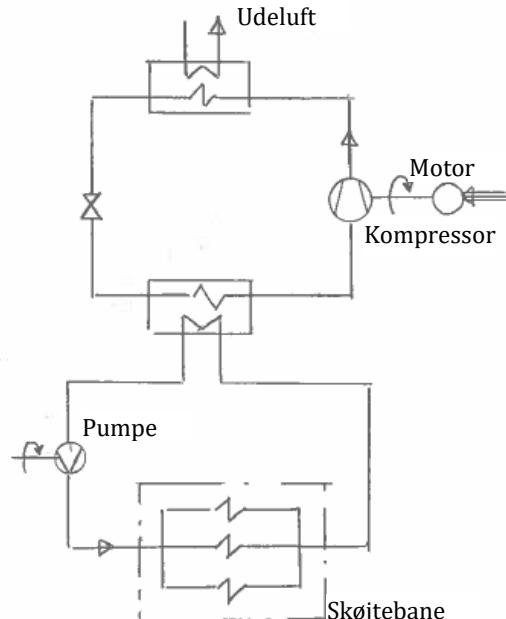
5 °C

#### Central kølemaskine

• Refrigerant	$\text{NH}_3$	-
• Tryk i fordamper	2	bara
• Overhedning, efter fordamper	2	°C
• Akseleffekt, kompressor	260	kW
• Kølemiddeltemperatur, efter kompressor	120	°C
• Tryk i kondenser	9	bara
• Underkøling, efter kondenser	6	°C

#### Brine-kreds

• Kølekapacitet, skøjtebane	1.000	kW
• Brine-type	sig vand	-
• Temperatur, før fordamper	-8	°C
• Temperatur, efter cirkulationspumpe	-10	°C
• Tryktab, brine-kreds	0,5	bara
• Akseleffekt, cirkulationspumpe	8,2	kW



#### **Spørgsmål**

1. Verificér procesdiagrammet og påfør kendte data
2. Bestem overført effekt i fordamperen
3. Bestem det cirkulerende flow i brine-kredsen, virkningsgraden af cirkulationspumpen og temperaturstigningen over cirkulationspumpen
4. Tegn kredsprocessen for ammoniakkredsen i et p-h diagram (fra Coolpack)
5. Bestem tilstanden ( $P, T, h, v, S$ ) (fra p-h diagrammet) samt massestrøm og volumenstrøm af ammoniak før kompressoren
6. Verificér det aflæste specifikke volumen ved brug af idealgasligningen
7. Bestem den isentropiske virkningsgrad for kompressoren
8. Bestem den mekaniske virkningsgrad for kompressoren
9. Definér og bestem  $\text{COP}_R$

## 10.0 Gasblandinger

I dette kapitel vil der blive set nærmere på en gasblanding dvs. en blanding af to eller flere gasarter. I kapitlet angives en række principper og formler for beregning på gasblandinger, og i hvert tilfælde specificeres om den gælder universelt dvs. for realgasser eller specielt kun for idealgasser.

Det antages, at der ikke sker en kemisk reaktion f.eks. en forbrænding mellem de indgående gasarter i gasblandingen.

Det skal understreges, at der udelukkende ses på gasblandinger. Trækning af parallelle til væskeblandinger skal gøres med stor varsomhed.

Sigtet med dette kapitel er at bestemme formler for beregning på gasblandinger, samt at angive formler for bestemmelse af tilstandsstørrelser og stofværdier for en given gasblanding.

Det er selvfølgelig altid muligt at bestemme tilstandsstørrelser og stofværdier for en given gasblanding i avancerede programmer som f.eks. EES, som i øvrigt benytter samme formler, som angives i dette kapitel.

### 10.1 Formler for angivelse af sammensætning af en gasblanding

For en blanding af to eller flere gasarter, hvor "n" angiver antallet af gasarter i gasblandingen, kan opstilles fl. sumregler for gasblandingens samlede masse ( $m_{mix}$ ) i SI-enheden [kg], stofmængde ( $N_{mix}$ ) i [mol] og volumen ( $V_{mix}$ ) i [ $m^3$ ]:

$$m_{mix} = \sum_{i=1}^n m_i \quad (10.1.1)$$

$$N_{mix} = \sum_{i=1}^n N_i \quad (10.1.2)$$

$$V_{mix} = \sum_{i=1}^n V_i (T_{mix}, p_{mix}) \quad (10.1.3)$$

Forudsat, at der ikke sker kemiske reaktioner, gælder formlerne (10.1.1) og (10.1.2) for alle gasser dvs. både realgasser og idealgasser.

Formel (10.1.3) benævnes i visse litteraturer også **Amagat's lov**, og gælder eksakt for idealgasser, men gælder kun tilnærmet for realgasser. Endvidere er formel (10.1.3) kun gældende ved fastholdt temperatur og tryk dvs. at alle de indgående gasarter og gasblandingen har samme temperatur ( $T_{mix}$ ) og samme tryk ( $p_{mix}$ ).

I mange beregningsmæssige sammenhænge kan det være hensigtsmæssigt at angive den enkelte gasarts andel af den samlede gasblanding, hvorfor der kan opstilles fl. formler for beregning af **masseandel** ( $Ma$ ), **molandel** ( $Na$ ) og **volumenandel** ( $Va$ ):

$$Ma_i = \frac{m_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (10.1.4)$$

$$Na_i = \frac{N_i}{\sum_{i=1}^n N_i} \quad (10.1.5)$$

$$Va_i = \frac{V_i}{\sum_{i=1}^n V_i} \quad (10.1.6)$$

Enheden for f.eks. masseandel ( $Ma$ ) er [kg-gasart/kg-blanding]. Ved fastholdt tryk og temperatur kan det via idealgasligningen vises, at de indgående gassers molandele ( $Na$ ) og volumenandele ( $Va$ ) for en blanding af idealgasser er identiske.

Logisk må det gælde:

$$\sum_{i=1}^n Ma_i = 1 \quad (10.1.7)$$

$$\sum_{i=1}^n Na_i = 1 \quad (10.1.8)$$

$$\sum_{i=1}^n Va_i = 1 \quad (10.1.9)$$

Formlerne (10.1.7) til (10.1.9) udtrykker, at summen af andelene på masse-, volumen- eller molbasis skal være lig 1,00. Alternativt kan fordelingen af gasarter i gasblandingen specificeres procentuelt ved at gange andelene med 100.

Det står enhver frit til at specificere en fordeling af gasarter i en gasblanding på masse-, volumen- eller molbasis, men den anvendte basis skal det altid angives og fl. måde anbefales: "Masseeandelen af ilt i gasblandingen er 0,20" eller alternativt "Ilt i gasblandingen udgør 20 % på massebasis" eller alternativt "Ilt i gasblandingen udgør 20 %-m".

Omregning mellem masseandel, molandel og volumenandel for en gasblanding udføres efter principperne i Fig. 10.1.1.

		Ønsket størrelse ↓		
Given størrelse ↓		Masseandel ( $Ma$ )	Molandel ( $Na$ )	Volumenandel ( $Va$ )
Masseandel ( $Ma$ )	-		$Na_i = \frac{Ma_i}{\sum_{i=1}^n Ma_i}$	$Va_i = \frac{Ma_i \cdot R_{i,i}}{\sum_{i=1}^n Ma_i \cdot R_{i,i}}$
Molandel ( $Na$ )	$Ma_i = \frac{Na_i \cdot M_i}{\sum_{i=1}^n Na_i \cdot M_i}$	-		$Va_i = \frac{Na_i \cdot M_i \cdot R_{i,i}}{\sum_{i=1}^n Na_i \cdot M_i \cdot R_{i,i}}$
Volumenandel ( $Va$ )	$Ma_i = \frac{Va_i}{R_{i,i}}$	$Na_i = \frac{Va_i}{R_{i,i} \cdot M_i}$		-

**Fig. 10.1.1** Formler for omregning mellem en indgående gasarts masseandel, molandel og volumenandel i en gasblanding.

#### Eksempel 10.1.a

Tør atmosfærisk luft er en gasblanding bestående af 75,51 % nitrogen ( $N_2$ ), 23,15 % ilt ( $O_2$ ) og 1,34 % andre gasarter, hvoraf argon (Ar) udgør den væsentligste andel, og antages at opføre sig som ren argon. Nævnte procenter er angivet på massebasis. Der betragtes en beholder indeholdende en masse af tør atmosfærisk luft på 10 kg.

Indledningsvis findes molmasse og individuel gaskonstant for de nævnte gasser i Appendiks D2:

$N_2$ :  $M = 28,01 \text{ kg/kmol}$  og  $R_i = 296,8 \text{ J/kgK}$

$O_2$ :  $M = 32,00 \text{ kg/kmol}$  og  $R_i = 259,8 \text{ J/kgK}$

Ar:  $M = 39,95 \text{ kg/kmol}$  og  $R_i = 208,1 \text{ J/kgK}$

Masse af de enkelte gasarter i gasblandingen bestemmes:

$$m_{N_2} = \frac{75,51\%}{100} \cdot 10 \text{ kg} = 7,551 \text{ kg}$$

$$m_{O_2} = \frac{23,15\%}{100} \cdot 10 \text{ kg} = 2,315 \text{ kg}$$

$$m_{Ar} = \frac{1,34\%}{100} \cdot 10 \text{ kg} = 0,134 \text{ kg}$$

Masseandel af de enkelte gasarter i gasblandingen bestemmes af formel (10.1.4):

$$Ma_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{7,551 \text{ kg}}{10 \text{ kg}} = 0,7551 \text{ på massebasis}$$

$$Ma_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{2,315 \text{ g}}{10 \text{ kg}} = 0,2315 \text{ på massebasis}$$

$$Ma_{Ar} = \frac{m_{Ar}}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{0,134 \text{ kg}}{10 \text{ kg}} = 0,0134 \text{ på massebasis}$$

Formel (10.1.7) benyttes til verifikation af at summen af gasandelene i gasblandingen er lig 1:

$$\sum_{i=1}^n Ma_i = 0,7551 + 0,2315 + 0,0134 = 1$$

Ovennævnte masseandele kunne også være bestemt direkte ved at dividere procenten med 100. Relevante formler i Fig.10.1.1 benyttes til bestemmelse af gasandelene på volumenbasis:

$$\sum_{i=1}^n Ma_i \cdot R_{i,i} = 0,7551 \cdot 296,8 \text{ J/kgK} + 0,2315 \cdot 259,8 \text{ J/kgK} + 0,0134 \cdot 208,1 \text{ J/kgK} = 287,05 \text{ J/kgK}$$

$$Va_{N_2} = \frac{Ma_{N_2} \cdot R_{i,N_2}}{\sum_{i=1}^n Ma_i \cdot R_{i,i}} = \frac{0,7551 \cdot 296,8 \text{ J/kgK}}{287,05 \text{ J/kgK}} = 0,7807 \text{ på volumenbasis} \quad (\text{eller } 78,07 \% \text{ på volumenbasis})$$

$$Va_{O_2} = \frac{Ma_{O_2} \cdot R_{i,O_2}}{\sum_{i=1}^n Ma_i \cdot R_{i,i}} = \frac{0,2315 \cdot 259,8 \text{ J/kgK}}{287,05 \text{ J/kgK}} = 0,2095 \text{ på volumenbasis} \quad (\text{eller } 20,95 \% \text{ på volumenbasis})$$

$$Va_{Ar} = \frac{Ma_{Ar} \cdot R_{i,Ar}}{\sum_{i=1}^n Ma_i \cdot R_{i,i}} = \frac{0,0134 \cdot 208,1 \text{ J/kgK}}{287,05 \text{ J/kgK}} = 0,0097 \text{ på volumenbasis} \quad (\text{eller } 0,97 \% \text{ på volumenbasis})$$

Formel (10.1.9) benyttes til verifikation af, at summen af gasandelene i gasblandingen er lig 1:

$$\sum_{i=1}^n Va_i = 0,7807 + 0,2095 + 0,0097 = 0,9999 \quad (\text{eller 1 hvis der havde været regnet med flere decimaler!})$$

Relevante formler i Fig.10.1.1 benyttes til bestemmelse af gasandelene på molbasis:

$$\sum_{i=1}^n \frac{ma_i}{M_i} = \frac{Ma_{N_2}}{M_{N_2}} + \frac{Ma_{O_2}}{M_{O_2}} + \frac{Ma_{Ar}}{M_{Ar}} = \frac{0,7551}{28,01 \text{ kg/kmol}} + \frac{0,2315}{32,00 \text{ kg/kmol}} + \frac{0,0134}{39,95 \text{ kg/kmol}} = 0,0345$$

$$Na_{N_2} = \frac{\frac{Ma_{N_2}}{M_{N_2}}}{\sum_{i=1}^n \frac{Ma_i}{M_i}} = \frac{\frac{0,7551}{28,01 \text{ kg/kmol}}}{0,0345} = 0,7808 \text{ på molbasis} \quad (\text{eller } 78,08 \% \text{ på molbasis})$$

$$Na_{O_2} = \frac{\frac{Ma_{O_2}}{M_{O_2}}}{\sum_{i=1}^n \frac{Ma_i}{M_i}} = \frac{\frac{0,2315}{32,00 \text{ kg/kmol}}}{0,0345} = 0,2095 \text{ på molbasis} \quad (\text{eller } 20,95 \% \text{ på molbasis})$$

$$Na_i = \frac{\frac{Ma_i}{M_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{Ma_i}{M_i}} = \frac{\frac{0,0134}{39,95 \text{ kg/kmol}}}{0,0345} = 0,0097 \text{ på molbasis} \quad (\text{eller } 0,97 \% \text{ på molbasis})$$

Formel (10.1.8) benyttes til verifikation af, at summen af gasandelene i gasblandingen er lig 1:

$$\sum_{i=1}^n Na_i = 0,7808 + 0,2095 + 0,0097 = 1$$

Resultaterne kan angives på en servicevenlig måde, og det noteres, at andelene på volumenbasis og molbasis er lige store, som forudsagt for en blanding af idealgasser:

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]	Molbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	75,51	78,08	78,08
ilt ( $O_2$ )	23,15	20,95	20,95
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,34	0,97	0,97

## 10.2 Daltons lov og partialtryk

Dalton's lov udtrykker, at det samlede tryk for en gasblanding ( $p_{mix}$ ) er lig med summen af de i gasblandingen indgående gasarters **partialtryk** ( $p_i$ ):

$$p_{mix} = \sum_{i=1}^n p_i(T_{mix}, V_{mix}) \quad (10.2.1)$$

Formel (10.2.1) gælder eksakt for idealgasser, men gælder kun tilnærmet for realgasser. Endvidere er formel (10.2.1) kun gældende ved fastholdt temperatur dvs. at alle de indgående gasarter og gasblandingens har samme temperatur. Ligeledes skal gælde, at hver gasart antages at have det samlede gasvolumen ( $V_{mix}$ ) til rådighed.

**Partialtryk** ( $p_i$ ) for den enkelte gasart i gasblandingens defineres ved fl. formel:

$$p_i = p_{mix} \cdot \frac{N_i}{\sum_{i=1}^n N_i} \quad (10.2.2)$$

Leddet ( $\frac{Na_i}{\sum_{i=1}^n Na_i}$ ) i formel (10.2.2) er lig med molandelen for gasarten jf. formel (10.1.5), og specielt for idealgasser må der gælde:

$$p_i = p_{mix} \cdot Na_i = p_{mix} \cdot Va_i \quad (10.2.3)$$

**Ønskes stofværdier eller andre karakteristika for en gasart i en gasblanding til ingeniørmæssige beregninger bestemt, gøres dette ud fra partialtrykket ( $p_i$ ) for pågældende gasart.** Ønskes f.eks. omregning mellem stofmængde ( $N_i$ ) og volumen ( $V_i$ ) for en gasart via idealgasligningen benyttes gasartens partialtryk ( $p_i$ ) i idealgasligningen.

### Eksempel 10.2.a

Giver Daltons lov mening med tidligere kapitler? Lad os antage, at der er tale om 2 forskellige gasarter (indeks 1 og 2) i en gasblanding.

Daltons lov siger:

$$\begin{aligned} p_{mix} &= \sum_{i=1}^n p_i(T_{mix}, V_{mix}) \\ &\downarrow \\ p_{mix} &= p_1(T_{mix}, V_{mix}) + p_2(T_{mix}, V_{mix}) \\ &\downarrow \\ p_{mix} &= \frac{N_1 \cdot R_u \cdot T_{mix}}{V_{mix}} + \frac{N_2 \cdot R_u \cdot T_{mix}}{V_{mix}} \\ &\downarrow \\ p_{mix} &= \frac{R_u \cdot T_{mix}}{V_{mix}} \cdot (N_1 + N_2) \\ &\downarrow \\ p_{mix} &= \frac{R_u \cdot T_{mix}}{V_{mix}} \cdot (N_{mix}) \\ &\downarrow \\ p_{mix} \cdot V_{mix} &= N_{mix} \cdot R_u \cdot T_{mix} \end{aligned}$$

Som er identisk med idealgasligningen jf. formel (3.4.1.5) for den samlede gasblanding.

**Eksempel 10.2.b**

Lad os se på et eksempel af særlig interesse for kapitel 11. Der ønskes bestemt partialtryk for vanddamp ved atmosfæretrykket i fugtig atmosfærisk luft med følgende sammensætning:

Gasart	Massebasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	74,91
Ilt ( $O_2$ )	22,96
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,33
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,80
Sumkontrol	100,00

På baggrund af relevante formler i Fig. 10.1.1 bestemmes (se eksempel 10.1.a og nedenstående note) den fugtige lufts sammensætning på volumenbasis:

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	74,91	77,08
Ilt ( $O_2$ )	22,96	20,68
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,33	0,96
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,80	1,28
Sumkontrol	100,00	100,00

Jf. formel (10.2.3) kan partialtrykket for vanddamp ( $H_2O$ ), hvis denne antages at være en idealgas, bestemmes på følgende måde:

$$p_{H_2O} = p_{mix} \cdot Va_{H_2O} = 1,013 \text{ bara} \cdot 0,0128 = 0,0130 \text{ bara}$$

Partialtrykket for vanddamp ( $H_2O$ ) er det tryk, som hersker, når vanddampen i den fugtige luft begynder at kondenserer dvs. når den køles af til mætningsstilstand. Trykket er således nøglen til at sige, hvor vi er i to-faseområdet for vanddampen i luften, når der sker dråbedannelse.

Det erindres, at der er en fast sammenhæng mellem tryk og temperatur i to-faseområdet for vand ( $H_2O$ ), og mætningstemperatur som funktion af et partialtryk kan bestemmes ved kald i EES eller ved opslag i damptabellen for mættet tilstand i Appendiks D5:

Mætningstemperatur ( $p=0,013 \text{ bara}$ ) = ca.  $11^\circ\text{C}$

Sidder man og griller på sin terrasse en aften, hvor vandindholdet i luften udgør 0,8 % på massebasis, vil duggen begynde at falde ved ca.  $11^\circ\text{C}$ . Når duggen falder, er det et udtryk for, at en del af vanddampen i luften kondenserer dvs. bliver til vandræber. Man har altså ramt dugpunktet ( $p_{H_2O}$  kan så benævnes  $p_d$ ) for vanddampen i luften.

Hvis vanddampen i luften antages at være en realgas, skal partialtrykket for vanddampen bestemmes ud fra formlen:

$$p_{H_2O} = p_{mix} \cdot Na_{H_2O}$$

Kontrol: Vanddampens indhold på molbasis kan bestemmes til 1,28 %, hvilket giver sammen værdi, som for volumenbasis – så dugpunktet på ca.  $11^\circ\text{C}$  er korrekt.

**Note** (skema til bestemmelse af sammensætning af luften på volumenbasis)

Gasart	Massebasis [-]	$R_i [\text{J/kgK}]$	$\sum_{i=1}^n Ma_i \cdot R_{i,i}$	$Va_i = \frac{Ma_i \cdot R_{i,i}}{\sum_{i=1}^n Ma_i \cdot R_{i,i}}$	Volumenbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	0,7491	296,8	222,333	0,7708	77,08
Ilt ( $O_2$ )	0,2296	259,8	59,650	0,2068	20,68
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	0,0133	208,1	2,768	0,0096	0,96
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,0080	461,5	3,692	0,0128	1,28
Sum (kontrol)	1,0000		288,443	1,0000	100,00

**Eksempel 10.2.c (eksempel 10.1.a fortsat)**

For tør atmosfærisk luft med en sammensætning, som angivet i eksempel 10.1.a, antages det, at den opbevares i en ballon ved et tryk på 1 atm:

Sammensætningen af den tørre atmosfæriske luft var angivet i eksempel 10.1.a på fl. servicevenlig måde:

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]	Molbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	75,51	78,08	78,08
Ilt ( $O_2$ )	23,15	20,95	20,95
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,34	0,97	0,97

Jf. formel (10.2.3) kan partialtryk for en gas i gasblandingen f.eks. llt ( $O_2$ ), som antages at være en idealgas bestemmes på følgende måder:

$$p_{O_2} = p_{mix} \cdot V_{a_i} = 1,013 \text{ bara} \cdot 0,2095 = 0,2122 \text{ bara}$$

Den korrekte måde ville være som følger, men denne giver samme resultat:

$$p_{O_2} = p_{mix} \cdot N_{a_{O_2}} = 1,013 \text{ bara} \cdot 0,2095 = 0,2122 \text{ bara}$$

## 10.3 Tilstandsstørrelser og stofværdier for gasblanding

I forbindelse med visse tekniske beregninger, som involverer gasblanding, vil man have behov for at kende tilstandsstørrelser og stofværdier for gasblanding. Beregningsmetode for bestemmelse af tilstandsstørrelser og stofværdier af gasblanding ud fra tilstandsstørrelser og stofværdier for de indgående gasarter i gasblanding angives i dette kapitel.

### 10.3.1 Gaskonstant, specifik volumen, densitet og molmasse

Bestemmelse af gaskonstant( $R_i$ ), specifik volumen ( $v$ ), densitet ( $\rho$ ) og molmasse (M) ud fra masseandel (Ma), molandel (Na) eller volumenandel (Va) for en gasblanding udføres efter principperne i Fig. 10.3.1.1.

Ønsket størrelse ↓	Given gassammensætning ↓		
	Masseandel (Ma)	Volumenandel (Va)	Molandel (Na)
Gaskonstant ( $R_i$ )	$R_i = \sum_{i=1}^n Ma_i \cdot R_{i,i}$	$\frac{1}{R_i} = \sum_{i=1}^n \frac{Va_i}{R_{i,i}}$	$R_i = \frac{\sum_{i=1}^n Na_i \cdot M_i \cdot R_{i,i}}{\sum_{i=1}^n Na_i \cdot M_i}$
Specifik volumen ( $v$ )	$v = \sum_{i=1}^n Ma_i \cdot v_i$	$\frac{1}{v_i} = \sum_{i=1}^n \frac{Va_i}{v_i}$	$v = \frac{\sum_{i=1}^n Na_i \cdot M_i \cdot v_i}{\sum_{i=1}^n Na_i \cdot M_i}$
Densitet ( $\rho$ )	$\frac{1}{\rho} = \sum_{i=1}^n \frac{Ma_i}{\rho_i}$	$\rho = \sum_{i=1}^n Va_i \cdot \rho_i$	$\frac{1}{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Na_i \cdot M_i}{\rho_i}}{\sum_{i=1}^n Na_i \cdot M_i}$
Molmasse (M)	$\frac{1}{M} = \sum_{i=1}^n \frac{Ma_i}{M_i}$	$\frac{1}{M} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Va_i}{M_i \cdot R_{i,i}}}{\sum_{i=1}^n \frac{Va_i}{R_{i,i}}}$	$M = \sum_{i=1}^n Na_i \cdot M_i$

**Fig. 10.3.1.1** Formler for bestemmelse af gaskonstant, specifik volumen, densitet og molmasse ud fra masseandel, molandel eller volumenandel for en gasblanding

**Eksempel 10.3.1.a**

Tør atmosfærisk luft er en gasblanding og i hovedst  ende bestående af 75,510 % nitrogen ( $N_2$ ), 23,151 % ilt ( $O_2$ ), 0,049 kuldioxyd ( $CO_2$ ) og 1,290 % argon (Ar) på massebasis. Der ønskes bestemt Gaskonstant ( $R_i$ ), Specifik volumen ( $v$ ), Densitet ( $\rho$ ) og Molmasse (M) ud fra formlerne i Fig. 10.3.1.1.

Indledningsvis findes tilstandsst  relser og stofkonstanter for de nævnte gasser i Appendiks D2, og specifik volumen er bestemt som reciprokværdien af densiteten.:

Gas	Gaskonstant ( $R_i$ ) [J/kgK]	Spec. volumen ( $v$ ) [m <sup>3</sup> /kg]	Densitet ( $\rho$ ) [kg/m <sup>3</sup> ]	Molmasse (M) [kg/kmol]
Nitrogen ( $N_2$ )	296,8	0,800	1,250	28,01
Ilt ( $O_2$ )	259,8	0,700	1,429	32,00
Kuldioxyd ( $CO_2$ )	188,9	0,506	1,977	44,01
Argon (Ar)	208,1	0,561	1,784	39,95

$$R_i = \sum_{i=1}^n M a_i \cdot R_{i,i}$$

$$= 0,75510 \cdot 296,8 + 0,23151 \cdot 259,8 + 0,00049 \cdot 188,9 + 0,0129 \cdot 208,1 = 287,0 \text{ J/kgK}$$

$$v = \sum_{i=1}^n M a_i \cdot v_i$$

$$= 0,75510 \cdot 0,800 + 0,23151 \cdot 0,700 + 0,00049 \cdot 0,506 + 0,0129 \cdot 0,561 = 0,774 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\frac{1}{\rho} = \sum_{i=1}^n \frac{M a_i}{\rho_i} = \frac{0,75510}{1,259} + \frac{0,23151}{1,429} + \frac{0,00049}{1,977} + \frac{0,0129}{1,784} = 0,7692$$

$$\downarrow$$

$$\rho = 1,300 \text{ kg/m}^3$$

$$\frac{1}{M} = \sum_{i=1}^n \frac{M a_i}{M_i} = \frac{0,75510}{28,01} + \frac{0,23151}{32,00} + \frac{0,00049}{44,01} + \frac{0,0129}{39,95} = 0,0345$$

$$\downarrow$$

$$M = 28,96 \text{ J/kgK}$$

Der er rimelig overensstemmelse med værdierne gældende for tør atmosfærisk luft, som er anført i Appendiks D2. Eventuelle afvigelser kan henføres til afrundinger, og at t  r atmosfærisk luft indeholder en række andre gasarter, som ikke er medtaget i beregningerne.

Bemerk, at gaskonstanten og molmassen er uafhængige af tryk og temperatur, men det er densitet og specifikt volumen ikke. De beregnede værdier for densitet og specifikt volumen gælder kun ved 0 °C og 1 atm dvs. normtilstanden. Skal densitet og specifikt volumen bestemmes for f.eks. en anden temperatur skal man enten bruge data for den enkelte gas gældende ved denne temperatur eller temperaturkorrigere densitet og specifikt volumen for gasblandingen for ændret temperatur jf. formlerne (3.4.2.4) og (3.4.2.5).

**Eksempel 10.3.1.b (eksempel 10.1.a fortsat)**

For tør atmosfærisk luft med en sammensætning, som angivet i nedenstående tabel, ønskes specifikt volumen bestemt ved valgfri temperatur mellem 0 og 500 °C. Det antages, at gastrykket er 1 atm. Metode skal baseres på, at resultatet kan anvendes i f.eks. Excel.

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]	Molbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	75,51	78,08	78,08
Ilt ( $O_2$ )	23,15	20,95	20,95
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,34	0,97	0,97

For hver af de 3 gasarter ønskes opstillet et 5. grads polynomium som funktion af temperaturen i [°C] til bestemmelse af specifikt volumen. Data hentes i Appendiks D2. Til bestemmelse af koeficienterne i 5. grads polynomiet opstilles et program i EES:

// Beskrivelse af koeficienter for 5. gradspolynomium

```

F$='Nitrogen (N2) og spec. volumen'
// Data akse
y1=0,800
y2=1,093
y3=1,387
y4=1,680
y5=1,973
y6=1,973
// Temperatur akse
x1=0
x2=100
x3=200
x4=300
x5=400
x6=500
// Bestemmelse af koeficienter
y1=a1*x1**5+a2*x1**4+a3*x1**3+a4*x1**2+a5*x1**1+a6
y2=a1*x2**5+a2*x2**4+a3*x2**3+a4*x2**2+a5*x2**1+a6
y3=a1*x3**5+a2*x3**4+a3*x3**3+a4*x3**2+a5*x3**1+a6
y4=a1*x4**5+a2*x4**4+a3*x4**3+a4*x4**2+a5*x4**1+a6
y5=a1*x5**5+a2*x5**4+a3*x5**3+a4*x5**2+a5*x5**1+a6
y6=a1*x6**5+a2*x6**4+a3*x6**3+a4*x6**2+a5*x6**1+a6

```

Resultatet er:

$$\begin{aligned} a1 &= -2,475E-13 \quad \text{og} \quad a4 = 1,266E-5 \\ a2 &= 2,488E-10 \quad \text{og} \quad a5 = 2,317E-3 \\ a3 &= -8,771E-8 \quad \text{og} \quad a6 = 8,000E-1 \end{aligned}$$

For nitrogen kan formlen for specifikt volumen opstilles:

$$v(\text{nitrogen}; T) = -2,475E(-13) \cdot T^5 + 2,488E(-10) \cdot T^4 - 8,771E(-8) \cdot T^3 + 1,266E(-5) \cdot T^2 + 2,317E(-3) \cdot T^1 + 8,000E(-1)$$

På lignende vis kan opstilles formler for ilt ( $O_2$ ) og argon ( $Ar$ ), som er hhv.:

$$\begin{aligned} v(\text{ilt}; T) &= -5,833E(-16) \cdot T^5 + 7,083E(-12) \cdot T^4 - 2,958E(-9) \cdot T^3 + 4,792E(-7) \cdot T^2 + 2,545E(-3) \cdot T^1 + 7,000E(-1) \\ v(\text{argon}; T) &= -2,500E(-15) \cdot T^5 + 2,500E(-12) \cdot T^4 - 7,083E(-10) \cdot T^3 - 2,500E(-8) \cdot T^2 + 2,048E(-3) \cdot T^1 + 5,610E(-1) \end{aligned}$$

Det specifikke volumen for atmosfærisk luft bestemmes efter reglerne i Fig. 10.3.1.1:

$$v(tør \text{ atm. luft}; T) = Ma_{N2} \cdot v(\text{nitrogen}; T) + Ma_{O2} \cdot v(\text{ilt}; T) + Ma_{Ar} \cdot v(\text{argon}; T)$$

### 10.3.2 Viskositet, specifik varmefylde, varmeledningsevne

Specifik varmekapacitet – både den gældende ved temperaturen og den integrale – kan findes af formel 10.3.2.1:

$$c_v = \sum_{i=1}^n Ma_i \cdot c_{v,i} \quad (10.3.2.1)$$

$$c_p = \sum_{i=1}^n Ma_i \cdot c_{p,i} \quad (10.3.2.2)$$

Heraf følger logisk - men betinget af - at der er benyttet samme referencetemperatur for de indgående gasser:

$$u = \sum_{i=1}^n Ma_i \cdot u_i \quad (10.3.2.3)$$

$$h = \sum_{i=1}^n Ma_i \cdot h_i \quad (10.3.2.4)$$

$$s = \sum_{i=1}^n Ma_i \cdot s_i \quad (10.3.2.5)$$

Ovennævnte formler må ikke benyttes for stoffer under faseskift.

For viskositet (her dynamisk viskositet ( $\mu$ ), men med følgende sammenhæng mellem dynamisk ( $\mu$ ) og kinematisk viskositet ( $v_{kin}$ ) [ $v_{kin} = \mu/\rho$ ] og varmeledningsevne ( $\lambda$ ) er det lidt mere komplicerede beregninger, og vi kan anvende fl. tilnærmede formler, hvor der må påregnes en usikkerhed på 5-10 % under de tryk og temperaturer, som normalt optræder i maskintekniske anlæg:

$$\mu \cong \sum_{i=1}^n Na_i \cdot \mu_i \quad (10.3.2.6)$$

$$\lambda \cong \sum_{i=1}^n Na_i \cdot \lambda_i \quad (10.3.2.7)$$

#### **Eksempel 10.3.2.b**

For tør atmosfærisk luft med en sammensætning, som angivet i nedenstående tabel, ønskes specifik indre energi ( $u$ ), specifik entalpi ( $h$ ), specifik varmekapacitet ved fastholdt volumen ( $c_v$ ), specifik varmekapacitet ved fastholdt tryk ( $c_p$ ), varmeleddningsevne ( $\lambda$ ) og dynamisk viskositet ( $\mu$ ) bestemt ved valgfri temperatur mellem 0 og 500 °C. Det antages, at gastrykket er 1 atm. Metode skal baseres på, at resultatet kan anvendes i f.eks. Excel.

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]	Molbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	75,51	78,08	78,08
ilt ( $O_2$ )	23,15	20,95	20,95
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,34	0,97	0,97

For hver af de 3 gasarter skal opstillet et 5. grads polynomium som funktion af temperaturen i [°C] til bestemmelse af de ønskede størrelser. Procedurer fra Eksempel 10.3.1.b skal følges, og er en øvelsesopgave!

## 10.4 Gasblanding angivet på tør og våd basis

I visse ingeniørmæssige sammenhænge er der brug for at beregne eller blot vise en gasblanding på både tør og våd basis, når en af de indgående gasser er vanddamp ( $H_2O$ ).

Angivelse af en gasblanding på tør basis indebærer blot, at man sætter vandindholdet lig nul og tilpasser de resterende gassers andel således, at summen af disse bliver 1 eller 100 %.

Hvis vi indskrænker til kun af se på gasser på masse- og volumenbasis, gælder fl. formler:

$$Ma_{i,tør} = \frac{Ma_i}{(1 - Ma_{H_2O})} \quad (10.4.1)$$

$$Va_{i,tør} = \frac{Va_i}{(1 - Va_{H_2O})} \quad (10.4.2)$$

**Eksempel 10.4.a (eksempel 10.2.b fortsat)**

I eksempel 10.2.b blev en bestemt fugtig gasblanding angivet på hhv. masse- og volumenbasis til:

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	74,91	77,08
Ilt ( $O_2$ )	22,96	20,68
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,33	0,96
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,80	1,28
Sumkontrol	100,00	100,00

Der ønskes bestemt en gassammensætning på tør basis. Der tages udgangspunkt i massebasis først, og formlerne korrigeres for, at vi kender den procentuelle sammensætning i stedet for masseandelene. Fl. beregninger udføres:

Gasart	Massebasis-våd [%]	Massebasis-tør[%]	Formel
Nitrogen ( $N_2$ )	74,91	75,51	$= \frac{74,91/100}{(1 - 0,80/100)} \cdot 100$
Ilt ( $O_2$ )	22,96	23,15	$= \frac{22,96/100}{(1 - 0,80/100)} \cdot 100$
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,33	1,34	$= \frac{1,33/100}{(1 - 0,80/100)} \cdot 100$
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,80	0,00	definition
Sumkontrol	100,00	100,0	

På lignende vis bestemmes sammensætningen på tør volumenbasis:

Gasart	Volumenbasis-våd [%]	Volumenbasis-tør[%]	Formel
Nitrogen ( $N_2$ )	77,08	78,08	$= \frac{77,08/100}{(1 - 1,28/100)} \cdot 100$
Ilt ( $O_2$ )	20,68	20,95	$= \frac{20,68/100}{(1 - 1,28/100)} \cdot 100$
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	0,96	0,97	$= \frac{0,96/100}{(1 - 1,28/100)} \cdot 100$
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	1,28	0,00	definition
Sumkontrol	100,00	100,0	

Gasblandingen kan nu præsenteres på følgende informative måde:

Gasart	Massebasis-våd [%]	Massebasis-tør [%]	Volumenbasis-våd [%]	Volumenbasis-tør[%]
Nitrogen ( $N_2$ )	74,91	75,51	77,08	78,08
Ilt ( $O_2$ )	22,96	23,15	20,68	20,95
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,33	1,34	0,96	0,97
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,80	0,00	1,28	0,00
Sumkontrol	100,00	100,0	100,00	100,0

## 10.5 Opgaver til kapitel 10

Detaljeret løsningsforslag til de \*-mærkede opgaver er angivet i Appendiks B.

### Opgave 10.1

Jf. hjemmesiden [www.naturgasfakta.dk](http://www.naturgasfakta.dk) er sammensætningen af dansk naturgas i 2017 på kvalitets-målestation Egtved (mol-%) anført til:

Gasser i naturgas		Gennemsnit	Minimum	Maksimum
Metan	CH <sub>4</sub>	89,14	84,99	97,28
Etan	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	5,86	1,29	8,03
Propan	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	2,41	0,52	3,87
I-butan	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0,40	0,09	0,46
N-butan	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0,62	0,14	0,84
I-pentan	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	0,15	0,04	0,18
N-pentan	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	0,11	0,03	0,13
Hexan+	C <sub>6</sub> +	0,06	0,01	0,08
Nitrogen	N <sub>2</sub>	0,31	0,25	0,65
Kuldioxid	CO <sub>2</sub>	0,95	0,22	1,73
Svovlbrinte	H <sub>2</sub> S	2,9 <sup>1</sup>	0,1 <sup>1</sup>	6,6 <sup>1</sup>

<sup>1</sup> OBS! Enheden for svovlbrinte koncentrationen er mg/m<sup>3</sup>n (Hint: m<sup>3</sup>n er dss. Nm<sup>3</sup> dvs. normkubikmeter)

Den aktuelle naturgassammensætning kan ses på [Energinet.dk](http://Energinet.dk)'s hjemmeside

Fl. stofværdier er tillige oplyst på hjemmesiden:

- Densitet ( $\rho$ ) (0 °C, 1 bar): 0,8261 kg/m<sup>3</sup>n
- Varmefylde ( $c_p$ ) (0 °C, 1 bar): 2,040 kJ/kgK
- Dynamisk viskositet ( $\mu$ ) (0 °C, 1 bar):  $10,64 \cdot 10^{-6}$  Pas

For at lette beregningerne kan antages fl. tilpassede sammensætning af naturgassen i [mol-%] med tilhørende stofværdier:

Gasser i naturgas		Gennemsnitlig sammensætning [mol-%]
Metan	CH <sub>4</sub>	89,14
Etan	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	5,86
Propan	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	2,41
I-butan	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0,40
N-butan	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	0,62
I-pentan	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	0,15
N-pentan	C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	0,11
Hexan+ (N-hexan)	C <sub>6</sub> +	0,06
Nitrogen	N <sub>2</sub>	0,31
Kuldioxid	CO <sub>2</sub>	0,94
Svovlbrinte	H <sub>2</sub> S	0
Sum		100,00

<sup>2</sup> (0 °C, 1 bar)    <sup>3</sup> (x=1, 1 bar)

Molvægt (M) [kg/kmol]	Gaskonstant (R) [J/kgK]	Densitet <sup>2</sup> (ρ) [kg/m <sup>3</sup> ]	Varmefylde <sup>2</sup> (c <sub>p</sub> ) [J/kgK]	Dyn. viskositet <sup>2</sup> (μ) [10 <sup>-6</sup> Pas]
16,04	518,2	0,718	2154,6	10,13
30,07	273,8	1,355	1644,0	8,45
64,06	129,8	1,293	1625,0	7,58
58,12	143,0	2,703	1538,0	6,90
58,12	137,0	2,708	1557,0	6,86
72,15	115,2	<sup>3</sup> 3,023	<sup>3</sup> 1723,0	<sup>3</sup> 7,68
72,15	115,2	<sup>3</sup> 2,94	<sup>3</sup> 1762,0	<sup>3</sup> 7,32
86,17	96,49	<sup>3</sup> 3,18	<sup>3</sup> 1901,0	<sup>3</sup> 7,87
28,01	296,8	1,250	1038,7	16,51
44,01	188,9	1,977	816,5	13,60
-	-	-	-	-

På baggrund af den tilpassede gassammensætning:

- 1) Bestem og angiv sammensætningen af naturgassen i masse-% og i volumen-% (ved 0 °C og 1 bar)
- 2) Bestem og eftervis værdierne for densitet, varmefylde og dynamisk viskositet (ved 0 °C og 1 bar)  
(Løsning: Beregnet  $\rho = 0,809 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_p = 2006 \text{ J/kgK}$  og  $\mu = 9,74 \cdot 10^{-6} \text{ Pas}$ )
- 3) Bestem partialtrykket af metan, når naturgassen befinner sig ved atmosfæretrykket (Løsning:  $p_{CH_4} = 0,903 \text{ bara}$ )

## 11.0 Fugtig luft

### 11.1 Introduktion

Atmosfærisk luft indgår som medie i mange tekniske anlæg, idet det er egnet til formålet og (endnu) gratis.

Atmosfærisk luft indeholder ilt ( $O_2$ ), som er forudsætning for f.eks. at forbrænding af fossile brændsler, affald og biomasse kan ske.

Atmosfærisk luft benyttes tillige i klimaanlæg i vore boliger og bygninger. Et klimaanlæg benyttes ikke kun til regulering af temperaturen i boliger og bygninger, idet et klimaanlæg kan være en meget kompleks installation, som kan regulere en eller flere af følgende forhold:

- Temperatur
- Luftfugtighed
- Koncentration af kuldioxyd ( $CO_2$ )
- Koncentration af andre skadelige gasser

Tør atmosfærisk luft er en gasblanding bestående af 75,51 % nitrogen ( $N_2$ ), 23,15 % ilt ( $O_2$ ) og 1,34 % andre gasarter, hvoraf argon (Ar) udgør den væsentligste andel. Procentfordelingen er angivet på massebasis. I det efterfølgende antages, at de 1,34 % andre gasarter opfører sig som ren argon.

Tør atmosfærisk luft blev behandlet i Eksempel 10.1.a, og fordelingen på volumen- og molbasis blev bestemt, hvilket er gengivet i Fig. 11.1.1.

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]	Molbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	75,51	78,08	78,08
Ilt ( $O_2$ )	23,15	20,95	20,95
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,34	0,97	0,97
Sum	100,00	100,00	100,00

**Fig. 11.1.1** Sammensætning af tør atmosfærisk luft på masse-, volumen- og molbasis.

I naturen vil atmosfærisk luft indeholde vand ( $H_2O$ ) på dampform i større eller mindre grad. Mængden af vanddamp i atmosfærisk luft vil være afhængig af tilstedeværelsen af vand og temperatur. I kystnære områder og i troperne kan man finde store indehold af vanddamp i luften.

Isoleret set er vanddamp en bekendt størrelse, idet tilstandsstørrelser i damptabeller blev introduceret i kapitel 3. Hertil blev vand anvendt i kapitel 8 som cirkulerende medie på termiske kraftværker.

Dette kapitel har fokus på at analysere det forhold, at tør atmosfærisk luft forefindes sammen med vanddamp. Hvis sidste sætning læses igen, vil den opmærksomme læser bemærke, at man som tekniker kan betragte den fugtige atmosfæriske luft som to adskilte delstrømme. Man kan som tekniker foretage separate tekniske beregninger på vanddampen og separate tekniske beregninger på den tørre atmosfæriske luft, og herefter supponere (dss. lægge sammen) delresultaterne til det samlede resultat gældende for den fugtige atmosfæriske luft.

Beregningsprincipperne på fugtig luft kan anvendes ækvivalent på fugtig røggas efter en forbrændingsproces. Fugtig røggas indeholder en stor energimængde, som kan genind vindes, hvis vanddampen i røggassen kondenseres til underkølet vand. Princippet benævnes ”røggaskondensering”, og anvendes på mange kedelanlæg for at øge udnyttelsen af energien i et brændsel i større omfang. Dette emne er nærmere præsenteret i kapitel 12.

## 11.2 Tørt og fugtigt flow af luft

I kapitel 10.4 blev angivet beregningsprincipper for at bestemme den procentuelle sammensætning af en gasblanding på både tør og fugtig basis.

Som nævnt i indledningen til dette kapitel kan det beregningsteknisk være en fordel at opdele et flow af fugtig luft i et flow af tør atmosfærisk luft og et flow af vanddamp. Lad os introducere fl. størrelser:

- $\dot{m}_{våd}$  = Massestrøm af den faktiske og fugtige luftmængde i [kg-vådluft/s]
- $\dot{m}_{tør}$  = Massestrøm af den tørre fraktion af  $\dot{m}_{våd}$  i [kg-tørluft/s]
- $\dot{m}_{H2O}$  = Massestrøm af den våde (vanddamp) fraktionen af  $\dot{m}_{våd}$  i [kg-vand/s]

Hvis man ønsker at præcisere, at det er atmosfærisk luft, der regnes på, kan man efter behag substituere:

- $\dot{m}_{våd} = \dot{m}_{l,våd}$
- $\dot{m}_{tør} = \dot{m}_{l,tør}$

Heraf følger fl. matematiske sammenhæng for luftstrømmen:

$$\dot{m}_{våd} = \dot{m}_{tør} + \dot{m}_{H2O} \quad (11.2.1)$$

Kendes masseandelen af vanddamp i den fugtige luft ( $Ma_{H2O}$  med enheden [kg-H<sub>2</sub>O/kg-fugtigluft]) kan en beregningsformel for bestemmelse af hhv. flow af tør luft ( $\dot{m}_{tør}$ ) og flow af vanddamp ( $\dot{m}_{H2O}$ ) opstilles:

$$\dot{m}_{tør} = \dot{m}_{våd} \cdot (1 - Ma_{H2O}) \quad (11.2.2)$$

$$\dot{m}_{H2O} = \dot{m}_{våd} - \dot{m}_{tør} = \dot{m}_{våd} \cdot Ma_{H2O} \quad (11.2.3)$$

### Eksempel 11.2.a

I en ventilationskanal strømmer 11,4 kg/s luft med et vandindhold på 0,6 % på massebasis. Bestem hhv. flow af tør luft i [kg/s] og flow af vanddamp i [kg/s].

Indholdet af vanddamp på 0,6 % på massebasis er ækvivalent med en masseandel vanddamp ( $Ma_{H2O}$ ) på 0,006 jf. kapitel 10.1.

Jf. formel (11.2.2) er flow af tør luft:

$$\dot{m}_{tør} = \dot{m}_{våd} \cdot (1 - Ma_{H2O}) = 11,4 \text{ kg/s} \cdot (1 - 0,006) = 11,332 \text{ kg-tørluft/s}$$

$$\dot{m}_{H2O} = \dot{m}_{våd} \cdot Ma_{H2O} = 11,4 \text{ kg/s} \cdot 0,006 = 0,068 \text{ kg-vand/s}$$

Sumkontrol:  $11,332 + 0,068 = 11,4 \text{ kg-vådluft/s}$

## 11.3 Relativ og absolut fugtighed

Til brug for tekniske beregninger er defineret to måder at angive vandindholdet i luft, nemlig **absolut vandindhold (X)** og **relativ vandindhold ( $\varphi$ )**.

$$X = \frac{\text{masse af vand (damp)}}{\text{masse af tør luft}} = \frac{Ma_{H2O}}{1 - Ma_{H2O}} \quad \text{i [kg-vand/kg-tørluft]} \quad (11.3.1)$$

$$\varphi = \frac{\text{masse af vand (damp)} \cdot 100}{\text{masse af maksimalt indhold af vand (damp)}} \quad \text{i [%]} \quad (11.3.2)$$

Absolut vandindhold burde være dimensionsløs, da det er masse divideret med masse, men for at kunne bruge den korrekt i tekniske beregninger, er det vigtigt at angive enheden som anvist i formel (11.3.1). Reference (nævner i brøken) for definitionen af det absolute vandindhold er masse af tør luft, som er konstant for en givet luftmængde dvs. uafhængig af ekstern manipulation af vandindholdet.

Som følge af definitionen for absolut vandindhold i luft ( $X$ ) kan formel (11.2.1) omskrives til formel (11.3.3):

$$\dot{m}_{våd} = \dot{m}_{tør} + \dot{m}_{H2O} = \dot{m}_{tør} \cdot (1 + X) \quad (11.3.3)$$

Den relative vandindhold ( $\varphi$ ) kan bestemmes som forholdet mellem vanddampens partialtryk for den aktuelle luft ( $p_{H2O}$ ) og vanddampens partialtryk ved mættet tilstand ( $p_{H2O,mæt}$ ) som anført i formel 11.3.4. Bestemmelse af partialtryk for vand (damp) i en gasblanding (luft) blev angivet i kapitel 10.2.

$$\varphi = \frac{p_{H2O} \cdot 100}{p_{H2O,mæt}} \quad i [\%] \quad (11.3.4)$$

Vanddampens partialtryk ved mættet tilstand ( $p_{H2O,mæt}$ ) er afhængig af temperaturen, og kan slås op i Appendiks D5 for "mættet tilstand". Desværre angiver Appendiks D5 trykket i [bara] med kun 3 decimaler, hvorfor opslaget ikke er særligt præcist. EES kan med fordel benyttes, og resultatet kan angives i [Pa].

Alternativt kan formel (11.3.5) benyttes til bestemmelse af vanddampens partialtryk ved mættet tilstand som funktion af temperaturen af den fugtige luft.

$$p_{H2O,mæt} = 611,2 \cdot e^{15,583 \cdot [1 - (\frac{273,16}{T})^{1,2746}]} \quad (11.3.5)$$

Temperaturen i formel (11.3.5) er at forstå som den reelle temperatur for den fugtige luft i [K]. Det kan fortolkes således, at man bestemmer det tryk (mætningstryk), hvor den reelle temperatur er lig dugpunktstemperaturen (hvor dråbedannelse påbegynder) for den fugtige luft.

Vanddampens partialtryk for den aktuelle luft ( $p_{H2O}$ ) kan tolkes således, at det er mætningstrykket, som er sammenhængende med den mætningstemperatur eller dugpunktstemperatur, som kan måles, når en fugtig luft afkøles og der sker/påbegynder dråbedannelse.

Disse begreber vil blive grafisk afbilledet i kapitel 11.6, hvorved de er nemmere at forstå.

Den matematiske sammenhæng mellem det absolut vandindhold ( $X$ ) og relativ vandindhold ( $\varphi$ ) for fugtig luft er angivet i formel (11.3.6).

$$X = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{H2O,mæt}}{p - \varphi \cdot p_{H2O,mæt}} \quad (11.3.6)$$

Hvor "p" er absoluttrykket for den fugtige luft (typisk 101.325 Pa). Specielt for mættet tilstand ( $\varphi = 1$ ) kan formel (11.3.6) reduceres til formel (11.3.7)

$$X_{mæt} = 0,622 \cdot \frac{p_{H2O,mæt}}{p - p_{H2O,mæt}} \quad (11.3.7)$$

**Eksempel 11.3.a**

Der ønskes en bestemmelse af vanddampens partialtryk ved mætningstilstand som funktion af temperaturen ved brug af hhv. formel (11.3.5) og ved brug af funktionskald i EES. Fl. tabel kan genereres:

Temperatur af fugtig luft	K	273,16	283,16	293,16	303,16	313,16	323,16	333,16
Temperatur af fugtig luft	°C	0	10	20	30	40	50	60
$p_{H2O,mæt}$ (formel 11.3.5)	Pa	611	1228	2339	4245	7380	12340	19927
$p_{H2O,mæt}$ (EES)	Pa	612	1229	2341	4249	7389	12359	19957

**Eksempel 11.3.b**

En ingeniør (m/k) skal udsendes for Danida til et sted i troperne, hvor temperaturen og den relative fugtighed er hhv. 40 °C og 100 % i regnsæsonen. Ingeniøren er nervøs ved den høje luftfugtighed, og ønsker at foretage en sammenligning med en typisk dansk sommerdag, hvor temperaturen og den relative fugtighed er hhv. 20 °C og 60 %.

Begge lokaliteter er nær havoverfladen og lufttrykket er 1 atm eller 101.325 Pa.

For troperne (40 °C eller 313,16 K) bestemmes vanddampens partialtryk ved mætningstilstand jf. eksempel 11.3.a eller formel (11.3.5) til 7380 Pa. Ved indsættelse i formel (11.3.7) bestemmes det absolut vandindhold (X) ved mætningstilstanden til

$$X_{mæt} = 0,622 \cdot \frac{p_{H2O,mæt}}{p - p_{H2O,mæt}} = 0,622 \cdot \frac{7380}{101325 - 7380} = 0,0488 \text{ (kg - H}_2\text{O)/(kg - tørluft)}$$

For Danmark (20 °C eller 293,16 K) bestemmes vanddampens partialtryk ved mætningstilstand jf. eksempel 11.3.a eller formel (11.3.5) til 2339 Pa. Ved indsættelse i formel (11.3.6) bestemmes det absolut vandindhold (X) ved en relativ fugtighed på 60 % til

$$X = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{H2O,mæt}}{p - \varphi \cdot p_{H2O,mæt}} = 0,622 \cdot \frac{0,6 \cdot 2339}{101325 - 0,6 \cdot 2339} = 0,0087 \frac{\text{kg - H}_2\text{O}}{\text{kg - tørluft}}$$

Luften i troperne indeholder 5,6 gange så meget vanddamp ( $0,0488/0,0087 = 5,6$ ) i forhold til den danske reference.

Opholdet i troperne er i øvrigt livskritisk, idet en person med en kropstemperatur på ca. 37 °C ikke vil kunne komme af med varme til omgivelser ved køling med luften. Endvidere kan personen heller ikke komme af med varme ved at svede, idet luft ikke kan optage fugten. Konklusion: Sid helt stille eller find et hus med klimaanlæg (air conditioning) eller en pool, som er afkølet i løbet af natten.

## 11.4 Energiindhold i fugtig luft og densitet

### 11.4.1 Entalpi baseret på vægt af den våde fugtige luft

I dette kapitel ønskes bestemt energi i form af entalpi for en våd atmosfærisk luftmængde. Enheden for entalpi er derfor [kJ/kg-vådluft].

Som nævnt i kapitel 11.1 kan man betragte fugtig atmosfærisk luft som to separate delmængder, nemlig tør atmosfærisk luft og vand ( $H_2O$ ) i form af vanddamp. Man kan udføre separate tekniske beregninger på den tørre luft og separate beregninger på vanddampen, og herefter supponere (dss. lægge sammen) delresultaterne til det samlede resultat gældende for den fugtige atmosfæriske luft.

Entalpi for fugtig luft ( $h_{l,våd}$ ) kan beregnes som entalpi af tør luft ( $h_{l,tør}$ ) plus entalpi af vanddamp ( $h_{H2O}$ ), som udtrykt i formel (11.4.1.1).

$$h_{l,våd} = (1 - Ma_{H2O}) \cdot h_{l,tør} + Ma_{H2O} \cdot h_{H2O} \quad \text{i [kJ/kg-vådluft]} \quad (11.4.1.1)$$

For reelle gasser er entalpien afhængig af både temperatur og tryk. Reference for entalpi er valgt til 0 °C, hvor entalpien sættes til 0,0.

Benyttes formel (3.5.4) kan entalpi for tør atmosfærisk luft udtrykkes som i formel (11.4.1.2).

$$h_{l,tør} = c_{p,l,tør}(p, T) \cdot T \quad (11.4.1.2)$$

Som fremhævet i kapitel 10.2 skal man principielt benytte den tørre atmosfæriske lufts partialtryk og den aktuelle temperatur for den fugtige luft ved opslag af den specifikke varmekapacitet. I mange praktiske beregninger kan man med en rimelig nøjagtighed benytte det samlede tryk for den fugtige luft (f.eks. 1 atm), hvilket kan erkendes af Appendiks D3, da den specifikke varmekapacitet ved 0 °C og 1,013 bara er 1,004 kJ/kgK og ved 0 °C og 2 bara er 1,008 kJ/kgK.

For opslag af den specifikke varmekapacitet for tør atmosfærisk luft til tekniske beregninger kan man således og med rimelig nøjagtighed benytte Appendiks D3 og den tabel som gælder for trykket lig 1 atm, hvis der er tale om luftbehandlingsanlæg, hvor trykket er i intervallet 1 atm. +/- 10 %.

For vanddampen vedkommende kan man at anvende damptabellerne i Appendiks D5 direkte, men trykket skal sættes lig vanddampens partialtryk ( $p_{H_2O}$ ), som indikeret i formel (11.4.1.3)

$$h_{H_2O} = h(p_{H_2O}, T) \quad (11.4.1.3)$$

Referencen for entalpi ( $h = 0,0$ ) for vanddamp i Appendiks D5 er 0 °C, hvorfor man trykt kan anvende denne. Ved brug af andre kilder skal dette forhold verificeres.

#### **Eksempel 11.4.1.a**

For den fugtige luft i eksempel 10.2.b haves fl. fugtige luft.

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	74,91	77,08
ilt ( $O_2$ )	22,96	20,68
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,33	0,96
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,80	1,28
Sumkontrol	100,00	100,00

Ved et tryk på 101325 Pa for den fugtige luft blev partialtrykket for vanddamp ( $H_2O$ ) under antagelse af at vanddamp er en idealgas bestemt til:

$$p_{H_2O} = p_{mix} \cdot V_a_{H_2O} = 101325 \text{ Pa} \cdot 0,0128 = 1297 \text{ Pa}$$

I dette eksempel forefindes den våde atmosfæriske luft ved 101325 Pa og 35 °C, og der ønskes bestemt:

1. Absolut og relativ fugtighed
2. Entalpi

Ad 1.:

Absolut fugtighed findes af formel (11.3.1) til:

$$X = \frac{\text{masse af vand (damp)}}{\text{masse af tør luft}} = \frac{100 \cdot Ma_{H_2O}}{(100 - 100 \cdot Ma_{H_2O})} = \frac{0,80}{100 - 0,80} = 0,00806 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$$

Partialtryk ved mætningstilstand findes af formel (11.3.5):

$$p_{H_2O,mæt} = 611,2 \cdot e^{15,583 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{273,16}{T} \right)^{1,2746} \right]} = 611,2 \cdot e^{15,583 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{273,16}{273,16+35} \right)^{1,2746} \right]} = 5626 \text{ Pa}$$

Relativ fugtighed findes af formel (11.3.4):

$$\varphi = \frac{p_{H_2O} \cdot 100}{p_{H_2O, mæt}} = \frac{1297 \cdot 100}{5626} = 23,1\%$$

Ad. 2:

Entalpi af fugtig luft bestemmes af formel (11.4.1.1) med indsatte udtryk fra formlerne (11.4.1.2) – (11.4.1.3):

$$\begin{aligned} h_{l,våd} &= (1 - Ma_{H_2O}) \cdot h_{l,tør} + Ma_{H_2O} \cdot h_{H_2O} \\ h_{l,våd} &= (1 - Ma_{H_2O}) \cdot c_{p,l,tør}(p, T) \cdot T + Ma_{H_2O} \cdot h(p_{H_2O}, T) \\ h_{l,våd} &= (1 - 0,008) \cdot c_{p,l,tør}(101325 Pa, 35°C) \cdot 35°C + Ma_{H_2O} \cdot h(1297 Pa, 35°C) \\ h_{l,våd} &= (1 - 0,008) \cdot 1,006 kJ/kg°C \cdot 35°C + 0,008 \cdot 2566,2 kJ/kg \\ h_{l,våd} &= 55,4 \text{ kJ/kg-vådluft} \end{aligned}$$

Hvor,

$c_{p,l,tør}(101325 Pa, 35°C)$  for tør atmosfærisk luft er bestemt fra Appendiks D3, og  $h(1297 Pa, 35°C)$  for vanddamp er bestemt i EES.

#### Eksempel 11.4.1.b

Skal man bestemme den specifikke varmefylde for den fugtige luft i eksempel 11.4.1.a, så skal man passe på at gøre det rigtigt. Man må ikke bare dividere entalpi med temperatur, men man skal dividere en entalpiforskel med den temperaturforskell, som ligge til grund for entalpiforskellen som defineret i formel (3.5.2).

$$c_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \cong \frac{\Delta h}{\Delta T}$$

Fra eksempel 11.4.1.a har vi entalpi ved 35 °C ved den nævnte fugtige luft, og for 40 °C kan den bestemmes til 60,5 kJ/kg-vådluft.

$$\begin{aligned} h_{l,våd}(35°C) &= 55,46 \text{ kJ/kg-vådluft} \\ h_{l,våd}(40°C) &= 60,52 \text{ kJ/kg-vådluft} \end{aligned}$$

$$c_p \cong \frac{\Delta h}{\Delta T} = \frac{(60,52 - 55,46) \text{ kJ/kg}}{(40 - 35) \text{ K}} = 1,020 \text{ kJ/kgK}$$

Det bemærkes, at et øget vandindhold i en fugtig luft øger den specifikke varmekapacitet, hvilket erkendes at, at den specifikke varmekapacitet for tør luft er 1,006 kJ/kgK ved samme temperaturforhold.

#### 11.4.2 Entalpi baseret på vægt af den tørre luft andel af den fugtige luft

I dette kapitel ønskes bestemt energi i form af entalpi for en våd atmosfærisk luftmængde, men baseret på vægten af den tørre luftmængde og enheden for entalpi er derfor [kJ/kg-tørluft].

Der benyttes en lidt anden tilgangsvinkel, som fremgår af nedenstående. Tilgangsvinklen er dog almindeligt anerkendt til praktiske ingeniørmæssige beregninger på klimaanlæg til boliger.

Entalpi for fugtig luft ( $h_{l,1+x}$ ), men med basis for den tørre luftandel, kan beregnes som entalpi af tør luft plus entalpi af vanddamp, som udtrykt i formel (11.4.2.1).

$$h_{l,1+x} = c_{p,l,tør}(p, T) \cdot T + X \cdot [c_{p,damp}(p, T) \cdot T + r_0] \quad i [\text{kJ/kg-tørluft}] \quad (11.4.2.1)$$

Som det ses af formel (11.4.2.1) er reference for entalpi er valgt til 0 °C, og mættet væsketilstand (dampandel: x = 0). For yderligere at forenkle beregningerne defineres en række konstanter:

$$\begin{aligned} c_{p,l,tør}(p, T) &= 1,006 \text{ kJ/kgK} \\ c_{p,damp}(p, T) &= 1,86 \text{ kJ/kgK} \end{aligned} \quad (11.4.2.2)$$

$$r_0 = 2501 \text{ kJ/kgK}$$

I og med at der er benyttet en række konstanter, som gælder omkring atmosfæretrykket og 0 °C, anbefales det, at metoden kun benyttes i simple klimaanlæg, hvor trykket er tæt på atmosfæretrykket og temperatur i intervallet 0 – 40 °C.

**Eksempel 11.4.2.a**

For den fugtige luft i eksempel 11.4.1.a bestemmes entalpi ved formel (11.4.2.1) ved indsættelse af konstanterne i formel (11.4.2.2):

$$\begin{aligned} h_{l,1+X} &= c_{p,l,tør}(p, T) \cdot T + X \cdot [c_{p,damp}(p, T) \cdot T + r_0] \\ h_{l,1+X} &= 1,006 \cdot 35 + 0,00806 \cdot [1,86 \cdot 35 + 2501] \\ h_{l,1+X} &= 55,9 \text{ kJ/kg-tørluft} \end{aligned}$$

Kan resultaterne i eksemplerne 11.4.1.a og 11.4.2.a sammenlignes? Nej ikke før der er sket en korrektion for forskellen i enheden, og formel 11.2.2 kan benyttes:

$$h_{l,våd} = h_{l,1+X} \cdot \frac{\dot{m}_{tør}}{\dot{m}_{våd}} = h_{l,1+X} \cdot (1 - Ma_{H2O}) = 55,9 \cdot (1 - 0,008) = 55,4 \text{ kJ/kg-vådluft}$$

Samme resultat, som i eksempel 11.4.1.a!

**11.4.3 Densitet ( $\rho$ ) for fugtige luft som funktion af den absolute fugtighed ( $X$ )**

Densitet for tør atmosfærisk luft ved normtilstanden (101325 Pa, 0 °C) er 1,294 kg/Nm³ ( $\rho_{(0^{\circ}\text{C}, 101325\text{Pa}, tør)}$ ). Kendes den absolute fugtighed ( $X$ ) kan densitet for den fugtige luft ved normtilstanden ( $\rho_{(0^{\circ}\text{C}, 101325\text{Pa}, X)}$ ) bestemmes af formel (11.4.3.1).

$$\rho_{(0^{\circ}\text{C}, 101325\text{Pa}, X)} = \rho_{(0^{\circ}\text{C}, 101325\text{Pa}, tør)} \cdot \frac{(1+X)}{(1+1,609 \cdot X)} \quad (11.4.3.1)$$

Ønskes densiteten bestemt ved en anden tilstand (f.eks. y °C og z Pa, hvor trykket (z) angives som et absoluttryk) end normtilstanden benyttes formel (11.4.3.2), som er udledt fra idealgasligningen.

$$\rho_{(y^{\circ}\text{C}, z \text{ Pa})} = \rho_{(0^{\circ}\text{C}, 101325\text{Pa}, X)} \cdot \frac{(273)}{(273+y)} \cdot \frac{(z)}{(101325)} \quad (11.4.3.2)$$

## 11.5 Masse- og energi bevarelse i knudepunkter

I kapitel 5.4 blev opstillet en række kriterier for et knudepunkt, og der kunne efterfølgende opstilles to ligninger med to ubekendte – en ligning som beskrev massebevarelse og en ligning som beskrev energibevarelse. Disse ligninger er stadig gældende for et knudepunkt, som involvere fugtig luft.

Imidlertid kan vi opstille yderligere en ligning, som baserer sig på at der tillige skal ske massebevarelse af vand eller vanddamp. Dette er anført i Fig. 11.5.1, hvor der benyttes kg-vådluft som basis dvs. bla. entalpi fra kapitel 11.4.1. Ligningerne kan selvfølgelig også opstilles med basis i enheden kg-tørluft.

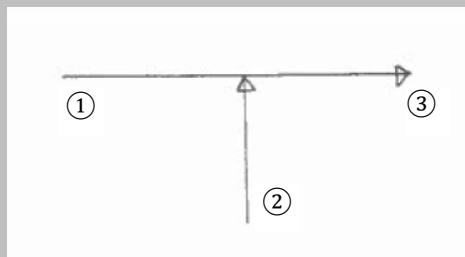
Knudepunkt	Varme i [J]	Effekt i [W]
III. Massebevarelse <b>(tør masse)</b>	$\sum_{i=0}^m (m_{t\ddot{o}r,i})_{ind} = \sum_{i=0}^n (m_{t\ddot{o}r,i})_{ud}$	$\sum_{i=0}^m (\dot{m}_{t\ddot{o}r,i})_{ind} = \sum_{i=0}^n (\dot{m}_{t\ddot{o}r,i})_{ud}$
II. Massebevarelse <b>(vand/damp)</b>	$\sum_{i=0}^m (m_{H2O,i})_{ind} = \sum_{i=0}^n (m_{H2O,i})_{ud}$	$\sum_{i=0}^m (\dot{m}_{H2O,i})_{ind} = \sum_{i=0}^n (\dot{m}_{H2O,i})_{ud}$
III. Energibevarelse	$\sum_{i=0}^m (m_{v\ddot{a}d,i} \cdot h_{l,v\ddot{a}d,i})_{ind} = \sum_{i=0}^n (m_{v\ddot{a}d,i} \cdot h_{l,v\ddot{a}d,i})_{ud}$	$\sum_{i=0}^m (\dot{m}_{v\ddot{a}d,i} \cdot h_{l,v\ddot{a}d,i})_{ind} = \sum_{i=0}^n (\dot{m}_{v\ddot{a}d,i} \cdot h_{l,v\ddot{a}d,i})_{ud}$

**Fig. 11.5.1** Formler for knudepunktsberegning for fugtig luft (entalpi i enheden kJ/kg-vådluft)

De tre formler under f.eks. "effekt" i Fig. 11.5.1 åbner mulighed for at bestemme tre ubekendte. For det simple knudepunkt, hvor to forskellige luftflows blandes to ét luftflow, er behandlet i Eksempel 11.5.a.

#### Eksempel 11.5.a

Der skal blandes to luftstrømme til en luftstrøm, hvilket kendes vel fra klimaanlæg i bygninger.



Fl. er givet:

Luftstrøm ① (fra eksempel 10.2.b og 11.4.1.a):

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	74,91	77,08
Ilt ( $O_2$ )	22,96	20,68
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,33	0,96
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,80	1,28
Sumkontrol	100,00	100,00

Resultater fra eksemplerne 10.2.b og 11.4.1.a plus øvrige forudsætninger:

$$\dot{m}_{l,v\ddot{a}d,1} = 1 \text{ kg/s}$$

$$T_1 = 35^\circ\text{C}$$

$$p_1 = 101325 \text{ Pa}$$

$$p_{H2O,1} = 1297 \text{ Pa}$$

$$X_1 = 0,00806 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$$

$$p_{H2O,mæt,1} = 5626 \text{ Pa}$$

$$\varphi_1 = 23,1 \%$$

$$h_{l,v\ddot{a}d,1} = 55,46 \text{ kJ/kg-vådluft}$$

Luftstrøm ②:

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	75,17	77,51
Ilt ( $O_2$ )	23,05	20,81
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,33	0,96
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,45	0,72
Sumkontrol	100,00	100,00

Der bestemmes (se eksemplerne 10.2.b og 11.4.1.a for procedurer):

$$\dot{m}_{l,v\ddot{a}d,2} = 0,5 \text{ kg/s}$$

$$T_2 = 10^\circ\text{C}$$

$$p_2 = 101325 \text{ Pa}$$

$$p_{H2O,2} = p_{mix} \cdot Va_{H2O} = 101325 \text{ Pa} \cdot 0,0072 = 730 \text{ Pa}$$

$$X_2 = \frac{\text{masse af vand (damp)}}{\text{masse af tør luft}} = \frac{100 \cdot Ma_{H2O}}{(100 - 100 \cdot Ma_{H2O})} = \frac{0,45}{100 - 0,45} = 0,00452 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$$

$$p_{H2O,mæt,2} = 611,2 \cdot e^{15,583 \cdot \left[1 - \left(\frac{273,16}{T}\right)^{1,2746}\right]} = 611,2 \cdot e^{15,583 \cdot \left[1 - \left(\frac{273,16}{(273,16+10)}\right)^{1,2746}\right]} = 1228 \text{ Pa}$$

$$\varphi_2 = \frac{p_{H2O} \cdot 100}{p_{H2O,mæt}} = \frac{730 \cdot 100}{1228} = 59,4 \%$$

$$h_{l,v\ddot{a}d,2} = (1 - Ma_{H2O,2}) \cdot h_{l,t\ddot{o}r,2} + Ma_{H2O,2} \cdot h_{H2O,2}$$

$$h_{l,v\ddot{a}d,2} = (1 - Ma_{H2O,2}) \cdot c_{p,l,t\ddot{o}r,2}(p_2, T_2) \cdot T_2 + Ma_{H2O,2} \cdot h(p_{H2O,2}, T_2)$$

$$h_{l,v\ddot{a}d,2} = (1 - 0,0045) \cdot c_{p,l,t\ddot{o}r,2}(101325 \text{ Pa}, 10^\circ\text{C}) \cdot 10^\circ\text{C} + Ma_{H2O,2} \cdot h(730 \text{ Pa}, 10^\circ\text{C})$$

$$h_{l,v\ddot{a}d,2} = (1 - 0,0045) \cdot 1,004 \text{ kJ/kg°C} \cdot 10^\circ\text{C} + 0,0045 \cdot 2519,6 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{l,v\ddot{a}d,2} = 21,33 \text{ kJ/kg-vådluft}$$

For et simpelt knudepunkt som vist på ovenstående figur kan tre ligninger med tre ubekendte opstilles:

**Ad ligning I:**

$$\dot{m}_{l,t\ddot{o}r,1} + \dot{m}_{l,t\ddot{o}r,2} = \dot{m}_{l,t\ddot{o}r,3}$$

↓

$$\dot{m}_{l,v\ddot{a}d,1} \cdot (1 - Ma_{H2O,1}) + \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,2} \cdot (1 - Ma_{H2O,2}) = \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,3} \cdot (1 - Ma_{H2O,3})$$

**Ad ligning II:**

$$\dot{m}_{H2O,1} + \dot{m}_{H2O,2} = \dot{m}_{H2O,3}$$

↓

$$\dot{m}_{l,v\ddot{a}d,1} \cdot Ma_{H2O,1} + \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,2} \cdot Ma_{H2O,2} = \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,3} \cdot Ma_{H2O,3}$$

**Ad ligning III:**

$$\dot{m}_{l,v\ddot{a}d,1} \cdot h_{l,v\ddot{a}d,1} + \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,2} \cdot h_{l,v\ddot{a}d,2} = \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,3} \cdot h_{l,v\ddot{a}d,3}$$

↓

$$\dot{m}_{l,v\ddot{a}d,1} \cdot h_{l,v\ddot{a}d,1} + \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,2} \cdot h_{l,v\ddot{a}d,2} = \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,3} \cdot [(1 - Ma_{H2O,3}) \cdot c_{p,l,t\ddot{o}r,3}(p_3, T_3) \cdot T_3 + Ma_{H2O,3} \cdot h(p_{H2O,3}, T_3)]$$

Her vælges der den nemme løsning, og indfører konstanterne fra kapitel 11.4.2 (vi kunne godt løse det, men....):

$$\dot{m}_{l,v\ddot{a}d,1} \cdot h_{l,v\ddot{a}d,1} + \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,2} \cdot h_{l,v\ddot{a}d,2} = \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,3} \cdot [(1 - Ma_{H2O,3}) \cdot c_{p,l,t\ddot{o}r,3}(p_3, T_3) \cdot T_3 + Ma_{H2O,3} \cdot (c_{p,damp}(p, T) \cdot T + r_0)]$$

↓

$$\dot{m}_{l,v\ddot{a}d,1} \cdot h_{l,v\ddot{a}d,1} + \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,2} \cdot h_{l,v\ddot{a}d,2} = \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,3} \cdot [(1 - Ma_{H2O,3}) \cdot 1,006 \cdot T_3 + Ma_{H2O,3} \cdot (1,86 \cdot T_3 + 2501)]$$

**Ligningerne I – III opsummeres, og der sættes kendte størrelser ind:**

$$\dot{m}_{l,v\ddot{a}d,1} \cdot (1 - Ma_{H2O,1}) + \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,2} \cdot (1 - Ma_{H2O,2}) = \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,3} \cdot (1 - Ma_{H2O,3})$$

$$\dot{m}_{l,v\ddot{a}d,1} \cdot Ma_{H2O,1} + \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,2} \cdot Ma_{H2O,2} = \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,3} \cdot Ma_{H2O,3}$$

$$\dot{m}_{l,v\ddot{a}d,1} \cdot h_{l,v\ddot{a}d,1} + \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,2} \cdot h_{l,v\ddot{a}d,2} = \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,3} \cdot [(1 - Ma_{H2O,3}) \cdot 1,006 \cdot T_3 + Ma_{H2O,3} \cdot (1,86 \cdot T_3 + 2501)]$$

↓

$$1,0 \text{ kg/s} \cdot (1 - 0,008) + 0,5 \text{ kg/s} \cdot (1 - 0,0045) = \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,3} \cdot (1 - Ma_{H2O,3})$$

$$1,0 \text{ kg/s} \cdot 0,008 + 0,5 \text{ kg/s} \cdot 0,0045 = \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,3} \cdot Ma_{H2O,3}$$

$$1,0 \text{ kg/s} \cdot 55,46 \text{ kJ/kg} + 0,5 \text{ kg/s} \cdot 21,33 \text{ kJ/kg} = \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,3} \cdot [(1 - Ma_{H2O,3}) \cdot 1,006 \cdot T_3 + Ma_{H2O,3} \cdot (1,86 \cdot T_3 + 2501)]$$

Vi ender med 3 ligninger med tre ubekendte ( $\dot{m}_{l,v\ddot{a}d,3}$  og  $Ma_{H2O,3}$  og  $T_3$ ). Vi ved også, at ( $\dot{m}_{l,v\ddot{a}d,3} = \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,1} + \dot{m}_{l,v\ddot{a}d,2} = 1,0 + 0,5 = 1,5 \text{ kg/s}$ ), og dette indsættes:

$$1,0 \text{ kg/s} \cdot (1 - 0,008) + 0,5 \text{ kg/s} \cdot (1 - 0,0045) = 1,5 \text{ kg/s} \cdot (1 - Ma_{H2O,3})$$

$$1,0 \text{ kg/s} \cdot 0,008 + 0,5 \text{ kg/s} \cdot 0,0045 = 1,5 \text{ kg/s} \cdot Ma_{H2O,3}$$

$$1,0 \text{ kg/s} \cdot 55,46 \text{ kJ/kg} + 0,5 \text{ kg/s} \cdot 21,33 \text{ kJ/kg} = 1,5 \text{ kg/s} \cdot [(1 - Ma_{H2O,3}) \cdot 1,006 \cdot T_3 + Ma_{H2O,3} \cdot (1,86 \cdot T_3 + 2501)]$$

**Løsningen bliver da:**

$$\dot{m}_{l,vad,3} = 1,5 \text{ kg/s}$$

$$T_3 = 26,68^\circ\text{C}$$

$$Ma_{H2O,3} = 0,0068$$

Samlet luftsammensætning bestemmes:

Gasart	Tør massebasis [%]	Våd massebasis [%]	Formel	Våd massebasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	75,51	?	$75,51 * (1 - 0,0068)$	75,00
Ilt ( $O_2$ )	23,15	?	$23,15 * (1 - 0,0068)$	22,99
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,34	?	$1,34 * (1 - 0,0068)$	1,33
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,00	0,0068	$0,0068 * 100$	0,68
Sumkontrol	100,00	100,00		100,00

Herefter kunne man lave alle beregninger på denne blandede luftstrøm jf. eksemplerne 10.2.b og 11.4.1.a, som angivet nedenstående:

Gasart	Massebasis [-]	$R_i [\text{J/kgK}]$	$\sum_{i=1}^n Ma_i \cdot R_{i,i}$	$Va_i = \frac{Ma_i \cdot R_{i,i}}{\sum_{i=1}^n Ma_i \cdot R_{i,i}}$	Volumenbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	0,7500	296,8	222,600	0,7740	77,40
Ilt ( $O_2$ )	0,2299	259,8	59,728	0,2076	20,76
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	0,0133	208,1	2,168	0,0075	0,75
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,0068	461,5	3,138	0,0109	1,09
Sum (kontrol)	1,0000		287,634	1,0000	100,00

Summeret giver det fl. luftsammensætning:

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	75,00	77,40
Ilt ( $O_2$ )	22,99	20,76
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,33	0,75
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,68	1,09
Sumkontrol	100,00	100,00

Ved et tryk på 101325 Pa for den fugtige luft kan partialtrykket for vanddamp ( $H_2O$ ) under antagelse af at vanddamp er en idealgas bestemes til:

$$p_{H2O,3} = p_{mix} \cdot Va_{H2O,3} = 101325 \text{ Pa} \cdot 0,0109 = 1104 \text{ Pa}$$

Absolut fugtighed findes af formel (11.3.1) til:

$$X_3 = \frac{\text{masse af vand (damp)}}{\text{masse af tør luft}} = \frac{100 \cdot Ma_{H2O}}{(100 - 100 \cdot Ma_{H2O})} = \frac{0,68}{100 - 0,68} = 0,0068 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$$

Partialtryk ved mætningstilstand findes af formel (11.3.5):

$$p_{H2O,mæt,3} = 611,2 \cdot e^{15,583 \left[ 1 - \left( \frac{273,16}{T} \right)^{1,2746} \right]} = 611,2 \cdot e^{15,583 \left[ 1 - \left( \frac{273,16}{(273,16 + 26,68)} \right)^{1,2746} \right]} = 3501 \text{ Pa}$$

Relativ fugtighed findes af formel (11.3.4):

$$\varphi_3 = \frac{p_{H2O} \cdot 100}{p_{H2O,mæt}} = \frac{1104 \cdot 100}{3501} = 31,53 \%$$

Entalpi af fugtig luft bestemmes af formel (11.4.1.1) med indsatte udtryk fra formlerne (11.4.1.2) – (11.4.1.3):

$$h_{l,vad,3} = (1 - Ma_{H2O,3}) \cdot h_{l,tør,3} + Ma_{H2O,3} \cdot h_{H2O,3}$$

$$h_{l,vad,3} = (1 - Ma_{H2O,3}) \cdot c_{p,l,tør,3}(p, T_3) \cdot T + Ma_{H2O,3} \cdot h(p_{H2O,3}, T_3)$$

$$h_{l,vad,3} = (1 - 0,0068) \cdot c_{p,l,tør,3}(101325 \text{ Pa}, 26,68^\circ\text{C}) \cdot 26,68^\circ\text{C} + 0,0068 \cdot h(1104 \text{ Pa}, 26,68^\circ\text{C})$$

$$h_{l,vad,3} = (1 - 0,0068) \cdot 1,005 \text{ kJ/kg°C} \cdot 26,68^\circ\text{C} + 0,0068 \cdot 2550,4 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{l,våd,3} = 43,97 \text{ kJ/kg-vådluft}$$

Hvor,

$c_{p,l,tør}$  (101325 Pa, 26,63°C) for tør atmosfærisk luft er bestemt fra Appendiks D3, og  $h$  (1104 Pa, 26,68°C) for vanddamp er bestemt i EES.

Blandingsluftstrømmen er nu fuldstændig termodynamisk kendt.

## 11.6 Molliere diagram

Som det fremgår af kapitel 11.5 er det meget omfangsrigt at foretage beregninger på fugtig luft. Nogle af disse beregninger kan gøres ved hjælp af et diagram benævnt et **"Molliere diagram"** eller et **T-X diagram** dvs. med temperaturen (T) på y-aksen og den absolute fugtighed (X) på x-aksen samt kurvesværme for entalpi og relativ fugtighed. Endvidere kan mætningsstryk for en given temperatur aflæses.

Det skal fremhæves, at et **Molliere diagram er lavet for et bestemt tryk f.eks. 101325 Pa**. Er trykket anderledes, skal et nyt diagram konstrueres.

Visse udgaver af Molliere diagrammet er lavet som et h-X diagram.

I dette kapitel vil T-X versionen af Molliere diagrammet blive konstrueret. Formler resumeres ved procedure beskrevet i Fig. 11.6.1.

Ønsket størrelse	Formel	Formel reference
<b>Input:</b> $p = 101325 \text{ Pa}$ $X \text{ i } [\text{kg-H}_2\text{O}/\text{kg-tørluft}]$ $\varphi$ lader vi løber i intervallet [0; 100] % med spring på 10 %.		
<b><math>p_{H2O,mæt}</math></b> Tryk, hvis temperatur af den våde luft er lig dugpunktstemperaturen	$X = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{H2O,mæt}}{p - \varphi \cdot p_{H2O,mæt}}$	(11.3.6)
<b><math>p_{H2O} = p_d</math></b> Mætningstryk svarende til dugpunktstemperaturen for den våde luft	$\varphi = \frac{p_{H2O} \cdot 100}{p_{H2O,mæt}}$	(11.3.4)
<b>T</b> Temperatur af den våde luft	$p_{H2O,mæt} = 611,2 \cdot e^{15,583 \cdot \left[1 - \left(\frac{273,16}{T}\right)^{1,2746}\right]}$ (Iteration nødvendig)	(11.3.5)
<b><math>T_d</math></b> Dugpunktstemperatur for den våde luft	$p_{H2O} = p_d = 611,2 \cdot e^{15,583 \cdot \left[1 - \left(\frac{273,16}{T_d}\right)^{1,2746}\right]}$ (Iteration nødvendig)	(11.3.5)
<b><math>h_{l,1+X}</math></b> Entalpi for den våde luft i enheden [ $\text{kg-H}_2\text{O}/\text{kg-tørluft}$ ]	$h_{l,1+X} = c_{p,l,tør}(p, T) \cdot T + X \cdot [c_{p,damp}(p, T) \cdot T + r_0]$ $c_{p,l,tør}(p, T) = 1,006 \text{ kJ/kgK}$ $c_{p,damp}(p, T) = 1,86 \text{ kJ/kgK}$ $r_0 = 2501 \text{ kJ/kgK}$ $\downarrow$ $h_{l,1+X} = 1,006 \cdot T + X \cdot [1,86 \cdot T + 2501]$ Der kan optegnes isentalper separat, idet de udgør en ret linje i T-X diagrammet.	(11.4.2.1) (11.4.2.2)

Fig. 11.6.1 Procedure for at etablere et Molliere diagram gældende for atmosfæretrykket ( $p = 101325 \text{ Pa}$ )

På basis af resultatet er Molliere diagrammet i Fig. 11.6.2 optegnet. Da det har været svært at finde et egnet tegneprogram er diagrammet udført som et redigeret håndtegnet diagram.

**Eksempel 11.6.a**

For den fugtige luft i pkt. 2 i eksempel 11.5.a var givet fl. data:

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	75,17	77,51
ilt ( $O_2$ )	23,05	20,81
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,33	0,96
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,45	0,72
Sumkontrol	100,00	100,00

$$p_2 = 101325 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 10^\circ\text{C}$$

$$p_{H_2O,2} = 730 \text{ Pa}$$

$$X_2 = 0,00452 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$$

$$p_{H_2O,mæt,2} = 1228 \text{ Pa}$$

$$\varphi_2 = 59,4 \%$$

$$h_{l,våd,2} = 21,33 \text{ kJ/kg-vådluft}$$

$$h_{l,1+X,2} = \frac{h_{l,våd,2}}{1-Ma_{H_2O}} = \frac{21,33}{1-0,0045} = 21,43 \text{ kJ/kg-tørluft}$$

På Molliere diagrammet i Fig. 11.6.3 er indtegnet, hvorledes disse størrelser tegnes og aflæses.

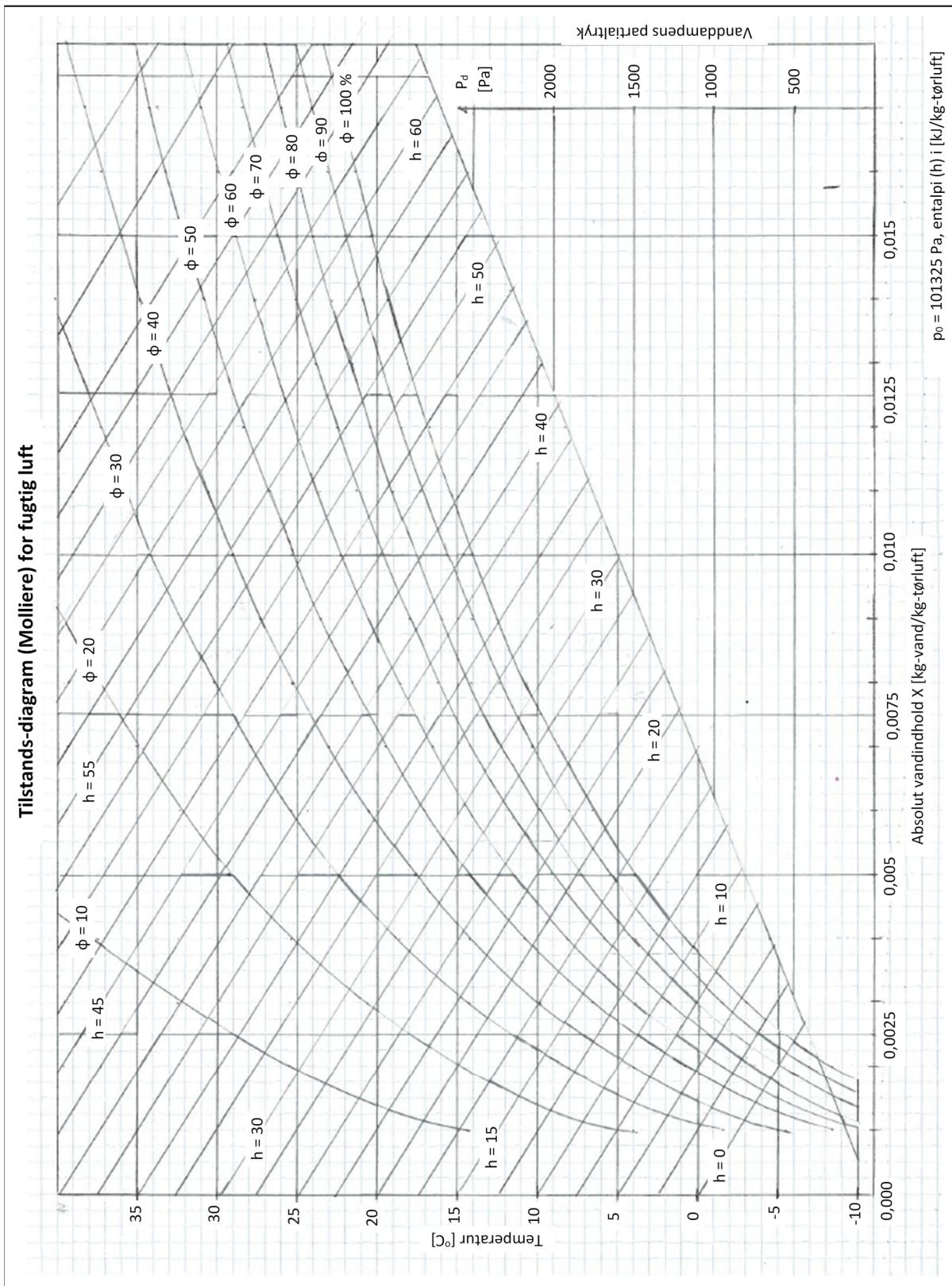
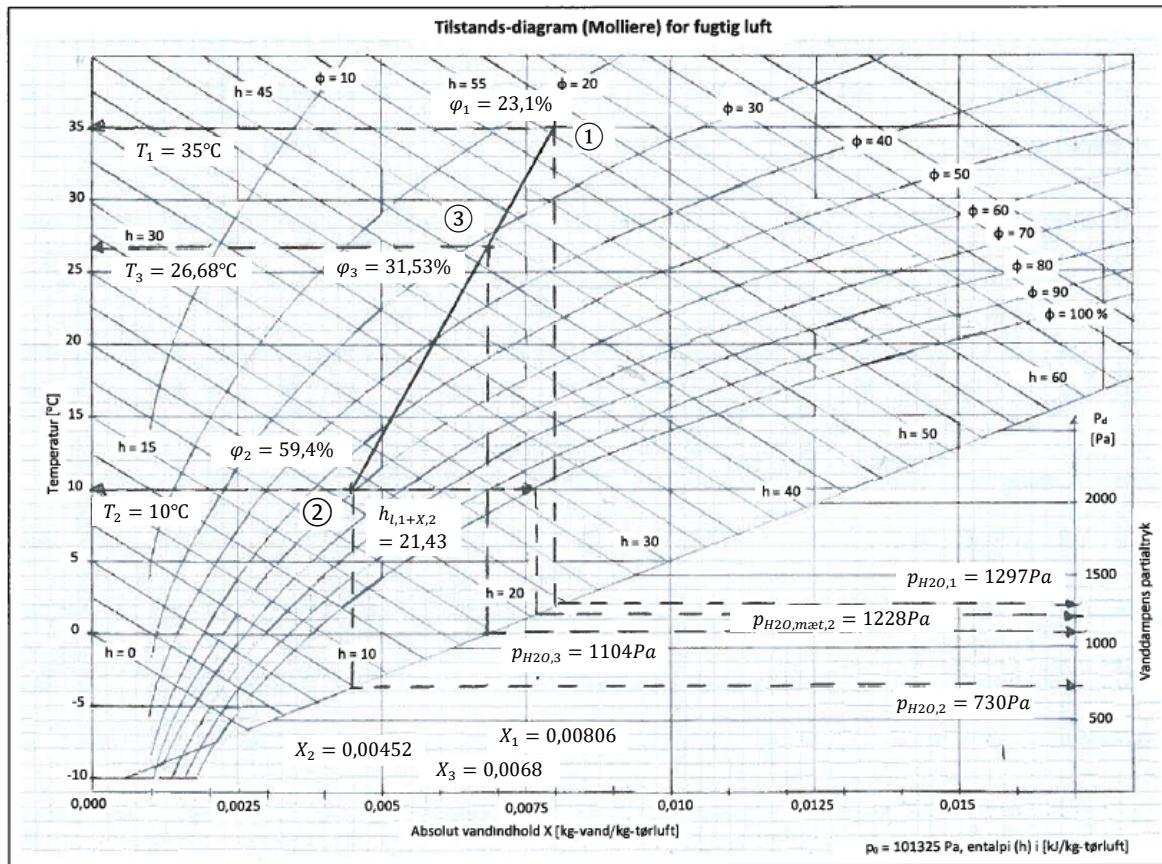


Fig. 11.6.2 Molliere diagram gældende for atmosfæretrykket ( $p = 101325 \text{ Pa}$ )



Bemærk!

- Vanddampens partialtryk ved mættet tilstand ( $p_{H2O,mæt}$ ) i pkt. 2 aflæses, idet man går vandret fra pkt. 2 indtil man rammer ( $\varphi = 100\%$ ) – kurven. Herefter tegnes en lodret streg ned til den skrål linje, og i skæringspunktet kan partialtrykket aflæses i vandret retning på trykaksen til 1228 Pa.
- Vanddampens partialtryk for den aktuelle luft ( $p_{H2O}$ ) i pkt. 2 aflæses, idet man går lodret ned til den skrål linje, og i skæringspunktet kan partialtrykket aflæses i vandret retning på trykaksen til 730 Pa.
- Når man blander to fugtige luftstrømme, vil blandingspunktet altid ligge et sted på den rette linje, som kan trækkes mellem tilstanden for de to luftstrømme indtegnet i et Molliere diagram.

**Fig. 11.6.3** Molliere diagram gældende for atmosfæretrykket ( $p = 101325 \text{ Pa}$ ) med udvalgte data fra Eksemplerne 11.5.a og 11.6.a

## 11.7 Opvarmning og afkøling af fugtig luft – sensibel energiændring alene

Når et flow af fugtig luft opvarmes eller afkøles er det at betragte som en procesændring for et åbent system, hvor der hhv. tilføres og afgives en varmeeffekt. Da trykket er konstant er det en isobariske proces. Fra Fig. 5.3.1 hentes formlen for varmeudveksling, som anført i formel 11.7.1.

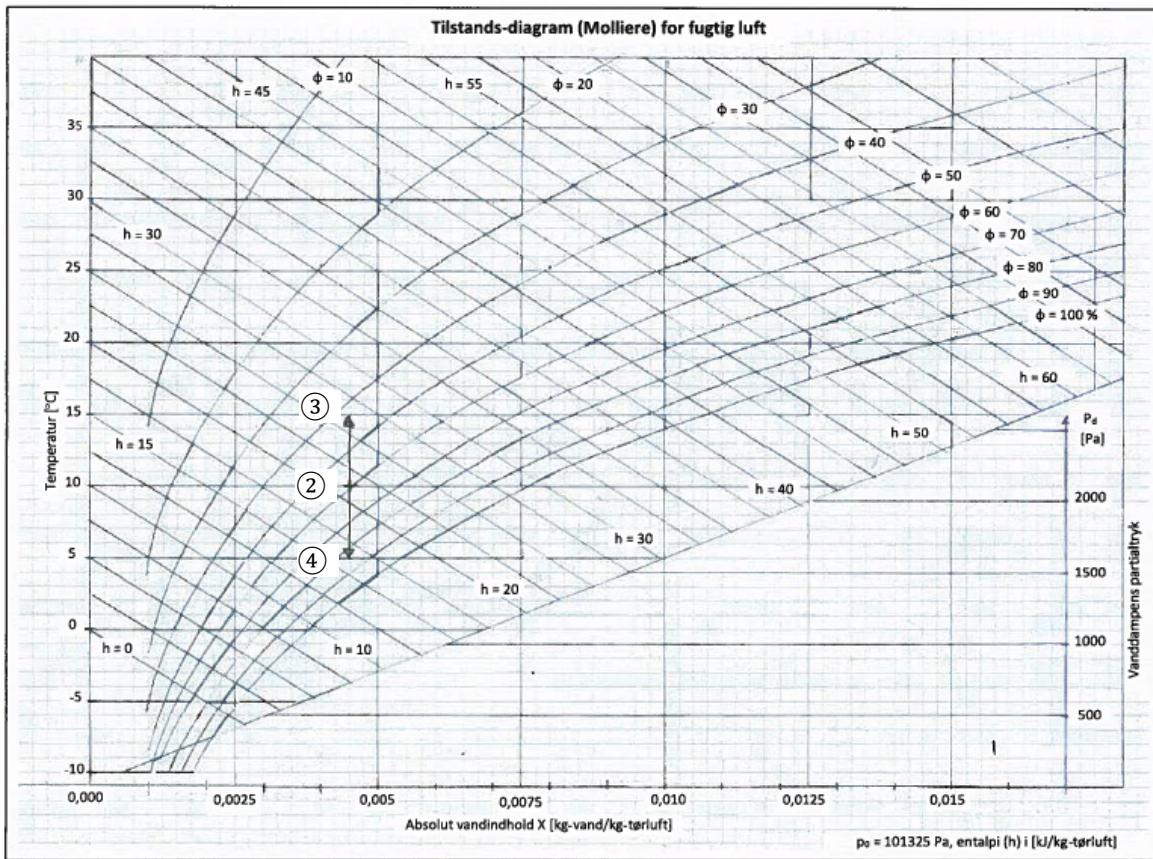
$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) = \dot{m} \cdot c_{p,m} \cdot (T_2 - T_1) \quad (11.7.1)$$

Der er her indsat en middelværdi for den specifikke varmefylde for det generelle tilfælde, hvor den specifikke varmefylde ikke antages at være konstant.

Under forudsætning af at der ikke sker faseskift af vanddampen i den fugtige luft dvs. kondensering til flydende vand vil der ved en opvarmning eller en afkøling af et flow af fugtig luft være én parameter, som forbliver konstant, og det er den absolute fugthed ( $X$ ). Dette betyder, at procesforløbet ved en opvarmning eller en afkøling af et flow af fugtig luft er en vertikal ret linje i T-X diagrammet (Molliere diagrammet), som illustreret på Fig. 11.7.1.

Da der ikke sker faseskift for vanddampen vil der alene være tale om en ændring af det sensible energiniveau dvs. temperaturen ændres proportionalt med tilførsel eller fjernelse af energi ved processen.

Under samme forudsætning, og ved en opvarmning eller afkøling af et flow af fugtig luft vil masseandel af vanddamp i den fugtige luftstrøm ( $Ma_{H2O}$ ) og partialtrykket for vanddampen ( $p_{H2O}$ ) ligeledes være konstante.



**Fig. 11.7.1** Molliere diagram gældende for atmosfæretrykket ( $p = 101325 \text{ Pa}$ ) visende en opvarningsproces (pkt. 2 til pkt. 3) og afkølingsproces (pkt. 2 til pkt. 4). Tilhørende effekter er bestemt i Eksempel 11.7.a.

Ud fra formlerne i Fig. 11.5.1 og med inspiration i Eksempel 11.5.a kan opstilles formel (11.7.2) for bestemmelse af den nødvendige effekt ved en temperaturændring af et flow af fugtig luft.

$$\dot{Q} = \dot{m}_{l,våd} \cdot (h_{l,våd,2} - h_{l,våd,1}) \quad (11.7.1)$$

↓

$$\boxed{\dot{Q} = \dot{m}_{l,våd} \cdot [(1 - Ma_{H2O}) \cdot (c_{p,l,tør,2}(p_2, T_2) \cdot T_2 - c_{p,l,tør,1}(p_1, T_1) \cdot T_1) + Ma_{H2O} \cdot (h(p_{H2O}, T_2) - h(p_{H2O}, T_1))]} \quad (11.7.2)$$

I den form, som formel (11.7.2) er skrevet, burde man – jf. kapitel 3.5 – benyttet den integrale specifikke varmekapacitet ( $c_{p,int}$ ) i stedte for den specifikke varmekapacitet ( $c_p$ ), men er man tæt på referencepunktet for beregning af entalpi ( $T = 0 \text{ °C}$ ) er forskellen ikke stor. Reduktion mellem formel (11.7.1) og (11.7.2) er muliggjort af, at masseandel vanddamp i den fugtige luftstrøm ( $Ma_{H2O}$ ) og partialtrykket for vanddampen ( $p_{H2O}$ ) ikke ændres ved processen.

Hvis formel for entalpi og data fra Fig. 11.6.1 alternativt benyttes opnås formel 11.7.4.

$$\dot{Q} = \dot{m}_{l,tør} \cdot (h_{l,1+X,2} - h_{l,1+X,1}) \quad (11.7.3)$$

↓

$$\boxed{\dot{Q} = \dot{m}_{l,tør} \cdot (1,006 + X \cdot 1,86) \cdot (T_2 - T_1)} \quad (11.7.4)$$

Sammenstilling af formlerne (11.7.2) og (11.7.4) er udført i Eksempel 11.7.a.

#### **Eksempel 11.7.a**

For den fugtige luft i pkt. 2 i eksempel 11.5.a var givet fl. data:

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	75,17	77,51
ilt ( $O_2$ )	23,05	20,81
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,33	0,96
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,45	0,72
Sumkontrol	100,00	100,00

$$p_2 = 101325 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 10^\circ\text{C}$$

$$p_{H2O,2} = 730 \text{ Pa}$$

$$X_2 = 0,00452 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$$

$$p_{H2O,mæt,2} = 1228 \text{ Pa}$$

$$\varphi_2 = 59,4 \%$$

$$h_{l,våd,2} = 21,33 \text{ kJ/kg-vådluft}$$

$$h_{l,1+X,2} = \frac{h_{l,våd,2}}{1-Ma_{H2O}} = \frac{21,33}{1-0,0045} = 21,43 \text{ kJ/kg-tørluft}$$

$$\dot{m}_{l,våd,2} = 0,5 \text{ kg/s}$$

**Opvarmning af luften fra 10 °C (tilstand pkt. 2) til 15 °C (tilstand pkt. 3):**

Formel (11.7.2) giver med fl. data og opslag:

$$p_3 = 101325 \text{ Pa}$$

$$T_3 = 15^\circ\text{C}$$

$$p_{H2O,3} = 730 \text{ Pa}$$

$$X_3 = 0,00452 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$$

$$c_{p,l,tør,2}(p_2, T_2) = c_{p,l,tør,2}(101325 \text{ Pa}, 10^\circ\text{C}) = 1,005 \text{ kJ/kgK} \quad (\text{Appendiks D3})$$

$$c_{p,l,tør,3}(p_3, T_3) = c_{p,l,tør,3}(101325 \text{ Pa}, 15^\circ\text{C}) = 1,005 \text{ kJ/kgK} \quad (\text{Appendiks D3})$$

$$h(p_{H2O}, T_2) = h(730 \text{ Pa}, 10^\circ\text{C}) = 2519,7 \text{ kJ/kg} \quad (\text{EES})$$

$$h(p_{H2O}, T_3) = h(730 \text{ Pa}, 15^\circ\text{C}) = 2528,9 \text{ kJ/kg} \quad (\text{EES})$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_{l,våd} \cdot [(1 - Ma_{H2O}) \cdot (c_{p,l,tør,3}(p_3, T_3) \cdot T_3 - c_{p,l,tør,2}(p_2, T_2) \cdot T_2) + Ma_{H2O} \cdot (h(p_{H2O}, T_3) - h(p_{H2O}, T_2))]$$

↓

$$\dot{Q} = 0,5 \text{ kg/s} \cdot [(1 - 0,0045) \cdot (1,005 \text{ kJ/kgK} \cdot 15^\circ\text{C} - 1,005 \text{ kJ/kgK} \cdot 10^\circ\text{C}) + 0,0045 \cdot (2528,9 - 2519,7) \text{ kJ/kg}]$$

↓

$$\dot{Q} = 0,5 \cdot (5,0024 + 0,0414) = 2,52 \text{ kW}$$

Formel (11.7.2) giver med fl. data og opslag:

$$\dot{m}_{l,tør} = \dot{m}_{l,våd} \cdot (1 - Ma_{H2O}) = 0,5 \text{ kg/s} \cdot (1 - 0,0045) = 0,4978 \text{ kg/s}$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_{l,tør} \cdot (1,006 + X \cdot 1,86) \cdot (T_3 - T_2)$$

↓

$$\dot{Q} = 0,4978 \text{ kg/s} \cdot (1,006 + 0,00452 \cdot 1,86) \text{ kJ/kgK} \cdot (15 - 10) \text{ K} = 2,52 \text{ kW}$$

*Det ses, at formlerne (11.7.2) og (11.7.4) giver samme resultat!*

**Afkøling af luften fra 10 °C (tilstand pkt. 2) til 5 °C (tilstand pkt. 4):**

Formel (11.7.2) giver med fl. data og opslag:

$$p_4 = 101325 \text{ Pa}$$

$$T_4 = 5 \text{ °C}$$

$$p_{H2O,4} = 730 \text{ Pa}$$

$$X_4 = 0,00452 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$$

$$c_{p,l,tør,2}(p_2, T_2) = c_{p,l,tør,2}(101325 \text{ Pa}, 10 \text{ °C}) = 1,005 \text{ kJ/kgK} \quad (\text{Appendiks D3})$$

$$c_{p,l,tør,4}(p_4, T_4) = c_{p,l,tør,3}(101325 \text{ Pa}, 5 \text{ °C}) = 1,004 \text{ kJ/kgK} \quad (\text{Appendiks D3})$$

$$h(p_{H2O}, T_2) = h(730 \text{ Pa}, 10 \text{ °C}) = 2519,7 \text{ kJ/kg} \quad (\text{EES})$$

$$h(p_{H2O}, T_4) = h(730 \text{ Pa}, 5 \text{ °C}) = 2510,2 \text{ kJ/kg} \quad (\text{EES})$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_{l,våd} \cdot [(1 - Ma_{H2O}) \cdot (c_{p,l,tør,3}(p_4, T_4) \cdot T_4 - c_{p,l,tør,2}(p_2, T_2) \cdot T_2) + Ma_{H2O} \cdot (h(p_{H2O}, T_4) - h(p_{H2O}, T_2))]$$

↓

$$\dot{Q} = 0,5 \text{ kg/s} \cdot [(1 - 0,0045) \cdot (1,004 \text{ kJ/kgK} \cdot 5 \text{ °C} - 1,005 \text{ kJ/kgK} \cdot 10 \text{ °C}) + 0,0045 \cdot (2510,2 - 2519,7) \text{ kJ/kg}]$$

↓

$$\dot{Q} = 0,5 \cdot (-5,0074 - 0,0428) = -2,53 \text{ kW}$$

Formel (11.7.2) giver med fl. data og opslag:

$$\dot{m}_{l,tør} = \dot{m}_{l,våd} \cdot (1 - Ma_{H2O}) = 0,5 \text{ kg/s} \cdot (1 - 0,0045) = 0,4978 \text{ kg/s}$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_{l,tør} \cdot (1,006 + X \cdot 1,86) \cdot (T_4 - T_2)$$

↓

$$\dot{Q} = 0,4978 \text{ kg/s} \cdot (1,006 + 0,00452 \cdot 1,86) \text{ kJ/kgK} \cdot (5 - 10) \text{ K} = -2,52 \text{ kW}$$

*Det ses, at formlerne (11.7.2) og (11.7.4) giver (stort set) samme resultat! Procesforløbene er indtegnet på Fig. 11.7.1.*

## 11.8 Befugtning og affugtning af fugtig luft

### 11.8.1 Affugtning af fugtig luft

De to mest almindelige metoder til affugtning af fugtig luft er kemisk ved adsorption eller afkøling.

Affugtning ved adsorption sker ved at bringe den fugtige luft, som skal affuges, i kontakt med f.eks. calciumklorid eller silica gel (siliciumdioxid). Disse stoffer er hygroskopiske dvs. de tiltrækker og optager vand indtil en vis grænse ved en given temperatur. Processen kan reverseres ved at opvarme stoffet, hvorved det vil afgive vandet igen.

Metoden anvendes f.eks. til at beskytte ny-producederede varer mod fugtskader under transport til forbrugerne, og vi kender det fra de små poser med et granulat, som ligger sammen med varen i indpakningen.

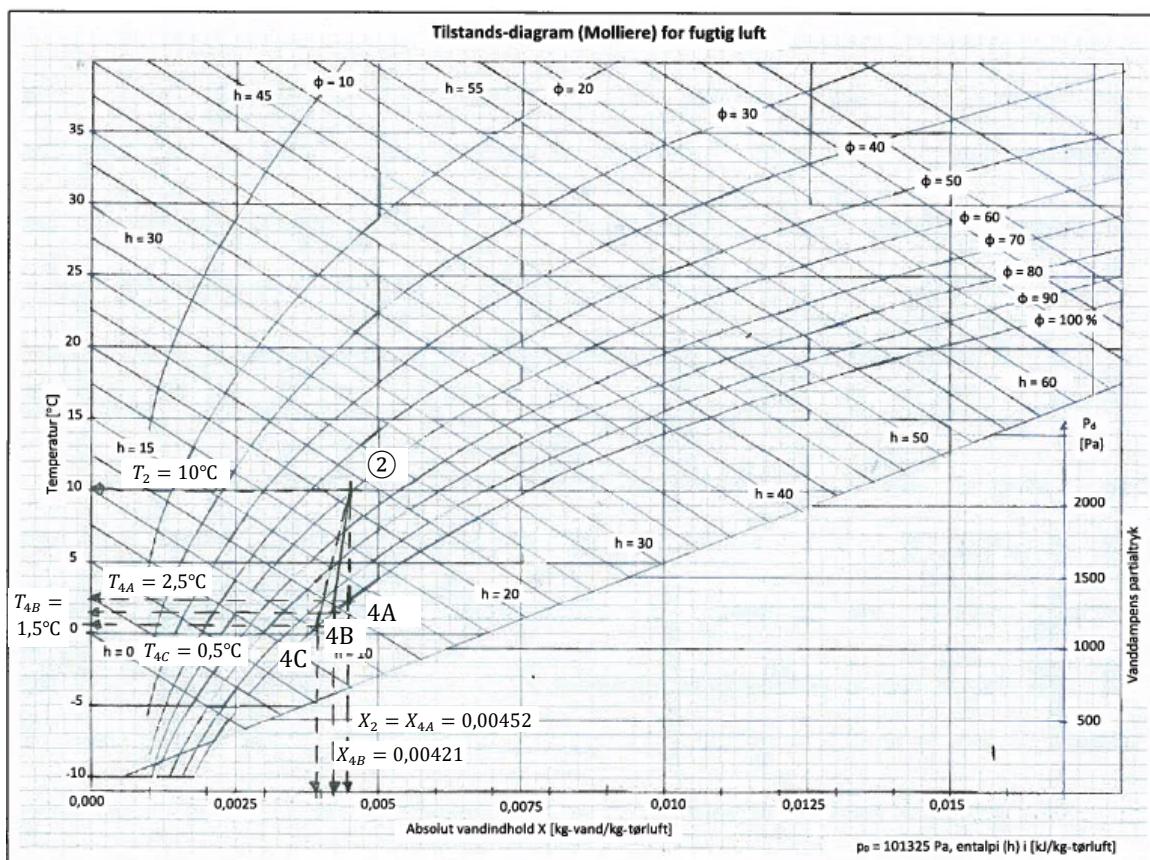
Affugtning kan også ske ved afkøling af den fugtig luftstrøm, som behandlet i kapitel 11.7. Med reference til Fig. 11.7.1 og eksempel 11.7.a, antag nu, at der køles yderligere ned i temperatur dvs. under de 5 °C, som var pkt. 4. Det antages, at der afkøles med en metaloverflade, som har en temperatur på 0,5 °C. Den yderligere afkølingsproces er skitseret i Fig. 11.8.1. Hvad sker der?

1. Processen fortsætter lodret nedad, og på et tidspunkt rammer man ( $\phi=100\%$ )-kurven (ref. til pkt. 4A), og det sker ved en temperatur på ca. 2,5 °C. Man kan ikke køle under ( $\phi=100\%$ )-kurven.

2. Køles yderligere vil det ske nedad ( $\phi=100\%$ )-kurven og der vil ske kondensation af noget af vanddampen, og som konsekvens heraf vil pkt. 4A rykke mod venstre til pkt. 4B. Den absolute fugtighed (X) vil falde, hvilket er konsistent med, at noget af vanddampen i luften bliver til kondensat (vand).
3. Hvis metaloverfladens areal er stort, vil den fugtige luftstrøm blive kølet af til  $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$  i pkt. 4C. Dette er dog en ideel situation.

Et realistisk senarie i et virkeligt anlæg er pkt. 4 B, men man skal evt. påregne, at ende på en lidt mindre relativ fugtighed end 100 % og det kunne f.eks. være 98 %.

Processen er illustreret på Fig. 11.8.1.1 og tilhørende beregninger er udført i Eksempel 11.8.1.a.



**Fig. 11.8.1.1** Molliere diagram gældende for atmosfæretrykket ( $p = 101325 \text{ Pa}$ ) visende en affugtningsproces ved køling (pkt. 2 til pkt. 4A/4B/4C). Tilhørende effekt er bestemt i Eksempel 11.8.1.a.

#### Eksempel 11.8.1.a

For den fugtige luft i pkt. 2 i eksempel 11.5.a var givet fl. data:

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]
Nitrogen ( $\text{N}_2$ )	75,17	77,51
ilt ( $\text{O}_2$ )	23,05	20,81
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,33	0,96
Vand ( $\text{H}_2\text{O}$ ) (på dampform)	0,45	0,72
Sumkontrol	100,00	100,00

$$p_2 = 101325 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 10 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$p_{\text{H}_2\text{O},2} = 730 \text{ Pa}$$

$$X_2 = 0,00452 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$$

$$p_{\text{H}_2\text{O},\text{mæt},2} = 1228 \text{ Pa}$$

$$\varphi_2 = 59,4 \%$$

$$h_{l,våd,2} = 21,33 \text{ kJ/kg-vådluft}$$

$$h_{l,1+X,2} = \frac{h_{l,våd,2}}{1-Ma_{H2O}} = \frac{21,33}{1-0,0045} = 21,43 \text{ kJ/kg-tørluft}$$

$$\dot{m}_{l,våd,2} = 0,5 \text{ kg/s}$$

**Afkøling af luften fra 10 °C (tilstand pkt. 2) til mætningsstilstand (tilstand pkt. 4A):**

Formel (11.7.2) giver med fl. data og opslag:

$$p_{4A} = 101325 \text{ Pa}$$

$$\varphi_{4A} = 100 \%$$

$$X_{4A} = X_{mæt,4A} = 0,00452 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$$

Formel (11.3.4) giver:  $p_{H2O,4A} = p_{H2O,mæt,4A}$

Formel 11.3.7 opstilles:

$$X_{mæt,4A} = 0,622 \cdot \frac{p_{H2O,mæt,4A}}{p_{4A} - p_{H2O,mæt,4A}}$$

↓

$$p_{H2O,mæt,4A} = 731 \text{ Pa}$$

Formel 11.3.5 eller EES kan benyttes til bestemmelse af temperaturen eller mætningsstemperaturen:

$$T_{4A} = T_{mæt}(\text{steam}; p = 731 \text{ Pa}; x = 1) = 2,5 \text{ °C}$$

**Afkøling af luften fra 10 °C (tilstand pkt. 2) til mætningsstilstand (tilstand pkt. 4B):**

$$p_{4B} = 101325 \text{ Pa}$$

$$\varphi_{4B} = 100 \%$$

$$T_{4B} = 1,5 \text{ °C}$$

Formel (11.3.4) giver:  $p_{H2O,4B} = p_{H2O,mæt,4B}$

Formel 11.3.5 eller EES kan benyttes til bestemmelse af mætningstrykket:

$$p_{H2O,mæt,4B} = p_{mæt}(\text{steam}; T = 1,5 \text{ °C Pa}; x = 1) = 681 \text{ Pa}$$

Formel 11.3.7 opstilles:

$$X_{mæt,4B} = 0,622 \cdot \frac{p_{H2O,mæt,4B}}{p_{4B} - p_{H2O,mæt,4B}} = 0,622 \cdot \frac{681 \text{ Pa}}{(101325 - 681) \text{ Pa}} = 0,00421 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$$

Udkondenseret vandmængde må være:

$$\Delta \dot{m}_{H2O,2-4B} = \dot{m}_{l,tør,2} \cdot (X_{mæt,4B} - X_2) = \dot{m}_{l,våd,2} \cdot (1 - Ma_{H2O,2}) \cdot (X_{mæt,4B} - X_2)$$

↓

$$\Delta \dot{m}_{H2O,2-4B} = 0,5 \text{ kg/s} \cdot (1 - 0,0045) \cdot (0,00421 - 0,0045) = 0,00015 \text{ kg-vand/s} \quad (\text{eller } 0,54 \text{ kg-vand/h})$$

Der ønskes bestemt  $Ma_{H2O,4B}$ , og hertil benyttes lidt forholdsregning:

- Vådt flow i pkt. 2 var 0,5 kg/s svarende til en  $Ma_{H2O,2} = 0,00450$
- Vådt flow i pkt. 4B må være  $(0,5 - 0,00015) = 0,49985 \text{ kg/s}$  og tilbageværende vandmængde må være  $0,5 - 0,00450 - 0,00015 = 0,00225 - 0,00015 = 0,00210 \text{ kg/s}$ . Dette må give en masseandel vand i pkt. 4B  $(Ma_{H2O,4B})$  på  $\frac{0,00210 \text{ kg/s}}{0,49985 \text{ kg/s}} = 0,00420$  eller 0,42 %

↓

$$Ma_{H2O,4B} = 0,00420$$

Entalpi af fugtig luft bestemmes af formel (11.4.1.1) med indsatte udtryk fra formlerne (11.4.1.2) – (11.4.1.3):

$$h_{l,våd,4B} = (1 - Ma_{H2O,4B}) \cdot h_{l,tør,4B} + Ma_{H2O,4B} \cdot h_{H2O,4B}$$

$$h_{l,våd,4B} = (1 - Ma_{H2O,4B}) \cdot c_{p,l,tør,4B}(p_{4B}, T_{4B}) \cdot T_{4B} + Ma_{H2O,4B} \cdot h(p_{H2O,4B}, T_{4B})$$

$$h_{l,våd,4B} = (1 - 0,0042) \cdot c_{p,l,tør,3}(101325 \text{ Pa}, 1,5 \text{ °C}) \cdot 1,5 \text{ °C} + 0,0042 \cdot h(681 \text{ Pa}, 1,5 \text{ °C})$$

$$h_{l,våd,4B} = (1 - 0,0042) \cdot 1,004 \text{ kJ/kg°C} \cdot 1,5^\circ\text{C} + 0,0042 \cdot 2503,7 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{l,våd,4B} = 12,02 \text{ kJ/kg-vådluft}$$

Hvor,

$c_{p,l,tør}(101325 \text{ Pa}, 1,4^\circ\text{C})$  er bestemt fra Appendiks D3, og  $h(681 \text{ Pa}, 1,5^\circ\text{C}) = h''(1,5^\circ\text{C})$  er bestemt i EES.

Afgivet effekt bliver da:

$$\dot{Q} = \dot{m}_{l,våd,4B} \cdot h_{l,våd,4B} - \dot{m}_{l,våd,2} \cdot h_{l,våd,2}$$

↓

$$Q' = 0,49985 \text{ kg/s} \cdot 12,02 \text{ kJ/kg} - 0,5 \text{ kg/s} \cdot 21,33 \text{ kJ/kg} = -4,66 \text{ kW}$$

I forhold til effekten afgivet på 2,52 kW ved en afkøling fra 10 °C til 5 °C i Eksempel 11.7.a, så haves her en afkøling fra 10 °C til 1,5 °C og det giver 4,66 kW – umiddelbart ulogisk, men man skal huske på, at der tillige afgives latent energi, idet noget af vanddampen kondenserer til vand.

### 11.8.2 Befugtning af fugtig luft

Befugtning af luft kan ske på flere måder, herunder:

1. Direkte blanding/mixning af en luftstrøm med recirkuleret vand
2. Forstørvning af kaldt eller varmt vand via dyser direkte i luftstrømmen
3. Injektion af damp via dyser direkte i luftstrømmen

I dette kapitel vil udelukkende blive kigget nærmere på nr. 1 dvs. direkte blanding/mixning af en luftstrøm med recirkuleret vand, og processen er vist på Fig. 11.8.2.1. Foruden at opnå en befugtning af luften vil der tillige ske en afkøling således, at temperaturen falder for den behandlede luftstrøm. Dette forhold vil blive uddybet nærmere i kapitel 11.9.

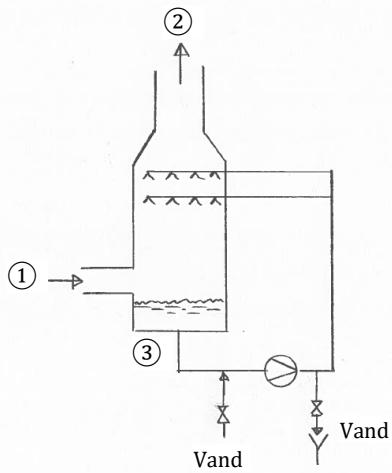


Fig. 11.8.2.1 Procesdiagram for befugtning af luft ved direkte blanding med recirkuleret vand.

For at kompensere for forbrugt vand i processen vist på Fig. 11.8.2.1, må der spædes nyt vand til processen. Det fordampede vand vil være rent, og eventuelle salte og mineraler i det tilspædte vand vil blive ophobet i det recirkulerende vand. Derfor må man aflede en vis mængde vand til recipienten (kloakken) for at opretholde en maksimal saltkoncentration i det recirkulerende vand. Efter processen (pkt. 2) installeres ofte et dråbefang for at sikre at ingen dråber bliver revet med den konditionerede luftstrøm.

Processen anvendes i praksis i industrien og et eksempel kunne være på et affaldsforbrændingsanlæg, hvor man bla. ønsker at reducere emission af sure gasser [Svovlsyre ( $H_2SO_4$ ) i form af  $SO_2$  og saltsyre (HCl) i form af  $Cl^-$ ] i røgen, som udledes fra skorstenen. Dette kunne være to seriekoblede reaktorer efter principippet på Fig. 11.8.2.1 med fl. formål:

- Reaktor 1, hvor der udelukkende recirkuleres vand med det formål at reducere den indgående røggastemperatur fra ca. 180 °C til mætningstemperaturen for røggassen på 50-60 °C og for reduktion af  $Cl^-$ , idet dette stof er oplyst i vand. Der kan eventuelt tilsettes natriumhydroxid (NaOH) efter den kemiske reaktion ( $HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O$ ) er restproduktet salt (NaCl), som kan ledes til recipienten (kloakken).
- Reaktor 2, hvor der recirkuleres vand indeholdende kalk ( $CaCO_3$ ) eller natriumhydroxid (NaOH) med det formål at reducere indholdet af  $SO_2$ . Restproduktet efter den kemiske reaktion ( $SO_2 + CaCO_3 + \frac{1}{2}O_2 + 2H_2O \rightarrow CaSO_4 \times 2H_2O + CO_2$ ) ved brug af kalk er gips ( $CaSO_4$ ), som kan filtreres fra det recirkulerende vand og anvendes til f.eks. gipsplader.

Processen vist på Fig. 11.8.2.1 kan udvides med tilførsel eller bortledning af varme hhv. fra og til en ekstern kilde. Tilføres varme f.eks. i en rørvarmeveksler placeret under dyserne for det recirkulerende vand kan fordampning af noget af det recirkulerende vand benyttes til effektivt at fjerne den afsatte varmemængde, og principippet kendes fra våde køletårne.

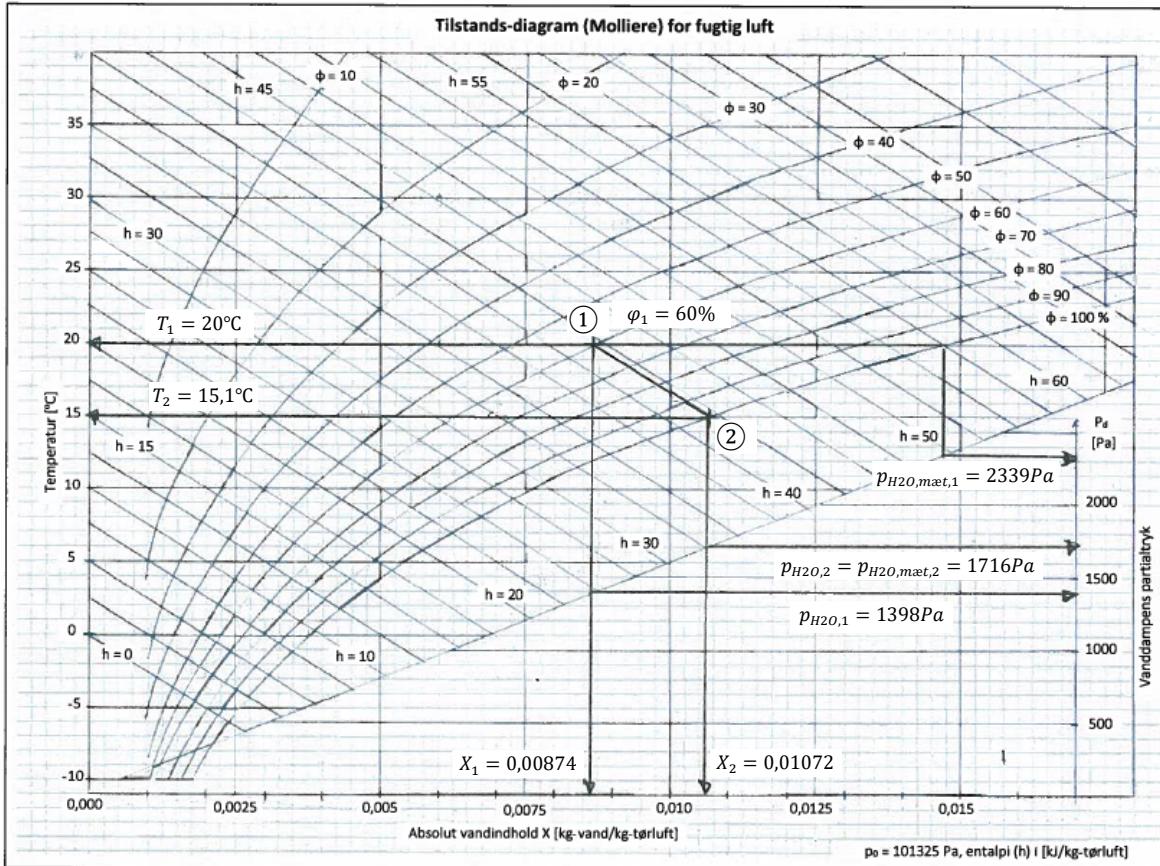
Bortledes varme fra processen vil den reducerede temperatur af det recirkulerende vand afstedkomme en kondensering af vanddamp fra den tilledte luft-/røggasstrøm, og principippet kendes fra f.eks. røggaskondensering, hvilket er et tema i kapitel 12.

I dette kapitel ses udelukkende på den proces, hvor recirkuleret vand befugter (og køler) et flow af luft som vist på Fig. 11.8.2.1, og fl. kommentarer skal tilknyttes:

- Luften, som skal afkøles (pkt. 1), ledes til reaktoren/scrubberen/quencheren, hvor der blandes/mixes med det recirkulerende vand fra dyserne,
- Det recirkulerende vand, som ikke fordamper pga. varmen i luften (pkt. 1), drypper ned og opsamles i bundkaret (pkt. 3). Den recirkulerende vandmængde er stor i forhold til den fordampende mængde vand,
- Luften mellem pkt. 1 og pkt. 2 afkøles isentalpisk, idet den bruger sit eget varmeindhold til at fordampe vand,
- Den afkølede luft (pkt. 2) opnår en høj relativ fugtighed ( $\varphi$ ), hvilket her antages at være 100 %. I og med at den afkølede luftmængde er mættet med vand vil det recirkulerende vand opnå en temperatur svarende til dugpunktstemperaturen for luftstrømmen i pkt. 2.

I praksis skal man nok påregne en relativ fugtighed lige under 100 %, men man kan forbedre forholdene ved at indsætte fyldlegemer under dyserne. Dette kan være plastik elementer med en stor overflade, hvor den opgående luftstrøm effektivt kan blandes med det nedaddryppende vand. Plastikelementerne kan være placeret i kurve af syrefast stål.

I relation til Eksempel 11.8.2.a er et eksempel på et procesforløb indtegnet i Fig. 11.8.2.2.



**Fig. 11.8.2.2** Molliere diagram med proces for befugtning af luft ved direkte blanding med recirkuleret vand.  
 Tilhørende tekniske data er bestemt i Eksempel 11.8.2.a.

#### Eksempel 11.8.2.a

En gartner, som dyrker champignon i en lukket lade, ønsker at udskifte en del af luften i ladden på kontinuert basis. Der ønskes et luftskifte på 50 % af ladens volumen per time, som er på  $2400 \text{ m}^3$ . Eneste krav til indblæsningsluften er at den er tæt på 100 %'s relativ fugtighed. Dette svarer til  $1200 \text{ m}^3/\text{time}$  eller svarende til ca.  $0,4 \text{ kg/s}$ .

Det indsuges udeluft (pkt. 1) med fl. data:

$$p_1 = 101325 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 20^\circ\text{C}$$

$$\varphi_1 = 60\%$$

For den fugtige luft i pkt. 1 i Fig. 11.8.2.a er givet fl. data og regnes for en idealgas:

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	74,86	77,00
ilt ( $O_2$ )	22,95	20,66
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,33	0,96
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,86	1,38
Sumkontrol	100,00	100,00

Fl. data kan beregnes med vore formler:

$$p_{H2O,1} = 1398 \text{ Pa}$$

$$p_{H2O,mæt,1} = 2339 \text{ Pa}$$

$$X_1 = 0,00874 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$$

$$h_{l,1+X,1} = 1,006 \cdot 20 + 0,00874 \cdot [1,86 \cdot 20 + 2501] = 42,30 \text{ kJ/kg-tørluft}$$

Luftanalyse og data er konsistente med data, som kan aflæses på Molliere diagrammet på Fig. 11.8.2.2.

**Befugtning af luften fra tilstand pkt. 1 til mætningsstilstand i tilstand pkt. 2:**

$$p_2 = 101325 \text{ Pa}$$

$$\varphi_2 = 100 \%$$

$$p_{H2O,2} = p_{H2O,mæt,2}$$

Ligning 1:

Befugtningen sker isentalpisk:  $h_{l,1+x,2} = h_{l,1+x,1} = 42,30 \text{ kJ/kg-tørluft}$

↓

$$h_{l,1+x,2} = 1,006 \cdot T_2 + 0,00874 \cdot [1,86 \cdot T_2 + 2501] = 42,30 \text{ kJ/kg-tørluft}$$

Ligning 2:

$$X_{mæt,2} = 0,622 \cdot \frac{p_{H2O,mæt,2}}{p_2 - p_{H2O,mæt,2}}$$

↓

$$X_{mæt,2} = 0,622 \cdot \frac{p_{H2O,mæt,2}}{101325 - p_{H2O,mæt,2}}$$

Ligning 3:

$$p_{H2O,mæt,3} = 611,2 \cdot e^{15,583 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{273,16}{(273,16+T_2)} \right)^{1,2746} \right]}$$

Der haves 3 ligninger med 3 ubekendte ( $X_{mæt,2}$  og  $p_{H2O,mæt,2}$  og  $T_2$ ), og løsning via EES giver:

$$X_{mæt,2} = X_2 = 0,01072 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$$

$$p_{H2O,mæt,2} = 1716 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 15,1 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Disse data kan godt verificeres ved kontrol i Mollier diagrammet på Fig. 11.8.2.2.

**Bestemmelse af vandforbrug:**

$$\dot{m}_{l,våd,1} = 0,40 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_{l,tør,1} = \dot{m}_{l,våd,1} \cdot (1 - Ma_1) = 0,4 \text{ kg/s} \cdot (1 - 0,0086) = 0,3966 \text{ kg-tørluft/s}$$

$$\dot{m}_{l,tør,2} = \dot{m}_{l,tør,1}$$

Forbrugt vandmængde må være:

$$\Delta\dot{m}_{H2O,1-2} = \dot{m}_{l,tør,1} \cdot (X_2 - X_1)$$

$$\Delta\dot{m}_{H2O,1-2} = 0,3966 \text{ kg/s} \cdot (0,01072 - 0,00874) \text{ (kg - vand)/(kg - tørluft)} = 0,00079 \text{ kg-vand/s}$$

Dette svarer til et vandforbrug på 2,83 kg/h. Dette virker måske ikke af meget, men koster omkring 1 kr./h og dem er der 8760 af på et år.

## 11.9 Tørt og vådt termometer

Tager man to ens termometre og placerer dem i en luftstrøm, men pakker målespidsen på det ene termometer ind i vådt vat, vil man efter et tidsrum måle forskellige temperaturer. For det termometer med målespidsen pakket ind i vådt vat, vil vandet fordamppe isentalpisk, og derved afkøle vattet.

Termometeret uden vådt vat kaldes **det tørre termometer** og viser omgivelsestemperaturen. Termometeret med vådt vat kaldes **det våde termometer**, og man kan aflæse en temperatur, som er lavere end omgivelsestemperaturen.

Man kan således reducere omgivelsestemperaturen ved at introducere fordampende vand. Dette er et princip som bla. kendes fra køletårne ved kraftværker eller klimaanlæg på større bygninger.

**Eksempel 11.9.a** (eksempel 11.6.a fortsat)

For den fugtige luft i pkt. 2 var givet fl. data:

Gasart	Massebasis [%]	Volumenbasis [%]
Nitrogen ( $N_2$ )	75,17	77,51
ilt ( $O_2$ )	23,05	20,81
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	1,33	0,96
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	0,45	0,72
Sumkontrol	100,00	100,00

$$p_2 = 101325 \text{ Pa}$$

$$T_2 = 10^\circ\text{C}$$

$$p_{H2O,2} = 730 \text{ Pa}$$

$$X_2 = 0,00452 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$$

$$p_{H2O,mæt,2} = 1228 \text{ Pa}$$

$$\varphi_2 = 59,4 \%$$

$$h_{l,våd,2} = 21,33 \text{ kJ/kg-vådluft}$$

$$h_{l,1+X,2} = \frac{h_{l,våd,2}}{1-Ma_{H2O}} = \frac{21,33}{1-0,0045} = 21,43 \text{ kJ/kg-tørluft}$$

Punktet er indtegnet på Fig. 11.9.1. Går man isentalpisk dvs. med samme entalpi ( $h_{l,1+X,2} = 21,43 \text{ kJ/kg-tørluft}$ ) ned mod  $\varphi = 100 \%$  (pkt. 3) og aflæser temperaturen her (på y-aksen), vil den være ca.  $6,3^\circ\text{C}$ .

Det tørre og våde termometer vil vise hhv.  $10$  og  $6,3^\circ\text{C}$ . Man kan - alt andet lige - køle ca.  $3,7^\circ\text{C}$  lavere ved at introducere vand!

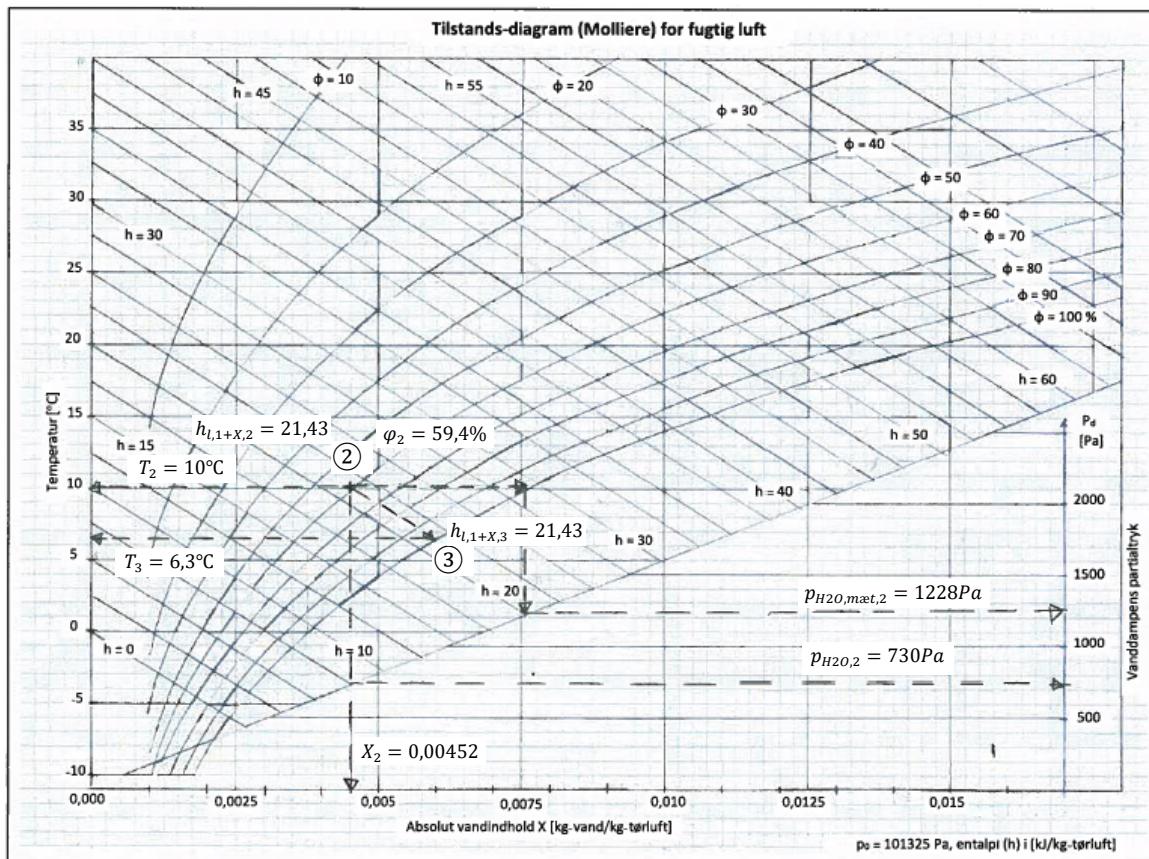


Fig. 11.9.1 Molliere diagram gældende for atmosfæretrykket ( $p = 101325 \text{ Pa}$ ) med data fra Eksempel 11.9.a.

**Eksempel 11.9.b**

Nogle har sikkert hørt om strandbadende, som ønsker at køle en sodavand, og pakker den ind i en våde avis for derefter at lægge den direkte i solen. Lad os antage, at det tørre termometer denne sommerdag er  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ , den relative fugtighed er 40 % og badevandet er  $19\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Plotter man  $T = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$  og  $\varphi = 40\%$  ind i Molliere diagrammet på Fig. 11.6.2, kan man aflæse  $h_{l,1+x} \cong 45,5\text{ kJ/kg-tørluft}$  og  $X \cong 0,0078\text{ kg-H}_2\text{O/kg-tørluft}$

Går man isentalpisk dvs. med samme entalpi ( $h_{l,1+x} = 45,5\text{ kJ/kg-vådluft}$ ) ned mod  $\varphi = 100\%$  og aflæser temperaturen her (på y-aksen), vil den være ca.  $16\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Ved en perfekt indpakket sodavand, vil sodavand og den våde avis efter en vis tid opnå en temperatur på ca.  $16\text{ }^{\circ}\text{C}$ , som tillige er lavere end at køle sodavanden i havet.

Historien kan bekræftes!

## 11.10 Opgaver til kapitel 11

Detaljeret løsningsforslag til de \*-mærkede opgaver er angivet i Appendiks B.

### Opgave 11.1

Som vist i Fig. 11.1.1 er tør atmosfærisk luft en gasblanding bestående af 75,51 % nitrogen ( $N_2$ ), 23,15 % ilt ( $O_2$ ) og 1,34 % andre gasarter, hvoraf argon (Ar) udgør den væsentligste andel. Procentfordelingen er angivet på massebasis.

Bestem den fugtige atmosfæriske lufts sammensætning på massebasis, idet det oplyses, at den absolutte fugtighed er målt til  $7,5 \text{ g-vand/kg-tørluft} = 0,0075 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$  [Svar: 74,948 %-m nitrogen ( $N_2$ ), 22,978 %-m ilt ( $O_2$ ), 1,330 %-m argon (Ar) og 0,744 %-m vand ( $H_2O$ )].

Bestem flow i [ $\text{kg/s}$ ] af tør luft og flow i [ $\text{kg/s}$ ] af vanddamp, når flow af fugtig luft udgør  $10 \text{ kg/s}$  (Svar: Hhv.  $9,926 \text{ kg/s}$  og  $0,074 \text{ kg/s}$ ).

### Opgave 11.2 \*

En fugtig luft er angivet ved fl. sammensætning: 74,948 %-m nitrogen ( $N_2$ ), 22,978 %-m ilt ( $O_2$ ), 1,330 %-m argon (Ar) og 0,744 %-m vand ( $H_2O$ ). Yderligere er temperatur og absolut tryk er givet til hhv.  $20^\circ\text{C}$  og  $101325 \text{ Pa}$ , samt den absolutte fugtighed er  $7,5 \text{ g-vand/kg-tørluft} = 0,0075 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$ .

Bestem ud fra formler i kapitel 11.3 vanddampens partialtryk i [ $\text{Pa}$ ] ved mætningstilstanden, den relative fugtighed i [%], vanddampens partialtryk i [ $\text{Pa}$ ] og dugpunktet i [ $^\circ\text{C}$ ] (Svar: Hhv.  $2339 \text{ Pa}$ , 51,6 %,  $1207 \text{ Pa}$  og  $9,7^\circ\text{C}$ ).

Verificér ovennævnte beregninger ved aflæsning i Molliere diagrammet i Fig. 11.6.2 (Svar: OK!).

### Opgave 11.3

En fugtig luft er angivet ved fl. sammensætning: 74,948 %-m nitrogen ( $N_2$ ), 22,978 %-m ilt ( $O_2$ ), 1,330 %-m argon (Ar) og 0,744 %-m vand ( $H_2O$ ). Temperatur og absolut tryk er givet til hhv.  $20^\circ\text{C}$  og  $101325 \text{ Pa}$ , samt den absolutte fugtighed er  $7,5 \text{ g-vand/kg-tørluft} = 0,0075 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$ . Yderligere er givet vanddampens partialtryk ved mætningstilstanden på  $2339 \text{ Pa}$ , den relative fugtighed på 51,6 %, vanddampens partialtryk på  $1207 \text{ Pa}$  og dugpunktet på  $9,7^\circ\text{C}$ .

Bestem ud fra formler i kapitel 11.4.1 den fugtige lufts entalpi ( $h_{l,væd}$ ) i [ $\text{kJ/kg-vådluft}$ ] og omregn denne til fugtige lufts entalpi ( $h_{l,1+x}$ ) i [ $\text{kJ/kg-tørluft}$ ] (Svar: Hhv.  $38,83 \text{ kJ/kg-vådluft}$  og  $39,12 \text{ kJ/kg-tørluft}$ )

Bestem ud fra formler i kapitel 11.4.2 den fugtige lufts entalpi ( $h_{l,1+x}$ ) i [ $\text{kJ/kg-tørluft}$ ] (Svar:  $39,00 \text{ kJ/kg-tørluft}$ )

### Opgave 11.4

En fugtig luft er angivet ved fl. sammensætning: 74,948 %-m nitrogen ( $N_2$ ), 22,978 %-m ilt ( $O_2$ ), 1,330 %-m argon (Ar) og 0,744 %-m vand ( $H_2O$ ). Temperatur og absolut tryk er givet til hhv.  $20^\circ\text{C}$  og  $101325 \text{ Pa}$ , samt den absolutte fugtighed er  $7,5 \text{ g-vand/kg-tørluft} = 0,0075 \text{ kg-vand/kg-tørluft}$ . Yderligere er givet vanddampens partialtryk ved mætningstilstanden på  $2339 \text{ Pa}$ , den relative fugtighed på 51,6 %, vanddampens partialtryk på  $1207 \text{ Pa}$  og dugpunktet på  $9,7^\circ\text{C}$ .

Bestem ud fra formler i kapitel 11.4.2 en tilnærmet værdi for den specifikke varmekapacitet i [ $\text{kJ/kgK}$ ] for våd atmosfærisk luft gældende ved  $25^\circ\text{C}$  (Svar:  $1,028 \text{ kJ/kgK}$ ).

### Opgave 11.5

I et ventilationsanlæg skal to flow af luft blandes, og data er givet i nedenstående tabel:

<b>Luftflow</b>	<b>Dim.</b>	<b>Pkt. 1</b>	<b>Pkt. 2</b>
Flow	$m^3/h$	1000	3000
Temperatur	$^\circ\text{C}$	20	30
Absoluttryk	$\text{Pa}$	101325	101325
<i>Gassammensætning:</i>			
Nitrogen ( $N_2$ )	%-m	75,17	74,95
Ilt ( $O_2$ )	%-m	23,05	22,98
Argon (Ar) m. fl. (regnet som Ar)	%-m	1,33	1,33
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	%-m	0,45	0,74
<i>Sumkontrol</i>		100,00	100,00

Luften kan anses for en blanding af idealgasser.

Bestem våd massestrøm i [ $\text{kg/s}$ ] for luftstrøm i pkt. 1 og 2 (Svar: Hhv.  $0,3335$  og  $0,9660 \text{ kg/s}$ ).

Bestem tør massestrøm i [kg/s] for luftstrøm i pkt. 1 og 2 (Svar: Hhv. 0,3320 og 0,9589 kg/s).

Bestem absolut fugtighed for luftstrøm i pkt. 1 og 2 (Svar: Hhv. 0,0452 og 0,00746 kg-H<sub>2</sub>O/kg-tørluft).

Bestem, idet der for nemhed skyld kan anvendes formler for entalpi defineret i kapitel 11.4.2, temperatur i [°C] for den blandede luft. (Svar: 27,43 °C)

### Opgave 11.6 \*

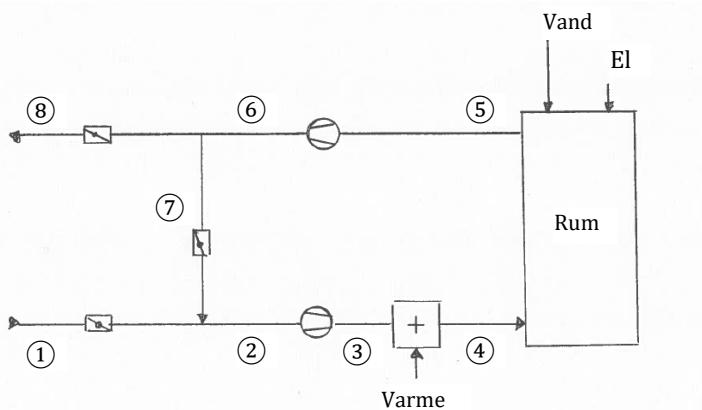
Et flow af fugtig luft på 1 kg/s opvarmes fra 15 °C og en relativ luftfugtighed på ca. 70 % til 25 °C og en relativ luftfugtighed på ca. 38 %.

Bestem bl.a. ved aflæsning af entalpi i Molliere diagrammet den nødvendige effekt for denne opvarmning (Svar: ca. 10,3 kW).

### Opgave 11.7

Denne opgaver er lavet for at øve i brugen af Molliere diagrammet (fig. 11.6.2), hvorfor der ved løsning af opgaven er forudsat aflæsning af tilstandsørrelser fra diagrammet. Det skal understreges, at opgaven kan løses med større nøjagtighed, hvis formlerne i kapitel 11 benyttes. Absoluttryk overalt i systemet antages at være 1 atm.

Et supermarked har etableret et separat afsnit/rum til modning og salg af importerede sydlandsk frugt. Rummet er forsynet med et ventilationsanlæg som vist på nedenstående figur.



Ventilationssystemet består af en indblæsnings- og udsugningsventilator, en varmeveksler til opvarmning, en række afspærtings- og reguleringsspjæld samt kanaler. Instrumentering er ikke vist. Det antages, at der ikke sker entalpistigning over ventilatorerne (pkt. 2-3 og pkt. 5-6)

Udeluft med reference pkt. 1 er givet i nedenstående tabel. For at sikre en passende luftkvalitet i rummet ønskes indblæsningsluften til rummet med reference pkt. 4 at opfylde som givet i nedenstående tabel.

Position	Dim.	Pkt. 1	Pkt. 4
Temperatur	°C	10	22
Absoluttryk	Pa	101325	101325
Absolut fugtighed	g-vand/kg-tørluft	5	7

Rummet dvs. mellem referencerne pkt. 4 og pkt. 5 er forsynes med 72 lamper, som hver afgiver 60 W, samt dyser til forstøvning af vand (forudsættes isentalpisk) med en samlet mængde på 7,8 kg/h. Der ses bort fra andre påvirkninger af luftkvaliteten i rummet.

Rummet har et samlet volumen på 400 m<sup>3</sup>. Der ønskes et luftskifte i rummet på 5 gange per time (baseret på at rummet er på normaltilstanden (0 °C og 1 atm.) og fyldt med tør atmosfærisk luft). Densitet for tør atmosfærisk luft er 1,293 kg/Nm<sup>3</sup>.

1. Bestem massestrøm i [kg/s] af tør luft i pkt. 4 ud fra krav til luftskifte i rummet (Svar: 0,72 kg/s)
2. Bestem ændring i absolut fugtighed i [kg-vand/kg-tørluft] og entalpi i [kJ/kg-tørluft] over rummet (pkt.3 til pkt. 4) (Svar: Hhv. 0,003 kg-vand/kg-tørluft og 6 kJ/kg-tørluft)

3. Bestem absolut fugtighed i [kg-vand/kg-tørluft] og entalpi i [kJ/kg-tørluft] i luften fra rummet (pkt. 5) (Svar: Hhv. 0,010 kg-vand/kg-tørluft og ca. 45,8 kJ/kg-tørluft)
4. Bestem massestrøm af våd recirkuleret luft i pkt. 7 (Svar: 0,291 kg-vådluft/s)
5. Bestem massestrøm af våd atmosfærisk luft i pkt. 1 (Svar: 0,434 kg-vådluft/s)
6. Bestem entalpi i [kJ/kg-tørluft] i luften efter opblanding (pkt. 2) (Svar: ca. 31,8 kJ/kg-tørluft)
7. Bestem den effekt, som skal tilføres i varmeveksleren (pkt. 3 til pkt. 4) (Svar: ca. 5,8 kW)
8. Indtegn det samlede procesforløb for hele processen i Molliere diagrammet (Ref. til Fig. 11.6.2)

## 12.0 Forbrænding

### 12.1 Introduktion

Som nævnt i starten af denne bog, har det været sigtet at kunne opstille en masse- og energibalancen for et system, og i den forbindelse har forbrændingslære en central rolle. Forbrændingslære indbefatter, at et brændsel f.eks. biomasse, kul eller olie forbrændes med atmosfærisk luft. Forbrændingslæren vil give svar på hvor meget forbrændingsluft (atmosfærisk luft) der skal bruges, og hvor meget røggas bliver der produceret ved forbrænding af et specifikt brændsel.

Atmosfærisk luft og dens sammensætning af gasarter er nærmere beskrevet i kapitel 11.

Et andet resultat af en forbrændingsberegnung er sammensætningen af den producerede røggas. Med denne i hånden kan man gå tilbage til kapitel 10 og bestemme stofværdier for denne – til brug for f.eks. en beregning af varmeindhold i røggassen.

I forbindelse med en bestemmelse af varmeafgivelse ved forbrænding af et brændsel vil denne bog begrænse sig til at antage, at brændværdien for brænslet er oplyst/kendt. Kendes et brænsels molekylestruktur f.eks. metan ( $\text{CH}_4$ ) kan brændværdien slås op i en håndbog eller beregnes teoretisk. Teoretisk bestemmelse af en brændværdi er ikke behandlet i denne bog.

Er der tale om et mere komplekst brændsel, hvor kun fordelingen af atomerne er kendt (en elementarfordeling) f.eks. biomasse med et specificeret indhold af kulstof (C), hydrogen (H) mm. er det en udfordring at beregne en reel værdi for brændværdien. I praksis tager man en repræsentativ brændstofprøve, og sender den til analyse på et laboratorium. På laboratoriet foretages et kaloriebombeforsøg, hvor varme afgivet ved forbrænding kan måles. Man kan herefter specificere brændværdien for brænslet.

En alternativ metode til kaloriebombeforsøget er en statistisk bestemmelse af brændværdien, men denne metode er behæftet med en vis usikkerhed og kan derfor ikke anbefales.

Forbrænding med og uden luftoverskud vil blive grundigt gennemgået.

I dette kapitel vil sammenhæng mellem nedre og øvre brændværdi for et brændsel blive forklaret, samt der vil ske en præsentation af visse praktiske udfordringer ved håndtering af røggas i tekniske anlæg.

Sidst i kapitlet vil røggaskondensering blive præsenteret, og der vil blive anvist en metode til bestemmelse af den opnåelig effekt herved. Forudsætninger for en god forståelse af emnet kræver, at man har orienteret sig i teorien om fugtig luft i kapitel 11.

## 12.2 Brænsler og brændværdi

### 12.2.1 Brændselstyper og brændselsspecifikation

En bud på en definition af ”et brændsel” kunne være et stof eller blanding af stoffer, som i direkte eller forædlet form, kan antændes og forbrænde – helt eller delvist.

I sagens natur må der forefindes mange brænsler på jordkloden, og her skal fremhæves de mest almindelige i Nordeuropa:

- Kul
- Brunkul
- Tørv
- Biomasse
- Olie
- Gas eller naturgas

Biomasse er en fællesbetegnelse for en række brændstoffer, som er produceret inden for de sidste 100 år. Det kan være:

- Halm (byg, hvede, rug og havre), som normalt produceres fra år til år
- Træ, som normalt produceres indenfor en periode på 10-100 år \*)
- Energiafgrøder (elefantgræs, pil etc.), som kan være baseret på et- eller flerårige planter

\*) Der er dog kendskab til visse træsorter, som kan være over 1000 år gamle (redwood eller eg) – de er også en biomasse.

Tørv, brunkul, kul og olie er oprindeligt også plantemateriale, men har været lagret under forskellige forhold og tidsperioder i jorden.

Nedenstående er givet typiske brændselsspecifikationer for forskellige brændsler. I specifikationerne er ikke medtaget forhold som bla. størrelsesfordeling, indhold af andre skadelige stoffer som f.eks. klor og tungmetaller mv.

### **Naturgas**

En typisk analyse af dansk naturgas er specificeret i kapitel 10.5.

### **Flaskegas**

Flaskegas er normalt en blanding af butan ( $C_4H_{10}$ ) og propan ( $C_3H_8$ ). Der sælges tillige 3 kg flaske med ren butan. Engangslightere er normalt fyldt med ren butan. Der findes i-butan og n-butan, som adskiller sig ved forskellig molekyleopbygning.

<b>Bestanddel</b>	<b>Dim.</b>	<b>Flaskegas</b>
i-Butan ( $C_4H_{10}$ )	%-masse	100,00
Nedre brændværdi (LHV)	MJ/kg	45,64

### **Træflis med 40 % vandindhold**

Typisk analyse ("som modtaget") for træflis fra danske skove.

<b>Bestanddel</b>	<b>Dim.</b>	<b>Træflis</b>
Kulstof (C)	%-masse	30,00
Brint (H)	%-masse	3,70
Ilt (O)	%-masse	25,50
Nitrogen (N)	%-masse	0,17
Sovl (S)	%-masse	0,03
Aske	%-masse	0,60
Vand	%-masse	40,00
Sum		100,00
Nedre brændværdi (LHV)	MJ/kg	10,0

### **Kul**

De danske kraftværker har anvendt kul fra hele verden, herunder bla. fra Polen, Sydafrika, USA, Colombia, Australien, England og Canada. Typisk analyse ("som modtaget") for colombianske kul er:

<b>Bestanddel</b>	<b>Dim.</b>	<b>Middelværdi</b>	<b>Variationsområde</b>
Kulstof (C)	%-masse	67,50	65-70
Brint (H)	%-masse	4,60	4,2-4,8
Ilt (O) (balance)	%-masse	6,25	-
Nitrogen (N)	%-masse	1,40	1,3-1,5
Svovl (S)	%-masse	0,75	0,6-0,9
Aske	%-masse	7,00	5-9
Vand	%-masse	12,50	11-14
Sum		100,00	-
Nedre brændværdi (LVH)	MJ/kg	26,0	25-27

Som et kuriosum kan nævnes, at de danske kraftværker i de sidste små 100 år har søgt at producere elenergi billigst muligt, har de set sig nødsaget til at købe kul i stort set hele verden. Det betød, at kulfyringsanlægget på danske kraftværker skulle være meget fleksibelt. Da designet og driften af de kulfyrede kraftværker endelig var på plads sidst i 1980'erne, blev kulfyring politisk uønsket pga. relativt stor CO<sub>2</sub>-udledning per indfyret energimængde – ak ja, vi teknikkere må konstant omstille os!

### Letolie

Typisk analyse ("som modtaget") for letolie er:

<b>Bestanddel</b>	<b>Dim.</b>	<b>Letolie</b>
Kulstof (C)	%-masse	88,0
Brint (H)	%-masse	11,6
Ilt (O) (balance)	%-masse	0,0
Nitrogen (N)	%-masse	0,3
Svovl (S)	%-masse	0,1
Aske	%-masse	0,0
Vand	%-masse	0,0
Sum		100,00
Nedre brændværdi (LVH)	MJ/kg	42,0

#### 12.2.2 Brændselsspecifikation på tør og askefri basis

Brændselsspecifikationerne for de to faste brændsler (kul og træflis) i kapitel 12.1.1 er angivet på "som modtaget", hvilket vil sige, at f.eks. vandindhold i procent vil være det man kan måle, hvis der udtages en prøve direkte fra brændselslageret.

I visse sammenhænge kan det være en fordel at angive en brændselsspecifikation på "tør basis" eller "tør og askefri basis".

Det skal bemærkes, at disse omregninger til "tør basis" og "tør og askefri basis" er teoretiske, og ikke har noget med virkeligheden at gøre. Og dog, "tør basis" kunne etableres i virkeligheden, hvis en brændstofprøve blev tørret i en ovn. Man skal dog være opmærksom på, at en del af vandindholdet kan være kemisk bundet, og kan ikke fordampes væk i en ovn.

Hvorfor så lave disse omregninger – jo, det er til information og analyser. For biomasser viser det sig, at den procentvise fordeling af kulstof, hydrogen mv. på massebasis og "tør basis" er rimeligt konstant.

Omregning mellem de forskellige specifikationsprincipper "som modtaget" og "tør basis" kan udføres med formel (12.2.2.1), idet der benyttes fl. forkortelser:

- sm = "som modtaget"
- tør = "tør basis"
- vaf = "tør og askefri" eller "vand og askefri"

$$Ma_{i,tør}[\%] = \frac{Ma_{i,sm}[\%] \cdot 100}{(100 - Ma_{H2O,sm}[\%])} \quad (12.2.2.1)$$

Samme formel kan bruges til at regne fra "tør basis" til "som modtaget" med et ønske på et bestemt vandindhold ( $Ma_{H2O,sm}[\%]$ ), men skal omskrives som anført i formel (12.2.2.2).

$$Ma_{i,sm}[\%] = \frac{Ma_{i,tør}[\%] \cdot (100 - Ma_{H2O,sm}[\%])}{100} \quad (12.2.2.2)$$

Omrægning mellem de forskellige specifikationsprincipper "som modtaget" og "tør og askefri basis" kan udføres med formel (12.2.2.3).

$$Ma_{i,vaf}[\%] = \frac{Ma_{i,sm}[\%] \cdot 100}{(100 - Ma_{H2O,sm}[\%] - Ma_{aske,sm}[\%])} \quad (12.2.2.3)$$

Samme formel kan bruges til at regne fra "tør og askefri basis" til "som modtaget" med et ønske på et bestemt vandindhold ( $Ma_{H2O,sm}[\%]$ ), men skal omskrives som anført i formel (12.2.2.4).

$$Ma_{i,sm}[\%] = \frac{Ma_{i,vaf}[\%] \cdot (100 - Ma_{H2O,sm}[\%] - Ma_{aske,sm}[\%])}{100} \quad (12.2.2.4)$$

Hvor askeindholdet på "som modtaget" må være bestemt af formel (11.2.2.5)

$$Ma_{aske,sm}[\%] = \frac{Ma_{i,tør}[\%] \cdot (100 - Ma_{H2O,sm}[\%])}{100} \quad (12.2.2.5)$$

Beregningsprocedure og brug af formlerne (12.2.2.4) og (12.2.2.5) kræver et kendskab til askeindholdet på "tør basis" ( $Ma_{i,tør}[\%]$ ).

#### **Eksmpel 12.3.1.a**

Træflis specificeret i kapitel 12.2.2 ønskes omregnet til "tør basis" og til "tør og askefri basis".

For bestemmelse af "tør basis" benyttes formel (12.2.2.1):

Bestanddel	Dim.	Træflis	Formel	Træflis
Basis		"som modtaget"		"tør"
Kulstof (C)	%-masse	30,00	= (30 · 100) / ((100 - 40))	50,00
Brint (H)	%-masse	3,70	= (3,7 · 100) / ((100 - 40))	6,17
Ilt (O)	%-masse	25,50	= (25,5 · 100) / ((100 - 40))	42,50
Nitrogen (N)	%-masse	0,17	= (0,17 · 100) / ((100 - 40))	0,28
Svovl (S)	%-masse	0,03	= (0,03 · 100) / ((100 - 40))	0,05
Aske	%-masse	0,60	= (0,6 · 100) / ((100 - 40))	1,00
Vand	%-masse	40,00		0,00
Sum		100,00		100,00

For bestemmelse af "tør og askefri basis" benyttes formel (12.2.2.3):

Bestanddel	Dim.	Træflis	Formel	Træflis
Basis		"som modtaget"		"vaf"
Kulstof (C)	%-masse	30,00	= (30 · 100) / ((100 - 40 - 0,6))	50,51
Brint (H)	%-masse	3,70	= (3,7 · 100) / ((100 - 40 - 0,6))	6,23
Ilt (O)	%-masse	25,50	= (25,5 · 100) / ((100 - 40 - 0,6))	42,92
Nitrogen (N)	%-masse	0,17	= (0,17 · 100) / ((100 - 40 - 0,6))	0,29
Svovl (S)	%-masse	0,03	= (0,03 · 100) / ((100 - 40 - 0,6))	0,05
Aske	%-masse	0,60		0,00
Vand	%-masse	40,00		0,00
Sum		100,00		100,00

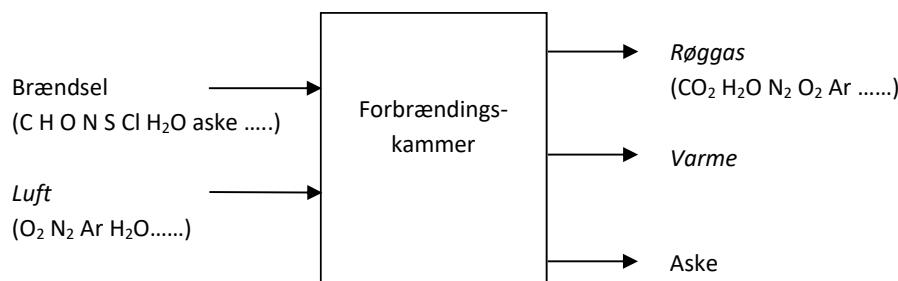
## 12.3 Forbrænding uden luftoverskud

### 12.3.1 Lovmæssigheder ved forbrænding

En **forbrændingsproces** er en kemisk reaktion, hvor et brændsel iltes eller oxyderes, og der skabes en række restprodukter, herunder en røggas og eventuelt aske, hvis brænslet indeholder aske.

De fleste forbrændingsprocesser er i starten endoterme dvs. kræver tilførsel af energi for at komme i gang, men når forbrændingsprocessen er blevet stabil, vil den være exoterm dvs. afgiver energi til omgivelserne. Dette kendes fra f.eks. når man ønsker at tænde et lejrbål eller starte en brændeovn op, så kræver det en optændingsblok (en fidibus).

En overordnet masse- og energibalance for stabil forbrændingsproces kan beskrives som anført i Fig. 12.3.1.1.



**Fig. 12.3.1.1** Overordnet procesdiagram for en stabil forbrændingsproses

Forbrændingsprocessen kan opstilles som en kemisk reaktionsligning, som anvist i formel (12.3.1.1).



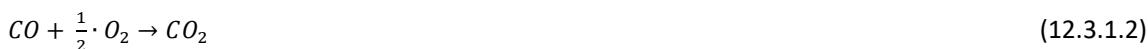
I relation til formel (12.3.1.1) kan følgende realistiske forudsætninger foretages:

1. Asken antages at være inert og vil ikke reagere med ilten (O<sub>2</sub>) i luften. Asken må derfor kunne genfindes kemisk intakt efter forbrændingsprocessen,
2. Nitrogen (N) i både brændsel og luft reagere ikke med ilten (O<sub>2</sub>) i luften, og må derfor kunne genfindes kemisk intakt i røggassen efter forbrændingsprocessen,
3. Argon (Ar) i luft reagere ikke med ilten (O<sub>2</sub>) i luften, og må derfor kunne genfindes kemisk intakt i røggassen efter forbrændingsprocessen,
4. Vand i både brændsel (flydende) og luft (vanddamp), samt det vand (vanddamp), der dannes ved iltning (O<sub>2</sub>) af hydrogen (H), vil genfindes kemisk intakt (vanddamp) i røggassen efter forbrændingsprocessen

Hvilke lovmaessigheder gælder ved en kemisk reaktionsligning? Der postuleres fl.:

- Der vil være massebevarelse,
- Der vil være bevarelse af atomer,
- Der vil nødvendigvis ikke være molbevarelse.

Lad os se på en forbrænding af kulmonooxyd (CO) med ren ilt (O<sub>2</sub>) til restproduktet kuldioxyd (CO<sub>2</sub>) og med fl. afstemte kemisk reaktionsligning:



Denne reaktion indebærer ikke molbevarelse, idet et mol kulmonooxyd (CO) reagere med et halvt mol ilt (O<sub>2</sub>) og bliver til et mol kuldioxyd (CO<sub>2</sub>).

Er der massebevarelse? Ja, og det kan verificeres ved at etablere en massebalance for formel (12.3.1.2). Molvægte fremgår af Appendiks D2.

- 1 mol CO vejer 28,01 gram + 0,5 mol O<sub>2</sub> vejer 16 gram = 1 mol CO<sub>2</sub> vejer 44,01 gram  
(44,01 gram = 44,01 gram)

Er der bevarelse af antal atomer? Ja, idet:

- Venstresiden indeholder et C-atom, og det gør højresiden også
- Venstresiden indeholder to O-atomer, og det gør højresiden også

I relation til energimængden, der frigives ved forbrændingen, skal formel (3.6.2) resumeres og som gælder ækvivalent i den udgave, som er givet i formel (12.3.1.3):

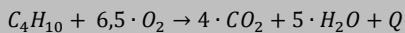
$$Q_{br} = m_{br} \cdot LHV \quad (12.3.1.3)$$

Hvor LHV er den nedre brændværdi af brænslet.

#### **Eksempel 12.3.1.a**

Afstem reaktionsligningen for forbrænding af Butan (C<sub>4</sub>H<sub>10</sub>) med ren ilt (O<sub>2</sub>), og opstil mol-, masse- og atombalance. Bestem tillige energimængden ved forbrænding af 1 kg butan.

Det postuleres, at den afstemte reaktionsligning er:



Mol-, masse- og atombalance:

- Der er ikke molbalance, idet 7,5 mol input bliver til 9 mol output (OK!)
- Der er atombalance, idet der er 4 C-atomer, 10 H-atomer, 13 O-atomer på begge side (OK!)
- Der er massebalance, idet venstresiden vejer 266,12 gram (1 mol butan vejer 58,12 gram + 6,5 mol ilt vejer 6,5\*32 = 208 gram), samt højresiden vejer 266,14 gram (4 mol kuldioxyd vejer 4\*44,01=176,04 gram + 5 mol vand vejer 5\*18,02 = 90,1 gram) (OK!, men nok lidt afrundingsfejl i Appendiks D2)

Energifrigivelsen er if. formel (12.3.1.3), idet brændværdien for butan hentes fra kapitel 12.2.1:

$$Q_{br} = m_{br} \cdot LHV = 1kg \cdot 45,64MJ/kg = 45,64 MJ$$

#### **12.3.2 Forbrænding uden luftoverskud**

Ved en forbrænding uden luftoverskud forstås en forbrænding, hvor der netop tilføres den nødvendige luftmængde (læs: ilt), som modsvarer en fuldstændig forbrænding af brænslets brandbare elementer. I røggassen er der således ingen resterende ilt (O<sub>2</sub>). En sådan forbrænding benævnes en **støkiometrisk forbrænding**.

Er brændselsspecifikation angivet på massebasis skal denne omregnes til molbasis. For brænslet beregnes antal mol for hvert enkel bestanddel ud fra 1 kg brændsel. Nedenstående skema kan med fordel anvendes, og kul fra kapitel 12.2.1 anvendes som eksempel:

**Kul (Bemærk! 1 kg brændsel):**

Bestanddel	%-masse	$Ma_i$	$m_i$	$M_i$	$N_i = \frac{m_i \cdot 1000}{M_i}$	Formelsymbol for $N_i$
Dim.	[%]	[-]	[kg]	[kg/kmol]	[mol]	
Kulstof (C)	67,50	0,6750	0,6750	12,01	56,2032	a
Brint (H)	4,60	0,0460	0,0460	1,01	45,5446	b
Ilt (O) (balance)	6,25	0,0625	0,0625	16,00	3,9063	c
Nitrogen (N)	1,40	0,0140	0,0140	14,00	1,0000	d
Svovl (S)	0,75	0,0075	0,0075	32,07	0,2339	e
Aske	7,00	0,0700	-	-	-	-
Vand	12,50	0,1250	0,1250	18,02	6,9367	f
Sum	100,00	1,0000	1,0			

I ovenstående tabel er beregnet antal mol af hver brandbar bestanddel af 1 kg brændsel. Asken er inert, og skal ikke indgå i den kemiske reaktion.

Som det fremgår af kapitel 12.3.1 udføres en kemisk reaktionsligning som en molbalance. Er specifikationen af forbrændingsluft angivet på massebasis skal denne omregnes til molbasis og med udgangspunkt i den korrekte formel fra Fig. 10.1.1. Nedenstående skema kan med fordel anvendes, og en tidligere specifikation for fugtig luft anvendes som eksempel:

**Forbrændingsluft:**

Bestanddel	%-masse	$Ma_i$	$M_i$	$Ma_i/M_i$	$Na_i = \frac{Ma_i/M_i}{\sum Ma_i/M_i}$	Formelsymbol for $Na_i$
Dim.	[%]	[-]	[kg/kmol]	[-]	[-]	
Kuldioxyd ( $CO_2$ )	0,05	0,0005	44,01	1,1361E-5	0,0003	g
Nitrogen ( $N_2$ )	75,17	0,7517	28,01	2,6837E-2	0,7751	h
Argon (Ar)	1,28	0,0128	39,95	3,2040E-4	0,0093	i
Ilt ( $O_2$ )	23,05	0,2305	32,00	7,2031E-3	0,2081	j
Vand ( $H_2O$ )	0,45	0,0045	18,02	2,4972E-4	0,0072	k
Sum	100,00	1,0000		3,4622E-2	1,0000	

Molmasse for forbrændingslften bestemmes ud fra Fig. 10.3.1:

$$M_l = \sum Na_i \cdot M_i$$

$$M_l = 0,0003 \cdot 44,01 + 0,7751 \cdot 28,01 + 0,0093 \cdot 39,95 + 0,2081 \cdot 32,00 + 0,0072 \cdot 18,02 = 28,88 \text{ kg/kmol}$$

Støkiometrisk forbrændingsligning jf. formel (12.3.2.1) kan herefter opstilles:

$$[brændsel med aske] + N_l \cdot [luft] = [røggas] + [aske] \quad (12.3.2.1)$$

↓

$$[a \cdot C + b \cdot H + c \cdot O + d \cdot N + e \cdot S + f \cdot H_2O + aske] + N_l \cdot [g \cdot CO_2 + h \cdot N_2 + i \cdot Ar + j \cdot O_2 + k \cdot H_2O] = \\ [l \cdot CO_2 + m \cdot N_2 + n \cdot Ar + o \cdot SO_2 + p \cdot H_2O] + [aske]$$

Faktoren ( $N_l$ ) vil repræsentere antallet af mol forbrændingsluft, som skal medgå til forbrændingen. Symbolerne j, k, l, m og n er antal mol producerede bestanddele af røggassen, som anvis nedenstående:

Producetet røggas:

Bestanddel	$N_i$	Formelsymbol for $Na_i$
Dim.	[mol]	
Kuldioxyd ( $CO_2$ )		l
Nitrogen ( $N_2$ )		m
Argon (Ar)		n
Svovdioxyd ( $SO_2$ )		o
Vand ( $H_2O$ )		p

Ud fra formel (12.3.2.1) kan følgende balancer opstilles, idet der skal være atom-bevarelse mellem venstre- og højresiden:

- |      |            |   |
|------|------------|---|
| I.   | C-balance  | $a + N_l \cdot g = l$   |
| II.  | H-balance  | $b + 2 \cdot f + N_l \cdot 2 \cdot k = 2 \cdot p$                           |
| III. | O-balance  | $c + f + N_l \cdot (2 \cdot g + 2 \cdot j + k) = 2 \cdot l + 2 \cdot o + p$ |
| IV.  | N-balance  | $d + N_l \cdot 2 \cdot h = 2 \cdot m$                                       |
| V.   | S-balance  | $e = o$   |
| VI.  | Ar-balance | $N_l \cdot i = n$   |

Der er således 6 ligninger med 6 ubekendte ( $l, m, n, o, p$  og  $N_l$ ), og dette kan løses som anført i formel (12.3.2.2):

Generel løsning:

$$N_l = \frac{2 \cdot a + 2 \cdot e + \frac{1}{2} \cdot b - c}{2 \cdot j}$$

$$l = a + N_l \cdot g$$

$$m = \frac{1}{2} \cdot d + N_l \cdot h$$

$$n = N_l \cdot i$$

$$o = e$$

$$p = \frac{1}{2} \cdot b + f + N_l \cdot k$$

(12.3.2.2)

Givet er:

$$a = 56,2032$$

$$b = 45,5446$$

$$c = 3,9063$$

$$d = 1,0$$

$$e = 0,2339$$

$$f = 6,9367$$

$$g = 0,0003$$

$$h = 0,7751$$

$$i = 0,0093$$

$$j = 0,2081$$

$$k = 0,0072$$

For eksemplet giver det i [mol]:

$$N_l = \frac{2 \cdot 56,2032 + 2 \cdot 0,2339 + \frac{1}{2} \cdot 45,5446 - 3,9063}{2 \cdot 0,2081} = 316,531$$

$$l = 56,2032 + 316,531 \cdot 0,0003 = 56,298$$

$$m = \frac{1}{2} \cdot 1,0 + 316,531 \cdot 0,7751 = 245,843$$

$$n = 316,531 \cdot 0,0093 = 2,944$$

$$o = 0,2339$$

$$p = \frac{1}{2} \cdot 45,5446 + 6,9367 + 316,531 \cdot 0,0072 = 31,988$$

Der kan nu opstilles en massebalance som anført i formel (12.3.2.3):

<u>Brændsel:</u> $m_{br} = 1 \text{ kg}$ (forudsætning) $m_{aske} = 0,07 \text{ kg}$ $m_{brandbart} = m_{br} - m_{aske} = 0,93 \text{ kg}$	(12.3.2.3)
<u>Luft:</u> $m_l = N_l \cdot M_l = 316,531 \text{ mol} \cdot 28,88 \text{ g/mol} \cdot 10^{-3} \text{ kg/g} = 9,14 \text{ kg}$	
<u>Røggas:</u> $m_r = l \cdot M_{CO_2} + m \cdot M_{N_2} + n \cdot M_{Ar} + o \cdot M_{SO_2} + p \cdot M_{H_2O}$ $m_r = (56,298 \cdot 44,01 + 245,843 \cdot 28,01 + 2,944 \cdot 39,95 + 0,2339 \cdot 64,06 + 31,988 \cdot 18,02) \cdot 10^{-3} \text{ kg/g} = 10,07 \text{ kg}$ $m_{aske} = 0,07 \text{ kg}$ (går lige igennem)	
<u>Samlet massebalance for kontrol:</u> $\sum m_{ind} = \sum m_{ud}$ $\downarrow$ $m_{brandbart} + m_{aske} + m_{luft} = m_r + m_{aske}$ $\downarrow$ $0,93 + 0,07 + 9,14 = 10,07 + 0,07$ $\downarrow$ $10,14 = 10,14 \quad (\text{OK!})$	

Ved forbrændingstekniske beregninger ønsker man at bestemme **den brændstof specifikke luftmængde** ( $\mu_{l,støk}$ ) og **den brændstof specifikke røggasmængde** ( $\mu_{r,støk}$ ). Den brændstofs specifikke luftmængde benævnes ofte **air-fuel ratio (AFR)** i den engelsksprogede litteratur.

$$\mu_{l,støk} = AFR = \frac{m_{luft,støk}}{m_{br}} \quad \text{i [kg-luft/kg-brændsel]} \quad (12.3.2.4)$$

$$\mu_{r,støk} = \frac{m_{r,støk}}{m_{br}} \quad \text{i [kg-røg/kg-brændsel]} \quad (12.3.2.5)$$

For forbrændingen af kullet bliver disse størrelser:

$$\mu_{l,støk} = AFR_{støk} = \frac{m_{luft,støk}}{m_{br}} = \frac{9,14 \text{ kg}}{1 \text{ kg}} = 9,14 \text{ kg-luft/kg-brændsel}$$

$$\mu_{r,støk} = \frac{m_{r,støk}}{m_{br}} = \frac{10,07 \text{ kg}}{1 \text{ kg}} = 10,07 \text{ kg-røg/kg-brændsel}$$

En yderligere kontrol af beregningerne kan udføres, idet der må gælde, at: ( $\mu_{l,støk} + m_{brandbart} = \mu_{r,støk}$ ). Ovenstående beregninger kan benyttes til at bestemme røggassens sammensætning på massebasis ved brug af udvalgt formel i Fig. 10.1.1, og fl. skema kan opstilles:

#### Røggas (støkiometrisk)

Bestanddel	$N_i$	$Na_i$	$M_i$	$Na_i \cdot M_i$	$Ma_i = \frac{Na_i \cdot M_i}{\sum Na_i \cdot M_i}$	%-masse
Dim.	[mol]	[-]	[kg/kmol]	[-]	[kg]	[%]
Kuldioxyd ( $CO_2$ )	56,298	0,1669	44,01	7,3453	0,2460	24,60
Nitrogen ( $N_2$ )	245,843	0,7289	28,01	20,4165	0,6837	68,37
Argon (Ar)	2,944	0,0087	39,95	0,3476	0,0116	1,16
Svooldioxyd ( $SO_2$ )	0,2339	0,0007	64,06	0,0448	0,0015	0,15
Vand ( $H_2O$ )	31,988	0,0948	18,02	1,7083	0,0572	5,72
Sum	347,3069	1,0		29,8625	1,0	100,00

Husk, at denne røggassammensætning er for en støkiometrisk forbrænding, og dette kan også ses af det faktum, at røggassen ikke indeholder rest-ilt. En støkiometrisk forbrænding er svær at opnå i den virkelige verden, og derfor har næste kapitel fokus på en forbrænding med mere luft (læs: ilt) end nødvendigt for forbrændingen af de brandbare elementer i brænslet.

## 12.4 Forbrænding med luftoverskud

Ved en forbrænding med luftoverskud forstås en forbrænding, hvor der tilføres en luftmængde (læs: ilt) større end den for forbrændingen nødvendige. I røggassen er der således være en vis mængde resterende ilt ( $O_2$ ).

Man skelner mellem to begreber, nemlig **et luftoverskudstal** og **et luftoverskud**, som hhv. er nærmere i formerne (12.4.1) og (12.4.2).

$$\lambda_{forbr} = \frac{m_l}{m_{l,støk}} \quad i [-] \quad (12.4.1)$$

$$Luftoverskud = (\lambda_{forbr} - 1) \cdot 100 \quad i [\%] \quad (12.4.2)$$

Realistiske luftoverskudstal ved forbrænding af forskellige brændsler er angivet i Fig. 12.4.1. For at opnå den højeste kedelvirkningsgrad gælder det om at have det laveste luftoverskud i forbrændingsprocessen. Begrundelsen er, at jo lavere luftoverskud desto mindre er røggasmængden, som er nært sammenhængende med røgastabet i skorstenen.

Man skal dog undgå, at sætte luftoverskudstallet lavere end retningslinjerne i Fig. 14.4.1, idet dette kan resultere i en ufuldstændig forbrænding, hvilket vil sige, at f.eks. alt kulstof (C) ikke iltes færdigt til kuldioxyd ( $CO_2$ ), men der produceres kulmonoxyd (CO) i en vis mængde. Ledes kulmonoxyd til omgivelserne vil det være et fyringsteknisk energitab, og kedelvirkningsgraden vil blive marginalt lavere. Endvidere sætter myndighederne grænseværdier for udledning af kulmonoxyd, og hvis en grænseværdi ikke overholdes, vil anlægget blive lukket på sigt.

Brændsel og fyringsteknik	Typisk $\lambda_{forbr}$	Variationsområde
Kul og risteforbrænding	1,35	1,25-1,50
Kul og støvfyring	1,17	1,15-1,20
Træflis/halm og risteforbrænding	1,30	1,20-1,45
Olie i brændere	1,10	1,06-1,15
Gas i brændere	1,05	1,03-1,20

Fig. 12.4.1 Retningslinjer for luftoverskudstal som funktion af brændsel og fyringsteknik

Formler for den brændstof specifikke luft- ( $\mu_l$ ) og røggasmængde ( $\mu_r$ ) som funktion af luftoverskudstallet ved forbrændingen er angivet i formerne (12.4.3) til (12.4.4).

$$\mu_l = \lambda_{forbr} \cdot \mu_{l,støk} \quad i [\text{kg-luft/kg-brændsel}] \quad (12.4.3)$$

$$\mu_r = \mu_{r,støk} + (\lambda_{forbr} - 1) \cdot \mu_{l,støk} \quad i [\text{kg-røg/kg-brændsel}] \quad (12.4.4)$$

For forbrændingen af kullet i eksemplet i kapitel 12.3.2 med et luftoverskudstal på 1,35 (dss. et luftoverskud på 35 %) bliver disse størrelser:

$$\mu_l = \lambda_{forbr} \cdot \mu_{l,støk} = 1,35 \cdot 9,14 = 12,34 \text{ kg-luft/kg-brændsel}$$

$$\mu_r = \mu_{r,støk} + (\lambda_{forbr} - 1) \cdot \mu_{l,støk} = 10,07 + (1,35 - 1) \cdot 9,14 = 13,27 \text{ kg-røg/kg-brændsel}$$

For at bestemme den reelle røggassammensætning kan man med fordel kigge nærmere på formel (12.4.4), som man kan ulede af, at der til den støkiometriske røggassammensætning skal lægge noget ekstra forbrændingsluft svarende til luftoverskuddet. Fl. skema kan opstilles:

### Røggas (luftoverskud på 35 %)

Bestanddel	$N_i$ røggas (støk)	$N_l$ luft (støk)	$Na_i$ luft	$N_i$ røggas *)	$Na_i$ røggas	%-mol røggas
Dim.	[mol]	[mol]	[-]	[mol]	[-]	[%]
Kuldioxyd ( $\text{CO}_2$ )	56,298	316,531	0,0003	56,331	0,1257	12,57
Nitrogen ( $\text{N}_2$ )	245,843	316,531	0,7751	331,713	0,7402	74,02
Argon (Ar)	2,944	316,531	0,0093	3,974	0,0089	0,89
Svooldioxyd ( $\text{SO}_2$ )	0,2339	316,531	0,0000	0,2339	0,0005	0,05
Ilt ( $\text{O}_2$ )	0,000	316,531	0,2081	23,055	0,0515	5,15
Vand ( $\text{H}_2\text{O}$ )	31,988	316,531	0,0072	32,786	0,0732	7,32
Sum	317,3069		1,0000	448,093	1,0	100,00

\*) Formel brugt:  $[N_i \text{ røggas}] = [N_i \text{ røggas (støk)}] + (\lambda_{forbr} - 1) \cdot [N_l \text{ luft (støk)}] \cdot [Na_i \text{ luft}]$

Denne røggassammensætning i mol-% kan omregnes til masse-% ved brug af rette formel fra Fig. 10.1.1 og fl. skema:

Bestanddel	$Na_i$ røggas	$M_i$	$Na_i \cdot M_i$	$Ma_i$	%-masse
Dim.	[-]	[kg/kmol]	[-]	[-]	[%]
Kuldioxyd ( $\text{CO}_2$ )	0,1257	44,01	5,5321	0,1868	18,68
Nitrogen ( $\text{N}_2$ )	0,7402	28,01	20,7330	0,7000	70,00
Argon (Ar)	0,0089	39,95	0,3556	0,0120	1,20
Svooldioxyd ( $\text{SO}_2$ )	0,0005	64,06	0,0320	0,0011	0,11
Ilt ( $\text{O}_2$ )	0,0515	32,00	1,6480	0,0556	5,56
Vand ( $\text{H}_2\text{O}$ )	0,0732	18,02	1,3191	0,0445	4,45
Sum	1,0		29,6198	1,0	100,00

Det er nu muligt at bestemme alle stofværdier (densitet, specifik varmekapacitet, varmeledningsevne etc.) for røggassen efter forbrændingsprocessen jf. kapitel 10.3, og herefter bestemme bla. effekt ved afkøling af røggassen og evt. røggaskondensering. For beregning af effekt ved røggaskondensering henvises til sidst i dette kapitel.

## 12.5 Øvre og nedre brændværdi

Ved den kemiske reaktion som en forbrændingsproces er, kan man bestemme den frigivne energi, hvis molekylestrukturen af bestanddelene i brænslet kendes dvs. at man f.eks. kender indholdet af metan ( $\text{CH}_4$ ) i stedet for indholdet af atomerne kulstof (C) og hydrogen (H). En brændselsspecifikation baseret på atomer benævnes en elementaranalyse/-specifikation.

Kendes kun elementaranalysen for et brændsel kan brændværdi af brænslet bestemmes i et laboratorium. En mindre repræsentativ brændstofprøve afbrændes i et såkaldt bombekalorimeter, hvor den frigivne energi kan måles.

Alternativet til et bombekalorimeter vil være en statistisk bestemt brændværdien ud fra elementaranalysen, hvori også et kendskab til brænslets herkomst og geografiske lokation kan indgå.

I dette kapitel antages brændværdien af et brændsel som hovedregel kendt, at brændværdien er oplyst.

Der er to forskellige brændværdier, som defineres som følger:

- **Nedre brændværdi** (med typisk anvendte forkortelser: LHV NCV  $H_u$  mv.): Den energimængde, som et kilogram af brænslet frigiver ved komplet iltning af alle brændbare elementer i brænslet, og vandindholdet opstået ved forbrændingen er at forefinde på dampform,
- **Øvre brændværdi** (med typisk anvendte forkortelser: HHV GCV  $H_o$  mv.): Den energimængde, som et kilogram af brænslet frigiver ved komplet iltning af alle brændbare elementer i brænslet, og vandindholdet opstået ved forbrændingen er komplet kondenseret og er at forefinde på væskeform,

Den matematiske sammenhæng mellem nedre og øvre brændværdi er anført i formel (12.5.1).

$$\boxed{HHV = LHV + r_f \cdot \mu_{H2O,forbr}} \quad (12.5.1)$$

Hvor,

$r_f$  Er fordampningsvarmen for vand ( $H_2O$ ) ved en internationalt valgt temperaturreference på  $25^\circ C$  ( $r_f = 2,2445 \text{ MJ/kg}$ )

$\mu_{H2O,forbr}$  Den brændselsbårne vanddannelse ( $H_2O$ ) dvs. stammende fra vand i brænslet og det vand, som dannes ved iltning af hydrogen (H) til vand ( $H_2O$ )

Bemærk, at den relativt lille mængde vand ( $H_2O$ ), som er i forbrændingsluften, er ikke inkluderet i den brændselsbårne vanddannelse. For at bestemme mængden af brændselsbåren vand skal brænslet analyseres for vanddannende komponenter:

- Vand i brænslet må direkte lede til vand i røggassen. For kullet i kapitel 12.3.2 var masseandel vand ( $Ma_{H2O}$ ) i brænslet 0,125 kg-vand/kg-brændsel,
- Hydrogen i brænslet vil omdannes til vand ved iltning igennem fl. reaktionsligning:  $2H+O=H_2O$ . Vægt af to kmol H er 2,02 kg og vægt af et kmol  $H_2O$  er 18,02 kg, og dette giver en konverteringsfaktor for hydrogen til vand på 8,921 ( $= 18,02/2,02$ ). For kullet i kapitel 12.3.2 var masseandel hydrogen ( $Ma_H$ ) i brænslet 0,046 kg-hydrogen/kg-brændsel, og det må så give:  $8,921 \cdot 0,046 = 0,410 \text{ kg-vand/kg-brændsel}$ ,
- Samlet vandmængde dannet ved forbrændingen bliver da:

$$\mu_{H2O,forbr} = Ma_{H2O} + 8,921 \cdot Ma_H = 0,121 + 8,921 \cdot 0,046 = 0,535 \text{ kg}_{H2O}/\text{kg}_{br} \quad (12.5.2)$$

Ved brug af formel (12.5.1) kan den øvre brændværdi for kullet nævnt i kapitel 12.2.1 og 12.3.2 bestemmes til:

$$HHV(\text{colobianske kul}) = LHV + r_f \cdot \mu_{H2O,forbr} = 26 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}_{br}} + 2,442 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}_{H2O}} \cdot 0,535 \frac{\text{kg}_{H2O}}{\text{kg}_{br}} = 27,31 \text{ MJ/kg}$$

#### **Eksmpel 12.5.a**

Bestem øvre brændværdi for den træflis, som er specifiseret i kapitel 12.2.1.

Træflisen har en nedre brændværdi (LHV) på  $10 \text{ MJ/kg}$ , samt et specifikt indhold af hydrogen ( $Ma_H$ ) og vand ( $Ma_{H2O}$ ) på hhv.  $0,037$  og  $0,40$ .

If. formel (12.5.2) danner fl. mængde vand ved forbrændingen:

$$\mu_{H2O,forbr} = Ma_{H2O} + 8,921 \cdot Ma_H = 0,40 + 8,921 \cdot 0,037 = 0,730 \text{ kg}_{H2O}/\text{kg}_{br}$$

Ved brug af formel (12.5.1) kan øvre brændværdi bestemmes til:

$$HHV(\text{flis}) = LHV + r_f \cdot \mu_{H2O,forbr} = 10 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}_{br}} + 2,442 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}_{H2O}} \cdot 0,730 \frac{\text{kg}_{H2O}}{\text{kg}_{br}} = 11,78 \text{ MJ/kg}$$

## 12.6 Specielle forhold ved forbrænding

Der vil være mange aspekter i forbindelse med håndtering af brændsler, forbrændingsluft og røggas, som kunne være interessante at se nærmere på, men emnet begrænses til adiabatisk forbrændingstemperatur og korrosion i røggasveje.

### 12.6.1 Adiabatisk forbrændingstemperatur

I de fleste forbrændingskamre (fyrrum) optages noget af den varme, som er afgivet ved forbrændingsprocessen, i væggene i forbrændingskammeret f.eks. til rør, som indgår i fordamperens cirkulationskreds. Resten af varmen resulterer i en relativt høj temperatur på røggassen, som forlader forbrændingskammeret. I praksis er røggassens temperatur efter et kølet forbrændingskammer i størrelsesordenen 900 – 1300 °C. Princippet er illustreret på Fig. 12.6.1.

Det er konstruktøren af forbrændingskammeret, som sætter røggastemperaturen ved 100 % last i afhængighed af brændsels- og kedeltype. Redskabet til dette er det kølede areal i forbrændingskammeret. Alt andet lige, vil et forstørret kølet areal give en mindre temperatur på røggassen, som forlader forbrændingskammeret.

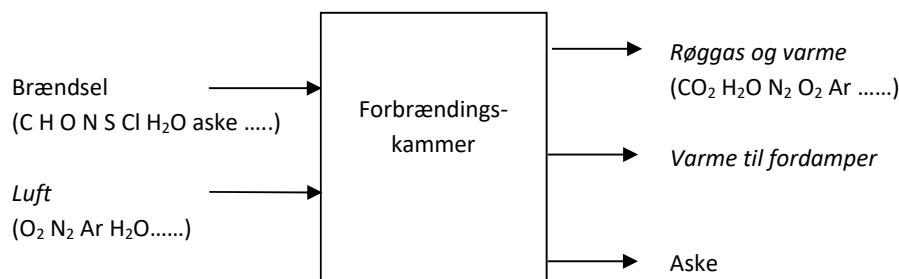
Varmeovergang mellem røggas og vægge i forbrændingskammeret sker for langt størstedelens vedkommende igennem stråling. Kun en mindre del sker ved konvektion.

Der er mange faktorer, som spiller ind ved valg af røggastemperatur efter et forbrændingskammer ved 100 % last, men i afhængighed af brændselstype vil en konstruktør i praksis tilstræbe fl. røggastemperatur efter et forbrændingskammer:

• Husholdningsaffald	850-950 °C
• Træflis og halm	900-1000 °C
• Kulstøv	1150-1250 °C
• Gas og olie	1200-1300 °C

Årsagen til, at der betones røggastemperatur efter et forbrændingskammer ved 100 % last, er, at ved dellast (< 100 % last) vil den med brænslets indfyrede effekt falde, men det kølede areal vil være uforandret. Dette må alt andet lige betyde en faldende røggastemperatur efter forbrændingskammeret som funktion af faldende kedellast.

En afgørende faktor i ansættelsen af røggastemperaturen efter et forbrændingskammer ved 100 % last er indhold af aske i røggassen og askens fysiske egenskaber. En afgørende faktor er, om asken er klæbende dvs. i nærheden af dets smeltepunktstemperatur. En temperatur på røggassen efter forbrændingskammeret vælges i de fleste tilfælde lavere end smeltepunktstemperaturen for asken for at undgå ophobning af aske (benævnt fouling) i de første hedeflader i røggasvejen.



**Fig. 12.6.1** Overordnet procesdiagram for en forbrændingsproces

Som en del af en samlet analyse forud for fastlæggelsen af designet for et forbrændingskammer kan beregnes en **adiabatisk forbrændingstemperatur**, som er en teoretisk størrelse. Den adiabatiske forbrændingstemperatur defineres som den temperatur, som røggassen forlader forbrændingskammeret med, hvis der ikke afgives varme til fordamperen eller er andre varmetab. Fl. faktorer har primært indflydelse på den adiabatiske forbrændingstemperatur:

- Brændselstype
- Luftoverskud ved forbrændingen

Den adiabatiske forbrændingstemperatur ( $T_{adia}$ ) kan bestemmes af formel (12.6.1).

$$T_{adia} = \frac{\dot{Q}_{br}}{\dot{m}_r \cdot c_{p,int,r}} = \frac{\dot{m}_{br} \cdot LHV}{\dot{m}_r \cdot c_{p,int,r}} = \frac{LHV}{\mu_r \cdot c_{p,int,r}} \quad (12.6.1)$$

Alle mediestrømme – undtagen røggassen – skal have samme referencetemperatur, og den vælges i mange tilfælde til 0 °C. Den specifikke varmekapacitet i formel (12.6.1) skal være den integrale specifikke varmekapacitet bestemt fra referencetemperaturen til den adiabatiske forbrændingstemperatur.

Alternativt kan den adiabatiske entalpi ( $h_{adia}$ ) bestemmes som vist i formel (12.6.2), og herudfra kan den adiabatiske forbrændingstemperatur bestemmes i f.eks. en entalpitabel.

$$h_{adia} = T_{adia} \cdot c_{p,int,r} = \frac{LHV}{\mu_r} \quad (12.6.2)$$

Det skal dog være fra en entalpitabel (se procedure i kapitel 10.3.2), som er gældende for den pågældende røggassammensætning og entalpien skal have referencetemperaturen 0 °C.

#### **Eksmpel 12.6.1.a**

Bestem den adiabatiske forbrændingstemperatur for colombianske kul ved et luftoverskudstal på 1,35 som behandlet i kapitel 12.4.

Specifik røggasmængde ( $\mu_r$ ) blev bestemt til 13,27 kg-røg/kg-brændsel. Entalpi for den adiabatiske forbrændingstemperatur bestemmes af formlen:

$$h_{adia}(T_{adia}) = T_{adia} \cdot c_{p,int,r} = \frac{LHV}{\mu_r} = \frac{26000 \text{ kJ/kg-br}}{13,27 \text{ kg-røg/kg-br}} = 1959,3 \text{ kJ/kg-røg}$$

Det er indlysende, at der skal itereres for at finde den adiabatiske forbrændingstemperatur. Der forventes en relativt høj adiabatisk forbrændingstemperatur, hvilket betyder, at tabeller i Appendiks D2 ikke er tilstrækkelige. I lighed med Eksempel 10.3.1.b opstilles en række polynomier, som beskriver entalpien for hver af de 6 gasser i røggassen for temperaturintervallet [0; 2500°C]:

$$\begin{aligned} h(CO_2; T) &= -6,4E(-15) \cdot T^5 + 5,56E(-11) \cdot T^4 - 2,137E(-7) \cdot T^3 + 4,529E(-4) \cdot T^2 + 8,382E(-1) \cdot T^1 + 0,0 \\ h(N_2; T) &= 2,4E(-15) \cdot T^5 - 1,24E(-11) \cdot T^4 + 1,33E(-9) \cdot T^3 + 1,199E(-4) \cdot T^2 + 1,008E(0) \cdot T^1 + 0,0 \\ h(Ar; T) &= -8,0E(-16) \cdot T^5 + 4,533E(-12) \cdot T^4 - 8,6E(-9) \cdot T^3 + 6,067E(-6) \cdot T^2 + 5,194E(-1) \cdot T^1 + 0,0 \\ h(SO_2; T) &= -3,867E(-15) \cdot T^5 + 3,587E(-11) \cdot T^4 - 1,332E(-7) \cdot T^3 + 2,602E(-4) \cdot T^2 + 6,33E(-1) \cdot T^1 + 0,0 \\ h(O_2; T) &= -3,2E(-15) \cdot T^5 + 2,933E(-11) \cdot T^4 - 1,12E(-7) \cdot T^3 + 2,287E(-4) \cdot T^2 + 8,882E(-1) \cdot T^1 + 0,0 \\ h(H_2O; T) &= 6,781E(-13) \cdot T^5 - 5,082E(-9) \cdot T^4 + 1,433E(-5) \cdot T^3 - 1,854E(-2) \cdot T^2 + 1,326E(+1) \cdot T^1 + 0,0 \end{aligned}$$

Som det ses af formlerne, er referenceværdien for entalpien sat til 0 °C. Den specifikke entalpi bestemmes efter reglerne i Fig. 10.3.1.1:

$$h(røggas; T) = \sum Ma_i \cdot h(stof_i; T)$$

Masseandele af de enkelte gasser i røggasen blev i kapitel 12.4 bestemt til:

Bestanddel	$Ma_i$	%-masse
Dim.	[·]	[%]
Kuldioxyd ( $\text{CO}_2$ )	0,1868	18,68
Nitrogen ( $\text{N}_2$ )	0,7000	70,00
Argon (Ar)	0,0120	1,20
Svooldioxyd ( $\text{SO}_2$ )	0,0011	0,11
Ilt ( $\text{O}_2$ )	0,0556	5,56
Vand ( $\text{H}_2\text{O}$ )	0,0445	4,45
Sum	1,0	100,00

Den adiabatiske forbrændingstemperatur er ved brug af et excel-ark bestemt til 1531 °C eller 1804 K.

### 12.6.2 Korrosion i røggasveje

En række brændsler indeholder stoffer, herunder svovl (S) og klor (Cl), som kan give anledning til korrosion i røggasvejen mellem forbrændingskammeret og skorstenen.

Korrosion i røggasvejen kan være i højtemperatur- eller i lavtemperaturområdet:

- **Højtemperaturkorrosion** sker typisk i overheder i dampkedler, hvor metaltemperaturen er mellem 400 og 600 °C. Specielt klor kan give anledning til højtemperaturkorrosion. Nyere studier indikere, at et vist forhold mellem svovl og klor kan reducere korrosionsraten, og i visse kedler doseres rent svovl for at imødegå højtemperaturkorrosion. Højtemperaturkorrosion kan reduceres væsentligt ved anvendelse af visse legerede ståltyper.
- **Lavtemperaturkorrosion** ses i "den kolde ende" af et kedelanlæg dvs. der hvor metaltemperaturen er lav. Lavtemperaturkorrosion skyldes svovlholdige forbindelser som f.eks. svooldioxyd ( $\text{SO}_2$ ), svovlsyrling ( $\text{H}_2\text{SO}_3$ ) og svovlsyre ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ) i røggassen. Svovaltsyres dugpunkt er afhængig af koncentration, men kan observeres ved røggastemperaturer under ca. 160 °C. På visse anlæg har det dog vist sig, at hvis metaltemperaturen holdes >90 °C er korrosionsraten acceptabel. Under alle omstændigheder skal man holde en temperatur højere end vanddugpunktet (se nærmere i kapitel 12.7), idet svovlforbindelser i et vandigt miljø er særligt aggressive. Lavtemperaturkorrosion kan reduceres væsentligt ved valg af et andet materiale end almindeligt stål f.eks. glas eller plast, eller syrefaste ståltyper som f.eks. AISI 316L.

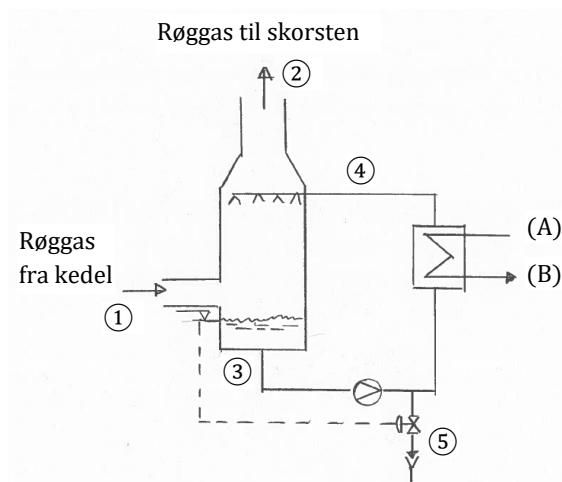
### 12.7 Affugtning af fugtig røggas dvs. røggaskondensering

I kapitel 11.8.2 blev en proces med befugtning af fugtig luft ved direkte blanding/mixning med recirkuleret vand i en reaktor behandlet.

I dette kapitel ses nærmere på affugtning af en røggas ved direkte blanding/mixning med afkølet recirkuleret vand i en reaktor. Affugtningen af røggassen sker, idet røggassen afkøles under dets vanddugpunkt af det kølede recirkulerende vand.

Princippet er vist på Fig. 12.7.1 og finder nok sin største anvendelse i forbindelse med affugtning af røggas – også benævnt røggaskondensering.

For at processen illustreret på Fig. 12.7.1 vil forløbe, må der fjernes varme i den viste varmeveksler. Ved røggaskondensering er dette netop formålet, og varmen kan overføres til returvandet fra et fjernvarmesystem eller anvendes til opvarmning af f.eks. drivhuse på et gartneri.



**Fig. 12.7.1** Procesdiagram for affugtning af røggas (eller meget fugtig luft) ved recirkulering af afkølet vand

Hvad sker i processen? Kan der defineres nogle holdepunkter, som kan bruges beregningsteknisk? Ja, og det er:

- I. Røggassen i pkt. 1 kommer typisk fra et kedelanlæg, hvor der sker en forbrænding af et brændsel. Røggassen indeholder en tør andel (nitrogen ( $N_2$ ), kuldioxyd ( $CO_2$ ), ilt ( $O_2$ ), argon ( $Ar$ )) samt vanddamp ( $H_2O$ ) og sure gasser som f.eks. svovldioxyd ( $SO_2$ ). Røggassen er typisk afkølet i kedelanlægget til et niveau på  $120 - 150\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Vanddampen stammer fra iltningen af brændselsbåren hydrogen ( $H_2$ ), vand i brændsel og en lille fraktion fra vanddamp i den til forbrændingen medgående forbrændingsluft.
- II. Varmevekslerne for det recirkulerende vand er typisk en pladevarmeveksler, hvor der kan opnås en temperaturforskell ( $T_4 - T_A$ ) på ned til  $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,
- III. Reaktoren kan betragtes som en varmeveksler, som har et uendeligt areal, idet der er ekstrem god kontakt mellem den opadstigende røggasstrøm og de nedadfalde vandråber fra inddysningen af det afkølede recirkulerende vand, og man kan i praksis antage, at temperaturforskellen ( $T_2 - T_4$ ) er tæt på  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Kontakten mellem recirkuleret vand og røggasstrøm kan forbedres ved indsættelse af et eller flere lag af fyldelementer, som kan være plastifikruger med en stor overflade. Man skal dog holde øje, at disse fyldelementer giver et forøget tryktab på røggassiden, som skal overvindes af ventilatoren, som sikrer bortledning af røggas ud gennem skorstenen,
- IV. Tilstanden i pkt. 2 må antages at være mættet eller tæt på mætning ( $95 \leq \varphi \leq 100\text{ \%}$ ). Her antages at  $\varphi_2 = 100\text{ \%}$ . Dette betyder, at vanddampens partialtryk for den aktuelle røggas ( $p_{H_2O,2}$ ) og vanddampens partialtryk ved mættet tilstand ( $p_{H_2O,mæt,2}$ ) er identiske og kan bestemmes som mætningstrykket entydigt givet af (mætnings-)temperaturen ( $T_2$ ) bestemt jf. ovenstående. Hvis vanddampen betragtes som en idealgas, kan vanddampens partialtryk samme sted ( $p_{H_2O,2}$ ) benyttes til at bestemme volumenandelen af vanddamp i pkt. 2 ( $V_{H_2O,2}$ ) ved brug af formel (10.2.3). Volumenandelen af vanddamp i pkt. 2 ( $V_{H_2O,2}$ ) kan så efterfølgende bruges til at bestemmes røggassens sammensætning på masse- og volumenbasis i pkt. 2 jf. formlerne i Fig. 10.3.1.
- V. Røggassens masseandel af vanddamp i pkt. 2 kan herefter benyttes til at bestemme det samlede fald i vandindhold igennem reaktoren, og herved er den kondenserede mængde vanddamp bestemt. Hvis vandniveauet i reaktoren skal opretholdes, må den kondenserede vandmængde ledes til recipient (kloakken) igennem drænventilen indikeret på Fig. 12.7.1. Den recirkulerede vandmængde skal være meget større end den kondenserede vandmængde ( $\dot{m}_3 \gg \dot{m}_5 = \Delta\dot{m}_{1-2}$ ) for at sikre god kontakt mellem den opadstigende røggas og de nedfalde vandråber,
- VI. Hvad er temperaturforholdene i selve reaktoren? Det må antages, at den sensible energi i røggasstrømmen ind i reaktoren (pkt. 1) opbruges først, og temperaturen i den nedre del af reaktoren reduceres til ca. mætningstemperaturen (dugpunktstemperaturen) ved tilstand pkt. 1. I den øvre del af reaktoren efter

dyserne dvs. i tilstanden pkt. 2 blev ovenstående antaget at være mættet og lig med (mætnings-)temperaturen ( $T_2$ ). Vandet i bundkaret af reaktoren (dss. pkt. 3) må derfor antages at være tæt på mætningsstemperaturen (dugpunktstemperaturen) ved tilstand pkt. 1,

- VII. Temperaturen ( $T_B$ ) vil kunne bestemmes af formlen:  $|\dot{Q}_{34}| = \dot{Q}_{AB} = \dot{m}_{AB} \cdot c_{p,m,AB} \cdot (T_B - T_A)$

Hvordan bestemmes effekten  $|\dot{Q}_{34}|$ ? Den bestemmes af 3 led:

- Det tørre røggasflow igennem reaktoren er konstant og vil give et effektbidrag på:

$$|\dot{Q}_{r,tør,1-2}| = \dot{m}_{r,tør,1} \cdot c_{p,r,m,1-2} \cdot (T_1 - T_2) \quad (12.7.1)$$

- Den samlede mængde vanddamp i pkt. 1 er overhededet, idet  $T_1 > T_{H2O,1}$ . Effekten indeholdt i denne overhedning vil blive afgivet i reaktoren, og kan bestemmes som:

$$\begin{aligned} |\dot{Q}_{H2O,OH,1}| &= \dot{m}_{H2O,1} \cdot (h_{H2O,1} - h''_1) \\ |\dot{Q}_{H2O,OH,1}| &= \dot{m}_{H2O,1} \cdot [h_{H2O,1}(steam; T = T_1; p = p_{H2O,1}) - h''_{H2O,1}(steam; p = p_{H2O,1}; x = 1)] \end{aligned} \quad (12.7.2)$$

- Det kondenserede vandmængde i reaktoren vil give et latent effektbidrag på:

$$\begin{aligned} |\dot{Q}_{H2O,kond,1-2}| &= \Delta\dot{m}_{1-2} \cdot (h''_{H2O,2} - h'_{H2O,2}) \\ |\dot{Q}_{H2O,kond,1-2}| &= \Delta\dot{m}_{1-2} \cdot [h''_{H2O,2}(steam; p = p_{H2O,2}; x = 1) - h'_{H2O,2}(steam; p = p_{H2O,2}; x = 0)] \end{aligned} \quad (12.7.3)$$

Den samlede effekt optaget i reaktoren bliver således:

$$|\dot{Q}_{34}| = |\dot{Q}_{r,tør}| + |\dot{Q}_{H2O,OH,1}| + |\dot{Q}_{H2O,kond,1-2}| \quad (12.7.4)$$

Mange ord og bogstaver! – beregningsmetoden vises bedst med et eksempel, og der henvises til Eksempel 12.7.a.

**Eksempel 12.7.a**

En mindre landsby i Jylland har et centralt fjernvarmeværk med et kedelanlæg, som forsyner landsbyen med fjernvarme. I dag forbrændes 1 kg/s (3,6 t/h = ca.  $10 \text{ m}^3/\text{h}$ ) træflis med en nedre brændværdi på 8,4 MJ/kg. Den indfyrede brændselseffekt ( $\dot{Q}_{br}$ ) er således 8,4 MW.

I dag har kedelanlægget har en virkningsgrad på 90 %, hvorved 7,56 (=0,9\*8,4) MW kan afsættes til fjernvarmenettet.

Fjernvarmenettet har en returløbstemperatur på 40 °C og en fremløbstemperatur på 80 °C.

Træflisen har fl. analyse:

Element	Massebasis [%]
Kulstof (C)	25,0
Hydrogen (H)	3,0
Ilt (O)	19,9
Nitrogen (N)	1,0
Svovl (S)	0,1
Aske	1,0
Vand ( $H_2O$ )	50,0
Sumkontrol	100,00

Ved forbrænding med et luftoverskudstal på 1,30 opnås fl. røggassammensætning:

Gasart	Massebasis [%]		Volumenbasis [%]	
	Våd	Tør	Våd	Tør
Nitrogen ( $CO_2$ )	18,52	21,93	11,56	15,19
Svovdioxyd ( $SO_2$ )	0,04	0,05	0,02	0,02
Ilt ( $O_2$ )	4,27	5,06	3,69	4,85
Nitrogen ( $N_2$ ) m. fl.	61,63	72,96	60,86	79,94
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	15,54	0,00	23,87	0,00
Sumkontrol	100,00	100,00	100,00	100,00

I dag haves fl. målte driftsdata (ref. til Fig. 12.10.1):

$$\dot{m}_{r,våd,1} = 4,96 \text{ kg/s}$$

$$T_1 = 125 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$p_1 = 101325 \text{ Pa}$$

Problemstilling:

En leverandør af røggaskondenseringsanlæg har henvendt sig til fjernvarmeværket for at sælge et røggaskondenseringsanlæg. Varmemesteren er din grandonkel, og han har bedt dig (mod et mindre honorar som vil lune godt ved siden af SU'en) om at beregne forventet effekt fra et potentielt nyt røggaskondenseringsanlæg inden han optager forhandlinger med leverandøren.

For at holde temperaturniveauet i varmeveksleren så lav som muligt, forudsættes det fulde fjernvarmeflow på returløbet at gennemstrømme varmeveksleren på Fig. 12.7.1. Det må påregnes, at der sker en vis og endnu ukendt temperaturstigning igennem varmeveksleren, men den kendes endnu ikke. Efter varmeveksleren ledes det forvarmede fjernvarmevand til kedelanlægget, hvor temperaturen hæves til fremløbstemperaturen på 80 °C.

$$T_A = 40 \text{ }^\circ\text{C}$$

Ad pkt. II. ovenstående antages en temperaturforskell for varmeveksleren på 2 °C:

$$T_4 - T_A = 2 \text{ }^\circ\text{C} \rightarrow T_4 = 42 \text{ }^\circ\text{C}$$

Ad pkt. III. ovenstående antages:

$$T_2 = T_4 = 42 \text{ }^\circ\text{C}$$

I pkt. 1 bestemmes yderligere:

$$\dot{m}_{r,tør,1} = \dot{m}_{r,våd,1} \cdot (1 - Ma_1) = 4,960 \text{ kg/s} \cdot (1 - 0,1554) = 4,189 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_{H2O,1} = \dot{m}_{r,våd,1} - \dot{m}_{r,tør,1} = (4,960 - 4,189) \text{ kg/s} = 0,771 \text{ kg/s}$$

$$p_{H2O,1} = p_1 \cdot Va_{H2O,1} = 101325 \text{ Pa} \cdot 0,2387 = 24207 \text{ Pa}$$

$$T_{d,1} = T(\text{steam}; p = p_{H2O,1}; x = 1) = 64,2 \text{ }^\circ\text{C}$$

I Pkt. 2 bestemmes yderligere:

$$p_2 = p_1 = 101325 \text{ Pa}$$

$$\dot{m}_{r,tør,2} = \dot{m}_{r,tør,1} = 4,189 \text{ kg/s}$$

$$\phi_2 = 100 \%$$

$$T_{d,2} = T_2 = 42 \text{ °C}$$

$$p_{H2O,2} = p(\text{steam}; T = T_{d,2}; x = 1) = 0,082 \text{ bara} = 8200 \text{ Pa}$$

$$Va_{H2O,2} = \frac{p_{H2O,2}}{p_2} = \frac{8200 \text{ Pa}}{101325 \text{ Pa}} = 0,0809$$

Ved hjælp af kapitel 10 og lidt forholdsregning kan analysen for røggassen i pkt. 2 opstilles:

Gasart	Masseebasis [%]		Volumenbasis [%]	
	Våd	Tør	Våd	Tør
Nitrogen ( $CO_2$ )	20,74	21,81	13,96	15,19
Svooldioxyd ( $SO_2$ )	0,04	0,04	0,02	0,02
ilt ( $O_2$ )	4,82	5,07	4,46	4,85
Nitrogen ( $N_2$ ) m. fl.	69,48	73,08	73,47	79,94
Vand ( $H_2O$ ) (på dampform)	4,92	0,00	8,09	0,00
Sumkontrol	100,00	100,00	100,00	100,00

Analysen på tør volumenbasis er den samme som i pkt. 1, men der er vist kommet lidt slør ind i tør masseebasis (Hmm!).

$$\dot{m}_{r,våd,2} = \frac{\dot{m}_{r,tør,2}}{(1 - Ma_2)} = \frac{4,189 \text{ kg/s}}{(1 - 0,0492)} = 4,406 \text{ kg/s}$$

I pkt. 5 bestemmes nu udkondenseret vandmængde:

$$\dot{m}_5 = \Delta\dot{m}_{1-2} = \dot{m}_{r,våd,1} - \dot{m}_{r,våd,2} = (4,960 - 4,406) \text{ kg/s} = 0,554 \text{ kg/s}$$

Dette svarer til 1994 kg/h eller ca. 2 m<sup>3</sup>/h – en pæn sjat! Effekt afgivet af røggassen til reaktoren kan nu bestemmes, og specifik varmekapacitet for den tørre røggas er bestemt separat:

T	°C	0	25	50	75	100	125	150
$c_{p,r,tør}$	kJ/kgK	0,984	0,991	0,997	1,004	1,011	1,017	1,024

$$c_{p,r,m,1-2} = 0,5 * (1,017 + 0,995) = 1,006 \text{ kJ/kgK}$$

$$|\dot{Q}_{r,tør,1-2}| = \dot{m}_{r,tør,1} \cdot c_{p,r,m,1-2} \cdot (T_1 - T_2)$$

$$|\dot{Q}_{r,tør,1-2}| = 4,189 \text{ kg/s} \cdot 1,006 \text{ kJ/kgK} \cdot (125 - 42) \text{ K} = 350 \text{ kW}$$

$$|\dot{Q}_{H2O,OH,1}| = \dot{m}_{H2O,1} \cdot [h_{H2O,1}(\text{steam}; T = T_1; p = p_{H2O,1}) - h''_{H2O,1}(\text{steam}; p = p_{H2O,1}; x = 1)]$$

$$|\dot{Q}_{H2O,OH,1}| = 0,771 \text{ kg/s} \cdot [2733,9 - 2577,0] \text{ kJ/kg} = 121 \text{ kW}$$

$$|\dot{Q}_{H2O,kond,1-2}| = \Delta\dot{m}_{1-2} \cdot [h''_{H2O,2}(\text{steam}; p = p_{H2O,2}; x = 1) - h'_{H2O,2}(\text{steam}; p = p_{H2O,2}; x = 0)]$$

$$|\dot{Q}_{H2O,kond,1-2}| = 0,554 \text{ kg/s} \cdot [2577,0 - 175,8] \text{ kJ/kg} = 1330 \text{ kW}$$

$$|\dot{Q}_{34}| = |\dot{Q}_{r,tør}| + |\dot{Q}_{H2O,OH,1}| + |\dot{Q}_{H2O,kond,1-2}| = (350 + 121 + 1330) \text{ kW} = \underline{\underline{1801 \text{ kW eller } 1,801 \text{ MW}}}$$

Afsluttende beregninger:

Samlet effekt produceret på fjernvarmeverket, hvis alt varme kan afsættes, bliver da:

$$|\dot{Q}_{værk}| = |\dot{Q}_N| + |\dot{Q}_{34}| = 7,56 + 1,801 \text{ kW} = 9,361 \text{ MW}$$

Ny kedelvirkningsgrad eller totalvirkningsgrad på basis af nedre brændværdi for fjernevarmeverket bliver da:

$$\eta_{værk} = \eta_{kedel} = \frac{|\dot{Q}_{værk}|}{\dot{Q}_{br}} \cdot 100 = \frac{9,361 \text{ MW}}{8,4 \text{ MW}} \cdot 100 = 111,4 \%$$

Flow af fjernvarmevand bliver da:

$$\dot{m}_{fjernvarme} = \frac{|\dot{Q}_{værk}|}{c_{p,vand,m} \cdot (T_{fremløb} - T_{returløb})} = \frac{9361 \text{ kW}}{4,19 \text{ kJ/kgK} \cdot (80 - 40) \text{ K}} = 55,9 \text{ kg/s}$$

Temperaturen efter varmeveksleren og før kedlen bliver:

$$T_B = T_A + \frac{|\dot{Q}_{34}|}{\dot{m}_{fjernvarme} \cdot c_{p,vand,m}} = 40^\circ\text{C} + \frac{1801\text{kW}}{55,9\text{kg/s} \cdot 4,19\text{kJ/kgK}} = 47,69^\circ\text{C}$$

Hvis temperaturen i bundkaret ( $T_3$ ) er lig med dugpunktstemperaturen i pkt. 1 svarende  $64,2^\circ\text{C}$  vil man få en passende (funktionsduelig) temperaturkarakteristik for varmeveksleren.

## 12.8 Opgaver til kapitel 12

Detaljeret løsningsforslag til de \*-mærkede opgaver er angivet i Appendiks B.

### Opgave 12.1 \*

For ”som modtaget” analysen af Colombianske kul i kapitel 12.2.1 bestem analysen på ”tør basis” og ”tør og askefri basis”. (Svar: ”Tør basis”: C=77,14, H=5,26, O=7,14, N=1,60, S=0,86, Aske=8, og vand=0 – alle i %-m; ”Tør og askefri basis”: C=83,86, H=5,71, O=7,76, N=1,74, S=0,93, Aske=0, og vand=0 – alle i %-m)

### Opgave 12.2

Middelanlysen for dansk naturgas i opgave 10.1 var givet i [mol-%]. Denne (se simplificeret udgave nedenfor) ønskes ved brug af nedenstående skemaer omregnet til en elementaranalyse angivet i [mol] ud fra 1 kg, som skal bruges i opgave 12.3. (Svar: 1 kg giver: N<sub>C</sub> = 62,64 mol + N<sub>H</sub> = 230,396 mol + N<sub>O</sub> = 0,649 mol + N<sub>N</sub> = 0,3307 mol)

Naturgas: Sig N<sub>N-gas</sub>=1 kmol (100 %)

Indhold	N-gas	Molmasse					Vægt				
		M <sub>C</sub>	M <sub>H</sub>	M <sub>N</sub>	M <sub>O</sub>	M <sub>gas</sub>	Gas	C	H	O	N
Dim.	%-mol	*)	*)	*)	*)	*)	[kg]	[kg]	[kg]	[kg]	[kg]
CH <sub>4</sub>	89,14	12,01	1,01	-	-	16,05				-	-
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	5,86	12,01	1,01	-	-	30,08				-	-
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	2,41	12,01	1,01	-	-	44,11				-	-
C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> +rest	1,33	12,01	1,01	-	-	58,14				-	-
N <sub>2</sub>	0,31	-	-	14,00	-	28,00		-	-	-	-
CO <sub>2</sub>	0,95	12,01	-	-	16,00	44,01			-		-
Sum	100,00	-	-	-	-	-	m <sub>g</sub>	m <sub>C</sub>	m <sub>H</sub>	m <sub>O</sub>	m <sub>N</sub>

\*) [kg/kmol]

Naturgas (1 kg brændsel):

Bestanddel	M <sub>a<sub>i</sub></sub>	Formel	M <sub>i</sub>	N <sub>i</sub> = M <sub>a<sub>i</sub></sub> · 1000/M <sub>i</sub>	Formelsymbol for N <sub>i</sub>
Dim.	[-]	[-]	[kg/kmol]	[mol]	
Kulstof (C)		= m <sub>C</sub> /m <sub>g</sub>	12,01		a
Brint (H)		= m <sub>H</sub> /m <sub>g</sub>	1,01		b
Ilt (O) (balance)		= m <sub>O</sub> /m <sub>g</sub>	16,00		c
Nitrogen (N)		= m <sub>N</sub> /m <sub>g</sub>	14,00		d
Svovl (S)	0,0000	-	-	0,0000	e
Aske	0,0000	-	-	0,0000	-
Vand	0,0000	-	-	0,0000	f
Sum	1,0000				

### Opgave 12.3

For naturgas med en i opgave 12.2 givne elementaranalyse bestem for en støkiometrisk forbrænding med en luftanalyse, som anført i kapitel 12.3.2: Specifik luftmængde i [kg-luft/kg-brændsel] og røggasmængde i [kg-røggas/kg-brændsel], samt røggasanalyse i [%-masse]. (Svar: 16,64 kg-luft/kg-brændsel og 17,64 kg-røggas/kg-brændsel, samt røggasanalyse: CO<sub>2</sub>=15,66 %-m, N<sub>2</sub>=70,94 %-m, Ar=1,21 %-m, SO<sub>2</sub>=0 %-m og H<sub>2</sub>O=12,19 %-m)

### Opgave 12.4

På baggrund af den støkiometrisk forbrænding i opgave 12.3 bestem den specifik luftmængde i [kg-luft/kg-brændsel] og røggasmængde i [kg-røggas/kg-brændsel] ved en forbrænding med et luftoverskud på 6 %, samt tilhørende røggasanalyse i [%-masse]. (Svar: 17,64 kg-luft/kg-brændsel og 18,64 kg-røggas/kg-brændsel, samt røggasanalyse: CO<sub>2</sub>=14,83 %-m, N<sub>2</sub>=71,15 %-m, Ar=1,22 %-m, SO<sub>2</sub>=0 %-m, O<sub>2</sub>=1,24 %-m og H<sub>2</sub>O=11,56 %-m)

## Liste over appendikser

Følgende appendikser er indsat i denne bog:

- A Formelsymboler**
  - B Løsning til kapitlernes opgaver**
  - C Resultater til større opgaver (assignments)**
  - D Tabeller og diagrammer**
    - D1 Udvalgte fysiske konstanter
    - D2 Egenskaber for udvalgte gasser
    - D3 Egenskaber for udvalgte gasser ved forhøjede temperaturer
    - D4 Egenskaber for udvalgte stoffer
    - D5 Diagram og tabeller for vand: væske (vand), mættet tilstand og overheded gas (damp)
    - D6 Diagram og tabeller for ammoniak: væske, mættet tilstand og overheded gas
    - D7 Diagram og tabeller for iso-butan: væske, mættet tilstand og overheded gas
  - E Supplerende litteratur**
  - F Udvalgt trigonometri**
- Stikordsregister**

## Appendiks A - Formelsymboler

Tegn	Forklaring
a	Acceleration [ $m/s^2$ ]
A	Areal [ $m^2$ ]
AFR	Air Fuel Ratio [kg-luft/kg-brændsel]
c	Hastighed [ $m/s$ ]
c	Specifik varmekapacitet [ $J/kgK$ ]
$c_p$	Specifik varmekapacitet ved konstant tryk [ $J/kgK$ ]
$c_v$	Specifik varmekapacitet ved konstant volumen [ $kJ/kgK$ ]
COP	Coefficient of performance [-]
$COP_{HP}$	Coefficient of performance, varmepumpe [-]
$COP_R$	Coefficient of performance, kølemaskine [-]
d	Diameter [m]
D	Diameter [m]
e	Specifik total energi [ $J/kg$ ]
$e_k$	Specifik kinetisk energi [ $J/kg$ ]
$e_p$	Specifik potentiell energi [ $J/kg$ ]
E	Total energi [J]
$E_k$	Kinetisk energi [J]
$E_p$	Potentiell energi [J]
F	Kraft [N]
g	Tyngdeacceleration [ $m/s^2$ ]
h	Specifik entalpi [ $J/kg$ ]
H	Entalpi [J]
HHV	Øvre brændværdi [ $J/kg$ ]
HR	Heat rate [ $kJ/kWh$ ]
I	Strømstyrke [A]
k	Varmetransmissionskoefficient [ $W/m^2K$ ]
$k_f$	Fjederkonstant [ $N/m$ ]
kr.	Danske kroner (DKK)
L	Længde [m]
LHV	Nedre brændværdi [ $J/kg$ ]
m	Masse [kg]
$\dot{m}$	Massestrøm [ $kg/s$ ]
M	Molær masse [ $kg/mol$ ]
Ma	Masseandel [-]
MEP	Middel effektivt tryk [Pa]
n	Polytropeseksponent [-]
$n_{omdr}$	Antal omdrejninger [-]
$\dot{n}_{omdr}$	Omdrejningshastighed [ $s^{-1}$ ]
N	Antal mol [mol]
Na	Molandel [-]
$N_A$	Advogadros tal = 6,02
p	Tryk [Pa]
$p_0$	Omgivelsestryk [Pa]
$p_{krit}$	Kritiske tryk [Pa]
Pr	Prandtl tal [-]
$\dot{P}$	Elektrisk effekt [W]
q	Specifik varmemængde [ $J/kg$ ]
Q	Varmemængde [J]

$\dot{Q}$	Varmeeffekt [W]
$Q_H$	Varmemængde ved højtemperaturreservoir [J]
$Q_L$	Varmemængde ved lavtemperaturreservoir [J]
r	Kompressionsforhold [-]
$r_C$	Cut-off forhold [-]
$r_f$	Fordampningsvarme [ $J/kg$ ]
$r_p$	Trykforhold [-]
$r_s$	Smeltevarme [ $J/kg$ ]
$R_i$	Individuel gaskonstant [ $J/kgK$ ]
R	Elektrisk modstand [ $\Omega$ ]
$R_U$	Universelle gaskonstant [ $J/molK$ ]
$R_\Omega$	Elektrisk modstand [ $\Omega$ ]
rpm	Rotationer per minut [ $min^{-1}$ ]
s	Specifik entropi [ $J/kgK$ ]
$S_{gen}$	Specifik genereret entropi [ $J/kgK$ ]
S	Entropi [J/K]
S	Slaglængde [m]
$\dot{S}$	Entropistrøm [ $J/sK$ ]
$S_{gen}$	Genereret entropi [J/K]
$\Delta T_m$	Logaritmisk middeltemperaturdifferens [K]
t	tid [s]
T	Temperatur [ $^{\circ}C$ ] eller [K]
T	Moment [Nm]
$T_{krit}$	Kritisk temperatur [K]
$T_H$	Temperatur i højtemperaturreservoir [K]
$T_L$	Temperatur i lavtemperaturreservoir [K]
$T_o$	Omgivelsestemperatur [ $^{\circ}C$ ] eller [K]
$T_s$	Smeltetemperatur [ $^{\circ}C$ ] eller [K]
u	Specifik indre energi [ $J/kg$ ]
U	Indre energi [J]
v	Specifik volumen [ $m^3/kg$ ]
V	Volumen [ $m^3$ ]
$V_a$	Volumenandel [-]
$V_s$	Standardmolarrumfang [ $m^3/mol$ ]
$\dot{V}$	Volumenstrøm [ $m^3/s$ ]
$V$	Spænding [V]
$M_{mol}$	Molarrumfang [ $m^3/mol$ ]
w	Specifikt arbejde [ $J/kg$ ]
W	Arbejde [J]
$\dot{W}$	Effekt [W]
x	Kvalitet [ $kg/kg$ ]
z	Højde [m]

### Græske tegn

Tegn	Forklaring
$\alpha$	Varmeovergangstal [ $W/m^2K$ ]
$\Delta$	Endelig ændring i kvantitet [-]
$\eta$	Virkningsgrad [-] eller [%]
$\mu$	Dynamisk viskositet [ $kg/ms$ ]
$\mu$	Brændsels specifik [ $kg/kg\text{-brændsel}$ ]

$\kappa$	Isentropesponent [-]
$\lambda$	Varmeledningsevne [W/mK]
$\lambda_{\text{forbr}}$	Luftoverskudstal [-]
$\rho$	Densitet [kg/m <sup>3</sup> ]
$\omega$	Vinkelhastighed [rad <sup>-1</sup> ]
$\pi$	$\Pi = 3,14$
$\theta$	Vinkel
$\varphi$	Vinkel
$\varphi$	Relativ fugtighed [%]
$\chi$	Absolut fugtighed [kg-vand/kg-tørluft]

#### Præfikser

Tegn	Forklaring
a	Aksel
abs	Absolut
adia	Adiabatisk
Brayton	Brayton-princippet
bru/b	Brutto
br	Brændstof
C	Carnot
c	Cut-off
COP	Coefficient of Performance
d	Dugpunkt
diesel	Diesel-princippet
diss	Dissipation
e/el	Elektrisk
f	Fjeder
f	Fordampning
g	Samlede
g/gear	Gear
gen	Genereret
H	Højtemperatur
HP	Varmepumpe
i	Indre
is	Isentropisk
ind	indløb eller tilgang
int	Integral
isob	Isobarisk
isok	Isokorisk
isot	Isotermisk
k	Kinetisk
kreds	Kredsproses
krit	Kritisk
l	Luft
L	Lavtemperatur

m	Masse
m	Middelværdi
m	Motor
mek	Mekanisk
mæt	Mætning
mix	Samlet blanding
net	Netto
o	Omgivelser
Otto	Otto-princippet
p	Trykforhold
p	Potentiel
p	Pumpe
pol	Polytropisk
r	Røggas
R	Køleproces
Rankine	Rankine-princippet
ref	Reference
rev	Reversibel
s	Smelte
S	Slagvolumen
sat	Mættet
sm	Som modtaget
sr	Skadeligt rum
støk	Støkiometrisk
sys	System
t	Teknisk
tab	Tab
takt	Takter for en motor
th	Termisk
tør	Tør tilstand
x	Ubekendt
ud	udløb eller afgang
Udtag	Udtag
v	Volumenændring
vaf	Tør og askefri
våd	Våd tilstand
ydre	Ydre systemgrænse
1, 2, 3	Reference til tilstand
1+x	Baseret på tør luftstrøm
"	Mættet gas (x=1)
'	Mættet væske (x=0)

## Appendiks B - Løsningsforslag til kapitlernes opgaver

### Opgave 1.3 \*

Temperaturen af en gas i en beholder er målt med et termometer til 53 °C. Angiv temperaturen i [K] og [°F]. (Svar: 326 K og 127,4 °F)

$$[53^{\circ}\text{C}] + 273,15 = 326,15 \text{ K} \cong \underline{\underline{326 \text{ K}}}$$

$$[53^{\circ}\text{C}] \cdot 1,8 + 32 = \underline{\underline{127,4^{\circ}\text{F}}}$$

### Opgave 1.5 \*

Omgivelsestrykket er målt på et manometer til 982 hPa. Angiv omgivelsestrykket i [bara] og [atm]. (Svar: 0,982 bara og 0,969 atm)

$$1 \text{ bara} = 100.000 \text{ Pa} = 1.000 \text{ hPa}$$

↓

$$982 \text{ hPa} \cdot \left( \frac{1 \text{ bara}}{1000 \text{ hPa}} \right) = \underline{\underline{0,982 \text{ bara}}}$$

$$1 \text{ ata} = 101.325 \text{ Pa} = 1013,25 \text{ hPa}$$

↓

$$982 \text{ hPa} \cdot \left( \frac{1 \text{ ata}}{1013,25 \text{ hPa}} \right) = \underline{\underline{0,969 \text{ ata}}}$$

### Opgave 1.8 \*

En pumpe, som er placeret på jorden og skyder vandet op i en søjle, yder et tryk på afgangsstuds'en på 8 bara og pumper vand med en densitet på 980 kg/m<sup>3</sup>. Hvor højt i [m] når væskesøjlen op i luften på dage, hvor barometertrykket kan aflæses til 1.013,25 hPa? (Svar: 72,6 m)

$$p = p_o + \rho \cdot g \cdot \Delta z$$

↓

$$\Delta z = \frac{p - p_o}{\rho \cdot g} = \frac{(8 - 1,01325) \cdot 10^5 \text{ Pa}}{980 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,82 \text{ m/s}^2} = \underline{\underline{72,6 \text{ m}}}$$

### Opgave 1.10 \*

I et rør med en udvendig diameter på 244,5 mm og en godstykke på 4 mm strømmes 3.160 m<sup>3</sup>/h luft med et specifik volumen på 0,9 m<sup>3</sup>/kg. Bestem det dynamiske tryk i [Pa] i røret. (Svar: 222 Pa)

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot d_i^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (0,2445 - 2 \cdot 0,004)^2 = 4,39 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$c = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\frac{3160 \text{ m}^3}{\text{h}} \cdot \left( \frac{\text{h}}{3600 \text{ s}} \right)}{4,39 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2} = 20 \text{ m/s}$$

$$\Delta p_{dyn} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{v} \cdot c^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{0,9 \text{ m}^3/\text{kg}} \cdot 20^2 = \underline{\underline{222 \text{ Pa}}}$$

U-rørs-manometer kan benyttes til bestemmelse af det dynamiske tryk. U-rør forbinder til to trykmålinger i røret, hvor den ene peger imod strømningsretningen og den anden i strømningsretningen.

### Opgave 2.3 \*

En vindmølles vinger dækker et areal med en diameter på 60 m. Vinden har en middelhastighed på 12 m/s og en densitet på 1,1 kg/m<sup>3</sup>. Hvad er den maksimale akseleffekt i [MW], som vindmøllen kan optage fra vinden? (Svar: 2,69 MW). Hvad er momentet på akslen ved 1.500 rpm (Svar: 17.125 Nm)

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (60 \text{ m})^2 = 2.825 \text{ m}^2$$

$$\dot{V} = A \cdot c = 2.825 \text{ m}^2 \cdot 12 \text{ m/s} = 33.924 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\dot{m} = \dot{V} \cdot \rho = 33.924 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 1,1 \text{ kg/m}^3 = 37.316 \text{ kg/s}$$

$$\dot{W}_a = \Delta W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot (c_1^2 - c_2^2) = \frac{1}{2} \cdot 37.316 \text{ kg/s} \cdot ((12 \text{ m/s})^2 - 0^2) = 2,69 \cdot 10^6 \text{ W} = \underline{\underline{2,69 \text{ MW}}}$$

$$T = \frac{\dot{W}_a}{2\pi \cdot rpm} = \frac{2,69 \cdot 10^6 \text{ W}}{2\pi \frac{1,500 \text{ s}^{-1}}{60}} = \underline{\underline{17.125 \text{ Nm}}}$$

#### Opgave 2.4 \*

Mellem to vandreservoirer med en forskel mellem vandspejlene på 100 m er placeret en vandturbine. Igennem vandturbinen strømmer 1.000 m<sup>3</sup> vand med en densitet på 1.000 kg/m<sup>3</sup> per time. Hvad er den maksimale akseleffekt i [kW], som vandturbinen kan producerer? (Svar: 272,8 kW)

$$\dot{m} = \dot{V} \cdot \rho = 1.000 \text{ m}^3/\text{h} \cdot \left(\frac{1 \text{ h}}{3.600 \text{ s}}\right) \cdot 1.000 \text{ kg/m}^3 = 277,8 \text{ kg/s}$$

$$\dot{W}_a = \Delta E_{pot} = \dot{m} \cdot g \cdot \Delta z = 277,8 \text{ kg/s} \cdot 9,82 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ m} = 2,728 \cdot 10^5 \text{ W} = \underline{\underline{272,8 \text{ KW}}}$$

#### Opgave 2.7 \*

En damperturbine producerer 38 MW som akseleffekt. Damperturbinen trækker en generator via et gear. Gear og generator har en virkningsgrad på hhv. 0,96 og 0,985. Hvor stor en eleffekt kan produceres på generatorens afgangsklemmer? (Svar: 35,93 MW)

$$\dot{P}_{el,turbine} = \dot{W}_a \cdot \eta_{gear} \cdot \eta_{gen} = 38 \text{ MW} \cdot 0,96 \cdot 0,985 = \underline{\underline{35,93 \text{ MW}}}$$

#### Opgave 3.1 \*

Udprint et p-h diagram (fra Appendiks D6 eller printet fra Coolpack) for ammoniak (NH<sub>3</sub> eller R717). Plot følgende punkter og forbind punkterne med rette linjer. Aflæs øvrige tilstandsstørrelser og indfør dem i skemaet. De øvrige tilstandstørrelser kan tillige findes i Coolpack.

(Visse resultater er taget fra Coolpack, da de ikke kan aflæses af diagrammet)

Punkt	Tryk (p)	Temperatur (T)	Entalpi (h)	Specifik volumen (v)	Gasandel (x)	Entropi (s)
Dim.	[bara]	[°C]	[kJ/kg]	[m <sup>3</sup> /kg]	[-]	[kJ/kgK]
1	2	-19	245	0,10	0,10	1,19
2	2	-5	1470	0,63	Ej def.	6,00
3	10	110	1710	0,18	Ej def.	6,00
4	10	10	245	Ej angivet	Ej def.	1,16

#### Opgave 3.4 \*

(Eksempel 3.2.1.a, fortsat): I et køkken er trykket lig med atmosfæretrykket (1,013 bara). Sætter man en gryde med vand (korrekt betegnelse ville være underkølet vand) ved 10 °C på kogebusset for at koge kartofler, skal der tilføres varme for at hæve temperaturen. Når vandet begynder at koge er tilstanden for vandet mættet vand og x=0. Temperaturen kan findes ved opslag i Appendiks D5 under mættet tilstand, og temperaturen vil være ca. 100 °C. Ved denne temperatur tager det ca. 20 minutter at koge kartofler mere.

Hvis man nu investerede i en trykkoger, hvor trykket kunne hæves til 2 bara, så vil temperaturen på vandet være ca. 120 °C, hvilket ses af samme tabel. Ved denne temperatur vil kartofler være mere på ca. 10 minutter.

Der kan altså opnås en tidsbesparelse med en trykkoger, og energiforbruget vil formodentlig være anderledes.

Det antages, at varmetabet ved begge opvarmningsprocedurer er den samme, og videre, at effektabet ved de ekstra 10 min. kogetid ved 100 °C er 0,15 kW. Væskemængden er 1 kg og der ses bort fra kartoflerne.

Hvor meget ekstra energi kræves for at øge trykket til 2 bara? (Svar: 83,8 kJ) Hvor meget energi taber gryden ved den ekstra kogetid ved 100 °C? (Svar: 90 kJ)

$$c_p = 4,191 \text{ kJ/kgK}$$

$$T_{mæt} = T(H2O, 2bara, x = 0) \cong 120 \text{ °C}$$

$$Q(\text{vand til } 100^\circ\text{C}) = m \cdot c_{p,m} \cdot \Delta T = 1 \text{ kg} \cdot 4,191 \text{ kJ/kgK} \cdot (100 - 20) \text{ K} = 335,3 \text{ kJ}$$

$$Q(\text{vand til } 120^\circ\text{C}) = m \cdot c_{p,m} \cdot \Delta T = 1 \text{ kg} \cdot 4,191 \text{ kJ/kgK} \cdot (120 - 20) \text{ K} = 419,1 \text{ kJ}$$

$$\Delta Q(\text{vand mell. } 100 \text{ og } 120^\circ\text{C}) = 419,1 - 335,3 = \underline{\underline{83,8 \text{ kJ}}}$$

$$\Delta Q(10 \text{ minutter ekstra}) = 10 \text{ min} \cdot \left(\frac{60 \text{ s}}{\text{min}}\right) \cdot 0,15 \text{ kW} \cdot \left(\frac{\text{J}}{\text{W} \cdot \text{s}}\right) = \underline{\underline{90 \text{ kJ}}}$$

Med det forudsatte effektab ser det ud til, at energiforbruget er marginalt (90-83,8=6,2 kJ) større med gryden. Vi må måle i laboratoriet/køkkenet, hvis vi skal have et entydigt svar!

### Opgave 3.7 \*

En gasflaske med isobutan ( $\text{C}_4\text{H}_{10}$  eller R600a) har været brugt til at forsyne en gasbrænder, og efter nogen tids brug er trykket faldet i gasflasken til atmosfæretrykket (1,013 bara), og flaskens indhold er en mættet blanding af 0,5 kg væske og gas. Hvad er temperaturen af blandingen i gasflasken? (Svar: ca.  $-11,8^\circ\text{C}$ ). Hvor stor en energimængde skal der tilføres væsken alene for at få den til at fordampe og dermed være nyttig (Svar: 165,2 kJ)

Der udføres lineær interpolation i mættet tabel i Appendiks D7.

$$T \approx -15 + \frac{(1,013-0,888)}{(1,081-0,888)} \cdot (|-15| - |-10|) = -15 + 0,648 \cdot 5 = \underline{\underline{-11,8^\circ\text{C}}}$$

Brug af EES giver:

$$T_{mæt} = T(\text{isobutan}, 1,013 \text{ bara}, x = 0) = -11,7^\circ\text{C}$$

Der udføres lineær interpolation i mættet tabel i Appendiks D7.

$$u' \approx 165,9 + \frac{(1,013-0,888)}{(1,081-0,888)} \cdot (177,1 - 165,9) = 165,9 + 0,648 \cdot 11,2 = 173,1 \text{ kJ/kg}$$

$$u'' \approx 499,5 + \frac{(1,013-0,888)}{(1,081-0,888)} \cdot (505,7 - 499,5) = 499,5 + 0,648 \cdot 6,2 = 503,5 \text{ kJ/kg}$$

Fordampningen sker ved konstant volumen, hvorfor energimængden skal bestemmes af formel (3.5.5) i lærebogen:

$$Q = m \cdot (u_2 - u_1) = 0,5 \text{ kg} \cdot (503,5 - 173,1) \text{ kJ/kg} = \underline{\underline{165,2 \text{ kJ}}}$$

### Opgave 3.8 \*

En dampkedel, som producerer 80 t/h damp ved 100 bara og  $500^\circ\text{C}$ . Kedelfødevand er 125 bara og  $200^\circ\text{C}$ .

Brændslet er halm med en nedre brændværdi på 14 MJ/kg, og halmforbruget er 15,5 t/h.

- 1) Bestem nettoeffekt for dampkedlen i [MW] (55,96 MW)
- 2) Bestem brændstofeffekten i [MW] (Svar: 60,28 MW)
- 3) Skitser et Sankey diagram og bestem kedelvirkningsgraden (Svar: 92,83 %)

#### Ad. 1

I Appendiks D5 bestemmes relevante entalpier:

$$h_{damp} = h(\text{H}_2\text{O}, 100 \text{ bara}, 500^\circ\text{C}) = 3375 \text{ kJ/kg}$$

Entalpi for fødevand bestemmes ved lineær interpolation:

$$h = h(\text{H}_2\text{O}, 100 \text{ bara}, 200^\circ\text{C}) = 855,8 \text{ kJ/kg}$$

$$h = h(\text{H}_2\text{O}, 150 \text{ bara}, 200^\circ\text{C}) = 858,0 \text{ kJ/kg}$$

↓

$$h_{vand} = h(\text{H}_2\text{O}, 125 \text{ bara}, 200^\circ\text{C}) = \frac{1}{2} \cdot (855,8 + 858) = 856,9 \text{ kJ/kg}$$

Nytteeffekt for kedlen bestemmes af formel (3.6.1) i lærebogen:

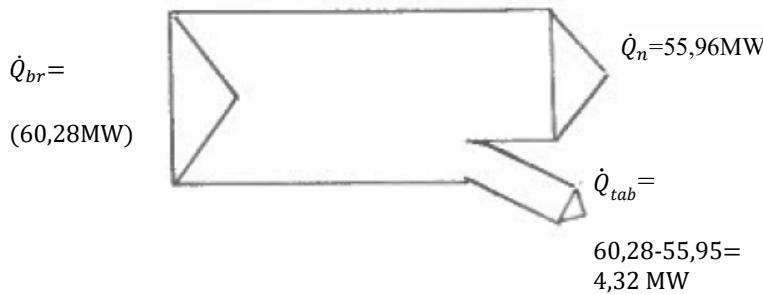
$$\dot{Q}_n = \dot{m}_{damp} \cdot (h_{damp} - h_{vand}) = 80 \text{ t/h} \cdot \left(\frac{h}{3,600 \text{ s}}\right) \cdot \left(\frac{1,000 \text{ kg}}{\text{t}}\right) \cdot (3375 - 856,9) \text{ kJ/kg} \cdot 10^{-3} \text{ M/k} = \underline{\underline{55,96 \text{ MW}}}$$

#### Ad. 2

Brændstofeffekt bestemmes af formel (3.6.2) i lærebogen:

$$\dot{Q}_b = \dot{m}_{br} \cdot LHV = 15,5 \text{ t/h} \cdot \left(\frac{h}{3,600 \text{ s}}\right) \cdot \left(\frac{1,000 \text{ kg}}{\text{t}}\right) \cdot 14 \text{ MJ/kg} = \underline{\underline{60,28 \text{ MW}}}$$

Ad. 3



Kedelvirkningsgrad bestemmes af formel (3.6.4) i lærebogen:

$$\eta_k = \frac{\dot{Q}_n}{\dot{Q}_{br}} = \frac{55,96 \text{ MW}}{60,28 \text{ MW}} \cdot 100 = \underline{\underline{92,83 \%}}$$

**Opgave 4.1 \***

En stålfleske til gas på 11 liter er fyldt med argon (Ar) ved et tryk på 1,013 bara og 20 °C. Gassen kan betragtes som en idealgas. Stålfleske og indhold opvarmes til 100 °C. Hvad stiger trykket i gasflasken i [bara] til? (Svar: 1,29 bara). Hvor stor en varmemængde i [kJ] skal der alene til at opvarme gasflaskens indhold? (Svar: 0,457 kJ). Hvad er volumenændringsarbejdet i [kJ]? (Svar: 0 kJ)

Fra Appendiks D2 hentes molmassen for argon:

$$M_{Ar} = 39,95 \text{ kg/kmol}$$

Fra Appendiks D1 den universelle gaskonstant:

$$R_u = 8.314,47 \text{ J/kmolK}$$

Den individuelle gaskonstant bestemmes af formel (3.4.1.3) i lærebogen:

$$R_i = \frac{R_u}{M} = \frac{8.314,47 \text{ J/kmolK}}{39,95 \text{ kg/kmol}} = 208,1 \text{ J/kgK}$$

Specifikke varmekapaciteter kan tages enten fra Appendiks D2 eller beregnes for en 1-atomig gas jf. Fig. 3.5.2 i lærebogen:

$$c_v = \frac{3}{2} \cdot R_i = \frac{3}{2} \cdot 208,1 \text{ J/kgK} = 312,2 \text{ J/kgK}$$

$$c_p = \frac{5}{2} \cdot R_i = \frac{5}{2} \cdot 208,1 \text{ J/kgK} = 520,3 \text{ J/kgK}$$

Sluttrykket bestemmes af formel (4.2.1.2) fra lærebogen:

$$p_2 = p_1 \cdot \left( \frac{T_2}{T_1} \right) = 1,013 \text{ bara} \cdot \left( \frac{(273 + 100)}{(273 + 20)} \right) = \underline{\underline{1,29 \text{ bara}}}$$

Masse af gas bestemmes af formel (3.4.1.6) i lærebogen:

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_i \cdot T_1} = \frac{1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,011 \text{ m}^3}{208,1 \text{ J/kgK} \cdot (273 + 20) \text{ K}} = 0,0183 \text{ kg}$$

Varmemængden bestemmes af formel (4.2.1.4) i lærebogen:

$$Q_{isok} = m \cdot c_v \cdot \Delta T = 0,0183 \text{ kg} \cdot 312,2 \text{ J/kgK} \cdot (100 - 20) \text{ K} \cdot 10^{-3} \text{ kJ/J} = \underline{\underline{0,457 \text{ kJ}}}$$

Volumenændringsarbejdet bestemmes af formel (4.2.1.3) i lærebogen:

$$W_{v,isok} = \underline{\underline{0 \text{ W}}}$$

### Opgave 4.5 \*

En studerende har købt en cykelpumpe, som desværre viser sig at være fejlbehæftet. Afgangshullet er blokeret således, at der ikke kan strømme komprimeret luft ud af cykelpumpen. Før cykelpumpens stempel trykkes mod endebunden er tryk og temperatur i cykelpumpen hhv. 1,013 bara og 20 °C, og voluminet er 1 dl. Luften i cykelpumpen kan antages at udføre en polytropisk proces med en konstant polytropeseksponent på 1,3. Gassen kan betragtes som en idealgas. Tegn et p-V diagram og skitsér procesvejen. Hvad er trykket i cykelpumpen ved et volumen på 0,5 dl? (Svar: 2,49 bara). Hvad er volumenændringsarbejdet i [J] ved et volumen på 0,5 dl? (Svar: 7,8 J)? Hvor stor en varmemængde i [J] fjernes alene fra cylinderens indhold ved et volumen på 0,5 dl? (Svar: -2 J) og forklar hvorledes varmemængde kunne fjernes i virkeligheden. Hvor stor en kraft i [N] skal den studerende trykke på stemplet for at opretholde et volumen på 0,5 dl, når arealet af stemplet er 4 cm<sup>2</sup>? (Svar: 59 N svarende til vægten af ca. 6 kg)

For en polytropisk proces kan generelt jf. kapitel 4.2.4 i lærebogen udtrykkes fl. formel:

$$p_1 \cdot V_1^n = \text{konstant} = p_x \cdot V_x^n$$

Konstanten bestemmes ud fra starttilstand (pkt. 1):

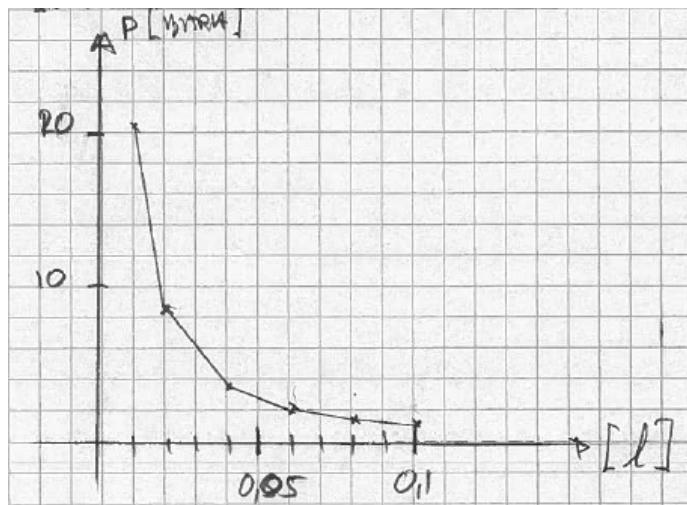
$$\text{konstant} = p_1 \cdot V_1^n = 1,013 \cdot 10^5 \text{Pa} \cdot (0,0001 \text{m})^{1,3} = 0,6392$$

Indsættes konstanten i formlen, fås:

$$p_x = 0,6392 \cdot V_x^{-1,3}$$

p-V diagram kan optegnes på baggrund af følgende tabel:

$V_x [\text{m}^3]$	0,0001	0,00008	0,00006	0,00004	0,00002	0,00001
$p_x [\text{bara}]$	1,013	1,35	1,97	3,33	8,21	20,21



Tryk i cykelpumpen ved et volumen på 0,5 dl kan bestemmes af formlen for procesvejen:

$$p(0,5 \text{ dl}) = 0,6392 \cdot 0,00005^{-1,3} = \underline{\underline{2,49 \text{ bara}}}$$

Stofværdier for luft, som antages konstante, hentes i Appendiks D2:

$$R_i = 287,2 \text{ J/kgK}$$

$$c_v = 716,6 \text{ J/kgK}$$

$$\kappa = 1,401 -$$

Temperaturen ved 0,5 dl bestemmes af formel (3.4.1.6) i lærebogen:

$$T_2 = \frac{p_2 \cdot V_2}{R_i \cdot m} = \frac{2,49 \cdot 10^5 \text{Pa} \cdot 0,00005 \text{m}^3}{287,2 \text{J/kgK} \cdot 0,00012 \text{kg}} = 361 \text{K} = 88 \text{ °C}$$

Masse af luft bestemmes af formel (3.4.1.6) i lærebogen:

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R_i \cdot T_1} = \frac{1,013 \cdot 10^5 Pa \cdot 0,0001 m^3}{287,2 J/kgK \cdot (273 + 20) K} = 0,00012 kg$$

Volumenændringsarbejdet bestemmes af formel (4.2.4.4) i lærebogen:

$$W_{v,pol} = \frac{m \cdot c_v \cdot (k - 1) \cdot (T_2 - T_1)}{n - 1}$$

$$W_{v,pol} = \frac{0,00012 kg \cdot 716,6 J/kgK \cdot (1,401 - 1) \cdot (88 - 20) K}{1,3 - 1} = \underline{\underline{7,8 kJ}}$$

Varmemængden bestemmes af formel (4.2.4.6) i lærebogen:

$$Q_{pol} = \frac{m \cdot c_v \cdot (n - \kappa) \cdot (T_2 - T_1)}{(n - 1)} = \frac{0,00012 kg \cdot 716,6 J/kgK \cdot (1,3 - 1,401) \cdot (88 - 20) K}{(1,3 - 1)} = \underline{\underline{-2 J}}$$

Varmen kan bortledes igennem cylinderen til omgivelserne. Luftens kraft på stemplet kan bestemmes af formel (1.4.3.1) i lærebogen:

$$F = (p - p_0) \cdot A = (2,49 - 1,013) \cdot 10^5 Pa \cdot 4 \cdot 10^{-4} m^2 = \underline{\underline{59 N = ca. 6 kg's vægt}}$$

### Opgave 5.1 \*

En ventilator til tryksætning af luft arbejder isokorisk, idet tryk og temperatur på luften før ventilatoren er hhv. 1,013 bara og 15 °C, og tryk og temperatur på luften efter ventilatoren ønskes til hhv. 1,023 bara og 17,84 °C. Ventilator og strømning er uden friktion og luften kan betragtes som en idealgas. Verificér og bekræft, at ventilatoren arbejder isokorisk (Svar: Ja). Bestem det tekniske arbejde i [W] og varmemængden udvekslet med omgivelserne i [W], når ventilatoren flytter 1 kg/s. (Svar: hhv. 816,5 W og 2.035,1 W). Idet ændringen af tryk over ventilatoren sker med et løbehjul, beskriv hvilket ekstra tiltag, der skal til for at processen som helhed bliver isokorisk.

Hvis specifik volumen før og efter ventilator er ens, anses det for verificeret, at ventilatoren arbejder isokorisk.

Følgende stofværdier hentes i appendiks D2:

$$R_i = 287,2 J/kgK$$

$$c_v = 716,6 J/kgK \quad (\text{antages konstant})$$

Specifik volumen bestemmes af formel (3.4.1.4) i lærebogen:

$$v_1 = \frac{R_i \cdot T_1}{p_1} = \frac{287,2 J/kgK \cdot (273 + 15) K}{1,013 \cdot 10^5 Pa} = 0,8165 m^3/kg$$

$$v_2 = \frac{R_i \cdot T_2}{p_2} = \frac{287,2 J/kgK \cdot (273 + 17,84) K}{1,023 \cdot 10^5 Pa} = 0,8165 m^3/kg$$

Processen er isokorisk. Det tekniske arbejde bestemmes af relevant formel i Fig. 5.3.1 (bedste version er formel (5.2.1.2)) i lærebogen:

$$\dot{W}_{t,isk} = \dot{m} \cdot v \cdot (p_2 - p_1) = 1 kg/s \cdot 0,8165 m^3/kg \cdot (1,023 - 1,013) \cdot 10^5 Pa = \underline{\underline{816,5 W}}$$

Udvekslet effekt med omgivelserne bestemmes af relevant formel i Fig. 5.3.1 i lærebogen:

$$\dot{Q}_{isk} = \dot{m} \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = 1 kg/s \cdot 716,6 J/kgK \cdot (17,84 - 15) K = \underline{\underline{2.035,1 W}}$$

Det tekniske arbejde vil afstedkomme en temperaturstigning på luften. Den tilførte varmeeffekt vil ligeledes afstedkomme en temperaturstigning på luften. Samlet effektilførsel vil være  $816,5 + 2.035,1 = 2.851,6$  W. Dette tal havde man også opnået, hvis  $c_v$  blev udskiftet med  $c_p$  i ovenstående formel, idet formel (2.3.2.6) med negligeable bidrag fra kinetisk og potentiel energi ( $\dot{Q}_{net} + \dot{W}_{net} = \dot{H}$ ) tillige skal gælde.

Foruden løbehjul til trykøgning, vil man skulle indbygge en varmeveksler, som skal tilføre luften varme. Det vil man aldrig gøre i praksis – så det bliver lidt et tænkt eksempel!

**Opgave 5.4 \***

En ventilator til tryksætning af luft arbejder polytropisk med polytropesponenten  $n=1,3$ . Tryk og temperatur på luften før ventilatoren er hhv. 1,013 bara og  $15^{\circ}\text{C}$ . Ønsket tryk efter ventilator er 1,023 bara. Ventilator og strømning er uden friktion og luften kan betragtes som en idealgas. Bestem det tekniske arbejde i [W] og varmemængden udvekslet med omgivelserne i [W], når ventilatoren flytter 1 kg/s. (Svar: hhv. 808,9 W og -156,8 W).

For tør luft hentes fl. data i Appendiks D2:

$$R_i = 287,2 \text{ J/kgK}$$

$$c_v = 716,6 \text{ J/kgK} \quad (\text{Antages konstant})$$

$$\kappa = 1,401 - \quad (\text{Antages konstant})$$

Temperatur (relevant med to decimaler pga. den lille trykstigning) efter kompression bestemmes af formel (5.2.4.10) fra lærebogen:

$$T_2 = T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = (273 + 15)K \cdot \left( \frac{1,023}{1,013} \right)^{\frac{1,3-1}{1,3}} = 288,7 \text{ K} = 15,65^{\circ}\text{C}$$

Det tekniske arbejde bestemmes af relevant formel i Fig. 5.3.1 i lærebogen:

$$\dot{W}_{t,pol} = n \cdot \frac{\dot{m} \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)}{n-1} = 1,3 \cdot \frac{1 \text{ kg/s} \cdot 287,2 \text{ J/kgK} \cdot (288,65 - 288) \text{ K}}{1,3 - 1} = \underline{\underline{808,9 \text{ W}}}$$

Udvekslet effekt med omgivelserne (køling af kompressionsprocessen) bestemmes af relevant formel i Fig. 5.3.1 i lærebogen:

$$\dot{Q}_{pol} = \frac{\dot{m} \cdot c_v \cdot (n-k) \cdot (T_2 - T_1)}{n-1} = \frac{1 \text{ kg/s} \cdot 716,6 \text{ J/kgK} \cdot (1,3 - 1,401) \cdot (288,65 - 288) \text{ K}}{1,3 - 1} = \underline{\underline{-156,8 \text{ W}}}$$

Foruden løbehjul skal ventilatoren tillige tage lidt effekt igennem sit ventilatorhus – dette var afgjort, da polytropesponenten ( $n$ ) blev antaget til 1,3. ” $n$ ” er derfor en vigtig parameter, når processen skal forudsiges.

Samlet effekt, der skal tilføres ventilatoren igennem akslen, vil således være  $808,9 + 156,8 = 965,7 \text{ W}$ . Dette må være korrekt, idet al effekt skal komme via akslen, og vi skal ”betale” energi til at løfte luften i tryk (808,9 W) og vi skal ”betale” for varmetabet til omgivelserne (156,8 W).

**Opgave 5.6 \***

På et køleanlæg med ammoniak ( $\text{NH}_3$ , R717) pumpes flydende ammoniak til køleflader, som ligger langt fra anlægget. Pumpen, som arbejder reversibelt, flytter 0,5 kg/s fra et tryk og temperatur på hhv. 6 bara og  $0^{\circ}\text{C}$  til et tryk på 7 bara. Idet de kinetiske og potentielle energibidrag af den strømmende væske anses for negligeable, bestem det tekniske arbejde i [W] udført af pumpen på væsken (Svar: 160 W). Bestem tillige entalpistigningen i [ $\text{kJ/kg}$ ] over pumpen (Svar: 0,32 kJ/kg).

Den flydende ammoniak anses for inkompresibel, hvorfor det specifikke volumen anses for konstant. Det specifikke volumen for ammoniakken ved tilgang (tilstand 1) benyttes i formlerne. Jf. EES er:

$$v_1 = v(\text{NH}_3; 6\text{bara}; 0^{\circ}\text{C}) = 0,0016 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Det tekniske arbejde som en effekt for pumpen bestemmes af formel (5.5.2.1). Det bemærkes, at trykstigningen over pumpen rent faktisk er 2 bar.

$$\dot{W}_t = \int_1^2 \dot{V} \cdot dp = \dot{m} \cdot v \cdot (p_2 - p_1) = 0,5 \text{ kg/s} \cdot 0,0016 \text{ m}^3/\text{kg} \cdot (8 - 6) \cdot 10^5 \text{ Pa} = \underline{\underline{160 \text{ W}}}$$

Entalpistigningen over pumpen bestemmes af formel (5.5.2.2):

$$\Delta h = \frac{\dot{W}_t}{\dot{m}} = \frac{160 \text{ W}}{0,5 \text{ kg/s}} \cdot \frac{10^{-3} \text{ kJ}}{\text{J}} = \underline{\underline{0,32 \text{ kJ/kg}}}$$

**Opgave 5.8 \***

Et dampturbineanlæg, som arbejder reversibelt, udviser nedenstående driftsdata ved 100 % last. Ved opgavens løsning kan ses bort fra kinetiske og potentielle energibidrag for den strømmende damp.

Damp indløb:

- Temperatur 540 °C
- Tryk 100 bara
- Flow 50 kg/s

Damp udløb

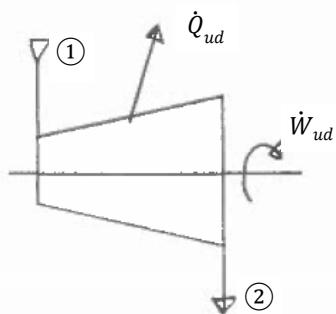
- Tryk 0,6 bara

**Spørgsmål**

1. Tegn et procesdiagram
2. Tegn turbineekspansionskurven i et h-s diagram (evt. fra Appendiks D5)
3. Aflæs entalpien for dampen før og efter dampturbinen fra h-s diagrammet (Svar: ca. 3470 og ca. 2360 kJ/kg)
4. Bestem akseleffekten i [kW] for dampturbinen (Svar: 55.500 kW)
5. Angiv temperaturen i [°C] på dampen efter turbinen (Svar: ca. 86 °C)

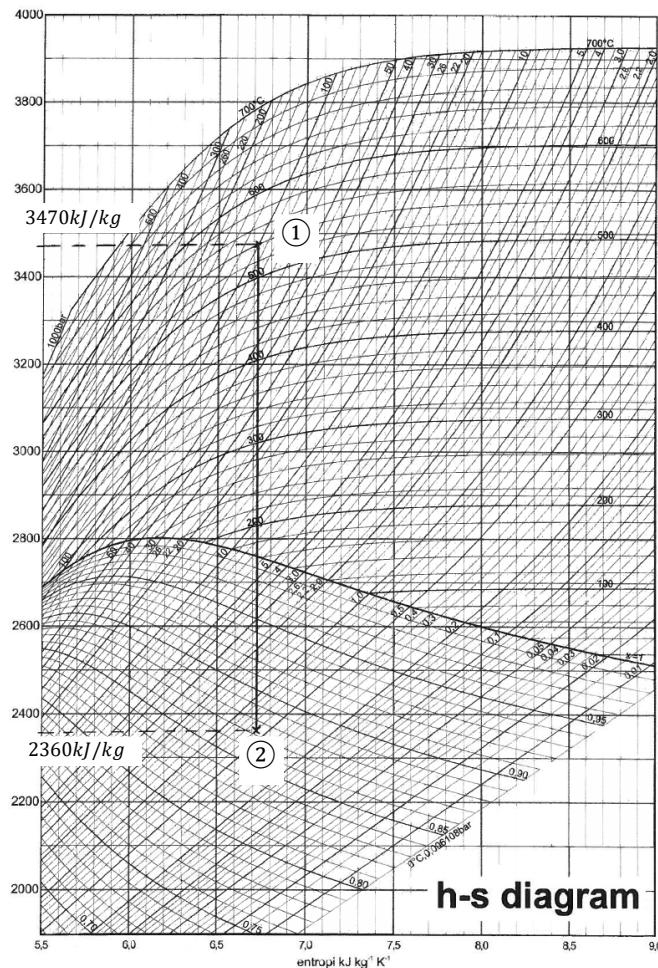
Ad. 1

Et typisk procesdiagram kan tages direkte fra Fig. 5.5.3.1.a i lærebogen:



Ad. 2

Ekspansionskurven for en reversibel (og adiabatisk) dampturbine vil være en lodret linje i et h-s diagram, som anført i kapitel 5.5.3 i lærebogen. Under de givne forhold er ekspansionskurven indtegnet i nedenstående diagram:



### Ad. 3

$h_1$  afslæses til ca.  $3.470 \text{ kJ/kg}$

$h_2$  afslæses til ca.  $2.360 \text{ kJ/kg}$

### Ad 4

Antages ingen bidrag fra kinetisk og potentiel energi fra den strømmende damp, og antages som nævnt at der ikke er varmetab til omgivelserne, bestemmes akseleffekten af formel (5.5.3.2) i lærebogen

$$|\dot{W}_{ud}| = \dot{m} \cdot (h_1 - h_2) = 50 \text{ kg/s} \cdot (3470 - 2360) \text{ kJ/kg} = \underline{\underline{55.500 \text{ kW}}}$$

### Ad. 5

Tilstanden efter turbinen er mættet, og temperaturen kan findes ved interpolation i Appendiks D5 til ca.  $86^\circ\text{C}$ .

#### *Alternativ beregning*

Kunne beregningerne være mere præcise? Ja, hvis vi benytter en damptabel (EES) og vore beregningsformler.

Følgende slås op i EES:

$$h_1 = h(H_2O; 100\text{bara}; 540^\circ\text{C}) = 3.475,8 \text{ kJ/kg}$$

$$s_1 = s(H_2O; 100\text{bara}; 540^\circ\text{C}) = 6,725 \text{ kJ/kgK}$$

Hvis ekspansionskurven for en reversibel og tabsfri dampturbine vil være en lodret linje i et h-s diagram, må dette være et udtryk for at entropien ( $s$ ) er konstant.

Dampandelen for dampen efter turbinen kan findes af formel (3.2.1.3):

$$s = s' \cdot (1 - x) + s'' \cdot x$$

↓

$$s_2 = s'_2 \cdot (1 - x) + s''_2 \cdot x$$

Sammenholdt med, at  $s_2 = s_1$  fås:

$$s_1 = s_2' \cdot (1 - x_2) + s_2'' \cdot x_2$$

Til indsættelse i formlen har vi brug for fl. tabelopslag (EES):

$$s_{2,x=0} = s'(H2O; 0,6bara; x = 0) = 1,145 \text{ kJ/kgK}$$

$$s_{2,x=1} = s''(H2O; 0,6bara; x = 1) = 7,531 \text{ kJ/kgK}$$

Disse værdier indsættes i formlen:

$$s_1 = s_2' \cdot (1 - x_2) + s_2'' \cdot x_2$$

$$6,725 \text{ kJ/kgK} = 1,145 \text{ kJ/kgK} \cdot (1 - x_2) + 7,531 \text{ kJ/kgK} \cdot x_2$$

↓ (solve)

$$x_2 = 0,8738$$

Entalpi for dampen efter dampturbinen kan findes af formel (3.2.1.2):

$$h = h' \cdot (1 - x) + h'' \cdot x$$

↓

$$h_2 = h_2' \cdot (1 - x) + h_2'' \cdot x$$

Til indsættelse i formlen har vi brug for fl. tabelopslag (EES):

$$h_{2,x=0} = h'(H2O; 0,6bara; x = 0) = 359,9 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{2,x=1} = h''(H2O; 0,6bara; x = 1) = 2.653 \text{ kJ/kg}$$

Disse værdier indsættes i formlen:

$$h_2 = h_2' \cdot (1 - x) + h_2'' \cdot x$$

$$h_2 = 359,9 \text{ kJ/kg} \cdot (1 - 0,8738) + 2.653 \text{ kJ/kg} \cdot 0,8738 = 2.363,6 \text{ kJ/kg}$$

Jf. formel (5.5.3.2) i lærebogen ville akseleffekten mere præcist være:

$$|\dot{W}_{ud}| = \dot{m} \cdot (h_1 - h_2) = 50 \text{ kg/s} \cdot (3475,8 - 2363,6) \text{ kJ/kg} = 55.610 \text{ kW}$$

### Opgave 5.11 \*

Fjernvarmevand benyttes til at forvarme luft i en rørvarmeveksler. Varmeveksleren er arrangeret i modstrøm, og fjernvarmevandet strømmer indvendigt i rørene. 10 k/s luft skal opvarme fra 20 °C til 40 °C. Fjernvarmevandet forefindes ved 4 bara med en fremløbs- og returtemperatur på hhv. 75 °C og 40 °C. Det kan antages, at der ikke er varmetab fra varmeveksleren. Følgende supplerende data er givet:

- Indvendig diameter 34 mm
- Udvendig diameter 38 mm
- Varmeovergangstal, indvendig 2.000 W/m²K
- Varmeovergangstal, udvendig 60 W/m²K
- Rørmaterialer Kobber (Cu) -

Bestem den overførte effekt i [kW] i varmeveksleren (Svar 201,2 kW). Bestem den nødvendige massestrøm i [kg/s] af fjernvarmevand (Svar: 1,92 kg/s). Bestem den nødvendige rørlængde i [m] for forvarmeren (Svar: 897 m).

$$\lambda(Cu) = 401 \text{ W/mK} \text{ (App. D4). } c_{p,m,luft} = 1006 \text{ J/kgK} \text{ (App. D3).}$$

For kobber og luft hentes fl. data i (antages konstante og repræsentative ved temperaturforholdene) i hhv.

Appendiks D4 og D3:

$$\lambda_{cu} = 401 \text{ W/mK}$$

$$c_{p,m,l} = 1006 \text{ J/kgK}$$

For vand hentes fl. data i Appendiks D5:

$$h_{v,ind} = h(H_2O; 5\text{bara}; 50^\circ\text{C}) = 209,8 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{v,ud} = h(H_2O; 5\text{bara}; 75^\circ\text{C}) = 314,4 \text{ kJ/kg}$$

På luftsiden haves nødvendige data for bestemmelse af overført effekt i varmeveksleren. På luftsiden er der tale om en isobarisk varmeoptagelsesproces, og effekten bestemmes af relevant formel i Fig. 5.3.1 i lærebogen:

$$\dot{Q}_l = \dot{m}_l \cdot c_{p,m,l} \cdot (T_{l,ud} - T_{l,ind}) = 10\text{kg/s} \cdot 1006\text{J/kgK} \cdot (40 - 20)\text{K} \cdot 10^{-3}\text{kJ/J} = \underline{\underline{201,2 \text{ kW}}}$$

Idet der ikke er varmetab, må fl. gælde:

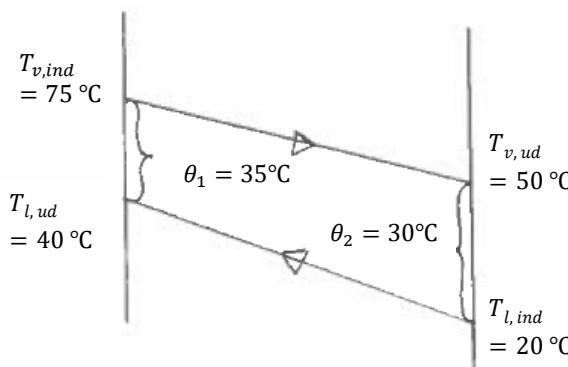
$$\dot{Q} = \dot{Q}_v = \dot{Q}_l$$

På vandsiden er der tale om en isobarisk varmeafgivelsesproces, og effekten bestemmes af relevant formel i Fig.

5.3.1 i lærebogen:

$$\dot{m}_v = \frac{\dot{Q}_l}{(h_{v,ind} - h_{v,ud})} = \frac{201,2\text{kW}}{(314,4 - 209,8)\text{kJ/kg}} = \underline{\underline{1,92 \text{ kg/s}}}$$

Den logaritmiske middeltemperaturdifferens bestemmes af formel (5.5.4.1) fra lærebogen:



$$\Delta T_m = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln(\frac{\theta_1}{\theta_2})} = \frac{(75 - 40) - (50 - 20)}{\ln\left(\frac{(75 - 40)}{(50 - 20)}\right)} = 32,4 \text{ K}$$

Resiprokværdi af  $k \cdot A$  bestemmes af formel (5.5.4.4) fra lærebogen:

$$\frac{1}{k \cdot A} = \frac{\Delta T_m}{Q} = \frac{32,4 \text{ K}}{201200 \text{ W}} = 0,000161 \text{ K/W}$$

Det indvendige og udvendige areal for et rør bestemmes:

$$A_i = \pi \cdot d_i \cdot L = \pi \cdot 0,034m \cdot L$$

$$A_u = \pi \cdot d_u \cdot L = \pi \cdot 0,038m \cdot L$$

Der indsættes i formel (5.5.4.6) fra lærebogen:

$$\frac{1}{k \cdot A} = \frac{1}{\alpha_i \cdot A_i} + \frac{\ln\left(\frac{d_u}{d_i}\right)}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} + \frac{1}{\alpha_u \cdot A_u}$$

↓

$$0,000161 = \frac{1}{2000W/m^2K \cdot \pi \cdot 0,034m \cdot L} + \frac{\ln\left(\frac{38}{34}\right)}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot 401W/mK} + \frac{1}{60W/m^2K \cdot \pi \cdot 0,038m \cdot L}$$

↓

$$0,000161 = \frac{1}{213,63 \cdot L} + \frac{1}{22652,66 \cdot L} + \frac{1}{7,16 \cdot L}$$

$$\begin{aligned} & \downarrow \\ 0,000161 &= \frac{1}{213,63 \cdot L} + \frac{1}{22652,66 \cdot L} + \frac{1}{7,16 \cdot L} \\ & \downarrow \\ L &= \underline{\underline{897 \text{ m}}} \end{aligned}$$

### Opgave 6.1 \*

En ventilator til tryksætning af luft arbejder: 1) Polytropisk med polytropesponenten  $n=1,5$ . 2) Isentropisk. 3) med en isentropisk virkningsgrad på 0,858. Tryk og temperatur på luften før ventilatoren er hhv. 1,013 bara og 15 °C. Ønsket tryk efter ventilator er 1,063 bara. Luften kan betragtes som en idealgas. Bestem for alle tre tilfælde det tekniske arbejde i [W] og varmemængden (evt. som dissipationsarbejde) udvekslet med omgivelserne i [W], når ventilatoren flytter 1 kg/s. Sammenlig resultaterne og forklar sammenhænge (Svar: 1) hhv. 4.015 W og 661 W. 2) hhv. 4.014 W og 0 W. 3) hhv. 4.017 W og 666 W).

#### Ad. 1

Følgende stofværdier hentes i appendiks D2:

$$\begin{aligned} R_i &= 287,2 \text{ J/kgK} \\ c_v &= 716,6 \text{ J/kgK} \quad (\text{antages konstant}) \\ c_p &= 1005 \text{ J/kgK} \quad (\text{antages konstant}) \\ \kappa &= 1,401 \quad (\text{antages konstant}) \end{aligned}$$

Temperatur efter kompression bestemmes af formel (5.2.4.10) fra lærebogen:

$$T_2 = T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = (273 + 15)K \cdot \left( \frac{1,063}{1,013} \right)^{\frac{1,5-1}{1,5}} = 292,66 K = 19,66 \text{ °C}$$

Det tekniske arbejde bestemmes af relevant formel i Fig. 5.3.1 eller 6.1.3.2 i lærebogen:

$$\dot{W}_{t,pol} = n \cdot \frac{\dot{m} \cdot R_i \cdot (T_2 - T_1)}{n-1} = 1,5 \cdot \frac{\frac{1\text{kg}}{\text{s}} \cdot \frac{287,2\text{J}}{\text{kgK}} \cdot (292,66 - 288)K}{1,5-1} = \underline{\underline{4.015 \text{ W}}}$$

Udvekslet effekt med omgivelserne bestemmes af relevant formel i Fig. 5.3.1 eller 6.1.3.2 i lærebogen:

$$\dot{Q}_{pol} = \frac{\dot{m} \cdot c_v \cdot (n-k) \cdot (T_2 - T_1)}{n-1} = \frac{1\text{kg/s} \cdot 716,6 \text{ J/kgK} \cdot (1,5-1,401) \cdot (292,66-288)K}{1,5-1} = \underline{\underline{661 \text{ W}}}$$

$$\text{Energi tilført} = \dot{W}_{t,pol} + \dot{Q}_{pol} = 4.015 + 661 = 4.676 \text{ W}$$

#### Ad. 2

Temperatur efter isentropisk kompression bestemmes af formel (6.2.2.1) fra lærebogen:

$$T_{2,s} = T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = (273 + 15)K \cdot \left( \frac{1,063}{1,013} \right)^{\frac{1,401-1}{1,401}} = 292,00 K = 19,00 \text{ °C}$$

Det tekniske arbejde bestemmes af relevant formel i Fig. 6.1.3.2 i lærebogen:

$$\dot{W}_{t,isen} = \kappa \cdot \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{\kappa - 1} = \kappa \cdot \frac{\dot{m} \cdot R_i \cdot (T_{2,s} - T_1)}{\kappa - 1} = 1,401 \cdot \frac{\frac{1\text{kg}}{\text{s}} \cdot \frac{287,2\text{J}}{\text{kgK}} \cdot (292,00 - 288)K}{1,401 - 1} = \underline{\underline{4.014 \text{ W}}}$$

Udvekslet effekt med omgivelserne bestemmes af relevant formel i Fig. 6.1.3.2 i lærebogen:

$$\dot{Q}_{isen} = \underline{\underline{0 \text{ W}}}$$

$$\text{Energi tilført} = \dot{W}_{t,isen} + \dot{Q}_{isen} = 4.014 + 0 = 4.014 \text{ W}$$

#### Ad. 3

Temperatur efter isentropisk kompression bestemmes af formel (6.2.2.1) fra lærebogen:

$$T_{2,s} = T_1 \cdot \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = (273 + 15)K \cdot \left( \frac{1,063}{1,013} \right)^{\frac{1,401-1}{1,401}} = 292,0 K = 19,00 \text{ °C}$$

Jf. princippet om konstant specifik varmefylde jf. formel (6.4.2.5) kan isentropisk virkningsgrad approksimeres til et temperaturforhold:

$$\eta_{is} \approx \frac{(T_{2,s} - T_1)}{(T_2 - T_1)} = \frac{(292,0 - 288)}{(T_2 - 288)} = 0,858 \quad \rightarrow \quad T_2 = 292,66 \text{ K} = 19,66 \text{ }^\circ\text{C}$$

Det specifikke volumen er valgt bestemt af idealgasligningen (formel (3.4.1.4)) ved middeltilstanden:

$$T_m = \frac{1}{2} \cdot (T_1 + T_2) = \frac{1}{2} \cdot (15 + 19,66) \text{ }^\circ\text{C} = 17,33 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$p_m = \frac{1}{2} \cdot (p_1 + p_2) = \frac{1}{2} \cdot (1,013 + 1,063) \text{ bara} = 1,038 \text{ bara}$$

$$v_m = \frac{R_i \cdot T_m}{p_m} = \frac{287,2 \text{ J/kgK} \cdot (273 + 17,33) \text{ K}}{1,038 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 0,8033 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Det tekniske arbejde bestemmes af relevant formel i Fig. 5.3.1 eller 6.1.3.2 i lærebogen:

$$\dot{W}_t = \dot{V} \cdot dp = \dot{m} \cdot v \cdot dp = 1 \text{ kg/s} \cdot 0,8033 \text{ m}^3/\text{kg} \cdot (1,063 - 1,013) \cdot 10^5 \text{ Pa} = \underline{\underline{4.017 \text{ W}}}$$

Den reelt tilførte energi eller med andre ord den indre effekt ( $\dot{W}_i$ ) skal bestemmes ud fra temperaturstigningen:

$$\dot{W}_i = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) = 1 \text{ kg/s} \cdot 1005 \text{ J/kgK} \cdot (292,66 - 288) \text{ K} = 4.683 \text{ W}$$

Med reference til formel (6.0.2) i lærebogen er forskellen imellem den indre effekt og den tekniske effekt netop dissipationseffekten ( $\dot{W}_{diss}$ ), som tilføres fluiden som følge af den isentropiske virkningsgrad.

$$\dot{W}_{diss} = \dot{W}_i - \dot{W}_t = 4.683 - 4.017 = \underline{\underline{666 \text{ W}}}$$

$$\text{Energi tilført} = \dot{W}_t + \dot{W}_{diss} = 4.017 + 666 = 4.683 \text{ W}$$

#### Sammenligning af resultater

1. Det tekniske arbejde er ens for alle processer
2. Den polytropisk proces med polytropesponenten  $n=1,5$  er identisk med en proces med en isentropisk virkningsgrad på 0,858

#### **Opgave 6.4 \***

En dysen gennemstrømmes af et gasformigt medie, og hastigheden før og efter dysen er målt til hhv. 50 og 80 m/s.

Dysens konstruktion er velkendt, og erfaringsmæssigt er den isentropiske virkningsgrad 0,97. Bestem hastigheden i [m/s] på dysens afgang, hvis dysen havde været isentropisk dvs. tabsfri (Svar 80,75 m/s). Bestem den temperaturstigning i [K], som tabene i dysen giver anledning til ved udløb fra dysen, når den specifikke varmekapacitet ved konstant tryk er 1050 J/kgK (Svar: 0,06 K).

Temperatur efter dysen, hvis dysen havde været isentropisk bestemmes af formel (6.4.4.4) fra lærebogen:

$$\eta_{is} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{c_{2,s}^2 - c_1^2} = \frac{80^2 - 50^2}{c_{2,s}^2 - 50^2} = 0,97$$

↓ (solve)

$$c_{2,s} = \underline{\underline{80,75 \text{ m/s}}}$$

Tabet i dysen udtrykt i specifik kinetisk energi findes af formel (6.4.4.5) i lærebogen:

$$\Delta e_{kin} = \frac{1}{2} \cdot c_{2,s}^2 - \frac{1}{2} \cdot c_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 80,75^2 - \frac{1}{2} \cdot 80^2 = 60,28 \text{ J/kg}$$

Omregning mellem specifik kinetisk energi (eller entalpidifferens) og temperaturdifferens findes af formel (3.5.4) i lærebogen:

$$\Delta T = \frac{h_2 - h_{2,s}}{c_{p,m}} = \frac{\Delta e_{kin}}{c_{p,m}} = \frac{60,28 \text{ J/kg}}{1050 \text{ J/kgK}} = \underline{\underline{0,06 \text{ K}}} = 0,06 \text{ }^\circ\text{C}$$

### Opgave 7.3 \*

En 2-cylindret 2-takt stempelmotor, som arbejder efter Otto-princippet, yder 400 J per kredsproces. Bestem akseleffekten i [kW] ved 3.000 rpm, når den mekaniske virkningsgrad er 82 % (Svar: 32,8 kW).

Akseleffekt bestemmes efter formel (7.1.2.3.b) i lærebogen:

$$\dot{W}_a = \eta_{mek} \cdot N_c \cdot W_{g,kreds} \cdot \frac{RPM}{60} \cdot \left( \frac{2}{N_{takt}} \right) = 0,82 \cdot 2 \cdot 400J \cdot \frac{3000rpm}{60} \cdot \frac{2}{2} \cdot 10^{-3}kW/W = \underline{\underline{32,8\ kW}}$$

### Opgave 7.4 \*

En 1-times fuldkala test af en gasturbine inden afsendelse fra fabrikken viste en heatrate på 7850 kJ/kWh. Under testen forbrugte gasturbinen 11.500 kg letolie med en brændværdi på 44 MJ/kg. Bestem den gennemsnitlige akseleffekt i [MW] for gasturbinen under testen (Svar: 64,46 MW)

Det gennemsnitlige brændelsflow må være:

$$\dot{m}_{br} = \frac{\Delta m_{br}}{\Delta t} = \frac{11.500kg}{3.600s} = 3,134\ kg/s$$

Indfyret effekt kan bestemmes af formel (3.6.2) i lærebogen:

$$\dot{Q}_{br} = \dot{m}_{br} \cdot LHV = 3,134kg/s \cdot 44MJ/kg = 140,56\ MW$$

Gennemsnitlig akseleffekt (antaget  $\dot{W}_a$  og dvs. fratrukket interne mekaniske tab) for gasturbinen kan bestemmes af formlerne (7.4.4.1), (7.4.4.11.a) og (7.4.4.12) i lærebogen:

$$\eta_{th,Brayton} = \frac{3600}{HR} = \frac{3600}{7850\text{kJ}/\text{kWh}} = 0,4586$$

$$\dot{W}_a = \dot{Q}_{br} \cdot \eta_{th,Brayton} = 140,56\text{MW} \cdot 0,4586 = \underline{\underline{64,46\ MW}}$$

### Opgave 8.2 \*

Kedelanlægget på et kraftværk optager en effekt på 80 MW og forbrænder 21,8 t/h halm med en nedre brændværdi på 14 MJ/kg. Kraftværket leverer netto 30 MW til elnettet og afgiver 46,5 MW i kondenseren til den omgivende luft. Bestem den elektriske og termiske virkningsgrad for kraftværket (Svar: 35,39 %; 41,88 %). Bestem tillige kedelvirkningsgraden i [%] (Svar: 94,36 %)

Indfyret effekt med brænslets bestemmes af formel (3.6.2) i lærebogen:

$$\dot{Q}_{br} = \dot{m}_{br} \cdot LHV = 21,8t/h \cdot \left( \frac{h}{3.600s} \right) \cdot \left( \frac{1.000kg}{t} \right) \cdot 14MJ/kg = 84,78\ MW$$

Netto elektrisk virkningsgrad bestemmes af formel (8.2.1.7) i lærebogen:

$$\eta_{el,n} = \frac{\text{Ønsket output}}{\text{Nødvendigt input}} = \frac{|P_{net}|}{\dot{Q}_{br}} = \frac{30\ MW}{84,78\ MW} \cdot 100 = \underline{\underline{35,39\%}}$$

Den termiske virkningsgrad bestemmes af formel (8.1.9) i lærebogen:

$$\eta_{th,Rankine} = 1 - \frac{|Kondensereffekt|}{Optaget effekt i kedel} = 1 - \frac{46,5MW}{80MW} \cdot 100 = \underline{\underline{41,88\%}}$$

Den kedelvirkningsgraden bestemmes af formel (3.6.4) i lærebogen:

$$\eta_k = \frac{\dot{Q}_n}{\dot{Q}_{br}} = \frac{80MW}{84,78MW} \cdot 100 = \underline{\underline{94,36\%}}$$

### Opgave 8.4 \*

En kedelfødevandspumpe hæver trykket på 100 t/h kondensat ved 0,846 bara og mættet tilstand til 65 bara.

Kedelfødepumpen har en isentropisk virkningsgrad på 78 %. Bestem temperaturen i [°C] på vandet efter kedelfødepumpen (Svar: 95,9 °C).

Som det fremgår af opgaven, kan det antages, at kondensatet fra turbinekondenseren er på mættet tilstand. Ved opslag i Appendiks D5 eller EES kan tilstanden før pumpen bestemmes til:

$$T_{mæt}(0,846\text{bara}) = 95\ ^\circ\text{C}$$

$$h'(0,846\text{bara}) = 398,1\text{ kJ/kg}$$

$$v'(0,846\text{bara}) = 0,001040\text{ m}^3/\text{kg}\ (\text{App. D5 brugt}) \rightarrow \rho_1 = 961,5\text{ kg/m}^3$$

Vandet antages for inkompresibelt og akseleffekt for pumpen motor bestemmes af formel (6.4.3.4):

$$\dot{W}_i = \frac{\dot{m} \cdot v_1 \cdot (p_2 - p_1)}{\eta_i}$$

$$\dot{W}_i = \frac{\frac{100t}{h} \cdot \left(\frac{h}{3.600s}\right) \cdot \left(\frac{1.000kg}{t}\right) \cdot 0,001040 m^3/kg \cdot (65 - 0,846) \cdot 10^5 Pa}{0,78} \cdot 10^{-3} kW/W = 237,61 kW$$

For bestemmelse af entalpi efter fødevandspumpen benyttes enten formel (6.4.3.5) eller (8.2.1.1), hvor  $\dot{W}_i$  er effekt, som tilføres fluiden i pumpen:

$$\dot{W}_i = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1)$$

$$\downarrow$$

$$h_2 = h_1 + \frac{\dot{W}_i}{\dot{m}} = 398,1 + \frac{237610W}{\frac{100t}{h} \cdot \left(\frac{h}{3.600s}\right) \cdot \left(\frac{1.000kg}{t}\right)} \cdot \frac{10^{-3} kJ}{J} = 398,1 + 8,6 = 406,7 kJ/kg$$

$$T_2(p_2; h_2) = T_2(65bara; 406,7 kJ/kg) = \underline{\underline{95,9^\circ C}}$$
 (jf. EES)

### Opgave 9.3 \*

Bestem den årlige udgift til el for den i Opgave 9.2 omtalte varmepumpe, når anlægget kører i døgndrift, og prisen for el er 2 kr./kWh (Svar: 80.592 kr.)

Ækvivalent med princippet i formel (8.2.1.9) er den årlige udgift på:

$$El - udgift[kr] = \dot{P}_{net}[kW] \cdot driftstid[h] \cdot elkøbspris[kr/kWh]$$

$$El - udgift[kr] = 4,6kW \cdot \frac{8760h}{\text{år}} \cdot 2kr/kWh = 80.592 kr./år$$

### Opgave 11.2 \*

En fugtig luft er angivet ved fl. sammensætning: 74,948 %-m nitrogen (N<sub>2</sub>), 22,978 %-m ilt (O<sub>2</sub>), 1,330 %-m argon (Ar) og 0,744 %-m vand (H<sub>2</sub>O). Yderligere er temperatur og absolut tryk er givet til hhv. 20 °C og 101325 Pa, samt den absolute fugtighed er 7,5 g-vand/kg-tørluft = 0,0075 kg-vand/kg-tørluft.

Bestem ud fra formler i kapitel 11.3 vanddampens partialtryk i [Pa] ved mætningstilstanden, den relative fugtighed i [%], vanddampens partialtryk i [Pa] og dugpunktet i [°C] (Svar: Hhv. 2339 Pa, 51,6 %, 1207 Pa og 9,7 °C).

Verificér ovennævnte beregninger ved aflæsning i Molliere diagrammet i Fig. 11.6.2 (Svar: OK!).

Vanddampens partialtryk ved mætningstilstanden ( $p_{H2O,mæt}$ ) bestemmes af formel (11.3.5):

$$p_{H2O,mæt} = 611,2 \cdot e^{15,583 \cdot \left[1 - \left(\frac{273,16}{T}\right)^{1,2746}\right]} = 611,2 \cdot e^{15,583 \cdot \left[1 - \left(\frac{273,16}{273,16+20}\right)^{1,2746}\right]} = \underline{\underline{2339 Pa}}$$

Denne kunne alternativt være fundet ved fl. kald i EES:  $p = p(\text{steam}; T=20^\circ C; x=1)$ . Den relative fugtighed ( $\varphi$ ) findes af formel (11.3.6):

$$X = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{H2O,mæt}}{p - \varphi \cdot p_{H2O,mæt}}$$

$$\downarrow$$

$$0,0075 = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot 2339}{101325 - \varphi \cdot 2339}$$

$$\downarrow$$

$$\varphi = \underline{\underline{51,6 \%}}$$

Vanddampens partialtryk ( $p_{H2O}$ ) bestemmes af formel (11.3.4):

$$\varphi = \frac{p_{H2O} \cdot 100}{p_{H2O,mæt}}$$

$$\downarrow$$

$$51,6 = \frac{p_{H2O} \cdot 100}{2339}$$

$$\downarrow$$

$$p_{H_2O} = \underline{\underline{1207 \text{ Pa}}}$$

Dugpunktstemperaturen ( $T_d$ ) kunne bestemmes af formel (11.3.5), men bestemmes alternativt ved et EES kald:  
EES:  $T_d = T(\text{steam}; p = 1207 \text{ Pa}; x = 1) = \underline{\underline{9,7 \text{ }^{\circ}\text{C}}}$

#### Opgave 11.6 \*

Et flow af fugtig luft på 1 kg/s opvarmes fra 15 °C og en relativ luftfugtighed på ca. 70 % til 25 °C og en relativ luftfugtighed på ca. 38 %.

Bestem bl.a. ved aflæsning af entalpi i Molliere diagrammet den nødvendige effekt for denne opvarmning (Svar: ca. 10,3 kW).

Den absolut fugtighed ( $X$ ), som jo er konstant ved en opvarmningsproces, aflæses i Molliere diagrammet i Fig. 11.6.2 til ca. 0,0075 kg-vand/kg-tørluft, og denne benyttes til bestemmes af masseandel vand i den fugtige luft via formel (11.3.5):

$$X = \frac{Ma_{H_2O}}{1-Ma_{H_2O}} = 0,0075$$

↓

$$Ma_{H_2O} = 0,00744 \text{ kg-vand/kg-vådluft}$$

Tør massestrøm bestemmes af formel (11.2.2):

$$\dot{m}_{t\ddot{o}r} = \dot{m}_{v\ddot{a}d} \cdot (1 - Ma_{H_2O}) = 1 \text{ kg/s} \cdot (1 - 0,00744) = 0,9926 \text{ kg/s}$$

Entalpi ved hhv. 15 og 25 °C aflæses i Molliere diagrammet i Fig. 11.6.2 til hhv. ca. 33,8 og 44,2 kJ/kg-tørluft.

Nødvendig effekt kan bestemmes af Fig. 4.3.1 gældende for en isobarisk proces:

$$\dot{Q}_{opvarmning} = \dot{m}_{t\ddot{o}r} \cdot (h_{l,1+x,2} - h_{l,1+x,1}) = 0,9926 \text{ kg/s} \cdot (44,2 - 33,8) \text{ kJ/kg} - t\ddot{o}rluft \cong \underline{\underline{10,3 \text{ kW}}}$$

#### Opgave 12.1

For "som modtaget" analysen af Colombianske kul i kapitel 12.2.1 bestem analysesen på "tør basis" og "tør og askefri basis". (Svar: "Tør basis": C=77,14, H=5,26, O=7,14, N=1,60, S=0,86, Aske=8, og vand=0 – alle i %-m; "Tør og askefri basis": C=83,86, H=5,71, O=7,76, N=1,74, S=0,93, Aske=0, og vand=0 – alle i %-m)

I kapitel 12.1.1 var givet fl. "som modtaget" analyse for Colombianske kul (middelværdier):

Bestanddel	Dim.	Middelværdi "som modtaget"
Kulstof (C)	%-masse	67,50
Brint (H)	%-masse	4,60
Ilit (O) (balance)	%-masse	6,25
Nitrogen (N)	%-masse	1,40
Svovl (S)	%-masse	0,75
Aske	%-masse	7,00
Vand	%-masse	12,50
Sum		100,00

Ved brug af formel (12.2.2.1) bestemmes elementerne på "tør basis":

<b>Bestanddel</b>	<b>Dim.</b>	<b>Middelværdi "som modtaget"</b>	<b>Middelværdi "tør basis"</b>	<b>Formel</b>
Kulstof (C)	%-masse	67,50	77,14	= $(67,50 \cdot 100)/((100 - 12,50))$
Brint (H)	%-masse	4,60	5,26	= $(4,60 \cdot 100)/((100 - 12,50))$
Ilt (O) (balance)	%-masse	6,25	7,14	= $(6,25 \cdot 100)/((100 - 12,50))$
Nitrogen (N)	%-masse	1,40	1,60	= $(1,40 \cdot 100)/((100 - 12,50))$
Svovl (S)	%-masse	0,75	0,86	= $(0,75 \cdot 100)/((100 - 12,50))$
Aske	%-masse	7,00	8,00	= $(7,00 \cdot 100)/((100 - 12,50))$
Vand	%-masse	12,50	0,00	Definition
Sum		100,00	100,00	

Ved brug af formel (12.2.2.3) bestemmes elementerne på "tør og askefri basis":

<b>Bestanddel</b>	<b>Dim.</b>	<b>Middelværdi "som modtaget"</b>	<b>Middelværdi "tør og askefri basis"</b>	<b>Formel</b>
Kulstof (C)	%-masse	67,50	83,86	= $(67,50 \cdot 100)/((100 - 12,50 - 7,00))$
Brint (H)	%-masse	4,60	5,71	= $(4,60 \cdot 100)/((100 - 12,50 - 7,00))$
Ilt (O) (balance)	%-masse	6,25	7,76	= $(6,25 \cdot 100)/((100 - 12,50 - 7,00))$
Nitrogen (N)	%-masse	1,40	1,74	= $(1,40 \cdot 100)/((100 - 12,50 - 7,00))$
Svovl (S)	%-masse	0,75	0,93	= $(0,75 \cdot 100)/((100 - 12,50 - 7,00))$
Aske	%-masse	7,00	0,00	Definition
Vand	%-masse	12,50	0,00	Definition
Sum		100,00	100,00	

## Appendiks C – Resultater til større opgaver (assignment)

### Resultater til assignment (kapitel 7)

Der er antaget en middeltemperatur på 1000 K (727 °C) for specifikke varmekapaciteter ( $c_p = 1142 \text{ J/kgK}$ ,  $c_v = 855 \text{ J/kgK}$ ) og isentropeksponent ( $\kappa = 1,336$ ) – fra Appendiks D3.

1. Forudsætninger som angivet i kapitel 7.1.1 pkt. I-V. Input til funktionen: Brændsel og luft. Output fra funktionen: Røggas, varme og akseleffekt.
2. p-V diagram jf. Fig. 7.3.1.1.b. Varmetilførsel sker mellem pkt. 2 og 3. Varmeafgivelse sker mellem pkt. 4 og 1.
3.  $r = 19$
4.  $(p_1; T_1; v_1; V_1) = (1,013 \text{ bara}; 25^\circ\text{C}; 8,443 \cdot 10^{-1} \text{ m}^3/\text{kg}; 2,798 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3)$  og Luftmassen ( $m$ ) =  $3,314 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$
5.  $(p_2; T_2; v_2; V_2) = (51,763 \text{ bara}; 528,7^\circ\text{C}; 4,445 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{kg}; 1,473 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3)$
6.  $(p_3; T_3; v_3; V_3) = (51,763 \text{ bara}; 2081,8^\circ\text{C}; 1,307 \cdot 10^{-1} \text{ m}^3/\text{kg}; 4,327 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3)$
7.  $(p_4; T_4; v_4; V_4) = (4,280 \text{ bara}; 986^\circ\text{C}; 8,443 \cdot 10^{-1} \text{ m}^3/\text{kg}; 2,798 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3)$
8. p-V graf optegnes, idet punkterne kendes. Kurve mellem pkt. 1 og 2 bestemmes af:  $p_x \cdot V_x^\kappa = p_1 \cdot V_1^\kappa$ . Kurve mellem pkt. 3 og 4 bestemmes af:  $p_x \cdot V_x^\kappa = p_3 \cdot V_3^\kappa$ .
9.  $r_c = 2,94$
10. Alle tre metoder giver ca.- 3155 J
11.  $\eta = 53,7 \%$
12.  $\dot{W}_a = 31,55 \text{ kW}$

### Resultater til assignment (kapitel 8)

1. Prosesdiagram jf. Fig. 8.1.1.c.
2.  $h_4 = \text{ca. } 2632 \text{ kJ/kg}$
3.  $\dot{P}_{ud} = \text{ca. } 20,83 \text{ MW}$
4.  $\dot{P}_{ina} = 0,358 \text{ MW}$
5.  $h_4 = 405,4 \text{ kJ/kg}$
6.  $\dot{Q}_{ind} = 85,96 \text{ MW}$
7.  $\eta_{basis} = 23,8 \%$
8.  $h_2 = \text{ca. } 2540 \text{ kJ/kg}$ . Massestrømsfordeling i bagenden af turbinen = 12,47 og 12,53 kg/s.  $\dot{P}_{ud} = \text{ca. } 21,94 \text{ MW}$ .  $\dot{P}_{ina} = 0,358 \text{ MW}$ .  $\dot{Q}_{ind} = 87,39 \text{ MW}$ .  $\eta_{optimeret} = 24,7 \%$
9.  $\Delta\eta = 0,9 \%$  – point svarende til  $\frac{(24,7-23,8)}{23,8} \cdot 100 = 3,8 \%$  brændstofsbesparelse eller mere el-output

### Resultater til assignment (kapitel 9)

1. –
2.  $\dot{Q} = 1008,2 \text{ kW}$
3.  $\dot{m} = 119,05 \text{ kg/s}$ .  $\eta = 72,6 \%$ .  $\Delta T = 0,0164 \text{ K}$
4. –
5.  $(p; T; h; v; s) = (2 \text{ bara}; -16,8^\circ\text{C}; 1444,2 \text{ kJ/kg}; 0,6 \text{ m}^3/\text{kg}; 5,90 \text{ kJ/kgK})$ ,  $\dot{V} = 0,516 \text{ m}^3/\text{s}$
6.  $v_1 = 0,624 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$
7.  $\eta = 73,95 \%$
8.  $\eta = 96,31 \%$
9.  $\text{COP} = 4,07$

## Appendiks D - Tabeller og diagrammer

### Appendiks D1 – Udvalgte fysiske konstanter

Fysiske konstant	Symbol	Enhed
Advogadros tal	$N_A$	$6,02 \cdot 10^{23}$ enheder
Atmosfæretryk	1 atm	101,325 kPa 101.325 Pa 1,013 bar
Lydhastighed i tør luft (0 °C og 1 atm.)	$c_{lyd}$	331,36 m/s
Lyshastighed i vakuum	$c_{vac}$	$2,9979 \cdot 10^8$ m/s
Tyngdeacceleration	$g$	9,81 m/s <sup>2</sup> (ved havoverfladen)
Standardmolarrumfang (ideal gas)	$V_S$	0,0224 m <sup>3</sup> /mol 22,4 liter/mol
Universelle gaskonstant	$R_u$	8314,47 J/kmolK

### Appendiks D2 - Egenskaber for udvalgte gasser

#### Gasser

Stof	Kemisk symbol	Mol-masse (M)	Gas-konstant ( $R_i$ )	Densitet ( $\rho$ )	Molar-volumen ( $M_{MOL}$ )	Specifik varmekapacitet ( $C_p$ )	Specifik varmekapacitet ( $C_v$ )	Isentrop-eksponent ( $\kappa$ )
	-	[kg/kmol]	(=R <sub>u</sub> /M) [J/kgK]	[kg/m <sup>3</sup> ] <sup>1)</sup>	(=M/ $\rho$ ) [m <sup>3</sup> /kmol] <sup>1)</sup>	[J/kgK] <sup>1)</sup>	[J/kgK] <sup>1)</sup>	(= C <sub>p</sub> /C <sub>v</sub> ) [-] <sup>1)</sup>
Ammoniak	NH <sub>3</sub>	17,03	488,2	0,772	22,065	2.055,3	1.567,0	1,312
Argon	Ar	39,95	208,1	1,784	22,392	520,3	312,2	1,667
Brint (hydrogen)	H <sub>2</sub>	2,02	4124,0	0,090	22,428	14.199,2	10.074,3	1,409
Iso-butan	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	58,12	143,0	2,703	21,502	1.538,0	1.531,0	1,105
Helium	He	4,00	2076,9	0,178	22,426	5.237,7	3.160,5	1,657
Ilt	O <sub>2</sub>	32,00	259,8	1,429	22,392	914,8	655,0	1,397
Kuldioxyd	CO <sub>2</sub>	44,01	188,9	1,977	22,261	816,5	627,5	1,301
Kulmonoxyd	CO	28,01	296,8	1,251	22,400	1.039,8	742,8	1,400
Kvælstof (nitrogen)	N <sub>2</sub>	28,01	296,8	1,250	22,403	1.038,7	741,8	1,400
Metan	CH <sub>4</sub>	16,04	518,2	0,718	22,360	2.154,6	1.635,9	1,317
Propan	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	44,10	188,5	2,020	22,831	1.625,0	1.483,0	1,136
Svooldioxyd	SO <sub>2</sub>	64,06	129,8	2,931	21,856	608,3	478,3	1,271
Tør luft	-	28,96	287,2	1,293	22,400	1.003,8	716,6	1,401
Vand (damp)	H <sub>2</sub> O	18,02	461,5	-	-	-	-	-

1) (0 °C, 1 atm)

Kilde: /2/ /3/ m. fl.

### Appendiks D3 - Egenskaber for udvalgte gasser ved forhøjede temperaturer

Data er givet som en funktion af temperatur alene, og trykket er fastholdt. Ved en tilstandsændring, hvor både temperatur og tryk ændres, må der interpoleres mellem tabellerne. Kilde: /10/ m. fl.

Tør luft (1 atm.)

Temperatur	Specifik varme-kapacitet ( $C_p$ )	Specifik varme-kapacitet ( $C_v$ )	Isentrop-eksponent ( $\kappa$ )	Densitet ( $\rho$ )	Varmeledningsevne ( $\lambda$ )	Dynamisk viskositet ( $\mu$ )	Prandtl's tal (Pr)
[°C]	[kJ/kgK]	[kJ/kgK]	[-]	[kg/m³]	[W/mK]	[kg/ms]	[-]
-100	1,002	0,715	1,401	2,039	0,01582	1,190E-05	0,754
0	1,004	0,717	1,401	1,292	0,02364	1,729E-05	0,734
100	1,010	0,723	1,397	0,946	0,03095	2,181E-05	0,712
200	1,024	0,737	1,389	0,746	0,03779	2,577E-05	0,699
300	1,045	0,758	1,379	0,616	0,04418	2,934E-05	0,694
400	1,068	0,781	1,367	0,524	0,05015	3,261E-05	0,695
500	1,092	0,805	1,356	0,457	0,05572	3,563E-05	0,698
600	1,115	0,828	1,347	0,404	0,06093	3,846E-05	0,704
700	1,136	0,849	1,338	0,363	0,06581	4,111E-05	0,710
800	1,154	0,867	1,331	0,329	0,07037	4,362E-05	0,715
900	1,170	0,883	1,325	0,301	0,07465	4,600E-05	0,721
1000	1,185	0,898	1,320	0,277	0,07868	4,826E-05	0,727
1100	1,197	0,910	1,315	0,257	0,08248	5,042E-05	0,732
1200	1,208	0,921	1,312	0,240	0,08609	5,248E-05	0,737

Tør luft ved 2 bara

Temperatur	Specifik varme-kapacitet ( $C_p$ )	Specifik varme-kapacitet ( $C_v$ )	Isentrop-eksponent ( $\kappa$ )	Densitet ( $\rho$ )	Varmeledningsevne ( $\lambda$ )	Dynamisk viskositet ( $\mu$ )	Prandtl's tal (Pr)
[°C]	[kJ/kgK]	[kJ/kgK]	[-]	[kg/m³]	[W/mK]	[kg/ms]	[-]
0	1,008	0,717	1,403	2,553	0,02440	1,723E-05	0,712
200	1,026	0,738	1,391	1,471	0,03827	2,606E-05	0,698
400	1,069	0,782	1,369	1,034	0,05025	3,329E-05	0,708
600	1,116	0,828	1,348	0,797	0,06115	3,960E-05	0,723
800	1,155	0,867	1,332	0,649	0,07136	4,532E-05	0,733
1000	1,185	0,898	1,321	0,547	0,08111	5,064E-05	0,740
1200	1,209	0,921	1,312	0,473	0,09054	5,567E-05	0,743

Tør luft ved 5 bara

Temperatur	Specifik varme-kapacitet ( $C_p$ )	Specifik varme-kapacitet ( $C_v$ )	Isentrop-eksponent ( $\kappa$ )	Densitet ( $\rho$ )	Varmeledningsevne ( $\lambda$ )	Dynamisk viskositet ( $\mu$ )	Prandtl's tal (Pr)
[°C]	[kJ/kgK]	[kJ/kgK]	[-]	[kg/m³]	[W/mK]	[kg/ms]	[-]
0	1,014	0,718	1,407	6,394	0,02450	1,728E-05	0,715
200	1,027	0,738	1,394	3,675	0,03833	2,609E-05	0,699
400	1,070	0,782	1,371	2,582	0,05029	3,331E-05	0,709
600	1,116	0,828	1,349	1,991	0,06118	3,962E-05	0,723
800	1,155	0,868	1,333	1,620	0,07138	4,534E-05	0,734
1000	1,185	0,898	1,322	1,366	0,08112	5,065E-05	0,740
1200	1,209	0,922	1,313	1,181	0,09056	5,568E-05	0,743

#### Tør luft ved 10 bara

Temperatur	Specifik varme-kapacitet ( $C_p$ )	Specifik varme-kapacitet ( $C_v$ )	Isentrop-eksponent ( $\kappa$ )	Densitet ( $\rho$ )	Varmeledningsevne ( $\lambda$ )	Dynamisk viskositet ( $\mu$ )	Prandtl's tal (Pr)
[°C]	[kJ/kgK]	[kJ/kgK]	[-]	[kg/m³]	[W/mK]	[kg/ms]	[-]
0	1,024	0,720	1,415	12,820	0,02470	1,736E-05	0,720
200	1,030	0,739	1,399	7,338	0,03842	2,614E-05	0,701
400	1,071	0,782	1,375	5,155	0,05036	3,335E-05	0,709
600	1,117	0,829	1,352	3,975	0,06123	3,965E-05	0,723
800	1,155	0,868	1,336	3,236	0,07142	4,536E-05	0,734
1000	1,185	0,898	1,324	2,729	0,08116	5,067E-05	0,740
1200	1,209	0,922	1,315	2,359	0,09058	5,570E-05	0,743

#### Tør luft ved 50 bara

Temperatur	Specifik varme-kapacitet ( $C_p$ )	Specifik varme-kapacitet ( $C_v$ )	Isentrop-eksponent ( $\kappa$ )	Densitet ( $\rho$ )	Varmeledningsevne ( $\lambda$ )	Dynamisk viskositet ( $\mu$ )	Prandtl's tal (Pr)
[°C]	[kJ/kgK]	[kJ/kgK]	[-]	[kg/m³]	[W/mK]	[kg/ms]	[-]
0	1,107	0,732	1,490	65,210	0,02665	1,821E-05	0,757
200	1,051	0,742	1,443	36,190	0,03935	2,659E-05	0,710
400	1,080	0,784	1,405	25,390	0,05095	3,367E-05	0,714
600	1,122	0,830	1,375	19,610	0,06166	3,989E-05	0,726
800	1,158	0,869	1,354	15,990	0,07176	4,556E-05	0,735
1000	1,187	0,899	1,339	13,500	0,08143	5,084E-05	0,741
1200	1,210	0,922	1,328	11,690	0,09082	5,584E-05	0,744

#### Tør luft ved 100 bara

Temperatur	Specifik varme-kapacitet ( $C_p$ )	Specifik varme-kapacitet ( $C_v$ )	Isentrop-eksponent ( $\kappa$ )	Densitet ( $\rho$ )	Varmeledningsevne ( $\lambda$ )	Dynamisk viskositet ( $\mu$ )	Prandtl's tal (Pr)
[°C]	[kJ/kgK]	[kJ/kgK]	[-]	[kg/m³]	[W/mK]	[kg/ms]	[-]
0	1,211	0,745	1,627	131,400	0,02985	1,965E-05	0,797
200	1,074	0,746	1,502	70,950	0,04074	2,722E-05	0,718
400	1,090	0,786	1,444	49,790	0,05182	3,408E-05	0,717
600	1,127	0,832	1,404	38,550	0,06228	4,021E-05	0,728
800	1,162	0,870	1,377	31,500	0,07223	4,581E-05	0,737
1000	1,190	0,900	1,358	26,650	0,08182	5,105E-05	0,742
1200	1,212	0,923	1,344	23,100	0,09114	5,602E-05	0,745

**Udvalgte gasser – ikke-brændbare (1 atm.)**

Gasart	Temp.	Specifikt volumen (v)	Specifik varme-kapacitet (C <sub>V</sub> )	Indre energi*) (u)	Specifik varme-kapacitet (C <sub>P</sub> )	Entalpi*) (h)	Varmeledningsevne (λ)	Dynamisk viskositet (μ)	Prandtlstal (Pr)
	[°C]	[m <sup>3</sup> /kg]	[kJ/kgK]	[kJ/kg]	[kJ/kgK]	[kJ/kg]	[W/mK]	[Pas]	[-]
Argon (Ar)	0	0,561	0,312	0,0	0,522	0,0	16,5E-3	21,0E-6	0,6654
	100	0,766	0,312	31,3	0,521	52,1	21,3E-3	27,2E-6	0,6642
	200	0,972	0,312	62,5	0,521	104,2	25,6E-3	32,7E-6	0,6639
	300	1,178	0,312	93,8	0,521	156,3	29,6E-3	37,7E-6	0,6640
	400	1,383	0,312	125,0	0,521	208,3	33,2E-3	42,4E-6	0,6641
	500	1,589	0,312	156,2	0,521	260,4	36,6E-3	46,7E-6	0,6643
Kuldioxyd (CO <sub>2</sub> )	0	0,506	0,632	0,0	0,827	0,0	14,7E-3	13,7E-6	0,7734
	100	0,694	0,728	68,3	0,919	87,4	22,9E-3	18,5E-6	0,7425
	200	0,881	0,807	145,3	0,997	183,3	31,3E-3	22,9E-6	0,7289
	300	1,068	0,871	229,4	1,061	286,3	39,5E-3	27,0E-6	0,7248
	400	1,255	0,925	319,3	1,114	395,2	47,3E-3	30,7E-6	0,7242
	500	1,442	0,969	414,1	1,159	508,9	54,7E-3	34,2E-6	0,7242
Nitrogen (N <sub>2</sub> )	0	0,800	0,743	0,0	1,041	0,0	24,0E-3	16,6E-6	0,7215
	100	1,093	0,746	74,4	1,043	104,2	31,0E-3	21,1E-6	0,7093
	200	1,387	0,755	149,5	1,053	208,9	37,4E-3	25,1E-6	0,7051
	300	1,680	0,773	225,8	1,070	315,0	43,3E-3	28,7E-6	0,7076
	400	1,973	0,795	304,1	1,092	423,0	48,9E-3	32,0E-6	0,7145
	500	2,266	0,819	384,8	1,116	533,4	54,1E-3	35,1E-6	0,7231
Oxygen (O <sub>2</sub> )	0	0,700	0,655	0,0	0,916	0,0	24,4E-3	19,1E-6	0,7203
	100	0,957	0,673	66,3	0,934	92,4	32,1E-3	24,5E-6	0,7136
	200	1,214	0,702	135,0	0,962	187,1	39,2E-3	29,3E-6	0,7187
	300	1,470	0,733	206,8	0,993	284,8	45,9E-3	33,6E-6	0,7271
	400	1,727	0,761	281,5	1,021	385,6	52,3E-3	37,6E-6	0,7345
	500	1,983	0,785	358,8	1,045	488,9	58,4E-3	41,4E-6	0,7398
Svooldioxyd (SO <sub>2</sub> )	0	0,341	0,516	0,0	0,669	0,0	1,0E+0	11,8E-6	0,0079
	100	0,474	0,539	52,6	0,674	66,2	1,0E+0	16,1E-6	0,0109
	200	0,604	0,586	109,0	0,718	135,7	1,0E+0	20,2E-6	0,0145
	300	0,733	0,627	169,8	0,758	209,6	1,0E+0	24,1E-6	0,0183
	400	0,862	0,658	234,2	0,789	287,0	1,0E+0	27,8E-6	0,0219
	500	0,990	0,683	301,3	0,813	367,1	1,0E+0	31,3E-6	0,0254
Vand(damp) (H <sub>2</sub> O)	0	0,001	4,217	0,0	4,219	0,0	555,6E-3	1,8E-3	13,6000
	100	1,673	1,556	2506,0	2,080	2675,9	24,6E-3	12,3E-6	1,0370
	200	2,144	1,499	2658,0	1,976	2874,9	33,4E-3	16,2E-6	0,9558
	300	2,604	1,545	2811,0	2,013	3074,9	43,5E-3	20,3E-6	0,9381
	400	3,062	1,605	2968,0	2,070	3278,9	54,7E-3	24,5E-6	0,9261
	500	3,519	1,671	3132,0	2,134	3488,9	66,6E-3	28,6E-6	0,9160
	500	3,956	3,354	1237,3	3,873	1497,1	100,6E-3	22,8E-6	0,8784

\*) Korrigeret således, at entalpi og indre energi er 0,0 ved 0 °C.

**Udvalgte gasser – brændbare (1 atm.)**

Gasart	Temp.	Specifik volumen (v)	Specifik varmekapacitet ( $C_V$ )	Indre energi*) (u)	Specifik varmekapacitet ( $C_P$ )	Entalpi*) (h)	Varmeledningsevne ( $\lambda$ )	Dynamisk viskositet ( $\mu$ )	Prandtlstal (Pr)
	[°C]	[m³/kg]	[kJ/kgK]	[kJ/kg]	[kJ/kgK]	[kJ/kg]	[W/mK]	[Pas]	[-]
Acetylen (C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> )	0	0,854	1,361	0,0	1,691	0,0	18,9E-3	9,7E-6	0,8636
	100	1,173	1,637	150,6	1,961	183,0	29,7E-3	13,0E-6	0,8568
	200	1,489	1,851	325,8	2,172	389,7	41,9E-3	16,0E-6	0,8299
	300	1,806	2,004	519,2	2,324	615,7	55,5E-3	18,8E-6	0,7852
	400	2,121	2,114	725,2	2,434	853,7	70,6E-3	21,2E-6	0,7320
	500	2,437	2,196	941,2	2,517	1101,7	87,1E-3	23,4E-6	0,6769
Ethan (C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> )	0	0,738	1,376	0,0	1,663	0,0	17,9E-3	8,6E-6	0,7941
	100	1,014	1,785	157,9	2,067	186,0	30,9E-3	11,4E-6	0,7636
	200	1,289	2,207	357,9	2,486	413,8	46,9E-3	14,0E-6	0,7436
	300	1,563	2,593	598,4	2,871	682,1	64,6E-3	16,4E-6	0,7291
	400	1,837	2,936	875,3	3,213	986,7	82,8E-3	18,6E-6	0,7215
	500	2,110	3,238	1184,4	3,516	1323,7	99,8E-3	20,6E-6	0,7272
Ethen (C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> )	0	0,793	1,153	0,0	1,458	0,0	17,6E-3	9,7E-6	0,8042
	100	1,088	1,497	132,4	1,798	162,4	29,9E-3	12,9E-6	0,7769
	200	1,382	1,843	299,8	2,141	359,6	45,2E-3	15,7E-6	0,7453
	300	1,676	2,146	499,7	2,444	589,2	63,4E-3	18,1E-6	0,6983
	400	1,969	2,408	727,8	2,705	847,0	84,6E-3	20,1E-6	0,6428
	500	2,262	2,635	980,2	2,932	1129,0	108,8E-3	21,7E-6	0,5846
Hydrogen (H <sub>2</sub> )	0	11,130	10,070	0,0	14,200	0,0	173,5E-3	8,4E-6	0,6855
	100	15,200	10,330	1024,0	14,460	1437,0	219,8E-3	10,4E-6	0,6839
	200	19,270	10,380	2060,0	14,510	2885,0	260,6E-3	12,3E-6	0,6823
	300	23,340	10,410	3100,0	14,540	4337,0	299,0E-3	14,0E-6	0,6813
	400	27,410	10,470	4143,0	14,590	5794,0	336,4E-3	15,7E-6	0,6802
	500	31,480	10,560	5194,0	14,680	7257,0	373,8E-3	17,3E-6	0,6788
Kulmonoxyd (CO)	0	0,800	0,742	0,0	1,041	0,0	24,6E-3	16,4E-6	0,6937
	100	1,094	0,741	74,3	1,039	104,0	31,3E-3	20,8E-6	0,6911
	200	1,387	0,742	148,5	1,039	207,9	37,2E-3	24,7E-6	0,6897
	300	1,680	0,743	222,7	1,040	311,9	42,4E-3	28,1E-6	0,6889
	400	1,974	0,745	297,1	1,042	416,0	47,1E-3	31,1E-6	0,6886
	500	2,267	0,748	371,8	1,045	520,3	51,6E-3	34,0E-6	0,6885
Metan (CH <sub>4</sub> )	0	1,394	1,657	0,0	2,181	0,0	30,9E-3	10,4E-6	0,7331
	100	1,907	1,922	177,9	2,443	229,9	44,8E-3	13,4E-6	0,7317
	200	2,420	2,280	387,7	2,800	491,7	61,4E-3	16,1E-6	0,7349
	300	2,932	2,655	634,6	3,174	790,4	78,8E-3	18,5E-6	0,7463
	400	3,444	3,016	918,3	3,535	1126,1	93,7E-3	20,8E-6	0,7829
	500	3,956	3,354	1237,3	3,873	1497,1	100,6E-3	22,8E-6	0,8784

\*) Korrigeret således, at entalpi og indre energi er 0,0 ved 0 °C.

## Appendiks D4 - Egenskaber for udvalgte stoffer

### Væsker

Stof	Densitet( $\rho$ )	Kogetemperatur	Fordampningsentalpi	Specifik varmekapacitet ( $C_p$ )	Varmeledningsevne ( $\lambda$ )
	[kg/m <sup>3</sup> ]	[°C]	[J/kg]	[J/kgK]	[W/mK]
<b>Ammoniak (NH<sub>3</sub>) (1 atm.)</b>		-33,3	1369,3	-	-
<b>Vand (H<sub>2</sub>O) (1 bara)</b>		99,7	2264,7		
20 °C	997,6			4198	0,599
50 °C	986,2			4191	0,637
100 °C	958,4			4210	0,676
<b>Ætanol (C<sub>2</sub>H<sub>6</sub>O) (1 bara)</b>		78,0	837,3		
-100 °C	884,6			1913	0,201
-50 °C	849,6			2011	0,188
0 °C	806,4			2253	0,175
50 °C	761,2			2673	0,162
<b>Glycerin (C<sub>3</sub>H<sub>8</sub>O<sub>3</sub>) (1 bara)</b>		287,2	713,9		
20 °C	1263,0			-	-
50 °C	1242,9			2539	0,295
150 °C	1169,4			3061	0,306
250 °C	1092,1			3583	0,317

Kilde: /6/ m. fl.

### Faste stoffer (ulegerede dvs. rene stoffer)

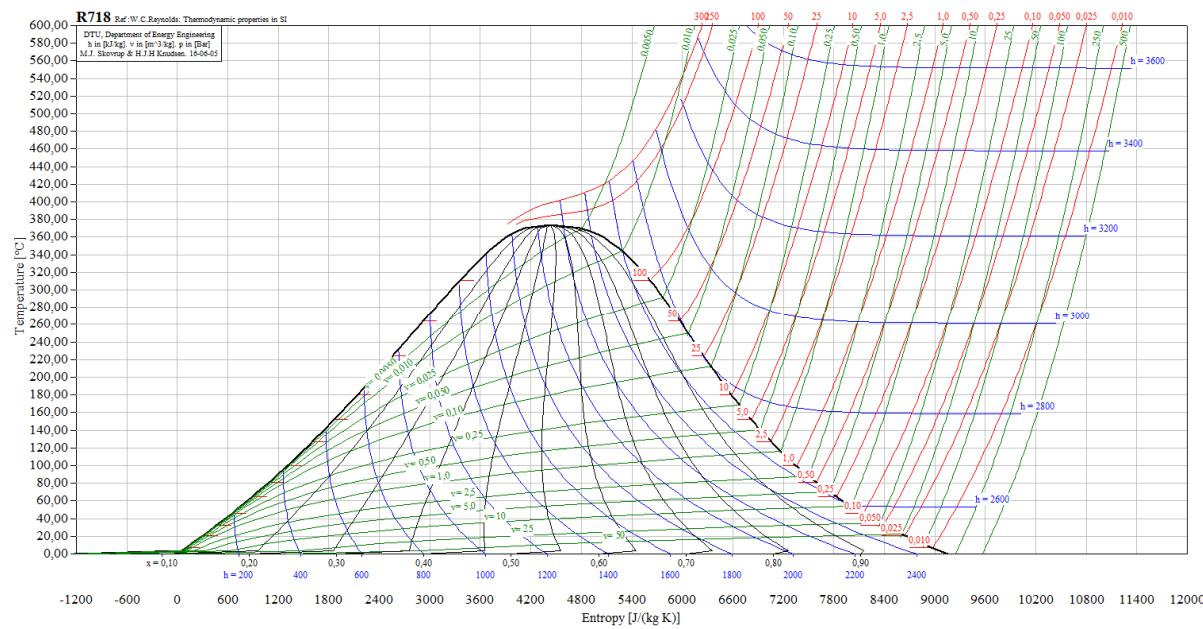
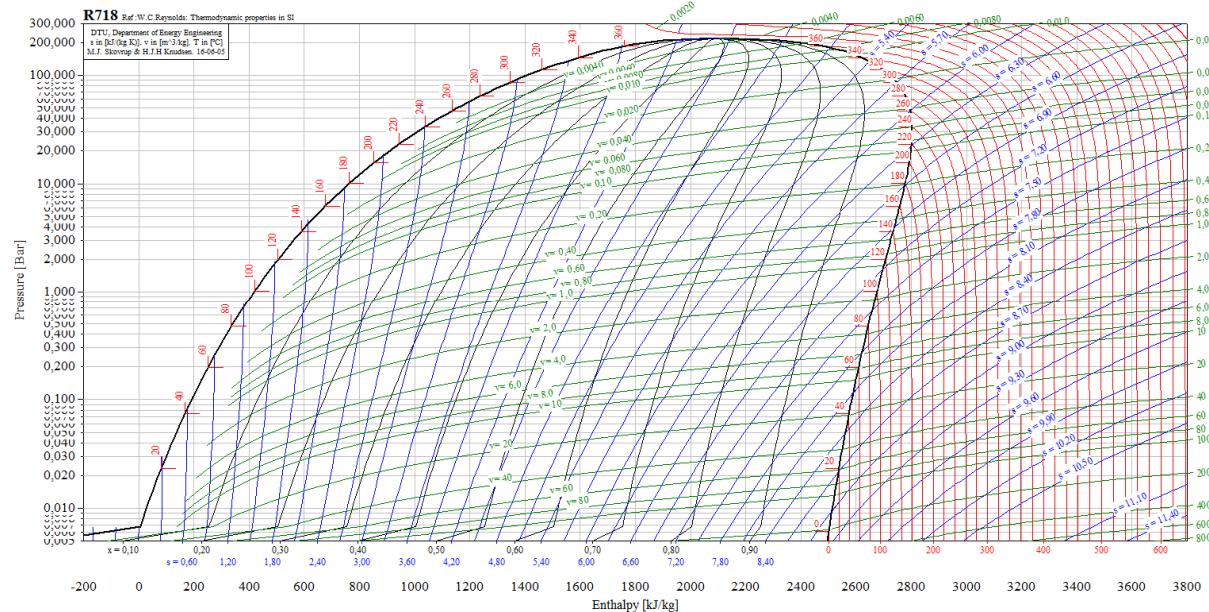
Stof	Densitet( $\rho$ )	Specifik varmekapacitet ( $C_p$ )	Varmeledningsevne ( $\lambda$ )	Smelte-temperatur( $T_s$ )	Smeltevarme ( $r_s$ )
	[kg/m <sup>3</sup> ]	[J/kgK]	[W/mK]	[°C]	[J/kg]
<b>Aluminium (Al)</b>					
0 °C	2700	837	236	600	398000
200 °C		984			
400 °C		1080			
600 °C		1210			
<b>Jern (Fe)</b>					
0 °C	7870	435	84	1537	272000
200 °C		519			
400 °C		603			
600 °C		754			
<b>Guld (Au)</b>					
0 °C	19300	128	318	1063	65000
200 °C		138			
400 °C		147			
600 °C		151			
<b>Kobber (Cu)</b>					
0 °C	8960	381	401	1083	207000
200 °C		415			
400 °C		431			
600 °C		456			
<b>Is (H<sub>2</sub>O)</b>					
-73 °C		1560			
-33 °C		1860			
0 °C	921	2110	2,2	0	334000

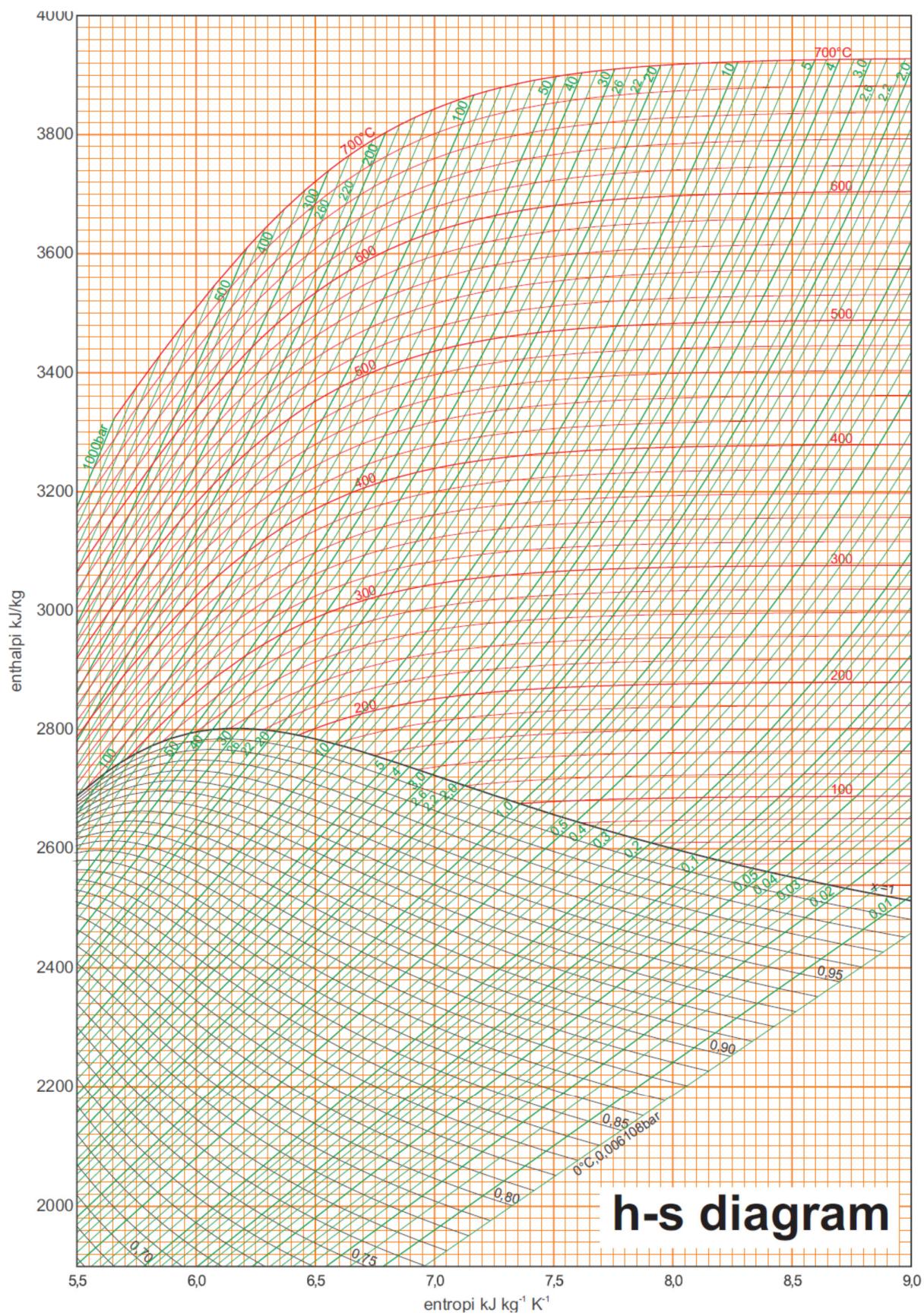
Kilde: /6/ m. fl.

## Appendiks D5 - Diagram og tabeller for vand: væske (vand), mættet tilstand og overheded gas (damp)

Handelsnavn:	Vand	Kritisk temperatur	374,0 °C
Refrigerantbetegnelse	R718	Kritisk tryk	220,6 bara
Kemisk formel	H <sub>2</sub> O	Kritisk volumen	0,0031 m <sup>3</sup> /kg
Gaskonstant ( $R_i$ )	461,5 J/kgK	Normaltemperatur	99,97 °C ved 1 atm
Molmasse (M)	18,015 kg/kmol		

Kilde: /8/, /9/, /10/ m. fl.





### Mættet tilstand ( $H_2O$ )

T	p	v'	v''	u'	u''	h'	h''	r_f	s'	s''
Deg.C.	bara	m <sup>3</sup> /kg	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK	kJ/kgK
5	0,009	0,001000	147,000000	21,02	2382,00	21,02	2510,00	2488,98	0,0763	9,0250
10	0,012	0,001000	106,300000	42,02	2389,00	42,02	2519,00	2476,98	0,1511	8,9000
15	0,017	0,001001	77,890000	62,98	2396,00	62,98	2528,00	2465,02	0,2245	8,7800
20	0,023	0,001002	57,760000	83,91	2402,00	83,91	2537,00	2453,09	0,2965	8,6660
25	0,032	0,001003	43,340000	104,80	2409,00	104,80	2547,00	2442,20	0,3672	8,5570
30	0,042	0,001004	32,880000	125,70	2416,00	125,70	2556,00	2430,30	0,4368	8,4520
35	0,056	0,001006	25,200000	146,60	2423,00	146,60	2565,00	2418,40	0,5051	8,3520
40	0,074	0,001008	19,510000	167,50	2429,00	167,50	2574,00	2406,50	0,5724	8,2560
45	0,096	0,001010	15,250000	188,40	2436,00	188,40	2582,00	2393,60	0,6386	8,1630
50	0,124	0,001012	12,030000	209,30	2443,00	209,30	2591,00	2381,70	0,7038	8,0750
55	0,158	0,001015	9,564000	230,20	2449,00	230,30	2600,00	2369,70	0,7680	7,9900
60	0,200	0,001017	7,667000	251,20	2456,00	251,20	2609,00	2357,80	0,8313	7,9080
65	0,250	0,001020	6,193000	272,10	2462,00	272,10	2618,00	2345,90	0,8937	7,8300
70	0,312	0,001023	5,040000	293,00	2469,00	293,10	2626,00	2332,90	0,9551	7,7540
75	0,386	0,001026	4,129000	314,00	2475,00	314,00	2635,00	2321,00	1,0160	7,6810
80	0,474	0,001029	3,405000	335,00	2482,00	335,00	2643,00	2308,00	1,0760	7,6110
85	0,579	0,001032	2,826000	356,00	2488,00	356,00	2651,00	2295,00	1,1350	7,5430
90	0,702	0,001036	2,359000	377,00	2494,00	377,00	2660,00	2283,00	1,1930	7,4780
95	0,846	0,001040	1,981000	398,00	2500,00	398,10	2668,00	2269,90	1,2500	7,4150
100	1,014	0,001043	1,672000	419,10	2506,00	419,20	2676,00	2256,80	1,3070	7,3540
105	1,209	0,001047	1,419000	440,10	2512,00	440,30	2683,00	2242,70	1,3630	7,2950
110	1,434	0,001052	1,209000	461,30	2518,00	461,40	2691,00	2229,60	1,4190	7,2380
115	1,692	0,001056	1,036000	482,40	2523,00	482,60	2699,00	2216,40	1,4740	7,1830
120	1,987	0,001060	0,891300	503,60	2529,00	503,80	2706,00	2202,20	1,5280	7,1290
125	2,322	0,001065	0,770100	524,80	2534,00	525,10	2713,00	2187,90	1,5820	7,0770
130	2,703	0,001070	0,668100	546,10	2540,00	546,40	2720,00	2173,60	1,6350	7,0270
135	3,132	0,001075	0,581800	567,40	2545,00	567,70	2727,00	2159,30	1,6870	6,9770
140	3,615	0,001080	0,508500	588,80	2550,00	589,20	2733,00	2143,80	1,7390	6,9290
145	4,157	0,001085	0,446000	610,20	2554,00	610,60	2740,00	2129,40	1,7910	6,8830
150	4,762	0,001091	0,392500	631,70	2559,00	632,20	2746,00	2113,80	1,8420	6,8370
155	5,435	0,001096	0,346500	653,20	2564,00	653,80	2752,00	2098,20	1,8920	6,7930
160	6,182	0,001102	0,306800	674,80	2568,00	675,50	2757,00	2081,50	1,9430	6,7490
165	7,009	0,001108	0,272400	696,50	2572,00	697,20	2763,00	2065,80	1,9920	6,7070
170	7,922	0,001114	0,242600	718,20	2576,00	719,10	2768,00	2048,90	2,0420	6,6650
175	8,926	0,001121	0,216600	740,00	2579,00	741,00	2773,00	2032,00	2,0910	6,6240
180	10,030	0,001127	0,193800	761,90	2583,00	763,10	2777,00	2013,90	2,1390	6,5840
185	11,230	0,001134	0,173900	783,90	2586,00	785,20	2781,00	1995,80	2,1880	6,5450
190	12,550	0,001141	0,156400	806,00	2589,00	807,40	2785,00	1977,60	2,2350	6,5060
195	13,990	0,001149	0,140900	828,20	2592,00	829,80	2789,00	1959,20	2,2830	6,4680
200	15,550	0,001157	0,127200	850,50	2594,00	852,30	2792,00	1939,70	2,3310	6,4300
205	17,240	0,001164	0,115100	872,90	2596,00	874,90	2795,00	1920,10	2,3780	6,3930
210	19,080	0,001173	0,104300	895,40	2598,00	897,60	2797,00	1899,40	2,4250	6,3560
215	21,060	0,001181	0,094680	918,00	2600,00	920,50	2799,00	1878,50	2,4710	6,3200
220	23,200	0,001190	0,086090	940,80	2601,00	943,50	2801,00	1857,50	2,5180	6,2840
230	27,970	0,001209	0,071510	986,80	2603,00	990,10	2803,00	1812,90	2,6100	6,2130
240	33,470	0,001229	0,059710	1033,00	2603,00	1037,00	2803,00	1766,00	2,7020	6,1420
250	39,760	0,001252	0,050090	1081,00	2602,00	1086,00	2801,00	1715,00	2,7930	6,0720
260	46,920	0,001276	0,042180	1129,00	2599,00	1135,00	2797,00	1662,00	2,8850	6,0020
270	55,030	0,001303	0,035620	1178,00	2594,00	1185,00	2790,00	1605,00	2,9760	5,9300
280	64,170	0,001333	0,030150	1228,00	2586,00	1237,00	2780,00	1543,00	3,0680	5,8580
290	74,420	0,001366	0,025550	1280,00	2577,00	1290,00	2767,00	1477,00	3,1610	5,7830
300	85,880	0,001404	0,021660	1333,00	2564,00	1345,00	2750,00	1405,00	3,2550	5,7060
310	98,650	0,001447	0,018330	1388,00	2547,00	1402,00	2728,00	1326,00	3,3510	5,6240
320	112,800	0,001499	0,015470	1445,00	2526,00	1462,00	2701,00	1239,00	3,4490	5,5370
330	128,600	0,001560	0,012980	1506,00	2499,00	1526,00	2666,00	1140,00	3,5520	5,4420
340	146,000	0,001638	0,010780	1571,00	2465,00	1595,00	2622,00	1027,00	3,6600	5,3360
350	165,300	0,001741	0,008806	1642,00	2418,00	1671,00	2564,00	893,00	3,7790	5,2110
360	186,700	0,001895	0,006950	1726,00	2352,00	1762,00	2482,00	720,00	3,9160	5,0540

**Underkølet vand og overheded damp ( $H_2O$ )**

T <b>p=0,10 bara</b>	v	u	h	s	T <b>p=0,25 bara</b>	v	u	h	s
	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK		m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	0,0010	0,0	0,0	0,000	0	0,0010	0,0	0,0	0,000
25	0,0010	104,8	104,8	0,367	25	0,0010	104,8	104,8	0,367
50	14,8700	2443,0	2592,0	8,174	50	0,0010	209,3	209,4	0,704
75	16,0300	2479,0	2640,0	8,317	75	6,3930	2477,0	2637,0	7,888
100	17,2000	2516,0	2687,0	8,449	100	6,8630	2514,0	2686,0	8,022
125	18,3600	2552,0	2735,0	8,573	125	7,3300	2551,0	2734,0	8,147
150	19,5100	2588,0	2783,0	8,689	150	7,7960	2587,0	2782,0	8,264
175	20,6700	2624,0	2831,0	8,800	175	8,2600	2624,0	2830,0	8,375
200	21,8300	2661,0	2880,0	8,905	200	8,7240	2661,0	2879,0	8,481
225	22,9800	2699,0	2928,0	9,005	225	9,1870	2698,0	2928,0	8,582
250	24,1400	2736,0	2977,0	9,101	250	9,6500	2736,0	2977,0	8,678
275	25,2900	2774,0	3027,0	9,194	275	10,1100	2774,0	3026,0	8,770
300	26,4500	2812,0	3077,0	9,283	300	10,5700	2812,0	3076,0	8,859
325	27,6000	2851,0	3127,0	9,368	325	11,0400	2851,0	3127,0	8,945
350	28,7500	2890,0	3178,0	9,451	350	11,5000	2890,0	3177,0	9,028
375	29,9100	2929,0	3229,0	9,532	375	11,9600	2929,0	3228,0	9,108
400	31,0600	2969,0	3280,0	9,609	400	12,4200	2969,0	3280,0	9,186
425	32,2200	3010,0	3332,0	9,685	425	12,8800	3009,0	3332,0	9,262
450	33,3700	3050,0	3384,0	9,758	450	13,3500	3050,0	3384,0	9,335
475	34,5300	3091,0	3437,0	9,830	475	13,8100	3091,0	3436,0	9,407
500	35,6800	3133,0	3490,0	9,900	500	14,2700	3133,0	3490,0	9,477
525	36,8300	3175,0	3543,0	9,968	525	14,7300	3175,0	3543,0	9,545
550	37,9900	3217,0	3597,0	10,030	550	15,1900	3217,0	3597,0	9,611
575	39,1400	3260,0	3651,0	10,100	575	15,6600	3260,0	3651,0	9,676
600	40,3000	3303,0	3706,0	10,160	600	16,1200	3303,0	3706,0	9,740
625	41,4500	3347,0	3762,0	10,230	625	16,5800	3347,0	3761,0	9,803
650	42,6000	3391,0	3817,0	10,290	650	17,0400	3391,0	3817,0	9,864
675	43,7600	3436,0	3873,0	10,350	675	17,5000	3436,0	3873,0	9,924

T <b>p=0,50 bara</b>	v	u	h	s	T <b>p=0,75 bara</b>	v	u	h	s
	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK		m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	0,0010	0,0	0,0	0,000	0	0,0010	0,0	0,0	0,000
25	0,0010	104,8	104,9	0,367	25	0,0010	104,8	104,9	0,367
50	0,0010	209,3	209,4	0,704	50	0,0010	209,3	209,4	0,704
75	0,0010	314,0	314,0	1,016	75	0,0010	314,0	314,1	1,016
100	3,4190	2511,0	2682,0	7,695	100	2,2700	2509,0	2679,0	7,501
125	3,6550	2549,0	2731,0	7,823	125	2,4300	2547,0	2729,0	7,631
150	3,8900	2586,0	2780,0	7,941	150	2,5880	2584,0	2778,0	7,751
175	4,1230	2623,0	2829,0	8,053	175	2,7440	2622,0	2828,0	7,864
200	4,3560	2660,0	2878,0	8,159	200	2,9000	2659,0	2877,0	7,970
225	4,5890	2697,0	2927,0	8,260	225	3,0560	2697,0	2926,0	8,072
250	4,8210	2735,0	2976,0	8,357	250	3,2110	2735,0	2975,0	8,169
275	5,0520	2773,0	3026,0	8,450	275	3,3660	2773,0	3025,0	8,261
300	5,2840	2812,0	3076,0	8,539	300	3,5210	2811,0	3075,0	8,351
325	5,5160	2850,0	3126,0	8,625	325	3,6750	2850,0	3126,0	8,437
350	5,7470	2889,0	3177,0	8,708	350	3,8300	2889,0	3176,0	8,520
375	5,9780	2929,0	3228,0	8,788	375	3,9840	2929,0	3227,0	8,600
400	6,2090	2969,0	3279,0	8,866	400	4,1380	2969,0	3279,0	8,678
425	6,4410	3009,0	3331,0	8,942	425	4,2930	3009,0	3331,0	8,754
450	6,6720	3050,0	3383,0	9,015	450	4,4470	3050,0	3383,0	8,828
475	6,9030	3091,0	3436,0	9,087	475	4,6010	3091,0	3436,0	8,899
500	7,1340	3133,0	3489,0	9,157	500	4,7550	3132,0	3489,0	8,969
525	7,3650	3175,0	3543,0	9,225	525	4,9090	3174,0	3543,0	9,037
550	7,5960	3217,0	3597,0	9,291	550	5,0630	3217,0	3597,0	9,104
575	7,8270	3260,0	3651,0	9,356	575	5,2170	3260,0	3651,0	9,169
600	8,0580	3303,0	3706,0	9,420	600	5,3710	3303,0	3706,0	9,233
625	8,2890	3347,0	3761,0	9,482	625	5,5250	3347,0	3761,0	9,295
650	8,5190	3391,0	3817,0	9,544	650	5,6790	3391,0	3817,0	9,356
675	8,7500	3436,0	3873,0	9,604	675	5,8330	3435,0	3873,0	9,416

**Underkølet vand og overheded damp ( $H_2O$ )**

T <b>p=1,013 bara</b>	v	u	h	s	T <b>p=5 bara</b>	v	u	h	s
	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK		m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	0,0010	0,0	0,1	0,000	0	0,0010	0,0	0,5	0,000
25	0,0010	104,8	104,9	0,367	25	0,0010	104,8	105,3	0,367
50	0,0010	209,3	209,4	0,704	50	0,0010	209,3	209,8	0,704
75	0,0010	314,0	314,1	1,016	75	0,0010	313,9	314,4	1,015
100	1,6730	2506,0	2676,0	7,355	100	0,0010	418,9	419,5	1,307
125	1,7930	2545,0	2727,0	7,487	125	0,0011	524,7	525,3	1,581
150	1,9110	2583,0	2777,0	7,609	150	0,0011	631,7	632,2	1,842
175	2,0280	2621,0	2826,0	7,722	175	0,3995	2602,0	2801,0	6,943
200	2,1440	2658,0	2875,0	7,829	200	0,4250	2643,0	2856,0	7,061
225	2,2590	2696,0	2925,0	7,931	225	0,4499	2684,0	2909,0	7,170
250	2,3750	2734,0	2974,0	8,028	250	0,4744	2724,0	2961,0	7,272
275	2,4900	2772,0	3024,0	8,122	275	0,4986	2764,0	3013,0	7,369
300	2,6040	2811,0	3075,0	8,211	300	0,5226	2803,0	3065,0	7,461
325	2,7190	2850,0	3125,0	8,297	325	0,5464	2843,0	3116,0	7,550
350	2,8330	2889,0	3176,0	8,381	350	0,5702	2883,0	3168,0	7,635
375	2,9480	2928,0	3227,0	8,461	375	0,5938	2923,0	3220,0	7,716
400	3,0620	2968,0	3279,0	8,539	400	0,6173	2964,0	3272,0	7,796
425	3,1760	3009,0	3330,0	8,615	425	0,6408	3005,0	3325,0	7,872
450	3,2910	3049,0	3383,0	8,689	450	0,6642	3046,0	3378,0	7,947
475	3,4050	3091,0	3436,0	8,760	475	0,6876	3087,0	3431,0	8,019
500	3,5190	3132,0	3489,0	8,830	500	0,7109	3129,0	3484,0	8,089
525	3,6330	3174,0	3542,0	8,898	525	0,7343	3171,0	3538,0	8,158
550	3,7470	3217,0	3596,0	8,965	550	0,7576	3214,0	3593,0	8,225
575	3,8610	3259,0	3651,0	9,030	575	0,7808	3257,0	3647,0	8,290
600	3,9750	3303,0	3706,0	9,094	600	0,8041	3300,0	3702,0	8,354
625	4,0890	3347,0	3761,0	9,156	625	0,8273	3344,0	3758,0	8,417
650	4,2030	3391,0	3817,0	9,217	650	0,8505	3389,0	3814,0	8,478
675	4,3170	3435,0	3873,0	9,277	675	0,8738	3433,0	3870,0	8,539

T <b>p=10 bara</b>	v	u	h	s	T <b>p=20 bara</b>	v	u	h	s
	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK		m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	0,0010	0,0	1,0	0,000	0	0,0010	0,0	2,0	0,000
25	0,0010	104,7	105,8	0,367	25	0,0010	104,7	106,7	0,367
50	0,0010	209,2	210,2	0,703	50	0,0010	209,0	211,1	0,703
75	0,0010	313,8	314,8	1,015	75	0,0010	313,6	315,6	1,015
100	0,0010	418,8	419,8	1,307	100	0,0010	418,5	420,6	1,306
125	0,0011	524,5	525,6	1,581	125	0,0011	524,2	526,3	1,580
150	0,0011	631,4	632,5	1,841	150	0,0011	630,9	633,1	1,840
175	0,0011	740,0	741,1	2,090	175	0,0011	739,4	741,6	2,089
200	0,2060	2622,0	2828,0	6,696	200	0,0012	850,1	852,5	2,330
225	0,2197	2667,0	2887,0	6,817	225	0,1038	2629,0	2836,0	6,416
250	0,2327	2710,0	2943,0	6,927	250	0,1115	2680,0	2903,0	6,547
275	0,2455	2752,0	2998,0	7,029	275	0,1187	2728,0	2965,0	6,663
300	0,2580	2794,0	3052,0	7,125	300	0,1255	2773,0	3024,0	6,768
325	0,2703	2835,0	3105,0	7,216	325	0,1321	2817,0	3081,0	6,866
350	0,2825	2876,0	3158,0	7,303	350	0,1386	2860,0	3138,0	6,958
375	0,2946	2917,0	3211,0	7,386	375	0,1450	2903,0	3193,0	7,046
400	0,3066	2958,0	3264,0	7,467	400	0,1512	2946,0	3248,0	7,129
425	0,3186	2999,0	3318,0	7,545	425	0,1574	2989,0	3303,0	7,209
450	0,3304	3041,0	3371,0	7,620	450	0,1635	3031,0	3358,0	7,287
475	0,3423	3083,0	3425,0	7,693	475	0,1696	3074,0	3413,0	7,361
500	0,3541	3125,0	3479,0	7,764	500	0,1757	3117,0	3468,0	7,434
525	0,3659	3168,0	3533,0	7,833	525	0,1817	3160,0	3524,0	7,504
550	0,3777	3210,0	3588,0	7,901	550	0,1877	3204,0	3579,0	7,573
575	0,3894	3254,0	3643,0	7,967	575	0,1937	3247,0	3635,0	7,639
600	0,4011	3297,0	3699,0	8,031	600	0,1996	3292,0	3691,0	7,704
625	0,4128	3342,0	3754,0	8,094	625	0,2055	3336,0	3747,0	7,768
650	0,4245	3386,0	3811,0	8,156	650	0,2115	3381,0	3804,0	7,830
675	0,4362	3431,0	3867,0	8,216	675	0,2174	3426,0	3861,0	7,891

**Underkølet vand og overheded damp ( $H_2O$ )**

T	v	u	h	s	T	v	u	h	s
p=30 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK	p=40 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	0,0010	0,0	3,0	0,000	0	0,0010	0,0	4,0	0,000
25	0,0010	104,6	107,6	0,366	25	0,0010	104,5	108,5	0,366
50	0,0010	208,9	211,9	0,702	50	0,0010	208,7	212,8	0,702
75	0,0010	313,3	316,4	1,014	75	0,0010	313,1	317,2	1,013
100	0,0010	418,2	421,3	1,305	100	0,0010	417,9	422,1	1,304
125	0,0011	523,8	527,0	1,579	125	0,0011	523,4	527,7	1,578
150	0,0011	630,5	633,7	1,839	150	0,0011	630,0	634,4	1,838
175	0,0011	738,8	742,1	2,088	175	0,0011	738,2	742,7	2,087
200	0,0012	849,4	852,9	2,328	200	0,0012	848,7	853,3	2,327
225	0,0012	963,3	966,9	2,563	225	0,0012	962,3	967,1	2,561
250	0,0706	2645,0	2857,0	6,289	250	0,0013	1081,0	1086,0	2,793
275	0,0761	2700,0	2929,0	6,424	275	0,0546	2669,0	2887,0	6,231
300	0,0812	2751,0	2994,0	6,541	300	0,0589	2726,0	2962,0	6,364
325	0,0860	2798,0	3056,0	6,647	325	0,0628	2778,0	3029,0	6,480
350	0,0906	2844,0	3116,0	6,745	350	0,0665	2827,0	3093,0	6,584
375	0,0950	2889,0	3174,0	6,837	375	0,0700	2875,0	3155,0	6,681
400	0,0994	2934,0	3232,0	6,923	400	0,0734	2921,0	3214,0	6,771
425	0,1037	2977,0	3288,0	7,006	425	0,0768	2966,0	3273,0	6,857
450	0,1079	3021,0	3345,0	7,086	450	0,0800	3011,0	3331,0	6,939
475	0,1121	3065,0	3401,0	7,162	475	0,0833	3056,0	3389,0	7,017
500	0,1162	3109,0	3457,0	7,236	500	0,0864	3100,0	3446,0	7,092
525	0,1203	3153,0	3513,0	7,307	525	0,0896	3145,0	3503,0	7,165
550	0,1244	3197,0	3570,0	7,377	550	0,0927	3190,0	3560,0	7,235
575	0,1284	3241,0	3626,0	7,444	575	0,0958	3234,0	3618,0	7,304
600	0,1324	3286,0	3683,0	7,510	600	0,0989	3279,0	3675,0	7,371
625	0,1365	3330,0	3740,0	7,575	625	0,1019	3325,0	3732,0	7,435
650	0,1405	3376,0	3797,0	7,637	650	0,1049	3370,0	3790,0	7,499
675	0,1444	3421,0	3854,0	7,699	675	0,1080	3416,0	3848,0	7,561
T	v	u	h	s	T	v	u	h	s
p=50 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK	p=75 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	0,0010	0,0	5,0	0,000	0	0,0010	0,1	7,6	0,000
25	0,0010	104,4	109,4	0,366	25	0,0010	104,3	111,8	0,365
50	0,0010	208,6	213,6	0,702	50	0,0010	208,2	215,8	0,700
75	0,0010	312,9	318,0	1,013	75	0,0010	312,4	320,1	1,011
100	0,0010	417,6	422,9	1,303	100	0,0010	416,9	424,7	1,301
125	0,0011	523,1	528,4	1,577	125	0,0011	522,2	530,1	1,575
150	0,0011	629,5	635,0	1,837	150	0,0011	628,4	636,5	1,834
175	0,0011	737,6	743,2	2,085	175	0,0011	736,2	744,5	2,082
200	0,0012	847,9	853,7	2,325	200	0,0012	846,1	854,7	2,321
225	0,0012	961,4	967,4	2,559	225	0,0012	959,1	968,0	2,555
250	0,0013	1079,0	1086,0	2,791	250	0,0012	1076,0	1086,0	2,785
275	0,0414	2632,0	2839,0	6,057	275	0,0013	1200,0	1210,0	3,017
300	0,0454	2699,0	2926,0	6,211	300	0,0267	2614,0	2814,0	5,865
325	0,0488	2757,0	3001,0	6,339	325	0,0298	2694,0	2917,0	6,041
350	0,0520	2809,0	3069,0	6,452	350	0,0325	2759,0	3003,0	6,181
375	0,0550	2859,0	3134,0	6,554	375	0,0348	2818,0	3079,0	6,300
400	0,0578	2907,0	3197,0	6,648	400	0,0370	2872,0	3149,0	6,407
425	0,0606	2954,0	3257,0	6,737	425	0,0390	2924,0	3216,0	6,505
450	0,0633	3001,0	3317,0	6,821	450	0,0410	2973,0	3281,0	6,596
475	0,0660	3046,0	3376,0	6,901	475	0,0429	3022,0	3344,0	6,681
500	0,0686	3092,0	3435,0	6,978	500	0,0448	3070,0	3405,0	6,762
525	0,0712	3137,0	3493,0	7,052	525	0,0466	3117,0	3466,0	6,840
550	0,0737	3182,0	3551,0	7,124	550	0,0483	3164,0	3527,0	6,914
575	0,0762	3228,0	3609,0	7,193	575	0,0501	3211,0	3587,0	6,986
600	0,0787	3273,0	3667,0	7,261	600	0,0518	3258,0	3647,0	7,056
625	0,0812	3319,0	3725,0	7,326	625	0,0535	3305,0	3706,0	7,123
650	0,0836	3365,0	3783,0	7,390	650	0,0552	3352,0	3766,0	7,188
675	0,0861	3411,0	3842,0	7,453	675	0,0569	3399,0	3825,0	7,252

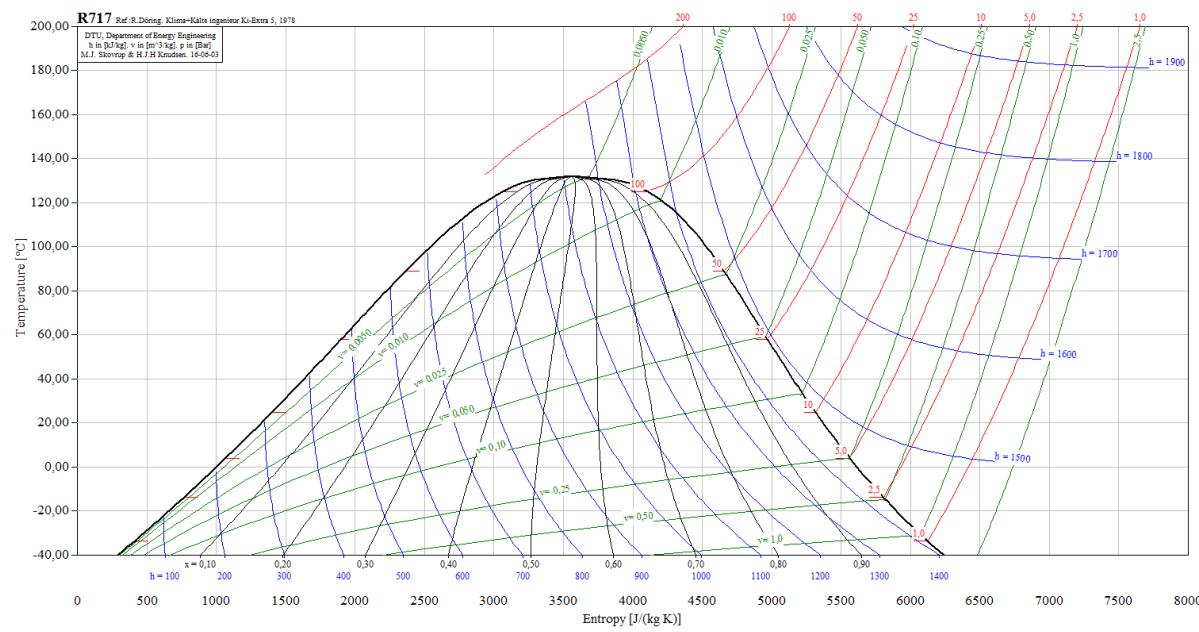
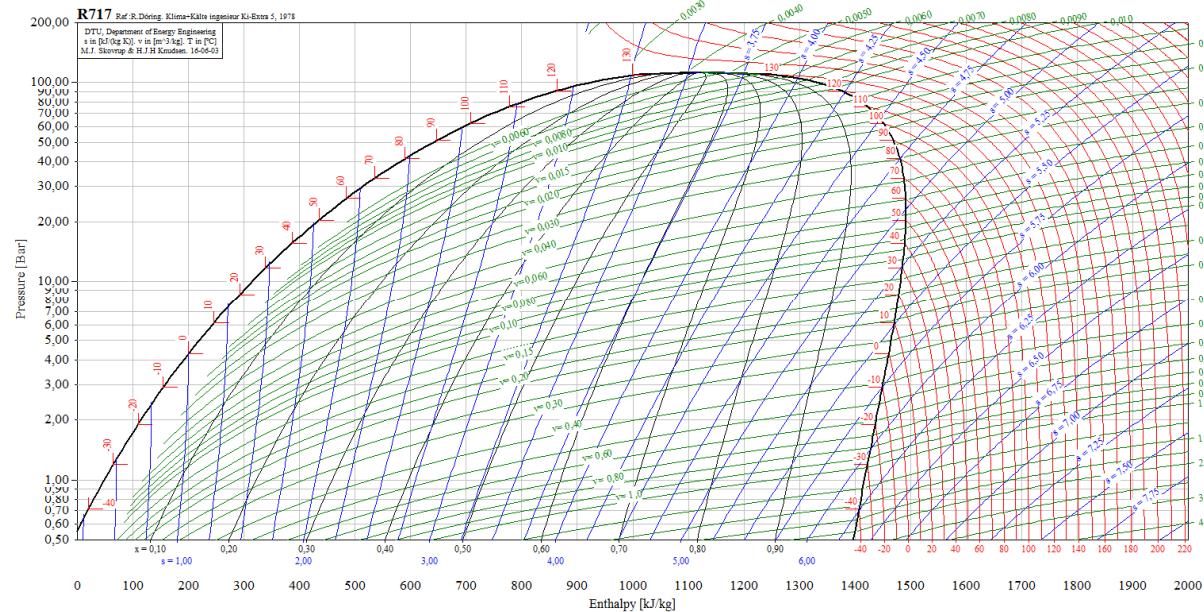
**Underkølet vand og overheded damp ( $H_2O$ )**

T	v	u	h	s	T	v	u	h	s
p=100 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK	p=150 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	0,0010	0,1	10,1	0,000	0	0,0010	0,2	15,1	0,000
25	0,0010	104,1	114,1	0,365	25	0,0010	103,7	118,6	0,363
50	0,0010	207,9	217,9	0,699	50	0,0010	207,1	222,2	0,697
75	0,0010	311,9	322,1	1,010	75	0,0010	310,8	326,1	1,006
100	0,0010	416,2	426,6	1,300	100	0,0010	414,9	430,4	1,296
125	0,0011	521,3	531,8	1,573	125	0,0011	519,5	535,3	1,568
150	0,0011	627,3	638,1	1,831	150	0,0011	625,1	641,3	1,826
175	0,0011	734,8	745,9	2,079	175	0,0011	732,0	748,6	2,073
200	0,0011	844,3	855,8	2,317	200	0,0011	840,8	858,0	2,310
225	0,0012	956,8	968,7	2,550	225	0,0012	952,4	970,1	2,541
250	0,0012	1073,0	1086,0	2,779	250	0,0012	1068,0	1086,0	2,768
275	0,0013	1196,0	1209,0	3,010	275	0,0013	1188,0	1208,0	2,995
300	0,0014	1329,0	1343,0	3,249	300	0,0014	1318,0	1338,0	3,228
325	0,0199	2612,0	2810,0	5,760	325	0,0015	1463,0	1486,0	3,479
350	0,0224	2700,0	2924,0	5,946	350	0,0115	2521,0	2693,0	5,444
375	0,0246	2771,0	3016,0	6,091	375	0,0139	2650,0	2859,0	5,705
400	0,0264	2833,0	3097,0	6,214	400	0,0157	2741,0	2976,0	5,882
425	0,0282	2890,0	3172,0	6,323	425	0,0172	2815,0	3072,0	6,023
450	0,0298	2945,0	3242,0	6,422	450	0,0185	2881,0	3158,0	6,143
475	0,0313	2997,0	3310,0	6,514	475	0,0197	2941,0	3237,0	6,251
500	0,0328	3047,0	3375,0	6,599	500	0,0208	2998,0	3311,0	6,348
525	0,0343	3097,0	3439,0	6,681	525	0,0219	3053,0	3382,0	6,438
550	0,0357	3145,0	3502,0	6,758	550	0,0229	3106,0	3450,0	6,523
575	0,0370	3194,0	3564,0	6,833	575	0,0240	3158,0	3517,0	6,603
600	0,0384	3242,0	3626,0	6,905	600	0,0249	3209,0	3583,0	6,680
625	0,0397	3290,0	3687,0	6,974	625	0,0259	3260,0	3648,0	6,753
650	0,0410	3338,0	3748,0	7,041	650	0,0268	3310,0	3712,0	6,823
675	0,0423	3386,0	3809,0	7,106	675	0,0277	3360,0	3776,0	6,891
T	v	u	h	s	T	v	u	h	s
p=200 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK	p=300 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	0,0010	0,2	20,0	0,000	0	0,0010	0,3	29,9	0,000
25	0,0010	103,3	123,2	0,362	25	0,0010	102,6	132,3	0,359
50	0,0010	206,4	226,5	0,695	50	0,0010	205,1	235,1	0,690
75	0,0010	309,8	330,1	1,003	75	0,0010	307,8	338,2	0,998
100	0,0010	413,5	434,2	1,292	100	0,0010	410,9	441,7	1,285
125	0,0011	517,8	538,8	1,564	125	0,0010	514,4	545,9	1,555
150	0,0011	622,9	644,5	1,821	150	0,0011	618,7	650,9	1,811
175	0,0011	729,3	751,4	2,066	175	0,0011	724,1	757,1	2,054
200	0,0011	837,5	860,3	2,303	200	0,0011	831,1	865,0	2,289
225	0,0012	948,1	971,7	2,532	225	0,0012	940,2	975,2	2,516
250	0,0012	1062,0	1087,0	2,757	250	0,0012	1052,0	1088,0	2,737
275	0,0013	1181,0	1207,0	2,981	275	0,0013	1168,0	1206,0	2,956
300	0,0014	1307,0	1334,0	3,209	300	0,0013	1289,0	1329,0	3,176
325	0,0015	1446,0	1475,0	3,449	325	0,0014	1418,0	1461,0	3,402
350	0,0017	1613,0	1646,0	3,729	350	0,0016	1562,0	1609,0	3,644
375	0,0077	2449,0	2603,0	5,228	375	0,0018	1738,0	1792,0	3,931
400	0,0100	2618,0	2817,0	5,553	400	0,0028	2069,0	2153,0	4,476
425	0,0115	2724,0	2953,0	5,751	425	0,0053	2453,0	2612,0	5,147
450	0,0127	2807,0	3062,0	5,904	450	0,0067	2619,0	2821,0	5,442
475	0,0138	2880,0	3156,0	6,032	475	0,0078	2733,0	2967,0	5,640
500	0,0148	2945,0	3241,0	6,145	500	0,0087	2824,0	3085,0	5,796
525	0,0157	3007,0	3321,0	6,246	525	0,0095	2903,0	3187,0	5,926
550	0,0166	3065,0	3396,0	6,339	550	0,0102	2974,0	3280,0	6,040
575	0,0174	3121,0	3469,0	6,426	575	0,0108	3041,0	3366,0	6,143
600	0,0182	3175,0	3539,0	6,508	600	0,0114	3103,0	3447,0	6,237
625	0,0190	3229,0	3608,0	6,585	625	0,0120	3164,0	3524,0	6,325
650	0,0197	3281,0	3675,0	6,659	650	0,0126	3222,0	3599,0	6,407
675	0,0204	3333,0	3742,0	6,730	675	0,0131	3279,0	3672,0	6,485

## Appendiks D6 - Diagram og tabeller for ammoniak: væske, mættet tilstand og overheded gas

Handelsnavn:	Ammoniak	Kritisk temperatur	132,4 °C
Refrigerantbetegnelse	R717	Kritisk tryk	112,8 bara
Kemisk formel	NH <sub>3</sub>	Kritisk volumen	0,0043 m <sup>3</sup> /kg
Gaskonstant ( $R_i$ )	488,2 J/kgK	Normaltemperatur	-33,3 °C ved 1 atm
Molmasse (M)	17,03 kg/kmol		

Kilde: /9/, /10/ m. fl.



**Mættet tilstand ( $\text{NH}_3$ )**

T	p	v'	v''	u'	u''	h'	h''	r <sub>f</sub>	s'	s''
Deg.C.	bara	m <sup>3</sup> /kg	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK	kJ/kgK
-50	0,408	0,001425	2,629000	-24,58	1284,00	-24,53	1391,00	1415,53	0,0954	6,4400
-45	0,545	0,001437	2,008000	-2,70	1290,00	-2,62	1400,00	1402,62	0,1924	6,3390
-40	0,717	0,001449	1,554000	19,30	1296,00	19,40	1408,00	1388,60	0,2877	6,2430
-35	0,931	0,001462	1,217000	41,39	1302,00	41,53	1416,00	1374,47	0,3815	6,1520
-30	1,194	0,001476	0,964200	63,59	1308,00	63,77	1423,00	1359,23	0,4737	6,0650
-25	1,515	0,001489	0,771700	85,90	1314,00	86,13	1431,00	1344,87	0,5645	5,9830
-20	1,901	0,001504	0,623700	108,30	1319,00	108,60	1438,00	1329,40	0,6540	5,9040
-15	2,362	0,001518	0,508600	130,90	1324,00	131,20	1444,00	1312,80	0,7422	5,8290
-10	2,908	0,001534	0,418200	153,50	1329,00	154,00	1451,00	1297,00	0,8291	5,7570
-5	3,549	0,001549	0,346500	176,30	1334,00	176,80	1457,00	1280,20	0,9148	5,6870
0	4,296	0,001566	0,289200	199,20	1338,00	199,90	1462,00	1262,10	0,9995	5,6210
5	5,160	0,001583	0,242900	222,20	1342,00	223,00	1467,00	1244,00	1,0830	5,5570
10	6,153	0,001601	0,205300	245,40	1346,00	246,40	1472,00	1225,60	1,1660	5,4940
15	7,288	0,001619	0,174500	268,70	1349,00	269,90	1476,00	1206,10	1,2470	5,4340
20	8,578	0,001638	0,149100	292,20	1352,00	293,60	1480,00	1186,40	1,3280	5,3760
25	10,030	0,001659	0,128100	315,80	1355,00	317,50	1483,00	1165,50	1,4080	5,3190
30	11,670	0,001680	0,110400	339,70	1357,00	341,60	1486,00	1144,40	1,4880	5,2630
35	13,510	0,001702	0,095630	363,70	1359,00	366,00	1488,00	1122,00	1,5660	5,2090
40	15,550	0,001726	0,083110	387,90	1361,00	390,60	1490,00	1099,40	1,6440	5,1550
45	17,820	0,001750	0,072470	412,40	1362,00	415,50	1491,00	1075,50	1,7220	5,1020
50	20,330	0,001777	0,063370	437,10	1362,00	440,70	1491,00	1050,30	1,7990	5,0500
55	23,100	0,001805	0,055560	462,00	1362,00	466,20	1491,00	1024,80	1,8760	4,9980
60	26,140	0,001834	0,048830	487,30	1362,00	492,10	1489,00	996,90	1,9530	4,9460
65	29,480	0,001866	0,042980	513,00	1360,00	518,50	1487,00	968,50	2,0290	4,8940
70	33,120	0,001901	0,037890	539,00	1359,00	545,30	1484,00	938,70	2,1060	4,8420
75	37,090	0,001938	0,033440	565,40	1356,00	572,60	1480,00	907,40	2,1830	4,7890
80	41,410	0,001978	0,029530	592,30	1352,00	600,50	1474,00	873,50	2,2600	4,7350
85	46,090	0,002023	0,026070	619,90	1347,00	629,20	1468,00	838,80	2,3380	4,6790
90	51,160	0,002072	0,023000	648,10	1342,00	658,70	1459,00	800,30	2,4170	4,6210
95	56,650	0,002127	0,020260	677,10	1334,00	689,20	1449,00	759,80	2,4970	4,5610
100	62,570	0,002189	0,017810	707,20	1325,00	720,90	1436,00	715,10	2,5790	4,4970
105	68,950	0,002262	0,015590	738,50	1314,00	754,10	1421,00	666,90	2,6640	4,4280
110	75,830	0,002348	0,013580	771,60	1300,00	789,40	1403,00	613,60	2,7530	4,3530
115	83,220	0,002454	0,011720	807,00	1282,00	827,50	1379,00	551,50	2,8470	4,2690
120	91,160	0,002594	0,009976	846,20	1259,00	869,90	1350,00	480,10	2,9500	4,1700
125	99,700	0,002798	0,008286	892,20	1227,00	920,10	1309,00	388,90	3,0710	4,0490
130	108,900	0,003203	0,006479	957,30	1174,00	992,10	1245,00	252,90	3,2440	3,8710

**Underkølet væske og overheded gas ( $\text{NH}_3$ )**

T	v	u	h	s	T	v	u	h	s
p=1,013 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK	p=2 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	1,2970	1361,0	1492,0	6,412	0	0,6465	1355,0	1484,0	6,056
20	1,3970	1394,0	1536,0	6,565	20	0,6995	1389,0	1529,0	6,216
40	1,4960	1428,0	1579,0	6,708	40	0,7512	1424,0	1574,0	6,364
60	1,5950	1461,0	1623,0	6,843	60	0,8022	1458,0	1618,0	6,502
80	1,6930	1495,0	1667,0	6,971	80	0,8527	1493,0	1663,0	6,632
100	1,7900	1530,0	1711,0	7,094	100	0,9028	1528,0	1708,0	6,756
120	1,8880	1565,0	1756,0	7,211	120	0,9527	1563,0	1754,0	6,874
140	1,9850	1601,0	1802,0	7,325	140	1,0020	1599,0	1800,0	6,989
160	2,0820	1638,0	1848,0	7,435	160	1,0520	1636,0	1847,0	7,099
180	2,1790	1675,0	1896,0	7,541	180	1,1010	1674,0	1894,0	7,207
200	2,2760	1713,0	1944,0	7,645	200	1,1510	1712,0	1942,0	7,311
220	2,3730	1752,0	1993,0	7,747	220	1,2000	1751,0	1991,0	7,412
240	2,4700	1792,0	2043,0	7,846	240	1,2490	1791,0	2041,0	7,512

T	v	u	h	s	T	v	u	h	s
p=4 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK	p=6 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	0,3123	1340,0	1465,0	5,664	0	0,0016	199,2	200,1	0,999
20	0,3412	1379,0	1516,0	5,842	20	0,2215	1368,0	1501,0	5,606
40	0,3688	1416,0	1563,0	6,000	40	0,2411	1407,0	1552,0	5,775
60	0,3955	1452,0	1610,0	6,144	60	0,2598	1445,0	1601,0	5,926
80	0,4216	1487,0	1656,0	6,278	80	0,2778	1482,0	1649,0	6,065
100	0,4473	1523,0	1702,0	6,405	100	0,2955	1519,0	1696,0	6,195
120	0,4728	1559,0	1748,0	6,526	120	0,3128	1556,0	1743,0	6,319
140	0,4981	1596,0	1795,0	6,642	140	0,3300	1593,0	1791,0	6,436
160	0,5232	1633,0	1843,0	6,754	160	0,3470	1630,0	1839,0	6,550
180	0,5483	1671,0	1890,0	6,863	180	0,3639	1669,0	1887,0	6,659
200	0,5732	1710,0	1939,0	6,968	200	0,3807	1708,0	1936,0	6,765
220	0,5981	1749,0	1989,0	7,070	220	0,3974	1747,0	1986,0	6,868
240	0,6229	1790,0	2039,0	7,170	240	0,4141	1788,0	2036,0	6,968

T	v	u	h	s	T	v	u	h	s
p=8 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK	p=10 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	0,0016	199,0	200,2	0,999	0	0,0016	198,8	200,4	0,998
20	0,1614	1356,0	1485,0	5,423	20	0,0016	292,2	293,9	1,328
40	0,1772	1399,0	1540,0	5,606	40	0,1387	1390,0	1528,0	5,467
60	0,1919	1438,0	1592,0	5,765	60	0,1510	1431,0	1582,0	5,635
80	0,2059	1477,0	1641,0	5,909	80	0,1627	1471,0	1634,0	5,784
100	0,2195	1514,0	1690,0	6,043	100	0,1739	1510,0	1683,0	5,921
120	0,2328	1552,0	1738,0	6,168	120	0,1848	1548,0	1733,0	6,049
140	0,2459	1589,0	1786,0	6,288	140	0,1955	1586,0	1781,0	6,171
160	0,2589	1627,0	1835,0	6,402	160	0,2060	1624,0	1830,0	6,287
180	0,2717	1666,0	1883,0	6,513	180	0,2164	1663,0	1880,0	6,398
200	0,2844	1705,0	1933,0	6,619	200	0,2267	1703,0	1930,0	6,505
220	0,2971	1745,0	1983,0	6,723	220	0,2369	1743,0	1980,0	6,610
240	0,3097	1786,0	2034,0	6,824	240	0,2471	1784,0	2031,0	6,711

T	v	u	h	s	T	v	u	h	s
p=20 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK	p=30 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	0,0016	197,9	201,0	0,995	0	0,0016	197,0	201,7	0,991
20	0,0016	291,0	294,3	1,324	20	0,0016	289,9	294,8	1,320
40	0,0017	387,3	390,7	1,642	40	0,0017	385,7	390,9	1,637
60	0,0688	1392,0	1529,0	5,173	60	0,0018	486,4	491,8	1,950
80	0,0760	1441,0	1593,0	5,358	80	0,0465	1405,0	1544,0	5,053
100	0,0825	1485,0	1650,0	5,516	100	0,0517	1458,0	1613,0	5,242
120	0,0886	1527,0	1705,0	5,658	120	0,0564	1505,0	1675,0	5,403
140	0,0945	1569,0	1758,0	5,790	140	0,0607	1550,0	1732,0	5,546
160	0,1002	1609,0	1810,0	5,913	160	0,0648	1593,0	1788,0	5,678
180	0,1057	1650,0	1861,0	6,030	180	0,0688	1636,0	1842,0	5,801
200	0,1111	1691,0	1913,0	6,142	200	0,0726	1679,0	1897,0	5,918
220	0,1165	1732,0	1965,0	6,249	220	0,0763	1721,0	1950,0	6,029
240	0,1218	1774,0	2018,0	6,354	240	0,0800	1764,0	2004,0	6,136

**Underkølet væske og overheded gas ( $\text{NH}_3$ )**

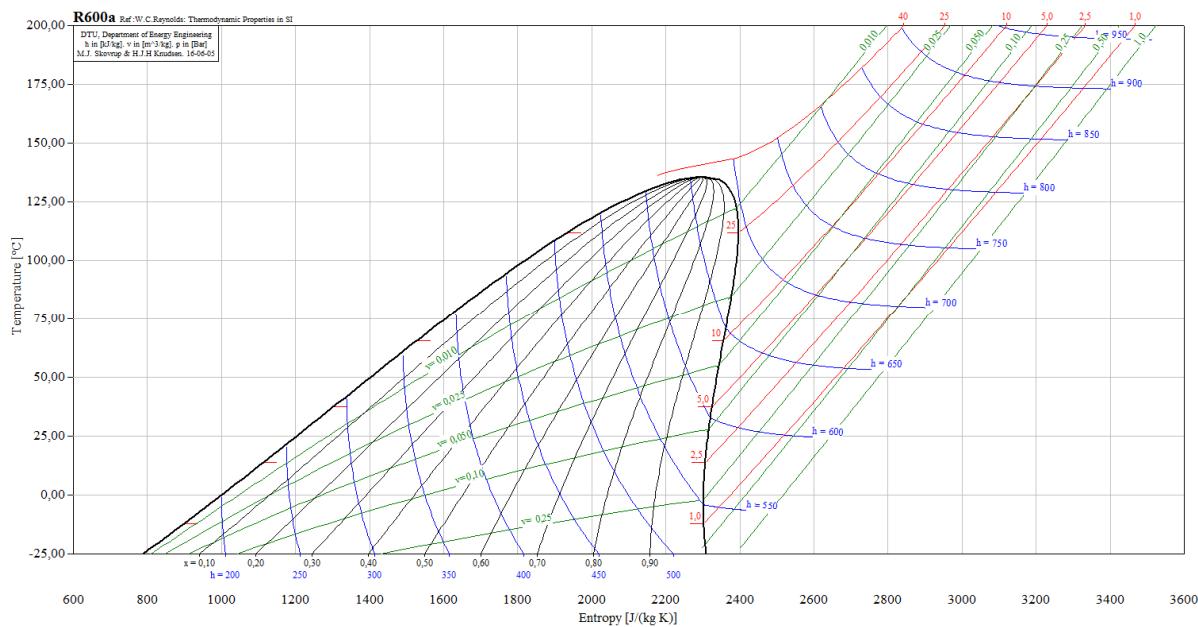
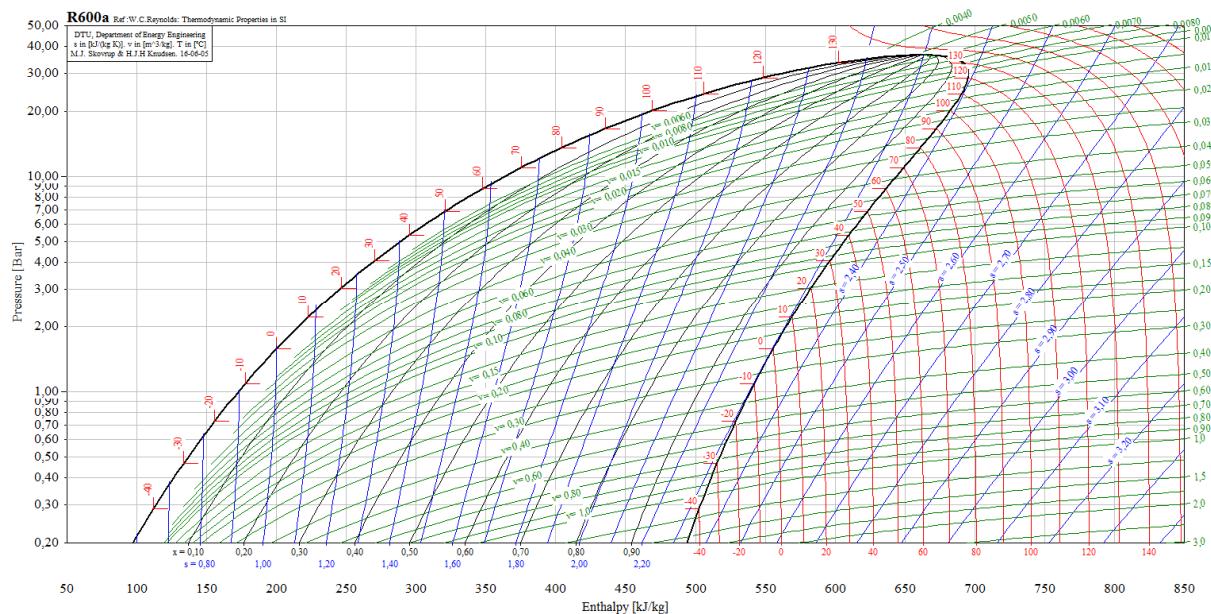
T <b>p=40 bara</b>	v m <sup>3</sup> /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kgK	T <b>p=60 bara</b>	v m <sup>3</sup> /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kgK
0	0,0016	196,1	202,3	0,988	0	0,0016	194,3	203,7	0,982
20	0,0016	288,8	295,3	1,316	20	0,0016	286,5	296,3	1,309
40	0,0017	384,3	391,1	1,633	40	0,0017	381,3	391,6	1,623
60	0,0018	484,3	491,6	1,943	60	0,0018	480,2	491,1	1,931
80	0,0312	1360,0	1484,0	4,775	80	0,0020	586,3	598,1	2,243
100	0,0361	1427,0	1571,0	5,014	100	0,0194	1341,0	1457,0	4,565
120	0,0401	1481,0	1642,0	5,199	120	0,0235	1424,0	1565,0	4,846
140	0,0437	1530,0	1705,0	5,357	140	0,0266	1486,0	1646,0	5,048
160	0,0471	1577,0	1765,0	5,498	160	0,0292	1541,0	1716,0	5,214
180	0,0503	1622,0	1823,0	5,628	180	0,0317	1591,0	1781,0	5,362
200	0,0533	1666,0	1879,0	5,750	200	0,0340	1640,0	1843,0	5,495
220	0,0563	1710,0	1935,0	5,866	220	0,0361	1687,0	1904,0	5,620
240	0,0591	1754,0	1991,0	5,976	240	0,0382	1733,0	1963,0	5,737

T <b>p=80 bara</b>	v m <sup>3</sup> /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kgK	T <b>p=100 bara</b>	v m <sup>3</sup> /kg	u kJ/kg	h kJ/kg	s kJ/kgK
0	0,0016	192,6	205,0	0,975	0	0,002	190,9	206,4	0,969
20	0,0016	284,3	297,3	1,301	20	0,002	282,2	298,4	1,294
40	0,0017	378,5	392,2	1,614	40	0,002	375,8	392,8	1,605
60	0,0018	476,4	490,8	1,919	60	0,002	472,7	490,7	1,908
80	0,0019	580,5	596,1	2,226	80	0,002	575,1	594,4	2,210
100	0,0022	697,7	714,9	2,553	100	0,002	688,2	709,4	2,527
120	0,0143	1342,0	1456,0	4,476	120	0,003	832,1	857,3	2,912
140	0,0177	1433,0	1574,0	4,769	140	0,012	1362,0	1481,0	4,474
160	0,0202	1500,0	1661,0	4,976	160	0,015	1452,0	1598,0	4,750
180	0,0223	1558,0	1737,0	5,145	180	0,017	1521,0	1687,0	4,952
200	0,0243	1611,0	1805,0	5,294	200	0,018	1581,0	1765,0	5,119
220	0,0260	1662,0	1871,0	5,429	220	0,020	1636,0	1836,0	5,267
240	0,0277	1712,0	1934,0	5,554	240	0,021	1689,0	1904,0	5,401

## Appendiks D7 - Diagram og tabeller for iso-butan: væske, mættet tilstand og overheded gas

Handelsnavn:	Iso-butan	Kritisk temperatur	134,66 °C
Refrigerantbetegnelse	R600a	Kritisk tryk	36,29 bara
Kemisk formel	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	Kritisk volumen	0,0044 m <sup>3</sup> /kg
Gaskonstant (R <sub>i</sub> )	143,0 J/kgK	Normaltemperatur	-11,75 °C ved 1 atm
Molmasse (M)	58,124 kg/kmol		

Kilde: /9/, /10/ m. fl.



**Mættet tilstand ( $C_4H_{10}$ )**

T	p	v'	v''	u'	u''	h'	h''	r <sub>f</sub>	s'	s''
Deg.C.	bara	m <sup>3</sup> /kg	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK	kJ/kgK
-50	0,166	0,001575	1,896000	91,24	457,80	91,27	489,40	398,13	0,5621	2,346
-45	0,219	0,001588	1,468000	101,60	463,60	101,60	495,70	394,10	0,6079	2,335
-40	0,285	0,001601	1,151000	112,00	469,40	112,10	502,20	390,10	0,6532	2,326
-35	0,366	0,001615	0,912900	122,60	475,30	122,60	508,70	386,10	0,6979	2,319
-30	0,464	0,001629	0,732200	133,20	481,30	133,30	515,20	381,90	0,7422	2,313
-25	0,582	0,001643	0,593200	144,00	487,30	144,10	521,80	377,70	0,7861	2,308
-20	0,722	0,001658	0,485200	154,90	493,40	155,00	528,40	373,40	0,8296	2,304
-15	0,888	0,001673	0,400200	165,90	499,50	166,10	535,00	368,90	0,8727	2,302
-10	1,081	0,001689	0,332900	177,10	505,70	177,20	541,70	364,50	0,9154	2,300
-5	1,307	0,001706	0,278900	188,30	511,90	188,60	548,30	359,70	0,9579	2,300
0	1,567	0,001723	0,235300	199,70	518,20	200,00	555,00	355,00	1,0000	2,300
5	1,864	0,001740	0,199700	211,30	524,50	211,60	561,70	350,10	1,0420	2,301
10	2,203	0,001759	0,170600	222,90	530,90	223,30	568,40	345,10	1,0830	2,302
15	2,587	0,001778	0,146500	234,70	537,30	235,20	575,20	340,00	1,1250	2,305
20	3,020	0,001798	0,126400	246,70	543,70	247,20	581,90	334,70	1,1660	2,307
25	3,504	0,001819	0,109600	258,80	550,10	259,40	588,50	329,10	1,2070	2,311
30	4,045	0,001840	0,095450	271,10	556,60	271,80	595,20	323,40	1,2480	2,315
35	4,645	0,001863	0,083430	283,50	563,10	284,30	601,80	317,50	1,2880	2,319
40	5,309	0,001887	0,073190	296,00	569,60	297,00	608,40	311,40	1,3290	2,329
45	6,040	0,001912	0,064410	308,80	576,10	309,90	615,00	305,10	1,3690	2,328
50	6,844	0,001938	0,056850	321,70	582,50	323,00	621,50	298,50	1,4090	2,333
55	7,724	0,001966	0,050300	334,70	589,00	336,20	627,90	291,70	1,4500	2,338
60	8,684	0,001995	0,044610	348,00	595,40	349,70	634,20	284,50	1,4900	2,344
65	9,729	0,002026	0,039630	361,40	601,80	363,40	640,40	277,00	1,5300	2,349
70	10,860	0,002059	0,035260	375,00	608,10	377,20	646,40	269,20	1,5700	2,354
75	12,090	0,002095	0,031410	388,80	614,30	391,40	652,30	260,90	1,6100	2,360
80	13,420	0,002133	0,028000	402,90	620,40	405,80	658,00	252,20	1,6500	2,365
85	14,860	0,002175	0,024970	417,20	626,40	420,50	663,40	242,90	1,6910	2,369
90	16,400	0,002220	0,022260	431,80	632,10	435,50	668,60	233,10	1,7310	2,373
95	18,060	0,002270	0,019820	446,70	637,60	450,80	673,40	222,60	1,7720	2,377
100	19,840	0,002327	0,017620	462,00	642,80	466,70	677,70	211,00	1,8140	2,380
105	21,760	0,002392	0,015620	477,80	647,50	483,00	681,50	198,50	1,8560	2,381
110	23,810	0,002469	0,013790	494,20	651,70	500,10	684,50	184,40	1,9000	2,385
115	26,010	0,002563	0,012090	511,30	655,10	518,00	686,50	168,50	1,9450	2,379
120	28,380	0,002684	0,010500	529,50	657,30	537,10	687,10	150,00	1,9920	2,374
125	30,910	0,002853	0,008954	549,40	657,70	558,20	685,40	127,20	2,0440	2,363
130	33,640	0,003129	0,007352	572,50	654,10	583,00	678,90	95,90	2,1040	2,341

**Underkølet væske og overheded gas ( $C_4H_{10}$ )**

T	v	u	h	s	T	v	u	h	s
p=1,013 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK	p=2 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	0,3719	520,2	557,8	2,370	0	0,0017	199,7	200,0	1,000
10	0,3872	534,7	574,0	2,428	10	0,1894	531,6	569,4	2,319
20	0,4024	549,7	590,5	2,485	20	0,1977	546,9	586,5	2,378
30	0,4174	565,2	607,4	2,542	30	0,2058	562,6	603,8	2,436
40	0,4323	581,0	624,8	2,598	40	0,2138	578,7	621,5	2,493
50	0,4471	597,3	642,6	2,654	50	0,2217	595,2	639,5	2,550
60	0,4619	614,1	660,9	2,710	60	0,2295	612,1	658,0	2,606
70	0,4765	631,3	679,6	2,765	70	0,2373	629,5	676,9	2,662
80	0,4912	649,0	698,7	2,820	80	0,2450	647,3	696,3	2,718
90	0,5057	667,1	718,4	2,875	90	0,2526	665,5	716,0	2,773
100	0,5203	685,7	738,4	2,929	100	0,2602	684,2	736,3	2,828
110	0,5348	704,8	758,9	2,984	110	0,2677	703,4	756,9	2,883
120	0,5493	724,3	779,9	3,038	120	0,2752	723,0	778,0	2,937
130	0,5637	744,2	801,4	3,092	130	0,2827	743,0	799,5	2,991
T	v	u	h	s	T	v	u	h	s
p=4 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK	p=6 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	0,0017	199,5	200,2	0,999	0	0,0017	199,3	200,3	0,999
10	0,0018	222,7	223,4	1,083	10	0,0018	222,5	223,6	1,082
20	0,0018	246,6	247,3	1,166	20	0,0018	246,3	247,4	1,165
30	0,0967	556,7	595,4	2,317	30	0,0018	270,8	271,9	1,247
40	0,1013	573,5	614,0	2,377	40	0,0019	295,9	297,1	1,328
50	0,1057	590,5	632,8	2,436	50	0,0666	585,1	625,1	2,361
60	0,1100	607,9	651,9	2,494	60	0,0699	603,1	645,0	2,421
70	0,1143	625,6	671,3	2,552	70	0,0730	621,2	665,1	2,480
80	0,1184	643,6	691,0	2,608	80	0,0761	639,7	685,3	2,539
90	0,1225	662,1	711,1	2,664	90	0,0790	658,5	705,9	2,596
100	0,1266	681,1	731,7	2,720	100	0,0819	677,7	726,8	2,653
110	0,1306	700,4	752,6	2,776	110	0,0848	697,3	748,1	2,709
120	0,1345	720,2	774,0	2,831	120	0,0875	717,2	769,7	2,765
130	0,1385	740,3	795,7	2,885	130	0,0903	737,6	791,8	2,820
T	v	u	h	s	T	v	u	h	s
p=8 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK	p=10 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	0,0017	199,1	200,5	0,998	0	0,0017	198,9	200,7	0,997
10	0,0018	222,3	223,7	1,081	10	0,0018	222,1	223,9	1,081
20	0,0018	246,1	247,5	1,164	20	0,0018	245,9	247,7	1,163
30	0,0018	270,5	272,0	1,246	30	0,0018	270,3	272,1	1,245
40	0,0019	295,6	297,1	1,327	40	0,0019	295,3	297,2	1,326
50	0,0019	321,4	323,0	1,409	50	0,0019	321,1	323,0	1,408
60	0,0495	597,6	637,2	2,362	60	0,0020	347,7	349,7	1,489
70	0,0522	616,4	658,2	2,424	70	0,0394	610,8	650,3	2,375
80	0,0547	635,4	679,2	2,485	80	0,0417	630,6	672,3	2,438
90	0,0571	654,6	700,3	2,544	90	0,0439	650,3	694,2	2,499
100	0,0595	674,1	721,7	2,602	100	0,0459	670,2	716,1	2,559
110	0,0618	693,9	743,3	2,659	110	0,0479	690,4	738,3	2,618
120	0,0640	714,1	765,3	2,716	120	0,0498	710,9	760,6	2,675
130	0,0662	734,7	787,6	2,772	130	0,0516	731,7	783,3	2,732
T	v	u	h	s	T	v	u	h	s
p=20 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK	p=30 bara	m <sup>3</sup> /kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kgK
0	0,0017	198,0	201,4	0,994	0	0,0017	197,1	202,2	0,990
10	0,0017	221,1	224,6	1,077	10	0,0017	220,1	225,3	1,073
20	0,0018	244,7	248,3	1,159	20	0,0018	243,6	248,9	1,155
30	0,0018	268,9	272,6	1,241	30	0,0018	267,7	273,1	1,236
40	0,0019	293,8	297,6	1,322	40	0,0019	292,4	298,0	1,317
50	0,0019	319,4	323,2	1,402	50	0,0019	317,7	323,5	1,397
60	0,0020	345,7	349,6	1,483	60	0,0020	343,8	349,7	1,477
70	0,0020	372,8	376,9	1,563	70	0,0020	370,6	376,7	1,557
80	0,0021	401,0	405,2	1,645	80	0,0021	398,3	404,6	1,637
90	0,0022	430,5	434,9	1,728	90	0,0022	427,1	433,6	1,718
100	0,0023	462,0	466,6	1,814	100	0,0023	457,3	464,2	1,801
110	0,0192	666,9	705,3	2,452	110	0,0024	489,9	497,1	1,888
120	0,0207	690,4	731,8	2,520	120	0,0026	527,3	535,2	1,986
130	0,0221	713,3	757,5	2,585	130	0,0111	682,7	715,9	2,442

## Appendiks E - Supplerende litteratur

Nyttig supplerende litteratur:

Nr.	Litteratur	ISBN nr.
/1/	Geller, Thermodynamik für Maschinenbau, Springer, 4. udgave	3-540-32319-8
/2/	Cengel et al., Thermodynamics – an engineering approach, McGrawHill, 8. udgave	978-981-4595-29-2
/3/	Cerbe et al., Einführung in die Wärmelehre, Hanser, 8. udgave	3-446-15040-4
/4/	Lauritsen et al., Termodynamik, Nyt teknisk forlag, 1. udgave	87-571-2221-0
/5/	Andersen et al., Maskinteknisk termodynamik, DIAM, 2. opdag	87-87245-19-1
/6/	VDI Wärmeatlas, 9. udg., Springer	3-540-41201-8
/7/	Borsig Pocket-Book	-
/8/	International steam tables, Springer, 2. udg.	978-3-540-21419-9
/9/	CoolPack. Rasmussen, Bjarne D.; Jakobsen, Arne; Skovrup, Morten Juel. Department of Mechanical Engineering, Technical University of Denmark. 2001”.	<a href="http://www.ipu.dk">http://www.ipu.dk</a>
/10/	EES: <a href="http://www.fchart.com/ees">www.fchart.com/ees</a>	
/11/	Kølebranchens miljøordning (KMO)	<a href="http://www.kmo.dk">www.kmo.dk</a>

## Appendiks F – Udvalgt trigonometri

### Areal og omkreds

Figur	Areal	Omkreds
<b>Kvadrat</b> Sidelængden = h	$A = h^2$	$O = 4 \cdot h$
<b>Rektangel</b> Sidelængde 1 = h Sidelængde 2 = b	$A = b \cdot h$	$O = 2 \cdot (h + b)$
<b>Trekant</b> Højde = h Grundlinje (sidelængde 1) = b Sidelængde 2 = c Sidelængde 3 = d	$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$	$O = b + c + d$
<b>Cirkel</b> Diameter = d Radius = r = d/2	$A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$ $A = \pi \cdot r^2$	$O = \pi \cdot d$ $O = 2 \cdot \pi \cdot r$

Volumen af kugle:  $V = \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot r^3$

## Stikordsregister

Der henvises primært kun til lokalitet i bogen, hvor stikordet er forklaret.

<b>Stikord</b>	<b>Kapitel</b>	<b>Fast form</b>	
2-taktsprincip	7.2.1	Fjederarbejde	2.3
4-taktsprincip	7.2.1	Forbrændingsproces	12.3
Absolut fugtighed	11.3	Flashgas	9.1
Adiabatisk	1.2	Fordampningsvarme	3.2.1
Afledte enheder	1.3	Fortegnskonvention	1.2
Air fuel ratio (AFR)	12.3.2	Friktion	2.2
Akselarbejde	2.3	Fundamentale enheder	1.3
Amagats lov	10.1	Fødevandsforvarmning	8.2.1
Arbejde	2.1	- Regenerativ	8.2.1
Arbejde, eksternt overført	2.3	Gas	3.1
Arbejdskonsumerende maskine	6.3.1	Gasandel	3.2.1
Arbejdsproducerende maskine	6.3.1	Gasturbine	7.4
Bernoulli's ligning	2.3.2	Gnisstændingsmotor	7.2.1
Brayton-princip	7.4.1	GWP	9.2
Brændsel	12.2	Højtemperaturkorrosion	12.6.2
Brændstoeffekt	3.6	Højtryksside, køleanlæg	9.1
Brændstof specifik luftmængde	12.3.2	Ideale gasser	3.4.1
Brændstof specifik røgmængde	12.3.2	Idealgasligningen	3.4.1
BundDødPunktet	7.1.2	Individuelle gaskonstant	3.4.1
Carnot kredsproces	6.3.1	Indre arbejde	5.1
COP-faktor	6.3.3	Indre energi	2.1
Cut-off forhold	7.3.2	Inkompressibel	2.3
Daltons lov	10.2	Intern forbrænding	7.1.1
Damp	3.1	Irreversibel	2.2
Dampandel	3.2.1	Isentropisk proces	6.2
Diffusere	5.5.1	Isentropisk virkningsgrad	
Dieselmotor	7.3	- Dyse	6.4.4
Diesel-princip	7.3.1	- Kompressor	6.4.2
Dissipation	6.0	- Pumpe	6.4.3
Dissipationsarbejde	4.1	- Turbine	6.4.1
Dissipationsprocesser	6.0	Isoleret system	1.2
Drøvleorgan	5.5.5	Isobarisk tilstandsændring	4.2.2, 5.2.2
Dugpunkt	10.2	Isokorisk tilstandsændring	4.2.1, 5.2.1
Dyse	5.5.1	Isotermisk tilstandsændring	4.2.3, 5.2.3
Effekt	2.1	Kavitation	8.1
Elektrisk arbejde	2.3	Kedelvirkningsgrad	3.6
Elektrisk virkningsgrad	8.2.1	Kemisk energi	2.1
- Brutto	8.2.1	Kemisk homogen	3.1
- Netto	8.2.1	Kemisk stabil	3.1
Energi, fra overfladespændinger	2.1	Kinetisk energi	2.1
Energi, fra strømmende fluid	2.3	Knudepunkt	5.4
Energifelter, energi fra	2.1	Kompressionsforhold	7.1.2
Energiligningen	2.1	Kompressionstændingsmotor	7.3.1
Energimængde	2.1	Kompressor	5.5.3
Entalpi	2.3	Kontinuert-flow	2.2
Entropi	6.1	Kraftvarmeværk	8.3
Entropibalance	6.5	Kraftværk	8.0
Fasskifte	3.2	Kredsproces	2.2

<b>Stikord</b>	<b>Kapitel</b>		
Kuldeydelse	9.1	Sublimation	3.1
Kølemaskine	6.3.3, 9.0	System	1.2
Kølemiddel	9.2	Systemgrænse	1.2
Latent energi	2.1	Teknisk arbejde	5.1
Lavtemperaturkorrosion	12.6.2	Temperatur	1.4.2
Lavtryksside, køleanlæg	9.1	Temperaturkarakteristik	5.5.4
Logaritmisk middeltemperaturdifferens	5.5.4	Termisk virkningsgrad	6.3.2
Luftoverskud	12.4	Termodynamikkens love	
Luftoverskudstal	12.4	- 0. lov	1.5
Lukket system	1.2	- 1. lov	1.5
Manometer	1.4.3	- 2. lov	1.5
- U-rør	1.4.3	- 3. lov	1.5
- Bourdon	1.4.3	Tilstandsdiagram	2.2
Masse	2.1	Tilstandsparametre	1.3
Mellemkøling	9.3.2	Tilstandsstørrelse	
Mættet damp	3.2.1	- Ekstensiv	1.3
Mættet gas	3.2.1	- Intensiv	1.3
Mættet vand	3.2.1	- Termisk	1.3
Mættet væske	3.2.1	Tilstandstabell	3.3
Molliere diagram	11.6/3.3.1	Tilstandsændring	2.2
Normalkogepunkt	3.2.1	To-faseområde	3.2.1
Nuklear energi	2.1	Topdødpunkt	7.1.2
Nytteeffekt	3.6	Transducer	1.4.3
ODP	9.2	Tre-faselinjen	3.1
ORC anlæg	8.5	Tryk	1.4.3
Otto-motor	7.2	- Absolut	1.4.3
Otto-princip	7.2.1	- Dynamisk	1.4.3
Overheded damp	3.1	- Hydrostatisk	1.4.3
Overhedeningen, køleanlæg	9.1	- Hvile	1.4.3
Polytropisk tilstandsændring	4.2.4, 5.2.4	- Manometer	1.4.3
Polytropesponent	4.2.4, 5.2.4	- Overtryk	1.4.3
Potentiel energi	2.1	- Statisk	1.4.3
Proces	2.2	- Stagnation	1.4.3
Procesvej	2.2	- Total	1.4.3
Præfikser	1.3	T-s diagram	6.1.2
Pumpe	5.5.2	Turbine	5.5.3
Quasi-stationær	2.2	Turbinekondenser	8.2.3
Relativ fugtighed	11.3	Tændingsbanken	7.2.4
Rankine kredsproces	8.1	Tørt termometer	11.9
Reversibel	2.2	Udligningsproces	6.0
Sensibel energi	2.1	Underkølet vand	3.1
SI system	1.3	Underkølingen, køleanlæg	9.1
Skadelige rum	7.1.2	Universelle gaskonstant	3.4.1
Smeltevarme	3.2.2	Vand	3.1
Slaglængde	7.1.2	Varme	2.1
Slagvolumen	7.1.2	Varmeledningsevne	5.5.4
Specifik energimængde	2.1	Varmeoverførende areal	5.5.4
Specifik varmekapacitet	3.5	Varmeovergangstal	5.5.4
Specifikke størrelser	1.3	Varmepumpe	6.3.3
Stationært system	2.1	Varmetransmissionskoefficient	5.5.4
Steady-flow	2.2		
Stempelmaskine	7.1.2		

<b>Stikord</b>	<b>Kapitel</b>		
Varmeveksler		Volumenfortrængningsarbejde	2.3
- Krydsstrøm	5.5.4	Volumenændringsarbejde	4.1
- Medstrøm	5.5.4	Væske	3.1
- Modstrøm	5.5.4	Væskeslag	9.1
Virkningsgrad	2.4	Vådt termometer	11.9
Volumen	1.4.1	Åbent system	1.2