

F2021 Opgave 3 - Kvaliteten af Covid-19 hurtigtest

```
clc; clear; close all;
```

Hændelse A: Personen er smittet med Covid-19

Hændelse B: Personen testes positiv med hurtigtesten

a: Sandsynligheder

Sandsynlighederne følger af opgaveteksten og reglen om komplementær sandsynlighed:

```
P_B_g_A = 0.70 % Sensitivitet P(B | A)
```

```
P_B_g_A = 0.7000
```

```
P_Bc_g_A = 1 - P_B_g_A % Falsk negativ P(Bc | A) = 0.30
```

```
P_Bc_g_A = 0.3000
```

```
P_Bc_g_Ac = 0.995 % Specificitet P(Bc | Ac)
```

```
P_Bc_g_Ac = 0.9950
```

```
P_B_g_Ac = 1 - P_Bc_g_Ac % Falsk positiv P(B | Ac) = 0.005
```

```
P_B_g_Ac = 0.0050
```

$P(B | A) = \underline{0.70}$

$P(Bc | A) = \underline{0.30}$

$P(Bc | Ac) = \underline{0.995}$

$P(B | Ac) = \underline{0.005}$

b: Falsk positiv, falsk negativ og power

Falsk positiv $P(B | Ac) = \underline{0.005}$

Falsk negativ $P(Bc | A) = \underline{0.30}$

Testens power er $P(B | A)$, altså det samme som sensitiviteten.

Power = $\underline{0.70}$

c: Resultater for region 1

```
n = 10000 % Antal testede
```

```
n = 10000
```

```
P_A = 0.20 % Procentdel syge i regionen
```

```
P_A = 0.2000
```

Forventet antal falsk positive testresultater

De falsk positive er raske personer, hvor testresultatet er positivt

Af de 10000 testede er $1 - P_A$ raske, dvs. 80 %, altså 8000 raske personer. Af dem 0.5 % blive testet positive, da det er testens sandsynlighed for falsk positivt resultat. Det svarer til $10000 \cdot 0.8 \cdot 0.05 = 40$ personer

```
n_falsk_positive = n * (1 - P_A) * P_B_g_Ac % n_falsk_positive = 40
```

```
n_falsk_positive = 40.0000
```

Antal falsk positive i region 1 er 40.

Procentdelen af alle positive testresultater, der er falske

De sand positive er de smittede, der bliver testet positive. Antal sand positive kan beregnes tilsvarende til 1400 personer:

```
n_sand_positive = n * P_A * P_B_g_A % n_sand_positive = 1400
```

```
n_sand_positive = 1400
```

Der er altså i alt 1440 personer (40 raske og 1400 smittede), der testes positive:

```
n_positive = n_falsk_positive + n_sand_positive % n_positive = 1440
```

```
n_positive = 1440
```

Procentdel falske blandt de positive er 2,78 %.

```
P_falsk_positive = n_falsk_positive / n_positive
```

```
P_falsk_positive = 0.0278
```

```
% 2.78 % af testens positive er i virkeligheden ikke smittet
```

Procentdelen af alle negative testresultater, der er falske

De personer med negativt testresultat er dels de raske med sandt negativt resultat og dels de smittede med falsk negativt resultat (Regel 6 om den totale sandsynlighed).

```
n_falsk_negative = n * P_A * P_Bc_g_A % n_falsk_negative = 600
```

```
n_falsk_negative = 600.0000
```

```
n_sand_negative = n * (1 - P_A) * P_Bc_g_Ac % n_sand_negative = 7960
```

```
n_sand_negative = 7960
```

```
n_negative = n_falsk_negative + n_sand_negative % n_negative = 8560
```

$n_{\text{negative}} = 8560$

$P_{\text{falsk_negative}} = n_{\text{falsk_negative}} / n_{\text{negative}}$

$P_{\text{falsk_negative}} = 0.0701$

% 7.01 % af testens negative er i virkeligheden smittede

Procentdel falske blandt de negative er **7.01 %**.

d: Forklaring på forskelle mellem region 1 og 2

Forskellene kommer selvfølgelig primært fra, at region 1 har mange flere smittede end region 2 (hhv. 20 % og 1 %).

Forskellene i de to regioner kan opsummeres:

Region	1	2
Antal falsk positive	40	50
Pct. falsk positive	2.78 %	41 %
Pct. falsk negative	7.01 %	0.30 %

I region 1 fordeler de 10000 testede sig på 8000 raske og 2000 smittede. Her vil de 1440 positivt testede fordele sig på 40 falsk positive og 1400 sandt positive, så de mange smittede i regionen får procentdelen af falsk positive til at være relativt lille (2.78 %). Tilsvarende vil en forholdsvis høj procentdel (7.01 %) af de negativt testede være falske.

I region 2 er de testede fordelt på 9900 raske og 100 smittede. Selv om testen kun bedømmer 0.5 % falsk positive, så bliver det alligevel til 49.5 falsk positive, fordi der er mange raske blandt de testede. Der er 70 sandt positive, så procentdelen af falsk positive bliver 41.4 %. De falsk positive kommer til at spille en større rolle, relativt set, når testen foretages i en region med få smittede. Til gengæld udgør de falsk negative kun 0.3 %, fordi der er så få smittede i regionen. Langt det største antal negative er raske (sandt negative).

I en region med få smittede (som region 2) vil testens største problem være falsk positive, som vi så.

I en region med mange smittede (som region 1) vil testens største problem være falsk negative, fordi de 30 % falsk negative vil blive et stort antal.

e: Smitteprocenten i region 3

Analogt til formelen for antal falsk negative fra delspørgsmål c), kan antal falsk positive i en region med en smitteprocent på P_A udtrykkes. For at være falsk positiv skal man være rask. Det er $n * (1 - P_A)$. Hertil skal vi gange sandsynligheden for at blive testet falsk positiv, $P_{B_g_Ac}$:

$n_{\text{falsk_positive}} = n * (1 - P_A) * P_{B_g_Ac}$

Denne formel kan omformuleres, så den ubekendte P_A bliver isoleret:

$n_{\text{falsk_positive}} = n * (1 - P_A) * P_{B_g_Ac} \Rightarrow$

$$1 - P_A = n_{\text{falsk_positive}} / (n * P_{B_g_Ac}) \Rightarrow$$

$$P_A = 1 - n_{\text{falsk_positive}} / (n * P_{B_g_Ac})$$

$$n_{\text{falsk_positive}} = 43$$

$$n_{\text{falsk_positive}} = 43$$

$$P_A = 1 - n_{\text{falsk_positive}} / (n * P_{B_g_Ac})$$

$$P_A = 0.1400$$

14.0 % af befolkningen i region 3 er smittet.