

Kursus: M4STI1

Eksamensdato: 02.01.2018 – 10:45 – 12:45 (forlænget prøvetid 13:15)

Eksamenstermin: Vinter 2017

Underviser: Allan Leck Jensen

Praktiske informationer

Ingeniørhøjskolen udleverer:

2 omslag samt papir til kladde og renskrift. Der skal udfyldes og afleveres **2** omslag.

Eksaminanden skal forud for prøvens begyndelse udfylde felterne på **to omslag** og skal på de efterfølgende ark for kladde og renskrift som minimum skrive **navn, studienummer, dato og ark nr.**

Er der ikke påført navn og studienummer på afleverede ark, bedømmes de afleverede ark ikke.

Denne eksamen er en del af "Digital Eksamen". Det betyder, at opgaven kun findes i den digitale eksamensportal og at besvarelsen afleveres gennem den digitale eksamensportal. Håndskrevne dele af besvarelsen afleveres dog i de udleverede omslag. I Digital Eksamen skal besvarelsen afleveres i PDF-format.

Hvis du afleverer alt håndskrevet, **SKAL** du uploade et dokument i Digital Eksamen, hvor der står at du har afleveret i hånden. Husk at aflevere i Digital Eksamen. Du vil modtage en elektronisk afleveringskvittering straks du har afleveret korrekt.

Husk at aflevere til tiden, overskrides dette skal du indsende dispensationsansøgning.

Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er **IKKE** tilladt at kommunikere med andre digitalt.

Særlige bemærkninger: Det er muligt at aflevere elektronisk via Digital Eksamen portalen

Bemærk følgende:

- Decimaltal i opgaverne er angivet med engelsk decimalseparator (.)
- Alle data fra opgaverne kan downloades fra Digital Eksamen portalen i et regneark med navnet Data_M4STI1_2017E.xlsx. I regnearket angiver kolonnenavnet, hvilken opgave data hører til.
- Nogle delopgaver benytter resultatet fra en tidligere delopgave. Hvis du ikke kunne løse den, kan du blot antage en værdi for resultatet og regne videre med det.



Formel 1 holdet Haas F1 Team benytter bremsere af det italienske mærke Brembo. I sæsonen 2017 har især den ene Haas kører, Romain Grosjean, klaget over Brembo bremserne. Den anden kører, Kevin Magnussen, er godt tilfreds med bremserne. En mulig årsag til, at de to racerkørere oplever bremserne forskelligt, er, at de har forskellig kørestil. Grosjean bremser typisk en anelse senere på vej ind i svinget end de fleste andre formel 1 kørere, og han belaster derfor bremserne hårdere. I løbet af sæsonen har Haas' team af ingeniører eksperimenteret med et alternativt bremsefabrikat, det franske Carbone Industrie (CI), for at undersøge, om man skal skifte leverandør.

De følgende opgaver handler om (konstruerede) data fra eksperimenterne.



Opgave 1 – Bremseevne

Haas F1 Team tester de to bremsefabrikater ved at lade hver kører skiftevis køre igennem det samme sving på tid i deres normale racerbil. Før svinget er racerbilens fart indstillet til 300.0 km/t, og det kræver en nedbremsning til cirka 70 km/t at komme optimalt igennem svinget. For at vurdere bremsernes egenskaber under forskellige forhold køres der med tre forskellige typer af tørvejr dæk fra Pirelli. Eksperimentet har således følgende 3 faktorer:

- Faktor A. Bremsefabrikat: 1: Brembo, 2: Carbone Industrie
- Faktor B. Racerkører: 8: Romain Grosjean, 20: Kevin Magnussen
- Faktor C. Dæktype: 1: Medium, 2: Soft, 3: Ultrasoft

For hver kombination af de 3 faktorer er der 5 gentagelser. Tabellen nedenfor viser målingerne af bremseevne, målt som antal millisekunder, det har taget at komme igennem svinget.

	Grosjean (8)			Magnussen (20)		
	Medium	Soft	Ultrasoft	Medium	Soft	Ultrasoft
Brembo	1459	1290	1241	1348	1249	1213
	1370	1335	1331	1336	1234	1212
	1397	1310	1351	1332	1283	1189
	1478	1323	1248	1301	1204	1175
	1375	1281	1211	1311	1227	1141
Carbone Industrie	1341	1290	1241	1346	1266	1218
	1379	1252	1196	1350	1273	1235
	1355	1263	1274	1320	1249	1240
	1305	1263	1164	1405	1259	1251
	1398	1267	1197	1372	1297	1204

- Lav parallelle boksplots (kassediagrammer), der viser forskelle i bremseevnen for hver af de 3 faktorer. Beskriv diagrammerne.
- Lav en variansanalyse (ANOVA) på signifikansniveau 5 %, der belyser om der mht. bremseevne er signifikant effekt af hver af de tre faktorer. Er der signifikante 2-faktor og 3-faktor interaktioner?
- Hvor mange frihedsgrader er der for testen for interaktion imellem de to faktorer bremsefabrikat og dæktype, og hvordan er antal frihedsgrader beregnet?
- Lav en parvis sammenligning af bremseevnen for de tre dæktyper med LSD metoden. Hvilke dæktyper er forskellige på 5 % signifikansniveau? Hvad er 95 % konfidensintervallet for forskellen på bremseevne for de tre dæktyper?
- Hvilken kombination af bremsefabrikat, racerkører og dæktype giver den bedste bremseevne og hvilken giver den dårligste? Er der signifikant forskel på de to kombinationer på 5 % signifikansniveau?
- Hvilke antagelser for residualerne er der gjort i denne statistiske model? Undersøg med plots om antagelserne holder.

Opgave 2 – Bremsernes kølesystem

Bremseevnen er ikke den eneste parameter, der er vigtig i valget af bremsefabrikat. Bremsernes evne til at køle bremseskiverne ned igen efter en opbremsning er lige så vigtig. Bremsene virker ved at overføre racerbilens bevægelsesenergi til friktion (varme). Ved en hård opbremsning stiger bremsernes temperatur med ca. 100 °C pr. tiendedel sekund, og temperaturen kan overstige 1000 °C efter en opbremsning. Bremsene virker bedst mellem 400 og 800 °C, og de tager skade over 1000 °C. Racerbilens kølesystem til bremsene skal effektivt fjerne varmen fra bremseskiverne, så de ikke tager skade, og så bremsene er klar til næste nedbremsning.

Ingeniørerne fra Haas F1 Team har målt, hvor godt bremsene fra Carbone Industrie køler ned. For 850 nedbremsninger har de målt nedkølingen som temperaturfaldet Δt i det første sekund efter bremsepedalen slippes. De 850 målinger af nedkølingen Δt fordeler sig som vist i tabellen nedenfor.

Nedkøling	Antal
$\Delta t < 150 \text{ °C}$	35
$150 \text{ °C} \leq \Delta t < 200 \text{ °C}$	189
$200 \text{ °C} \leq \Delta t < 250 \text{ °C}$	376
$250 \text{ °C} \leq \Delta t < 300 \text{ °C}$	220
$\Delta t \geq 300 \text{ °C}$	30
I alt	850

Ingeniørerne antager, at bremsernes køleevne, målt som Δt , kan modelleres statistisk som en normalfordeling. De har estimeret normalfordelingens middelværdi og standardafvigelse ud fra de 850 målinger til at være henholdsvis $\hat{\mu} = 231 \text{ °C}$ og $\hat{\sigma} = 42 \text{ °C}$. De ønsker at teste, om antagelsen om normalfordeling er korrekt med en Goodness of Fit test.

- Giv på baggrund af observationerne i tabellen din umiddelbare vurdering af, om ingeniørernes antagelse virker rimelig.
- Beregn under forudsætning af ingeniørernes antagelse af en normalfordelt statistisk model sandsynlighederne for at nedkølingen efter en opbremsning ligger indenfor temperaturintervallerne i tabellen. Du skal altså beregne de 5 sandsynligheder: $P(\Delta t < 150 \text{ °C})$, $P(150 \text{ °C} \leq \Delta t < 200 \text{ °C})$, $P(200 \text{ °C} \leq \Delta t < 250 \text{ °C})$, $P(250 \text{ °C} \leq \Delta t < 300 \text{ °C})$, $P(\Delta t \geq 300 \text{ °C})$.
- Beregn under antagelse af ovennævnte normalfordeling det forventede antal nedbremsninger i hver af de fem temperaturintervaller, når der i alt foretages 850 nedbremsninger.
- Opstil formelen for teststørrelsen for en Goodness of Fit test og oplys teststørrelsens fordeling og antal frihedsgrader.
- Beregn den kritiske grænse for testen på 5 % signifikansniveau.
- Beregn teststørrelsens værdi og konkluder på testen.

Opgave 3 – Omgangstider

Ingeniørerne fra Haas F1 Team tester bremsene fra Brembo og Carbone Industrie (CI) ved at måle omgangstider på en racerbane. Romain Grosjean har kørt 20 omgange på en testbane med hvert af de to bremsefabrikater. I tabellen nedenfor vises omgangstiderne målt i sekunder med 3 decimalers nøjagtighed.

Nr	Brembo	CI	Nr	Brembo	CI
1	92.532	90.274	11	91.531	91.325
2	92.875	95.878	12	93.192	92.066
3	94.479	92.053	13	92.178	91.290
4	92.139	94.286	14	92.906	89.923
5	93.785	89.892	15	93.336	98.273
6	93.309	94.634	16	92.095	92.370
7	92.766	95.822	17	92.712	87.903
8	91.943	95.362	18	93.350	94.823
9	92.716	90.372	19	91.164	92.647
10	92.913	93.960	20	94.036	95.098

- Beregn gennemsnit, varians og standardafvigelse for de to stikprøver (hhv. Brembo og CI).
- Beregn 95 % konfidensinterval for populationsmiddelværdien for omgangstider med hhv. Brembo og CI bremsene. Hvad fortæller dine resultater fra delspørgsmål a. og b. dig om forskelle på de to bremsefabrikater?
- Ingeniørerne fra Haas F1 Team vurderer, at der ikke er signifikant forskel på de gennemsnitlige omgangstider for Brembo og Carbone Industrie. Derimod vil de gerne foretage en hypotesetest for, om der på 5 % signifikansniveau er forskel på varianserne. Opskriv nulhypotese og alternativhypotese for denne hypotesetest.
- Opstil formelen for teststørrelsen og angiv hvilken fordeling den følger.
- Beregn den kritiske region for testen, beregn teststørrelsen og konkluder på hypotesetesten.
- Oplys hvilke antagelser, der er gjort i hypotesetesten, og om antagelserne er rimelige på baggrund af data.

