



TP₂

Réseau de neurones artificiels à deux couches

Objectifs pédagogiques

- Comprendre la structure d'un réseau de neurones à deux couches.
- Implémenter la propagation avant (forward propagation) de manière vectorisée.
- Approfondir les concepts de couches, fonctions d'activation, et calculs matriciels.
- Renforcer les compétences en programmation Python pour des tâches pratiques.

Étape 1 : Introduction aux couches d'un réseau

Question conceptuelle

- Qu'est-ce qu'une couche dans un réseau de neurones artificiels ?
- Décrivez brièvement le rôle d'une couche cachée et d'une couche de sortie.

Exercice manuel

Pour un réseau à deux couches :

• Couche 1:
$$Z^{[1]} = W^{[1]}X + b^{[1]}$$
 et $A^{[1]} = \frac{1}{1 + e^{-Z^{[1]}}}$

• Couche 1:
$$Z^{[2]} = W^{[2]}A^{[1]} + b^{[2]}$$
 et $A^{[2]} = \frac{1}{1 + e^{-Z^{[2]}}}$





Calculez $Z^{[1]}$, $A^{[1]}$, $Z^{[2]}$ et $A^{[2]}$ à la main pour les données suivantes :

$$\bullet \qquad X = \begin{array}{c} 0.5 \\ 1.0 \end{array}$$

•
$$W^{[1]} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 \end{bmatrix}$$

•
$$b^{[1]} = {0.1 \atop -0.2}$$

•
$$W^{[2]} = 0.5 -0.3$$

•
$$b^{[2]} = 0.2$$

Utilisez la fonction sigmoïde pour la fonction d'activation.

Étape 2 : Implémentation de la couche [1]

Implémentez la propagation avant pour la couche 1

Créez une fonction Python qui calcule $Z^{[1]}$ et $A^{[1]}$:





Testez votre implémentation :

- Donnez $X = {0.5 \atop 1.0}$, $W^{[1]}$, $et b^{[1]}$ définis ci-dessus.
- Affichez les résultats de $Z^{[1]}$ et $A^{[1]}$

Questions

- Pourquoi applique-t-on une fonction d'activation comme la sigmoïde après $Z^{[1]}$?
- Que se passe-t-il si $W^{[1]}$ ou $b^{[1]}$ sont très grands?

Étape 3 : Implémentation de la couche [2]

Implémentez la propagation avant pour la couche 2

Ajoutez une fonction Python pour calculer $Z^{[2]}$ et $A^{[2]}$:					

Testez votre implémentation :

- Utilisez les sorties de la couche 1 comme entrée pour la couche 2.
- Affichez $Z^{[2]}$ et $A^{[2]}$.





Étape 4 : Vectorisation d'un réseau de neurones

Qu'est-ce que la vectorisation?

La vectorisation consiste à utiliser des opérations matricielles (comme des multiplications de matrices) pour effectuer des calculs dans un réseau de neurones. Cela permet de traiter plusieurs exemples d'entrée simultanément en une seule étape.

Avantages de la vectorisation

- *Efficacité computationnelle* : Les opérations matricielles sont beaucoup plus rapides, car elles sont optimisées par les bibliothèques numériques (comme NumPy).
- *Lisibilité du code* : Les calculs vectorisés sont souvent plus compacts et faciles à lire.
- *Parallélisation*: Les calculs sont plus facilement parallélisables sur des processeurs modernes ou des GPU.

Implémentez une fonction Python qui effectue les calculs vectorisés pour les deux

	2	•	•
couches:			





Testez cette fonction avec un lot de données X (par exemple, une matrice de dimension						
2×3, où chaque colonne représente un exemple):						