

演習問題 1.03

3 個の色分けされた箱 r (赤), b (青), g (緑) を考える。箱 r には、3 個のりんご、4 個のオレンジ、3 個のライムが入っており、箱 b には、1 個のりんご、1 個のオレンジ、0 個のライムが入っており、箱 g には、3 個のりんご、3 個のオレンジ、4 個のライムが入っている。箱を $p(r) = 0.2$, $p(b) = 0.2$, $p(g) = 0.6$ という確率でランダムに選び、果物を箱から 1 個取り出す (箱の中のものは等確率で選ばれるものとする) とき、りんごを選び出す確率を求めよ。また、選んだ果物がオレンジであった場合、それが緑の箱から取り出されたものである確率はいくらか。

[解]

りんごを選び出す確率を $p(a)$ とすると、 $p(a)$ は以下ようになる。

$$\begin{aligned} p(a) &= \frac{3}{10} \times p(r) + \frac{1}{2} \times p(b) + \frac{3}{10} \times p(g) \\ &= \frac{3}{10} \times 0.2 + \frac{1}{2} \times 0.2 + \frac{3}{10} \times 0.6 = \frac{34}{100} = 0.34 \end{aligned}$$

選んだ果物がオレンジであった場合、それが緑の箱から取り出されたものである確率を $p(g|o)$ とすると、ベイズの定理より、

$$p(g|o) = \frac{p(o|g)p(g)}{p(o)} = \frac{p(o, g)}{p(o, r) + p(o, b) + p(o, g)}$$

と表される。ここで、

$$p(o, r) = p(o|r)p(r) = 0.4 \times 0.2 = 0.08$$

$$p(o, b) = p(o|b)p(b) = 0.5 \times 0.2 = 0.1$$

$$p(o, g) = p(o|g)p(g) = 0.3 \times 0.6 = 0.18$$

であるから、求める確率 $p(g|o)$ は、以下ようになる。

$$p(g|o) = \frac{0.18}{0.08 + 0.1 + 0.18} = 0.5$$

[ベイズの定理]

$$p(x|y) = \frac{p(y|x)p(x)}{p(y)}$$

[確率の加法定理]

$$p(x) = \sum_y p(x, y)$$

[確率の乗法定理]

$$p(x, y) = p(x|y)p(y) = p(y|x)p(x)$$

