MÉTODO SIMPLEX:
- Menor ou igual (<=) : + adiciona-se as variáveis de folga
- Maior ou igual (>=) : - subtraiem-se as variáveis de folga
- Igualdade (=): adiciona-se variável artificial (não há folga).

- Solução Ótima (Região Limitada)

Max -> Solução ÓTIMA quando não existem valores NEGATIVOS na linha da função objetivo
 -> Escolhe a variável com o coeficiente MAIS NEGATIVO para entrar na base.

Min -> Solução ÓTIMA quando não existem valores POSITIVOS na linha da função objetivo
 -> Escolhe a variável com o coeficiente MAIS POSITIVO para entrar na base.

- Para decidir qual sai da base: usa o TESTE DA RAZÃO (lado direito / coeficiente positivo da coluna). Considerar a menor razão POSITIVA (incluindo o 0)
- Uma solução é DEGENERADA quando uma variável básica tem o valor 0.
- Numa solução básica admissível (viável), as variáveis básicas são não-negativas, mas podem assumir valor zero — é o caso da degeneração.
- Se escolheste uma linha pivô errada no Simplex Primal, no próximo quadro algum b ficará negativo) ou seja, deixar-se-á de ter uma solução admissível.
- Uma solução básica tem exatamente *n + m − 1 variáveis básicas*, onde: n = número de variáveis de decisão; m = número de restrições.

TIPOS DE SOLUÇÕES:
 -> *Ótima*: critério de otimalidade satisfeito.
 -> *Múltiplas soluções ótimas(Região Limitada, Várias Extremidades)*: surgem quando uma variável não-básica tem coeficiente zero na linha Z.
 -> *Ilimitada (Região Não Limitada)*: Na coluna que vai entrar na base, o teste da razão não revela candidatos a sair da base (coluna toda negativa ou nula). A variável que entra pode crescer infinitamente, assim como Z.
 -> *Inviável*: soma das variáveis artificiais > 0 na fase 1 do método das duas fases.

MÉTODO DAS DUAS FASES:
- <u>Fase 1:</u> Minimiza-se a soma das variáveis artificiais: **MIN z = a1 + a2**
 -> Se o valor mínimo for > 0, o problema é INVIÁVEL.
- <u>Fase 2:</u> Continua-se com a função objetivo original, já com base viável.
 -> Retira-se as variáveis artificiais e mantém-se apenas as de floga

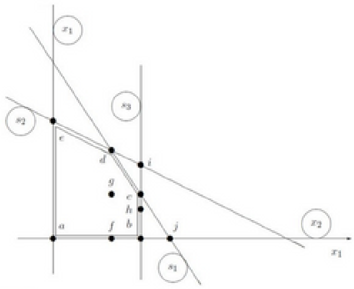
MÉTODO DUAL SIMPLEX:
- A coluna dos b's passa a ser a função objetivo.
 -> Max: Paramos quando os b's forem todos NEGATIVOS
 -> Min: Paramos quando os b's forem todos POSITIVOS
- <u>Passos:</u>
 -> Verifica se a função objetivo já está ótima (não há coeficientes negativos — em max).
 -> Procura uma linha com valor de b negativo → é a linha pivô.
 -> Na linha pivô, escolhe a variável com coeficiente negativo que minimiza o quociente: z_i/a_i_j (considerar apenas os a's < 0)
 -> Faz o pivô normalmente.
 -> Repete até todos os b ≥ 0 → solução viável e ótima.

ARCOS NO PROBLEMA DE TRANSPORTE:
<u>- Variáveis básicas:</u>
 c_i_j = u_i - u_j

- V<u>ariáveis não-básicas:</u>
 -> Em transportes SEM capacidade: Um arco não-básico é atrativo se: Ganho_i_j = c_i_j - (u_i - u_j) < 0
 -> Em transportes COM capacidade: Um arco não-básico é atrativo se:
 -> x_i_j = 0 (está no limite inferior) && Ganho_i_j = c_i_j - (u_i - u_j) < 0
 -> x_i_j = u_i_j (está no limite superior) && Ganho_i_j = c_i_j - (u_i - u_j) > 0

MÉTODO DE PARTIÇÃO E AVALIAÇÃO:
- Restrições de Partição são do tipo: x1 <= 2 e x1 >= 3
- Minimização: o valor de Z aumenta quando se adicionam restrições de partição
- Maximização: o valor de Z diminui quando se adicionam restrições de partição

MÉTODO DO PLANO DE CORTE:
- Escolher a restrição em que o b FRACIONÁRIO é o maior valor fracionário possível.
- A restrição do plano de corte é sempre >= (depois multiplica-se por -1 para inserir no simplex).



1. O ponto a e o ponto d
2. O ponto a e o ponto g
3. O ponto f e o ponto g
4. O ponto i e o ponto j

Correct: são soluções básicas admissíveis

Correct: são soluções admissíveis, uma básica e a outra não-básica

Correct: são soluções admissíveis, mas não são soluções básicas

Correct: não são soluções admissíveis

1º Básicas, por exemplo:
$1 = u_1 - v_1 \leftrightarrow 1 = 0 - v_1 \leftrightarrow v_1 = -1$

	D	E	F	Fict.	
A	13	17	22	0	400
B	15	19	22	0	400
C	12	17	20	0	300
	250	250	400	200	1100 / 1100 → ok!

Multiplicadores:
1º Básicas:
$$C_{ij} = u_i - v_j$$
Não básicas (ganhos):
$$\delta_{ij} = C_{ij} - u_i + v_j$$

A

	z	x_1	x_2	s_1	s_2	
x_1	0	1	0	1	0	4
x_2	0	0	1	1	-1	2
	1	0	0	3	-1	10

B

	z	x_1	x_2	s_1	s_2	
x_1	0	1	0	-1	1/2	1
x_2	0	0	1	2/3	-1/3	2/3
	1	0	0	0	1/2	4

C

	z	x_1	x_2	s_1	s_2	
x_2	0	4/3	1	0	1/3	4
s_1	0	2/3	0	1	-1/3	0
	1	1/3	0	0	4/3	16

D

	z	x_1	x_2	s_1	s_2	
x_1	0	1	0	1	0	4
x_2	0	0	1	1	-1	2
	1	0	0	3	1	6

Correct: Espaço não limitado e solução óptima ilimitada

Correct: Soluções óptimas alternativas

Correct: Solução óptima degenerada

Correct: Espaço não limitado e solução óptima limitada

Ex 6.1

max $30x_1 + 20x_2 + 10x3$
suj. $x_1 + x_2 + 2x_3 \le 40$
$2x_1 + x_2 \le 20$
$2x_1 + 2x_2 + x_3 \le 150$
$x_1,\ x_2,\ x_3 \ge 0$

	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	
x_3	-1/2	0	1	·	1/2	-1/2	0	10
x_2	2	1	0	·	0	1	0	20
s_3	-3/2	0	0	·	-1/2	-3/2	1	100
	5	0	0	·	5	15	0	500

a) Se fosse proposta uma nova actividade (x_4) com lucro unitário de 40 e coeficientes de 4, 1, 0, respectivamente, será que essa actividade seria atractiva? Em caso afirmativo, determine a nova solução óptima.

Matrizes alteradas:
$$A_{x_4} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C$$

max cx
$Ax + Is = b$
$x \ge 0$

Quadro inicial

A	I	b
$-c$	0	0

Quadro ótimo:

$B^{-1}A$	B^{-1}	$B^{-1}b$
$c_B B^{-1}A - c$	$c_B B^{-1}$	$c_B B^{-1}b$

Recalcular:

$B^{-1}A$
$c_B B^{-1}A - c$

Recalcular: $B^{-1}A = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/2 & -3/2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/2 \\ 1 \\ -7/2 \end{bmatrix}$

$c_B B^{-1}A - C = [10 \quad 20 \quad 0] \begin{bmatrix} 3/2 \\ 1 \\ -7/2 \end{bmatrix} - [40] = [-5]$

< 0 Atrativo!!

	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3		
x_3	-1/2	0	1	$\boxed{3/2}$	1/2	-1/2	0	10	(20/3) ← Menor
x_2	2	1	0	1	0	1	0	20	(20
s_3	-3/2	0	0	-7/2	-1/2	-3/2	1	100	
	5	0	0	-5	5	15	0	500	

max $60x_1 + 40x_2 + 30x_3$
suj. $3x_1 + 2x_2 \le 120$
$4x_1 + x_3 \le 60$
$x_2 + 2x_3 \le 30$
$x_1,\ x_2,\ x_3 \ge 0$

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	
s_1	0	0	−19/4	1	−3/4	−2	15
x_1	1	0	1/4	0	1/4	0	15
x_2	0	1	2	0	0	1	30
	0	0	65	0	15	40	2100

Objective				
Variables	from	till	from value	till value
objective	2100	2100	2100	2100
x1	0	+∞	−∞	0
x2	7,50000	+∞	−∞	0
x3	−∞	95	15	0

Duals			
Variables	value	from	till
objective	2100	2100	2100
R1	0	−∞	+∞
R2	15	0 (60-60)	80 (60+20)
R3	40	0	37.5
x1	0	−∞	+∞
x2	0	−∞	+∞
x3	-65	-3.15789	15

Quando a quantidade do recurso disponível relativa à **segunda** restrição varia entre zero e 80, o valor da função objectivo varia entre 1200 e 2400.
(2100-60x15) (2100+20x15)

5. A actividade a que corresponde a variável não-básica x_3 tornar-se-ia atractiva se o respectivo coeficiente da função objectivo, c_3, tivesse um valor superior a 95....

Custo reduzido

max $60x_1 + 40x_2 + 30x_3$
suj. $3x_1 + 2x_2 \le 120$
$4x_1 + x_3 \le 60$
$x_2 + 2x_3 \le 30$
$x_1,\ x_2,\ x_3 \ge 0$

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	
s_1	0	0	−19/4	1	−3/4	−2	15
x_1	1	0	1/4	0	1/4	0	15
x_2	0	1	2	0	0	1	30
	0	0	65	0	15	40	2100

Objective				
Variables	from	till	from value	till value
objective	2100	2100	2100	2100
x1	0	+∞	−∞	0
x2	7,50000	+∞	−∞	0
x3	−∞	95	15	0

Duals			
Variables	value	from	till
objective	2100	2100	2100
R1	0	−∞	+∞
R2	15	0	80
R3	40	0	37.5
x1	0	−∞	+∞
x2	0	−∞	+∞
x3	-65	-3.15789	15

A actividade a que corresponde a variável básica x_1 deixaria de ser atractiva se o respectivo coeficiente da função objectivo, c_1, tivesse um valor inferior a zero.
(60-60)

14.1
a)

max $2x_1 + 2x_2$
suj. $3x_1 + 2x_2 \le 6$
$3x_1 - 2x_2 \ge 0$
$x_1,\ x_2 \ge 0$ e inteiros

	x_1	x_2	s_1	s_2	
x_1	1	0	1/6	-1/6	1
x_2	0	1	1/4	1/4	3/2
	0	0	5/6	1/6	5

Fracionáric

Plano gerador de corte:
$$x_2 + \frac{1}{4}s_1 + \frac{1}{4}s_2 = \frac{3}{2}$$

Parte fracionária → plano de corte: $\boxed{\frac{1}{4}s_1 + \frac{1}{4}s_2 \ge \frac{1}{2}}$

Restrição $\ge$ *é necessário transformar em* $\le$ *trocando os sinais todos:* $-\frac{1}{4}s_1 - \frac{1}{4}s_2 \le -\frac{1}{2}$

Incluir plano de corte no quadro simplex:

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	
x_1	1	0	$^1/_6$	$-^1/_6$	0	1
x_2	0	1	$^1/_4$	$^1/_4$	0	$^3/_2$
s_3	0	0	$-^1/_4$	$\boxed{-^1/_4}$	1	$-^1/_2$
	0	0	$^5/_6$	$^1/_6$	0	5
			$\left\lvert\frac{5/6}{-1/4}\right\rvert$	$\left\lvert\frac{1/6}{-1/4}\right\rvert$		

Simplex Dual

Elemento Pivot

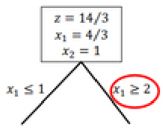
Plano de corte: $\boxed{\frac{1}{4}s_1 + \frac{1}{4}s_2 \ge \frac{1}{2}}$

Substituindo na inequação:
$$\frac{1}{4}(6 - 3x_1 - 2x_2) + \frac{1}{4}(3x_1 - 2x_2) \ge \frac{1}{2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{6}{4} - \frac{3}{4}x_1 - \frac{2}{4}x_2 + \frac{3}{4}x_1 - \frac{2}{4}x_2 \ge \frac{1}{2}$$
$$\Leftrightarrow -x_2 \ge \frac{1}{2} - \frac{3}{2}$$
$$\Leftrightarrow -x_2 \ge -1$$
$$\Leftrightarrow \boxed{x_2 \le 1}$$

C.A.
Restrições:
$3x_1 + 2x_2 + s_1 = 6 \leftrightarrow \boxed{s_1 = 6 - 3x_1 - 2x_2}$
$-3x_1 + 2x_2 + s_2 = 0 \leftrightarrow \boxed{s_2 = 3x_1 - 2x_2}$

Da a) temos:

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	
x_1	1	0	$^1/_3$	0	$-^2/_3$	$^4/_3$
x_2	0	1	0	0	1	1
s_2	0	0	1	1	−4	2
	0	0	$^2/_3$	0	$^2/_3$	$^{14}/_3$



$$x_1 + \frac{1}{3}s_1 - \frac{2}{3}s_3 = \frac{4}{3}$$
$$\Leftrightarrow x_1 = \frac{4}{3} - \frac{1}{3}s_1 + \frac{2}{3}s_3$$

$$\frac{4}{3} - \frac{1}{3}s_1 + \frac{2}{3}s_3 \ge 2$$
$$\Leftrightarrow -\frac{1}{3}s_1 + \frac{2}{3}s_3 \ge \frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{3}s_1 - \frac{2}{3}s_3 \le -\frac{2}{3}}$$

Novo plano acrescentar

Da a) temos:

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	
x_1	1	0	$^1/_3$	0	$-^2/_3$	0	$^4/_3$
x_2	0	1	0	0	1	0	1
s_2	0	0	1	1	−4	0	2
s_4	0	0	$^1/_3$	0	$\boxed{-^2/_3}$	1	$-^2/_3$
	0	0	$^2/_3$	0	$^2/_3$	0	$^{14}/_3$

Elemento Pivot

Simplex Dual