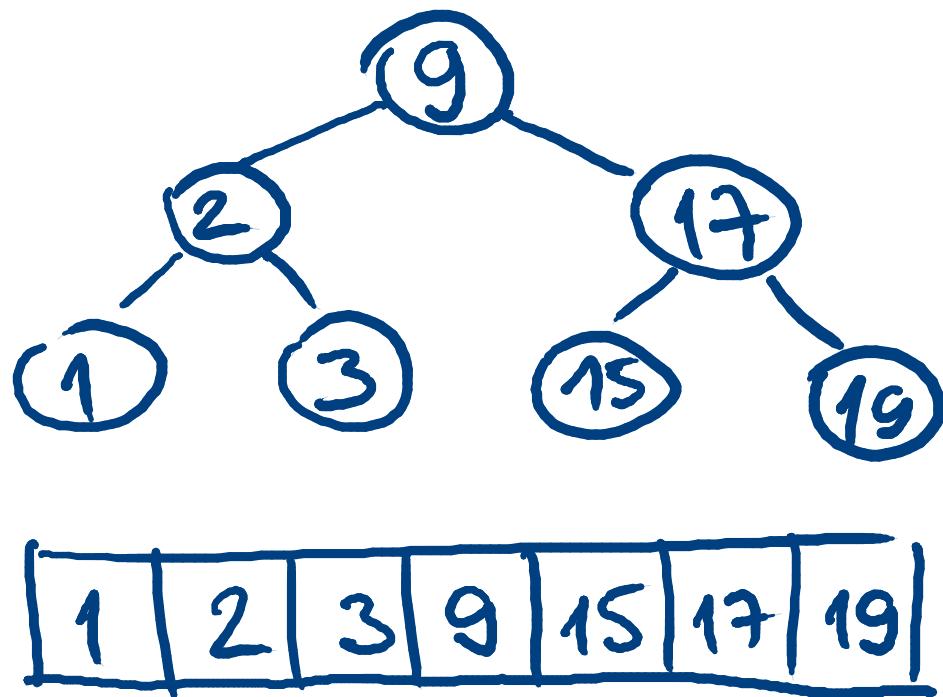


Деревья поиска

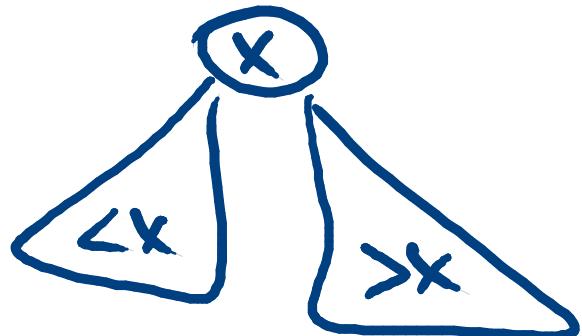
Когда хеш-таблицы мало?

1. Ключи можно только сравнивать между собой.
2. Найти все слова в словаре с заданным префиксом.
3. Найти все имейлы, полученные в заданный период времени.
4. Следующий по порядку элемент.
5. Порядковая статистика.

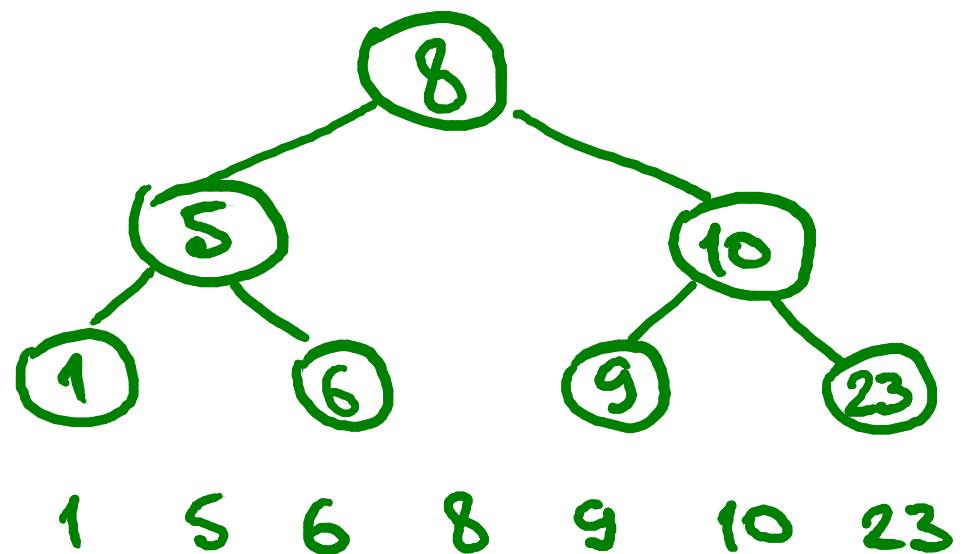
Упорядоченный массив



Дерево поиска



Пример:



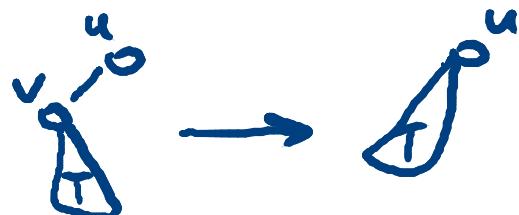
Для любого ключа x его левое поддерево содержит только ключи, меньшие x , а правое – только большие!

Основные операции

- Поиск: спускаемся от корня, пока не найден пустой ключ и пока есть, куда идти
- Вставка: аналогично поиску, в конце подвешиваем новый лист
- Удаление:

□ Лист можно просто отрезать

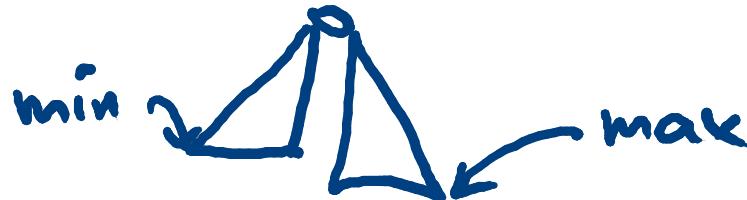
□ Вершина с одним ребёнком:



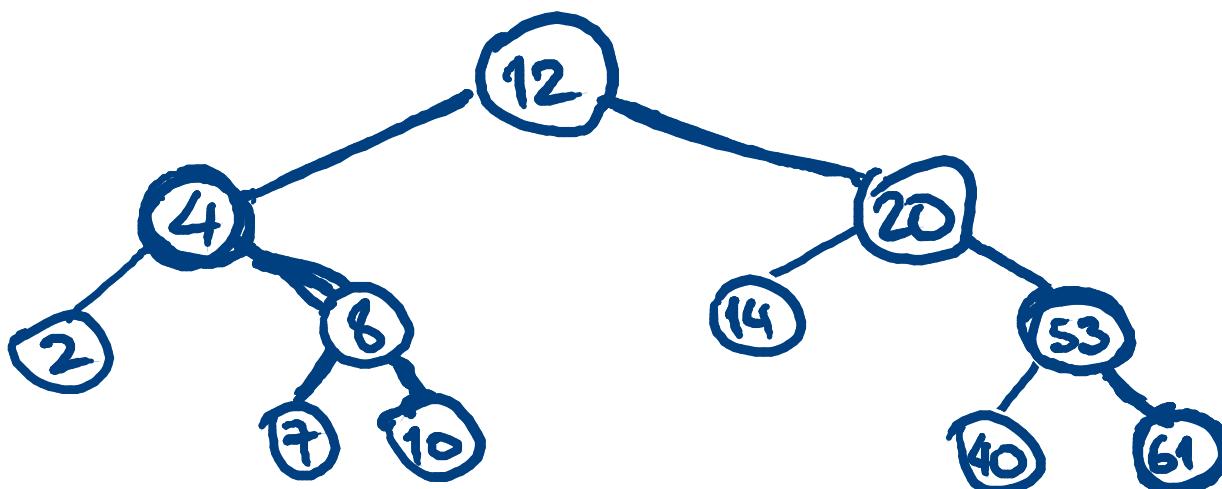
□ Вершина с двумя детьми:



□ Минимум/максимум: идти
налево/направо, пока идёться



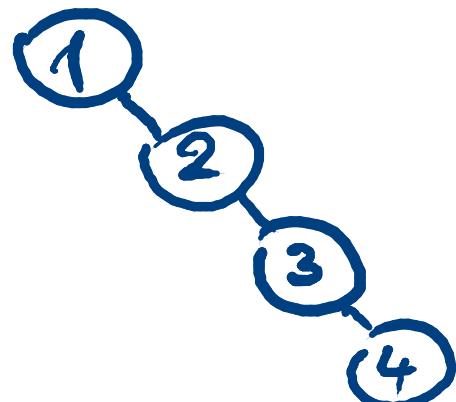
□ Следующий элемент: если есть правый
сын, то минимум в его поддереве;
иначе идти вверх, пока
идём налево



2 4 7 6 10 12 14 20 40 53 61

Время работы всех
перечисленных операций:
 $O(\text{высота дерева})$.

Давайте же не давать дереву
становиться слишком высоким!



AVL-деревья

Основное свойство:

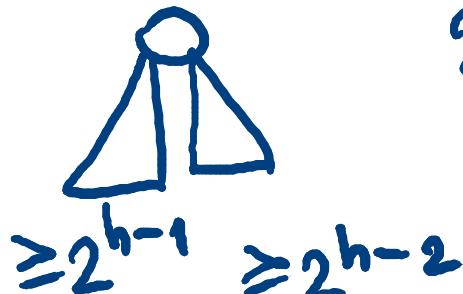
для любой вершины высоты её правого и левого поддеревьев отличаются не более чем на 1.

Лемма: Высота AVL-дерева с n верш. не больше $O(\log n)$.

Док-во: AVL-дерево высоты h содержит хотя бы $2^{h/2}$ верши.

База: $h=0$ - верно.

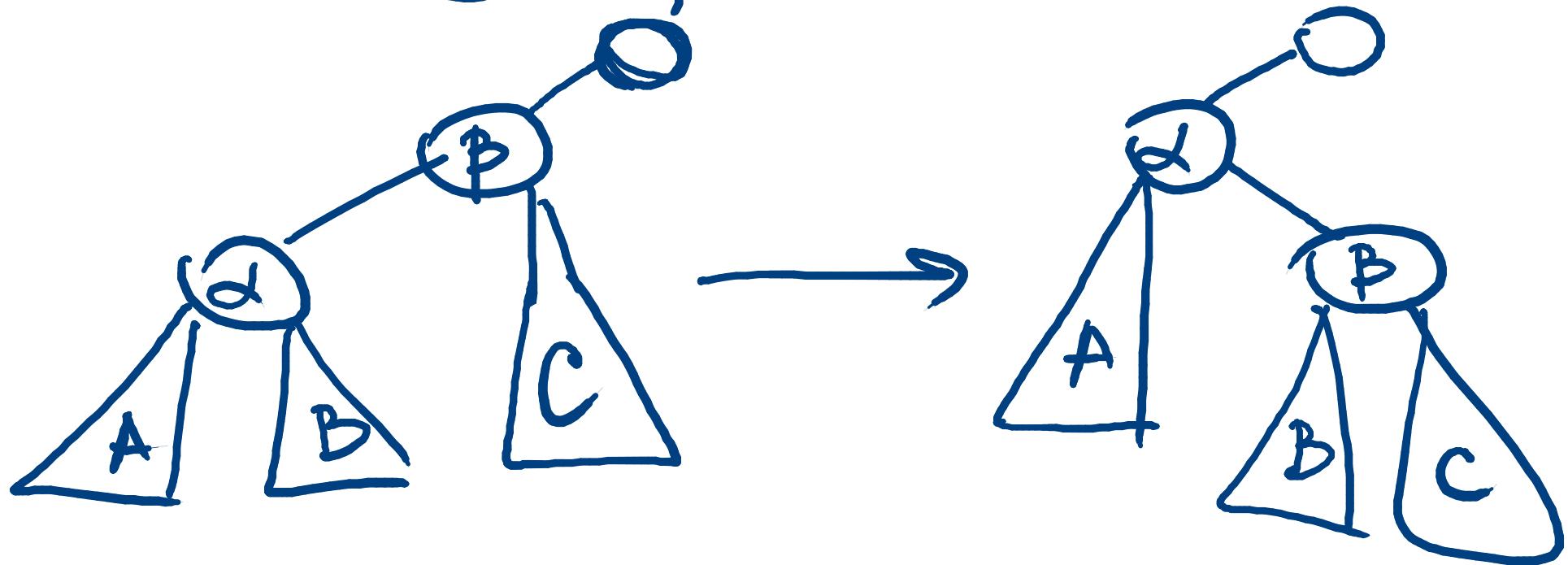
Переход:



$$\begin{aligned} 2^{\frac{h-1}{2}} + 2^{\frac{h-2}{2}} &= \\ = 2^{\frac{h-2}{2}}(2^{\frac{1}{2}} + 1) &\geq 2^{\frac{h}{2}} \end{aligned}$$

3

Вращение

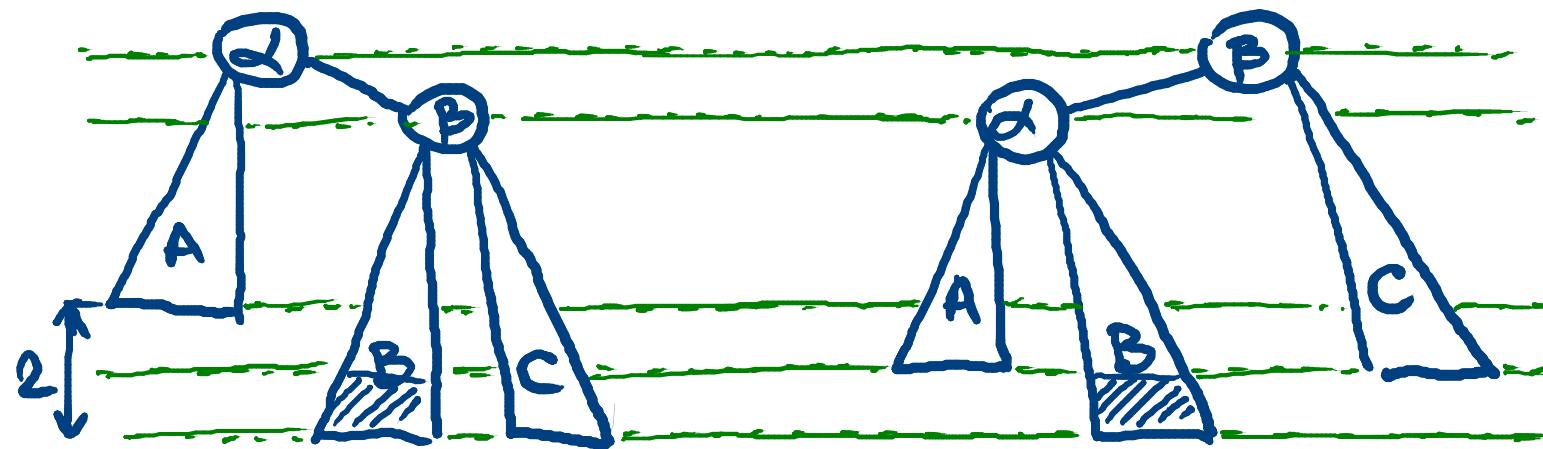


$$A < \alpha < B < \beta < C$$

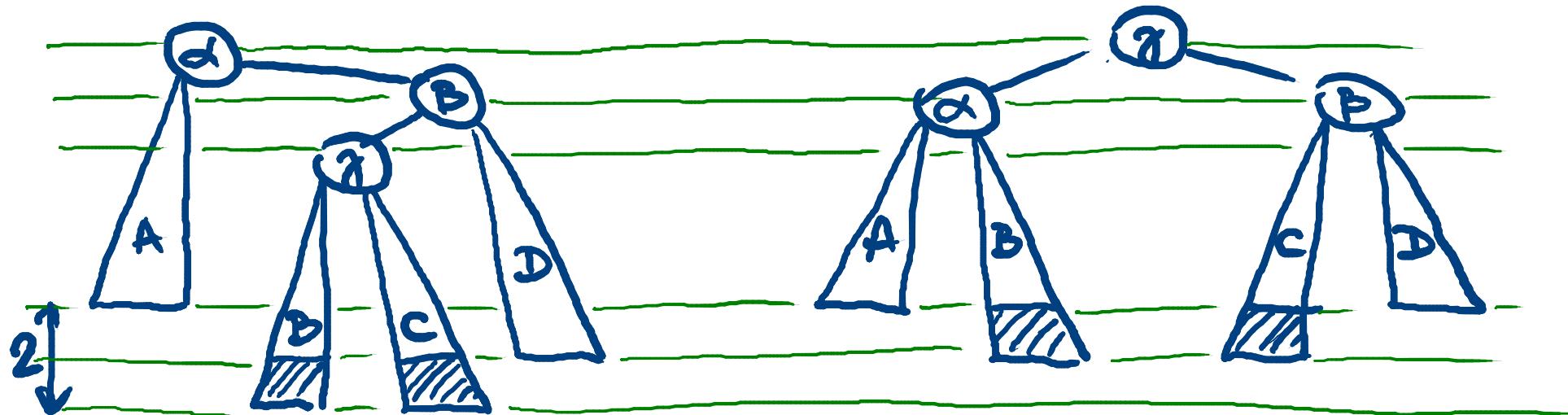
Общий план

1. В каждой ведущие будем дополнительного хранить высоту её поддерева.
2. При операциях, изменяющих структуру дерева, надо не забывать пересчитывать высоту затронутых поддеревьев.
3. При операции вставки или удаления высота поддерева может измениться только на 1.
4. Соответственно, разница высот поддеревьев может быть равной 2.
5. Будем исправлять это вращением, идя снизу вверх.

Прием высота право поддержка единой ногой



малое
правое
верещание

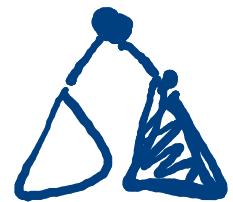


Большое

Задание

1. Задача инвестора:

при защечки высота не меняется или уменьшается на единицу



2. Читим свойство АВЛ-дерева, поднимаясь вверх по дереву.
3. Не забываем пересчитывать высоты.
4. Все операции: $O(\log n)$.