

2.5 多層パーセプトロン

本節では、多層パーセプトロンと、層を重ねることによる XOR の実現について説明されている。ただし、「層を重ねる」ことの詳細については本節では記述されていない。

2.5.1 既存ゲートの組み合わせ

XOR ゲートを作るにはいくつかの方法がある。一つの方法は、既出の AND, NAND, OR ゲートを組み合わせて配線することである。図 1 に各ゲートの記号を示す。なお、NAND ゲートの先端の○は出力の反転を意味する。

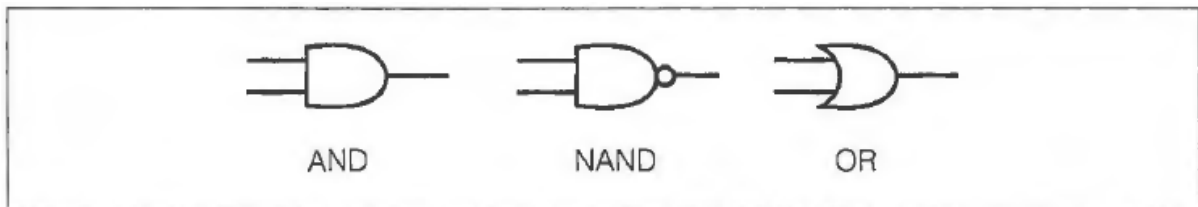


図 1 AND, NAND, OR ゲートの記号

図 1 を参考に、図 2 の「？」のそれぞれに AND と NAND と OR をうまく配線すると、XOR を完成させることができる。

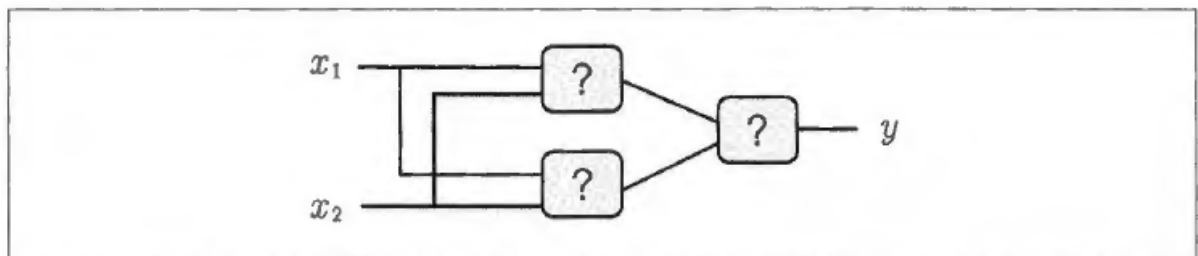


図 2 AND, NAND, OR ゲートのいずれかを「？」に挿入して XOR を完成させよう！

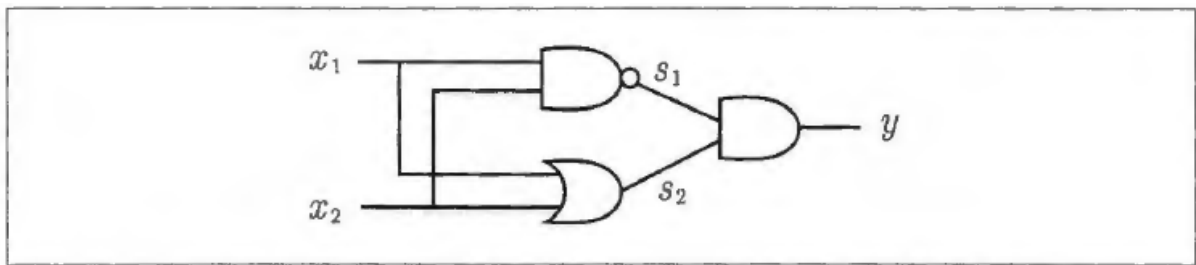


図3 AND, NAND, OR ゲートの組み合わせによって XOR ゲートを実現する

XOR ゲートは図3の配線で実現できる。ここでは、 x_1 と x_2 が入力信号、 y が出力信号を表している。 x_1 と x_2 は NAND と OR ゲートへの入力であり、NAND と OR の出力が AND ゲートの入力となっている。

ここで、図3の配線が正しく XOR を実現できているかを確認する。図の真理値表は、NAND の出力を s_1 、OR の出力を s_2 としている。真理値表から、確かに XOR の出力となっていることが分かる。

| x_1 | x_2 | s_1 | s_2 | y |
|-------|-------|-------|-------|-----|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |

図4 XOR ゲートの真理値表

こうして実現した XOR ゲートをパーセプトロンによって表記すると、図5のようになる。XOR は、図のような多層構造のネットワークとなり、既出の AND や OR といった単層のパーセプトロンとは異なる形をしている。XOR は、合計で3層から構成されるが、重みを持つ層は実質2層であるため、2層のパーセプトロンである（3層のパーセプトロンと呼ぶ場合もある）。

このように、層を複数重ねたパーセプトロンを**多層パーセプトロン**（multi-layered perceptron）と呼ぶ。前節で述べられたパーセプトロンの限界とは、正確に言えば、「単層のパーセプトロンでは XOR ゲートを実現できない」または「単層のパーセプトロンでは非線形領域は分離できない」ということであったが、多層パーセプトロンを用いることで、その限界に縛られない表現が可能になる。

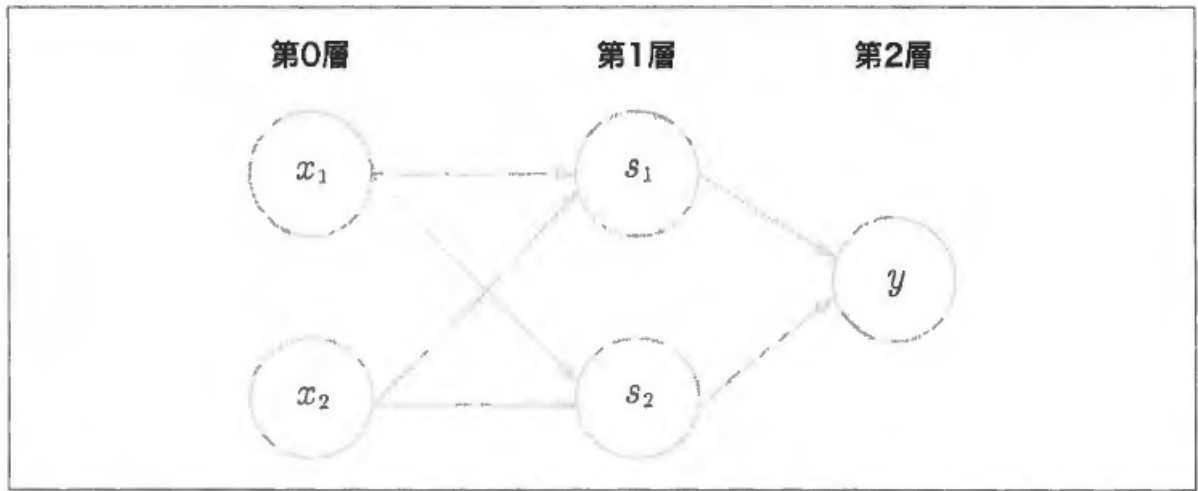


図5 XORのパーセプトロンによる表記