GBI Tutorium Nr. 2^5

Tutorium 5

Dominik Muth - dominik.muth@student.kit.edu | 21. November 2012

INSTITUT FÜR INFORMATIK

Outline/Gliederung

Übungsblatt 4

?

Wiederholung - Quiz

Karlsruher Institut für Technologie

- $X = X$ ist eine Schleifeninvariante!
- $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$

Wiederholung - Quiz

Karlsruher Institut für Technologie

- $X = X$ ist eine Schleifeninvariante! $\surd$
- $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$ $\surd$

Wiederholung - Aufgaben

Relationen

Es sei A die Menge aller Kinobesucher in einer Vorstellung und B die Menge aller Sitzplätze. Die Abbildung f ordnet den Kinobesuchern die Sitzplätze zu:

$$f : A \to B$$

- Was wünschen sich die Kinobesucher: Eine injektive, surjektive oder bijektive Abbildung auf die Sitzplätze? Was wünscht sich der Kinobesitzer?
- Erklären Sie jeweils, was es im Kino bedeutet, wenn f linkstotal, linkseindeutig, rechtstotal, rechtseindeutig ist.
- In dieser Teilaufgabe nehmen wir an, 6 Kinobesucher besuchten ein Kino mit 8 Plätzen. Zeichnen Sie eine injektive Abbildung f. Wie viele injektive Abbildungen gibt es?

Wiederholung - Aufgaben

Relationen

Es sei A die Menge aller Kinobesucher in einer Vorstellung und B die Menge aller Sitzplätze. Die Abbildung f ordnet den Kinobesuchern die Sitzplätze zu:

$$f : A \rightarrow B$$

- Was wünschen sich die Kinobesucher: Eine injektive, surjektive oder bijektive Abbildung auf die Sitzplätze? Was wünscht sich der Kinobesitzer?
- Erklären Sie jeweils, was es im Kino bedeutet, wenn f linkstotal, linkseindeutig, rechtstotal, rechtseindeutig ist.
- In dieser Teilaufgabe nehmen wir an, 6 Kinobesucher besuchten ein Kino mit 8 Plätzen. Zeichnen Sie eine injektive Abbildung f. Wie viele injektive Abbildungen gibt es?

Wiederholung - Aufgaben

Relationen

Es sei A die Menge aller Kinobesucher in einer Vorstellung und B die Menge aller Sitzplätze. Die Abbildung f ordnet den Kinobesuchern die Sitzplätze zu:

$$f : A \to B$$

- Was wünschen sich die Kinobesucher: Eine injektive, surjektive oder bijektive Abbildung auf die Sitzplätze? Was wünscht sich der Kinobesitzer?
- Erklären Sie jeweils, was es im Kino bedeutet, wenn f linkstotal, linkseindeutig, rechtstotal, rechtseindeutig ist.
- In dieser Teilaufgabe nehmen wir an, 6 Kinobesucher besuchten ein Kino mit 8 Plätzen. Zeichnen Sie eine injektive Abbildung f. Wie viele injektive Abbildungen gibt es?

Wiederholung - Aufgaben

Relationen

Es sei A die Menge aller Kinobesucher in einer Vorstellung und B die Menge aller Sitzplätze. Die Abbildung f ordnet den Kinobesuchern die Sitzplätze zu:

$$f : A \to B$$

- Was wünschen sich die Kinobesucher: Eine injektive, surjektive oder bijektive Abbildung auf die Sitzplätze? Was wünscht sich der Kinobesitzer?
- Erklären Sie jeweils, was es im Kino bedeutet, wenn f linkstotal, linkseindeutig, rechtstotal, rechtseindeutig ist.
- In dieser Teilaufgabe nehmen wir an, 6 Kinobesucher besuchten ein Kino mit 8 Plätzen. Zeichnen Sie eine injektive Abbildung f. Wie viele injektive Abbildungen gibt es?

Wiederholung

Schleifeninvarianz

Gegeben sei folgender Algorithmus:

$x \leftarrow a;$
$y \leftarrow b;$
$p \leftarrow 0;$
while $x > 0$ **do**
  $p \leftarrow p + y$
  $x \leftarrow x - 1$
od

- Was macht dieser Algorithmus?
- Stellen Sie eine Schleifeninvariante über alle Variablen auf
- Beweisen Sie Ihre Schleifeninvariante

Wiederholung

Schleifeninvarianz

Gegeben sei folgender Algorithmus:

$x \leftarrow a;$
$y \leftarrow b;$
$p \leftarrow 0;$
while $x > 0$ **do**
  $p \leftarrow p + y$
  $x \leftarrow x - 1$
od

- Was macht dieser Algorithmus?
- Stellen Sie eine Schleifeninvariante über alle Variablen auf
- Beweisen Sie Ihre Schleifeninvariante

Wiederholung

Schleifeninvarianz

Gegeben sei folgender Algorithmus:

$x \leftarrow a;$
$y \leftarrow b;$
$p \leftarrow 0;$
while $x > 0$ **do**
    $p \leftarrow p + y$
    $x \leftarrow x - 1$
od

- Was macht dieser Algorithmus?
- Stellen Sie eine Schleifeninvariante über alle Variablen auf
- Beweisen Sie Ihre Schleifeninvariante

Wiederholung

Schleifeninvarianz

Gegeben sei folgender Algorithmus:

$x \leftarrow a;$
$y \leftarrow b;$
$p \leftarrow 0;$
while $x > 0$ **do**
  $p \leftarrow p + y$
  $x \leftarrow x - 1$
od

- Was macht dieser Algorithmus?
- Stellen Sie eine Schleifeninvariante über alle Variablen auf
- Beweisen Sie Ihre Schleifeninvariante

Relationen 2

- Wie war eine Relation Definiert?
- Was bedeutet xRy?
- Wie lassen sich Relationen darstellen?
- Welche Besonderheiten haben Relationen?
- gibt es weitere Besonderheiten?

Relationen 2

- Wie war eine Relation Definiert?
- Was bedeutet xRy?
- Wie lassen sich Relationen darstellen?
- Welche Besonderheiten haben Relationen?
- gibt es weitere Besonderheiten?

Relationen 2

- Wie war eine Relation Definiert?
- Was bedeutet xRy?
- Wie lassen sich Relationen darstellen?
- Welche Besonderheiten haben Relationen?
- gibt es weitere Besonderheiten?

Relationen 2

- Wie war eine Relation Definiert?
- Was bedeutet xRy?
- Wie lassen sich Relationen darstellen?
- Welche Besonderheiten haben Relationen?
- gibt es weitere Besonderheiten?

Relationen 2

- Wie war eine Relation Definiert?
- Was bedeutet xRy?
- Wie lassen sich Relationen darstellen?
- Welche Besonderheiten haben Relationen?
- gibt es weitere Besonderheiten?

Reflexivität

Definition

$\forall x \in M \mid (x, x) \in R$

$\Rightarrow R \subseteq M \times M$

Was sagt uns diese Definition?

Beispiel

- Die $\leq$ Relation ist reflexiv
- Ist die Relation: $R = \{(x, y) \in M \times M \mid y = x^2\}$ reflexiv?

Reflexivität

Karlsruher Institut für Technologie

Definition

$\forall x \in M \mid (x, x) \in R$

$\Rightarrow R \subseteq M \times M$

Was sagt uns diese Definition?

Beispiel

- Die $\leq$ Relation ist reflexiv
- Ist die Relation: $R = \{(x, y) \in M \times M \mid y = x^2\}$ reflexiv?

Reflexivität

Karlsruher Institut für Technologie

Definition

$\forall x \in M \mid (x, x) \in R$

$\Rightarrow R \subseteq M \times M$

Was sagt uns diese Definition?

Beispiel

- Die $\leq$ Relation ist reflexiv
  $\hookrightarrow$ Warum?
- Ist die Relation: $R = \{(x, y) \in M \times M \mid y = x^2\}$ reflexiv?

Reflexivität

Definition

$\forall x \in M \mid (x, x) \in R$

$\Rightarrow R \subseteq M \times M$

Was sagt uns diese Definition?

Beispiel

- Die $\leq$ Relation ist reflexiv

  $\hookrightarrow$ Warum?
- Ist die Relation: $R = \{(x, y) \in M \times M \mid y = x^2\}$ reflexiv?

Transitivität

Karlsruher Institut für Technologie

Definition

$\forall x, y, z \mid ((x, y) \in R \wedge (y, z) \in R) \Rightarrow (x, z) \in R$

Beispiel

- Die $\leq$ Relation ist auch transitiv.
  siehe Axiom 12 der reellen Zahlen.
- Ist $M \times M$ transitiv?

Transitivität

Definition

$\forall x, y, z \mid ((x, y) \in R \wedge (y, z) \in R) \Rightarrow (x, z) \in R$

Beispiel

- Die $\leq$ Relation ist auch transitiv.
  siehe Axiom 12 der reellen Zahlen.
- Ist $M \times M$ transitiv?

Symmetrie

Definition

$\forall x, y \in M \mid (x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R$
$\Rightarrow R \subseteq M \times M$

Wie sieht eine solche Relation grafisch aus?

Beispiel

- Die $=$ Relation ist symetrisch
- Ist die Relation: $R = f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{falls x gerade} \\ x - 1 & \text{falls x ungerade} \end{cases}$
  mit $x \in \mathbb{N}_0$ und $f(x) \in \mathbb{N}_0$ symmetrisch?

Symmetrie

Definition

$\forall x, y \in M \mid (x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R$
$\Rightarrow R \subseteq M \times M$

Wie sieht eine solche Relation grafisch aus?

Beispiel

- Die $=$ Relation ist symetrisch
- Ist die Relation: $R = f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{falls x gerade} \\ x-1 & \text{falls x ungerade} \end{cases}$
  mit $x \in \mathbb{N}_0$ und $f(x) \in \mathbb{N}_0$ symmetrisch?

Symmetrie

Karlsruher Institut für Technologie

Definition

$\forall x, y \in M \mid (x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R$

$\Rightarrow R \subseteq M \times M$

Wie sieht eine solche Relation grafisch aus?

Beispiel

- Die $=$ Relation ist symetrisch
- Ist die Relation: $R = f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{falls x gerade} \\ x-1 & \text{falls x ungerade} \end{cases}$

  mit $x \in \mathbb{N}_0$ und $f(x) \in \mathbb{N}_0$ symmetrisch?

Äquivalenzrelationen

Karlsruher Institut für Technologie

Definition

Sei R eine homogene Relation über M. $x, y, z \in M$.
Hat R folgende Eigenschaften:

$$\begin{aligned} \text{reflexiv} \quad & xRx \\ \text{transitiv} \quad & xRy \land yRz \Rightarrow xRz \\ \text{symmetrisch} \quad & xRy \Rightarrow yRx \end{aligned}$$

So heißt R eine *Äquivalenzrelation*.

Produkt

Karlsruher Institut für Technologie

Definition

Auch Relationen kann man Verketten, so gilt:

Sei $f = A \to B$ und $g = B$

$\to C \Rightarrow g \circ f = g(f(x)) = A \to C$

Potenzen

Definition

gilt: $R \subseteq M \times M$

Dann kann man R auch Potenzieren:

- $R \circ R = R^2$
- $R^0 = I_M = \{(x,x) \mid x \in M\}$
- $R^{i+1} = R^i \circ R$

Reflexiv-Transitive-Hülle

$R^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} R^i$

Potenzen

Definition

gilt: $R \subseteq M \times M$

Dann kann man R auch Potenzieren:

- $R \circ R = R^2$
- $R^0 = I_M = \{(x, x) \mid x \in M\}$
- $R^{i+1} = R^i \circ R$

Reflexiv-Transitive-Hülle

$R^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} R^i$

Potenzen

Definition

gilt: $R \subseteq M \times M$

Dann kann man R auch Potenzieren:

- $R \circ R = R^2$
- $R^0 = I_M = \{(x, x) \mid x \in M\}$
- $R^{i+1} = R^i \circ R$

Reflexiv-Transitive-Hülle

$R^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} R^i$

Potenzen

Definition

gilt: $R \subseteq M \times M$

Dann kann man R auch Potenzieren:

- $R \circ R = R^2$
- $R^0 = I_M = \{(x, x) \mid x \in M\}$
- $R^{i+1} = R^i \circ R$

Reflexiv-Transitive-Hülle

$R^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} R^i$

Potenzen

Definition

gilt: $R \subseteq M \times M$

Dann kann man R auch Potenzieren:

- $R \circ R = R^2$
- $R^0 = I_M = \{(x, x) \mid x \in M\}$
- $R^{i+1} = R^i \circ R$

Reflexiv-Transitive-Hülle

$R^* = \bigcup_{\mathrm{i}=0}^{\infty} R^i$

Potenzen

Definition

gilt: $R \subseteq M \times M$

Dann kann man R auch Potenzieren:

- $R \circ R = R^2$
- $R^0 = I_M = \{(x, x) \mid x \in M\}$
- $R^{i+1} = R^i \circ R$

Reflexiv-Transitive-Hülle

$R^* = \bigcup_{\mathrm{i=0}}^{\infty} R^i$

$R^* = R^0 \cup R^1 \cup R^2 \cup \cdots \cup R^\infty$

Beispiel (by Patrick Niklaus)

Freunde im Netzwerk

Sei $M = \{Gertrud, Holger, Lars, Katja, Martin, Nina\}$ eine Menge von Nutzern. $R \subseteq M \times M$ sei die „ist-befreundet-mit"-Relation.

- $R = \{(Martin, Holger), (Lars, Katja), (Nina, Holger), (Gertrud, Holger), (Katja, Nina)\} \bigcup \{$ dazu sym. Tupel$\}$
- $R^0 = \{(Martin, Martin), ..., (Holger, Holger)\}$
- $R^1 = R$ "Freundschaft 1. Grades."
- $R^2 = \{(Martin, Nina), (Martin, Gertrud), (Martin, Martin), (Lars, Nina), (Lars, Lars), (Nina, Gertrud), (Nina, Martin), (Nina, Nina), (Nina, Lars), (Katja, Katja), (Katja, Holger), (Gertrud, Gertrud), (Gertrud, Martin), (Gertrud, Nina), (Holger, Holger), (Holger, Katja)\}$ "Freundschaft 2. Grades"
- $R^* =?$ "Gibt es eine Verbindung durch Freunde beliebigen Grades?"

Beispiel (by Patrick Niklaus)

Freunde im Netzwerk

Sei $M = \{Gertrud, Holger, Lars, Katja, Martin, Nina\}$ eine Menge von Nutzern. $R \subseteq M \times M$ sei die „ist-befreundet-mit"-Relation.

- $R = \{(Martin, Holger), (Lars, Katja), (Nina, Holger), (Gertrud, Holger), (Katja, Nina)\} \bigcup \{$ dazu sym. Tupel$\}$
- $R^0 = \{(Martin, Martin), ..., (Holger, Holger)\}$
- $R^1 = R$ "Freundschaft 1. Grades."
- $R^2 = \{(Martin, Nina), (Martin, Gertrud), (Martin, Martin), (Lars, Nina), (Lars, Lars), (Nina, Gertrud), (Nina, Martin), (Nina, Nina), (Nina, Lars), (Katja, Katja), (Katja, Holger), (Gertrud, Gertrud), (Gertrud, Martin), (Gertrud, Nina), (Holger, Holger), (Holger, Katja)\}$ "Freundschaft 2. Grades"
- $R^* =?$ "Gibt es eine Verbindung durch Freunde beliebigen Grades?"

Beispiel (by Patrick Niklaus)

Karlsruher Institut für Technologie

Freunde im Netzwerk

Sei $M = \{Gertrud, Holger, Lars, Katja, Martin, Nina\}$ eine Menge von Nutzern. $R \subseteq M \times M$ sei die „ist-befreundet-mit"-Relation.

- $R = \{(Martin, Holger), (Lars, Katja), (Nina, Holger), (Gertrud, Holger), (Katja, Nina)\} \bigcup \{$ dazu sym. Tupel$\}$
- $R^0 = \{(Martin, Martin), ..., (Holger, Holger)\}$
- $R^1 = R$ "Freundschaft 1. Grades."
- $R^2 = \{(Martin, Nina), (Martin, Gertrud), (Martin, Martin), (Lars, Nina), (Lars, Lars), (Nina, Gertrud), (Nina, Martin), (Nina, Nina), (Nina, Lars), (Katja, Katja), (Katja, Holger), (Gertrud, Gertrud), (Gertrud, Martin), (Gertrud, Nina), (Holger, Holger), (Holger, Katja)\}$ "Freundschaft 2. Grades"
- $R^* =?$ "Gibt es eine Verbindung durch Freunde beliebigen Grades?"

Beispiel (by Patrick Niklaus)

Karlsruher Institut für Technologie

Freunde im Netzwerk

Sei $M = \{Gertrud, Holger, Lars, Katja, Martin, Nina\}$ eine Menge von Nutzern.
$R \subseteq M \times M$ sei die „ist-befreundet-mit"-Relation.

- $R = \{(Martin, Holger), (Lars, Katja), (Nina, Holger), (Gertrud, Holger), (Katja, Nina)\} \bigcup \{$ dazu sym. Tupel$\}$
- $R^0 = \{(Martin, Martin), ..., (Holger, Holger)\}$
- $R^1 = R$ "Freundschaft 1. Grades."
- $R^2 = \{(Martin, Nina), (Martin, Gertrud), (Martin, Martin), (Lars, Nina), (Lars, Lars), (Nina, Gertrud), (Nina, Martin), (Nina, Nina), (Nina, Lars), (Katja, Katja), (Katja, Holger), (Gertrud, Gertrud), (Gertrud, Martin), (Gertrud, Nina), (Holger, Holger), (Holger, Katja)\}$ "Freundschaft 2. Grades"
- $R^* =?$ "Gibt es eine Verbindung durch Freunde beliebigen Grades?"

Beispiel (by Patrick Niklaus)

Freunde im Netzwerk

Sei $M = \{Gertrud, Holger, Lars, Katja, Martin, Nina\}$ eine Menge von Nutzern. $R \subseteq M \times M$ sei die „ist-befreundet-mit"-Relation.

- $R = \{(Martin, Holger), (Lars, Katja), (Nina, Holger), (Gertrud, Holger), (Katja, Nina)\} \bigcup \{$ dazu sym. Tupel$\}$
- $R^0 = \{(Martin, Martin), ..., (Holger, Holger)\}$
- $R^1 = R$ "Freundschaft 1. Grades."
- $R^2 = \{(Martin, Nina), (Martin, Gertrud), (Martin, Martin), (Lars, Nina), (Lars, Lars), (Nina, Gertrud), (Nina, Martin), (Nina, Nina), (Nina, Lars), (Katja, Katja), (Katja, Holger), (Gertrud, Gertrud), (Gertrud, Martin), (Gertrud, Nina), (Holger, Holger), (Holger, Katja)\}$ "Freundschaft 2. Grades"
- $R^* =?$ "Gibt es eine Verbindung durch Freunde beliebigen Grades?"

Aufgaben

Karlsruher Institut für Technologie

Reflexiv-transitive Hülle

Bestimmt die reflexiv-transitive Hülle der Relationen.

$M := \{1, 2, 3, 4\}, R_i \subset M \times M$

1. $R_1 := \{(1, 2), (1, 4), (2, 3)\}$
2. $R_2 := \{(1, 1), (2, 2)\}$
3. $R_3 := \{(1, 2), (3, 4), (4, 2)\}$

Aufgaben

Karlsruher Institut für Technologie

Reflexiv-transitive Hülle

Bestimmt die reflexiv-transitive Hülle der Relationen.

$M := \{1,2,3,4\}, R_i \subset M \times M$

1. $R_1 := \{(1,2),(1,4),(2,3)\}$
2. $R_2 := \{(1,1),(2,2)\}$
3. $R_3 := \{(1,2),(3,4),(4,2)\}$

Lösungen

1. $R_1^* := \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(4,4)\}$
2. $R_2^* := \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$
3. $R_3^* := \{(1,1),(1,2),(2,2),(3,2),(3,3),(3,4),(4,2),(4,4)\}$

Definition

Definition

Die Menge $G = G(N, T, S, P)$ nennen wir **Kontextfreie Grammatik**.

Was ist was?

Definition

Definition

Die Menge $G = G(N, T, S, P)$ nennen wir **Kontextfreie Grammatik**.

Was ist was?

Definition

Definition

Die Menge $G = G(N, T, S, P)$ nennen wir **Kontextfreie Grammatik**.

Was ist was?

- N: Nichtterminalsymbol

Definition

Karlsruher Institut für Technologie

Definition

Die Menge $G = G(N, T, S, P)$ nennen wir **Kontextfreie Grammatik**.

Was ist was?

- N: Nichtterminalsymbol
- T: Terminalsymbol ($T \cap N = \emptyset$)

Definition

Definition

Die Menge $G = G(N, T, S, P)$ nennen wir **Kontextfreie Grammatik**.

Was ist was?

- N: Nichtterminalsymbol
- T: Terminalsymbol ($T \cap N = \emptyset$)
- S: Startsymbol ($S \subseteq N$)

Definition

Definition

Die Menge $G = G(N, T, S, P)$ nennen wir **Kontextfreie Grammatik**.

Was ist was?

- N: Nichtterminalsymbol
- T: Terminalsymbol $(T \cap N = \emptyset)$
- S: Startsymbol $(S \subseteq N)$
- P: Produktionsmenge

Sinn?

Für was brauchen wir kontextfreie Grammatiken?

- Dienen dazu eine Grammatik zu beschreiben
- Mit ihnen kann man Wörter einer Grammatik ableiten

Sinn?

Für was brauchen wir kontextfreie Grammatiken?

- Dienen dazu eine Grammatik zu beschreiben
- Mit ihnen kann man Wörter einer Grammatik ableiten

Sinn?

Für was brauchen wir kontextfreie Grammatiken?

- Dienen dazu eine Grammatik zu beschreiben
- Mit ihnen kann man Wörter einer Grammatik ableiten

Ableitung

Definition

Als Ableitung wird in der theoretischen Informatik der Vorgang bezeichnet, ein Wort nach den Regeln einer formalen Grammatik zu erzeugen.

Wir schreiben:

- $w \Rightarrow v$, wenn von der Ableitung von v, aus w, genau 1 Ableitungsschritt liegt.
- $w \Rightarrow^i v$, wenn von der Ableitung von v, aus w, i Ableitungsschritte liegen ($i \in \mathbb{N}$).
- $w \Rightarrow^* v$, wenn von der Ableitung von v, aus w, beliebig viele Ableitungsschritte liegen.

Ableitung

Definition

Als Ableitung wird in der theoretischen Informatik der Vorgang bezeichnet, ein Wort nach den Regeln einer formalen Grammatik zu erzeugen.

Wir schreiben:

- $w \Rightarrow v$, wenn von der Ableitung von v, aus w, genau 1 Ableitungsschritt liegt.
- $w \Rightarrow^i v$, wenn von der Ableitung von v, aus w, i Ableitungsschritte liegen ($i \in \mathbb{N}$).
- $w \Rightarrow^* v$, wenn von der Ableitung von v, aus w, beliebig viele Ableitungsschritte liegen.

Ableitung

Definition

Als Ableitung wird in der theoretischen Informatik der Vorgang bezeichnet, ein Wort nach den Regeln einer formalen Grammatik zu erzeugen.

Wir schreiben:

- $w \Rightarrow v$, wenn von der Ableitung von v, aus w, genau 1 Ableitungsschritt liegt.
- $w \Rightarrow^i v$, wenn von der Ableitung von v, aus w, i Ableitungsschritte liegen ($i \in \mathbb{N}$).
- $w \Rightarrow^* v$, wenn von der Ableitung von v, aus w, beliebig viele Ableitungsschritte liegen.

Ableitung

Karlsruher Institut für Technologie

Definition

Als Ableitung wird in der theoretischen Informatik der Vorgang bezeichnet, ein Wort nach den Regeln einer formalen Grammatik zu erzeugen.

Wir schreiben:

- $w \Rightarrow v$, wenn von der Ableitung von v, aus w, genau 1 Ableitungsschritt liegt.
- $w \Rightarrow^i v$, wenn von der Ableitung von v, aus w, i Ableitungsschritte liegen ($i \in \mathbb{N}$).
- $w \Rightarrow^* v$, wenn von der Ableitung von v, aus w, beliebig viele Ableitungsschritte liegen.

Ableitung

Vorsicht

$$\Rightarrow \neq \rightarrow$$

- $\Rightarrow$ ist die Relation der Ableitung
- $\rightarrow$ ist die Relation der Produktion ($\in P$)

Ableitung

Karlsruher Institut für Technologie

Frage

Was stimmt? Es ist $w_1, w_2 \in N \cup P$.

- $w_1 \rightarrow w_2$, daraus folgt $w_1 \Rightarrow w_2$
- $w_1 \Rightarrow w_2$, daraus folgt $w_1 \rightarrow w_2$

Sprache der kontextfreien Grammatik

Definition

Sei G eine kontextfreie Grammatik. Dann bezeichnen wir die Sprache $L = L(G)$ mit

$$L = \left\{ w \in T^* \middle| S \Rightarrow^* w \right\}$$

Sprache der kontextfreien Grammatik

KIT
Karlsruher Institut für Technologie

Definition

Sei G eine kontextfreie Grammatik. Dann bezeichnen wir die Sprache $L = L(G)$ mit

$$L = \left\{ w \in T^* \middle| S \Rightarrow^* w \right\}$$

Was ist $\Rightarrow^*$?

Mit $\Rightarrow^*$ ist die *reflexiv-transitive Hülle* der Ableitungsrelation gemeint.

Aufgaben

Fragen

1. Gibt es Grammatiken für die gilt: $L(G) = \{\}$?

Lösung

Aufgaben

Fragen

1. Gibt es Grammatiken für die gilt: $L(G) = \{\}$?
2. Welche Sprache erzeugt: $G_1 := (\{X\}, \{0\}, X, \{X \rightarrow X\})$

Lösung

1. Ja z.B. $G = (\{X\}, \{0\}, X, \{\})$

Aufgaben

Fragen

1. Gibt es Grammatiken für die gilt: $L(G) = \{\}$?
2. Welche Sprache erzeugt: $G_1 := (\{X\}, \{0\}, X, \{X \rightarrow X\})$
3. Ist $G_2 := (\{X\}, \{a, b\}, X, \{X \rightarrow \varepsilon\})$ eine gültige Grammatik?

Lösung

1. Ja z.B. $G = (\{X\}, \{0\}, X, \{\})$
2. $L(G_1) = \{\}$

Aufgaben

Fragen

1. Gibt es Grammatiken für die gilt: $L(G) = \{\}$?
2. Welche Sprache erzeugt: $G_1 := (\{X\}, \{0\}, X, \{X \to X\})$
3. Ist $G_2 := (\{X\}, \{a, b\}, X, \{X \to \varepsilon\})$ eine gültige Grammatik?

Lösung

1. Ja z.B. $G = (\{X\}, \{0\}, X, \{\})$
2. $L(G_1) = \{\}$
3. Ja und $L(G_2) = \{\varepsilon\}$

Aufgaben

Welche Sprachen erzeugen folgende Grammatiken.

1. $G_1 := (\{X, Y\}, \{a, b\}, X, \{X \to aY|\varepsilon, Y \to bX\})$
2. $G_2 := (\{X, Y, Z\}, \{a, b, c\}, X,$
   $\{X \to Ya|Yb|Yc, Y \to ZZY|\varepsilon, Z \to a|b|c\})$

Gebt eine jeweils Grammatik an für die gilt $L(G) = L_i$:

1. $L_1 := \{ab, cd\}^+ \cdot \{a, c\}^2$
2. $A := \{0, 1\}, L_2 := \{w \in A^* | Num_0(w) = Num_1(w)\}$

Bonus-Aufgabe (by Patrick Niklaus)

Aufgabe

Konstruiert eine Grammatik die alle E-Mail-Adresse aus den Buchstaben a, b, c erzeugt.

Hinweis: $T := \{a, b, c, @, ., \_\}$

Bonus-Aufgabe (by Patrick Niklaus)

Aufgabe

Konstruiert eine Grammatik die alle E-Mail-Adresse aus den Buchstaben a, b, c erzeugt.
Hinweis: $T := \{a, b, c, @, ., \_\}$

Lösung

$G = (N, T, S, P)$

- $N = \{S, A, B, C\}$
- $T = \{a, b, c, ., \_, @\}$
- $S = S$
- $P = \{S \rightarrow AB@C.C,$
  $A \rightarrow a|b|c,$
  $B \rightarrow AB|\_B|.AB|\varepsilon,$
  $C \rightarrow AC|\varepsilon\}$

Aufgabe: Winter 2008/2009

Aufgabe

- Geben Sie eine kontextfreie Grammatik

$$G = (N, \{a, b\}, S, P)$$

  an, für die $L(G)$ die Menge aller Palindrome über dem Alphabet $\{a, b\}$ ist.
- Geben Sie eine Ableitung der Wörter *baaab* und *abaaaba* aus dem Startsymbol Ihrer Grammatik an.
- Beweisen Sie, dass Ihre Grammatik jedes Palindrom über dem Alphabet $\{a, b\}$ erzeugt.

Fragen

- Fragen zum Stoff?
- Fragen zum nächsten Übungsblatt?
- Generelle Fragen?
- Feedback?

EOF

HOME ORGANIZATION TIP:
JUST GIVE UP.

source : http : //imgs.xkcd.com/comics/home_organization.png