Tutorium 1

Einführung

Dominik Muth - dominik.muth@student.kit.edu | 18. Oktober 2012

INSTITUT FÜR INFORMATIK

Outline/Gliederung

Über Mich

- Name: **Dominik Muth**
- Studiengang: **Informatik**
- E-Mail: **dominik.muth@student.kit.edu**

GBI

- Logik
- Sprachen/Grammatiken
- Relationen/Abbildungen
- Graphen
- Laufzeitabschätzung
- Automaten
- Turingmaschinen
- ...

GBI

- Logik
- Sprachen/Grammatiken
- Relationen/Abbildungen
- Graphen
- Laufzeitabschätzung
- Automaten
- Turingmaschinen
- . . .

GBI

- Logik
- Sprachen/Grammatiken
- Relationen/Abbildungen
- Graphen
- Laufzeitabschätzung
- Automaten
- Turingmaschinen
- ...

GBI

- Logik
- Sprachen/Grammatiken
- Relationen/Abbildungen
- Graphen
- Laufzeitabschätzung
- Automaten
- Turingmaschinen
- ...

GBI

- Logik
- Sprachen/Grammatiken
- Relationen/Abbildungen
- Graphen
- Laufzeitabschätzung
- Automaten
- Turingmaschinen
- ...

GBI

- Logik
- Sprachen/Grammatiken
- Relationen/Abbildungen
- Graphen
- Laufzeitabschätzung
- Automaten
- Turingmaschinen
- ...

GBI

- Logik
- Sprachen/Grammatiken
- Relationen/Abbildungen
- Graphen
- Laufzeitabschätzung
- Automaten
- Turingmaschinen
- ...

Termine

- Vorlesung: Mi. 11:30 Uhr im Audimax
- Übung: Fr. 9:45 Uhr im Audimax
- Klausur: in der Regel anfang März

Links

Vorlesung

- Website: http://gbi.ira.uka.de
- Dozentin: tanja.schultz@kit.edu

Fachschaft

- Website: http://www.fsmi.uni-karlsruhe.de/
- Forum: http://www.fsmi.uni-karlsruhe.de/forum/

Übungsblätter

- Abgabe: Freitag 12:30 Uhr im UG des Infobaus (gegenüber der Toiletten) (frühere Abgabe ist möglich)
- 50% der Punkte zum bestehen nötig

must have:

- Handgeschrieben
- Deckblatt
- keine Plagiate

Mengenlehre

Definition Menge

Eine Menge ist eine beliebig große Ansammlung an Elementen
$\Rightarrow$ es existieren Mengen ohne, endlich vielen und unendlich vielen Elementen.

Schreibweiße von Mengen

Sei M eine Menge bestehend aus den Elementen $0, 1, 2$, dann schreiben wir:
$M = \{0, 1, 2\}$

Außerdem gilt: $0, 1, 2 \in M$

Mengenlehre - Besonderheiten

- Die Reihenfolge der Elemente in einer Menge ist egal.
  Da $x, y \in \{x, y\}$ aber auch $x, y \in \{y, x\}$
  $\Rightarrow \{x, y\} = \{y, x\}$
- Mehrfaches Vorkommen von Elementen ist auch egal.
  $\Rightarrow \{a, b, b, 3\} = \{a, b, 3\}$

Mengenlehre - Besonderheiten

- Die Reihenfolge der Elemente in einer Menge ist egal.
  Da $x, y \in \{x, y\}$ aber auch $x, y \in \{y, x\}$
  $\Rightarrow \{x, y\} = \{y, x\}$
- Mehrfaches Vorkommen von Elementen ist auch egal.
  $\Rightarrow \{a, b, b, 3\} = \{a, b, 3\}$

Mengenlehre - Besondere Mengen

- Die Leere Menge: $\emptyset = \{\}$
- Die Natürlichen Zahlen ohne 0: $\mathbb{N}_+ = \{1, 2, 3, ...\}$
- Die Natürlichen Zahlen mit 0: $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
- Ganze Zahlen von 0 bis n-1: $\mathbb{G}_n = \{0, 1, 2, ..., n-1\}$

Mengenlehre - Besondere Mengen

- Die Leere Menge: $\emptyset = \{\}$
- Die Natürlichen Zahlen ohne 0: $\mathbb{N}_+ = \{1, 2, 3, ...\}$
- Die Natürlichen Zahlen mit 0: $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
- Ganze Zahlen von 0 bis n-1: $\mathbb{G}_n = \{0, 1, 2, ..., n-1\}$

Mengenlehre - Besondere Mengen

- Die Leere Menge: $\emptyset = \{\}$
- Die Natürlichen Zahlen ohne 0: $\mathbb{N}_+ = \{1, 2, 3, ...\}$
- Die Natürlichen Zahlen mit 0: $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
- Ganze Zahlen von 0 bis n-1: $\mathbb{G}_n = \{0, 1, 2, ..., n-1\}$

Mengenlehre - Besondere Mengen

- Die Leere Menge: $\emptyset = \{\}$
- Die Natürlichen Zahlen ohne 0: $\mathbb{N}_+ = \{1, 2, 3, ...\}$
- Die Natürlichen Zahlen mit 0: $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
- Ganze Zahlen von 0 bis n-1: $\mathbb{G}_n = \{0, 1, 2, ..., n - 1\}$

Mengenoperationen

Vereinigung von Mengen $\cup$

Sei $A = \{0, 1, 2\}$ und $B = \{a, b, c\}$
Dann ist die Vereinigung der Mengen A und B:
$A \cup B = \{0, 1, 2\} \cup \{a, b, c\} = \{0, 1, 2, a, b, c\}$
Alle Elemente aus A und B liegen somit in $A \cup B$

Durchschnitt von Mengen $\cap$

Sei $A = \{0, 1, 2\}$ und $B = \{1, 2, 3, 4, a\}$
Dann ist der Durchschnitt der Mengen A und B:
$A \cap B = \{0, 1, 2\} \cap \{1, 2, 3, 4, a\} = \{1, 2\}$
Im Durchschnitt liegen somit nur Elemente, die sowohl in A und in B liegen.

Mengenoperationen

Vereinigung von Mengen $\cup$

Sei $A = \{0, 1, 2\}$ und $B = \{a, b, c\}$
Dann ist die Vereinigung der Mengen A und B:
$A \cup B = \{0, 1, 2\} \cup \{a, b, c\} = \{0, 1, 2, a, b, c\}$
Alle Elemente aus A und B liegen somit in $A \cup B$

Durchschnitt von Mengen $\cap$

Sei $A = \{0, 1, 2\}$ und $B = \{1, 2, 3, 4, a\}$
Dann ist der Durchschnitt der Mengen A und B:
$A \cap B = \{0, 1, 2\} \cap \{1, 2, 3, 4, a\} = \{1, 2\}$
Im Durchschnitt liegen somit nur Elemente, die sowohl in A und in B liegen.

Aufgabenteil 1

Gegeben seien die Mengen A, B, C und D, mit:
$A = \{1, 3, 5, 9\}$
$B = \{1, 2, 4, 8\}$
$C = \{x, d, 1, 2, 3, 4, 9\}$
$D = \{a, c, d, x\}$

Die Menge M sei definiert durch:

$$M = \Big((D \cap C) \cup ((C \cap B) \cup (A \cap C))\Big) \setminus (A \cap B)$$

Welche Elemente enthält die Menge M?

Antwort:

Aufgabenteil 1

Gegeben seien die Mengen A, B, C und D, mit:
$A = \{1, 3, 5, 9\}$
$B = \{1, 2, 4, 8\}$
$C = \{x, d, 1, 2, 3, 4, 9\}$
$D = \{a, c, d, x\}$

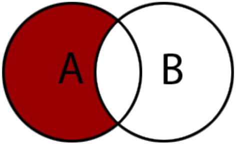
Die Menge M sei definiert durch:

$$M = \Big((D \cap C) \cup ((C \cap B) \cup (A \cap C))\Big) \setminus (A \cap B)$$

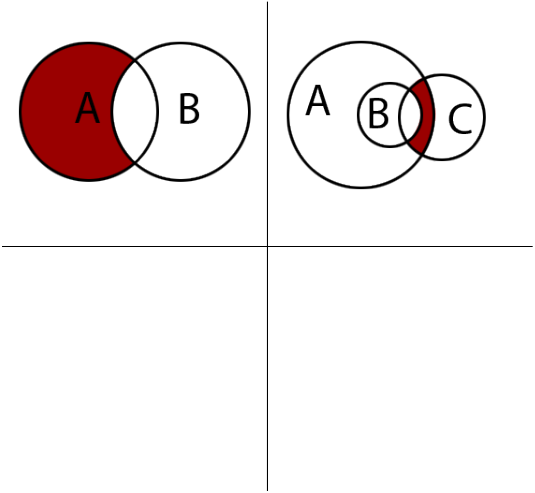
Welche Elemente enthält die Menge M?

Antwort: $M = \{d, x, 2, 3, 4, 9\}$

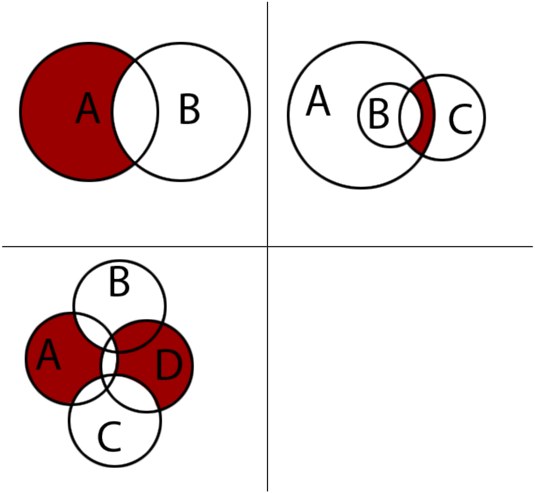
Mengenraten



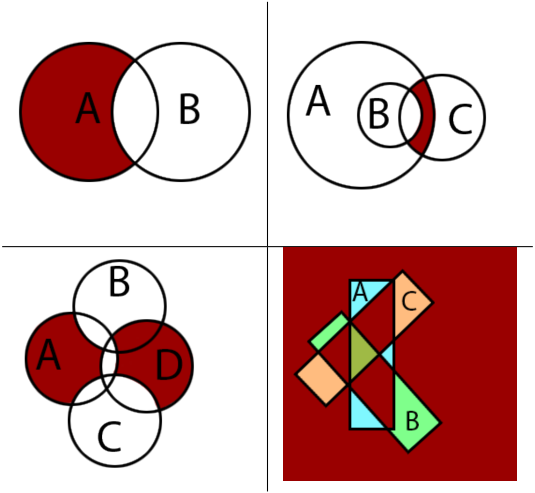
Mengenraten



Mengenraten



Mengenraten



Relationen
- Allgemein

Definition Kartesisches Produkt

Das Kartesisches Produkt $A \times B$ enthällt alle Kombinationen (a,b) mit $a \in A$ und $b \in B$.

Definition Relation

$R \subseteq A \times B$:
Eine Relation ist die Teilmenge eines Kartesischen Produktes.
Andere Schreibweise: xRy, mit $(x, y) \in R$

Relationen - Allgemein

Definition Kartesisches Produkt

Das Kartesisches Produkt $A \times B$ enthällt alle Kombinationen (a,b) mit $a \in A$ und $b \in B$.

Definition Relation

$R \subseteq A \times B$:
Eine Relation ist die Teilmenge eines Kartesischen Produktes.
Andere Schreibweise: xRy, mit $(x, y) \in R$

Besonderheiten

Karlsruher Institut für Technologie

Linkstotal

Eine Relation ist linkstotal wenn gilt:
für jedes a existiert *mindestens* ein b für welches gilt $(a, b) \in R$

Rechtseindeutig

Eine Relation ist rechtseindeutig wenn gilt:
für kein a existiert mehr als ein b mit $(a, b) \in R$

Eine Relation, welche sowohl linkstotal als auch rechtseindeutig ist, nennt man auch Abbildung oder Funktion

Besonderheiten

KIT
Karlsruher Institut für Technologie

Linkstotal

Eine Relation ist linkstotal wenn gilt:
für jedes a existiert *mindestens* ein b für welches gilt $(a, b) \in R$

Rechtseindeutig

Eine Relation ist rechtseindeutig wenn gilt:
für kein a existiert mehr als ein b mit $(a, b) \in R$

Eine Relation, welche sowohl linkstotal als auch rechtseindeutig ist, nennt man auch Abbildung oder Funktion

Besonderheiten

Karlsruher Institut für Technologie

Linkstotal

Eine Relation ist linkstotal wenn gilt:
für jedes a existiert *mindestens* ein b für welches gilt $(a, b) \in R$

Rechtseindeutig

Eine Relation ist rechtseindeutig wenn gilt:
für kein a existiert mehr als ein b mit $(a, b) \in R$

Eine Relation, welche sowohl linkstotal als auch rechtseindeutig ist, nennt man auch Abbildung oder Funktion

Besonderheiten

Rechtstotal

Eine Relation ist rechtstotal wenn gilt:
für jedes b existiert *mindestens* ein a für welches gilt $(a, b) \in R$
rechtstotal $=$ surjektiv

Linkseindeutig

Eine Relation ist linkseindeutig wenn gilt:
für kein b existiert mehr als ein a mit $(a, b) \in R$
linkseindeutig $=$ injektiv

Eine surjektive und injektive Relation nennt man bijektiv

Besonderheiten

Rechtstotal

Eine Relation ist rechtstotal wenn gilt:
für jedes b existiert *mindestens* ein a für welches gilt $(a, b) \in R$
rechtstotal $=$ surjektiv

Linkseindeutig

Eine Relation ist linkseindeutig wenn gilt:
für kein b existiert mehr als ein a mit $(a, b) \in R$
linkseindeutig $=$ injektiv

Eine surjektive und injektive Relation nennt man bijektiv

Besonderheiten

Rechtstotal

Eine Relation ist rechtstotal wenn gilt:
für jedes b existiert *mindestens* ein a für welches gilt $(a, b) \in R$
rechtstotal $=$ surjektiv

Linkseindeutig

Eine Relation ist linkseindeutig wenn gilt:
für kein b existiert mehr als ein a mit $(a, b) \in R$
linkseindeutig $=$ injektiv

Eine surjektive und injektive Relation nennt man bijektiv

Aufgabenteil 2

Vervollständige folgende Tabelle, wobei gilt: $x \in \mathbb{R}$ und $f(x) \in \mathbb{R}$

rechtstotal	linkseindeutig	Begriff	Abbildung
?	?	?	$f(x) = x^3 - x$
?	?	?	$f(x) = x^2$
?	?	?	$f(x) = x^5$
?	?	?	$f(x) = e^x$

Wie verändert sich die Tabelle, wenn $x \in \mathbb{N}$ und $f(x) \in \mathbb{N}$?

Aufgabenteil 2

Vervollständige folgende Tabelle, wobei gilt: $x \in \mathbb{R}$ und $f(x) \in \mathbb{R}$

rechtstotal	linkseindeutig	Begriff	Abbildung
?	?	?	$f(x) = x^3 - x$
?	?	?	$f(x) = x^2$
?	?	?	$f(x) = x^5$
?	?	?	$f(x) = e^x$

Wie verändert sich die Tabelle, wenn $x \in \mathbb{N}$ und $f(x) \in \mathbb{N}$?

Aufgabenteil 2

Gilt für alle Mengen M, dass jede injektive Abbildung $\mathfrak{f} : M \to M$ auch surjektiv ist?

Aufgabenteil 2

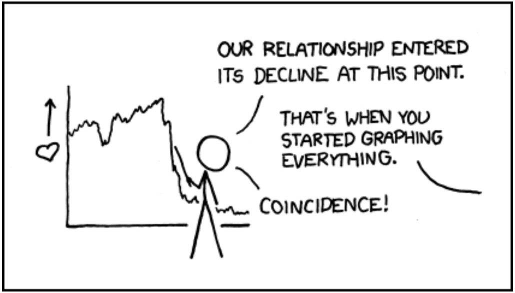
Gilt für alle Mengen M, dass jede injektive Abbildung $\mathfrak{f} : M \to M$ auch surjektiv ist?

Nein:

Gegenbeispiel: $M = \mathbb{N}_0$

$f : n \to n + 1$

EOF



source: http://imgs.xkcd.com/comics/decline.png