

GBI Tutorium Nr. 41

Foliensatz 3

Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu | 8. November 2012



Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

1 Wiederholung: Mengen

2 Formale Sprachen

3 Aufgaben

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

1 Wiederholung: Mengen

2 Formale Sprachen

3 Aufgaben

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

Aufgabe 1

Was ist $\{1, 2, 3\} \cup \{3, 4, 5\}$?

Aufgabe 2

Frage: Was ist $M \cup \{\}$?

Aufgabe 3

Frage: Was ist $M \cap \{\}$?

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

Aufgabe 1

Was ist $\{1, 2, 3\} \cup \{3, 4, 5\}$?

Antwort: $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

Aufgabe 2

Frage: Was ist $M \cup \{\}$?

Aufgabe 3

Frage: Was ist $M \cap \{\}$?

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

Aufgabe 1

Was ist $\{1, 2, 3\} \cup \{3, 4, 5\}$?

Antwort: $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

Aufgabe 2

Frage: Was ist $M \cup \{\}$?

Antwort: M

Aufgabe 3

Frage: Was ist $M \cap \{\}$?

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

Aufgabe 1

Was ist $\{1, 2, 3\} \cup \{3, 4, 5\}$?Antwort: $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

Aufgabe 2

Frage: Was ist $M \cup \{\}$?Antwort: M

Aufgabe 3

Frage: Was ist $M \cap \{\}$?Antwort: $\{\}$.

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

Aufgabe 4

Die Mengendifferenz: Was ist $\{1, 2, 3\} \setminus \{2, 3, 4\}$?

Aufgabe 5

Alles zusammen: Was ist $((\{1, 2, 3\} \cup \{2, a, b\}) \cap \{1, 2, a, b, ?\}) \setminus \{1, a\}$

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

Aufgabe 4

Die Mengendifferenz: Was ist $\{1, 2, 3\} \setminus \{2, 3, 4\}$?

Antwort: $\{1\}$

Aufgabe 5

Alles zusammen: Was ist $((\{1, 2, 3\} \cup \{2, a, b\}) \cap \{1, 2, a, b, ?\}) \setminus \{1, a\}$

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

Aufgabe 4

Die Mengendifferenz: Was ist $\{1, 2, 3\} \setminus \{2, 3, 4\}$?

Antwort: $\{1\}$

Aufgabe 5

Alles zusammen: Was ist $((\{1, 2, 3\} \cup \{2, a, b\}) \cap \{1, 2, a, b, ?\}) \setminus \{1, a\}$?

Antwort: $\{2, a\}$

Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

1 Wiederholung: Mengen

2 **Formale Sprachen**

3 Aufgaben

Definition: formale Sprache

Eine *formale Sprache* (über einem Alphabet A) ist eine Teilmenge $L \subseteq A^*$.

Vorsicht

$abb \neq \{abb\}$, aber das Wort abb ist in der Sprache $\{abb\}$.

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

Erklärung

L ist also eine Menge. Darin sind alle syntaktisch korrekten Gebilde enthalten.

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

Beispiel: Schlüsselwörter in Java

Eine formale Sprache wäre etwa die Menge der Schlüsselwörter in der Programmiersprache Java:

$\{ \textit{class}, \textit{if}, \textit{else}, \textit{for}, \textit{while}, \dots \}$

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

Beispiel:

Gesucht ist eine Sprache L über $A = \{a, b\}$, in denen kein Wort das Teilwort ab enthält.

Deklaration:

Alternativ:

Beispiel:

Gesucht ist eine Sprache L über $A = \{a, b\}$, in denen kein Wort das Teilwort ab enthält.

Deklaration: $L = \{a, b\} \setminus \{w_1 ab w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*\}$.

Alternativ:

Beispiel:

Gesucht ist eine Sprache L über $A = \{a, b\}$, in denen kein Wort das Teilwort ab enthält.

Deklaration: $L = \{a, b\} \setminus \{w_1 ab w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*\}$.

Alternativ: $L = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in \{b\}^* \wedge \{a\}^*\}$.

Beispiel: Integer-Zahlen

- Das Alphabet ist $A = \{ \quad \quad \quad \}$
- Die Sprache L sind alle Dezimalzahlen

Beispiel: Integer-Zahlen

- Das Alphabet ist $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -\}$
- Die Sprache L sind alle Dezimalzahlen
- $\Rightarrow -22 \in L$

Beispiel: Integer-Zahlen

- Das Alphabet ist $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -\}$
- Die Sprache L sind alle Dezimalzahlen
- $\Rightarrow -22 \in L$
- $\Rightarrow 22 - 0 - - - 3 \notin L$ (aber $\in A^*$!)

Beispiel: Integer-Zahlen

- Das Alphabet ist $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -\}$
- Die Sprache L sind alle Dezimalzahlen
- $\Rightarrow -22 \in L$
- $\Rightarrow 22 - 0 - - - 3 \notin L$ (aber $\in A^*$!)

Definition: Produkt

Seien L_1 und L_2 zwei formale Sprachen. Dann bezeichnet

$$L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}$$

das Produkt der Sprachen L_1 und L_2 .

Definition: Potenzen

L sei eine formale Sprache. Rekursiv lässt sich auch die Potenz davon definieren.

$$\begin{aligned} L^0 &= \{\epsilon\} \\ L^{i+1} &= L^i \cdot L \end{aligned}$$

Definition: Konkatenationsabschluss

L sei eine formale Sprache. Dann ist der Konkatenationsabschluss:

$$L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$$

Der ϵ -freie Konkatenationsabschluss ist:

$$L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i$$

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

ϵ -freier Konkatenationsabschluss

Falls $\epsilon \in L$, so enthält der ϵ -freie Konkatenationsabschluss auch ϵ .

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

Beispiele

- 1 IP4-Adressen
- 2 Programmiersprache C
- 3 HTML
- 4 E-Mail (RFC 5322)

Beispiel

- ① Alle Wörter, die genau ein „b“ enthalten
- ② Alphabet: $A = \{a, b\}$
- ③ $L = \{a\}^* \cdot \{b\} \cdot \{a\}^*$ oder
- ④ $L = \{w_1 b w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a\}^*\}$

Übung

- ① Was ist L^3 ?
- ② Was ist $L^i \{b\}^*$?

Beispiel

- ① Alle Wörter, die genau ein „b“ enthalten
- ② Alphabet: $A = \{a, b\}$
- ③ $L = \{a\}^* \cdot \{b\} \cdot \{a\}^*$ oder
- ④ $L = \{w_1 b w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a\}^*\}$

Übung

- ① Was ist L^3 ?
- ② Was ist $L^i \{b\}^*$?

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

Beispiel

- ① Alle Wörter, die genau ein „b“ enthalten
- ② Alphabet: $A = \{a, b\}$
- ③ $L = \{a\}^* \cdot \{b\} \cdot \{a\}^*$ oder
- ④ $L = \{w_1 b w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a\}^*\}$

Übung

- ① Was ist L^3 ?
- ② Was ist $L^i \{b\}^*$?

Beispiel

- ① Alle Wörter, die genau ein „b“ enthalten
- ② Alphabet: $A = \{a, b\}$
- ③ $L = \{a\}^* \cdot \{b\} \cdot \{a\}^*$ oder
- ④ $L = \{w_1 b w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a\}^*\}$

Übung

- ① Was ist L^3 ?
- ② Was ist $L^i \{b\}^*$?

Beispiel

- ① Alle Wörter, die genau ein „b“ enthalten
- ② Alphabet: $A = \{a, b\}$
- ③ $L = \{a\}^* \cdot \{b\} \cdot \{a\}^*$ oder
- ④ $L = \{w_1 b w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a\}^*\}$

Übung

- ① Was ist L^3 ?
- ② Was ist $L^i \{b\}^*$?

Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung: Mengen

Formale Sprachen

Aufgaben

1 Wiederholung: Mengen

2 Formale Sprachen

3 Aufgaben

Winter 2010/2011

Es sei $A = \{a, b\}$. Beschreiben Sie die folgenden formalen Sprachen mit den Symbolen $\{, \}, a, b, \epsilon, \cup, *, \text{Komma},), ($ und $+$:

- ① die Menge aller Wörter über A , die das Teilwort „ab“ enthalten
- ② die Menge aller Wörter über A , deren vorletztes Zeichen ein „b“ ist
- ③ die Menge aller Wörter über A , in denen nirgends zwei „b“s hintereinander vorkommen