

# GBI Tutorium Nr. 2<sup>5</sup>

Tutorium 7

Dominik Muth - dominik.muth@student.kit.edu | 5. Dezember 2012

INSTITUT FÜR INFORMATIK



- 1 Übungsblatt 6
- 2 Wiederholung
- 3 Graphen
  - gerichtete Graphen
  - ungerichtete Graphen
  - Graphen mit Markierungen
- 4 Fragen

## 1 Übungsblatt 6

## 2 Wiederholung

## 3 Graphen

## 4 Fragen

## Aufgabe 6.2)

Gegeben seien die beiden Abbildungen  $f : X \rightarrow Y$  und  $g : Y \rightarrow Z$ .  
Zeigen Sie:

- $f$  und  $g$  sind injektiv  $\Rightarrow g \circ f$  ist injektiv.
- $f$  ist nicht surjektiv und  $g$  ist injektiv  $\Rightarrow g \circ f$  ist nicht surjektiv.

- 1 Übungsblatt 6
- 2 Wiederholung**
- 3 Graphen
- 4 Fragen

- Ein Huffman -Baum ist eindeutig
- $f(x) = 42x$  ist ein Homomorphismus
- $\text{Num}_3$  existiert nicht
- Der Nikolaus verschenkt Punkte

- Ein Huffman -Baum ist eindeutig **X**
- $f(x) = 42x$  ist ein Homomorphismus
- $\text{Num}_3$  existiert nicht **X**
- Der Nikolaus verschenkt Punkte

- Ein Huffman -Baum ist eindeutig ✗
- $f(x) = 42x$  ist ein Homomorphismus ✓
- $\text{Num}_3$  existiert nicht ✗
- Der Nikolaus verschenkt Punkte



- Ein Huffman -Baum ist eindeutig ✗
- $f(x) = 42x$  ist ein Homomorphismus ✓
- $\text{Num}_3$  existiert nicht ✗
- Der Nikolaus verschenkt Punkte

- Ein Huffman -Baum ist eindeutig X
- $f(x) = 42x$  ist ein Homomorphismus ✓
- $\text{Num}_3$  existiert nicht X
- Der Nikolaus verschenkt Punkte ✓X

## Zahlensysteme

Gegeben seien folgende Definitionen:

$$\text{Num}_{-3}(0) = 0, \text{Num}_{-3}(1) = -1, \text{Num}_{-3}(2) = -2.$$

Berechnen Sie folgende Werte:

- $\text{Num}_{-3}(\epsilon) =$
- $\text{Num}_{-3}(201) =$
- $\text{Num}_{-3}(1222) =$

## Zahlensysteme

Gegeben seien folgende Definitionen:

$$\text{Num}_{-3}(0) = 0, \text{Num}_{-3}(1) = -1, \text{Num}_{-3}(2) = -2.$$

Berechnen Sie folgende Werte:

- $\text{Num}_{-3}(\epsilon) = 0$
- $\text{Num}_{-3}(201) =$
- $\text{Num}_{-3}(1222) =$

## Zahlensysteme

Gegeben seien folgende Definitionen:

$$\text{Num}_{-3}(0) = 0, \text{Num}_{-3}(1) = -1, \text{Num}_{-3}(2) = -2.$$

Berechnen Sie folgende Werte:

- $\text{Num}_{-3}(\epsilon) = 0$
- $\text{Num}_{-3}(201) = -19$
- $\text{Num}_{-3}(1222) =$

## Zahlensysteme

Gegeben seien folgende Definitionen:

$$\text{Num}_{-3}(0) = 0, \text{Num}_{-3}(1) = -1, \text{Num}_{-3}(2) = -2.$$

Berechnen Sie folgende Werte:

- $\text{Num}_{-3}(\epsilon) = 0$
- $\text{Num}_{-3}(201) = -19$
- $\text{Num}_{-3}(1222) = 13$

## Huffman-Codierung

Gegeben seien folgende absolute Häufigkeiten:

Häufigkeit	1	3	5	6
Zeichen	c	b	d	a

Decodieren sie folgendes Wort:

111010111011000101101111100111

Achten sie beim aufstellen des Huffman-Baumes auf folgendes:

- sortieren Sie die Elemente aufsteigend.
- beschriften Sie Kanten nach rechts mit 1.

1 Übungsblatt 6

2 Wiederholung

3 Graphen

- gerichtete Graphen
- ungerichtete Graphen
- Graphen mit Markierungen

4 Fragen



## Erläuterung

- Was sind Graphen?
  - Knoten verbunden mit Kanten
- Wofür sind sie da?
  - Um Strukturen/Beziehungen darzustellen
  - Zum darstellen von Methoden
  - ...

## Darstellung

Da ein Graph aus Knoten und Kanten besteht, kann man folgendes schreiben:

$$G = (V, E)$$

Mit  $V$  = vertex = Knoten

und  $E$  = edges = Kanten

wobei  $E \subseteq V \times V$

Wenn  $(x, y) \in E \Rightarrow$  es existiert eine gerichtete Kante von  $x$  nach  $y$ .

## Beispiel

$V = \{0, 1, 2, 3\}$  und  $E = \{(0, 1), (3, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

## Vorstellung

- Wie könnte man sich ein Einbahnstraßensystem aufzeichnen?
- Wie lässt sich das auf Zweibahnstraßen übertragen?
- und eine Autobahn?

## Beispiel

$V = \{0, 1, 2, 3\}$  und  $E = \{(0, 1), (3, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

## Vorstellung

- Wie könnte man sich ein Einbahnstraßensystem aufzeichnen?
- Wie lässt sich das auf Zweibahnstraßen übertragen?
- und eine Autobahn?

## Beispiel

$V = \{0, 1, 2, 3\}$  und  $E = \{(0, 1), (3, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

## Vorstellung

- Wie könnte man sich ein Einbahnstraßensystem aufzeichnen?
- Wie lässt sich das auf Zweibahnstraßen übertragen?
- und eine Autobahn?

## Beispiel

$V = \{0, 1, 2, 3\}$  und  $E = \{(0, 1), (3, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

## Vorstellung

- Wie könnte man sich ein Einbahnstraßensystem aufzeichnen?
- Wie lässt sich das auf Zweibahnstraßen übertragen?
- und eine Autobahn?

## Pfade und Erreichbarkeit

Als *Pfad* definieren wir einen Weg von einem Knoten zu einem Anderen.

Ein Knoten  $y$  ist genau dann von einem anderen Knoten  $x$  erreichbar, wenn es einen Pfad von  $x$  nach  $y$  gibt.

## Zyklen

Wenn es einen Pfad von einem Knoten  $x$  nach einem Knoten  $y$  gibt, und auch einen Pfad von  $y$  nach  $x$ , dann sprechen wir von einem Zyklus.

## Schlingen

Eine Schlinge ist eine Kante von einem Knoten zu sich selbst.

## Pfade und Erreichbarkeit

Als *Pfad* definieren wir einen Weg von einem Knoten zu einem Anderen.

Ein Knoten  $y$  ist genau dann von einem anderen Knoten  $x$  erreichbar, wenn es einen Pfad von  $x$  nach  $y$  gibt.

## Zyklen

Wenn es einen Pfad von einem Knoten  $x$  nach einem Knoten  $y$  gibt, und auch einen Pfad von  $y$  nach  $x$ , dann sprechen wir von einem Zyklus.

## Schlingen

Eine Schlinge ist eine Kante von einem Knoten zu sich selbst.



## Pfade und Erreichbarkeit

Als *Pfad* definieren wir einen Weg von einem Knoten zu einem Anderen.

Ein Knoten  $y$  ist genau dann von einem anderen Knoten  $x$  erreichbar, wenn es einen Pfad von  $x$  nach  $y$  gibt.

## Zyklen

Wenn es einen Pfad von einem Knoten  $x$  nach einem Knoten  $y$  gibt, und auch einen Pfad von  $y$  nach  $x$ , dann sprechen wir von einem Zyklus.

## Schlingen

Eine Schlinge ist eine Kante von einem Knoten zu sich selbst.

## Eigenschaften

Ähnlich wie bei gerichteten Graphen, nur gilt hier:

Wenn  $(x, y) \in E \Rightarrow$  es existiert eine ungerichtete Kante zwischen  $x$  und  $y$ .  
 $\Rightarrow (x, y) = (y, x)$

## Beispiel

$V = \{0, 1, 2, 3\}$  und  $E = \{(0, 1), (3, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

## Achtung

„Einbahnstraßen“ gibt es in ungerichteten Graphen nicht.

## Eigenschaften

Ähnlich wie bei gerichteten Graphen, nur gilt hier:

Wenn  $(x, y) \in E \Rightarrow$  es existiert eine ungerichtete Kante zwischen  $x$  und  $y$ .  
 $\Rightarrow (x, y) = (y, x)$

## Beispiel

$V = \{0, 1, 2, 3\}$  und  $E = \{(0, 1), (3, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

## Achtung

„Einbahnstraßen“ gibt es in ungerichteten Graphen nicht.

## Eigenschaften

Ähnlich wie bei gerichteten Graphen, nur gilt hier:

Wenn  $(x, y) \in E \Rightarrow$  es existiert eine ungerichtete Kante zwischen  $x$  und  $y$ .  
 $\Rightarrow (x, y) = (y, x)$

## Beispiel

$V = \{0, 1, 2, 3\}$  und  $E = \{(0, 1), (3, 2), (2, 1), (2, 2)\}$

## Achtung

„Einbahnstraßen“ gibt es in ungerichteten Graphen nicht.

## Teilgraphen

Ein Teilgraph  $G'$  von einem Graphen  $G$  hat folgende Eigenschaften:

$$V' \subseteq V \text{ und } E' \subseteq E'$$

Außerdem muss für jede Kante aus  $E'$  gelten, dass deren zwei Knoten im Teilgraph enthalten sind.

## Beispiel

siehe Tafel

## Isomorphie

Graphen sind Isomorph, falls sie bis auf die Benennung der Knoten gleich sind.

Einen Isomorphismus kann man als Tabelle darstellen, Beispiel folgt

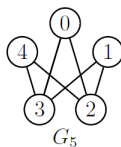
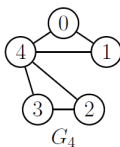
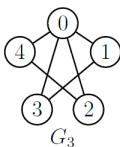
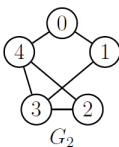
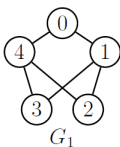
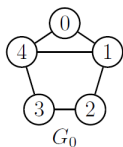
## Beispiel

Geben Sie den Isomorphismus zwischen:

$G_1 = (\{1, 2, 3, 4\}, \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\})$  und

$G_2 = (\{a, b, c, d\}, \{(a, c), (c, b), (b, d)\})$

Für welche der folgenden sechs Graphen gibt es einen Isomorphismus zu einem der anderen fünf Graphen? Geben Sie jeweils den zugehörigen Isomorphismus an.



## Definition

Bäume sind Spezielle Graphen mit besonderen Eigenschaften:

- $G$  ist zusammenhängend
- $|E| = |V| - 1$
- $G$  ist zyklenfrei
- $G$  ist Schlingenfrei



Beweisen Sie: Ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$  ist ein Baum  
 $\Leftrightarrow (|V| = |E| + 1 \text{ und } G \text{ hat keine Zyklen}).$

## kantenmarkierte Graphen

### Wozu?

- Codierung (siehe Huffman Baum)
- ...

## Graphen mit gewichteten Kanten

Kanten werden mit Werten versehen.

### Wozu?

- für Entfernungen (z.B. Navigation)
- für Auslastungen (z.B. Internet)
- für Zeit (z.B. Zeitplanung)
- ...

## kantenmarkierte Graphen

Wozu?

- Codierung (siehe Huffman Baum)
- ...

## Graphen mit gewichteten Kanten

Kanten werden mit Werten versetzt.

Wozu?

- für Entfernungen (z.B. Navigation)
- für Auslastungen (z.B. Internet)
- für Zeit (z.B. Zeitplanung)
- ...

## kantenmarkierte Graphen

Wozu?

- Codierung (siehe Huffman Baum)
- ...

## Graphen mit gewichteten Kanten

Kanten werden mit Werten versetzt.

Wozu?

- für Entfernungen (z.B. Navigation)
- für Auslastungen (z.B. Internet)
- für Zeit (z.B. Zeitplanung)
- ...

## kantenmarkierte Graphen

Wozu?

- Codierung (siehe Huffman Baum)
- ...

## Graphen mit gewichteten Kanten

Kanten werden mit Gewichten versehen.

Wozu?

- für Entfernungen (z.B. Navigation)
- für Auslastungen (z.B. Internet)
- für Zeit (z.B. Zeitplanung)
- ...

## kantenmarkierte Graphen

Wozu?

- Codierung (siehe Huffman Baum)
- ...

## Graphen mit gewichteten Kanten

Kanten werden mit Werten versetzt.

Wozu?

- für Entfernungen (z.B. Navigation)
- für Auslastungen (z.B. Internet)
- für Zeit (z.B. Zeitplanung)
- ...

## kantenmarkierte Graphen

Wozu?

- Codierung (siehe Huffman Baum)
- ...

## Graphen mit gewichteten Kanten

Kanten werden mit Werten versetzt.

Wozu?

- für Entfernungen (z.B. Navigation)
- für Auslastungen (z.B. Internet)
- für Zeit (z.B. Zeitplanung)
- ...

## kantenmarkierte Graphen

Wozu?

- Codierung (siehe Huffman Baum)
- ...

## Graphen mit gewichteten Kanten

Kanten werden mit Gewichten versehen.

Wozu?

- für Entfernungen (z.B. Navigation)
- für Auslastungen (z.B. Internet)
- für Zeit (z.B. Zeitplanung)
- ...



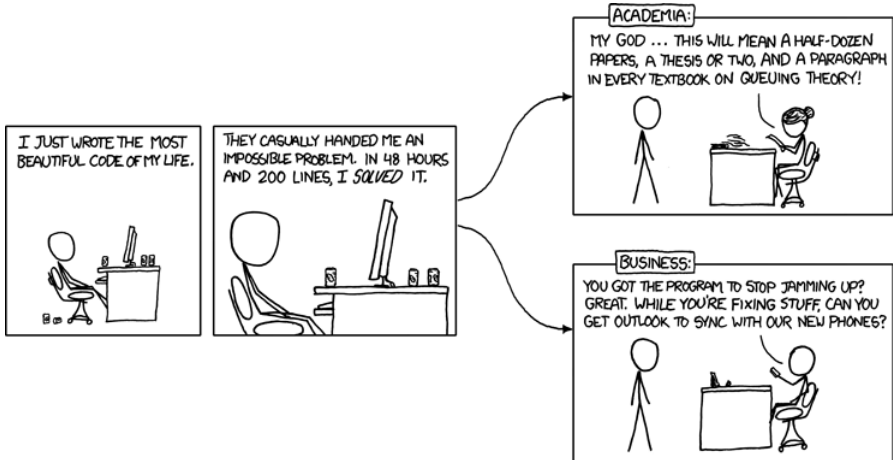
## ÜB7 (WS08/09)

Gegeben sei der Graph  $G = (V, E)$  mit  $V = \{0, 1\}^3$  und  $E = \{(xw, wy) \mid x, w \in \{0, 1\} \wedge y \in \{0, 1\}^2\}$ .

- Zeichnen Sie den Graphen
- Geben Sie einen Zyklus in  $G$  an, der außer dem Anfangs- und Endknoten jeden Knoten von  $G$  genau einmal enthält.
- Geben Sie einen geschlossenen Pfad in  $G$  an, der jede Kante von  $G$  genau einmal enthält.

- 1 Übungsblatt 6
- 2 Wiederholung
- 3 Graphen
- 4 Fragen**

- Fragen zum Stoff?
- Fragen zum nächsten Übungsblatt?
- Generelle Fragen?
- Feedback?



source : [http://imgs.xkcd.com/comics/academia\\_vs\\_business.png](http://imgs.xkcd.com/comics/academia_vs_business.png)