

GBI Tutorium Nr. 2⁵

Tutorium 5

Dominik Muth - dominik.muth@student.kit.edu | 21. November 2012

INSTITUT FÜR INFORMATIK



- 1 Übungsblatt 4
- 2 Wiederholung
- 3 Relationen 2
 - Reflexivität
 - Transitivität
 - Symmetrie
- 4 Kontextfreie Grammatiken
- 5 Aufgaben
- 6 Fragen

- $X = X$ ist eine Schleifeninvariante!
- $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$

- $X = X$ ist eine Schleifeninvariante! ✓
- $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$ ✓

Relationen

Es sei A die Menge aller Kinobesucher in einer Vorstellung und B die Menge aller Sitzplätze. Die Abbildung f ordnet den Kinobesuchern die Sitzplätze zu:

$$f : A \rightarrow B$$

- Was wünschen sich die Kinobesucher: Eine injektive, surjektive oder bijektive Abbildung auf die Sitzplätze? Was wünscht sich der Kinobesitzer?
- Erklären Sie jeweils, was es im Kino bedeutet, wenn f linkstotal, linkseindeutig, rechtstotal, rechtseindeutig ist.
- In dieser Teilaufgabe nehmen wir an, 6 Kinobesucher besuchten ein Kino mit 8 Plätzen. Zeichnen Sie eine injektive Abbildung f . Wie viele injektive Abbildungen gibt es?

Relationen

Es sei A die Menge aller Kinobesucher in einer Vorstellung und B die Menge aller Sitzplätze. Die Abbildung f ordnet den Kinobesuchern die Sitzplätze zu:

$$f : A \rightarrow B$$

- Was wünschen sich die Kinobesucher: Eine injektive, surjektive oder bijektive Abbildung auf die Sitzplätze? Was wünscht sich der Kinobesitzer?
- Erklären Sie jeweils, was es im Kino bedeutet, wenn f linkstotal, linkseindeutig, rechtstotal, rechtseindeutig ist.
- In dieser Teilaufgabe nehmen wir an, 6 Kinobesucher besuchten ein Kino mit 8 Plätzen. Zeichnen Sie eine injektive Abbildung f . Wie viele injektive Abbildungen gibt es?

Relationen

Es sei A die Menge aller Kinobesucher in einer Vorstellung und B die Menge aller Sitzplätze. Die Abbildung f ordnet den Kinobesuchern die Sitzplätze zu:

$$f : A \rightarrow B$$

- Was wünschen sich die Kinobesucher: Eine injektive, surjektive oder bijektive Abbildung auf die Sitzplätze? Was wünscht sich der Kinobesitzer?
- Erklären Sie jeweils, was es im Kino bedeutet, wenn f linkstotal, linkseindeutig, rechtstotal, rechtseindeutig ist.
- In dieser Teilaufgabe nehmen wir an, 6 Kinobesucher besuchten ein Kino mit 8 Plätzen. Zeichnen Sie eine injektive Abbildung f . Wie viele injektive Abbildungen gibt es?

Relationen

Es sei A die Menge aller Kinobesucher in einer Vorstellung und B die Menge aller Sitzplätze. Die Abbildung f ordnet den Kinobesuchern die Sitzplätze zu:

$$f : A \rightarrow B$$

- Was wünschen sich die Kinobesucher: Eine injektive, surjektive oder bijektive Abbildung auf die Sitzplätze? Was wünscht sich der Kinobesitzer?
- Erklären Sie jeweils, was es im Kino bedeutet, wenn f linkstotal, linkseindeutig, rechtstotal, rechtseindeutig ist.
- In dieser Teilaufgabe nehmen wir an, 6 Kinobesucher besuchten ein Kino mit 8 Plätzen. Zeichnen Sie eine injektive Abbildung f . Wie viele injektive Abbildungen gibt es?

Schleifeninvarianz

Gegeben sei folgender Algorithmus:

```
x ← a;  
y ← b;  
p ← 0;  
while x > 0 do  
    p ← p + y  
    x ← x - 1  
od
```

- Was macht dieser Algorithmus?
- Stellen Sie eine Schleifeninvariante über alle Variablen auf
- Beweisen Sie Ihre Schleifeninvariante

Schleifeninvarianz

Gegeben sei folgender Algorithmus:

```
x ← a;  
y ← b;  
p ← 0;  
while x > 0 do  
    p ← p + y  
    x ← x - 1  
od
```

- Was macht dieser Algorithmus?
- Stellen Sie eine Schleifeninvariante über alle Variablen auf
- Beweisen Sie Ihre Schleifeninvariante

Schleifeninvarianz

Gegeben sei folgender Algorithmus:

```
x ← a;  
y ← b;  
p ← 0;  
while x > 0 do  
    p ← p + y  
    x ← x - 1  
od
```

- Was macht dieser Algorithmus?
- Stellen Sie eine Schleifeninvariante über alle Variablen auf
- Beweisen Sie Ihre Schleifeninvariante

Schleifeninvarianz

Gegeben sei folgender Algorithmus:

```
x ← a;  
y ← b;  
p ← 0;  
while x > 0 do  
    p ← p + y  
    x ← x - 1  
od
```

- Was macht dieser Algorithmus?
- Stellen Sie eine Schleifeninvariante über alle Variablen auf
- Beweisen Sie Ihre Schleifeninvariante

- Wie war eine Relation Definiert?
- Was bedeutet xRy ?
- Wie lassen sich Relationen darstellen?
- Welche Besonderheiten haben Relationen?
- gibt es weitere Besonderheiten?

- Wie war eine Relation Definiert?
- Was bedeutet xRy ?
- Wie lassen sich Relationen darstellen?
- Welche Besonderheiten haben Relationen?
- gibt es weitere Besonderheiten?

- Wie war eine Relation Definiert?
- Was bedeutet xRy ?
- Wie lassen sich Relationen darstellen?
- Welche Besonderheiten haben Relationen?
- gibt es weitere Besonderheiten?

- Wie war eine Relation Definiert?
- Was bedeutet xRy ?
- Wie lassen sich Relationen darstellen?
- Welche Besonderheiten haben Relationen?
- gibt es weitere Besonderheiten?

- Wie war eine Relation Definiert?
- Was bedeutet xRy ?
- Wie lassen sich Relationen darstellen?
- Welche Besonderheiten haben Relationen?
- gibt es weitere Besonderheiten?

Definition

$$\forall x \in M \mid (x, x) \in R \\ \Rightarrow R \subseteq M \times M$$

Was sagt uns diese Definition?

Beispiel

- Die \leq Relation ist reflexiv
- Ist die Relation: $R = \{(x, y) \in M \times M \mid y = x^2\}$ reflexiv?

Definition

$$\forall x \in M \mid (x, x) \in R \\ \Rightarrow R \subseteq M \times M$$

Was sagt uns diese Definition?

Beispiel

- Die \leq Relation ist reflexiv
- Ist die Relation: $R = \{(x, y) \in M \times M \mid y = x^2\}$ reflexiv?

Definition

$$\forall x \in M \mid (x, x) \in R \\ \Rightarrow R \subseteq M \times M$$

Was sagt uns diese Definition?

Beispiel

- Die \leq Relation ist reflexiv
 \hookrightarrow Warum?
- Ist die Relation: $R = \{(x, y) \in M \times M \mid y = x^2\}$ reflexiv?

Definition

$$\forall x \in M \mid (x, x) \in R \\ \Rightarrow R \subseteq M \times M$$

Was sagt uns diese Definition?

Beispiel

- Die \leq Relation ist reflexiv
 \hookrightarrow Warum?
- Ist die Relation: $R = \{(x, y) \in M \times M \mid y = x^2\}$ reflexiv?

Definition

$$\forall x, y, z \mid ((x, y) \in R \wedge (y, z) \in R) \Rightarrow (x, z) \in R$$

Beispiel

- Die \leq Relation ist auch transitiv.



Definition

$$\forall x, y, z \mid ((x, y) \in R \wedge (y, z) \in R) \Rightarrow (x, z) \in R$$

Beispiel

- Die \leq Relation ist auch transitiv.
-

Definition

$$\forall x, y \in M \mid (x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R \\ \Rightarrow R \subseteq M \times M$$

Wie sieht eine solche Relation grafisch aus?

abc

- Die = Relation ist symmetrisch
- Ist die Relation: $R = f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{falls } x \text{ gerade} \\ x - 1 & \text{falls } x \text{ ungerade} \end{cases}$
mit $x \in \mathbb{N}_0$ und $f(x) \in \mathbb{N}_0$ symmetrisch?

Definition

$$\forall x, y \in M \mid (x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R \\ \Rightarrow R \subseteq M \times M$$

Wie sieht eine solche Relation grafisch aus?

abc

- Die = Relation ist symmetrisch

- Ist die Relation: $R = f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{falls } x \text{ gerade} \\ x - 1 & \text{falls } x \text{ ungerade} \end{cases}$
mit $x \in \mathbb{N}_0$ und $f(x) \in \mathbb{N}_0$ symmetrisch?

Definition

$$\forall x, y \in M \mid (x, y) \in R \rightarrow (y, x) \in R \\ \Rightarrow R \subseteq M \times M$$

Wie sieht eine solche Relation grafisch aus?

abc

- Die = Relation ist symmetrisch
- Ist die Relation: $R = f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{falls } x \text{ gerade} \\ x - 1 & \text{falls } x \text{ ungerade} \end{cases}$
mit $x \in \mathbb{N}_0$ und $f(x) \in \mathbb{N}_0$ symmetrisch?

abc

Definition

Die Menge $G = G(N, T, S, P)$ nennen wir **Kontextfreie Grammatik**.

Was ist was?

Definition

Die Menge $G = G(N, T, S, P)$ nennen wir **Kontextfreie Grammatik**.

Was ist was?

Definition

Die Menge $G = G(N, T, S, P)$ nennen wir **Kontextfreie Grammatik**.

Was ist was?

- **N : Nichtterminalsymbol**

Definition

Die Menge $G = G(N, T, S, P)$ nennen wir **Kontextfreie Grammatik**.

Was ist was?

- N : **Nichtterminalsymbol**
- T : **Terminalsymbol**

Definition

Die Menge $G = G(N, T, S, P)$ nennen wir **Kontextfreie Grammatik**.

Was ist was?

- N : **Nichtterminalsymbol**
- T : **Terminalsymbol**
- S : **Startsymbol**

Definition

Die Menge $G = G(N, T, S, P)$ nennen wir **Kontextfreie Grammatik**.

Was ist was?

- N : **Nichtterminalsymbol**
- T : **Terminalsymbol**
- S : **Startsymbol**
- P : **Produktionsmenge**

Für was brauchen wir kontextfreie Grammatiken?



Definition

Als Ableitung wird in der theoretischen Informatik der Vorgang bezeichnet, ein Wort nach den Regeln einer formalen Grammatik zu erzeugen.

Wir schreiben: $w \Rightarrow^i v$, wenn von der Ableitung von v aus w i Ableitungsschritte liegen ($i \in \mathbb{N}$).

Definition

Als Ableitung wird in der theoretischen Informatik der Vorgang bezeichnet, ein Wort nach den Regeln einer formalen Grammatik zu erzeugen.

Wir schreiben: $w \Rightarrow^i v$, wenn von der Ableitung von v aus w i Ableitungsschritte liegen ($i \in \mathbb{N}$).

Vorsicht

$$\Rightarrow \neq \rightarrow$$

- \Rightarrow ist die Relation der Ableitung
- \rightarrow ist die Relation der Produktion ($\in P$)

Frage

Was stimmt? Es ist $w_1, w_2 \in N \cup P$.

- $w_1 \rightarrow w_2$, daraus folgt $w_1 \Rightarrow w_2$
- $w_1 \Rightarrow w_2$, daraus folgt $w_1 \rightarrow w_2$

Definition

Sei G eine kontextfreie Grammatik. Dann bezeichnen wir die Sprache $L = L(G)$ mit

$$L = \{w \in T^* \mid S \Rightarrow^* w\}$$

Definition

Sei G eine kontextfreie Grammatik. Dann bezeichnen wir die Sprache $L = L(G)$ mit

$$L = \{w \in T^* \mid S \Rightarrow^* w\}$$

Was ist \Rightarrow^* ?

Mit \Rightarrow^* ist die *reflexiv-transitive Hülle* der Ableitungsrelation gemeint.

- Fragen zum Stoff?
- Fragen zum nächsten Übungsblatt?
- Generelle Fragen?
- Feedback?



HOME ORGANIZATION TIP:
JUST GIVE UP

source : http://imgs.xkcd.com/comics/home_organization.png