

GBI Tutorium Nr. 41

Foliensatz 12

Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu | 24. Januar 2013



Outline/Gliederung



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Wiederholung

Alan Turing

Komplexität

2 Turingmaschinen

3 Alan Turing

Überblick



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

1 Wiederholung

Alan Turing

2 Turingmaschinen

Komplexität

Alan Turing

4

Überblick



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

1 Wiederholung

Alan Turing

2 Turingmaschinen

Komplexität

3 Alan Turing

4

Turingmaschinen

Partielle Funktionen



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Definition: Partielle Funktion

Wiederholung

Eine partielle Funktion ist eine rechtseindeutige Relation, die nicht zwingend linkstotal ist.

 $f: M \longrightarrow M'$

Wir schreiben

Komplexität

Alan Turing

Anschaulich:

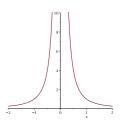
Funktionen, die an manchen Stellen

"Definitionslücken" haben dürfen.

Beispiel:

 $\frac{1}{x^2}$ ist eine partielle Funktion (x=0

hat keinen Funktionswert)



Turingmaschine



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Definition: Turingmaschine

Eine Turingmaschine *T* ist definiert durch

$$T = (Z, Z_0, X, f, g, m)$$

Alan Turing

Komplexität

Dabei ist

Z: die Zustandsmenge

Turingmaschine



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

Definition: Turingmaschine

Eine Turingmaschine *T* ist definiert durch

$$T = (Z, Z_0, X, f, g, m)$$

- **Z**: die Zustandsmenge
- z₀: der Anfangszustand

Turingmaschine



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

Definition: Turingmaschine

Eine Turingmaschine *T* ist definiert durch

$$T = (Z, Z_0, X, f, g, m)$$

- **Z**: die Zustandsmenge
- z₀: der Anfangszustand
- X: das Bandalphabet

Turingmaschine



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

Definition: Turingmaschine

Eine Turingmaschine *T* ist definiert durch

$$T = (Z, Z_0, X, f, g, m)$$

- **Z**: die Zustandsmenge
- z₀: der Anfangszustand
- X: das Bandalphabet
- f : Z × X --→ Z: die partielle Zustandsüberführungsfunktion

Turingmaschine



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

Definition: Turingmaschine

Eine Turingmaschine *T* ist definiert durch

$$T = (Z, Z_0, X, f, g, m)$$

- **Z**: die Zustandsmenge
- z₀: der Anfangszustand
- X: das Bandalphabet
- f: Z × X --→ Z: die partielle Zustandsüberführungsfunktion
- g: Z × X --→ g: die partielle Ausgabefunktion

Turingmaschine



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Definition: Turingmaschine

Eine Turingmaschine *T* ist definiert durch

$$T = (Z, Z_0, X, f, g, m)$$

Turingmaschinen

Wiederholung

Alan Turing

Komplexität

- **Z**: die Zustandsmenge
- z₀: der Anfangszustand
- X: das Bandalphabet
- **f**: **Z** × **X** --→ **Z**: die partielle Zustandsüberführungsfunktion
- g: Z × X --→ g: die partielle Ausgabefunktion
- **m** : $\mathbf{Z} \times \mathbf{X} \longrightarrow \{-1, 0, 1\}$: die partielle Bewegungsfunktion

Turingmaschine: Verständnis



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

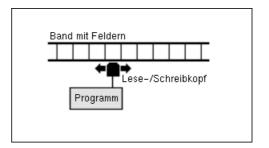
Woher kennen wir ähnliche Funktionen wie f und g?

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität



7/23

Turingmaschine: Verständnis



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

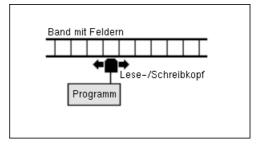
Turingmaschinen

Wiederholung

Alan Turing

Komplexität

Woher kennen wir ähnliche Funktionen wie f und g? Von Automaten und Akzeptoren.



Turingmaschine: Verständnis



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

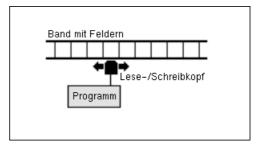
Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

Woher kennen wir ähnliche Funktionen wie f und g? Von Automaten und Akzeptoren. Wo war dort der Unterschied?



Turingmaschine: Verständnis



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

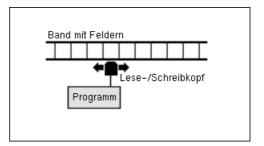
Komplexität

Woher kennen wir ähnliche Funktionen wie f und g?

Von Automaten und Akzeptoren.

Wo war dort der Unterschied?

Bei Automaten und Akzeptoren waren die Funktionen nicht partiell.



Turingmaschine: Verständnis



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

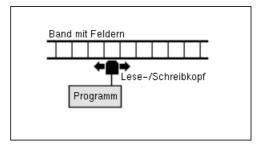
Woher kennen wir ähnliche Funktionen wie f und g?

Von Automaten und Akzeptoren.

Wo war dort der Unterschied?

Bei Automaten und Akzeptoren waren die Funktionen nicht partiell.

Was bewirken partielle Zustandsübergangsfunktionen?



Turingmaschine: Verständnis



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

Woher kennen wir ähnliche Funktionen wie f und g?

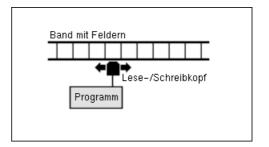
Von Automaten und Akzeptoren.

Wo war dort der Unterschied?

Bei Automaten und Akzeptoren waren die Funktionen nicht partiell.

Was bewirken partielle Zustandsübergangsfunktionen?

Die partiellen Funktionen bewirken, dass der Automat zu manchen *Konfigurationen* stehen bleibt.



Konfiguration einer Turingmaschine



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

Definition: Konfiguration

Eine Turingmaschine befindet sich zu jedem Zeitpunkt in einem "Gesamtzustand", den wir eine Konfiguration nennen. Sie ist beschrieben durch

- den aktuellen Zustand $z \in Z$ der Steuereinheit
- die aktuelle Beschriftung $b \in X^*$ des gesamten Bandes
- die aktuelle Position $p \in \mathbb{Z}$ des Kopfes

Turingmaschine: Beispiel

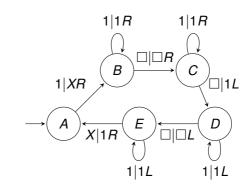


Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing



	Α	В	С	D	Е
1 X	B,X,R	C,□,R B,1,R		, ,	E,1,L A,1,R

Turingmaschine: Beispiel



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Was macht die Turingmaschine?

Was passiert mit dem Wort ... $\Box 11 \Box ...$, das auf dem Band steht?

Wiederholung Turingmaschinen

Alan Turing



Turingmaschine: Beispiel



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Was macht die Turingmaschine?

Was passiert mit dem Wort ... $\Box 11 \Box ...$, das auf dem Band steht?

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

Wiederholung

2.

Turingmaschine: Beispiel



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Was macht die Turingmaschine?

Was passiert mit dem Wort ... $\Box 11 \Box ...$, das auf dem Band steht?

Turingmaschinen

Wiederholung

Alan Turing

	Α				
1.	1				
	1	1			
		В			
2.		\downarrow			
	Χ	1			
			В		
3.			\downarrow		
	Χ	1			

Turingmaschine: Beispiel



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Was macht die Turingmaschine?

Was passiert mit dem Wort . . . □11□ . . . , das auf dem Band steht?

2. 3.

Turingmaschinen

Alan Turing

Turingmaschinen						
Alan Turing						
Komplexität						
	 	4 🗗 ▶	← 三 →	< <u>=</u> →	Ξ	200

24. Januar 2013

11/23

5.

GBI Tutorium

Wiederholung

Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

KIT – Universität des Landes Baden-Württemberg und nationales Forschungszentrum in der Helmholtz-Gemeinschaft

GBI Tutorium 5. Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu Wiederholung 6. Turingmaschinen Alan Turing Komplexität

GBI Tutorium	_			D			
Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu	5.	Х	1	\downarrow	1		
Wiederholung	6.		E				
Turingmaschinen	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	Χ	↓ 1		1		
Alan Turing	7.	E ↓					
Komplexität		X	1		1		

GBI Tutorium				D			
	5.			\downarrow			
Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu		Χ	1		1		
Wiederholung	6.		E				
Turingmaschinen	0.	Χ	↓ 1		1		
Alan Turing		Е					
Alan runing	7.	\downarrow					
Komplexität		Χ	1		1		
			Α				
	8.		\downarrow				
		1	1		1		

GBI Tutorium				D							
	5.			\downarrow							
/incent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu		Χ	1		1						
Wiederholung	6		E								
Turingmaschinen	6.	Χ	↓ 1		1						
Alan Turing	7.	E									
Komplexität	7.	X	1		1						
			Α								
	8.		\downarrow								
		1	1		1						
				В							
	9.			\downarrow							
		1	Χ		1						
						(D)	√ ∂ →	< ≣ >	< \(\bar{\bar{\bar{\bar{\bar{\bar{\bar{	Ξ	990

GBI Tutorium					D						
Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu	5.	_			\downarrow		_	_	_		
vincent nami – vincent.nami@student.klt.edu			Χ	1		1					
Wiederholung	_			E							
Turinganasahinan	6.		V	↓		_					
Turingmaschinen		Ш	X	1	Ш	1	Ш	Ш			
Alan Turing	7.		E								
Margan lauta	7.		X	1		1					
Komplexität				A							
	8.										
	0.		1	1		1					
					В						
	9.				\downarrow						
			1	Χ		1					
						С					
	10.					\downarrow					
			1	Χ		1					
KIT – Universität des Landes Baden-Württemberg und nationales Forschungszentrum in der Helmholtz-Gemeinschaft								∢ □)		24. Januar 2013	

GBI Tutorium Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu 11. Wiederholung

Alan Turing

Turingmaschinen

GBI Tutorium C Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu 11. ↓ Wiederholung D □ Turingmaschinen 12. ↓ Alan Turing □ 1 X 1 1 □

GBI Tutorium -							
abi idonam						С	
Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu	11.					\downarrow	
Wiederholung		1	Χ		1		
wiedemolang					D		
Turingmaschinen	12.				\downarrow		
		1	Χ		1	1	
Alan Turing				D			
Komplexität	13.			\downarrow			
·		1	Χ		1	1	

GBI Tutorium Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu 11. Wiederholung 12. Turingmaschinen Χ Alan Turing 13. Komplexität Χ 14.

CDI Tutorium									
GBI Tutorium						С			
Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu	11.					\downarrow			
Wiederholung		1	Χ		1				
Turingmaschinen	12.				D 				
		1	Χ		↑	1			
Alan Turing				D					
Komplexität	13.			\downarrow					
		1	Χ		1	1			
			Е						
	14.		\downarrow						
		1	Χ		1	1			
				Α					
	15.			\downarrow					
		1	1		1	1			
							 - 4 🗗 ▶	=	990

Turingmaschine: Beispiele



Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

Nicht jede Turingmaschine kommt wie die vorherige zum Halten. Es gibt auch unendliche Berechnungen (wie in Java).

Turingmaschine als Akzeptor

Ist eine Turingmaschine ein Akzeptor, so ist ein Eingabewort akzeptiert, wenn der Endzustand ein akzeptierter Zustand ist.

Definition: Eigenschaften von Sprachen

Eine Sprache *L* ist

- eine aufzählbare Sprache, wenn es eine Turingmaschine gibt, die L akzeptiert oder
- eine entscheidbare Sprache, wenn es eine Turingmaschine gibt, die *L* akzeptiert und immer hält.

Turingmaschine als Akzeptor: Beispiel



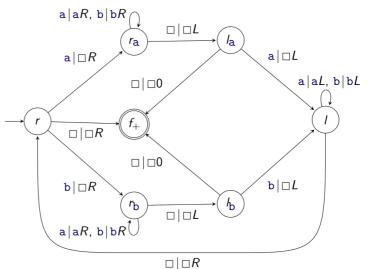
Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität



Was macht diese Turingmaschine?



Klausuraufgabe



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

TODO

Überblick



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

1 Wiederholung

Alan Turing

2 Turingmaschinen

Komplexität

3 Alan Turing

4 Komplexität

16/23

Alan Turing



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

- Verantwortlich für viele wichtige Entwicklungen in der theoretischen Informatik
- Mitentwickler der Turing-Bombe, die im zweiten Weltkrieg zur Entschlüsselung der Enigma half
- nebenbei auch guter Marathonläufer (nahm an Olympiavorwettkämpfen teil)
- wurde wegen Homosexualität 1952 einer psychiatrischen Zwangsbehandlung unterzogen
- musste dabei weibliche Hormone nehmen
- Depression führten zu Selbstmord



Überblick



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Wiederholung

Alan Turing

Turingmaschinen

Komplexität

Alan Turing

Komplexität

18/23

Hinweis



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

Hinweis

Die Komplexität untersuchen wir nur an Turingmaschinenen, die für jede Eingaben zum Halten kommen.

Komplexität



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

Definition: Zeitkomplexität

Die Zeitkomplexität Time (n) einer Turingmaschine ist die maximale Anzahl an Schritten, die eine Turingmaschine bei Eingabe eines Wortes der Länge n benötigen kann. (Worst-Case)

Definition: Platzkomplexität

Die Platzkomplexität Space (n) einer Turingmaschine ist die maximale Anzahl an Feldern, die eine Turingmaschine bei Eingabe eines Wortes der Länge *n* benötigen kann. (Worst-Case)

Benötigt wird ein Feld, sobald es vom Schreibkopf besucht wird.

Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Beispiel: Zeitkomplexität der **Palindromturingmaschine**



Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

- n Schritte vom ersten zum letzten Symbol
- n Schritte wieder zurück zum ersten Symbol
- Gleiche Prozedur mit "innerem Wort": 1 + Time (n-2)-Schritte

Insgesamt:

$$T(n) \le n + n + 1 + T(n - 2)$$
$$T(n) - T(n - 2) \le 2n + 1 \in \mathcal{O}(n) \Rightarrow T(n) \in \mathcal{O}(n^2)$$



21/23

Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Beispiel: Platzkomplexität der Palindromturingmaschine



Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

- \bullet n+1 Felder vom ersten zum letzten Symbol
- ② 0 Felder auf dem Weg zurück zum ersten Symbol
- Gleiche Prozedur mit "innerem Wort": 0 Felder

Insgesamt:

n+1

Komplexitätsklassen



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

Definition der Komplexitätsklassen

- P ist die Menge aller Entscheidungsprobleme, die von Turingmaschinen entschieden werden k\u00f6nnen, deren Zeitkomplexit\u00e4t polynomiell ist.
- PSPACE ist die Menge aller Entscheidungsprobleme, die von Turingmaschinen entschieden werden k\u00f6nnen, deren Raumkomplexit\u00e4t polynomiell ist.

Daraus kann man leicht folgern:

 $P \subset PSPACE$

Denn in t Schritten sind maximal t + 1 Felder erreichbar.

Klausuraufgabe



Vincent Hahn - vincent.hahn@student.kit.edu

Wiederholung

Turingmaschinen

Alan Turing

Komplexität

TODO