Karlsruher Institut für Technologie

GBI Tutorium Nr. 41

Foliensatz 5

Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu | 15. November 2012

Outline/Gliederung

Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu

Überblick

Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu

Definition

Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu

Definition

Die Menge $G = G(N, T, S, P)$ nennen wir **Kontextfreie Grammatik**.

Definition

Definition

Die Menge $G = G(N, T, S, P)$ nennen wir **Kontextfreie Grammatik**.

Was ist was?

- N: **Nichtterminalsymbol**
- T: **Terminalsymbol**
- S: **Startsymbol**
- P: **Produktionsmenge**

Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu

Ableitung

Karlsruher Institut für Technologie

Definition

Als Ableitung wird in der theoretischen Informatik der Vorgang bezeichnet, ein Wort nach den Regeln einer formalen Grammatik zu erzeugen.

Wir schreiben: $w \Rightarrow^i v$, wenn von der Ableitung von v aus w i Ableitungsschritte liegen ($i \in \mathbb{N}$).

Ableitung

Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu

Definition

Als Ableitung wird in der theoretischen Informatik der Vorgang bezeichnet, ein Wort nach den Regeln einer formalen Grammatik zu erzeugen.

Wir schreiben: $w \Rightarrow^i v$, wenn von der Ableitung von v aus w i Ableitungsschritte liegen ($i \in \mathbb{N}$).

Vorsicht

$$\Rightarrow \neq \rightarrow$$

- $\Rightarrow$ ist die Relation der Ableitung
- $\rightarrow$ ist die Relation der Produktion ($\in P$)

Ableitung

Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu

Frage

Was stimmt? Es ist $w_1, w_2 \in N \cup P$.

- $w_1 \rightarrow w_2$, daraus folt $w_1 \Rightarrow w_2$
- $w_1 \Rightarrow w_2$, daraus folgt $w_1 \rightarrow w_2$

Sprache der kontextfreien Grammatik

Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu

Definition

Sei G eine kontextfreie Grammatik. Dann bezeichnen wir die Sprache $L = L(G)$ mit

$$L = \left\{ w \in T^* \middle| S \Rightarrow^* w \right\}$$

Sprache der kontextfreien Grammatik

Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu

Definition

Sei G eine kontextfreie Grammatik. Dann bezeichnen wir die Sprache $L = L(G)$ mit

$$L = \left\{ w \in T^* \middle| S \Rightarrow^* w \right\}$$

Was ist $\Rightarrow^*$?

Mit $\Rightarrow^*$ ist die *reflexiv-transitive Hülle* der Ableitungsrelation gemeint.

Musikgrammatik (by Nils Braun und Philipp Basler)

Gegeben ist die Grammatik

$$G = \left(\{X\}, \{A, B, C, D\}, X, \left\{X \to \epsilon \middle| AX \middle| BX \middle| CX \middle| DX\right\}\right) A$$

Musikgrammatik (by Nils Braun und Philipp Basler)

Gegeben ist die Grammatik

$$G = \left(\{X\}, \{A, B, C, D\}, X, \left\{X \rightarrow \epsilon \middle| AX \middle| BX \middle| CX \middle| DX\right\}\right) A$$

Leite A ab!

Musikgrammatik (by Nils Braun und Philipp Basler)

Gegeben ist die Grammatik

$$G = \left(\{X\}, \{A, B, C, D\}, X, \left\{X \to \epsilon \middle| AX \middle| BX \middle| CX \middle| DX\right\}\right) A$$

Leite A ab! Leite ABC ab! Finde weitere Wörter.

Musikgrammatik (by Nils Braun und Philipp Basler)

Gegeben ist die Grammatik

$$G = \left(\{X\}, \{A, B, C, D\}, X, \left\{X \to \epsilon \middle| AX \middle| BX \middle| CX \middle| DX\right\}\right) A$$

Leite A ab! Leite ABC ab! Finde weitere Wörter.

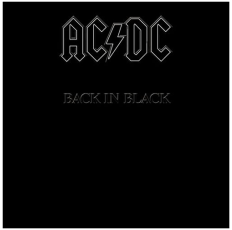
Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu

Musikgrammatik (by Nils Braun und Philipp Basler)

Gegeben ist die Grammatik

$$G = (\{X\}, \{A, B, C, D\}, X, \{X \to \epsilon | AX | BX | CX | DX\})\ A$$

Leite *A* ab! Leite *ABC* ab! Finde weitere Wörter.

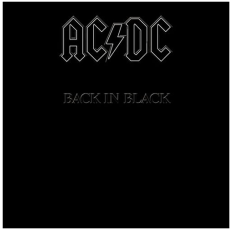


Musikgrammatik (by Nils Braun und Philipp Basler)

Gegeben ist die Grammatik

$$G = \left(\{X\}, \{A, B, C, D\}, X, \left\{X \to \epsilon \middle| AX \middle| BX \middle| CX \middle| DX\right\}\right) A$$

Leite *A* ab! Leite *ABC* ab! Finde weitere Wörter.



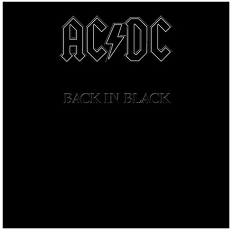
ADAC

Musikgrammatik (by Nils Braun und Philipp Basler)

Gegeben ist die Grammatik

$$G = \left(\{X\}, \{A, B, C, D\}, X, \left\{X \rightarrow \epsilon \middle| AX \middle| BX \middle| CX \middle| DX\right\}\right) A$$

Leite *A* ab! Leite *ABC* ab! Finde weitere Wörter.



$L(G) = \{A, B, C, D\}^*$, oder?

Überblick

Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu

Eigenschaften von Relationen

Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu

Definition

Sei $R \subset A \times A$ eine (binäre) Relation auf der Menge A. Wir nennen R

- **reflexiv** falls gilt:

$$\forall x \in A : (x, x) \in R$$

- **transitiv** falls gilt:

$$\forall x, y, z \in A : (x, y) \in R \wedge (y, z) \in R \Rightarrow (x, z) \in R$$

- **symmetrisch** falls gilt:

$$\forall x, y \in A : (x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \in R$$

Verknüpfung

Karlsruher Institut für Technologie

Definition

Zwei Relationen $R \subseteq M \times N,\ S \subseteq N \times L$ definieren die Relation des *Produktes von R und S* als

$$R \circ S = \{(x, z) \in M \times L | \exists\, y \in N : (x,\ y) \in R \text{ und } (y, z) \in S\}$$

Vincent Hahn – vincent.hahn@student.kit.edu

Verknüpfung

Definition

Zwei Relationen $R \subseteq M \times N$, $S \subseteq N \times L$ definieren die Relation des *Produktes von R und S* als

$$R \circ S = \{(x,z) \in M \times L | \exists\, y \in N : (x,\ y) \in R \text{ und } (y,z) \in S\}$$

Potenzschreibweise

$$R^0 = I_{\mathrm{M}} = \{(x,x)\,|x \in M\} \text{ und } R^{\mathrm{i}+1} = R^{\mathrm{i}} \circ R$$

Reflexiv-Transitive-Hülle

$$R^* = \bigcup_{\mathrm{i}=0}^{\infty} R^{\mathrm{i}}$$