Grundbegriffe der Informatik
WS 2011/12
Tutorium in der Woche 11

Gehalten in den Tutorien Nr. 10, Nr. 14

Philipp Basler (philippbasler@googlemail.com)
Nils Braun (area51.nils@googlemail.com)

KIT - Karlsruher Institut für Technologie

16.01.2012 & 17.01.2012

Inhaltsverzeichnis

Informationen zum nächsten Blatt

Blatt Nr. 11

Abgabetermin	20.01.2012 um 12:30 Uhr
Abgabeort	Briefkasten
Themen	Reguläre Ausdrücke / Sprachen / Automaten
Maximale Punkte	20

Häufige Fehler auf dem letzten Übungsblatt

Blatt Nr. 10

- 2. Aufgabe: Begründet eure Rechnung (woher kommt $\log_2 7$?)
- 3. Aufgabe: Startzustand!
- 6. Aufgabe: Dass x_r wächst, reicht nicht. Betrachte

$$x_{r_n} = 1 - \frac{1}{n}$$

Was bleibt?

Was bringt uns das Master-Theorem?

Was bleibt?

Was bringt uns das Master-Theorem?

Es lässt uns rekursive Algorithmen abschätzen

Was bleibt?

Was sind Automaten?

Was bleibt?

Was sind Automaten?

Strukturen mit einer Zustandsmenge, einer Zustandsübergangsfunktion und einer Ausgabefunktion

Was bleibt?

Was sind Akzeptoren? Was ist deren Sprache?

Was bleibt?

Was sind Akzeptoren? Was ist deren Sprache?

Spezielle Automaten mit (nicht-)akzeptierenden Zuständen.

$$L(A) = \{w \mid g * (z_0, w) = 1\}$$

Motivation

Warum reguläre Ausdrücke?

- Schnelle Suche / Vergleich usw.

Motivation

Warum reguläre Ausdrücke?

- Schnelle Suche / Vergleich usw.
- Ausdruck einer Sprache

Motivation

Warum reguläre Ausdrücke?

- Schnelle Suche / Vergleich usw.
- Ausdruck einer Sprache
- Compilerbau

Motivation

Warum reguläre Ausdrücke?

- Schnelle Suche / Vergleich usw.
- Ausdruck einer Sprache
- Compilerbau
- uvm.

Definition

Definition

Die Grammatik

$$G = (\{R\}, \{|, (,), *, \emptyset\} \cup A, R, P)$$

mit

$$P = \{R \to \emptyset, R \to x\ (x \in A), R \to (R \mid R), R \to (RR), R \to (R*)\}$$

erzeugt die so genannten **regulären Ausdrücke** über dem Alphabet A.

Reguläre Ausdrücke

Wir können uns also reguläre Ausdrücke zusammenbauen aus

- den einzelnen Symbolen x aus A

Reguläre Ausdrücke

Wir können uns also reguläre Ausdrücke zusammenbauen aus

- den einzelnen Symbolen x aus A
- zwei regulären Ausdrücken R_1 und R_2 mit

$$(R_1 R_2) \qquad \text{oder} \qquad (R_1 \mid R_2)$$

Reguläre Ausdrücke

Wir können uns also reguläre Ausdrücke zusammenbauen aus

- den einzelnen Symbolen x aus A
- zwei regulären Ausdrücken R_1 und R_2 mit

$$(R_1 R_2) \qquad \text{oder} \qquad (R_1 \mid R_2)$$

- einem Stern $R*$

Reguläre Ausdrücke

Wir können uns also reguläre Ausdrücke zusammenbauen aus

- den einzelnen Symbolen x aus A
- zwei regulären Ausdrücken R_1 und R_2 mit

$$(R_1 R_2) \qquad \text{oder} \qquad (R_1 \mid R_2)$$

- einem Stern $R*$
- oder dem leeren Ausdruck

Reguläre Ausdrücke

Wir können uns also reguläre Ausdrücke zusammenbauen aus

- den einzelnen Symbolen x aus A
- zwei regulären Ausdrücken R_1 und R_2 mit

$$(R_1 R_2) \qquad \text{oder} \qquad (R_1 \mid R_2)$$

- einem Stern $R*$
- oder dem leeren Ausdruck

Reguläre Ausdrücke

Wir können uns also reguläre Ausdrücke zusammenbauen aus

- den einzelnen Symbolen x aus A
- zwei regulären Ausdrücken R_1 und R_2 mit

$$(R_1 R_2) \qquad \text{oder} \qquad (R_1 \mid R_2)$$

- einem Stern $R*$
- oder dem leeren Ausdruck

Klammern dürfen nach den Klammerregeln weggelassen werden!

Sprache eines Ausdruckes

Satz

Sei R ein regulärer Ausdruck. Dann gibt es eine Sprache $L = \langle R \rangle$ von R die alle Wörter enthält, die der reguläre Ausdruck beschreibt.

Beispiele

- $R = a$

Beispiele

- $R = a$ und $\langle R \rangle = \{a\}$
- $R = (a \mid b)$

Beispiele

- $R = a$ und $\langle R \rangle = \{a\}$
- $R = (a \mid b)$ und $\langle R \rangle = \{a, b\}$
- $R = (ab)$

Beispiele

- $R = a$ und $\langle R \rangle = \{a\}$
- $R = (a \mid b)$ und $\langle R \rangle = \{a, b\}$
- $R = (ab)$ und $\langle R \rangle = \{ab\}$
- $R = (a \mid b)*$

Beispiele

- $R = a$ und $\langle R \rangle = \{a\}$
- $R = (a \mid b)$ und $\langle R \rangle = \{a, b\}$
- $R = (ab)$ und $\langle R \rangle = \{ab\}$
- $R = (a \mid b)*$ und $\langle R \rangle = \{a, b\}^*$
- $R = (a * b*)*$

Beispiele

- $R = a$ und $\langle R \rangle = \{a\}$
- $R = (a \mid b)$ und $\langle R \rangle = \{a, b\}$
- $R = (ab)$ und $\langle R \rangle = \{ab\}$
- $R = (a \mid b)*$ und $\langle R \rangle = \{a, b\}^*$
- $R = (a * b*)*$ und $\langle R \rangle = \{a, b\}^*$
- $R = (a \mid b) * abb(a \mid b)*$

Beispiele

- $R = a$ und $\langle R \rangle = \{a\}$
- $R = (a \mid b)$ und $\langle R \rangle = \{a, b\}$
- $R = (ab)$ und $\langle R \rangle = \{ab\}$
- $R = (a \mid b)*$ und $\langle R \rangle = \{a, b\}^*$
- $R = (a * b*)*$ und $\langle R \rangle = \{a, b\}^*$
- $R = (a \mid b) * abb(a \mid b)*$ und
  $\langle R \rangle = \{w_1 abb w_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*\}$

Ausdruck einer Sprache

Definition

Eine Grammatik G nennt man **rechtslinear** wenn bei jeder Ersetzung der Produktion auf der rechten Seite höchstens ein Nichtterminalsymbol und dieses nur als letztes Symbol steht.

Satz

Sei $L(G)$ eine Sprache einer rechtslinearen Grammatik (also eine Typ-3-Sprache). Dann existiert ein regulärer Ausdruck R mit $\langle R \rangle = L(G)$.

DER Satz

Satz

Für jede formale Sprache L sind die folgenden drei Aussagen äquivalent:

- *L kann von einem endlichen Akzeptor erkannt werden.*
- *L kann durch einen regulären Ausdruck beschrieben werden.*
- *L kann von einer rechtslinearen Grammatik erzeugt werden.*

DER Satz

Satz

Für jede formale Sprache L sind die folgenden drei Aussagen äquivalent:

- *L kann von einem endlichen Akzeptor erkannt werden.*
- *L kann durch einen regulären Ausdruck beschrieben werden.*
- *L kann von einer rechtslinearen Grammatik erzeugt werden.*

Wir können also zu regulären Ausdrücken Grammatiken definieren, Automaten zeichnen und auch umgekehrt.

Beispiele

$G = (\{X, Y, Z\}, \{a, b\}, X, P)$ mit

$$P = \{X \to aX \mid bY \mid \varepsilon, Y \to aX \mid bZ \mid \varepsilon, Z \to aZ \mid bZ\}$$

ist eine rechtslineare Grammatik. Die Sprache ist

Beispiele

$G = (\{X, Y, Z\}, \{a, b\}, X, P)$ mit

$$P = \{X \to aX \mid bY \mid \varepsilon, Y \to aX \mid bZ \mid \varepsilon, Z \to aZ \mid bZ\}$$

ist eine rechtslineare Grammatik. Die Sprache ist

$$L(G) = \{w \mid \forall v_1, v_2 \in \{a, b\}^* : w \neq v_1 bb v_2\}$$

Der reguläre Ausdruck ist

Beispiele

$G = (\{X, Y, Z\}, \{a, b\}, X, P)$ mit

$$P = \{X \to aX \mid bY \mid \varepsilon, Y \to aX \mid bZ \mid \varepsilon, Z \to aZ \mid bZ\}$$

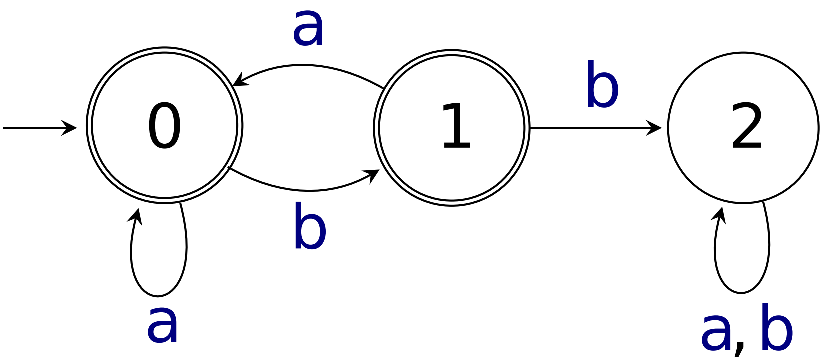
ist eine rechtslineare Grammatik. Die Sprache ist

$$L(G) = \{w \mid \forall v_1, v_2 \in \{a, b\}^* : w \neq v_1 bb v_2\}$$

Der reguläre Ausdruck ist

$$R = (a \mid ba) * (b \mid \emptyset)$$

der Automat ist


a
0
1
b
2
b
a
a, b

Jetzt sieht man vielleicht auch

$$G = (\{X\}, \{a, b\}, X, P)$$

mit

$$P = \{X \to aX \mid baX \mid b \mid \varepsilon\}$$

Noch mehr Beispiele

- $G = (\{X\}, \{a, b\}, X, \{X \to abX \mid bbaX \mid \varepsilon\}$ wird beschrieben durch

Noch mehr Beispiele

- $G = (\{X\}, \{a, b\}, X, \{X \to abX \mid bbaX \mid \varepsilon\}$ wird beschrieben durch $L(G) = \langle (ab \mid bba)* \rangle$
- $G = (\{X, Y\}, \{a, b\}, X, \{X \to aX \mid bX \mid ababbY, Y \to aY \mid bY \mid \varepsilon\}$

Noch mehr Beispiele

- $G = (\{X\}, \{a, b\}, X, \{X \to abX \mid bbaX \mid \varepsilon\}$ wird beschrieben durch $L(G) = \langle (ab \mid bba)* \rangle$
- $G = (\{X, Y\}, \{a, b\}, X, \{X \to aX \mid bX \mid ababbY, Y \to aY \mid bY \mid \varepsilon\}$ wird beschrieben durch $L(G) = \langle (a \mid b) * ababb(a \langle b)* \rangle$

Aufgabe

Gegeben ist im folgenden jeweils eine Beschreibung einer formalen Sprache L und ein dazugehöriges Alphabet. Schreiben Sie jeweils den regulären Ausdruck R auf, für den $L(R) = L$ gilt:

- Die Menge aller Worte über dem Alphabet $A = \{a, b, c\}$, die genau ein c enthalten.
- Die Menge aller Worte über dem Alphabet $A = \{a, b\}$, bei denen die Anzahl der b durch 3 teilbar ist.

Aufgabe

Gegeben ist im folgenden jeweils eine Beschreibung einer formalen Sprache L und ein dazugehöriges Alphabet. Schreiben Sie jeweils den regulären Ausdruck R auf, für den $L(R) = L$ gilt:

- Die Menge aller Worte über dem Alphabet $A = \{a, b, c\}$, die genau ein c enthalten.
- Die Menge aller Worte über dem Alphabet $A = \{a, b\}$, bei denen die Anzahl der b durch 3 teilbar ist.

Aufgabe

Gegeben ist im folgenden jeweils eine Beschreibung einer formalen Sprache L und ein dazugehöriges Alphabet. Schreiben Sie jeweils den regulären Ausdruck R auf, für den $L(R) = L$ gilt:

- Die Menge aller Worte über dem Alphabet $A = \{a, b, c\}$, die genau ein c enthalten.
  Lösung: $(a|b) * c(a|b)*$
- Die Menge aller Worte über dem Alphabet $A = \{a, b\}$, bei denen die Anzahl der b durch 3 teilbar ist.

Aufgabe

Gegeben ist im folgenden jeweils eine Beschreibung einer formalen Sprache L und ein dazugehöriges Alphabet. Schreiben Sie jeweils den regulären Ausdruck R auf, für den $L(R) = L$ gilt:

- Die Menge aller Worte über dem Alphabet $A = \{a, b, c\}$, die genau ein c enthalten.
  Lösung: $(a|b) * c(a|b)*$
- Die Menge aller Worte über dem Alphabet $A = \{a, b\}$, bei denen die Anzahl der b durch 3 teilbar ist.
  Lösung: $a * (a * ba * ba * ba*)*$

Aufgabe

Gegeben sei die rechtslineare Grammatik

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, S, P) \qquad P = \{S \to baaS|baS|aaS|\varepsilon\}$$

(a) Geben Sie einen endlichen Akzeptor A an, so dass $L(A) = L(G)$ gilt

(b) Geben Sie einen regulären Ausdruck R an, so dass $\langle R \rangle = L(G)$ gilt

(c) Geben Sie einen regulären Ausdruck R an, der nicht das Zeichen $|$ enthält, und für den $\langle R \rangle = L(G)$ gilt.

Aufgabe

Gegeben sei die rechtslineare Grammatik

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, S, P) \qquad P = \{S \to baaS | baS | aaS | \varepsilon\}$$

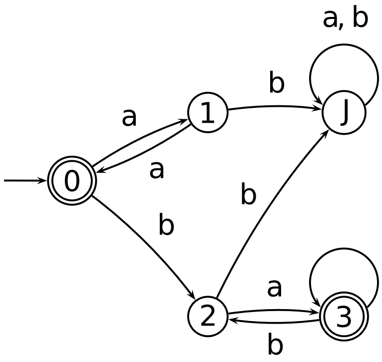
(a) Geben Sie einen endlichen Akzeptor A an, so dass $L(A) = L(G)$ gilt

Aufgabe

Gegeben sei die rechtslineare Grammatik

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, S, P) \qquad P = \{S \to baaS|baS|aaS|\varepsilon\}$$

(a) Geben Sie einen endlichen Akzeptor A an, so dass $L(A) = L(G)$ gilt



Aufgabe

Gegeben sei die rechtslineare Grammatik

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, S, P) \qquad P = \{S \to baaS|baS|aaS|\varepsilon\}$$

(a) Geben Sie einen regulären Ausdruck R an, so dass $\langle R\rangle = L(G)$ gilt

Aufgabe

Gegeben sei die rechtslineare Grammatik

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, S, P) \qquad P = \{S \to baaS|baS|aaS|\varepsilon\}$$

(a) Geben Sie einen regulären Ausdruck R an, so dass $\langle R \rangle = L(G)$ gilt

$$(baa|ba|aa)*$$

Aufgabe

Gegeben sei die rechtslineare Grammatik

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, S, P) \qquad P = \{S \rightarrow baaS|baS|aaS|\varepsilon\}$$

(a) Geben Sie einen regulären Ausdruck R an, der nicht das Zeichen $|$ enthält, und für den $\langle R \rangle = L(G)$ gilt.

Aufgabe

Gegeben sei die rechtslineare Grammatik

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, S, P) \qquad P = \{S \to baaS|baS|aaS|\varepsilon\}$$

(a) Geben Sie einen regulären Ausdruck R an, der nicht das Zeichen | enthält, und für den $\langle R\rangle = L(G)$ gilt.

$$(aa) * (baa*)*$$

In dieser Aufgabe geht um die formalen Sprachen

$$L_1 = \{a^k b^m \mid k, m \in \mathbb{N}_0\} \qquad L_2 = \{b^k a^m \mid k, m \in \mathbb{N}_0\}$$

Geben Sie für jede der folgenden formalen Sprachen L je einen regulären Ausdruck R an mit $\langle R \rangle = L$.

- $L = L_1 \cup L_2$
- $L = L_1 \cap L_2$
- $L = L_1 \cdot L_2$
- $L = L_1 *$

In dieser Aufgabe geht um die formalen Sprachen

$$L_1 = \{a^k b^m \mid k, m \in \mathbb{N}_0\} \qquad L_2 = \{b^k a^m \mid k, m \in \mathbb{N}_0\}$$

Geben Sie für jede der folgenden formalen Sprachen L je einen regulären Ausdruck R an mit $\langle R \rangle = L$.

- $L = L_1 \cup L_2$ Lösungsvorschlag: $a * b* \mid b * a*$
- $L = L_1 \cap L_2$
- $L = L_1 \cdot L_2$
- $L = L_1*$

In dieser Aufgabe geht um die formalen Sprachen

$$L_1 = \{a^k b^m \mid k, m \in \mathbb{N}_0\} \qquad L_2 = \{b^k a^m \mid k, m \in \mathbb{N}_0\}$$

Geben Sie für jede der folgenden formalen Sprachen L je einen regulären Ausdruck R an mit $\langle R \rangle = L$.

- $L = L_1 \cup L_2$ Lösungsvorschlag: $a * b* \mid b * a*$
- $L = L_1 \cap L_2$ Lösungsvorschlag: $a* \mid b*$
- $L = L_1 \cdot L_2$
- $L = L_1*$

In dieser Aufgabe geht um die formalen Sprachen

$$L_1 = \{a^k b^m \mid k, m \in \mathbb{N}_0\} \qquad L_2 = \{b^k a^m \mid k, m \in \mathbb{N}_0\}$$

Geben Sie für jede der folgenden formalen Sprachen L je einen regulären Ausdruck R an mit $\langle R \rangle = L$.

- $L = L_1 \cup L_2$ Lösungsvorschlag: $a * b* \mid b * a*$
- $L = L_1 \cap L_2$ Lösungsvorschlag: $a* \mid b*$
- $L = L_1 \cdot L_2$ Lösungsvorschlag: $a * b * b * a*$ oder $a * b * a*$
- $L = L_1*$

In dieser Aufgabe geht um die formalen Sprachen

$$L_1 = \{a^k b^m \mid k, m \in \mathbb{N}_0\} \qquad L_2 = \{b^k a^m \mid k, m \in \mathbb{N}_0\}$$

Geben Sie für jede der folgenden formalen Sprachen L je einen regulären Ausdruck R an mit $\langle R \rangle = L$.

- $L = L_1 \cup L_2$ Lösungsvorschlag: $a * b* \mid b * a*$
- $L = L_1 \cap L_2$ Lösungsvorschlag: $a* \mid b*$
- $L = L_1 \cdot L_2$ Lösungsvorschlag: $a * b * b * a*$ oder $a * b * a*$
- $L = L_1*$ Lösungsvorschlag: $(a * b*)*$ oder $(a \mid b)*$

Was wir können:

Von..

..rechtslinearen Gammatiken.. zu

- den Akzeptoren:

Was wir können:

Von..

..rechtslinearen Gammatiken.. zu

- den Akzeptoren: (mind.) jedes Nichtterminalsymbol ein Zustand, | ist Verzweigung, Akzeptierende Zustände wählen

Was wir können:

Von..

..rechtslinearen Gammatiken.. zu

- den Akzeptoren: (mind.) jedes Nichtterminalsymbol ein Zustand, | ist Verzweigung, Akzeptierende Zustände wählen
- den regulären Ausdrücken:

Was wir können:

Von..

..rechtslinearen Gammatiken.. zu

- den Akzeptoren: (mind.) jedes Nichtterminalsymbol ein Zustand, | ist Verzweigung, Akzeptierende Zustände wählen
- den regulären Ausdrücken: Schwierig!

..endlichen Akzeptoren.. zu

- den Grammatiken:

Was wir können:

Von..

..rechtslinearen Gammatiken.. zu

- den Akzeptoren: (mind.) jedes Nichtterminalsymbol ein Zustand, | ist Verzweigung, Akzeptierende Zustände wählen
- den regulären Ausdrücken: Schwierig!

..endlichen Akzeptoren.. zu

- den Grammatiken: Zustandsübergang ist eine Produktion

Was wir können:

Von..

..rechtslinearen Gammatiken.. zu

- den Akzeptoren: (mind.) jedes Nichtterminalsymbol ein Zustand, $|$ ist Verzweigung, Akzeptierende Zustände wählen
- den regulären Ausdrücken: Schwierig!

..endlichen Akzeptoren.. zu

- den Grammatiken: Zustandsübergang ist eine Produktion
- den regulären Ausdrücken:

Was wir können:

Von..

..rechtslinearen Gammatiken.. zu

- den Akzeptoren: (mind.) jedes Nichtterminalsymbol ein Zustand, $|$ ist Verzweigung, Akzeptierende Zustände wählen
- den regulären Ausdrücken: Schwierig!

..endlichen Akzeptoren.. zu

- den Grammatiken: Zustandsübergang ist eine Produktion
- den regulären Ausdrücken: Einzelne Wege abgehen

..regulären Ausdrücken.. zu

- den Akzeptoren:

Was wir können:

Von..

..rechtslinearen Gammatiken.. zu

- den Akzeptoren: (mind.) jedes Nichtterminalsymbol ein Zustand, $|$ ist Verzweigung, Akzeptierende Zustände wählen
- den regulären Ausdrücken: Schwierig!

..endlichen Akzeptoren.. zu

- den Grammatiken: Zustandsübergang ist eine Produktion
- den regulären Ausdrücken: Einzelne Wege abgehen

..regulären Ausdrücken.. zu

- den Akzeptoren: in Abschnitte teilen, $*$ ist Schleife, $|$ ist Verzweigung

Was wir können:

Von..

..rechtslinearen Gammatiken.. zu

- den Akzeptoren: (mind.) jedes Nichtterminalsymbol ein Zustand, $|$ ist Verzweigung, Akzeptierende Zustände wählen
- den regulären Ausdrücken: Schwierig!

..endlichen Akzeptoren.. zu

- den Grammatiken: Zustandsübergang ist eine Produktion
- den regulären Ausdrücken: Einzelne Wege abgehen

..regulären Ausdrücken.. zu

- den Akzeptoren: in Abschnitte teilen, $*$ ist Schleife, $|$ ist Verzweigung
- den rechtslinearen Grammatiken:

Was wir können:

Von..

..rechtslinearen Gammatiken.. zu

- den Akzeptoren: (mind.) jedes Nichtterminalsymbol ein Zustand, $|$ ist Verzweigung, Akzeptierende Zustände wählen
- den regulären Ausdrücken: Schwierig!

..endlichen Akzeptoren.. zu

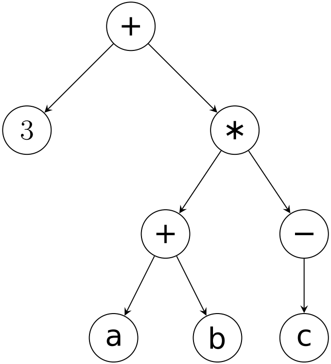
- den Grammatiken: Zustandsübergang ist eine Produktion
- den regulären Ausdrücken: Einzelne Wege abgehen

..regulären Ausdrücken.. zu

- den Akzeptoren: in Abschnitte teilen, $*$ ist Schleife, $|$ ist Verzweigung
- den rechtslinearen Grammatiken: genauso wie Akzeptor

Man kann (vor allem reguläre) Ausdrücke schreiben als Kantorowitsch-Baum.
Beispiel: einfacher arithmetischer Ausdruck: $3 + (a + b) \cdot (-c)$

Man kann (vor allem reguläre) Ausdrücke schreiben als Kantorowitsch-Baum.
Beispiel: einfacher arithmetischer Ausdruck: $3 + (a + b) \cdot (-c)$



Aussagen mit z.B. regulären Ausdrücken, Produktionsmengen o.Ä. lassen sich am Besten über **strukturelle Induktion beweisen**

Aussagen mit z.B. regulären Ausdrücken, Produktionsmengen o.Ä. lassen sich am Besten über **strukturelle Induktion beweisen**
Dabei zeigt man:

Induktionsanfang Die Aussage stimmt für die Wurzel / jedes Atom

Aussagen mit z.B. regulären Ausdrücken, Produktionsmengen o.Ä. lassen sich am Besten über **strukturelle Induktion beweisen**
Dabei zeigt man:

Induktionsanfang Die Aussage stimmt für die Wurzel / jedes Atom

Induktionsvoraussetzung Die Aussage stimmt für einen Teilbaum / einen Teilausdruck

Aussagen mit z.B. regulären Ausdrücken, Produktionsmengen o.Ä. lassen sich am Besten über **strukturelle Induktion beweisen**
Dabei zeigt man:

Induktionsanfang Die Aussage stimmt für die Wurzel / jedes Atom

Induktionsvoraussetzung Die Aussage stimmt für einen Teilbaum / einen Teilausdruck

Induktionsschluss Die Aussage stimmt für jede Verzweigung / jeden Produktionsschritt

Aufgabe (Klausur März 2011)

Die Menge $M \subset \mathbb{N}_0$ sei definiert durch:

- 5 und 8 liegen in M.
- Für alle m, n gilt: Wenn n und m in M liegen, dann ist auch $n^2 + m^2$ in M.
- Keine anderen Zahlen liegen in M.

Zeigen Sie durch strukturelle Induktion:

$$\forall\ n \in M : n \ \mathbf{mod}\ 3 = 2$$

Lösung

Induktionsanfang $5 \bmod 3 = 8 \bmod 3 = 2$

Lösung

Induktionsanfang $5 \textbf{ mod } 3 = 8 \textbf{ mod } 3 = 2$

Induktionsvoraussetzung Für beliebige aber feste $n, m \in M$ gelte:

$$n \textbf{ mod } 3 = 2 \text{ und } m \textbf{ mod } 3 = 2$$

Lösung

Induktionsanfang $5 \textbf{ mod } 3 = 8 \textbf{ mod } 3 = 2$

Induktionsvoraussetzung Für beliebige aber feste $n, m \in M$ gelte:

$$n \textbf{ mod } 3 = 2 \text{ und } m \textbf{ mod } 3 = 2$$

Induktionsschritt: Wir zeigen, dass dann auch $(n^2 + m^2) \textbf{ mod } 3 = 2$ gilt.

Lösung

Induktionsanfang $5 \textbf{ mod } 3 = 8 \textbf{ mod } 3 = 2$

Induktionsvoraussetzung Für beliebige aber feste $n, m \in M$ gelte:

$$n \textbf{ mod } 3 = 2 \text{ und } m \textbf{ mod } 3 = 2$$

Induktionsschritt: Wir zeigen, dass dann auch $(n^2 + m^2) \textbf{ mod } 3 = 2$ gilt.

Lösung

Induktionsanfang $5 \textbf{ mod } 3 = 8 \textbf{ mod } 3 = 2$

Induktionsvoraussetzung Für beliebige aber feste $n, m \in M$ gelte:

$$n \textbf{ mod } 3 = 2 \text{ und } m \textbf{ mod } 3 = 2$$

Induktionsschritt: Wir zeigen, dass dann auch $(n^2 + m^2) \textbf{ mod } 3 = 2$ gilt.
Aus $n \textbf{ mod } 3 = 2$ folgt

$$n^2 \textbf{ mod } 3 = 2^2 \textbf{ mod } 3 = 4 \textbf{ mod } 3 = 1$$

Ebenso gilt $m^2 \textbf{ mod } 3 = 1$, und es folgt

$$(n^2 + m^2) \textbf{ mod } 3 = 1 + 1 = 2$$

Was ihr nun wissen solltet

- Wie man aus regulären Ausdrücken Automaten und Grammatiken macht
- Was rechtslineare Grammatiken sind
- Wie man strukturelle Induktion durchführt

Abbildung: `http://xkcd.com`

Kontakt via E-Mail an Philipp Basler oder Nils Braun
gbi.ugroup.hostzi.com