

Fusão de Informação em Análise de Dados

Ficha Prática nº 4

Objetivo: Pretende-se exemplificar a aplicação da fusão de dados de sensores para obter a estimativa da localização de um robot, usando um filtro de Kalman estendido.

1. Introdução

Esta ficha pretende demonstrar a aplicação de um filtro de *Kalman* estendido para a localização de um robot, sendo este representado por um modelo não-linear. Considera-se que o robot possui um sensor de velocidade, um giroscópio e um sensor de GNSS (*Global Navigation Satellite System*).

2. Enquadramento

Aplicando o filtro de *Kalman* estendido (EKF) para a fusão dos dados dos sensores de um dado robot, pretende-se obter com a simulação da sua localização, um resultado semelhante ao representado na seguinte figura:

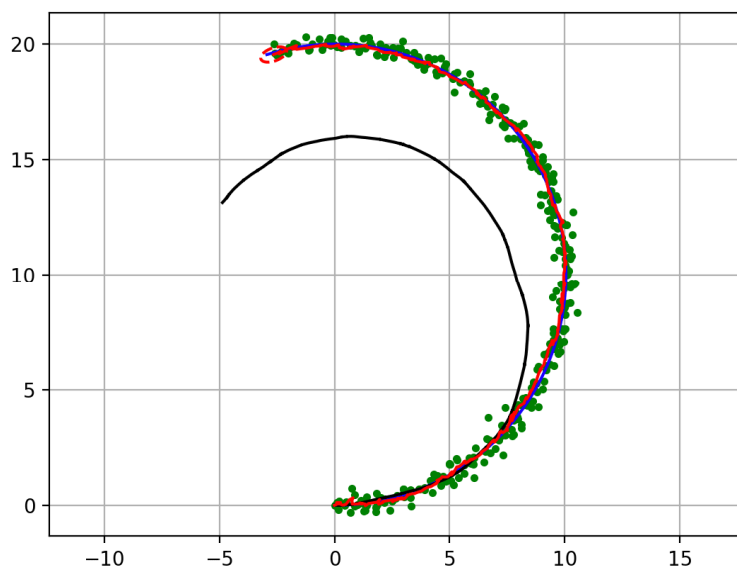


Figura 1. Representação da trajetória de um robot.

Nesta figura, a linha azul é a trajetória verdadeira, a linha preta é a trajetória por posicionamento relativo (*dead-reckoning*), os pontos verdes correspondem à observação do posicionamento do robot (por ex. GPS) e a linha vermelha é a trajetória estimada com o EKF.

A elipse vermelha tracejada representa a elipse de covariância estimada com o EKF.

2.1 Projeto do Filtro

Nesta simulação, o vetor de estados do robot tem os seguintes 4 estados no instante t :

$$\mathbf{x}_t = [x_t, y_t, \phi_t, v_t]$$

em que x e y é a posição x-y 2D do robot, ϕ é a orientação e v é a velocidade.

Dado que o robot possui um sensor de velocidade e um giroscópico, o vetor de entrada em cada instante t é representado por:

$$\mathbf{u}_t = [v_t, \omega_t]$$

Além disso, o robot possui um sensor GNSS, permitindo observar a sua posição x-y em cada instante de tempo t :

$$\mathbf{z}_t = [x_t, y_t]$$

Considera-se que os vetores de entrada e de observação incluem ruído associado aos respetivos sensores.

2.2 Modelo dinâmico do robot

O modelo do robot pode ser representado por:

$$\dot{\phi} = \omega$$

Assim, o modelo dinâmico vem dado por:

$$\mathbf{x}_{t+1} = F\mathbf{x}_t + B\mathbf{u}_t$$

em que:

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \cos(\phi)dt & 0 \\ \sin(\phi)dt & 0 \\ 0 & dt \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

e dt é o passo temporal.

A correspondente matriz Jacobiana resulta em:

$$J_F = \begin{bmatrix} \frac{dx}{dx} & \frac{dx}{dy} & \frac{dx}{d\phi} & \frac{dx}{dv} \\ \frac{dy}{dx} & \frac{dy}{dy} & \frac{dy}{d\phi} & \frac{dy}{dv} \\ \frac{d\phi}{dx} & \frac{d\phi}{dy} & \frac{d\phi}{d\phi} & \frac{d\phi}{dv} \\ \frac{dv}{dx} & \frac{dv}{dy} & \frac{dv}{d\phi} & \frac{dv}{dv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -v\sin(\phi)dt & \cos(\phi)dt \\ 0 & 1 & v\cos(\phi)dt & \sin(\phi)dt \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.3 Modelo de observação

O robot pode obter informação sobre a sua posição x-y a partir do sensor GNSS, obtendo-se o seguinte modelo de observação:

$$\mathbf{z}_t = H \mathbf{x}_t$$

em que:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A respetiva matriz Jacobiana é dada por:

$$J_H = \begin{bmatrix} \frac{dx}{dx} & \frac{dx}{dy} & \frac{dx}{d\phi} & \frac{dx}{dv} \\ \frac{dy}{dx} & \frac{dy}{dy} & \frac{dy}{d\phi} & \frac{dy}{dv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.4 Especificação do Filtro de *Kalman* Estendido (EKF)

A estimação da localização do robot é obtida através do Filtro de *Kalman* Estendido (EKF) aplicando o seguinte algoritmo:

=== Predict ===

$$\mathbf{x}_{Pred} = F \mathbf{x}_t + B \mathbf{u}_t$$

$$P_{Pred} = J_F P_t J_F^T + Q$$

=== Update ===

$$\mathbf{z}_{Pred} = H \mathbf{x}_{Pred}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{z} - \mathbf{z}_{Pred}$$

$$S = J_H P_{Pred} J_H^T + R$$

$$K = P_{Pred} J_H^T S^{-1}$$

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{x}_{Pred} + K \mathbf{y}$$

$$P_{t+1} = (I - K J_H) P_{Pred}$$

em que:

P_t é a matriz de covariação do estado no instante t ,

Q é a matriz de covariância do ruído do sistema,

R é a matriz de covariância do ruído de observação.

3. Exercícios

Considerando o enquadramento apresentado, efetuar as seguintes tarefas:

1. Criar uma função que implementa o modelo dinâmico do robot;
2. Criar uma função que implementa o modelo de observação;
3. Criar uma função que representa a aquisição de dados dos sensores;
4. Criar uma função que implementa o Filtro de *Kalman* estendido (EKF);
5. Especificar os vários parâmetros do filtro e de simulação do robot;
6. Simular o movimento do robot e representar dinamicamente a sua localização, considerando as trajetórias e a elipse indicadas na Figura 1.