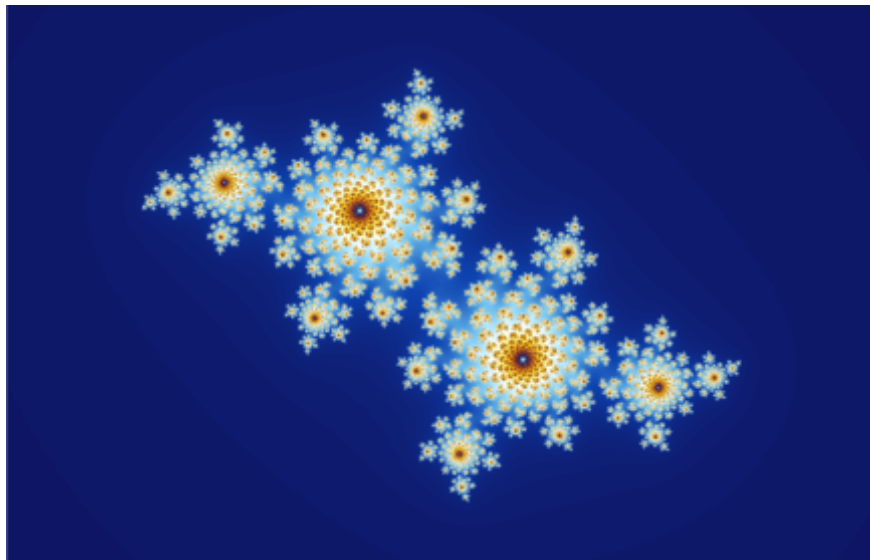


# Final Project: Julia Set

*Due: Friday, December 13, 2024, 23:59 KST*

## 0 Introduction

- 이번 프로젝트의 목표는 프랙털의 일종인 Julia set을 LCD 화면에 출력하는 것입니다.
- 프랙털은 자기 유사성을 가지는 기하학적 구조로, 프랙털의 한 부분을 확대하면 전체와 유사한 모습이 나타납니다.
- Julia set은 다음 조건을 만족시키는 복소평면 위의 점  $z = z_x + iz_y$ 의 집합으로 정의됩니다.  
 $z_{n+1} = z_n^2 + c$  ( $c$ 는 상수)의 점화식을 반복 적용했을 때  $z$ 의 크기가 발산하지 않음
- 각 점마다 그 크기가 발산하기까지 소요되는 반복 횟수가 다르며, 이 반복 횟수에 따라 각 점의 색깔을 다르게 하면 **Figure 1**과 같은 프랙털을 그릴 수 있습니다.
- Julia set을 LCD 화면에 출력하는 방법은 다음과 같습니다.
  1. LCD 화면의 각 픽셀  $(x, y)$ 에 복소평면 위의 각 점  $(z_x, z_y)$ 를 대응시킵니다.
  2. 각 픽셀에 대응하는  $(z_x, z_y)$ 를 위 점화식에 반복 대입하고, 그 크기가 발산하기까지 소요되는 반복 횟수를 구합니다.
  3. 각 픽셀에 대응하는 반복 횟수에 따라 픽셀의 색깔을 정합니다.
- 자세한 사항은 LearnUs에 업로드된 영상을 참고하시기 바랍니다.



**Figure 1.** Julia set when  $c = -0.4 + 0.6i$

## 1 Implementing a Multiplier [10 points]

- Step 1에서는 두 실수의 곱셈을 수행하는 Multiplier 모듈을 구현합니다.
- 구현 시 다음과 같은 조건을 따릅니다.
  - 실수는 **Figure 2**와 같은 Q15.16 (32-bit fixed point) 형식으로 표현합니다. 예를 들면, 1.75는 32'h0001c000으로 표현하고 -1.75는 32'hfffe4000으로 표현합니다.
  - Multiplier 모듈은 두 실수를 입력받아 그 곱을 출력합니다. 이때, 곱셈 결과가 Q15.16 형식이 표현할 수 있는 범위를 벗어날 수 있으나 이번 프로젝트에서는 이를 고려하지 않아도 무방합니다.

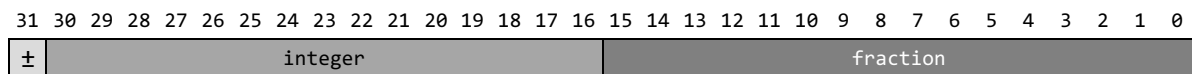


Figure 2. Q15.16 format

## 2 Displaying the Julia Set [60 points]

- Step 2에서는 **Figure 1**과 같은 Julia set을 LCD 화면에 회색조로 출력합니다.
- **Algorithm 1**과 같은 방법으로 각 픽셀에 대응하는 반복 횟수를 구할 수 있습니다.
- 구현 시 다음과 같은 조건을 따릅니다.
  - 실수는 Q15.16 형식으로 표현하며, 두 실수 간의 곱셈은 Step 1에서 구현한 Multiplier 모듈을 통해 수행합니다.
  - LCD 화면에 점화식의 상수가  $c = -0.4 + 0.6i$ 인 Julia set을 회색조로 출력합니다.
  - LCD 화면의 해상도는 1280 \* 720이며, 화면에 출력할 복소평면의 범위는 실수 축이 -4.00 ~ 4.00이고 허수 축이 -2.25 ~ 2.25입니다.
  - 점화식을 반복 적용하던 중 복소수  $z$ 의 크기가 2를 초과하면 그 값이 발산한다고 간주하고 반복을 종료합니다.
  - 점화식을 256번 적용해도 복소수  $z$ 의 크기가 발산하지 않으면 반복을 종료합니다.
  - 어떤 픽셀에 대응하는 반복 횟수가 클수록 해당 픽셀을 더 밝게 표시합니다. 이때, 밝기 표현은 16단계 이상으로 구현합니다.

```

for each pixel (x, y):
    z = zx + izy      # transform (x, y) into (zx, zy)
    n = 0                # the number of iterations

    while |z| ≤ 2 and n < 256:
        z = z2 + c
        n = n + 1

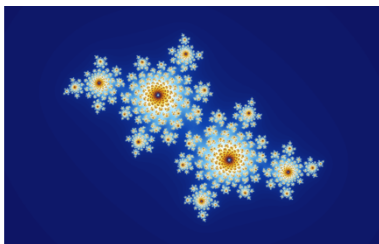
    return n

```

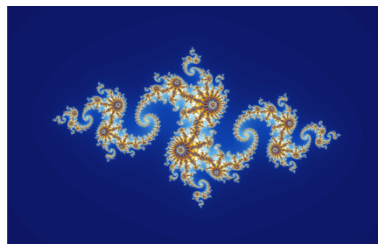
Algorithm 1. Pseudocode for the Julia set

### 3 Displaying Various Julia Sets [10 points]

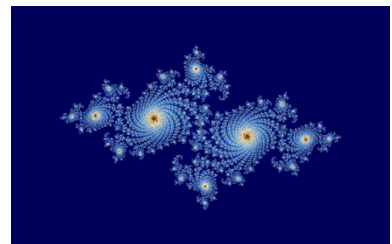
- Step 3에서는 **Figure 3**과 같은 다양한 Julia set을 LCD 화면에 회색조로 출력합니다.
- Julia set은 점화식에 사용되는 상수  $c$ 의 값에 따라 다양한 모양을 나타냅니다. 즉, 상수  $c$ 의 값을 변경함으로써 다양한 모양의 Julia set을 출력할 수 있습니다.
- 구현 시 다음과 같은 조건을 따릅니다.
  - Step 2의 모든 조건을 따르되, 버튼 입력에 따라 점화식의 상수  $c$ 를 변경합니다.
  - $c_1 = -0.4 + 0.6i$ ,  $c_2 = -0.8 + 0.156i$ ,  $c_3 = -0.7269 + 0.1889i$ 로 정의하고, 보드의 BTN1을 누를 때마다 상수  $c$ 의 값을  $c_1 \rightarrow c_2 \rightarrow c_3 \rightarrow c_1 \rightarrow \dots$ 과 같이 바꿉니다.



(a)  $c = -0.4 + 0.6i$



(b)  $c = -0.8 + 0.156i$



(c)  $c = -0.7269 + 0.1889i$

Figure 3. Various Julia sets

## 4 Zooming In and Out [20 points]

- Step 4에서는 LCD 화면에 출력되는 Julia set을 확대 및 축소합니다.
- LCD 화면에 출력되는 복소평면의 범위를 변경하면 화면의 Julia set을 확대 또는 축소할 수 있습니다.
- 구현 시 다음과 같은 조건을 따릅니다.
  - Step 3의 모든 조건을 따르되, 버튼 입력에 따라 화면에 출력되는 복소평면의 범위를 변경합니다.
  - 보드의 BTN3을 누르면 화면의 Julia set을 축소하고, 보드의 BTN2를 누르면 화면의 Julia set을 확대합니다.
  - 확대 및 축소는 각 3번 이상 가능해야 합니다.

## 5 Notices

- 12월 13일까지 실제 보드에서의 구현 결과를 확인받고 LearnUs에 보고서 및 Vivado 프로젝트를 제출합니다.
- 지각 제출은 받지 않습니다. 명시된 기한 이후 제출된 프로젝트는 0점 처리됩니다.
- 기말 프로젝트는 개인별 프로젝트입니다. 프로젝트 코드를 공유하는 등의 부정행위가 적발될 경우 관련 학생은 0점 처리됩니다.
- 기말 프로젝트 기간 동안에는 각 주차 수업 내용 또는 프로젝트 구현 방법에 대한 질문을 받지 않습니다.
- 아래의 채점 기준은 참고용으로 제공되었으며 추후 변경될 수 있습니다.

## 6 Grading Rules

- **Implementing a Multiplier [10 points]**
  - **0 points** 주어진 조건을 모두 만족하는 Multiplier를 구현하지 못한 경우
  - **10 points** 주어진 조건을 모두 만족하는 Multiplier를 구현한 경우
- **Displaying the Julia Set [60 points]**
  - **0 points** LCD 화면에 어떤 프랙털도 출력하지 못한 경우
  - **20 points** 주어진 Julia set을 출력하지 못했으나 일종의 프랙털을 출력한 경우
  - **40 points** 주어진 Julia set을 출력하였으나 그 모양이 일부 올바르지 않은 경우
  - **60 points** 주어진 Julia set을 올바르게 출력한 경우
- **Displaying Various Julia Sets [10 points]**
  - **0 points** 버튼을 통해 Julia set의 모양을 주어진 대로 변경하지 못한 경우
  - **5 points** 버튼을 통해 Julia set의 모양을 주어진 대로 변경하였으나 그 모양이 일부 올바르지 않은 경우
  - **10 points** 버튼을 통해 Julia set의 모양을 주어진 대로 올바르게 변경한 경우
- **Zooming In and Out [20 points]**
  - **0 points** 버튼을 통해 화면의 Julia set을 확대 및 축소하지 못한 경우
  - **10 points** 버튼을 통해 화면의 Julia set을 확대 또는 축소한 경우
  - **20 points** 버튼을 통해 화면의 Julia set을 각 3회 이상 확대 및 축소한 경우