

Sistemas y Señales I

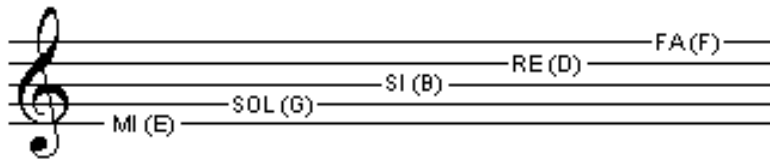
Escuchando el aliasing

Temario: Cap. 1: Item 1.5

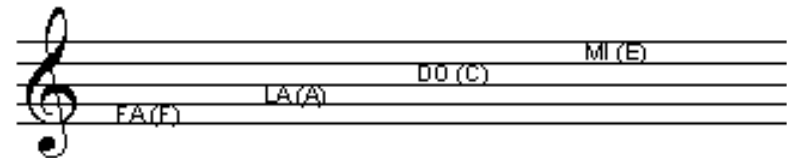
Ejemplo: Escuchando el alising

□ Notación Musical

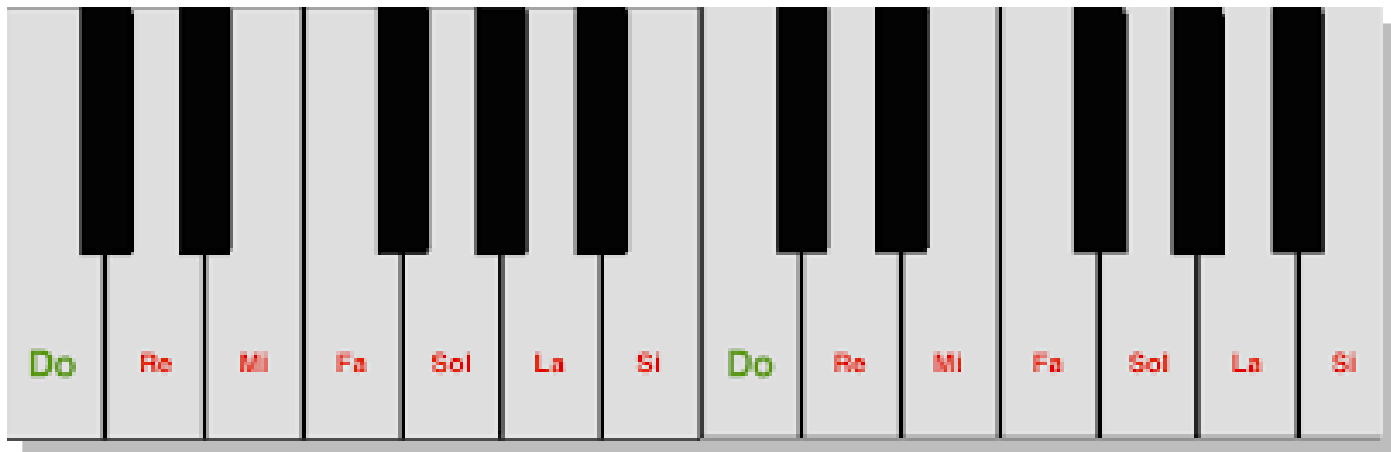
Nombre de las Líneas en Clave de Sol



Nombre de los Espacios en Clave de Sol



Clave de Sol



❑ Escala cromática en el rango 440-880 Hz

Sistema equitemperado:
cociente entre las
frecuencias de notas
separadas 1 semitono es
constante e igual a

$$\frac{f_{La\#}}{f_{La}} = 2^{\frac{1}{12}}$$

| Nota | Frecuencia [Hz] |
|---------------------|--------------------------------------|
| La | 440 |
| La # - Si b | $440 \times 2^{\frac{1}{12}}$ |
| Si | $440 \times 2^{\frac{2}{12}}$ |
| Do | $440 \times 2^{\frac{3}{12}}$ |
| Do # - Re b | $440 \times 2^{\frac{4}{12}}$ |
| Re | $440 \times 2^{\frac{5}{12}}$ |
| Re # - Mi b | $440 \times 2^{\frac{6}{12}}$ |
| Mi | $440 \times 2^{\frac{7}{12}}$ |
| Fa | $440 \times 2^{\frac{8}{12}}$ |
| Fa # - Sol b | $440 \times 2^{\frac{9}{12}}$ |
| Sol | $440 \times 2^{\frac{10}{12}}$ |
| Sol # - La b | $440 \times 2^{\frac{11}{12}}$ |
| La | $440 \times 2^{\frac{12}{12}} = 880$ |

$$x_{1a} = \cos(2\pi F_1 t) \quad , \quad F_1 = 440 \text{ Hz} \quad \text{nota } La$$

$$x_{2a} = \cos(2\pi F_2 t) \quad , \quad F_2 = 440 \frac{3}{2} \text{ Hz} = 660 \text{ Hz}$$

nota *Mi*

$F_{s1} = 10000 \text{ Hz}$ Frecuencia de muestreo adecuada
para x_{1a} y x_{2a}

$$F_{s1} > 2 \max(F_1, F_2) = 2 \max(440, 660) = 1320 \text{ Hz}$$

$F_{s2} = 1050 \text{ Hz}$ Frecuencia de muestreo adecuada
para x_{1a} pero inadecuada para x_{2a}

$$F_{s2} > 2F_1 = 880 \text{ Hz} \quad \checkmark$$

$$F_{s2} < 2F_2 = 1320 \text{ Hz} \quad \times$$

En efecto, si muestreamos la señal x_{2a} con la frecuencia $F_{s2} = 1050$ Hz resulta

$$x_2(n) = \cos\left(2\pi F_2 \frac{n}{F_{s2}}\right) = \cos\left(2\pi(F_2 - F_{s2}) \frac{n}{F_{s2}}\right)$$

Es decir, aparece un **alias** de frecuencia

$$F_{alias} = F_{s2} - F_2 = (1050 - 660) \text{ Hz} = 390 \text{ Hz}$$

Para conocer que nota es en el sistema equitemperado planteamos

$$F_{alias} = 220 \times 2^{\frac{x}{12}}$$

donde x es el número de semitonos por encima del La (220 Hz)

$$F_{alias} = 220 \times 2^{\frac{x}{12}} \Rightarrow \frac{F_{alias}}{220} = 2^{\frac{x}{12}} \Rightarrow \frac{x}{12} = \log_2 \left(\frac{F_{alias}}{220} \right)$$

$$\Rightarrow x = 12 \times \log_2 \left(\frac{F_{alias}}{220} \right) = 12 \times \log_2 \left(\frac{390}{220} \right) = 9.9116$$

La nota que aparece como alias está entonces (aproximadamente) 10 semitonos por encima del *La* (220 Hz), es decir es un *Sol* por debajo del *La* (440 Hz).

El fenómeno de **alising** genera una nota que está un tono por debajo del *La* (440 Hz), en vez de una quinta por encima.

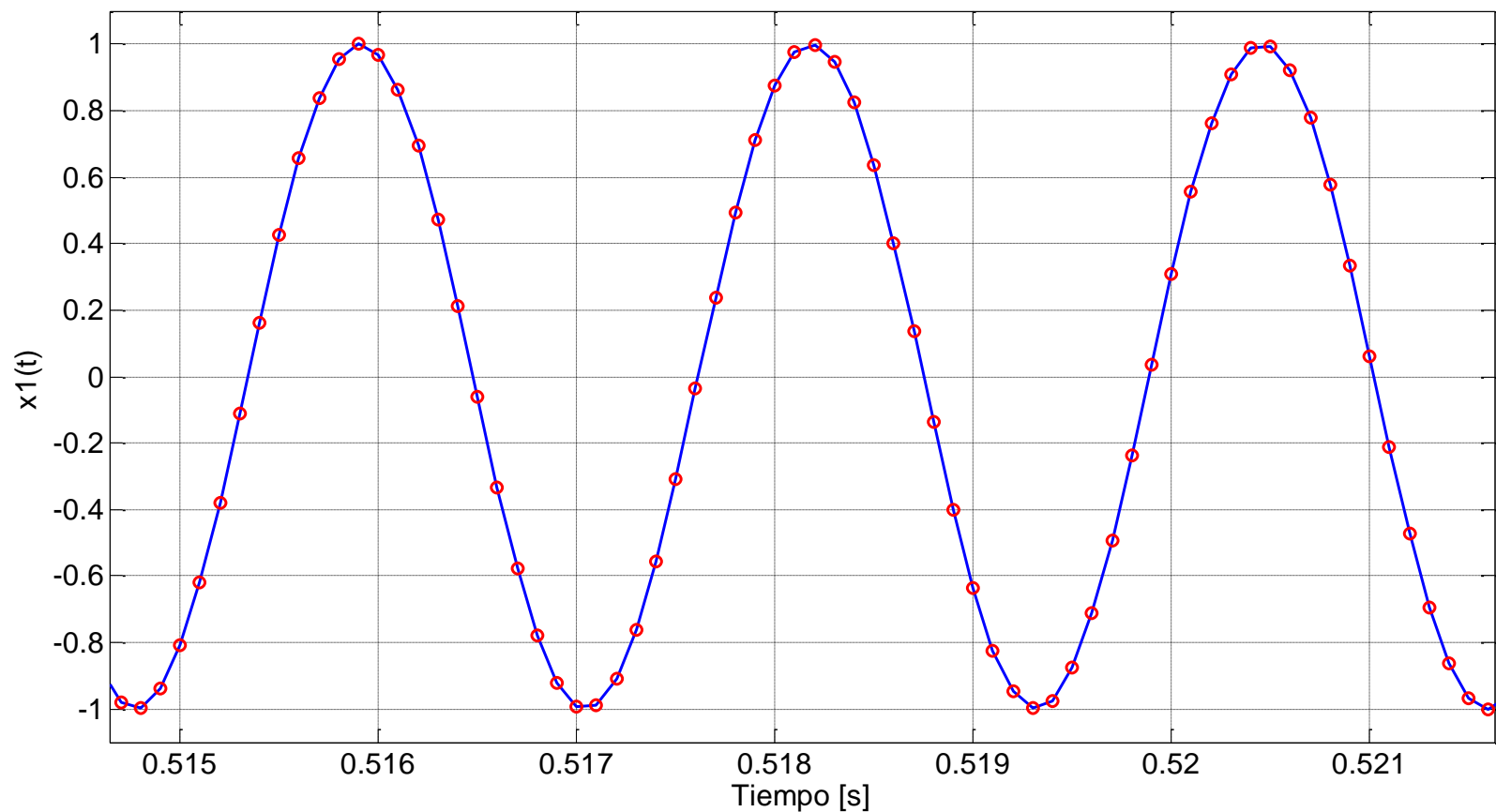


Fig. 1: Señal $x_{1a}(t)$ y su correspondiente señal muestreada con frecuencia $F_{s1} = 10000$ Hz

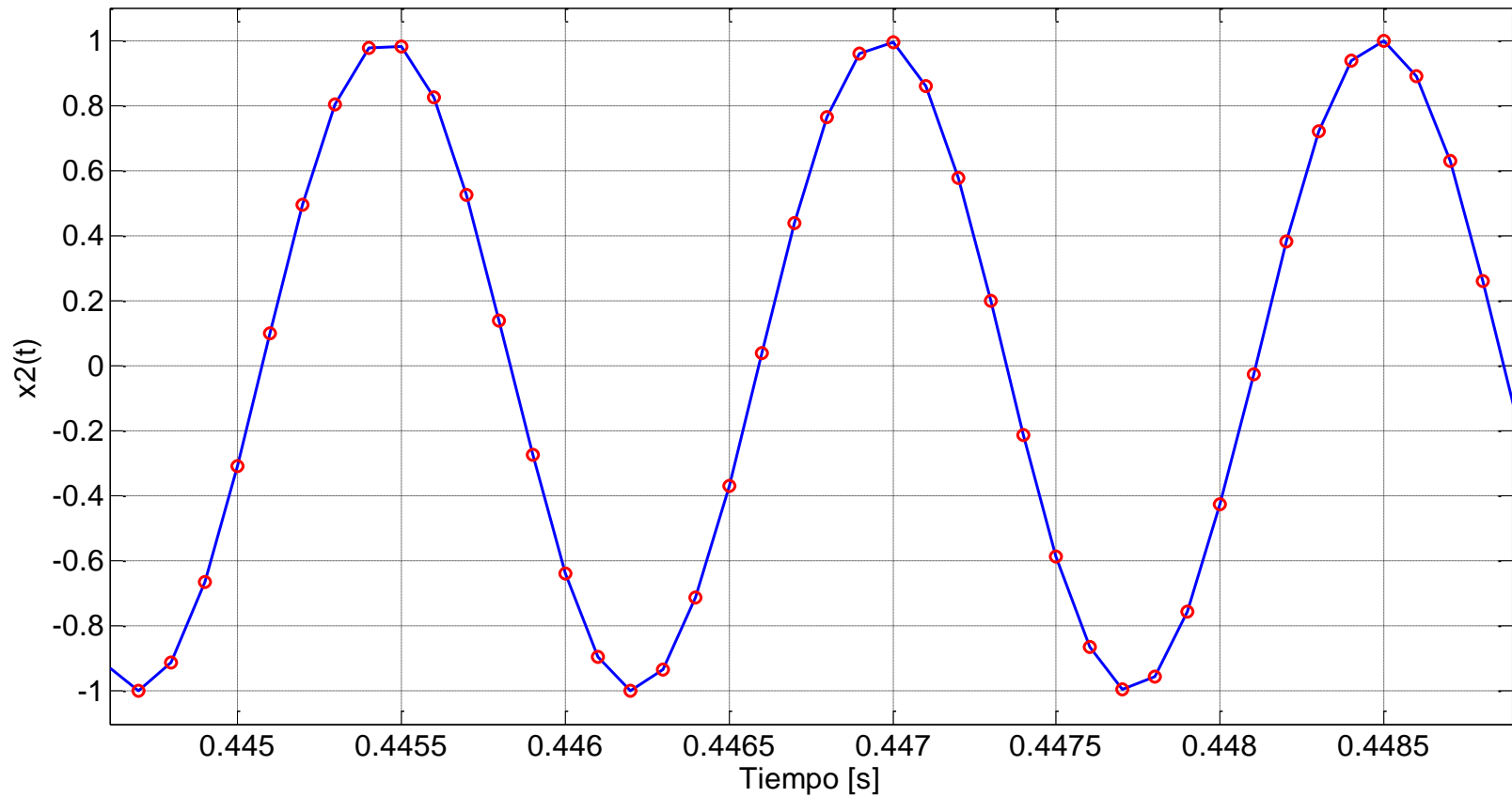


Fig. 2: Señal $x_{2a}(t)$ y su correspondiente señal muestreada con frecuencia $F_{s1} = 10000$ Hz

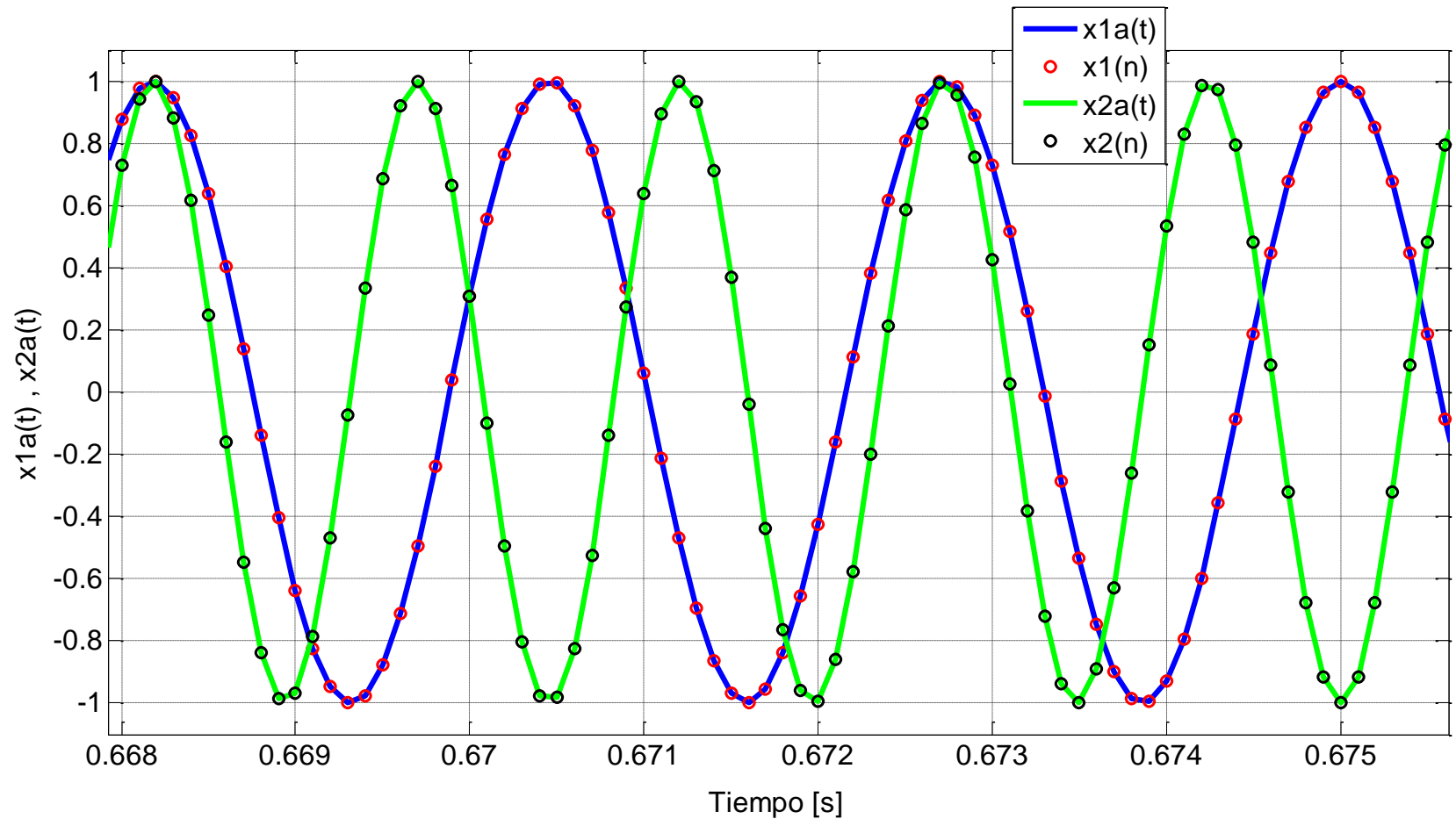


Fig. 3: Señales $x_{1a}(t)$, $x_{2a}(t)$ y sus correspondientes señales muestreadas con frecuencia $F_{s1} = 10000$ Hz

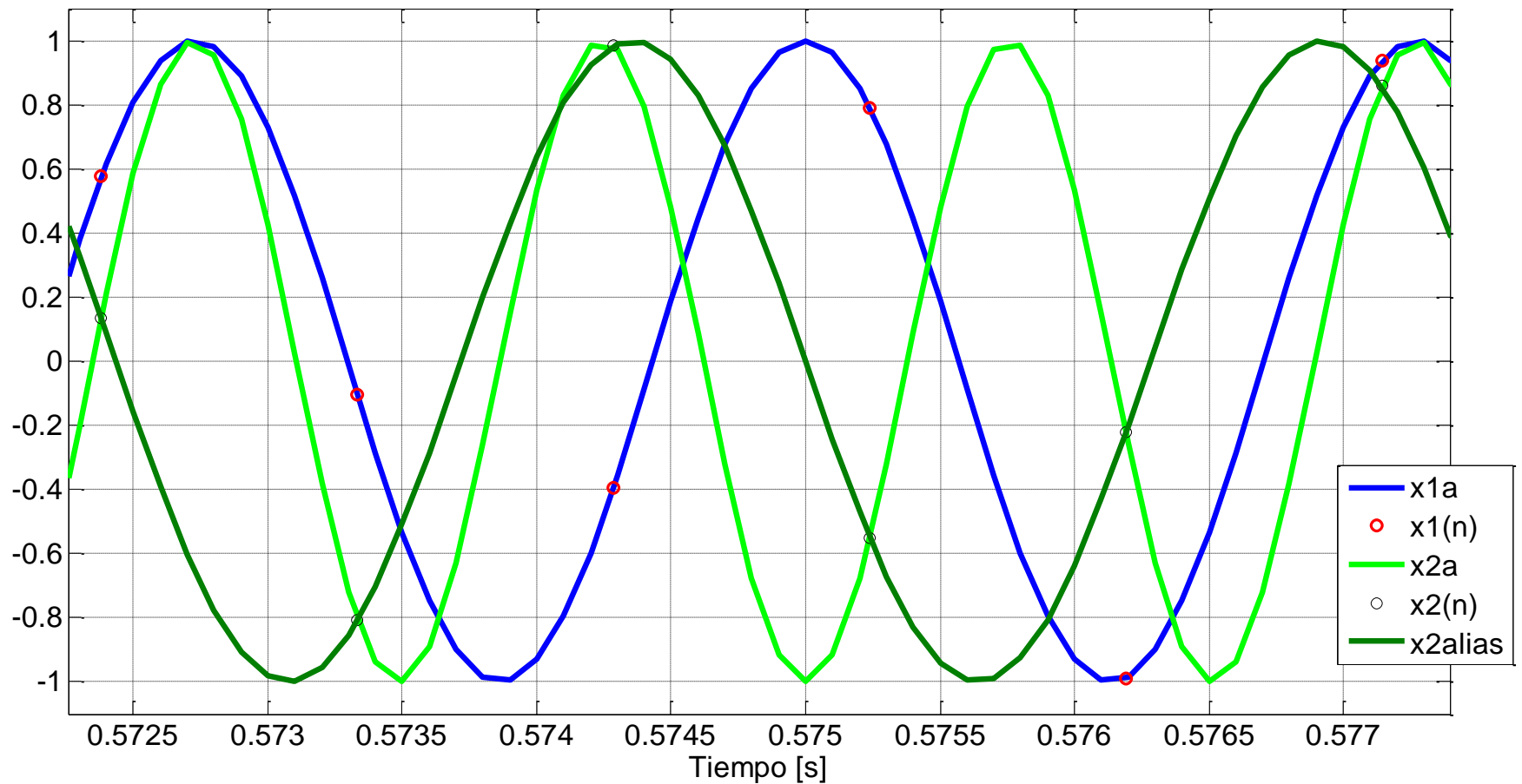


Fig. 4: Señales $x_{1a}(t)$, $x_{2a}(t)$ y sus correspondientes señales muestreadas con frecuencia $F_{s2} = 1050$ Hz. Se muestra también el alias de $x_{2a}(t)$