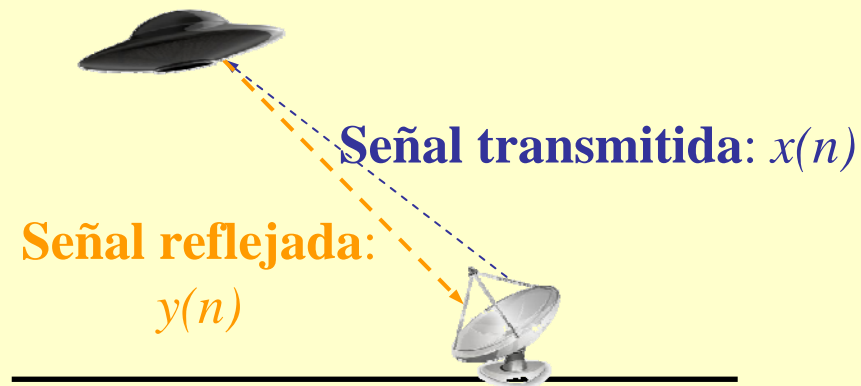


Problema del RADAR



$$y(n) = \alpha x(n-D) + W(n)$$

α : factor de atenuación

$W(n)$: ruido aditivo

D : retardo transmisión/recepción

Figura 1: Sistema de RADAR

Problema de radar: determinar si existe un blanco, y si existe determinar el retardo D que permite determinar la distancia al blanco.

El problema que se presenta es que la señal reflejada por el blanco $y(n)$ está corrupta por ruido, por lo que su simple observación no permite determinar el retardo D .

Calculemos la correlación cruzada $r_{yx}(\ell)$

$$\begin{aligned} r_{yx}(\ell) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n+\ell)x(n) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\alpha x(n+\ell-D) + w(n+\ell)]x(n) \\ &= \alpha \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n+\ell-D)x(n) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} w(n+\ell)x(n) \\ &= \alpha r_{xx}(\ell-D) + r_{wx}(\ell) \end{aligned}$$

Como la señal $x(n)$ es determinística, generada por el radar, y el ruido $w(n)$ es aleatorio, no están correlacionados, entonces

$$r_{wx}(\ell) \approx 0$$

Resulta entonces

$$r_{yx}(\ell) \approx \alpha r_{xx}(\ell - D) \quad (1)$$

Es decir, la correlación cruzada entre la señal reflejada y la transmitida $r_{yx}(\ell)$ es una versión atenuada por el factor α y desplazada el retardo de transmisión D , de la autocorrelación de la señal transmitida $r_{xx}(\ell)$. Como $r_{xx}(\ell)$ tiene un máximo en cero, la correlación cruzada $r_{yx}(\ell)$ tendrá un máximo en D , por lo que este retardo (en muestras) podrá medirse de la gráfica de $r_{yx}(\ell)$,

La distancia al blanco puede calcularse como:

$$(2) \quad dist = \frac{vDT_s}{2}$$

v : velocidad de propagación de la señal
 T_s : período de muestreo

Ejemplo de Simulación: Script Matlab: `ejemplo_radar.m`

La señal transmitida es una Señal Pseudo Aleatoria Binaria (PRBS: Pseudo Random Binary Signal) que conmuta entre -1 y 1, con 1000 muestras. La señal y su autocorrelación se muestran en la Figura 2.

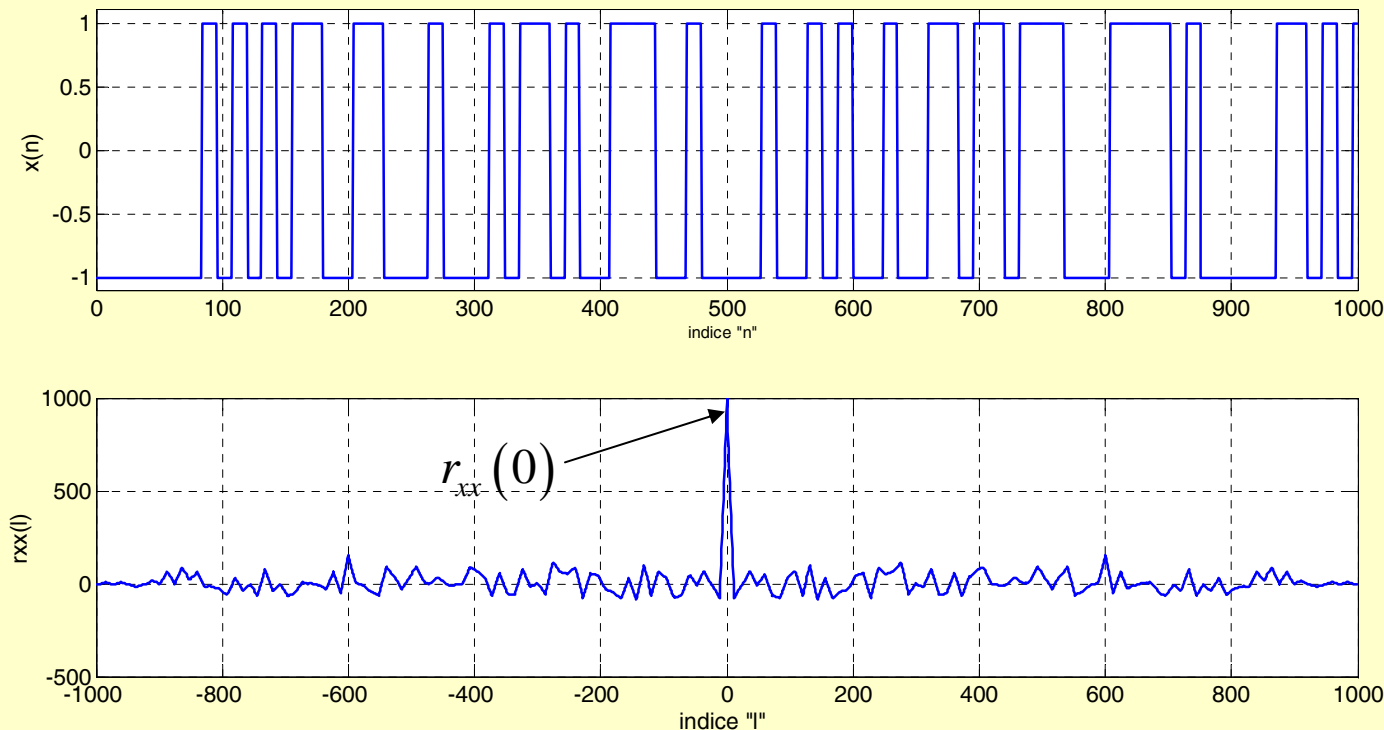


Figura 2: Señal transmitida $x(n)$ (gráfica superior) y correspondiente secuencia de autocorrelación $r_{xx}(\ell)$ (gráfica inferior).

La señal reflejada $y(n)$ se muestra en la Figura 3, de donde puede observarse que no es posible medir el retardo D a partir de la gráfica de $y(n)$, debido a la presencia del ruido $w(n)$.

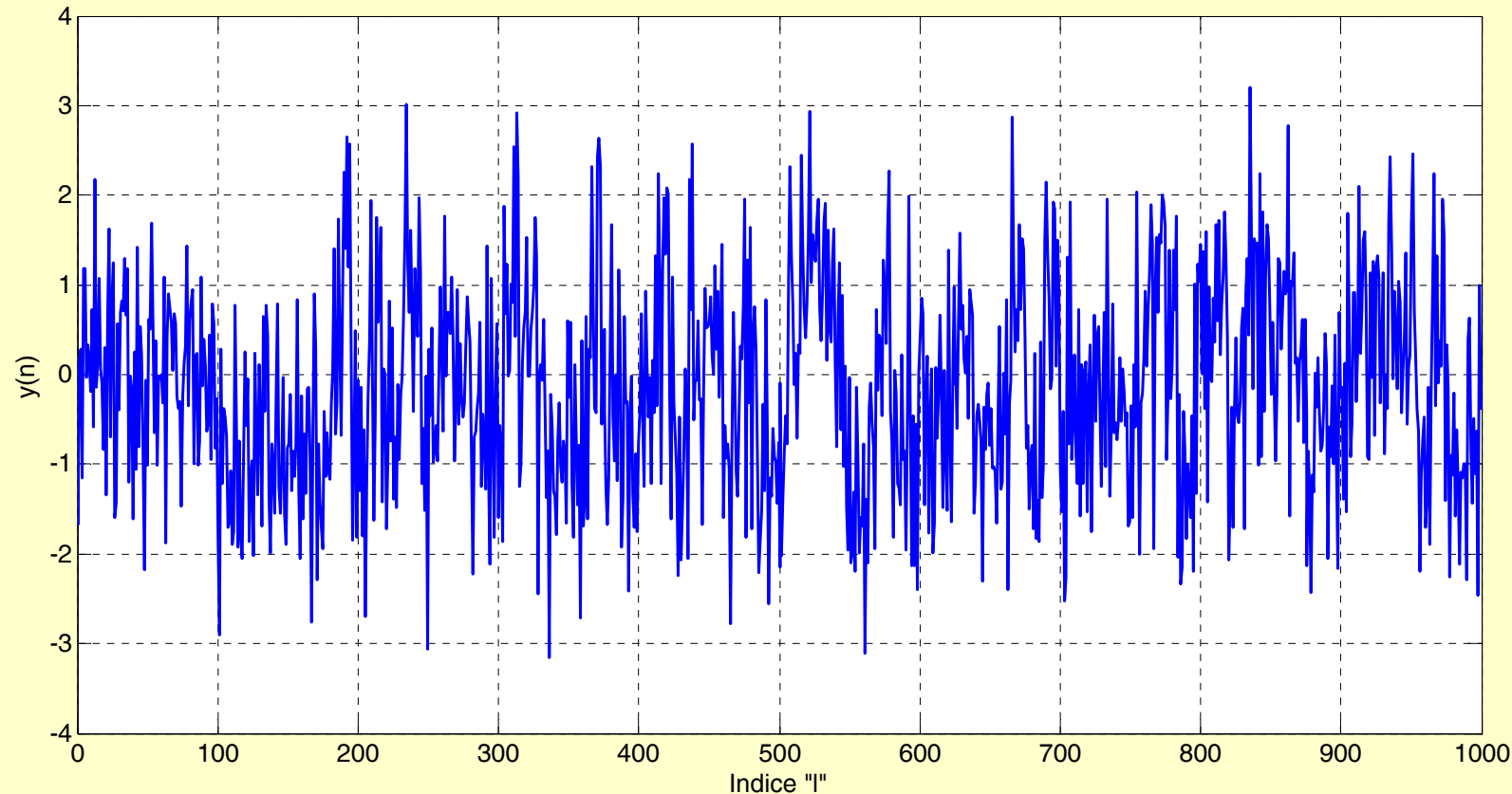
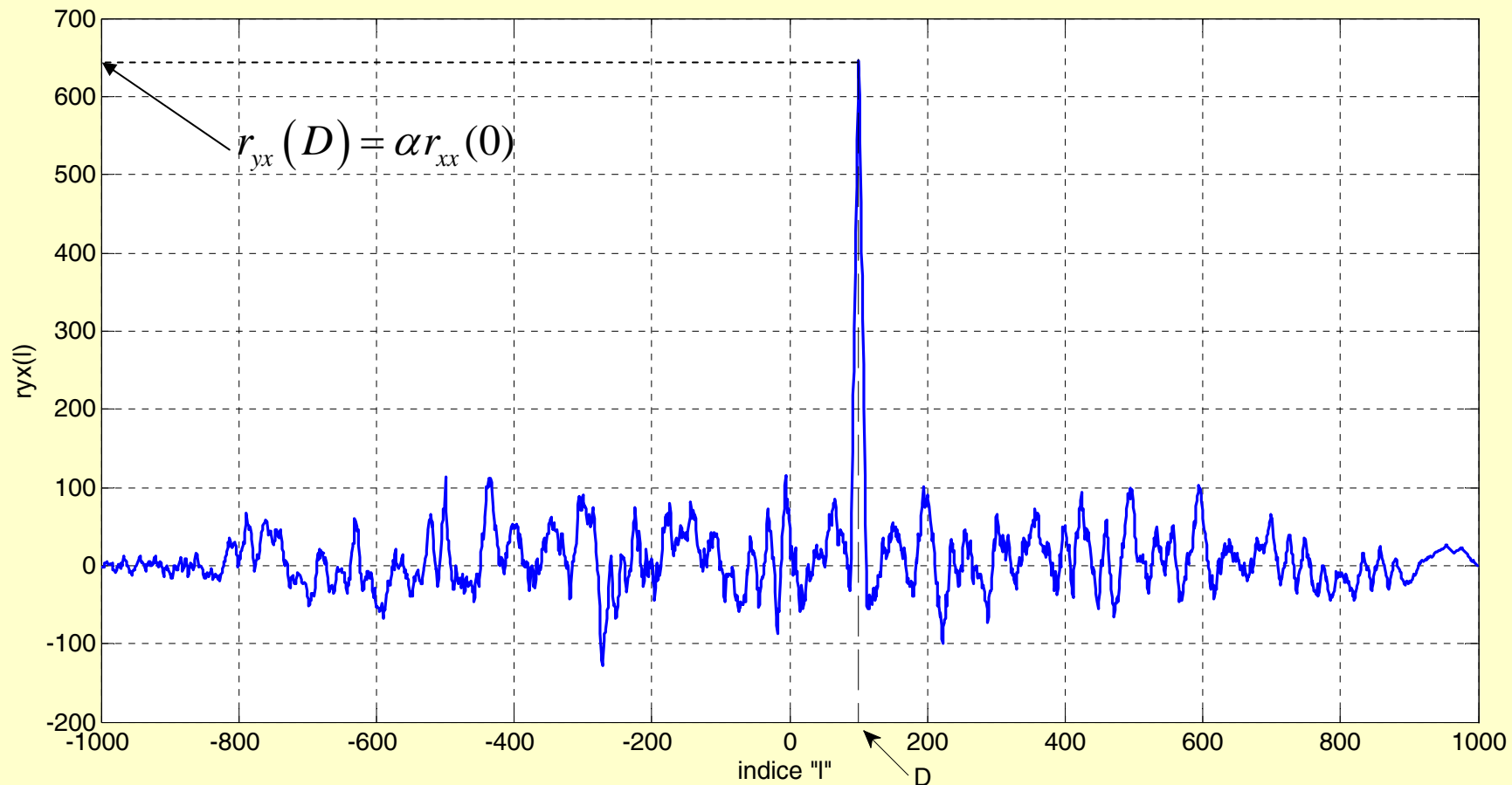


Figura 3: Señal reflejada $y(n)$.

La secuencia de correlación cruzada $r_{yx}(\ell)$ se muestra en la Figura 4, de donde puede medirse el retardo D , y calcular la atenuación α como :

$$\alpha = \frac{r_{yx}(D)}{r_{xx}(0)}$$


En el presente ejemplo, resulta:

$$r_{xx}(0) = 1000$$

$$r_{yx}(D) = 645.243$$

$$D = 100 \text{ muestras}$$

$$\alpha = 0.6452$$