

## Objetivos a cubrir

Código : MAT4-EDO.8

- Ecuaciones diferenciales ordinarias a variables separables.
- Ecuaciones diferenciales ordinarias reducibles a variables separables.

1. Resuelva la ecuación diferencial dada por separación de variables.

1.  $1 + y^2 = xy'$
2.  $y' = 1 + x + y^2 + xy^2$
3.  $e^x y \frac{dy}{dx} = e^{-y} + e^{-2x-y}$
4.  $y' = a^{x+y}$
5.  $\sec x \, dy = x \cot y \, dx$
6.  $(y^2 + xy^2) y' + x^2 - yx^2 = 0$
7.  $(1 + e^x) yy' = e^y$
8.  $y \ln x \frac{dx}{dy} = \left(\frac{y+1}{x}\right)^2$
9.  $(1 + x^2 + y^2 + x^2 y^2) dy = y^2 \, dx$
10.  $e^{-y} (1 + y') = 1$
11.  $\frac{dy}{dx} = \frac{xy + 3x - y - 3}{xy - 2x + 4y - 8}$
12.  $\sec y \frac{dy}{dx} + \sin(x - y) = \sin(x + y)$
13.  $x \ln y \ln x \, dy + dx = 0$
14.  $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0$
15.  $\sin 3x \, dx + 2y \cos^3 3x \, dy = 0$
16.  $y - xy' = a(1 + x^2 y')$
17.  $e^y (1 + x^2) y' = 2x(1 + e^y)$
18.  $(a^2 + y^2) + 2xy'\sqrt{ax - x^2} = 0$
19.  $\frac{dy}{dx} = \frac{xy + 2y - x - 2}{xy - 3y + x - 3}$
20.  $\frac{dy}{dx} = \sin x (\cos 2y - \cos^2 y)$
21.  $\frac{y}{x} \frac{dy}{dx} = (1 + x^2)^{-\frac{1}{2}} (1 + y^2)^{\frac{1}{2}}$
22.  $(xy^2 - y^2 + x - 1) \, dx + (x^2 y - 2xy + x^2 + 2y - 2x + 2) \, dy = 0$
23.  $(4y + yx^2) \, dy - (2x + xy^2) \, dx = 0$
24.  $(e^y + 1)^2 e^{-y} \, dx + (e^x + 1)^3 e^{-x} \, dy = 0$

2. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales

1.  $y' = \sin(x - y)$
2.  $y' = ax + by + c$
3.  $\frac{dy}{dx} = 2 + \sqrt{y - 2x + 3}$
4.  $(x + y)^2 y' = a^2$
5.  $\frac{dy}{dx} = (x + y + 1)^2$
6.  $(x^2 y^2 + 1) \, dx + 2x^2 \, dy = 0$
7.  $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - x - y}{x + y}$
8.  $\frac{dy}{dx} = \tan^2(x + y)$
9.  $(x^2 y^2 + 1) y + (xy - 1)^2 xy' = 0$
10.  $\frac{dy}{dx} = 1 + e^{y-x+5}$
11.  $y' + 2(x - y) = 0$
12.  $2 \, dx + (2x + 3y) \, dy = 0$
13.  $\frac{dy}{dx} = \sin(x + y)$
14.  $x^2 + y^2 + 2xyy' = 0$
15.  $(x + y) \, dx + (x + y - 2) \, dy = 0$
16.  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y}$
17.  $x^3 + y^3 + 3xy^2 y' = 0$
18.  $(x - 2y + 5) \, dx - (2x - 4y + 9) \, dy = 0$
19.  $2y' = (2x + y)^2$
20.  $(x^2 y^3 + y + x - 2) \, dx + (x^3 y^2 + x) \, dy = 0$

## Respuestas

- 1.1.  $\ln|x| = \arctan y + C$ ; 1.2.  $\arctan y = x + \frac{x^2}{2} + C$ ; 1.3.  $3e^y(y - 1) + e^{-x}(3 + e^{-2x}) = C$ ; 1.4.  $a^{x+y} = Ca^y - 1$ ;
- 1.5.  $\ln|\sec y| = x \sin x + \cos x + C$ ; 1.6.  $\frac{y^2}{2} + y + \ln\left|\frac{y-1}{x+1}\right| = \frac{x^2}{2} - x + C$ ; 1.7.  $e^{-y}(y + 1) = -x + \ln(e^x + 1) + C$ ;
- 1.8.  $\frac{x^3}{3} \ln|x| - \frac{x^3}{9} = \frac{y^2}{2} + 2y + \ln|y| + C$ ; 1.9.  $\frac{y^2-1}{y} = \arctan x + C$ ; 1.10.  $\ln|e^y - 1| = x + y + C$ ;
- 1.11.  $y - x = 5 \ln\left|\frac{y+3}{x+4}\right| + C$ ; 1.12.  $\ln|\csc 2y - \cot 2y| = 2 \sin x + C$ ; 1.13.  $y(\ln|y| - 1) = -\ln|\ln x| + C$ ;
- 1.14.  $\sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+x^2} = C$ ; 1.15.  $-\sec^2 3x = 6y^2 + C$ ; 1.16.  $\frac{x}{y-a} = C(ax + 1)^a$ ; 1.17.  $1 + e^y = K(1 + x^2)$ ;

$$\begin{aligned}
1.18. \quad \arctan\left(\frac{y}{a}\right) &= \frac{x-a}{\sqrt{ax-x^2}} + C; & 1.19. \quad y + 2 \ln|y-1| &= x + 5 \ln|x-3| + C; & 1.20. \quad -\cot y &= \cos x + C; \\
1.21. \quad \sqrt{1+y^2} &= \sqrt{1+x^2} + C; & 1.22. \quad \ln|y^2+1| + \ln|x^2-2x+2| &+ \arctan y = C; & 1.23. \quad 2+y^2 &= K(x^2+4); \\
1.24. \quad -\frac{1}{2} \frac{1}{(e^x+1)^2} &= \frac{1}{e^y+1} + C; & 2.1. \quad x = \tan(x-y) + \sec(x-y) &+ C; & 2.2. \quad \ln|abx+b^2y+bc+a| &= bx + K; \\
2.3. \quad 2\sqrt{y-2x+3} &= x + C; & 2.4. \quad \tan\left(\frac{y}{a} + C\right) &= \frac{x+y}{a}; & 2.5. \quad x+y+1 &= \tan(x+C); & 2.6. \quad \ln|x| &= -\frac{2}{xy+1} + C; \\
2.7. \quad (x+y)^2 &= 2x + C; & 2.8. \quad 2y + \sin 2(x+y) &= 2x + C; & 2.9. \quad xy = 2 \ln|y| + \frac{1}{xy} &+ C; & 2.10. \quad e^{x-y-5} &= -x + C; \\
2.11. \quad Ke^{2x} &= 2x - 2y + 1; & 2.12. \quad 3 - 2x - 3y &= Ke^{-y}; & 2.13. \quad \tan(x+y) - \sec(x+y) &= x + C; \\
2.14. \quad x^2(4y^2+x^2) &= C; & 2.15. \quad (x+y)^2 - 4y &= C; & 2.16. \quad 2\sqrt{x+y} - 2 \ln|1+\sqrt{x+y}| &= x + C; \\
2.17. \quad \ln|x| + \ln|4y^3+x^3| &= C; & 2.18. \quad (x-2y)^2 + 10x - 8y &= C; & 2.19. \quad 2x + y &= 2 \tan(x+C); \\
2.20. \quad \frac{xy}{3}(x^2y^2+3) &= 2x - \frac{x^2}{2} + C;
\end{aligned}$$

## Bibliografía

1. **Edwards, C. H. y Penney, D.:** "Ecuaciones Diferenciales Elementales y problemas con condiciones en la frontera". Tercera Edición. Prentice Hall.
2. **Kiseliov, A. - Krasnov, M. y Makarenko, G.,** "Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias". Editorial Mir.
3. **Spiegel, Murray R.,** "Ecuaciones diferenciales aplicadas". Tercera edición. Prentice Hall.
4. **Viola-Prioli, Ana y Viola-Prioli, Jorge,** "Ecuaciones Diferenciales Ordinarias". Universidad Simón Bolívar.
5. **Zill, Dennis,** "Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones". Grupo Editorial Iberoamérica.