Matematicas 2 Primer Parcial TIPO A Miguel Guzman

Pregunta (1)

A.-

$$\int \frac{3x-1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx \rightarrow -\text{asin}(x) - 3\cdot\sqrt{1-x^2} \; +C$$

Recuerde separar las integrales. Por lo que

$$\int \frac{3x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$ realizando u=1-x^2 sustitucion queda $$\frac{3}{2}\cdot\int \frac{-1}{\sqrt{u}}\,du \rightarrow -3\cdot\sqrt{u}$$

Y regrese el cambio de variable.

Para la segunda integral se tiene dos casos.

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx \rightarrow \text{asin}(x)$$

$$\int \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = \text{acos}(x)$$

B.-

$$\int_0^2 |2x-1|\,dx \rightarrow \frac{5}{2}$$

Recuerde que el valor absoluto cambio de definicion en el punto x=1/2 por lo que

$$\int_0^{\frac{1}{2}} 1-2x\,dx + \int_{\frac{1}{2}}^{2} 2x-1\,dx \rightarrow \frac{5}{2}$$

C.-

$$\int \sqrt{1-\sin(x)}\,dx$$

Multiplicando por la conjugada de la parte interna de la raiz se tiene que

$$(1-\sin(x))\cdot\left(\frac{1+\sin(x)}{1+\sin(x)}\right) = \frac{\cos(x)^2}{1+\sin(x)}$$

Y queda

$$\int \frac{\cos(x)}{\sqrt{1+\sin(x)}}\,dx \rightarrow 2\cdot\sqrt{\sin(x)+1}$$

realizando la sustitucion U=1+sin(x) =>
du=cos(x)dx

Pregunta (2)

Para demostrar que es constante la funcion f(x) debemos probar que la derivada es CERO

$$f(x) := \int_{2x}^{5x} \frac{1}{t}\, dt$$

$\frac{d}{dx} f(x) \rightarrow 0$ Recuerde

$$f(x) := \int_{2x}^{0} \frac{1}{t}\, dt + \int_{0}^{5x} \frac{1}{t}\, dt \quad => \quad f(x) := \int_{0}^{5x} \frac{1}{t}\, dt - \int_{0}^{2x} \frac{1}{t}\, dt$$

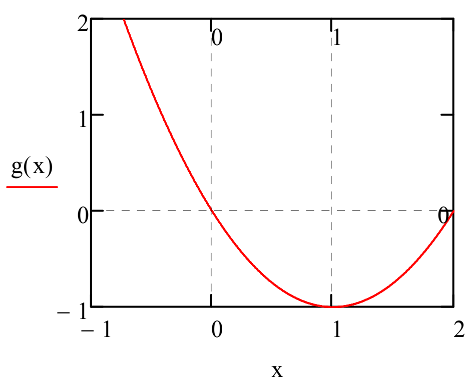
Aplicando Primer Teorema del Calculo

$$\frac{d}{dx} f(x) = \frac{1}{5x} 5 - \frac{1}{2x} 2 = 0$$

Por lo que se demuestra que f(x) es constante

Pregunta (3)

$$g(x) := x^2 - 2x$$



Evaluando la sumatoria de Riemann

$$deltaX(n) := \frac{1-0}{n} \qquad Xi(n) := \frac{1 \cdot i}{n} \qquad h(n) := g(Xi(n))$$

$$At := \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} (deltaX(n) \cdot h(n)) \rightarrow -\frac{2}{3}$$

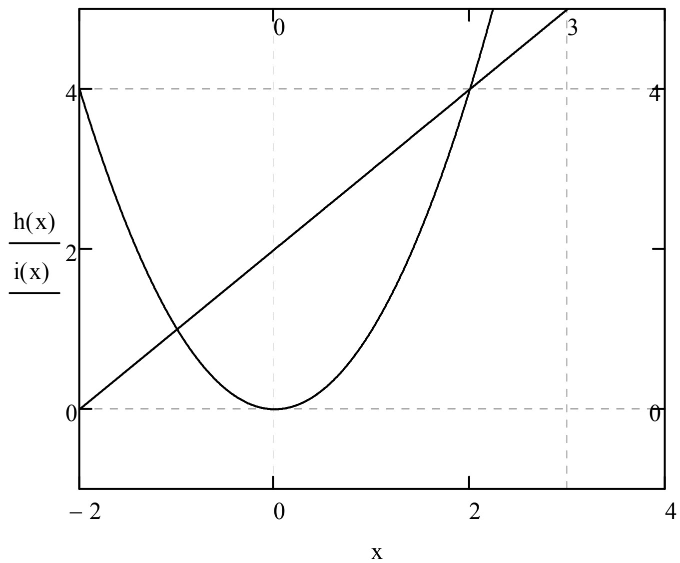
Si resolvemos la integral definida

$\int_{0}^{1} x^2 - 2x\, dx \rightarrow -\frac{2}{3}$ Vamos Bien!!!!!! Por lo que el valor de la integral sera -2/3

Pregunta (4)

Sea $h(x) := x^2$ $i(x) := x + 2$

Graficamos las dos regiones



Si utilizamos el metodo de Disco se nos complica un poco sin embargo sera

$$\text{AreaDisco} := \int_0^1 \pi\cdot\left[\left[3-\left(-\sqrt{y}\right)\right]^2-\left(3-\sqrt{y}\right)^2\right]dy+\int_1^4 \pi\cdot\left[\left[3-(y-2)\right]^2-\left(3-\sqrt{y}\right)^2\right]dy \rightarrow \frac{45\cdot\pi}{2}$$

Si utilizamos Cascarones

$$\text{AreaCascarones} := \int_{-1}^{2} 2\pi\cdot(3-x)\cdot\left(x+2-x^2\right)dx \rightarrow \frac{45\cdot\pi}{2}$$