Matemáticas III (MA1116) 3^{er} Examen Parcial (40%) Sep – Dic 2014 Examen tipo C

Duración: 1-hora 50 minutos

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS

Pregunta 1. (9 ptos.) Sea T una transformación, $T: P_2 \to M_{2\times 2}$, definida por

$$T(ax^{2} + bx + c) = \begin{pmatrix} a - b & b \\ c + a & 2a \end{pmatrix}.$$

- a. Pruebe que T es una transformación lineal;
- b. Halle la matriz de asociada, A_T , para las bases canónincas tanto de P_2 como de $M_{2\times 2}$;
- c. Halle $\operatorname{img}(T)$, $\operatorname{nu}(T)$, $\rho(T)$ y $\nu(T)$.

Pregunta 2. (11 ptos.)

- a. Halle bases ortonormales para el espacio nulo y la imagen de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & -4 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$
- b. Sean v=(1,1,1) y H^{\perp} el complemento ortogonal de N_A . Halle $h\in N_A$ y $p\in H^{\perp}$ tales que v=h+p

Pregunta 3. (8 ptos.)

- a. Demuestre que (-2, -4) es un autovector de $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ y halle el autovalor correspondiente.
- b. Demuestre que (2+i,1) es un autovector de $A=\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ y halle el autovalor correspondiente.

Pregunta 4. (12 ptos.) Diagonalice ortogonalmente la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 6 \\ 3 & 6 & 11 \end{pmatrix}$.