GUIA DE EJERCICIOS

<u>MATEMÁTICAS 2</u>

La presente guía representa una herramienta para el estudiante para que practique los temas dictados en matemáticas 2. Al final están las soluciones a los ejercicios para que verifiquen los resultados. Tenga presente que algunos ejercicios se escapan de la dificultad del curso sin embargo son importante para ampliar más el conocimiento de los temas. Los temas que se aprecian en la guía son:

1. Antiderivadas. Principio de Inducción.
2. Suma y Notación Sigma. Determinación del Área.
3. La Integral Definida. Propiedades de la Integral Definida.
4. Teorema Fundamental del Cálculo.
5. Integral Indefinida y Cambio de Variable.
6. Área. Sólidos de Revolución.
7. Determinación de Volúmenes mediante Envolventes Cilíndricas.
8. Determinación de Volúmenes por Cortes Transversales.
9. Longitud de Arco y Superficies de Revolución.
10. Funciones Inversas. Función Logaritmo Natural
11. Función Exponencial Natural. Derivación e Integración.
12. Derivación e Integración. Logaritmos y Exponenciales Generales.
13. Derivada de Funciones Inversas.
14. Integrales de las Funciones Trigonométricas.
15. Funciones Trigonométricas Inversas.
16. Funciones Hiperbólicas.
17. Integración por partes. Integrales Trigonométricas.
18. Sustitución Trigonométrica. Integrales de las Funciones Racionales.
19. Integrales en las que aparecen Expresiones Cuadráticas.
20. Sustituciones Diversas.
21. Formas Indeterminadas. Regla de L'Hôpital.
22. Integrales Impropias.

La guía consta con más 350 ejercicios.

GUIA DE EJERCICIOS

INTEGRACION.

INDICE.

INTEGRAL INDEFINIDA, ANTIDERIVADAS.

1.- Halle la integral de los siguientes ejercicios.

a.- $\int \frac{(1-x)\sqrt{x}}{x} dx$

b.- $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$

c.- $\int (3x+4)^2 dx$

d.- $\int \frac{x^3+5x^2-4}{x^2} dx$

e.- $\int (x^3+2)^3 3x^2 dx$

f.- $\int \frac{8x^2}{(x^3+2)^3} dx$

g.- $\int \frac{x^2}{\sqrt[4]{x^3+2}} dx$

h.- $\int 3x\sqrt{1-2x^2} dx$

h.1.- $\int \frac{3x^2}{x^2+1} dx$

i.- $\int \frac{x+3}{(x^2+6x)^{\frac{1}{3}}} dx$

j.- $\int \frac{(1+x)^2}{\sqrt{x}} dx$

k.- $\int \frac{x^2+2x}{(x+1)^2} dx$

*l.- $\int \cos(3x)\, dx$

m.- $\int \tan(2x)\, dx$

n.- $\int \sec(x) dx$

o.- $\int \frac{dx}{1+\cos(x)}$

p.- $\int \csc(u)\, du$

p.1.- $\int \left(\frac{\cos(2x)}{1-\sqrt{2}\cos(x)}\right) dx$

p.2.- $\int \tan^{\frac{5}{2}}(x) \sec^2(x)\, dx$

p.3.- $\int \frac{\sin(2x)}{\sqrt[4]{2-\sin(x)}} dx$

p.4.- $\int \frac{1}{\sin^4(x)-\cos^4(x)-\sin^2(x)} dx$

q.- $\int \frac{dx}{9+x^2}$

r.- $\int \frac{3x^3-4x^2+3x}{x^2+1} dx$

s.- $\int \frac{x+3}{\sqrt{1-x^2}} dx$

t.- $\int \frac{1}{y^2+10y+30} dy$

t.1.- $\int \frac{x^2}{\sqrt{25-x^6}} dx$

u.- $\int \frac{x+2}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx$

v.- $\int \frac{2x+3}{9x^2-12x+8} dx$

w.- $\int 3x\sqrt{4-x^2} dx$

x.- $\int x\,(2x^2+1)^6 dx$

y.- $\int \sqrt[3]{3x+4} dx$

z.- $\int \frac{y+3}{3-y} dy$

aa.- $\int x^3(2-x^2)^{12} dx$

ab.- $\int x^5(x^3+3)^{\frac{1}{4}} dx$

ac.- $\int \cos^{20}(a)\, dx$

ad.- $\int \frac{\sin(4x)}{\cos(2x)\cos(x)} dx$

SUMATORIA SIGMA. AREA BAJO CURVA.

2.- Determine la sumatoria sigma.

a.- $\sum_{i=1}^{10} (i-1)^3$

b.- $\sum_{j=3}^{6} \frac{2}{j(j-2)}$

c.- $\sum_{k=-2}^{3} \frac{k}{k+3}$

3.- Halle lo que se pide mediante sumatoria sigma.

a.- Sea $f(x) = x^3$ determine el área bajo la curva f en el intervalo $(1,3)$ considerando n subintervalos de longitud $\Delta x = \frac{2}{n}$

b.-Determine el área de la región limitada $y = x^3 + x$ con el eje x y las rectas $x = -2$ $x = 1$

(Hágalo por medio de rectángulos inscritos)

c.- Sea $f(x) = \frac{1}{x^2}$ determine el área de la función limitada por las rectas $x = 1\,; x = 3$ con $n = 4$ (cuatro particiones; rectángulos circunscritos.)

d.- Evalué la sumatoria de Riemann para $f(x) = 2 - x^2,\;\; 0 \leq x \leq 2$ con 4 subintervalos, considere el punto derecho para su solución.

e.- Si $f(x) = \ln(x) - 1,\;\; 1 \leq x \leq 4,$ evalué la sumatoria de Riemann con 6 subintervalos, considere el punto izquierdo para su solución.

f.- Si $f(x) = \sqrt{x} - 2, \quad 1 \leq x \leq 6$, encuentre la sumatoria de Riemann con $n = 5$, considere el punto medio para su solución.

4.- Exprese los límites indicado como un integral definida en el intervalo dado.

a.- $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} x_i \sin(x_i)\Delta x \qquad [0,\pi]$

b.- $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{e^{x_i}}{1+x_i}\Delta x, \qquad [1,5]$

c.- $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} (4 - 3(x_i^*)^2 + 6(x_i^*)^5)\Delta x, \qquad [0,2]$

5.- (a) Encuentre una aproximación a la integral $\int_0^4 (x^2 - 3x)dx$ usando sumatoria de Riemann considere punto derecho y $n = 8$ para su solución.

(b) Bosqueje un diagrama para mostrar la aproximación del apartado anterior.

(c) Resuelva la integral.

***EXTRA**: Calcule el área de las siguientes funciones. Utilizando la definición de Riemann

a.- $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 \quad I[0,2]$

b.- $f(x) = \begin{cases} 2 & si\;\; 0 \leq x < 1 \\ x + 1 & si\;\; 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$

Determine el valor de la integral utilizando la definición de Riemann,

c.- $\int_0^4 (x^2 - 4x + 3)dx$

d.- $\int_{-1}^{2} (2x^2 - 1)dx$

e.- Mediante la definición de Riemann determine el valor aproximado de la integral, utilizando solo 10 particiones y considere i) Punto Derecho para su solución ii) Punto Izquierdo para su solución iii) Punto medio para su solución.

$$e.- \quad \int_1^2 (1+x)^3 dx$$

INTEGRAL DEFINIDA.

6.- Determine el valor de las siguientes integrales.

a.- $\int_1^4 (1-u)\sqrt{u}du$

b.- $\int_0^1 x\left(1-\sqrt{x}\right)^2 dx$

c.- $\int_{-\frac{1}{2}}^{0} \frac{x^3}{x^2+x+1} dx$

d.- $\int_0^{2\pi} \sin\left(\frac{1}{2}s\right) ds$

e.- $\int_3^{11} \sqrt{2x+3}dx$

7.- Evalué la integral definida, si existe.

a.- $\int_0^1 x^2(1+2x^3)^5 dx$

b.- $\int_0^{\sqrt{\pi}} xcos(x^2)dx$

c.- $\int_{1/6}^{1/2} \csc(\pi t)\cot(\pi t)\,dt$

d.- $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{x^2 \sin(x)}{1+x^2} dx$

e.- $\int_0^{\pi/2} \cos(\mathrm{x}) \sin(sin(x))\,dx$

f.- $\int_0^a x\sqrt{x^2+a^2}dx \quad (a>0)$

g.- $\int_1^2 \frac{2-x}{4x^2+4x-3} dx$ [1]

h.- $\int_0^2 (x^2-|x-1|)dx$

PRIMER TEOREMA Y SEGUNDO TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO.

8.- Use la sección (b) del Primer Teorema Fundamental del Cálculo, para estimar un valor de la integral. (Teorema de acotación de integrales)

a.- $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ (NO integre por neperiano)

b.- $\int_0^2 \sqrt{x^3+1}dx$

c.- $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \tan(x)\,dx$

d.- $\int_0^2 (x^3-3x+3)dx$

e.- $\int_0^2 xe^{-x}dx$

f.- $\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \sin^2(x)\,dx$

[1] Se define $\int \frac{1}{x}dx = \ln(x) + C$

9.- Exprese el límite como una integral definida.

$a.-\ \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{1+\left(\frac{i}{n}\right)^2}$ $b.-\ \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{i^4}{n^5}$ Sug (considere $f(x) = x^4$)

10.- Evalué las siguientes integrales por el Segundo Teorema Fundamental del Cálculo.

a.- $\int_{-1}^{3} x^5 dx$ b.- $\int_0^4 (1+3y-y^2)dy$

c.- $\int_1^8 \sqrt[3]{x}dx$ d.- $\int_1^2 \frac{3}{t^4} dt$

e.- $\int_{\pi}^{2\pi} \cos(\delta)\, d\delta$ f.- $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

g.- $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2(t) dt$ h.- $\int_0^1 \left(3 + x\sqrt{x}\right) dx$

i.- $\int_0^1 10^x dx$ j.- $\int_0^1 \frac{4}{t^2+1} dt$ k.- $\int_1^2 \frac{4+u^2}{u^3} du$

11.- Encuentre la derivada de las funciones.

a.- $f(x) = \int_{2x}^{3x} \frac{u^2-1}{u^2+1} du$ b.- $g(x) = \int_{\tan(x)}^{x^2} \frac{1}{\sqrt{2+t^4}} dt$

c.- $h(x) = \int_{\sqrt{x}}^{x^2} \sqrt{t}\sin(t)\, dt$ d.- $i(x) = \int_{\cos(x)}^{5x} \cos(u^2)\, du$

12.- Si $F(x) = \int_1^x f(t)dt$, donde $f(t) = \int_1^{t^2} \frac{\sqrt{1+u^4}}{u} du$ encuentre $F''(2)$

***Extra**: Sea la función

$$f(x) = \int_0^x (\sin(t) + t^2 + 2)dt$$

Halle $(f^{-1})'(0)$

13.- Encuentre el valor medio de la función dada en el intervalo dado (Utilice Teorema de Valor Medio para Integrales)

a.- $g(x) = \cos(x)$ $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ b.- $g(x) = x^2\sqrt{1+x^3}$ $(0,2)$

c.- $f(t) = te^{-t^2}$ $(0,5)$ d.- $f(\varphi) = \sec(\varphi)\tan(\varphi)$ $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$

e.- $h(x) = \cos^4(x)\sin(x)$ $(0, \pi)$ f.- $h(r) = \frac{3}{(1+r)^2}$ $(1,6)$

14.- La velocidad v de la sangre que corre por las venas con un radio R y una longitud l a una distancia r desde el eje central es

$$v(r) = \frac{P}{4\eta l}(R^2 - r^2)$$

Donde P es la diferencia de presión entre el fin de la vena y η es la viscosidad de la sangre en el intervalo $0 \leq r \leq R$. Compare la velocidad promedio con la máxima velocidad.

AREA BAJO CURVAS, Y SOLIDO EN REVOLUCION TRES METODOS.

15.- Halle el área bajo la(s) curva(s) mediante integración definida.

a.- La parábola $y(x) = 4x - x^2$ y el eje (x).

b.- Entre la parábola $x(y) = 8 + 2y - y^2$, el eje (y) y las rectas $y = -1; y = 3$

c.- Entre la curva $y(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ y el eje (x).

d.- La parábola $x(y) = 4 - y^2$ y el eje (y).

e.- Las parábolas $y(x) = 6x - x^2$ y $y(x) = x^2 - 2x$

f.- La curva $y^2 = x^2 - x^4$

g.- La recta $x = 3$ y el círculo de ecuación $x^2 + y^2 = 25$

h.- La intersección de los círculos $x^2 + y^2 = 4$; $x^2 + y^2 = 4x$

i.- Las funciones e^x y e^{-x}

j.- Dentro de $y = 25 - x^2$; $256x = 3y^2$; $16y = 9x^2$

16.- Encuentre el área debajo de la curvas

a.- $y = 5x - x^2$; $y = x$

b.- $y = \sqrt{x+2}$; $y = \frac{1}{x+1}$; $x = 2$

c.- $x = y^2 - 2$; $x = e^y$; $y = 1$; $y = -1$

d.- $x = y^2 - 4y$; $x = 2y - y^2$

17.- Bosqueje las curvas y determine el área debajo las curvas.

a.- $y = x^2$, $y^2 = x$

b.- $y = 12 - x^2$, $y = x^2 - 6$

c.- $x = 2y^2$, $x + y = 1$

d.- $y = \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$, $y = x$

e.- $y = \cos(x)$, $y = 1 - \frac{2x}{\pi}$

f.- $y = |x|$, $y = x^2 - 2$

g.- $y = \sin(\pi x)$, $y = x^2 - x$ $x = 2$

18.- La curva de ecuación $y^2 = x^2(x + 3)$ se denominada ***Tschirnhausen's cubic***. Si grafica esta curva, encontrara una parte de la curva que forma un "loop". Encuentre el área.

19.- Encuentre el área de la región limitada por la parábola $y = x^2$, la tangente a la parábola en el punto (1,1) y el eje "x"

20.- Encuentre el volumen del sólido que resulta al rotar la región limitada por las curvas dadas. Bosqueje la región y el sólido.

a.- $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ $x = 1$ $\quad eje\ x$

b.- $y = x^2$, $0 \leq x \leq 2$, $y = 4$ $x = 0$ $\quad eje\ y$

c.- $x = y - y^2$, $x = 0$ $\quad eje\ y$

d.- $y = \sec(x)$, $x = -1$, $x = 1$ $\quad eje\ x$

e.- $y = x^{\frac{2}{3}}$, $x = 1$ $y = 0$ $\quad eje\ y$

f.- $x = y^2$; $x = 1$ $\quad eje\ x = 1$

g.- $y = x^2$, $x = y^2$ $\quad eje\ x = -1$

21.- Use el método de cascarones para encontrar el volumen generado al rotar la región limitada por las curvas dadas con respecto al eje indicado.

a.- $y = x^2$, $y = 0$ $x = 1$ $\quad eje\ y$

b.- $y = e^{-x^2}$, $y = 0$ $x = 0$ $x = 1$ $\quad eje\ y$

c.- $y = 3 + 2x - x^2$, $x + y = 3$ $\quad eje\ y$

d.- $y = 4(x-2)^2, \quad y = x^2 - 4x + 7$ $\qquad$ *eje y*

e.- $x = \sqrt{y}, \quad x = 0, \quad y = 1$ $\qquad$ *eje x*

f.- $y = x^3, \quad y = 8, \quad x = 0$ $\qquad$ *eje x*

g.- $x = 4y^2 - y^3, \quad x = 0$ $\qquad$ *eje x*

h.- $x + y = 2\ , \quad x = 3 - (y-1)^2$ $\qquad$ *eje x*

22.- Usando cualquier método que crea conveniente (sugiero que resuelva el problema por los tres métodos) encuentre el volumen que se genera al rotar la región acotada por las curvas sobre el eje indicado.

a.- $y = x^2 + x - 2\ , \quad y = 0$ $\qquad$ *eje x*

b.- $y = x^2 - 3x + 2 \quad y = 0$ $\qquad$ *eje y*

c.- $y = 5, \quad y = x + \left(\frac{4}{x}\right)$ $\qquad$ *eje* $x = -1$

d.- $x = 1 - y^4, \quad x = 0$ $\qquad$ *eje* $x = 2$

e.- $x^2 + (y-1)^2 = 1$ $\qquad$ *eje y*

FUNCIONES TRANSCENDENTALES.

23.- Halle la integral de los siguientes ejercicios.

a.- $\int \frac{dx}{2x-3}$ $\qquad$ b.- $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$ $\qquad$ c.- $\int \frac{1}{e^x+1} dx$

d.- $\int \cosh^2\left(\frac{1}{2}x\right) dx$ $\qquad$ e.- $\int e^x \cosh(x)\, dx$ $\qquad$ f- $\int \sqrt{x^2+4} dx \quad sug\ \ x = 2\sinh(\mathrm{z})$

g.- $\int \operatorname{csch}(x)\, dx$ $\qquad$ h.- $\int e^{3x}\cosh(x)\, dx$ $\qquad$ i.- $\int \sinh^3(x)\, dx$ $\qquad$ j.- $\int \operatorname{csch}^2(1+3x)\, dx$

24.- Determine las derivadas de las siguientes funciones.

a.- $f(x) = \ln(cos^2(x))$ $\qquad$ b.- $f(x) = \ln\left(\frac{2x+3}{x^2+4}\right)$

c.- $y(x) = \ln(x^2+1)^5 - \ln\left(\sqrt{1-x}\right)$ $\qquad$ d.- $f(x) = \frac{(\ln(x))^x}{x^{\ln(x)}}$

e.- $y(x) = e^{x^3-3x^2}$ $\qquad$ f.- $x\ln(x+y) + y = 3$

25.- Determine para que intervalo la siguiente función es creciente, decreciente, cóncava hacia arriba y cóncava hacia abajo.

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x} \qquad x > 0$$

26.- Halle el valor de las siguientes integrales.

a.- $\int_0^{\ln(3)} \pi(e^x)^2\, dx$

b.- $\int_{\ln(4)}^{3} \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x}-16}} dx$

c.- $\int_1^3 \frac{dx}{1-9x^2}$

d.- $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

INTEGRACION TRIGONOMETRICA.

27.- Resuelva las siguientes integrales.

a.-$\int sen^5(x)dx$

b.- $\int \sec(x)\tan^3(x)dx$

c.- $\int sen^2(x)\cos^4(x)dx$

d.- $\int \sin^4(3t)\cos^4(3t)dt$

e.- $\int \sin^2(x)\cos^3(x)dx$

f.- $\int e^x \tan^4(e^x)dx$

g.- $\int \frac{\sec^2(x)}{\tan^4(x)} dx$

h.- $\int \frac{dx}{\sqrt{1-\sin(2x)}}$

28.- Evalúe la integral por medio de identidades trigonométricas.

a.- $\int \cos(\theta)\cos^5(\sin(\theta))\, d\theta$

b.- $\int \cot^5(\alpha)\sin^4(\alpha)\, d\alpha$

c.- $\int \tan^3(2x)\, sec^5(2x)\, dx$

d.- $\int \frac{\cos(x)+\sin(x)}{\sin(2x)} dx$

e.- $\int \frac{1-\tan^2(x)}{\sec^2(x)} dx$

f.- $\int \frac{1}{\cos(x)-1} dx$

g.- $\int t sec^2(t^2)\tan^4(t^2)\, dt$

h.- $\int \tan^{-3}(x)\sec^4(x)\, dx$

SUSTITUCION TRIGONOMETRICA.

29.- Determine la integral por medio de sustituciones trigonométricas.

a.- $\int \frac{\sqrt{x^2-a^2}}{x^4} dx$

b.- $\int \frac{du}{u\sqrt{5-u^2}}$

c.- $\int \frac{1}{((ax)^2-b^2)^{\frac{3}{2}}} dx$

d.- $\int \frac{1}{\sqrt{t^2-6t+13}}dt$ e.- $\int \frac{x^2}{\sqrt{4x-x^2}}dx$ f.- $\int x\sqrt{1-x^4}dx$

g.- $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-4}}dx$ h.- $\int \frac{(16-9x^2)^{\frac{3}{2}}}{x^6}dx$ i.- $\int \frac{x^2}{\sqrt{2x-x^2}}dx$ j.- $\int \frac{dx}{(4x^2-24x+27)^{\frac{3}{2}}}$

k.- $\int x^3\sqrt{a^2-x^2}dx$ l.- $\int \frac{x^3}{\sqrt{(a^2-x^2)^3}}dx$

SUSTITUCIONES DIVERSAS.

---

30 .- Mediante una sustitución conveniente resuelva las siguientes integrales.

a.- $\int \frac{dx}{(x-2)(\sqrt{x+2})}$ b.- $\int \frac{dx}{\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}}$

c.- $\int \frac{xdx}{(5-4x-x^2)^{\frac{3}{2}}}$ d.- $\int \frac{dx}{3+2\cos(2x)}$ $sug \quad a=\tan(x) \quad => \cos(2x)=\frac{1-a^2}{1+a^2}$

e.- $\int x^5\sqrt{1-x^3}dx$ f.- $\int \frac{(e^x-2)e^x}{e^x+1}dx$

g.- $\int \frac{\sin(x)\cos(x)}{1-\cos(x)}dx$ h.- $\int \sqrt{1+\sqrt{x}}dx$

31.- Realice una sustitución racional y evalúe la integral.

a.- $\int \frac{1}{x-\sqrt{x+2}}dx$ b.- $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt[3]{x}}dx$

c.- $\int \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}dx$ $sug\colon\ u=\sqrt[6]{x}$ d.- $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}dx$ $sug\colon\ u=\sqrt[12]{x}$

e.- $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x}+3e^x+2}dx$ f.- $\int \frac{x(x^2+1)}{\sqrt{5+x^2}}dx$ $sug\colon t^2=5+x^2$

g.- $\int \sqrt{\frac{x}{1-x}}\frac{dx}{1-x}$ $sug\colon t^2=\frac{x}{1-x}$ h.- $\int_5^8 (x+2)\left(\sqrt{3x+1}\right)dx$ $sug\ u=\sqrt{3x+1}$

METODO DE FRACCIONES SIMPLES.

32.- Resuelva las siguientes integrales mediante fracciones simples.

a.- .- $\int \frac{1}{9x^2-16}dx$ b.- $\int \frac{(x^2+1)dx}{(x+3)^3}$ c.- $\int \frac{x^5dx}{(1+x^2)^3}$

d.- $\int \frac{x^3 dx}{x^4+x^2+1}$ e.- $\int \frac{2x^2-3x+7}{x(x-3)(x-4)} dx$ f.-$\int \frac{x}{x^6+1} dx$

g.- $\int \frac{1}{(x-1)^2(x+4)^2} dx$ h.-$\int \frac{sen(x)(4\cos^2(x)-1)}{(\cos(x)(1+2\cos^2(x)+\cos^4(x))} dx$ i.-$\int \frac{2x^3+5x^2+16x}{x^5+8x^3+16x} dx$

j.- $\int \frac{(x^4+8x^2+8)}{x^3-4x} dx$ k.-$\int \frac{2x^2+x-4}{x^3-x^2-2x} dx$ l.-$\int \frac{3x^2-21x+32}{x^3-8x^2+16x} dx$

m.- $\int \frac{x-1}{x(x+1)^2} dx$ o.- $\int \frac{6x^2-3x+1}{x^3-x^2} dx$ p.- $\int \frac{5x^2-3x+1}{x^3+x} dx$

33.- Mediante el método de fracción simple resuelva las siguientes integrales.

a.- $\int_1^2 \frac{4y^2-7y-12}{y(y+2)(y-3)} dy$ b.- $\int \frac{x^3}{(x+1)^3} dx$ c.- $\int \frac{10}{(x-1)(x^2+9)} dx$

d- $\int \frac{x^3+x^2+2x+1}{(x^2+1)(x^2+2)} dx$ e.- $\int \frac{x+4}{x^2+2x+5} dx$ f.- $\int \frac{x^3-2x^2+x+1}{x^4+5x^2+4} dx$ g.- $\int \frac{x-3}{(x^2+2x+4)^2} dx$

INTEGRACION POR PARTE.

34.- Resuelva las siguientes integrales, mediante integración por parte.

a.- $\int \frac{x}{\cos^2(x)} dx$ b.-$\int x^7 \ln(x^4)\, dx$ c.-$\int \left(x ln(x)\right)^2 dx$

d.- $\int x\sqrt{e^x} dx$ e.- $\int x^2 \arctan(x) dx$ f.- $\int \frac{x ln(3x^2+4)}{3x^2+4} dx$

g.- $\int x^3\left(e^{x^2}+e^{x^4}\right) dx$ h.- $\int x^3 \ln(x)\, dx$ i.- $\int t^5 \ln(t^7)\, dt$

j.- $\int \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx$ k.- $\int x \sinh(x)\, dx$ l.- $\int \sin(ln(x))\, dx$

m.- $\int (\ln(x))^3 dx$ n.- $\int e^x \sin(x)\, dx$

o.- $\int \frac{e^x(x^2+1)}{(x+1)^2} dx$ p.- $\int x \sin^3(x)\cos(x)\, dx$ TRY.- $\int \frac{x^2}{(x\cos(x)-\sin(x))^2} dx$

35.- Usando el método de integración por partes determine la siguiente igualdad

$$\int_0^{\pi/2} \sin^{n}(x)\, dx = \frac{n-1}{n}\int_0^{\pi/2} \sin^{n-2}(x)\, dx$$

36.- Demuestre que

$$\int (x^2+a^2)^n dx = \frac{x(x^2+a^2)^n}{2n+1} + \frac{2na^2}{2n+1}\int (x^2+a^2)^{n-1}dx \qquad n \neq -\frac{1}{2}$$

37.- Demuestre que

$$\int \sec^n(x)\, dx = \frac{\tan(x)\sec^{n-2}x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1}\int \sec^{n-2}x\, dx \qquad n \neq 1$$

38.- Si $f(0) = g(0) = 0$ y f'' , g'' son continuas, demuestre que

$$\int_0^a f(x)g''(x)dx = f(a)g'(a) - f'(a)g(a) + \int_0^a f''(x)g(x)dx$$

***EXTRA**: Demuestre que

$$\int \cos^\alpha(\beta x)\, dx = \frac{\cos^{\alpha-1}(\beta x)\sin(\beta x)}{\alpha\beta} + \frac{\alpha-1}{\alpha}\int \cos^{\alpha-2}(\beta x)\, dx$$

NUEVAS FORMAS INDETERMINADAS.

39.- Resuelva los siguientes límites.

a.- $\lim_{x\to 0} \frac{x-\sin(x)}{(\tan(x))^3}$

b.- $\lim_{x\to 0} \frac{\arcsin(x)-x}{x^3}$

c.- $\lim_{x\to\infty} xe^{-x}$

d.- $\lim_{x\to 0} \frac{\cos(x)\ln(x+1)}{x(1+\sin(x))}$

e.- $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x}$

f.- $\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x \sin(t^2)dt}{x-\sin(x)}$

g.- $\lim_{x\to\infty} \tanh(x)$,

ga.- $\lim_{x\to-\infty} \tanh(x)$

h.- $\lim_{x\to\infty}(1-\tanh(x))^{\frac{1}{x}}$

i.- $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(e^x-x)-\ln(x)}{x}$

j.- $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - cotg(x)\right)$

k.- $\lim_{x\to\infty}(x - \ln(\cosh(x)))$

l.- $\lim_{x\to 0} \frac{1+\sin(2x)-\cos(x)}{\tan(3x)}$

m.- $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{2x}\right)^{\frac{1}{1+\ln\left(\frac{1}{x}\right)}}$

n.- $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\ln(x)}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$

o.- $\lim_{x\to 1}(2-x)^{\tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$

p.- $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\pi}{2} - \arctan(x)\right)^{\frac{1}{x}}$

q.- $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}[1+\cos(x)]^{3\csc(x)}$

r.- $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{x}$

s.- $\lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}\ln\left(\frac{e^x-1}{x}\right)$

t.- $\lim_{x\to0+}\left(\frac{1}{x}\right)^{\tan(x)}$

u.- $\lim_{x\to1}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{x}{\ln(x)}\right)$

v.- $\lim_{x\to\infty}\frac{\int_1^x\sqrt{1+e^{-t}}dt}{x}$

w.- $\lim_{x\to0}\left(x+e^{\frac{x}{3}}\right)^{\frac{3}{x}}$

x.- $\lim_{x\to0+}(\ln(x)\cot(x))$

y.- $\lim_{x\to0}\left(\csc(x)-\frac{1}{x}\right)$

z.- $\lim_{x\to0}\left(\csc^2(x)-\frac{1}{x^2}\right)^2$

aa.- $\lim_{x\to0+}\frac{\cot(x)}{\sqrt{-\ln(x)}}$

ab.- $\lim_{x\to\infty}(\ln(x+1)-\ln(x-1))$

ac.- $\lim_{x\to0+}(1+2e^x)^{\frac{1}{x}}$

ad.- $\lim_{x\to0+}\frac{\ln(x)}{\cot(x)}$

ae.- $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}(\tan(x).\ln(\sin(x)))$

af.- $\lim_{x\to1+}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{\ln(x)}\right)$

ag.- $\lim_{x\to0+}\left(\frac{x^2}{\sin(x)-x}\right)$

ah.- $\lim_{x\to0+}\left(\frac{1-\cos(x)-xsin(x)}{2-2\cos(x)-\sin^2(x)}\right)$

ai.- $\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x}-x^2}{\ln(x)}$

aj.- $\lim_{x\to0+}\frac{\int_0^x\sqrt{t}\cos(t)dt}{x^2}$

INTEGRALES IMPROPIAS.

40.- Determine el valor de las siguientes integrales.

a.- $\int_0^4\frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$

b.- $\int_0^{\pi/2}\sec(x)\,dx$

c.- $\int_0^{\pi/2}\frac{\cos(x)}{\sqrt{1-\sin(x)}}dx$

d.- $\int_0^{\infty}\frac{dx}{x^2+4}$

e.- $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{e^x+e^{-x}}$

f.- $\int_0^1\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

41.- Halle el área limitada por la curva dada y sus asíntotas.

a.- $y^2=\frac{x^4}{4-x^2}$

b.- $y^2=\frac{1}{x(1-x)}$

c.- $y=\frac{1}{x(x-1)^2}$

42.- Determine el valor de las siguientes integrales impropias y diga si converge o diverge.

a.- $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{\sqrt{2-w}} dw$ b.- $\int_{0}^{\infty} \frac{x}{(x^2+2)^2} dx$ c.- $\int_{-\infty}^{-1} e^{-2t} dt$

d.- $\int_{-\infty}^{\infty} (2-v^4) dv$ e.- $\int_{2\pi}^{\infty} \sin(x)\, dx$ f.- $\int_{0}^{\infty} \cos^2(x)\, dx$

g.- $\int_{0}^{\infty} \frac{1}{z^2+3z+2} dz$ h.- $\int_{-\infty}^{\infty} e^{|x|} dx$ i.- $\int_{0}^{4} \frac{1}{x^2+x-6} dx$

j.- $\int_{-1}^{1} \frac{e^x}{e^x-1} dx$ k.- $\int_{0}^{2} \frac{x-3}{2x-3} dx$

43.- La velocidad promedio de las moléculas en un gas ideal es [2]

$$\bar{v} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{M}{2RT}\right)^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty v^3 e^{-\frac{Mv^2}{2RT}} dv$$

Donde M es el peso molecular del gas, R es la constante de gases, T es la temperatura, y v es la velocidad de la molécula. Demuestre que

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

44.- Una sustancia radioactiva decae de forma exponencial. La masa en un tiempo t es de la forma $m(t) = m(0)e^{kt}$, donde $m(0)$ es la masa inicial y k es una constante negativa. La vida promedio M de un átomo en la substancia es:

$$M = -k \int_0^\infty t e^{kt} dt$$

Para un isotopo radioactivo de carbono, ${}^{14}C$, el valor de $k = -0.000121$. Determine la vida promedio del átomo ${}^{14}C$. [3]

[2] PROBLEMA APLICADO A LA QUIMICA.
[3] PROBLEMA APLICADO A LA FISICA….

45.- Si $f(t)$ es continua para $t \geq 0$, la *Transformada de la Laplace* [4] de f es la funcion F definida por

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)\, e^{-st} dt$$

y el dominio de F es considerado todos los numeros s para los cuales la integral converge. Determine la Transformada de Laplace para las funciones.

(a) $f(t) = 1$
(b) $f(t) = e^{t}$
(c) $f(t) = t$

46.- Encuentre los valores de la constante C para que la integral

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{C}{x+2}\right) dx$$

Converga. Evalue la integral para este Valor de C.

47.- Encuentre los valores de la constante C para que la integral

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{x}{x^2+1} - \frac{C}{3x+1}\right) dx$$

Converga. Evalue la integral para este valor de C.

[4] ¿TRANSFORMADA DE LA LAPLACE? ESTE ES UN TEMA DEL CURSO DE MATEMATICAS 7, NOTE UDS QUE RETOMA INTEGRALES IMPROPIAS, VISTO 5 CURSOS ATRÁS. PRACTIQUE ESTE TIPO DE EJERCICIO PARA EJERCITAR MAS LAS INTEGRALES IMPROPIAS.

REPASO PRIMER PARCIAL.

Parcial 2010

48.- Resuelva las siguientes integrales

$a. - \int \cos(x)\cos(\pi\, sin(x))\, dx \qquad b. - \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{x}{\sqrt{4-9x^4}} dx$

49.- Calcule el area de la region acotada por las curvas $x = y^2$ y $x = y^3$

a.- Use el Segundo Teorema Fundamental del Calculo

b.- Usando sumas de Riemann

50.- Hallar

$$\frac{d}{dx}\int_{-x}^{x} \frac{4}{1+t^2} dt$$

Parcial 2011

51.- Sea $f(x) = -2x - x^2$

a.- Dibuje el area de region delimitada por la grafica de f(x) y el eje de las abscisas.

b.- Calcule por medio del limite de una suma de Riemann el area de la region. Considere como puntos de muestras los extremos derechos de cada subintervalo y use n intervalos de igual longitud

c.- Utilice el segundo teorema fundamental del Calculo para verificar el resultado.

52.- Dado $f(x) = \frac{\sin(x)\cos(x)}{1+x^2}$ determinar los valores de c en el intervalo $(-\pi, \pi)$ que satisfacen el Teorema de Valor Medio para integrales.

53.- Resuelva las siguientes integrales.

$$a. - \int x\cos(x^2+4)\sqrt{\sin(x^2+4)}\, dx \qquad b. - \int_1^4 \frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^4}{\sqrt{x}} dx$$

54.- Plantear el integral o integrales que permitan calcular el area comprendida entre las curvas $y = 6 - x$; $y = x^2$

a.- Usando rebanadas Vericales

b.- Usando rebanada Horizontales

55.- Halle el volumen del solido generado por la region limitada por las curvas $x = y^2 - 3$ y $x = -y^2 + y$ al girar alrededor de la recta $x = -4$

Variado.

56.- Calcule la siguiente integral

$$a.- \int \frac{x\sqrt{x} + \sqrt{x}}{x^2} dx \qquad b.- \int \left(x \csc^2\left(\frac{x^2}{2} - 10\right) - x \sin^2(x^2) \right) dx$$

57.- Calcule

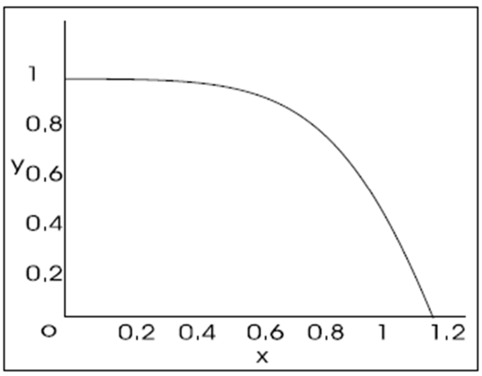
$$\int_2^4 (4x + 3) dx$$

Como limite de sumas de Riemann (Al tomar la particion que divide el intervalo en n sub-intervalos de igual longitud, seleccione el extremos derecho de cada sub-intervalo.

58.- Calcule el area de la region acotada por las graficas de

$$f(x) = x^3 + x^2 \qquad g(x) = x^2 + x$$

59.- Calcule el volumen del solido de revolucion que se genera al girar alrededor del eje y, la region acotada por la grafica de $y = \sin(x^2)$ para $0 \le x \le \sqrt{\frac{\pi}{2}}$



60.- Sea $f(x)$ una funcion continua en R. Se sabe que

$$\int_0^2 f(x)dx = 20 \qquad \int_2^4 f(x)dx = 10 \qquad \int_4^8 f(x)dx = 5$$

Calcule $\int_0^2 8xf(x^2)dx$

61.- Integre

$$a.- \int x^3 + \sin(x)\,dx \quad b.- \int \sqrt[5]{\sin(3x)}\cos(3x)\,dx \quad c.- \int \left(\frac{\sqrt{u} + \sqrt[3]{u}}{u^2}\right)^2 du$$

$$d.- \int_{-1}^{3} |x^2 - 4|dx \quad e.- \int_{-3}^{-1} \frac{t-3}{(t^2 - 6t + 5)^3}dt \quad f.- \int_b^{b+2\pi} (\cos(u) + \sin(u))du$$

62.- Hale la suma de Riemann de la funcion $f(x) = x^2 + 4$ en el intervalo $[-3,2]$ asociada a la particion $P = \{-3,-1,0,1,2\}$ evaluando en el punto donde la funcion alcanza el maximo en cada intervalo

63.- Halle $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ si

$$f(x) = \int_{2x}^{5x} x^2 \sin(3t)\,dt$$

64.- Sea

$$f(x) = \int_{\sin(x)-2}^{4x^2+1} t^4 dt$$

Calcule $f'(0)$

65.- Integre

$$a.- \int \frac{\sin(x)}{2 - \sin^2(x)}dx \qquad b.- \int \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x^4}dx \quad con\ 0 \le x \le a \quad \text{sug x} = \frac{1}{\text{t}}$$

66.- Si $F_1(x)$ y $F_2(x)$ son dos antiderivadas de la funcion f(x) en el intervalo $[a,b]$

a.- Demuestre que $\phi(x) = F_1(x) - F_2(x)$ es una funcion constante $\forall x \in [a,b]$

67.- Considere la funcion

$$f(t)=\begin{cases} -(t+1)^2+1 & si -2\le t\le 0 \\ |t-1|-1 & si\ \ 0<t\le 1 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$$

Calcule el area de la region limitada por f y el eje x.

68.- Sean $f(x)$ y $g(x)$ dos funciones continuas en todo el conjunto de los numeros reales. Se conoce que

$$\int_a^b \big(f(x)+3g(x)\big)dx = A \quad y \quad \int_a^b \big(2f(x)+5g(x)\big)dx = B$$

Halle el valor de

$$\int_a^b f(x)dx \quad y \quad \int_a^b g(x)dx$$

69.- Dada la region limitada por los segmentos AC y BC donde los puntos son de coordenadas $A(-1{,}0)$ $B(0{,}1)C(1,-1)$ asi mismo con el arco de extremos A y B de la parabola de ecuacion $y=(x+1)^2$ Halle el area.

REPASO SEGUNDO PARCIAL.

Parcial 2010

70.- Integre

$a.-\displaystyle\int_1^e \frac{\ln\left(\sqrt{xe^x}\right)}{3x}dx$ $\qquad$ $b.-\displaystyle\int_0^{\ln(2)} \sqrt{e^x-1}\,dx$

$c.-\displaystyle\int \cos^3(2x)\sin^{\frac{4}{3}}(2x)\,dx$ $\qquad$ $d.-\displaystyle\int \sin(ln(x^2))\,dx$

71.- Diga si el enunciado es verdadero o falso. Justifique

a.- El dominio de la funcion $f(x)=e^{1-\ln(1-x^2)}$ es el intervalo $(0{,}1)$

b.- $e^{3\ln(2)}=8$

c.- Una expresion equivalente para $e^{\ln(x^2)-yln(x)}$ es la expresion $x^2 - x^y$

d.- $\cosh(x) - \sinh(x) = e^{-x}$

72.- Halle la derivada, aplicando derivacion logaritmica

$$y = \left(\frac{t}{1+t}\right)^t$$

73.- Resuelva la ecuacion

$$\ln(x-2) - \ln(x^2-4) = \ln(6) + \ln(2)$$

74.- Haciendo uso de la derivacion logaritmica derive

$$y = \left(\frac{x}{\sqrt[4]{2x+1}}\right)^{\frac{1}{x}}$$

75.- Determine el area de la region limitada por las curvas

$$f(x) = e^x \quad g(x) = e^{-x} \quad x = 1$$

Hacer las graficas de las curvas

76.- Integre

$$a.- \int \sin(ln(x))\,dx \qquad b.- \int \frac{\sinh\left(\sqrt[3]{x^2}\right)}{\sqrt[3]{x}}dx$$

77.- Calcule la siguiente integral definida

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2(x)\cos^5(x)d\,x$$

Parcial 2011

78.- Integre

$$a.- \int 2\ln(1+x^2)\,dx \quad b.- \int \frac{\cos^5(x)}{\sqrt{\sin(x)}}dx \quad c.- \int \frac{\log_3(x)-3}{xln(x)}dx$$

79.- Halle la siguiente integral definida

$$\int_0^1 x^2 e^{3x} dx$$

80.- Resuelva la sigueinte ecuacion

$$\ln(2x-1) = \ln(x^2-16)$$

81.- Sea

$$y = (\cosh(5x))^{2^{x^2+1}}$$

Halle y'

82.- Demuestre que

$$\cosh(x+y) = \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y)$$

Variado

83.-Para $x > 5$ sea

$$y = \frac{\sqrt[4]{(x+3)^3}}{(x-1)^2\sqrt[3]{(x-5)^2}}$$

Calcule la derivada

84.- Integre

$$a.- \int_0^{\ln(\sqrt{2})} \frac{e^x}{\sqrt{4-e^{2x}}} dx \qquad b.- \int \frac{\log_3(x^2)}{x} dx \qquad c.- \int_0^{\sqrt{\ln(3)}} x \sinh^2(x^2)\, dx$$

$$d.- \int \frac{1+e^{-2t}}{1-e^{-2t}} dt \qquad e.- \int \frac{(3-4u)}{\left(1-\sqrt{u}\right)^2} du \quad f.- \int_0^{\sqrt{3}} \frac{5e^{\arctan(z)}}{1+z^2} dz$$

$$g.- \int \frac{e^x(e^x+5)}{4+e^{2x}} dx \quad h.- \int \frac{\ln(3x)}{x ln(9x)} dx \quad x > 0 \quad i.- \int \frac{9}{\sin(2t)\ln(tan(t))} dt \quad t \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

85.- Hallar el volumen del solido de revolucion que se obtiene al rotar respecto al eje y la region del primer cuadrante acotada por las curvas de ecuaciones $y = x^2 \ \ y \ \ x = y^2$

86.- Calcule la intregal

$$a.- \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2\left(\frac{x}{4}\right)\cos^2\left(\frac{x}{4}\right)dx \qquad b.- \int s\sqrt{e^s}ds \qquad c.- \int \frac{2x+5}{3x^2+18x+30}dx$$

87.- Demuestre la identidad

$$\sinh(x) - \sinh(y) = 2\sinh\left(\frac{x-y}{2}\right)\cosh\left(\frac{x+y}{2}\right)$$

Y calcule $\int \sinh(6x)\cosh(6x)\,dx$

88.- Considere la region plana A limitada por $y = |x^2 - 4|$ y $y = -5$

Calcule el volumen del solido de revolucion obtenido al girar A alrededor de la recta $y = -1$

89.- Considere

$$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}\pi} |\cos^6(x) + 2|dx$$

Verifique que $\pi \leq I < \frac{9}{8}\pi$

REPASO TERCER PARCIAL.

Parcial 2010

90.- Calcular la integral

$$a.- \int \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^4}dx \qquad b.- \int \frac{x^2+2x+3}{x^3-x}dx$$

91.- Determine la longitud de la curva

$$y = \sqrt{x} - \frac{1}{3}x\sqrt{x} \quad x \in [1,4]$$

92.- Calcule el valor de los siguiente limites

$$a.-\ \lim_{x\to 0}(1+3x)^{\frac{1}{2x}} \qquad b.-\ \lim_{x\to 0^+} x^2\ln(x)$$

93.- El valor de las siguientes integrales

$$a.-\ \int_1^{\infty}(x+1)e^{-x}\,dx \qquad b.-\ \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{3x-1}}$$

Parcial 2011

94.- Calcular los siguientes limites

$$a.-\ \lim_{x\to+\infty}\frac{(\ln(x))^3}{x^2} \qquad b.-\ \lim_{x\to 0}(\cos(2x))^{\frac{3}{x^2}} \qquad c.-\ \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln(x)}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$$

95.- Resolver la siguiente integral

$$\int \frac{4x^3-3x^2+6x-27}{x^2(x^2+9)}dx$$

96.- Resolver la siguiente integral

$$\int \frac{dx}{x^3\sqrt{x^2-9}}$$

97.- Determinar si las siguientes integrales convergen o divergen, en caso de que converjan halle su valor.

$$a.-\ \int_1^{\infty}\frac{\arctan(x)}{x^2}dx \qquad b.-\ \int_0^1 \frac{\ln(x)}{x}dx$$

Variado.

98.- Integre

$$a.-\int \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}} \quad b.-\ \int_{-\frac{2}{\sqrt{3}}}^{-1}\sqrt{x^2-1}dx \qquad c.-\ \int \frac{3dx}{(1-x)(x^2+x+1)}$$

99.- Determine si converge o diverge

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{2+x^3}}$$

100.- Halle el limite

$$a.- \lim_{x\to\infty}\left(\sec\left(\frac{1}{x}\right)\right)^{x^2} \quad b.- \lim_{x\to 1}\frac{1-x+\ln(x)}{x^3-3x+2} \quad c.- \lim_{x\to+\infty}(1-e^{-x})^{e^x}$$

$$d.- \lim_{x\to 0}(\cos(2x))^{\frac{3}{x^2}} \quad e.- \lim_{x\to\infty}\frac{x^2+xln(x)}{x^3+\sqrt{x}} \quad f.- \lim_{x\to 2}(1+(x-2)^2)^{\sec\left(\frac{\pi}{x}\right)}$$

101.- Demuestre que para todo $x \geq 1$

$$\cosh^{-1}(x) = \ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$$

102.- Integre

$$a.- \int_{\frac{1}{2}}^{14} \frac{1}{\sqrt[3]{(2x-1)^2}}dx \quad b.- \int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}}dx \quad c.- \int (x+2)e^{x-1}dx$$

$$d.- \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^x}{1+e^{2x}}dx \quad e.- \int_1^{\infty} \frac{1+x}{e^x}dx \quad f.- \int e^{\sqrt{x}}dx$$

103.- Diga si la integral

$$\int_0^{\pi/2} cotan(x)dx$$

Converge o diverge. En caso de que sea convergente, halle su valor.

104.- Halle el o los valores de C para que la integral sea convergente.

$$\int_0^{\infty} \frac{Cx}{1+x^2}dx$$

105.- Demuestre que

$$\int x^n\cos(x)\,dx = x^n\sin(x) - n\int x^{n-1}\sin(x)\,dx$$

106.- Halle la integral indefinida

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{(2-x^2)^3}}\,dx$$

Luego estudie la convergencia o divergencia de

$$\int_0^{\sqrt{2}} \frac{x^2}{\sqrt{(2-x^2)^3}}\,dx$$

107.- Halle la integral

$$\int x\sin(x)\cos(x)\,dx$$

108.- Demuestre que

$$\int_1^{+\infty} e^{t^2}dt = +\infty$$

Y calcule el limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\int_1^{x^3} e^{t^2}dt}{x^4}$$

109.- Halle la sigueinte integral

$$\int \frac{e^x}{e^{3x}-e^{3x}}\,dx$$

110.- Estudie la convergencia o divergencia de la siguiente integral.

$$\int_1^{+\infty} \frac{\ln(t)}{t^2}\,dt$$

SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS.

PREGUNTA 1.

a.- $I = x^{\frac{3}{2}}\left(\frac{2}{x} - \frac{2}{3}\right) + C$ b.- $3\,x^{\frac{1}{3}} + C$ c.- $\frac{(3x+4)^3}{9} + C$

d.- $5x + \frac{4}{x} + \frac{x^2}{2} + C$ e.- $\frac{(x^3+2)^4}{4} + C$ f.- $\frac{-4}{3(x^3+2)^2} + C$

g.- $\frac{4}{9}(x^3+2)^{\frac{3}{4}} + C$ h.- $\frac{-(1-2x^2)^{\frac{3}{2}}}{2} + C$

h1.- $I = 3(x - \arctan(x)) + C$

i.- $\frac{3}{4}(x^2+6x)^{\frac{2}{3}} + C$ j.- $x^{\frac{5}{2}}\left(\frac{4}{3}\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{2}{5}\right) + C$

k.- $x + \frac{1}{x+1} + C$ l.- $\frac{\sin(3x)}{3} + C$

m.- $-\ln(cos(2x))\frac{1}{2} + C$ n.- $\ln\left(tan(x) + \frac{1}{cos(x)}\right) + C$

o.- $\tan\left(\frac{x}{2}\right) + C$ p.- $\ln\left(tan\left(\frac{u}{2}\right)\right) + C$

p.1.- $-x - \sqrt{2}\sin(x) + C$ p.2.- $\frac{2}{7}\tan(x)^{\frac{7}{2}} + C$

p.3.- $-\frac{16}{3}(2 - \sin(x))^{\frac{3}{4}} + \frac{8}{7}(2 - \sin(x))^{\frac{7}{4}} + C$

p.4.- $-\tan(x) + C$

q.- $\arctan\left(\frac{x}{3}\right)\frac{1}{3} + C$ r.- $4\arctan(x) - 4x + \frac{3}{2}x^2 + C$

s.- $3\arcsin(x) - \sqrt{1-x^2} + C$

t.- $\frac{\sqrt{5}}{5}\arctan\left(\frac{\sqrt{5}}{5}(x+5)\right) + C$ t1.- $\frac{1}{3}\arcsin\left(\frac{x^3}{5}\right) + C$

u.- $-\sqrt{-x^2-4x+5} + C$

v.- $\frac{13}{18}\arctan\left(\frac{3}{2}x - 1\right) + \frac{1}{9}\ln\left(\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{4}{9}\right) + C$

w.- $-(4-x^2)^{3/2} + C$ x.- $\frac{1}{28}\,(2x^2+1)^7 + C$

y.- $\frac{1}{4}(3x+4)^{4/3} + C$ z.- $-y - 6\ln(y-3) + C$

aa.- $(2-x^2)^{13}\left(\frac{2-x^2}{28} - \frac{1}{13}\right) + C$

ab.- $\frac{4}{27}(x^3+3)^{\frac{9}{4}} - \frac{4}{5}(x^3+3)^{\frac{5}{4}} + C$

ac.- $xcos^{20}(a) + C$ ad.- $-2\cos(x) + C$

PREGUNTA 2.

a. 2025 b.- 17/15 c.- $-27/20$

PREGUNTA 3.

a.- 20 b.- $\frac{27}{4}$ c.- $\frac{1669}{1800}$ d.- 2.5 e.- -0.816861

f.- -0.856759

PREGUNTA 4.

a. $\int_0^{\pi} x\sin(x)\,dx$ b.- $\int_1^5 e^x/(1+x)dx$

c.- $\int_0^2 (4 - 3x^2 + 6x^5)dx$

PREGUNTA 5.

a.- -1.5 c.- $-\frac{8}{3}$

EXTRA:

a.- 4 b.- $\frac{25}{2}$ c.- $\frac{4}{3}$ d.- 3 e.- i) $\frac{1377}{80}$ ii) $\frac{245}{16}$ iii) $\frac{2599}{160}$

PREGUNTA 6.

a.- $-\frac{116}{15}$ b.- $\frac{1}{30}$ c.- $\frac{\pi\sqrt{3}}{9} - \frac{5}{8}$ d.- 4 e.- $\frac{98}{3}$

PREGUNTA 7.

a.- $\frac{182}{9}$ b.- 0 c.- $1/\pi$ d.- 0

e.- $1 - \cos(1)$ f.- $\frac{1}{3}(2\sqrt{2} - 1)a^3$

g.- $\frac{1}{16}\left(3\ln(3) + 7\ln\left(\frac{5}{7}\right)\right)$ h.- $\frac{5}{3}$

PREGUNTA 8.

$$f(x) = La\ integral\ del\ ejercicio$$

a.- $\frac{1}{2} \leq f(x) \leq 1$ b.- $2 \leq f(x) \leq 6$

c.- $\frac{\pi}{12} \leq f(x) \leq \frac{\pi}{2}\sqrt{3}$ d.- $2 \leq f(x) \leq 10$

e.- $0 \leq f(x) \leq \frac{2}{e}$ f.- $\frac{1}{4}\pi \leq f(x) \leq \frac{1}{2}\pi$

PREGUNTA 9

$a.- \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ $b.- \int_0^1 x^4 dx$

PREGUNTA 10.

a.- $\frac{364}{3}$ b.- $\frac{20}{3}$ c.- $\frac{45}{4}$ d.- $\frac{7}{8}$

e.- 0 f.- 2 g.- 1 h.- $\frac{17}{5}$

i.- $\frac{9}{\ln(10)}$ j.- π k.- $\frac{3}{2} + \ln(2)$

PREGUNTA 11.

a.- $-2\frac{4x^2-1}{4x^2+1} + 3\frac{9x^2-1}{9x^2+1}$

b.- $\frac{-\sec^2(x)}{\sqrt{2+\tan^4(x)}} + \frac{2x}{\sqrt{2+x^8}}$

c.- $2x^2\sin(x^2) - \frac{\sin(\sqrt{x})}{2\sqrt[4]{x}}$

d.- $5\cos(25x^2) - \sin(x)\,cos(cos^2(x))$

PREGUNTA 12.

$$\boldsymbol{2\sqrt{257}}$$

EXTRA:

$$f^{-1}(0)' = \frac{1}{2}$$

PREGUNTA 13.

a.- $\frac{2}{\pi}$ b.- $\frac{26}{9}$ c.- $\frac{1}{10}(1 - e^{-25})$

d.- $\frac{4}{\pi}(\sqrt{2} - 1)$ e.- $\frac{2}{5\pi}$ f.- $\frac{3}{14}$

PREGUNTA 14.

$$v(c)prom = \frac{1}{R-0}\int_0^R v(r)dr = \frac{1}{R}\int_0^R \frac{P}{4\eta l}(R^2 - r^2)dr$$

$$= \frac{P}{4\eta lR}\left(R^2 r - \frac{1}{3}r^3\right)\begin{matrix} R \\ 0 \end{matrix} = \frac{P}{4\eta lR}\left(\frac{2}{3}\right)R^3 = \boldsymbol{\frac{PR^2}{6\eta l}}$$

Debido a que $v(r)$ es decreciente en $(0, R)$ $v(r)$ tendrá una máximo en 0, se tiene entonces que

$$v(0)max = \frac{PR^2}{4\eta l}$$

La relación será

$$\frac{2}{3}v(max) = v(prom)$$

PREGUNTA 15.

a.- $\frac{32}{3}$ b.- $\frac{92}{3}$ c.- 8 d.- $\frac{32}{3}$ e.- $\frac{64}{3}$ f.- $\frac{4}{3}$

g.- $\frac{25}{2}\pi + 12 + 25\arcsin\left(\frac{3}{5}\right)$ h.- $\frac{8}{3}\pi - 2\sqrt{3}$

i.- 2 j.- $\frac{98}{3}$

PREGUNTA 16.

a.- $\frac{32}{3}$ b.- $\frac{16}{3} - \ln(3) - \frac{4}{3}\sqrt{2}$

c.- $e - \frac{1}{e} + \frac{10}{3}$ d.- 9

PREGUNTA 17.

a.- $\frac{1}{3}$ b.- 72 c.- $\frac{9}{8}$

d.- $\frac{4}{\pi} - 1$ e.- $2 - \frac{\pi}{2}$

f.- $\frac{20}{3}$ g.- $\frac{4}{\pi} + 1$

PREGUNTA 18.

$$A = \frac{24}{5}\sqrt{3}$$

PREGUNTA 19.

$$\frac{1}{12}$$

PREGUNTA 20.

a.- $\frac{\pi}{2}(e^2-1)$ b.- 8π c.- $\frac{\pi}{30}$

d.- $2\pi(\tan(1))$ e.- $\frac{3}{4}\pi$ f.- $\frac{16}{15}\pi$ g.- $\frac{29}{30}\pi$

PREGUNTA 21.

a.- $\frac{\pi}{2}$ b.- $\pi\left(1-\frac{1}{e}\right)$ c.- $\frac{27}{2}\pi$

d.- $16\,\pi$ e.- $\frac{4}{5}\pi$ f.- $\frac{768}{7}\pi$

g.- $\frac{512}{5}\pi$ h.- $\frac{27}{2}\pi$

PREGUNTA 22.

a.- $\frac{81}{10}\pi$ b.- $\frac{\pi}{2}$ c.- $8\pi(3-\ln(4))$

d.- $\frac{136}{45}\pi$ e.- $\frac{4}{3}\pi$

PREGUNTA 23.

a.- $\frac{1}{2}\ln(2x-3)+C$ b.- $-e^{\frac{1}{x}}+C$

c.- $x-\ln(e^x+1)+C$ d.- $\frac{x}{2}+\cosh\left(\frac{x}{2}\right)\sinh\left(\frac{x}{2}\right)+C$

e.- $\frac{x}{2}+\frac{e^{2x}}{4}+C$ f.- $2\ln\left(x+\sqrt{x^2+4}\right)+\frac{x}{2}\sqrt{x^2+4}+C$

g.- $\ln\left(tan\left(\frac{x}{2}\right)\right)+C$ h.- $\frac{e^{2x}}{4}+\frac{e^{4x}}{8}+C$

i.- $\frac{\cosh(x)\sinh(x)^2}{3}-\frac{2}{3}\cosh(x)+C$

j.- $-\frac{cotanh(3x+1)}{3}+C$

PREGUNTA 24.

a.- $\frac{dy}{dx}=-\frac{2\sin(x)}{\cos(x)}$ b.- $\frac{dy}{dx}=\frac{2}{2x+3}-\frac{2x}{x^2+4}$

c.- $\frac{dy}{dx}=10\frac{x\ln(x^2+1)^4}{x^2+1}-\frac{1}{2}\frac{1}{x-1}$

d.- $\frac{\ln(x)^{x-1}\left(x\ln(ln(x))\ln(x)-2\ln(x)^2+x\right)}{x^{\ln(x)+1}}$

e.- $-e^{x^3-3x^2}(6x-3x^2)$

PREGUNTA 25.

Crece $(0,e)$ Concava Arriba $\left(e^{\frac{3}{2}},+\infty\right)$

Decrece $(e,+\infty)$ Concava Abajo $\left(0,e^{\frac{3}{2}}\right)$

PREGUNTA 26.

a.- 4π b.- $\ln\left(e^3+\sqrt{e^6-16}\right)-ln(4)$

c.- $\frac{\ln(5)}{6}-\frac{\ln(2)}{2}$ d.- $\frac{\pi}{2}$

PREGUNTA 27.

a.- $\frac{2}{3}\cos^3(x)-\cos(x)-\frac{1}{5}\cos^5(x)+C$

b.- $\frac{\sec^3(x)}{3}-\sec(x)+C$

c.- $\frac{x}{16}+\frac{\sin^3(2x)}{48}-\frac{\sin(4x)}{64}+C$

d.- $\frac{1}{3072}\sin(24t)-\frac{1}{96}\sin(12t)+\frac{3t}{128}-\frac{1}{128}\sin(12t)+C$

e.- $\frac{1}{3}\sin^3(x)-\frac{1}{5}\sin^5(x)+C$

f.- $\frac{1}{3}\tan^3(e^x)-\tan(e^x)+\ e^x+C$

g.- $\frac{1}{3}\tan^{-3}(x)+C$

h.- $-\frac{\sqrt{2}}{2}\ln\left(csc\left(\frac{1}{4}\pi-x\right)-cot\left(\frac{1}{4}\pi-x\right)\right)+C$

PREGUNTA 28.

a.- $\sin(sin(x))-\frac{2}{3}\sin^3(\sin(x))+\frac{1}{5}\sin^5(\sin(x))+C$

b.- $\ln(sin(x))-\sin^2(x)+\frac{1}{4}\sin^4(x)+C$

c.- $\frac{1}{14}\sec^7(2x)-\frac{1}{10}\sec^5(2x)+C$

d.- $\frac{1}{2}\left(\ln\left(csc(x)-cotg(x)\right)+\ln(sec(x)+tan(x))\right)+C$

e.- $\frac{1}{2}\sin(2x)+C$ f.- $\csc(x)+cotg(x)+C$

g.- $\frac{1}{10}\tan^5(t^2)+C$ h.- $\ln(tan(x))-\frac{1}{2}cotan(x)^2+C$

PREGUNTA 29.

a.- $\frac{(x^2-a^2)^{\frac{3}{2}}}{3a^2x^3}+C$ b- $\frac{1}{\sqrt{5}}\ln\left(\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{5-u^2})}{u}\right)+C$

c.- $-\frac{x}{b^2\sqrt{(ax)^2-b^2}}+C$ d.- $\ln\left(\sqrt{t^2-6t+13}+t-3\right)+C$

e.- $6\arcsin\left(\frac{x-2}{2}\right)-4\sqrt{4x-x^2}-\frac{x-2}{2}\sqrt{4x-x^2}+C$

f.- $\frac{1}{4}\arcsin(x^2)+\frac{1}{4}x^2\sqrt{1-x^4}+C$

g.- $\frac{1}{2}x\sqrt{x^2-4}+2\ln\left(x+\sqrt{x^2-4}\right)+C$

h.- $-\frac{1}{80}\frac{(16-9x^2)^{\frac{5}{2}}}{x^5}+C$

i.- $\frac{3}{2}\arcsin(x-1)-\frac{1}{2}(x+3)\sqrt{2x-x^2}+C$

j.- $-\frac{1}{18}\frac{2x-6}{\sqrt{4x^2-24x+27}}+C$

k.- $\frac{1}{5}(a^2-x^2)^{\frac{5}{2}}-\frac{a^2}{3}(a^2-x^2)^{\frac{3}{2}}+C$

l.- $\sqrt{a^2-x^2}+\frac{a^2}{\sqrt{a^2-x^2}}+C$

PREGUNTA 30.

a.- $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{x+2}+2}\right)$ b.- $2\sqrt{x}+4\sqrt[4]{x}+\ln\left(\left(\sqrt[4]{x}-1\right)^4\right)+C$

c.- $\frac{5-2x}{9\sqrt{5-4x-x^2}}+C$ d.- $\frac{\sqrt{5}}{5}\arctan\left(\frac{\sqrt{5}}{5}tan(x)\right)+C$

e.- $-\frac{2}{3}\frac{\left(\sqrt{1-x^3}\right)^3}{3}+\frac{2}{3}\frac{\left(\sqrt{1-x^3}\right)^5}{5}+C$

f.- $e^x-3\ln(e^x+1)+C$

g.- $\cos(x)+\ln(1-cos(x))+C$

h.- $\frac{4}{5}(1+\sqrt{x})^{\frac{5}{3}}-\frac{4}{3}(1+\sqrt{x})^{\frac{3}{2}}+C$

PREGUNTA 31.

a.- $\frac{2}{3}\left(2\ln\left(\sqrt{x+2}-2\right)+\ln\left(\sqrt{x+2}+1\right)+C\right)$

b.- $3\left(\ln(2)-\frac{1}{2}\right)$

c.- $2\sqrt{x}+3\sqrt[3]{x}+6\sqrt[6]{x}+6\ln\left(\sqrt[6]{x}-1\right)+C$

d.- $\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}-\frac{12}{7}x^{\frac{7}{12}}+2\sqrt{x}-\frac{12}{5}x^{\frac{5}{12}}+3\sqrt[3]{x}-4\sqrt[4]{x}+6\sqrt[6]{x}-12\sqrt[12]{x}+12\ln\left(\sqrt[12]{x}+1\right)+C$

e.- $\ln\frac{(e^x+2)^2}{e^x+1}+C$ f.- $\frac{x^2-7}{3}\sqrt{x^2+5}+C$

g.- $2\left(\sqrt{\frac{x}{1-x}}-\text{atan}\left(\sqrt{\frac{x}{1-x}}\right)\right)+C$ h.- $\frac{2}{9}.\left(\frac{7828}{15}\right)$

PREGUNAT 32.

a.- $\frac{\ln\left(x-\frac{4}{3}\right)}{24}-\frac{\ln\left(x+\frac{4}{3}\right)}{24}+C$

b.- $ln|x+3|+\frac{6}{x+3}-\frac{5}{(x+3)^2}+C$

c.- $\frac{(x^2+\frac{3}{4})}{(1+x^2)^2}+\frac{1}{2}\ln|1+x^2|+C$

d.- $\frac{1}{4}\ln(x^4+x^2+1)-\frac{\sqrt{3}}{6}\arctan\left(\frac{2x^2+1}{\sqrt{3}}\right)+C$

e.- $\frac{7}{12}\ln(x)-\frac{16}{3}\ln(x-3)+\frac{27}{4}\ln(x-4)+C\ \ si\ x>4$

f.-

$\frac{1}{6}\ln(x^2+1)-\frac{\ln(x^4-x^2+1)}{12}+\frac{1}{2\sqrt{3}}artan\left(\frac{2x^2-1}{\sqrt{3}}\right)+C$

$si\ |x|>1$

g.- $-\frac{2}{125}\ln|x-1|-\frac{1}{25(x-1)}+\frac{2}{125}ln|x+4|-\frac{1}{25(x+4)}+C$

h.- $\ln|\cos(x)|-\frac{1}{2}\ln|\cos^2(x)+1|+\frac{5}{2}\frac{1}{\cos^2(x)+1}+C$

i.- $\frac{3}{2}\frac{1}{x^2+4}\left(\arctan\left(\frac{x}{2}\right)(4+x^2)\right)+\frac{2x-5}{2(x^2+4)}+C$

j.- $\frac{1}{2}x^2-2\ln(x)+7\ln|x+2|+7\ln|x-2|+C$

k.- $2ln|x|-\ln|x+1|+\ln|x-2|+C$

l.- $2\ln|x|+\ln|x-4|+\frac{1}{x-4}+C$

m.- $-\frac{2}{x+1}+\ln\left|\frac{x+1}{x}\right|+C$

o.- $2\,ln|x(x-1)^2|+\frac{1}{x}+C$

p.- $\ln(\,x(x^2+1)^2)-3\arctan(x)+C$

PREGUNTA 33.

a.- $\frac{9}{5}\ln\left(\frac{8}{3}\right)$ b.- $x-3\ln(x+1)-\frac{3}{x+1}+\frac{1}{2(x+1)^2}+C$

c.- $\ln(x-1)-\frac{1}{2}\ln(x^2+9)-\frac{1}{3}\arctan\left(\frac{x}{3}\right)+C$

d.- $\frac{1}{2}\ln(x^2+1)+\frac{1}{\sqrt{2}}\arctan\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)+C$

e.- $\frac{1}{2}\ln(x^2+2x+5)+\frac{3}{2}\arctan\left(\frac{x+1}{2}\right)+C$

f.- $\arctan(x)-\frac{3}{2}\arctan\left(\frac{x}{2}\right)+\frac{1}{2}\ln(x^2+1)$

$\frac{1}{3}ln(x-1)-\frac{1}{6}\ln(x^2+x+1)-\frac{1}{\sqrt{3}}\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}(2x+1)\right)+C$

g.- $-\frac{1}{2}\frac{1}{x^2+2x+4}-\frac{2\sqrt{3}}{9}\arctan\left(\frac{x+1}{\sqrt{3}}\right)-\frac{2}{3}\frac{x+1}{x^2+2x+4}+C$

PREGUNTA 34.

a.- $xtan(x)+ln|\cos(x)|+C$

b.-$\frac{x^8}{16}(8\ln|x|-1)+C$

c.-$\frac{x^3}{3}\ln^2|x|-\frac{2x^3}{9}ln|x|+\frac{2}{27}x^3+\ C$

d.- $e^{\frac{x}{2}}(2x-4)+\ C$

e.- $\frac{x^3}{3}\arctan(x)+\frac{1}{6}(\ln(x^2+1)-x^2)\ +\ C$

f.- $\frac{1}{12}\ln^2(3x^2+4)+\ C$

g.- $\frac{x^2-1}{2}e^{x^2}+\frac{1}{4}e^{x^4}+C$

h.- $\frac{x^4}{16}(4\ln|x|-1)+C$

i.- $\frac{1}{6}x^6\ln(x^7)-\frac{7}{36}x^6+C$

j.- $2\sqrt{x}\ln(x)-4\sqrt{x}+C$

k.- $xcosh(x)-\sinh(x)+C$

l.- $\frac{x}{2}(\sinh(ln(x))-\cos(ln(x))+\ C$

m.- $xln^3(x)-3xln^2(x)+6xln(x)-6x+C$

n.- $-\frac{e^x(\cos(x)-\sin(x))}{2}+C$

o.- $\frac{x-1}{x+1}e^x+C$

p.- $\frac{\sin(2x)}{16}-\frac{\sin(4x)}{128}+\frac{x\cos(4x)}{32}-\left(x\frac{\cos(2x)}{8}\right)$

TRY.- $\frac{x}{\sin(x)(x\cos(x)-\sin(x))}-cotan(x)+C$

PREGUNAT 39.

a.- 1/6 b.- 1/6 c.- 0 d.- 1 e.- 1

f.- 2 g.- 1 ga.- -1 h.- e^{-2} i.- 1 j.- 0 k.- $\ln(2)$

l.- 2/3 m.- 0 n.- 1 o.- $e^{\frac{2}{\pi}}$ p.-1 q.- 1

r.- e^2 s.- 1 t.- 1 u.- $-\frac{3}{2}$ v.- 1 w.- e^4

x.- $-\infty$ y.- 0 z.- 1/9 aa.- ∞ ab.- 0 ac.- ∞

ad.- 0 ae.- 0 af.- ½ ag.- $-\infty$ ah.- $-\infty$

ai.- $-\frac{3}{2}$ aj.- ∞

PREGUNTA 40.

a.- $\frac{3}{2}(\sqrt[3]{9}-1)$ b.- *No existe* c.- 2 d.- $\frac{1}{4}\pi$

e.- $\frac{1}{2}\pi$ f.- 1

PREGUNTA 41.

a.- 4π b.- 2π

PREGUNTA 42.

a.- ∞ DIVERGE b.- $\frac{1}{4}$ CONVERGE

c.- ∞ DIVERGE d.- $-\infty$ DIVERGE

e.- ∄ NO EXISTE LIMITE DIVERGE

f.- Note que $\left|\frac{1}{4}\sin(2t)\right|\leq\frac{1}{4}$ pero $\frac{1}{2}t\to\infty\ para\ \ t\to\infty$

DIVERGE.

g.- $\ln(2)$ CONVERGE

h.- ∞ DIVERGE i.- $-\infty$ DIVERGE

j.- ∞ DIVERGE k.- ∞ DIVERGE.

PREGUNTA 43.

Sea $k = \frac{M}{2RT}$

INTEGRE POR PARTES Y SEA

$$\alpha = v^2 \ ; \ d\beta = ve^{-v^2 k}$$

La integral $I = \frac{1}{2k^2}$

Por lo cual $\bar{u} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$

PREGUNTA 44.

$$I = \left(\frac{1}{k^2}(kt-1)e^{kt}\right)_0^s$$

$$= \lim_{s\to\infty}\left(\left(\frac{1}{k}se^{ks} - \frac{1}{k^2}e^{ks}\right) - \left(-\frac{1}{k^2}\right)\right)$$

Debido a que $k < 0$ los dos primeros términos son cero (verifíquelo mediante L'Hopital) por lo cual el límite es igual a $\frac{1}{k^2}$.

Se tiene que $M = -kI = -k\left(\frac{1}{k^2}\right) = -\frac{1}{k} = -\frac{1}{-0.000121} \approx 8264.5\ años$

PREGUNTA 46.

$$C = 1 \quad => \quad limite = \ln(2)$$

Argumente que pasa cuando $c < 1$ ó $c > 1$

PREGUNTA 47.

$$C = 3 \quad => limite = -\ln(3)$$

Argumente que pasa cuando $c < 3$ ó $c > 3$

PREGUNTA 45.

$$a.- F(s) = \int_0^\infty e^{-st}dt = \lim_{n\to\infty}\left(-\frac{e^{-st}}{s}\right)_0^n$$
$$= \lim_{n\to\infty}\left(\frac{e^{-sn}}{-s} + \frac{1}{s}\right) = \frac{1}{s}$$

Para $s > 0$

$$b.- F(s) = \int_0^\infty e^{t(1-s)}dt = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1-s}e^{t(1-s)}\right)_0^n$$
$$= \lim_{n\to\infty}\left(\frac{e^{(1-s)n}}{1-s} - \frac{1}{1-s}\right) = \frac{1}{s-1}$$

Para $s > 1$

$$c.- F(s) = \int_0^\infty te^{-st}dt$$

Integración por partes $u = t$, $dv = e^{-st}dt$ => $du = dt$, $v = -\frac{e^{-st}}{s}$ luego

$$F(s) = \lim_{n\to\infty}\left(-\frac{n}{se^{sn}} - \frac{1}{s^2e^{sn}} + 1 + \frac{1}{s^2}\right) = \frac{1}{s^2}$$

Para $s > 0$

PUNTOS FINALES.

1.- Es importante conocer las integrales inmediatas y así mismos los métodos aprendidos durante el curso para posteriores integraciones a lo largo de su carrera.

2.- En los sólidos en revolución, debe estar pendiente del eje de rotación y el radio que forma el sólido en cuestión. Para más información descargue la presentación PowerPoint que se encuentra en la pág. web.

3.- Debe estar pendiente en cuanto a la integración por partes. Recuerde estas dos técnicas mnemotécnicas ILATE (Inversa, Logaritmo, Algebraica, Trigonométrica, Exponencial). Y UnDiaVi UnaVaca sin cola Vestida DeUniforme. $\int udv = uv - \int vdu$

4.- Matemáticas dos será sencilla si practica lo suficiente.

SIRVASE DE AYUDA PARA PRATICAR MATEMATICAS 2.

CUALQUIER ERROR TIPOGRAFICO O DE REDACCION FAVOR AVISAR A **magt369@gmail.com** PARA SU CORRECCION, MENCIONE NUMERO DE PAGINA, EJERCICIO QUE DICE Y QUE DEBERIA DECIR.

REFERENCIA BIBLIOGRAFICA.

Purcell, Varbery, CALCULO Pearson, Prentice Hall, Octava edición.

Leithold, El Cálculo.

Actualizada ENERO 2012.

Elaborado por: Miguel Guzmán