Universidad Simón Bolívar.
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas.

19 de junio de 2007.
Matemáticas III (MA–1116)

2$^{\text{do}}$ Parcial. (30 %)
TIPO B2

Justifique todas sus respuestas.

1. (7 puntos) De cierta matriz A sabemos que $\det(A) < 0$ y que su adjunta es:

$$\mathrm{Adj}(A) = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 0 & -2 & 2 \\ 2 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

Halle A^{-1}.

2. Sea $\mathbf{P}_3$ el espacio vectorial formado por el conjunto de los polinomios de grado menor o igual a 3, con coeficientes reales y con las operaciones usuales de suma y multiplicación por escalares reales.

   a) (4 puntos) ¿ Es $\mathbb{H} = \{p(x) \in \mathbf{P}_3 \,:\, p(x) = p(-x)\}$ un subespacio de $\mathbf{P}_3$?

   b) (3 puntos) Determine si $2x + 1 \in \mathrm{gen}\{1, x^2\}$.

3. (8 puntos) Sea r la recta intersección de los planos

$$\pi_1 : \; x + 3y + z = 1 \quad \text{y} \quad \pi_2 : \; 2x + 3y - z = 2$$

y sea π_3 el plano que pasa por el origen y es paralelo a los vectores $\vec{u} = (1, 3, 2)$ y $\vec{v} = (-2, 4, 0)$. Sea P el punto intersección de la recta r y el plano π_3. Halle la distancia del punto P al punto $Q = (-1, 1, -2)$.

4. Sea V un espacio vectorial, $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3 \in V$ y $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3 \neq \vec{0}$. Demuestre cada una de las siguientes afirmaciones:

   a) (4 puntos) Si el conjunto $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2\}$ es linealmente dependiente entonces $\vec{u}_1 = \alpha\vec{u}_2$.

   b) (5 puntos) Si el conjunto $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$ es linealmente independiente entonces el conjunto $\{2\vec{u}_1,\, 3\vec{u}_2,\, \vec{u}_3\}$ es linealmente independiente.