

**JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.**  
**EL EXAMEN ES INDIVIDUAL. NO SE ACEPTAN PREGUNTAS.**

1. (6 ptos c/u) Resolver las siguientes integrales

$\phi$  a.  $\int \frac{\cos(2x) dx}{1 - \sqrt{2} \cos x}$

$\phi$  b.  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x dx}{\cos^2(x/2)}$



2. (a) (4 ptos) Hallar el área aproximada de la región limitada por  $f(x) = 4 - x^2$ ,  $x = 1$  y los ejes coordenados. Utilizando una partición regular de  $n$  subintervalos y tomando como  $x_i^*$  el punto donde la función alcanza su valor mínimo en cada subintervalo.

$\phi$  (b) (2 ptos) Hallar el área de la región de la parte 2a de dos maneras, una usando la notación sigma y la otra usando las propiedades de la integral de Riemann junto con el Teorema Fundamental del Cálculo.

$\phi$  3. (6 ptos) Hallar la siguiente suma  $\sum_{k=1}^n \frac{3}{k(k+3)}$ .

$\phi$  4. (6 ptos) Calcular, si existe,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} \int_{\cos x}^{x+1} \arcsen u du$ .