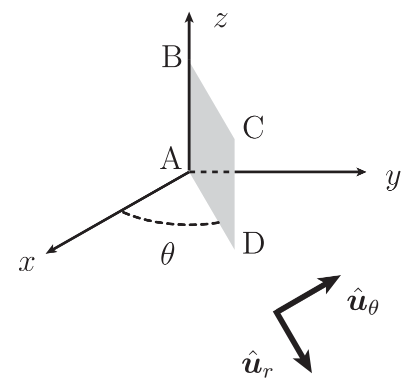
Rotaciones y sistema de partículas

---

1. Una placa cuadrada de lado 1 m rota en torno al eje AB como indica la figura. El punto C de la placa tiene aceleración

$$\boldsymbol{a} = -4t^4\hat{\boldsymbol{u}}_r + 4t\hat{\boldsymbol{u}}_\theta.$$

En el instante inicial la placa se encuentra en reposo. Calcular para el instante t



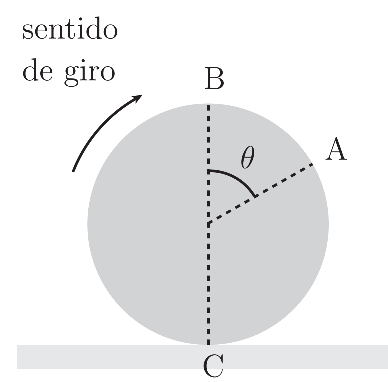
a. el vector velocidad angular de la placa.

b. el vector velocidad del punto D.

---

2. Un disco de radio R rueda sin deslizar por un plano horizontal. En un instante dado el disco tiene una velocidad angular w y una aceleración angular α.

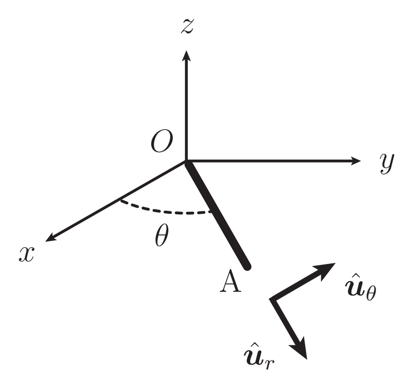
Calcule en dicho instante los vectores velocidad y aceleración de los puntos A, B, y C respecto al centro del disco y respecto a tierra. (A es un punto genérico en el borde).



---

3. Una barra de longitud $L = 2$ m rota en torno a un eje perpendicular a ella que pasa por uno de sus extremos con aceleración angular constante. En el instante $t = 2$ seg se sabe que el extremo A tiene una aceleración

$$\boldsymbol{a} = -4\hat{\boldsymbol{u}}_r + \hat{\boldsymbol{u}}_\theta \text{ m/seg}^2.$$



a. Calcule la velocidad angular ω de la barra en un instante t. (Considere el eje z como eje de rotación).

b. Halle la aceleración angular.

c. Halle la velocidad angular en función del tiempo.

---

4. Considere un sistema aislado formado por dos partículas que interactúan por medio de fuerzas centrales; una de ellas tiene masa $M_1 = m$ y la otra $M_2 = 2m$. Tomaremos como nuestro sistema de referencia inercial uno con origen en el centro de masas del sistema; todas las magnitudes físicas están referidas a este referencial.

a. Si en algún instante la primera partícula tiene vectores posición $\boldsymbol{r}_1$ y velocidad $\boldsymbol{v}_1$, halle para ese instante los vectores posición y velocidad de la segunda partícula. Calcule el momentum lineal total del sistema.

b. Demuestre que el momentum angular total del sistema respecto al origen se conserva. Luego hállelo en términos de m, $\boldsymbol{r}_1$ y $\boldsymbol{v}_1$.

c. Suponga que inicialmente $\boldsymbol{r}_1 = 2\hat{\boldsymbol{u}}_y$ m y $\boldsymbol{v}_1 = -6\hat{\boldsymbol{u}}_x$ m/s. Suponga también que luego de cierto tiempo la partícula de masa M_1 se encuentra sobre el eje x positivo, separada una distancia de 6 m de la otra partícula y con una velocidad paralela al eje y. Halle los nuevos vectores posición y velocidad de cada partícula.

d. Considere otro sistema de partículas aisladas, con las mismas masas $M_1 = m$ y $M_2 = 2m$ pero donde la fuerza entre ellas es sólo de origen gravitatorio. Suponga que la partícula de masa M_1 tiene un movimiento circular de radio R_1 alrededor del centro de masas (en consecuencia la otra partícula también girará alrededor del centro de masas). Calcule la distancia entre las dos partículas y la velocidad angular con la cual giran. Exprese sus resultados en función de R_1, m y G. Haga un dibujo que muestre la trayectoria de cada partícula, el centro de masas y las posiciones de las partículas sobre las trayectorias en algún instante.

NOTA: Las partes **c** y **d** son independientes entre sí.

---

5. Sobre un lago congelado y completamente liso se encuentra sentado y en reposo un esquimal que lleva en sus manos dos pesadas esferas. La masa de cada esfera es m y la masa del esquimal es $8m$.

a. Para impulsarse hacia adelante el esquimal lanza hacia atrás, sobre el hielo, una de las esferas. La esfera lanzada tiene rapidez v relativa al esquimal. Halle las velocidades respecto al lago que adquieren el esquimal y esta esfera, e indique sus sentidos.

b. Más tarde, para frenar su movimiento, lanza la otra esfera hacia adelante con el mismo esfuerzo (la rapidez relativa de la esfera respecto al esquimal es v). ¿Se detiene el esquimal? Halle la nueva velocidad del esquimal respecto al lago e indique su sentido.

---

6. Dos patinadores (puntuales) ambos de masa M se aproximan entre sí a lo largo de trayectorias paralelas separadas una distancia d. Tienen velocidades opuestas de módulo v. Uno de los patinadores lleva por un extremo una barra de masa despreciable y longitud d.

El otro patinador agarra el otro extremo de la barra cuando se encuentran, en el momento de máximo acercamiento. Suponga que el hielo no tiene fricción.

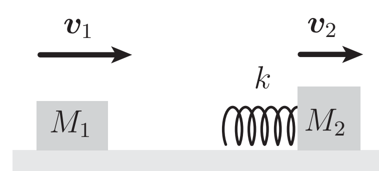
a. Describa cualitativamente el movimiento de los patinadores después de quedar unidos por la barra.

b. ¿Cómo cambiaría su respuesta anterior si los patinadores no tuvieran la misma masa o la misma rapidez?

c. Halando la barra los patinadores reducen su separación a 1/3 de la distancia inicial. ¿Cómo es su movimiento entonces? ¿En cuánto ha cambiado la energía cinética? ¿De dónde procede el cambio?

---

7. Un bloque de masa M_1 se desliza en una mesa sin rozamiento con una velocidad de módulo v_1. Directamente frente a él y moviéndose en la misma dirección y sentido hay un bloque de masa M_2 y rapidez v_2. Un resorte sin masa, de constante elástica k, va fijo a la parte posterior de M_2.

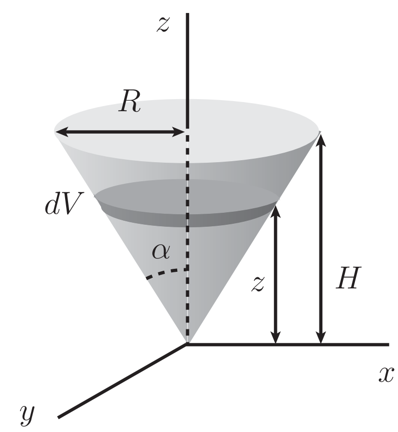


¿Cuál es la máxima compresión del resorte? Supongamos que el resorte no se dobla y que obedece la ley de Hooke.

Cuerpo rígido

---

8. La figura representa un cono macizo de radio R, altura H y masa M.



a. Halle $\mathrm{tg}(\alpha)$.

b. En la figura también se representa un disco que forma parte del cono. El disco tiene espesor dz y se encuentra a una altura z.

b1. Halle el radio del disco y su volumen dV en función de z.

b2. Demuestre que el volumen del cono es $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 H$.

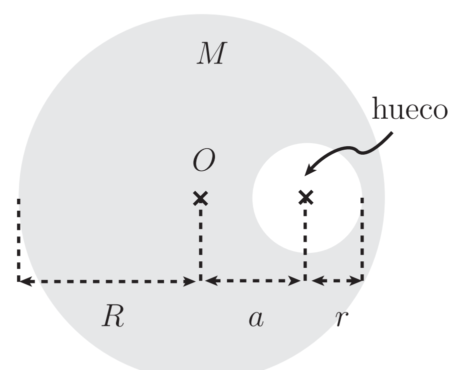
c. Halle la densidad volumétrica de masa ρ del cono y la masa dm del disco de volumen infinitesimal.

d. Halle el momento de inercia del cono respecto al eje z.

---

9. En un disco homogéneo de radio R se practica un hueco circular de radio r cuyo centro está a una distancia a del centro del disco. La masa del objeto obtenido es M.

Calcule el momento de inercia de dicho objeto con respecto al eje que pasa por el centro O del disco y es perpendicular al plano del disco.



---

10. Considere el sistema formado por una barra delgada, de longitud H y masa M y dos jóvenes (considerados puntuales) de masa $4M$ cada uno que se encuentran en los extremos opuestos de la barra. La barra se pivotea en su centro y queda libre de girar en un círculo horizontal sin fricción.

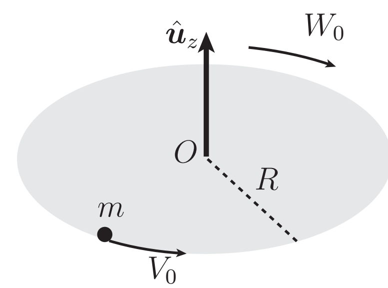
Inicialmente el sistema gira con rapidez angular ω_0 en sentido horario visto desde arriba. Luego, los jóvenes se acercan al centro de la barra hasta reducir a la mitad la distancia que los separaba.

a. Halle la velocidad angular final del sistema e indique el sentido de giro.

b. Calcule el cambio en la energía cinética del sistema. Explique de dónde procede el cambio.

---

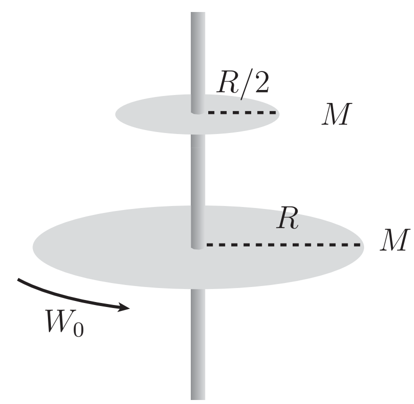
11. Un disco giratorio de radio R se encuentra montado sobre cojinetes sin fricción. Un observador inercial en Tierra lo ve girar alrededor de un eje perpendicular al disco y que pasa por su centro. También ve un insecto de masa m que recorre el borde del disco. El observador ve girar el disco en el sentido horario con rapidez angular W_0 y ve el insecto girar en sentido contrario con rapidez V_0.



Repentinamente el insecto encuentra una miga de pan y se detiene a comerla. Halle la velocidad angular del disco después que el insecto se ha detenido y el cambio en la energía cinética del sistema. Suponga que la inercia rotacional del disco respecto al eje de giro es I.

---

12. Un disco de masa M y radio R se encuentra girando con rapidez angular W_0 alrededor de un eje delgado de masa despreciable. Desde arriba y a través del eje cae sin fricción otro disco de masa M y radio $R/2$ que no estaba rotando. Eventualmente y debido a la fricción entre los dos discos, el sistema se acopla y ambos discos terminan girando con rapidez angular W.



a. Encontrar el valor de W.

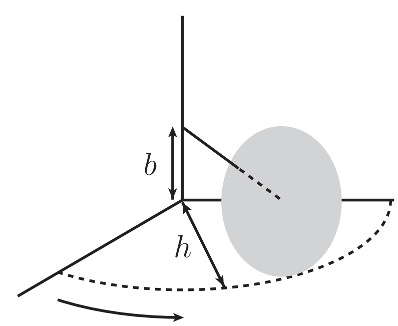
b. Encontrar la fracción de energía cinética

$$f = 1 - \frac{E_{\text{c final}}}{E_{\text{c inicial}}}$$

que se pierde en el proceso. ¿Por qué se pierde energía cinética?

---

13. La figura muestra una moneda de radio b que rueda sin resbalar y que gira alrededor de un eje a una distancia fija h, con una velocidad angular Ω.



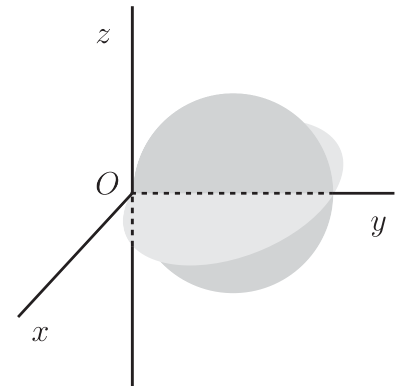
a. Dibuje los vectores velocidad angular presentes.

b. Calcule el vector velocidad del centro de la moneda.

c. Calcule la velocidad angular de la moneda respecto al eje que pasa por su centro.

---

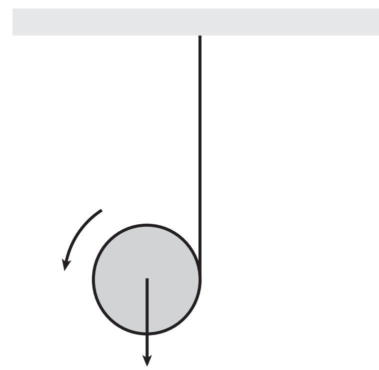
14. Un cuerpo está formado por dos discos homogéneos iguales, cada uno de espesor despreciable, masa m y radio R. Uno de ellos está en el plano xy y el otro es perpendicular a éste por su diámetro, como se indica en la figura.



Si el conjunto se hace girar alrededor del eje z con velocidad angular constante w, ¿cuál es su momento angular con respecto al origen de coordenadas ?

---

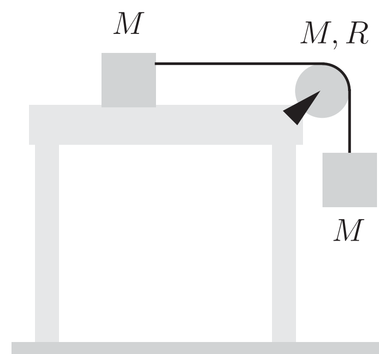
15. La figura muestra una cuerda inextensible y sin masa; la cuerda está fija al techo y termina enrollada alrededor de un disco. El disco tiene masa M, radio R y gira desenredándose mientras cae verticalmente sin que exista deslizamiento entre el disco y la cuerda. El sistema parte del reposo.



Elija un sistema de coordenadas, dibújelo claramente, y halle la tensión en la cuerda. Halle los vectores aceleración angular del disco y aceleración del centro de masas.

---

16. Dos bloques idénticos, cada uno de masa M, están conectados por una cuerda de masa despreciable que pasa por una polea de masa M y radio R, como se muestra en la figura. La cuerda no resbala en la polea, y no hay fricción entre el bloque y el plano horizontal.



a. Calcule la tensión en la sección horizontal de la cuerda.

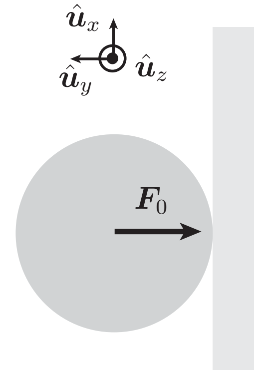
b. Calcule la tensión en la sección vertical de la cuerda.

c. Calcule el tiempo que tarda el sistema en recorrer una distancia h.

NOTA. El momento de inercia de un disco con respecto a un eje que pasa por su centro de masa es $mr^2/2$ donde m y r son la masa y el radio del disco respectivamente.

---

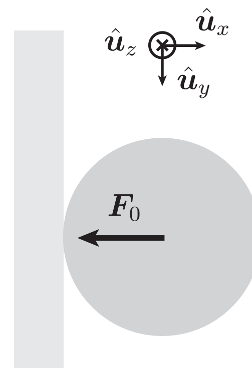
17. El dibujo muestra un disco de radio R y masa M que rueda por una pared vertical. Sobre el centro de masas del disco se aplica constantemente una fuerza horizontal de módulo F_0 que obliga al disco a rodar sin deslizar. También se muestra el sistema de ejes que debe utilizar.



Haga el diagrama de fuerzas sobre el disco y halle los vectores aceleración angular del disco y aceleración de su centro de masas. Determine módulo y dirección de las fuerzas de roce y normal sobre el disco.

---

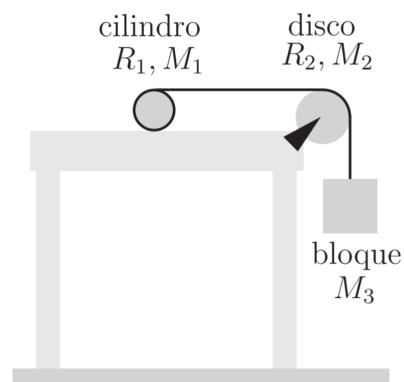
18. En el dibujo se muestra un disco de masa M y radio R que rueda por una pared vertical. Si el coeficiente de roce estático es μ_e calcule cuál debe ser la fuerza horizontal $\boldsymbol{F}_0$ mínima que debe aplicarse al centro de masa del disco para que éste ruede sin deslizar.



---

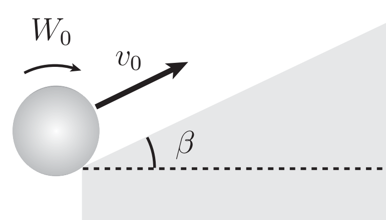
19. La figura muestra una cuerda inextensible y sin masa que se enrolla en un cilindro, pasa por una polea y finaliza en un bloque. Suponga que la cuerda no desliza ni en el cilindro ni en la polea. El cilindro es de radio R_1 y masa M_1 y rueda sin deslizar. La polea es un disco de masa M_2 y radio R_2. El bloque tiene masa M_3.

Escriba las ecuaciones de movimiento que rigen el sistema. Halle las aceleraciones angulares del cilindro y la polea. Halle la aceleración lineal del bloque.



---

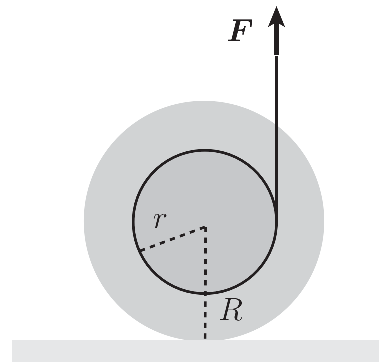
20. Se lanza una esfera de radio $R = 10^{-1}$ m cuesta arriba por un plano inclinado un ángulo β, como se muestra en la figura. $W_0 = 300$ rad/seg y $v_0 = 5$ m/seg.



Calcule en función de β qué valor debe tener el coeficiente de roce para que el centro de masa suba con velocidad constante mientras patina. ¿Cuánto tiempo tarda en comenzar a rodar sin patinar en dicho caso?

---

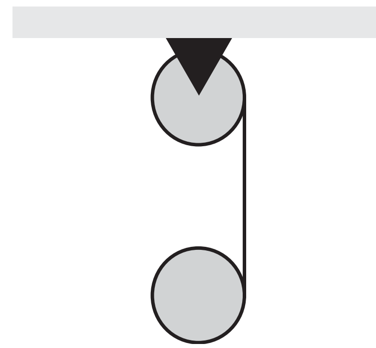
21. Dos discos de masas M_1 y M_2 se pegan de forma tal que sus centros coinciden. Alrededor del más pequeño está enrollada una cuerda que se estira hacia arriba con fuerza $\boldsymbol{F}$ constante. La cuerda no desliza. El disco mayor se apoya en una superficie horizontal y rueda sin deslizar.



Halle la aceleración del centro de masas del sistema y la aceleración angular.

---

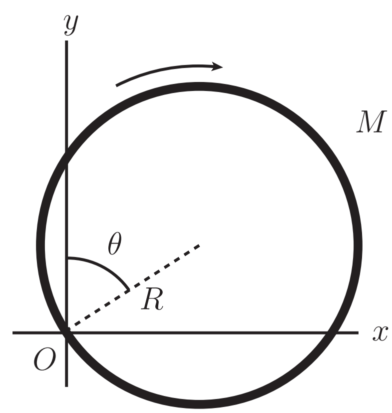
22. La figura muestra un sistema formado por dos poleas; ambas son discos de masa M y radio R. La polea superior está fija al techo de una habitación y la inferior cae. Suponga que la cuerda no desliza sobre las poleas.



Escriba las ecuaciones de movimiento.

---

23. Un aro circular homogéneo de radio R y masa M puede girar sin fricción alrededor del eje z que es perpendicular al plano de la figura en el punto O. El eje y apunta en la dirección vertical hacia arriba.

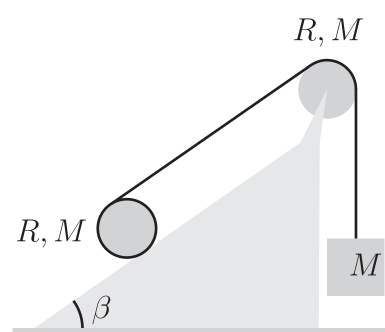


a. Calcule el momento de inercia del aro alrededor del eje z.

b. Si se suelta el aro desde su posición vertical ($\theta = 0$), con velocidad inicial nula, calcule la rapidez del centro de masas en función del ángulo θ.

---

24. Un cilindro sólido de densidad uniforme, masa M y radio R tiene enrollada una cuerda ideal y se encuentra sobre un plano inclinado que forma un ángulo β con la horizontal. La cuerda pasa por una polea de masa M y radio R que se encuentra al tope del plano inclinado y se conecta a un cuerpo de masa M que cuelga verticalmente, como se muestra en la figura. El cilindro rueda sin deslizar y el sistema se suelta del reposo.

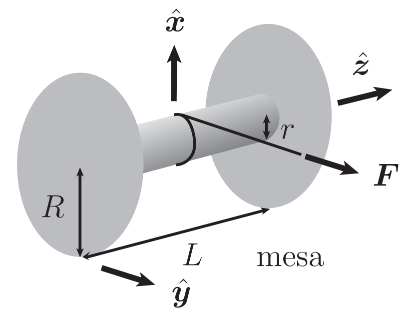


a. Hallar la aceleración del cuerpo que cuelga, indicando si sube o baja.

b. Hallar las tensiones en la cuerda.

---

25. La figura muestra un yoyo formado por dos discos planos (de radio R y masa M cada uno) y un cilindro de radio r, masa m y longitud L.



a. Halle el momento de inercia del yoyo respecto al eje z. (El eje z pasa por el centro de los discos y coincide con el eje central del cilindro.)

Una cuerda ideal se enrolla alrededor del cilindro a la altura de su centro de masa. El yoyo se coloca en una mesa horizontal y la cuerda se hala horizontalmente con una fuerza $\boldsymbol{F} = F\hat{\boldsymbol{y}}$ conocida. Suponga que la cuerda no desliza y el yoyo gira sin deslizar moviéndose sobre la mesa en dirección $\hat{\boldsymbol{y}}$.

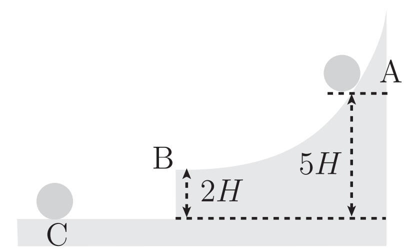
b. Dibuje todas las fuerzas externas que actúan sobre el yoyo.

c. Calcule el torque neto respecto al centro de masas.

d. Escriba las ecuaciones de movimiento para el yoyo (no las resuelva).

---

26. Un disco de masa M y radio R rueda sin deslizar por una pista inclinada como indica la figura. El disco parte del reposo en el punto A, abandona la pista en el punto B y luego choca con el piso en el punto C. En el punto B la pista es horizontal.

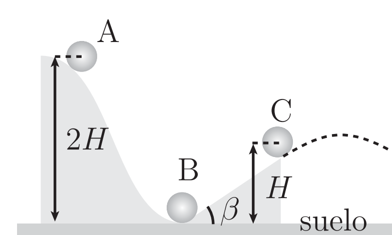


a. Para el disco en el punto B determine los siguientes vectores: velocidad del centro de masas, velocidad angular y momentum angular con respecto al centro de masas.

b. Determine la rapidez del centro de masas y la rapidez angular del disco justo antes de chocar con el piso en el punto C.

---

27. Una esfera de masa M y radio R rueda sin resbalar por la pista mostrada en la figura. El tramo B$-$C es un plano inclinado un ángulo β. La esfera se suelta desde el reposo en el punto A y luego abandona la pista en el punto C.



a. Halle la rapidez angular de la esfera en el punto B.

b. Calcule la máxima altura, respecto al suelo, que alcanza la esfera luego de abandonar la pista.

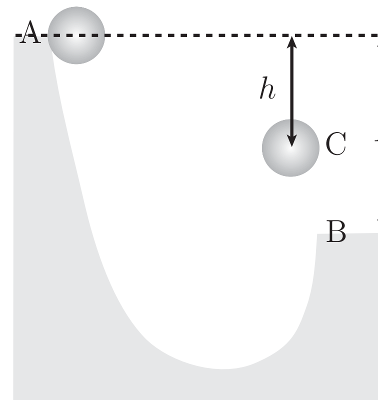
NOTA. El momento de inercia de una esfera respecto a un diámetro es $\frac{2}{5}MR^2$.

---

28. Una esfera de masa M, radio R e inercia rotacional $I_C = \eta MR^2$ respecto a un eje de rotación que pasa por su centro de masa se suelta del reposo en el punto A, rueda sin deslizar, sale de la pista y llega hasta el punto C. En B se encuentra el nivel cero de U_{grav}. H es conocida.

a. Halle h.

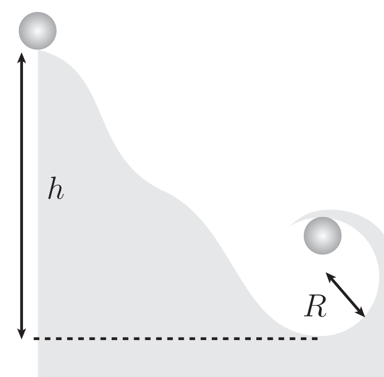
b. ¿Al regreso llegará de nuevo al punto A?



---

29. Una esfera de radio r se suelta del reposo en la posición mostrada en la figura. La esfera rueda sin deslizar por la pista, que tiene un tramo circular de radio R ($R > r$).

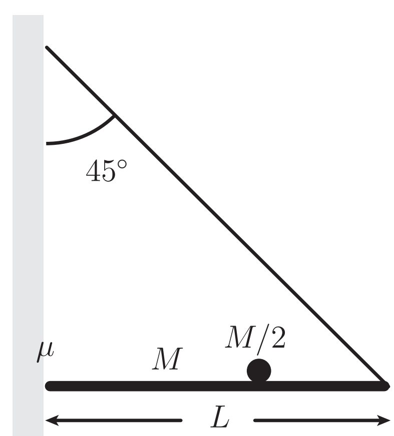
Hallar h mínimo para que la esfera al menos llegue al punto más alto del tramo circular.



---

30. Un andamio está constituido por una barra delgada, homogénea, de masa M y longitud L que se mantiene horizontal apoyándose en una pared cuyo coeficiente de roce con la barra es μ. El otro extremo de la barra está sujeto por un cable que va unido a la pared formando con ella un ángulo de 45 grados. Sobre el andamio hay un pintor (considérelo puntual) cuya masa es la mitad de la de la barra.

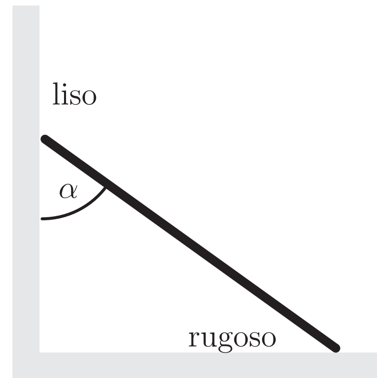
¿Cuál es la mínima distancia de la pared a la que puede colocarse el pintor, sin que se caiga el andamio?



---

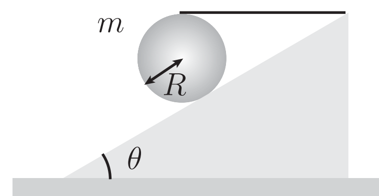
31. Una barra homogénea tiene su extremo superior apoyado contra una pared vertical lisa y su otro extremo sobre un suelo rugoso con coeficiente de roce estático μ.

Determine los valores posibles del ángulo α que forma la barra con la pared cuando está en equilibrio.



---

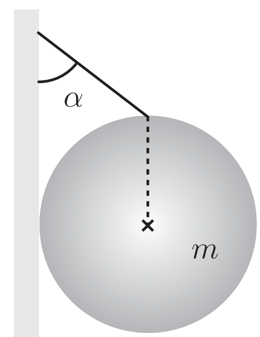
32. Una esfera de masa m y radio R colocada sobre un plano inclinado que forma un ángulo θ con el suelo, está sujeta de su punto más alto por una cuerda que se mantiene horizontal, ver figura. ¿Cuál debe ser el mínimo coeficiente de fricción necesario para que la esfera no se mueva?



---

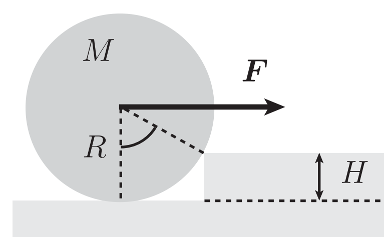
33. Una esfera de masa m está suspendida por medio de una cuerda de un punto que está situado en la misma vertical que el centro de la esfera. El otro extremo de la cuerda está unido a una pared vertical.

¿Cuál debe ser el coeficiente de fricción entre la pared y la esfera para que ésta permanezca en equilibrio? ¿Cuánto vale la tensión en ese caso?



---

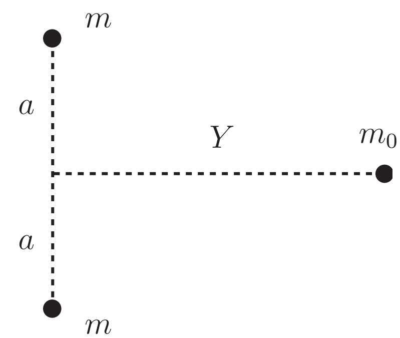
34. ¿Qué fuerza $\boldsymbol{F}$ aplicada horizontalmente al eje de la rueda es necesaria para justo levantar la rueda sobre un obstáculo de altura H? Tome R como el radio de la rueda y M como su masa.



Fuerzas centrales - Gravedad

---

35. Un sistema está formado por tres partículas. Dos de ellas son fijas, con masa m cada una y separadas una distancia $2a$. La tercera tiene masa m_0 y se encuentra inicialmente en reposo, en un punto equidistante de las otras dos partículas y a una distancia Y del punto medio entre ellas.



a. Determine la velocidad de la masa m_0 cuando pasa por el punto medio de las otras dos partículas.

b. Si la distancia Y es muy pequeña comparada con a ($Y \ll a$), demuestre que la masa m_0 describirá un movimiento armónico simple. Calcule su período de oscilación.

---

36. Dos partículas de masas m y M están inicialmente en reposo a distancia infinita. Obtenga la expresión de la velocidad relativa de aproximación de las partículas, atribuible a la gravitación universal, cuando éstas se encuentran a una distancia D.

---

37. El planeta X es una esfera maciza y homogénea de radio R y masa M.

a. Determine la aceleración de gravedad en la superficie del planeta y a una profundidad h bajo la misma.

b. Calcule la velocidad de escape a una altura h de la superficie.

c. Desde el planeta se lanza un satélite de masa m ($m \ll M$), que alcanza una órbita circular de radio $4R$. Halle el período de revolución del satélite y la velocidad inicial necesaria para el lanzamiento del mismo si la plataforma de lanzamiento está

c1. en la superficie del planeta.

c2. a una profundidad de $R/4$ bajo la superficie.

d. ¿Cuál es la mayor altura alcanzada por un cuerpo que se lanza con velocidad v_0 desde la superficie hacia arriba?

NOTA. Recuerde que la fuerza de atracción entre el planeta y una partícula de masa m a una distancia r de su centro es GMm/r^2 si $r \geq R$ y $GMmr/R^3$ si $r \leq R$.

---

38. Un sistema de dos partículas aisladas interactúa gravitatoriamente. Una de las partículas tiene masa M y la otra tiene masa $2M$. La órbita de una de las partículas alrededor de la otra es elíptica; en la posición de máximo acercamiento (pericentro) la distancia entre ellas es D, y en la de máximo alejamiento (apocentro) la distancia entre ellas es $2D$.

a. Halle la velocidad relativa entre las dos partículas en el apocentro y en el pericentro. Haga un dibujo mostrando la órbita, el pericentro, el apocentro, y los correspondientes vectores velocidad relativa.

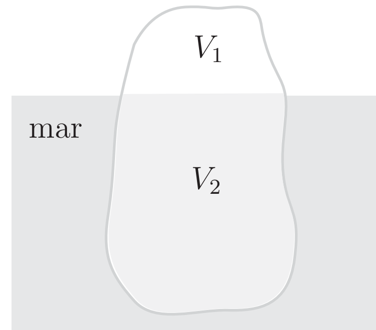
b. Calcule en el referencial centro de masas la energía del sistema y el momento angular total respecto al centro de masas.

Hidrostática

---

39. Halle qué fracción del volumen de un témpano de hielo está sumergida en el mar.

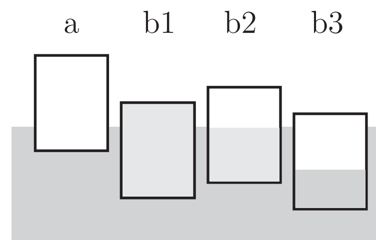
ρ_{hielo}=0.92 g/cm^3
ρ_{aire}=$1.3 * 10^{-3}$ g/cm^3
$\rho_{\text{mar}} = 1.03$ g/cm^3



---

40. **a.** Un recipiente de paredes muy delgadas y de volumen V, flota vacío en mercurio con una cuarta parte de su volumen sumergida.

$\rho_{\text{agua}} = 10^3$ kg/m^3
$\rho_{\text{mercurio}} = 1.36 * 10^4$ kg/m$^3 \simeq 1.4 * 10^4$ kg/m^3



Halle la masa del recipiente.

b. Halle la fracción η de volumen del recipiente que estará sumergida si

b1. se le añade suficiente agua hasta llenar todo el recipiente.

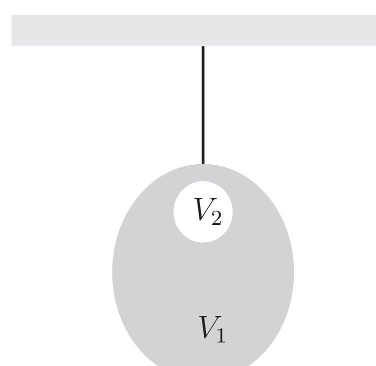
b2. se le añade agua hasta que la superficie del agua esté al mismo nivel que la del mercurio.

b3. se le añade un volumen de mercurio igual a λ veces el volumen del recipiente. ($\lambda < 3/4$).

NOTA. Observe que las respuestas no dependen de la forma del recipiente.

---

41. Con cierto material de densidad $\rho = 5 * 10^{-3}$ kg/m^3 se fabrica una pieza que tiene en su interior una cavidad vacía y herméticamente cerrada. El volumen V_1 ocupado por el material y el volumen V_2 de la cavidad se desconocen. La pieza se cuelga de un hilo, y la tensión del hilo es de 100 N en el vacío y 20 N si la pieza está completamente sumergida en agua.



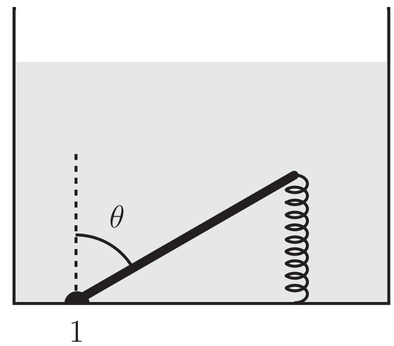
a. Halle los volúmenes V_1 y V_2.

b. Si estando la pieza sumergida penetrara el agua en la cavidad llenándola completamente, calcule cuál sería el nuevo valor de la tensión.

NOTA. La densidad del agua es 10^3 kg/m^3. Tome la gravedad como $g = 10$ m/s^2.

---

42. La figura muestra una barra uniforme de longitud L y sección transversal A, sumergida totalmente en un fluido. En el extremo 1 la barra está articulada y en el otro extremo comprime un resorte de manera que está en equilibrio formando un ángulo $\theta \neq 0$ con la vertical. Suponga que el resorte está comprimido una longitud x y que su constante elástica es k.

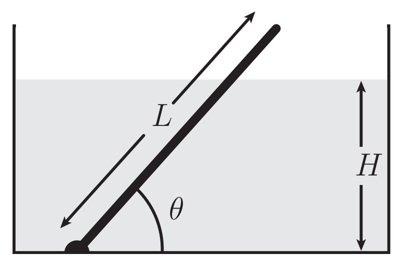


a. Calcule la diferencia de densidades entre la barra y el fluido.

b. Encuentre la fuerza que el eje 1 hace sobre la barra.

---

43. El fluido, en el estanque de la figura, tiene densidad ρ_F y su nivel está a una altura H respecto del fondo. La barra parcialmente sumergida es homogénea, tiene densidad ρ_B, sección transversal A, longitud L, está sujeta a un pivote en su extremo inferior y se encuentra en equilibrio.



Halle qué porción de la longitud de la barra está sumergida, el ángulo que forma con la horizontal y la reacción en el pivote.

---

44. En un tanque se tienen dos líquidos en equilibrio que no se mezclan. El superior tiene densidad $\rho_1 = \rho$ y el inferior densidad $\rho_2 = 4\rho$. En la interface flota un bloque.

Halle la fracción del volumen del bloque que está debajo de la interface si

a. el bloque tiene densidad $\rho_3 = 3\rho$.

b. el bloque es una mezcla homogénea de dos substancias, el 80% en volumen de una substancia A con $\rho_{\mathrm{A}} = 3\rho$ y el 20% en volumen de una sustancia B con $\rho_{\mathrm{B}} = 6\rho$.

c. el bloque es una mezcla homogénea de dos substancias A y B como en el caso anterior, pero con 80% de masa de A y 20% de masa de B.

---

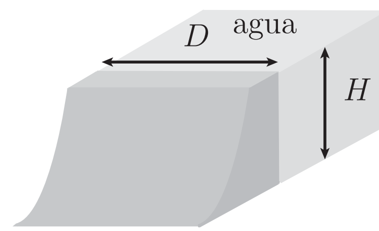
45. Un bloque sólido de densidad ρ conocida flota, con 3/4 de su volumen sumergido, en un tanque que contiene un fluido de densidad $\rho_{\rm A}$ desconocida. Luego, al tanque se le agrega otro fluido de densidad $\rho_{\rm B} = 2\rho/3$ que no se mezcla con el fluido anterior y cubre completamente el bloque.

a. Halle la densidad $\rho_{\rm A}$ y la porción de volumen del bloque que queda sumergida dentro del fluido A al agregar el segundo fluido.

b. El bloque está elaborado con una aleación de dos metales: el metal 1 de densidad ρ_1 conocida y el metal 2 de densidad ρ_2 conocida ($\rho_2 > \rho > \rho_1$). ¿Qué porcentajes en volumen y en masa del metal 1 contiene la aleación?

---

46. La figura muestra una represa. La profundidad del agua es H y el ancho de la represa es D.



Determine la fuerza horizontal resultante sobre la represa debida al agua.

Termodinámica

---

47. Dos cubos de hielo de 50 g cada uno, provenientes de un congelador a -15°C, se colocan en un recipiente que contiene 2 g de agua a 25°C. Despreciando la influencia del recipiente y del aire circundante encuentre la temperatura de equilibrio del sistema.

calor específico del hielo=1/2 cal/g°C

calor de fusión del hielo=80 cal/g

---

48. En un calorímetro de masa despreciable se colocan 20 g de agua a 5°C y 16 g de hielo a -10°C.

a. Demuestre que la temperatura de equilibrio es 0°C.

b. Calcule qué cantidades de hielo y agua hay en el equilibrio.

---

49. En un recipiente aislante se colocan 8 g de hielo a -20°C con un bloque de metal de 30 g a 40°C y se espera hasta que el sistema alcance el equilibrio térmico. Suponga que durante este proceso el bloque no cambia de fase y además que el intercambio de calor con el recipiente y con el medio ambiente es despreciable.

Datos:

Calor específico del hielo=0.5 cal/g°C

Calor específico del bloque=0.2 cal/g°C

Calor latente de fusión del hielo=80 cal/g

Calor específico del agua=1 cal/g°C

a. Halle la temperatura de equilibrio y las cantidades de hielo y/o agua que existen en el equilibrio.

b. Halle el cambio de entropía que experimenta el bloque en el proceso.

---

50. Un recipiente contiene n moles de un gas ideal monoatómico. El gas tiene masa M, ocupa un volumen V_1 y la velocidad cuadrática media de sus moléculas es V_{RMS1}.

El gas sufre una transformación isobárica reversible que duplica la velocidad cuadrática media de sus moléculas.

a. Halle el volumen final que ocupa el gas.

b. Halle el calor que intercambia el gas con el medio ambiente. ¿El gas cede o recibe calor?

c. Calcule la variación de energía interna del gas.

NOTA. El calor específico molar a volumen constante de un gas ideal monoatómico es $C_V = 3R/2$.

---

51. Una máquina térmica trabaja describiendo un ciclo de Carnot, con un rendimiento de 1/3 y realizando un trabajo de 0,42 kcal cada vez que completa un ciclo. La sustancia de trabajo consiste en 2 moles de un gas ideal.

Calcule el calor absorbido de la caldera a 357°C y el calor cedido al refrigerante. Calcule también la temperatura del refrigerante y la relación volumétrica V_2/V_1 en la expansión isotérmica. Use R=2 cal/mol°K

---

52. n moles de un gas ideal realizan el siguiente ciclo:

A → B: expansión libre en la que triplica su volumen y absorbe un calor igual a $3P_0V_0/4$.

B → C: compresión isobárica.

C → A: compresión isotérmica.

En el punto A, la presión , el volumen y la temperatura son P_0, V_0 y T_0 respectivamente. Considere conocidos n, P_0, V_0 y T_0 y R.

a. Haga un diagrama $P - V$ del ciclo.

b. Calcule las presiones, los volúmenes y las temperaturas de los puntos B y C.

c. Calcule el cambio de entropía ΔS_{AB} del gas.

d. Calcule el trabajo total realizado por el gas en el ciclo.

e. Calcule el cambio total de entropía del gas al realizar el ciclo.

---

53. Un gas ideal poliatómico ($C_V = 3R, C_P = 4R$) se encuentra en el estado 1 a presión P_1, volumen V_1 y temperatura T_1. A partir de este estado el gas recorre un ciclo compuesto por tres procesos reversibles. Primero el gas se dilata isotérmicamente hasta el estado 2 donde tiene volumen $V_2 = 8V_1$. Luego el gas pasa al estado 3 por medio de un proceso isocórico. Por último regresa adiabáticamente al estado inicial.

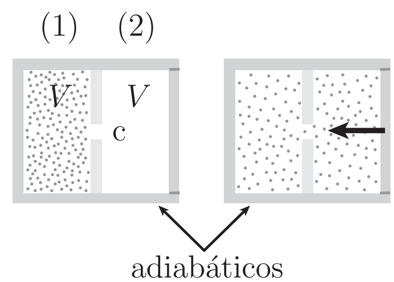
a. Haga un gráfico $P - V$ del ciclo y calcule volumen, presión y temperatura del gas en cada uno de los estados 2 y 3.

b. Calcule el trabajo realizado y el calor absorbido por el gas en cada uno de los tres procesos. Halle la eficiencia del ciclo.

NOTA. Dé todas sus respuestas en términos de los datos del problema (P_1, V_1, T_1).

---

54. Inicialmente un gas ideal monoatómico ($C_V = 3R/2$, $C_P = 5R/2$) a presión P_1 y temperatura T_1 se encuentra confinado en el recipiente (1) de volumen V. El recipiente (2), de igual volumen V, está vacío. Los recipientes son adiabáticos. En cierto momento se abre el orificio de comunicación c y el gas se expande libre e irreversiblemente hasta ocupar todo el espacio disponible.



a. Calcular presión, volumen y temperatura en el estado final de equilibrio.

b. Luego, la pared de la derecha se desplaza lentamente hacia la izquierda obligando al gas a entrar nuevamente al recipiente (1). Suponga que este segundo proceso es reversible. Calcule presión, volumen y temperatura del nuevo estado de equilibrio.

c. Dibuje en un diagrama $P - V$ todos los estados de equilibrio que son recorridos por el gas.

---

55. Un gas ideal ocupa un volumen $V_1 = 1$ litro a presión $P_1 = 1$ atm (punto 1).

Se expande después isotérmicamente a un volumen $V_2 = 2$ litros (punto 2).

Después la presión del gas se reduce a la mitad de la que tiene en el punto 2 en un proceso isócoro (punto 3).

Finalmente el gas se expande a presión constante hasta un volumen $V_4 = 4$ litros (punto 4).

a. Dibujar todo el proceso en un diagrama $P - V$.

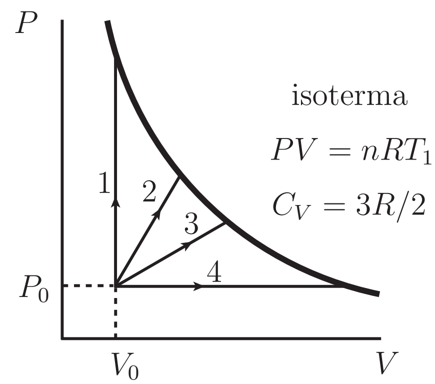
b. Dar la relación de temperaturas entre los puntos 3 y 1, y entre los puntos 1 y 4.

---

56. Un gas monoatómico ideal se encuentra a volumen V_i y presión P_i. Se hace que el gas se dilate hasta un volumen V_f de tres maneras diferentes: isotérmica, isobárica y adiabáticamente.

a. Indicar, en cada proceso, los signos algebraicos $(+, -, 0)$ de ΔV, ΔP, ΔT y Q.

b. ¿Qué proceso hace que el gas realice el máximo trabajo? ¿Cuál el mínimo?



57. n moles de un gas ideal monoatómico se encuentran inicialmente a presión P_0 y volumen V_0. A partir de este estado inicial el gas pasa por los cuatro procesos indicados en la figura.

Indique cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas.

a. ☐ $T_1 < \dfrac{P_0 V_0}{nR}$

b. ☐ $\Delta V_1 = \Delta V_4 + \dfrac{3}{2} nRT_1$

c. ☐ $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3$

d. ☐ $W_4 = nRT_1 - P_0 V_0$

e. ☐ $Q_1 = \Delta V_4$

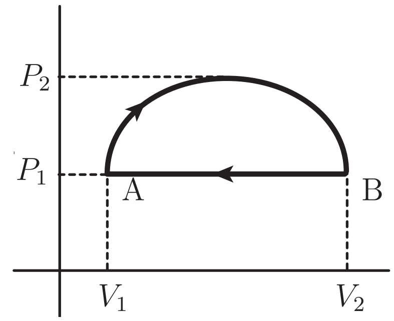
f. ☐ $W_1 = \Delta V_1$

g. ☐ $\Delta V_4 = \dfrac{3}{2} nR \left(T_1 - \dfrac{P_0 V_0}{nR} \right)$

h. ☐ $Q_2 < 0$

---

58. Se lleva un gas del estado inicial A al estado final B como se indica en la figura (la figura representa una semi elipse). Para lograrlo se le agregan Q joules de calor.



a. Si asignamos el valor $U_{\rm A}$ a la energía interna en el estado inicial ¿cuál es el valor de $U_{\rm B}$?

b. Si luego se regresa el gas isobáricamente al punto A ¿cuánto calor se ha expulsado en el proceso B→A?

---

59. Un mol de gas ideal monoatómico ocupa un volumen de 10 litros y tiene una temperatura de 300°K. El gas pasa por el ciclo termodinámico siguiente: primero se calienta hasta los 600°K a volumen constante, luego se dilata isotérmicamente y por último se comprime isobáricamente hasta regresar a su estado inicial.

a. Haga un gráfico $P - V$ del ciclo.

b. Calcule el trabajo realizado por el gas y el intercambio de calor con el medio ambiente en cada uno de los tres procesos que componen el ciclo.

c. Halle el trabajo neto efectuado por el gas y la eficiencia del ciclo.

---

60. Un gas ideal poliatómico ($C_V = 3R$, $C_P = 4R$) se encuentra en el estado 1 a presión P_1, volumen V_1 y temperatura T_1. A partir de este estado el gas recorre un ciclo compuesto por tres procesos reversibles. Primero el gas se dilata isotérmicamente hasta el estado 2 donde tiene volumen $V_2 = 16V_1$. Luego el gas pasa al estado 3 por medio de un proceso isobárico. Finalmente regresa adiabáticamente al estado inicial.

a. Haga un gráfico $P-V$ del ciclo y calcule volumen, presión y temperatura del gas en cada uno de los estados 2 y 3.

b. Calcule el trabajo realizado y el calor absorbido por el gas en cada uno de los tres procesos. Halle la eficiencia del ciclo.

NOTA. Dé todas sus respuestas en términos de los datos del problema (P_1, V_1, T_1).

---

61. Una masa m de cierto líquido que está a temperatura T_1 se mezcla con otra masa idéntica que está a temperatura T_2. Si el sistema está aislado y C_P es el calor específico de la sustancia ¿cuál es el cambio de entropía del sistema?

---

62. ¿Cuál será el cambio de energía interna y de entropía de un gas ideal en una dilatación libre en función de V_0, P_0, T_0, y n?