Objetivos a cubrir

Código : MAT4-EDO.16

- Sistemas de EDO lineales de primer orden homogeneo.
- Sistemas de EDO lineales de primer orden no homogeneo.

---

1. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones diferenciales

1. $\begin{cases} x_1' = 3x_1 + x_2 \\ x_2' = -2x_1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1' = x_1 \\ x_2' = x_1 - x_2 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x' = 3x + y \\ y' = -6x - 2y \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_1' = 6x_1 + 2x_2 \\ x_2' = 2x_1 + 3x_2 \end{cases}$

5. $\begin{cases} v' = 2v - 2w \\ w' = 5w - 2v \end{cases}$

6. $\begin{cases} x_1' = -4x_2 \\ x_2' = x_1 \end{cases}$

7. $\begin{cases} x_1' = 3x_2 \\ x_2' = -3x_1 \end{cases}$

8. $\begin{cases} x_1' = 2x_1 - x_2 \\ x_2' = 2x_1 \end{cases}$

9. $\begin{cases} x_1' = 3x_1 - 5x_2 \\ x_2' = -x_1 + x_2 \end{cases}$

10. $\begin{cases} x_1' = 5x_1 + 2x_2 \\ x_2' = -4x_1 + x_2 \end{cases}$

11. $\begin{cases} x_1' = x_1 - x_2 \\ x_2' = 5x_1 - x_2 \end{cases}$

12. $\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 4x + 3y \end{cases}$

13. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2y \\ \dfrac{dy}{dt} = 8x \end{cases}$

14. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -4x + 2y \\ \dfrac{dy}{dt} = -\dfrac{5}{2}x + 2y \end{cases}$

15. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1}{2}x + 9y \\ \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{1}{2}x + 2y \end{cases}$

16. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 6x - y \\ \dfrac{dy}{dt} = 5x + 2y \end{cases}$

17. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 4x + 5y \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x + 6y \end{cases}$

18. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + y \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x - y \end{cases}$

19. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 5x + y \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x + 3y \end{cases}$

20. $\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = 3x_1 - x_2 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = 9x_1 - 3x_2 \end{cases}$

21. $\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = -6x_1 + 5x_2 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = -5x_1 + 4x_2 \end{cases}$

22. $\begin{cases} x_1' = x_1 - 2x_2 \\ x_2' = 2x_1 + x_2 \end{cases}$

23. $\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = -x_1 + 3x_2 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = -3x_1 + 5x_2 \end{cases}$

24. $\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = 12x_1 - 9x_2 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = 4x_1 \end{cases}$

25. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + y - z \\ \dfrac{dy}{dt} = 2y \\ \dfrac{dz}{dt} = y - z \end{cases}$

26. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y + 2z \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x + 6z \\ \dfrac{dz}{dt} = -4x - 3z \end{cases}$

27. $\begin{cases} x_1' = 2x_1 + x_2 - x_3 \\ x_2' = -4x_1 - 3x_2 - x_3 \\ x_3' = 4x_1 + 4x_2 + 2x_3 \end{cases}$

28. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = z \\ \dfrac{dy}{dt} = -z \\ \dfrac{dz}{dt} = y \end{cases}$ 29. $\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = 3x_1 - x_2 - x_3 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = x_1 + x_2 - x_3 \\ \dfrac{dx_3}{dt} = x_1 - x_2 + x_3 \end{cases}$ 30. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x - 7y \\ \dfrac{dy}{dt} = 5x + 10y + 4z \\ \dfrac{dz}{dt} = 5y + 2z \end{cases}$

31. $\begin{cases} x_1' = 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \\ x_2' = -5x_1 - 4x_2 - 2x_3 \\ x_3' = 5x_1 + 5x_2 + 3x_3 \end{cases}$ 32. $\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = 2x_1 + 2x_3 \\ \dfrac{dx_3}{dt} = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \end{cases}$

33. $X' = \begin{pmatrix} 10 & -5 \\ 8 & -12 \end{pmatrix} X$ 34. $X' = \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} X$ 35. $X' = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} X$

36. $X' = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} X$ 37. $X' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} X$ 38. $X' = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} X$

39. $X' = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ -5 & -6 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} X$ 40. $X' = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 4 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} X$

41. $X' = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} X$ 42. $X' = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} X$

43. $X' = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ \frac{3}{4} & -\frac{3}{2} & 3 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} X$ 44. $X' = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ -1 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix} X$

45. $X' = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & 0 \\ -4 & 0 & 4 \end{pmatrix} X$ 46. $X' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} X$

47. $X' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} X$ 48. $X' = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix} X$

2. Resuelva el sistema dado sujeto a las condiciones iniciales indicados

1. $\begin{cases} x' = x - 2y, & x(0) = 1 \\ y' = -2x + 4y, & y(0) = 2 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1' = 3x_1 - x_2, & x_1(0) = 0 \\ x_2' = 5x_1 - x_2, & x_2(0) = 3 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_1' = 3x_1 + x_2, & x_1(0) = 1, \\ x_2' = -5x_1 - 3x_2, & x_2(0) = -2 \end{cases}$

4. $\begin{cases} v' = 2v - 2w, & v(0) = 0, \\ w' = 3v + 5w, & w(0) = 2 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1' = -x_1 - x_2, & x_1(0) = 1, \\ x_2' = x_1 - x_2, & x_2(0) = -1 \end{cases}$

6. $X' = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix} X, \quad X(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$

7. $\begin{cases} x' = -3x - y \\ y' = x - y \end{cases} \quad X(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

8. $X' = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} X, \quad X(0) = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix}$

9. $\begin{cases} x_1' = x_1 - 2x_2 \\ x_2' = 2x_1 + x_2 \end{cases} \quad X(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

10. $X' = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} X, \quad X(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

11. $\begin{cases} x_1' = 9x_1 + 5x_2 \\ x_2' = -6x_1 - 2x_2 \end{cases} \quad X(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

12. $X' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} X, \quad X(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

13. $X' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X, \quad X(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

14. $X' = \begin{pmatrix} 1 & -12 & -14 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} X, \quad X(0) = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ -7 \end{pmatrix}$

3. Resuelva el problema con valor inicial dado. Describa el comportamiento de la solución cuando $t \to \infty$

1. $\begin{cases} x_1' = x_1 - 2x_2 \\ x_2' = 2x_1 + x_2 \end{cases} ; \quad X(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

2. $X' = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} X; \quad X(0) = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix}$

3. $X' = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix} X; \quad X(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$

4. $\begin{cases} x_1' = 9x_1 + 5x_2 \\ x_2' = -6x_1 - 2x_2 \end{cases} ; \quad X(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

5. $X' = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} X; \quad X(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

6. $X' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} X; \quad X(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

7. $X' = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} X; \quad X(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ 8. $X' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix} X; \; X(0) = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$

4. (a) Compruebe que la matriz A de coeficientes del sistema

$$x_1' = 3x_1 + x_2$$
$$x_2' = -x_1 - x_3$$
$$x_3' = x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

sólo tiene el autovalor $\lambda = 2$ de multiplicidad 3, pero con solamente un autovector linealmente independiente $\boldsymbol{u}$ asociado a él. Por lo tanto, una solución es $\boldsymbol{x_1}(t) = \boldsymbol{u}e^{2t}$.

(b) Encuentre una segunda solución de la forma $\boldsymbol{x_2}(t) = \boldsymbol{u}te^{2t} + \boldsymbol{v}e^{2t}$, donde $\boldsymbol{v}$ es una solución no trivial de $(A - 2I)\,\boldsymbol{v} = \boldsymbol{u}$.

(c) Encuentre una tercera solución de la forma

$$\boldsymbol{x_3}(t) = \frac{1}{2}\boldsymbol{u}t^2e^{2t} + \boldsymbol{v}te^{2t} + \boldsymbol{w}e^{2t}$$

en la que $\boldsymbol{w}$ es una solución no trivial de $(A - 2I)\,\boldsymbol{w} = \boldsymbol{v}$.

5. (a) Demuestre que $\lambda = 2$ es un autovalor triple de la matriz A de coeficientes del sistema

$$x_1' = 3x_1 + x_2$$
$$x_2' = -x_1 + x_2$$
$$x_3' = x_1 + x_2 + 2x_3$$

y que sólo hay dos autovectores linealmente independientes

$$\boldsymbol{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad \boldsymbol{v_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

asociados con estos autovalores. Entonces, $\boldsymbol{x_1}(t) = \boldsymbol{v_1}e^{2t}$ y $\boldsymbol{x_2}(t) = \boldsymbol{v_2}e^{2t}$ son dos soluciones linealmente independientes.

(b) Demuestre que si $\boldsymbol{x_3}(t) = \boldsymbol{v}te^{2t} + \boldsymbol{w}e^{2t}$ es una tercera solución, entonces $\boldsymbol{v}$ y $\boldsymbol{w}$ deben satisfacer las ecuaciones

$$(A - 2I)\,\boldsymbol{v} = 0 \tag{1}$$

$$(A - 2I)\,\boldsymbol{w} = v \tag{2}$$

(c) Cada solución de la ecuación (1) es de la forma $\boldsymbol{v} = c_1\boldsymbol{v_1} + c_2\boldsymbol{v_2}$, en la que c_1 y c_2 son constantes. De acuerdo con un teorema importante del Álgebra lineal, la ecuación (2) tendrá una solución no trivial $\boldsymbol{w}$ si y sólo si el vector $\boldsymbol{v}$ es ortogonal con cada solución del sistema $\left(A^T - 2I\right)\boldsymbol{y} = \boldsymbol{0}$. Demuestre que la solución general de este sistema es

$$\boldsymbol{y} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(d) Demuestre que $\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{y} = c_1\alpha + c_1\beta$, así, que $\boldsymbol{v}$ y $\boldsymbol{y}$ son ortogonales siempre que $c_1 = 0$. Por lo tanto, tomando $c_2 = 1$ podemos resolver la ecuación (2) con $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v_2}$.

(e) Resuelva la ecuación $(A-2I)\,\boldsymbol{w}=\boldsymbol{v_2}$ para

$$\boldsymbol{w}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}.$$

Concluya que

$$\boldsymbol{x_3}(t)=\begin{pmatrix}t+1\\-t\\t\end{pmatrix}e^{2t}$$

es una tercera solución linealmente independiente del sistema dado.

6. Encuentre la solución general del sistema de ecuaciones dado

1. $x'=\begin{pmatrix}2&-1\\3&-2\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}e^t\\t\end{pmatrix}$

2. $x'=\begin{pmatrix}1&\sqrt{3}\\\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}e^t\\\sqrt{3}e^{-t}\end{pmatrix}$

3. $x'=\begin{pmatrix}2&-5\\1&-2\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}-\cos t\\\operatorname{sen} t\end{pmatrix}$

4. $x'=\begin{pmatrix}4&-2\\8&-4\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}t^{-3}\\-t^{-2}\end{pmatrix};\quad t>0$

5. $x'=\begin{pmatrix}1&1\\4&-2\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}e^{-2t}\\2e^t\end{pmatrix}$

6. $x'=\begin{pmatrix}-4&2\\2&-1\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}t^{-1}\\2t^{-1}+4\end{pmatrix};\quad t>0$

7. $x'=\begin{pmatrix}1&1\\4&1\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}e^t$

8. $x'=\begin{pmatrix}2&-1\\3&-2\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}e^t$

9. $x'=\begin{pmatrix}-\frac{5}{4}&\frac{3}{4}\\\frac{3}{4}&-\frac{5}{4}\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}2t\\e^t\end{pmatrix}$

10. $x'=\begin{pmatrix}2&-5\\1&-2\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}0\\\cos t\end{pmatrix};\quad 0<t<\pi$

Respuestas

1.1. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}e^t+c_2\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}e^{2t}$; 1.2. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}e^{-t}+c_2\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}e^t$; 1.3. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}+c_2\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}e^t$;

1.4. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}e^{2t}+c_2\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}e^{7t}$; 1.5. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}e^t+c_2\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}e^{6t}$;

1.6. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}-2\operatorname{sen}2t\\\cos 2t\end{pmatrix}+c_2\begin{pmatrix}2\cos 2t\\\operatorname{sen}2t\end{pmatrix}$; 1.7. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}\operatorname{sen}3t\\\cos 3t\end{pmatrix}+c_2\begin{pmatrix}-\cos 3t\\\operatorname{sen}3t\end{pmatrix}$;

1.8. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}\cos t-\operatorname{sen}t\\2\cos t\end{pmatrix}e^t+c_2\begin{pmatrix}\operatorname{sen}t+\cos t\\2\operatorname{sen}t\end{pmatrix}e^t$; 1.9. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}\sqrt{6}+1\\-1\end{pmatrix}e^{(\sqrt{6}+2)t}+c_2\begin{pmatrix}\sqrt{6}-1\\1\end{pmatrix}e^{(2-\sqrt{6})t}$;

1.10. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}\cos 2t-\operatorname{sen}2t\\-2\cos 2t\end{pmatrix}e^{3t}+c_2\begin{pmatrix}\operatorname{sen}2t+\cos 2t\\-2\operatorname{sen}2t\end{pmatrix}e^{3t}$; 1.11. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}\cos 2t-\operatorname{sen}2t\\5\cos 2t\end{pmatrix}+c_2\begin{pmatrix}\operatorname{sen}2t+\cos 2t\\5\operatorname{sen}2t\end{pmatrix}$;

1.12. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}e^{-t}+c_2\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}e^{5t}$; 1.13. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}e^{-4t}+c_2\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}e^{4t}$;

1.14. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}e^t+c_2\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}e^{-3t}$; 1.15. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}-6\\1\end{pmatrix}e^{-t}+c_2\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}e^{\frac{7}{2}t}$;

1.16. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}\cos t-2\operatorname{sen}t\\5\cos t\end{pmatrix}e^{4t}+c_2\begin{pmatrix}\operatorname{sen}t+2\cos t\\5\operatorname{sen}t\end{pmatrix}e^{4t}$; 1.17. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}\cos 3t+3\operatorname{sen}3t\\2\cos 3t\end{pmatrix}e^{5t}+c_2\begin{pmatrix}\operatorname{sen}3t-3\cos 3t\\2\operatorname{sen}3t\end{pmatrix}e^{5t}$;

1.18. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}\cos t+\operatorname{sen}t\\-2\cos t\end{pmatrix}+c_2\begin{pmatrix}\operatorname{sen}t+\cos t\\2\operatorname{sen}t\end{pmatrix}$; 1.19. $\overline{x(t)}=c_1\begin{pmatrix}\operatorname{sen}t-\cos t\\2\cos t\end{pmatrix}e^{4t}+c_2\begin{pmatrix}\operatorname{sen}t+\cos t\\-2\operatorname{sen}t\end{pmatrix}e^{4t}$;

1.20. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + c_2 \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right]$; 1.21. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t} + c_2 \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] e^{-t}$;

1.22. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} -\operatorname{sen} 2t \\ \cos 2t \end{pmatrix} e^{t} + c_2 \begin{pmatrix} \cos 2t \\ \operatorname{sen} 2t \end{pmatrix} e^{t}$; 1.23. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t} + c_2 \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] e^{2t}$;

1.24. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} e^{6t} + c_2 \left[\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ 0 \end{pmatrix} \right] e^{6t}$; 1.25. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-t} + c_3 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t}$;

1.26. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-3t} + c_2 \begin{pmatrix} \operatorname{sen} 2t - \cos 2t \\ 3 \operatorname{sen} 2t \\ 2\cos 2t \end{pmatrix} e^{t} + c_3 \begin{pmatrix} \cos 2t + 2\operatorname{sen} 2t \\ 3\cos 2t \\ -2\operatorname{sen} 2t \end{pmatrix} e^{t}$;

1.27. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{t} + c_2 \begin{pmatrix} \cos 2t - \operatorname{sen} 2t \\ -2\cos 2t \\ 2\cos 2t \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} \cos 2t + \operatorname{sen} 2t \\ -2\cos 2t \\ 2\operatorname{sen} 2t \end{pmatrix}$;

1.28. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} \operatorname{sen} t \\ -\operatorname{sen} t \\ \cos t \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} -\cos t \\ \cos t \\ \operatorname{sen} t \end{pmatrix}$; 1.29. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t} + c_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{2t}$;

1.30. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} e^{2t} + c_2 \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} e^{5t} + c_3 \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} e^{7t}$; 1.31. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{t} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-2t} + c_3 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{3t}$;

1.32. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t} + c_2 \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-t} + c_3 \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix} e^{8t}$; 1.33. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} e^{-10t} + c_2 \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} e^{8t}$;

1.34. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 2\cos 2t - 2\operatorname{sen} 2t \\ \cos 2t \end{pmatrix} e^{-t} + c_2 \begin{pmatrix} 2\cos 2t + 2\operatorname{sen} 2t \\ \operatorname{sen} 2t \end{pmatrix} e^{-t}$; 1.35. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-5t}$;

1.36. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 4\cos 3t - 3\operatorname{sen} 3t \\ 5\cos 3t \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 3\cos 3t + 4\operatorname{sen} 3t \\ 5\operatorname{sen} 3t \end{pmatrix}$; 1.37. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{t} + c_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t}$;

1.38. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{4t} + c_2 \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] e^{4t} + c_3 \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} t^2 + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] e^{4t}$;

1.39. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 28 \\ -9 \\ 17 \end{pmatrix} e^{2t} + c_2 \begin{pmatrix} 9\cos \frac{\sqrt{19}}{2} t - \sqrt{19} \operatorname{sen} \frac{\sqrt{19}}{2} t \\ -10 \cos \frac{\sqrt{19}}{2} t \\ 0 \end{pmatrix} e^{-\frac{3}{2}t} + c_3 \begin{pmatrix} 9\operatorname{sen} \frac{\sqrt{19}}{2} t + \sqrt{19} \cos \frac{\sqrt{19}}{2} t \\ -10 \operatorname{sen} \frac{\sqrt{19}}{2} t \\ 0 \end{pmatrix} e^{-\frac{3}{2}t}$;

1.40. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{3t} + c_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-5t} + c_3 \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 11 \end{pmatrix} e^{6t}$; 1.41. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} e^{-2t} + c_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} e^{3t}$;

1.42. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{t} + c_2 \begin{pmatrix} \operatorname{sen} t \\ \cos t \\ \cos t \end{pmatrix} e^{t} + c_3 \begin{pmatrix} -\cos t \\ \operatorname{sen} t \\ \operatorname{sen} t \end{pmatrix} e^{t}$; 1.43. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t} + c_2 \begin{pmatrix} -12 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} e^{-\frac{t}{2}} + c_3 \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-\frac{3}{2}t}$;

1.44. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-2t} + c_2 \begin{pmatrix} -2\cos 2t + 2\operatorname{sen} 2t \\ \cos 2t \\ \cos 2t \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} -2\operatorname{sen} 2t - 2\cos 2t \\ \operatorname{sen} 2t \\ \operatorname{sen} 2t \end{pmatrix}$;

1.45. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{6t} + c_2 \begin{pmatrix} -\operatorname{sen} 2t \\ 0 \\ 2\cos 2t \end{pmatrix} e^{4t} + c_3 \begin{pmatrix} \cos 2t \\ 0 \\ 2\operatorname{sen} 2t \end{pmatrix} e^{4t}$;

1.46. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{t} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t} + c_3 \left[\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] e^{2t}$;

1.47. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{t} + c_2 \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] e^{t} + c_3 \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} t^2 + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] e^{t}$;

1.48. $\overline{x(t)} = c_1 \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{5t} + c_3 \left[\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] e^{5t}$; 2.1. $\overline{x(t)} = \frac{4}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{6}{5} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix} e^{5t}$;

2.2. $\overline{x(t)} = \frac{3}{5} \begin{pmatrix} 2\cos t - \operatorname{sen} t \\ 5\cos t \end{pmatrix} e^{t} - \frac{6}{5} \begin{pmatrix} \cos t + 2\operatorname{sen} t \\ 5\operatorname{sen} t \end{pmatrix} e^{t}$; 2.3. $\overline{x(t)} = -\frac{5}{4} \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} \\ 1 \end{pmatrix} e^{-2t} - \frac{3}{4} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t}$;

2.4. $\overline{x(t)} = 2 \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \cos \frac{\sqrt{15}}{2} t - \frac{\sqrt{15}}{6} \operatorname{sen} \frac{\sqrt{15}}{2} t \\ \cos \frac{\sqrt{15}}{2} t \end{pmatrix} e^{\frac{7}{2}t} + \frac{2}{5}\sqrt{15} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{15}}{6} \cos \frac{\sqrt{15}}{2} t - \frac{1}{2} \operatorname{sen} \frac{\sqrt{15}}{2} t \\ \operatorname{sen} \frac{\sqrt{15}}{2} t \end{pmatrix} e^{\frac{7}{2}t}$;

2.5. $\overline{x(t)} = -\begin{pmatrix} -\operatorname{sen} t \\ \cos t \end{pmatrix} e^{-t} + \begin{pmatrix} \cos t \\ \operatorname{sen} t \end{pmatrix} e^{-t}$; 2.6. $\overline{x(t)} = 6 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4t} + 13 \left[\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] e^{4t}$;

2.7. $\overline{x(t)} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-2t} + 2 \left[\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] e^{-2t}$; 2.8. $\overline{x(t)} = 8 \begin{pmatrix} \frac{1}{5}\cos 2t - \frac{2}{5}\operatorname{sen} 2t \\ \cos 2t \end{pmatrix} e^{5t} - 9 \begin{pmatrix} \frac{2}{5}\cos 2t + \frac{1}{5}\operatorname{sen} 2t \\ \operatorname{sen} 2t \end{pmatrix} e^{5t}$;

2.9. $\overline{x(t)} = 4 \begin{pmatrix} \operatorname{sen} 2t \\ \cos 2t \end{pmatrix} e^{t}$; 2.10. $\overline{x(t)} = 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-\frac{1}{2}t} + 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{\frac{1}{2}t}$; 2.11. $\overline{x(t)} = 6 \begin{pmatrix} -\frac{5}{6} \\ 1 \end{pmatrix} e^{3t} - 6 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4t}$;

2.12. $\overline{x\,(t)} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t} - \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} e^{2t} + \frac{5}{2}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{3t}$; 2.13. $\overline{x\,(t)} = 2\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t} + 3\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{t} + 3\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{t}$;

2.14. $\overline{x\,(t)} = -\begin{pmatrix} 25 \\ -7 \\ 6 \end{pmatrix} e^{t} - \begin{pmatrix} \cos 5t - 5\operatorname{sen} 5t \\ \cos 5t \\ \cos 5t \end{pmatrix} + 6\begin{pmatrix} 5\cos 5t + \operatorname{sen} 5t \\ \operatorname{sen} 5t \\ \operatorname{sen} 5t \end{pmatrix}$; 3.1. $\overline{x\,(t)} = 4\begin{pmatrix} -\operatorname{sen} 2t \\ \cos 2t \end{pmatrix} e^{t}$; El limite no existe

3.2. $\overline{x\,(t)} = 8\begin{pmatrix} \frac{1}{5}\cos 2t - \frac{2}{5}\operatorname{sen} 2t \\ \cos 2t \end{pmatrix} e^{5t} - 9\begin{pmatrix} \frac{2}{5}\cos 2t + \frac{1}{5}\operatorname{sen} 2t \\ \operatorname{sen} 2t \end{pmatrix} e^{5t}$; El limite no existe

3.3. $\overline{x\,(t)} = 6\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4t} + 13\left[\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}\right] e^{4t}$; El limite no existe 3.4. $\overline{x\,(t)} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \end{pmatrix} e^{3t} - 6\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4t}$; El limite no existe

3.5. $\overline{x\,(t)} = -\frac{3}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} e^{2t} + \frac{7}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4t}$; El limite no existe 3.6. $\overline{x\,(t)} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{t} + 2\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{2t}$; El limite no existe

3.7. $\overline{x\,(t)} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t} + \frac{5}{2}\begin{pmatrix} \frac{1}{5} \\ 1 \end{pmatrix} e^{3t}$; El limite no existe 3.8. $\overline{x\,(t)} = 3\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t} - 6\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{t} + 8\begin{pmatrix} -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{8} \\ 1 \end{pmatrix} e^{4t}$; El limite no existe

6.1. $\overline{x\,(t)} = c_1\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} e^{-t} + c_2\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{t} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}\left(\frac{t}{2} - \frac{1}{2} - \frac{e^{t}}{4}\right) + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\left(\frac{3}{2}te^{t} + \frac{1}{2} + \frac{t}{2}\right)$;

6.2. $\overline{x\,(t)} = c_1\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ 1 \end{pmatrix} e^{-2t} + c_2\begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t} + \frac{\sqrt{3}}{12}\begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ 1 \end{pmatrix}\left(9 - e^{2t}\right) e^{-t} - \frac{\sqrt{3}}{12}\begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}\left(1 + 3e^{2t}\right) e^{-3t}$;

6.3. $\overline{x\,(t)} = c_1\begin{pmatrix} 2\cos t - \operatorname{sen} t \\ \cos t \end{pmatrix} + c_2\begin{pmatrix} \cos t + 2\operatorname{sen} t \\ \operatorname{sen} t \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2\cos t - \operatorname{sen} t \\ \cos t \end{pmatrix}(2t - \cos 2t - \operatorname{sen} 2t) + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \cos t + 2\operatorname{sen} t \\ \operatorname{sen} t \end{pmatrix}(\cos 2t - \operatorname{sen} 2t)$;

6.4. $\overline{x\,(t)} = c_1\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + c_2\left[\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}\right] + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\left(\frac{5}{2t} - \ln t\right) + \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} t - \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}\right]\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{t^2}\right)$;

6.5. $\overline{x\,(t)} = c_1\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{2t} + c_2\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} e^{-3t} - \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\left(2e^{t} + e^{-2t}\right) + \frac{1}{10}\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}\left(e^{t} - 2e^{-2t}\right)$;

6.6. $\overline{x\,(t)} = c_1\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + c_2\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-5t} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\left(\frac{8}{5}t + \ln t\right) + \frac{4}{25}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$; 6.7. $\overline{x\,(t)} = c_1\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{-t} + c_2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} e^{3t} + \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ -2 \end{pmatrix} e^{t}$;

6.8. $\overline{x\,(t)} = c_1\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} e^{-t} + c_2\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{t} - \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} e^{t} + 2\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} te^{t}$;

6.9. $\overline{x\,(t)} = c_1\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-2t} + c_2\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-\frac{1}{2}t} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}e^{t} - \frac{t}{2}\right) + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\left(\frac{1}{3}e^{t} + 2t - 4\right)$;

6.10. $$\overline{x\,(t)} = c_1\begin{pmatrix} 2\cos t - \operatorname{sen} t \\ \cos t \end{pmatrix} + c_2\begin{pmatrix} \cos t + 2\operatorname{sen} t \\ \operatorname{sen} t \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2\cos t - \operatorname{sen} t \\ \cos t \end{pmatrix}\left(t - \cos 2t + \frac{1}{2}\operatorname{sen} 2t\right)$$
$$-\frac{1}{2}\begin{pmatrix} \cos t + 2\operatorname{sen} t \\ \operatorname{sen} t \end{pmatrix}\left(t + \frac{1}{2}\cos 2t + \operatorname{sen} 2t\right);$$

Bibliografía

1. **Edwards, C. H. y Penney, D.**: "Ecuaciones Diferenciales Elementales y problemas con condiciones en la frontera". Tercera Edición. Prentice Hall.

2. **Kiseliov, A. - Krasnov, M. y Makarenko, G.**, "*Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias*". Editorial Mir.

3. **Spiegel, Murray R.**, "*Ecuaciones diferenciales aplicadas*". Tercera edición. Prentice Hall.

4. **Viola-Prioli, Ana y Viola-Prioli, Jorge**, "*Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*". Universidad Simón Bolívar.

5. **Zill, Dennis**, "*Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones*". Grupo Editorial Iberoamérica.

e-mail : farith_72@hotmail.com