

**Objetivos a cubrir****Código : MAT4-CDI.4**

- Criterio de la series alternadas.
- Criterio del cociente y de la raíz  $n$ -ésima.

1. Determinar si las series indicadas son convergentes

$$\begin{array}{llll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2} & 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+2} & 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{3n+2} & 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{3n^2+2} \\
5. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1} k}{k+1} & 6. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k k}{k^2+1} & 7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n+1}} & 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{3n^2+2} \\
9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{\sqrt{n^2+2}} & 10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{2^n} & 11. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{\ln n} & 12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\sqrt{2^n+1}} \\
13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{\sqrt{n}} & 14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n^{3/2}} & 15. \sum_{n=1}^{\infty} n \left(-\frac{2}{3}\right)^{n+1} & 16. \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{n\pi}{10}\right)^{n+1} \\
17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{2/3}} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) & 18. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{3^n}\right) & 19. \sum_{m=3}^{\infty} (-1)^{m-1} \frac{\ln m^{10}}{m} \\
20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{1}{n}\right) & 21. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{3k-1}{k+5} & 22. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2+2}{n^3} \\
23. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) & 24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[3]{2}} & 25. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n!}{(2n)!} \\
26. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k+1}{4^k} & 27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1.01)^{n+1}}{n^4} & 28. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{4\sqrt{n}}{2n+1} \\
29. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\sqrt[3]{n}}{n+1} & 30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[3]{n}} & 31. \sum_{k=2}^{\infty} (\cos k\pi) \frac{\sqrt{k^2+1}}{k^3} \\
32. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^2}{\sqrt{n^5+5}} & 33. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(\ln n)} & 34. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n [\sqrt{n+1} - \sqrt{n}]
\end{array}$$

2. Determine si la serie indicada es absolutamente convergente, condicionalmente convergente ó divergente

$$\begin{array}{llll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1} & 2. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{\sqrt{k+5}} & 3. \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \left(\frac{2}{3}\right)^i & 4. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k (k2^{-k})^2 \\
5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} & 6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{5^n} & 7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{2^n} & 8. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \sin\left(\frac{1}{k}\right) \\
9. \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi & 10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}} & 11. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{2^{2k}}{3^k} & 12. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{5^{2k-3}}{10^{k+2}} \\
13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{6n-5} & 14. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(\ln n)} & 15. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} k}{1+k^4} & 16. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{1+n^2}
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
17. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(n!)^2}{(2n)!} & 18. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{2k+1}{2}\pi\right)}{\sqrt{k+1}} & 19. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left[ \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k} \right] \\
20. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k!}{100^k} & 21. \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i-1}}{i^2} \sin\left(\frac{1}{i}\right) & 22. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n [\sqrt{n+1} - \sqrt{n}] \\
23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} 3^n}{(2n-1)^n} & 24. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3^n}{n^3} &
\end{array}$$

3. Estudie la convergencia o divergencia de las siguientes series.

$$\begin{array}{llllll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n} & 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2+n} & 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{4^n+1} & 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} & 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n^n} & 0 < a \neq 1 \\
6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} & 7. \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m!}{(2m)!} & 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!3^n}{n^n} & 9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2 2^n} & 10. \sum_{n=1}^{\infty} n \tan\left(\frac{\pi}{2^{n+1}}\right) & \\
11. \sum_{n=1}^{\infty} n^3 \sin\left(\frac{\pi}{3^n}\right) & 12. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2} & 13. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n & 14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^{n+2}}{5^n} & & \\
15. \sum_{n=1}^{\infty} \arctan^n\left(\frac{1}{n}\right) & 16. \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2} & 17. \sum_{n=1}^{\infty} \ln^n\left(\frac{2n+1}{n}\right) & & &
\end{array}$$

4. Determine los valores no negativos de  $p$  para los cuales converge la serie indicada

$$1. \sum_{k=1}^{\infty} k p^k \qquad 2. \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(\frac{2}{p}\right)^n$$

5. Determine todos los valores reales de  $p$  para los cuales converge la serie indicada

$$1. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^p}{k!} \qquad 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^p}$$

6. Demostrar que si la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} |c_n|$  converge, entonces la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$  converge.

7. ¿Para que valores de  $a$  es convergente la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! a^n}{n^n}$ ?

8. Demostrar que  $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$  converge y  $\int_0^{\infty} \left| \frac{\sin x}{x} \right| dx$  diverge.

9. Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n!)}{\ln(n^n)} \qquad 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^n} \binom{n}{m} \text{ con } m \in \mathbb{N}$$

## Respuestas

---

1.1. Conv.;	1.2. Conv.;	1.3. Div.;	1.4. Conv.;	1.5. Div.;	1.6. Conv.;	1.7. Conv.;	1.8. Div.;	1.9. Div.;
1.10. Conv.;	1.11. Div.;	1.12. Conv.;	1.13. Conv.;	1.14. Conv.;	1.15. Conv.;	1.16. Div.;	1.17. Conv.;	
1.18. Conv.;	1.19. Conv.;	1.20. Conv.;	1.21. Div.;	1.22. Conv.;	1.23. Div.;	1.24. Div.;	1.25. Conv.;	
1.26. Conv.;	1.27. Div.;	1.28. Conv.;	1.29. Conv.;	1.30. Div.;	1.31. Conv.;	1.32. Conv.;	1.33. Conv.;	

1.34. Conv.;      2.1. Cond. Conv.;      2.2. Cond. Conv.;      2.3. Abs. Conv.;      2.4. Abs. Conv.;      2.5. Abs. Conv.;  
 2.6. Abs. Conv.;      2.7. Abs. Conv.;      2.8. Cond. Conv.;      2.9. Div.;      2.10. Cond. Conv.;      2.11. Div.;      2.12. Div.;  
 2.13. Div.;      2.14. Cond. Conv.;      2.15. Abs. Conv.;      2.16. Cond. Conv.;      2.17. Abs. Conv.;      2.18. Cond. Conv.;  
 2.19. Abs. Conv.;      2.20. Div.;      2.21. Abs. Conv.;      2.22. Cond. Conv.;      2.23. Abs. Conv.;      2.24. Div.;  
 3.1. Conv.;      3.2. Div.;      3.3. Conv.;      3.4. Conv.;      3.5. Conv.;      3.6. Conv.;      3.7. Conv.;      3.8. Div.;  
 3.9. Div.;      3.10. Conv.;      3.11. Conv.;      3.12. Conv.;      3.13. Conv.;      3.14. Div.;      3.15. Conv.;      3.16. Div.;  
 3.17. Conv.;      4.1.  $0 < p < 1$ ;      4.2.  $p > 2$ ;      5.1.  $p \in \mathbb{R}$ ;      5.2.  $p > 1$ ;      7.  $|a| < e$ ;      9.1. 1;      9.2. 0;

---

## Bibliografía

1. **Purcell, E. - Varberg, D. - Rigdon, S.:** "Cálculo". Novena Edición. Pearson Prentice Hall.
2. **Stewart, J.:** "Cálculo". Grupo Editorial Iberoamericano.