Universidad Simón Bolívar Departamento de Matemáticas Puras y Aplicadas MA-1112. Abril - Julio 2003

Ejercicios adicionales: (Segundo parcial).

1. Hallar el volumen del sólido generado al rotar la región \mathcal{R} alrededor del eje indicado:

1.1)
$$\mathcal{R} = \left\{ (x,y) / 0 \le y \le \frac{\sin x}{x}, \ 0 \le x \le \pi \right\}$$
 alrededor del eje y .

1.2)
$$\mathcal{R} = \{(x,y) / y^2 \le |x| \le 1\}$$
 alrededor del eje y

1.3)
$$\mathcal{R} = \{(x,y) / |y| \le 1, |x| \le y^2\}$$
 alrededor del eje x

1.4)
$$\mathcal{R}=\left\{ \left(x,y\right),/\,0\leq y\leq e^{-x^{2}},\ 0\leq x\leq\sqrt{\ln2}\right\}$$
 alrededor del eje y

1.5)
$$\mathcal{R} = \{(x,y) / 0 \le y \le x^n, 0 \le x \le 1\}$$
 alrededor de la recta $y = 1 (n \ge 1)$

1.6)
$$\mathcal{R}=\{(x,y)\,,0\leq y\leq x^n\,,\ 0\leq x\leq 1\}$$
 alrededor de la recta $y=1$ $(n\geq 1)$ ¿Qué para si $n\to\infty$?

2. Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

2.1)
$$x^{x}$$

2.2)
$$\exp\left(\frac{x}{\ln x}\right)$$

2.3)
$$e^{1/x^2} + \frac{1}{e^{x^2}}$$

2.4)
$$(x^2+1)^{\ln x}$$

2.5)
$$(\ln(x^2))^{2x+3}$$

$$2.6) \quad \frac{\sqrt{x+13}}{(x-4)\sqrt[3]{2x+1}}$$

2.7)
$$(x-1)(x-2)^2(x-3)^3\cdots(x-8)^8$$

2.8)
$$x(x-1)(x-2)\cdots(x-n)$$

3. ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación
$$x^a = a^x \ (a > 1)$$
? (Sugerencia: casos $a = e, \ a \neq e$).

4. Encuentre y clasifique los puntos críticos de los siguientes funciones en el intervalo $(0,\infty)$.

4.1)
$$f(x) = x^x$$

4.2)
$$g(x) = x^a a^{-x}, \ a > 1.$$

5. Calcule:

$$5.1) \quad \int \frac{e^x}{e^x - 1} dx$$

5.2)
$$\int (x+3)e^{x^2+6x}dx$$

$$5.3) \quad \int \operatorname{senh}(2x) \cosh(3x) dx$$

5.4)
$$\int \frac{\sinh(2\sqrt[4]{z})}{\sqrt[4]{z^3}} dz$$

$$5.5) \quad \int \frac{\cos \theta}{1 + \sin^2 \theta} d\theta$$

$$5.6) \quad \int \frac{\cos \varphi}{(1 + \sin \varphi)^2} d\varphi$$

$$5.7) \quad \int \frac{dx}{x + x \ln^2(x)}$$

$$5.8) \quad \int e^x \operatorname{sen}(e^x) dx$$

5.9)
$$\int x \operatorname{ctgh}(x^2) \ln \left[\operatorname{senh}(x^2) \right] dx$$

5.10)
$$\int_{1}^{2} \frac{e^{3/x}}{x^2} dx$$

$$5.11) \quad \int\limits_{1}^{4} \frac{5^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

5.12)
$$\int_{0}^{1} \left(10^{3u} + 3^{-10u}\right) du.$$