Objetivos a cubrir **Código : MAT4-EDO.14**

- Ecuación diferencial ordinaria lineal de orden n a coeficientes variables homogénea.

---

1. Utilizar el resultado del problema (1) de la guia 13 para resolver: Si y_1 y y_2 son dos soluciones de
$$\left(1-x^2\right)y''-2xy'+n\left(n+1\right)y=0$$
en $(-1,1)$, demuestre que $W\left[y_1,y_2\right]=\dfrac{c}{1-x^2}$, donde c es una constante

2. En una ecuación de la forma
$$x^2y''+\alpha xy'+\beta y=0, \qquad x>0,$$
en donde α y β son constantes reales, se conoce como ecuación de Cauchy-Euler. Demuestre que la sustitución $z=\ln x$ transforma una ecuación de Cauchy-Euler en una ecuación con coeficientes constantes.

3. Consideremos la ecuación diferencial ordinaria lineal de segundo orden a coeficientes variables homogénea dada por
$$a_2x^2y''\left(x\right)+a_1xy'\left(x\right)+a_0y\left(x\right)=0 \tag{1}$$
Hallar la ecuación auxiliar en r para que la función $y\left(x\right)=x^r$ sea solución de (1)

4. (a) Sea y_1 una solución de la ecuación (1). Demostrar que la sustitución $y_2=vy_1$, transforma la ecuación (1) en una ecuación lineal de primer orden de variable dependiente v'
   (b) Hallar la función y_2 de la parte 4a
   (c) Demostrar que las funciones y_1 de la parte 4a y y_2 de la parte 4b son linealmente independiente

5. Encuentre una segunda solución para cada ecuación diferencial.

1. $y''+5y'=0\ ;\ \ y_1=1$	2. $x^2y''-xy'+2y=0\ ;\ \ y_1=x\,\mathrm{sen}\left(\ln x\right)$
3. $y''+2y'+y=0\ ;\ \ y_1=xe^{-x}$	4. $x^2y''-3xy'+5y=0\ ;\ \ y_1=x^2\cos\left(\ln x\right)$
5. $4x^2y''+y=0\ ;\ \ y_1=x^{1/2}\ln x$	6. $x^2y''-5xy'+9y=0\ ;\ \ y_1=x^3\ln x$
7. $y''-5\left(\tan x\right)y'=0\ ;\ \ y_1=1$	8. $\left(3x+1\right)y''-\left(9x+6\right)y'+9y=0\ ;\ \ y_1=e^{3x}$

6. (a) Hallar y_2, si $y_1=x^{(a_2-a_1)/2a_2}$ es uns solución de la ecuación diferencial ordinaria lineal de segundo orden a coeficientes variables homogénea dada por
$$4a_2^2x^2y''\left(x\right)+4a_1a_2xy'\left(x\right)+\left(a_1-a_2\right)^2y\left(x\right)=0$$
   (b) Verificar que son funciones linealmente independientes.

7. Demostrar que las funciones $y_1\left(x\right)=e^{\alpha x}\cos\left(\beta x\right)$ y $y_2\left(x\right)=e^{\alpha x}\,\mathrm{sen}\left(\beta x\right)$ son linealmente independiente para todo $x\in\mathbb{R}$, donde α y β con constantes reales.

8. Resuelva las siguientes ecuaciones de Cauchy-Euler

1. $x^2y''+xy'+y=0$	2. $x^2y''+4xy'+2y=0$	3. $x^2y''-3xy'+4y=0, \quad x>0$
4. $x^2y''-xy'+y=0$	5. $x^2y''-4xy'-6y=0$	6. $x^2y''+3xy'+1.25y=0$
7. $x^2y''-xy'-3y=0$	8. $x^2y''-5xy'+9y=0$	9. $x^2y''+2xy'+0.25y=0, \quad x>0$
10. $x^2y''+xy'+4y=0$	11. $\left(x+2\right)^2y''-y=0$	12. $\left(2x+3\right)^2y''+\left(2x+3\right)y'-2y=0$
13. $x^2y''+3xy'+y=0$	14. $x^2y''+2xy'+6y=0$	15. $\left(3x+1\right)y''-\left(9x+6\right)y'+9y=0$
16. $x^2y''+xy'-y=0$	17. $\left(x+2\right)^2y''+3\left(x+2\right)y'-3y=0$	18. $x^2y'''=2y'$

19. $(2x+1)^2 y'' - 2(2x+1)y' + 4y = 0$ 20. $x^3 y''' + 3x^2 y'' = 0$ 21. $x^3 y''' + xy' - y = 0$

22. $x^3 y''' - 3x^2 y'' + 6xy' - 6y = 0$ 23. $x^2 y''' - 3xy'' + 3y' = 0$ 24. $(x+1)^2 y''' - 12y' = 0$

25. $(2x+1)^2 y''' + 2(2x+1)y'' + y' = 0$ 26. $x^4 y^{(4)} + 6x^3 y''' + 7x^2 y'' + xy' - y = 0$

9. Resuelva las siguientes siguientes ecuaciones sujetas a las condiciones dadas

1. $4x^2 y'' + y = 0, \quad y(1) = 1, \ y'(1) = 0$ 2. $x^2 y'' - 6y = 0, \quad y(1) = 2, \ y'(1) = 0$

3. $x^3 y''' + xy' - y = 0, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0, \ y''(0) = 1$

4. $x^3 y''' - 3x^2 y'' + 6xy' - 6y = 0, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 1, \ y''(0) = -7$

5. $(x+1)^2 y''' - 12y' = 0, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0, \ y''(0) = 1$

10. Use la transformación $z = \operatorname{sen} x$ para resolver

$$y'' + (\tan x)\, y' + \left(\cos^2 x\right) y = 0$$

Bibliografía

1. **Edwards, C. H. y Penney, D.**: "Ecuaciones Diferenciales Elementales y problemas con condiciones en la frontera". Tercera Edición. Prentice Hall.

2. **Kiseliov, A. - Krasnov, M. y Makarenko, G.**, "*Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias*". Editorial Mir.

3. **Spiegel, Murray R.**, "*Ecuaciones diferenciales aplicadas*". Tercera edición. Prentice Hall.

4. **Viola-Prioli, Ana y Viola-Prioli, Jorge**, "*Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*". Universidad Simón Bolívar.

5. **Zill, Dennis**, "*Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones*". Grupo Editorial Iberoamérica.

e-mail : farith_72@hotmail.com