**Objetivos a cubrir** **Código : MAT4-EDO.9**

- Ecuaciones diferenciales ordinarias a coeficientes homogéneos.
- Ecuaciones diferenciales ordinarias reducibles a coeficientes homogéneos.

---

1. Resuelva la ecuación diferencial dada usando una sustitución apropiada.

1. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x} + \dfrac{x^2}{y^2} + 1$ 2. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x^2 + xy + y^2}{x^2}$ 3. $\left(x^2 + xy - y^2\right) \, dx + xy \, dy = 0$

4. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y - x}{y + x}$ 5. $2x^2 y \, dx = \left(3x^3 + y^3\right) \, dy$ 6. $\left(x^2 \exp\left(\dfrac{-y}{x}\right) + y^2\right) dx = xy \, dy$

7. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x} \ln\left(\dfrac{y}{x}\right)$ 8. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2y + \sqrt{x^2 - y^2}}{2x}$ 9. $\left(y + x \cot\left(\dfrac{y}{x}\right)\right) dx - x \, dy = 0$

10. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x} + \dfrac{x}{y}$ 11. $x \, \dfrac{dy}{dx} - y = \sqrt{x^2 + y^2}$ 12. $2xy' \left(x^2 + y^2\right) = y\left(y^2 + 2x^2\right)$

13. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\left(x^4 + y^4\right)}{2x^3 y}$ 14. $\left(x^2 + xy + 3y^2\right) \dfrac{dx}{dy} - \left(x^2 + 2xy\right) = 0$

15. $-y \, dx + \left(x + \sqrt{xy}\right) \, dy = 0$

2. Resuelva la ecuación diferencial dada, sujeta a la condición inicial que se indica.

1. $xy^2 \, \dfrac{dy}{dx} = y^3 - x^3; \quad y(1) = 2$ 2. $\left(x + \sqrt{xy}\right) \dfrac{dy}{dx} + x - y = x^{-1/2} y^{3/2}; \quad y(1) = 1$

3. $2x^2 \, \dfrac{dy}{dx} = 3xy + y^2; \quad y(1) = -2$ 4. $xy \, dx - x^2 \, dy = y\sqrt{x^2 + y^2} \, dy; \quad y(0) = 1$

5. $x \, \dfrac{dy}{dx} = y + x \exp\left(\dfrac{y}{x}\right); \quad y(1) = 1$ 6. $\left(y^2 + 3xy\right) dx = \left(4x^2 + xy\right) dy; \quad y(1) = 1$

7. $y^3 \, dx = 2x^3 \, dy - 2x^2 y \, dx; \quad y(1) = \sqrt{2}$ 8. $y^2 \, dx + \left(x^2 + xy + y^2\right) dy = 0; \quad y(0) = 1$

9. $\left(x^2 + 2y^2\right) \, dx = xy \, dy; \quad y(-1) = 1$ 10. $y \, dx + x(\ln x - \ln y - 1) \, dy = 0; \quad y(1) = e$

11. $\left(x + y \exp\left(\dfrac{y}{x}\right)\right) dx - x \exp\left(\dfrac{y}{x}\right) dy = 0; \quad y(1) = 0$

3. Encuentre la solución de la ecuación diferencial dada.

1. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2y - x}{2x - y}$ 2. $(x + y) \, dx + (x + y - 1) \, dy = 0$ 3. $3x + y - 2 + y'(x - 1) = 0$

4. $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{4x + 3y + 15}{2x + y + 7}$ 5. $2x + 2y - 1 + y'(x + y - 2) = 0$ 6. $\dfrac{(2x + y)}{(x - y + 3)} \dfrac{dy}{dx} = 1$

7. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2y - x + 5}{2x - y - 4}$ 8. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x - y + 3}{3x + y + 1}$ 9. $(2x - 4y) \, dx + (x + y - 3) \, dy = 0$

10. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x - 2y - 1}{3x - 6y + 2}$ 11. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2x - 3y - 5}{3y - 2x}$ 12. $(3y - 7x + 7) \, dx = (3x - 7y - 3) \, dy$

4. Resuelva $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{3x^5 + 3x^2 y^2}{2x^3 y - 2y^3}$ haciendo $x = u^p$, $y = v^q$ y escoja las constantes $p$ y $q$ apropiadamente. ¿Podría la ecuación ser resuelta haciendo $y = vx^n$ y seleccionando la constante $n$?

5. Haciendo $y = vx^n$ y escogiendo la constante $n$ apropiadamente, resuelva

$$\left(2 + 3xy^2\right)\ dx - 4x^2 y\ dy = 0$$

6. Demuestre que $x\ dy - y\ dx = \arctan(y/x)\ dx$ puede resolverse por la sustitución $y = vx$ aún cuando la ecuación no es homogénea. Explique.

7. Resuelva

$$1.\quad \frac{dy}{dx} = \left(\frac{x - 3y - 5}{x + y - 1}\right)^2 \qquad 2.\quad \sqrt{x + y + 1}\ y' = \sqrt{x + y - 1} \qquad 3.\quad \frac{dy}{dx} = \frac{y\,(1 + xy)}{x\,(1 - xy)}$$

## Respuestas

1.1. $\frac{y}{x} - \arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \ln|x| + C;$ 1.2. $\arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \ln|x| + C;$ 1.3. $\ln\left|\frac{x^2}{y+1}\right| + \frac{y}{x} = C;$ 1.4. $x - Ke^{x^2} = y;$

1.5. $y^3\left(x^3 + y^3\right)^{2/3} = C;$ 1.6. $\ln|x| = \left(\frac{y}{x} - 1\right)e^{y/x} + C;$ 1.7. $\ln\left|\frac{y}{x}\right| - 1 = Cx;$ 1.8. $2\,\mathrm{arcsen}\left(\frac{y}{x}\right) = \ln|x| + C;$

1.9. $x = C\ \sec\left(\frac{y}{x}\right);$ 1.10. $y^2 = 2x^2\ln|x| + Cx^2;$ 1.11. $Cx^2 = \sqrt{x^2 + y^2} + y;$ 1.12. $\frac{x^2}{y^2} - \ln y^2 + \ln|x| = C;$

1.13. $\ln|x| + \frac{x^2}{y^2 - x^2} = C;$ 1.14. $\ln\left|\frac{x^3}{x^2 + y^2}\right| = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + C;$ 1.15. $y = C\ e^{2\sqrt{x/y}};$

2.1. $\ln|x| = -\frac{1}{3}\left(\frac{y}{x}\right)^3 + \frac{8}{3};$ 2.2. $\frac{y}{x}\left(1 + \frac{2}{3}\sqrt{\frac{y}{x}}\right) = -\ln|x| + \frac{5}{3};$ 2.3. $\frac{y}{y+x} = 2x;$ 2.4. $\sqrt{\frac{x^2}{y^2} + 1} = \ln|y| + 1;$

2.5. $e^{1-y/x} = 1 - e\ \ln|x|;$ 2.6. $y^4 = x^3 e^{1-y/x};$ 2.7. $y^2\left(\ln|x| - \frac{1}{2}\right) + x^2 = 0;$ 2.8. $\frac{y}{x+y} = \ln|y| + 1;$

2.9. $x^3 = -\frac{1}{2}\left(x^2 + y^2\right);$ 2.10. $-3y = e\left(\ln\left(\frac{x}{y}\right) - 2\right);$ 2.11. $\ln|x| = e^{y/x} - 1;$ 3.1. $y - x = C\,(y + x)^3;$

3.2. $2y = (x + y)^2 + C;$ 3.3. $3\ln|x - 1| = \frac{y+1}{x-1} + C;$ 3.4. $(x + 3)\left[(y + 1)^2 + 5\,(x + 3)\,(y + 1) + 4\,(x + 3)^2\right] = C;$

3.5. $2x + y = 3\ln|x + y + 1| + C;$ 3.6. $2\ln|y - 2| = \left(\frac{\sqrt{13}}{13} - 1\right)\ln\left(\frac{x+1}{y-2} + \frac{1}{2}\sqrt{13} - \frac{3}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{13}}{13} + 1\right)\ln\left(\frac{x+1}{y-2} - \frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{3}{2}\right) + C;$

3.7. $(x + y + 1)^3 = K\,(x - y - 3);$ 3.8. $\ln|y - 2| = -\frac{1}{2}\ln\left|\frac{4(x+1)(y-2) - (x+1)^2 + (y-2)^2}{(y-2)^2}\right| + \frac{2\sqrt{5}}{5}\ln\left|\frac{\frac{x+1}{y-2} - 2 + \sqrt{5}}{\sqrt{5 + \left(\frac{x+1}{y-2} - 2\right)^2}}\right| + C;$

3.9. $(y - 2x + 3)^3 = K\,(y - x + 1);$ 3.10. $4x - 6y - 10\ln|x - 2y + 4| + C;$ 3.11. $x + y + 6 + 6\ln\left|\frac{3y - 2x + 6}{2}\right| + C;$

3.12. $(y - x + 1)^2\,(y + x - 1)^5 = C;$

## Bibliografía


1. **Edwards, C. H. y Penney, D.**: "Ecuaciones Diferenciales Elementales y problemas con condiciones en la frontera". Tercera Edición. Prentice Hall.

2. **Kiseliov, A. - Krasnov, M. y Makarenko, G.**, "*Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias*". Editorial Mir.

3. **Spiegel, Murray R.**, "*Ecuaciones diferenciales aplicadas*". Tercera edición. Prentice Hall.

4. **Viola-Prioli, Ana y Viola-Prioli, Jorge**, "*Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*". Universidad Simón Bolívar.

5. **Zill, Dennis**, "*Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones*". Grupo Editorial Iberoamérica.




e-mail : farith_72@hotmail.com