

MATEMATICAS 1

GUIA DE EJERCICIOS DE MATEMÁTICAS 1 con SOLUCIONES

Temas presentes en la guía.

1. Propiedades de los números reales. Lógica. Desigualdades.
2. Valor Absoluto. Desigualdades con valor absoluto.
3. Sistema de coordenadas. Ecuación de la circunferencia y de la recta. Rectas paralelas y perpendiculares.
4. Funciones. Dominio y Rango. Función Valor Absoluto, Función Parte Entera. Operaciones con funciones: suma, diferencias, producto, cociente y composición. Traslaciones.
5. La función exponencial natural y general. Función inyectiva. Función inversa.
6. Definición del logaritmo natural y del general como inversas de las exponenciales correspondientes.
7. Funciones Trigonómicas y sus inversas. Funciones Hiperbólicas y sus inversas. Identidades Hiperbólicas.
8. Teoremas de límites. Límites que involucran funciones trigonométricas, exponenciales, logarítmicas e hiperbólicas en donde no haga falta la regla de L'Hôpital
9. Límites al infinito. Límites infinitos. Asíntota vertical, horizontal y oblicua.
10. Continuidad de funciones. Tipos de discontinuidades. Continuidad en un intervalo. Teorema del valor intermedio.
11. Recta tangente al gráfico de una función. Velocidad instantánea. Derivada. Derivabilidad implica continuidad.
12. Reglas de derivación. Derivadas de funciones polinómicas racionales, trigonométricas, exponenciales, etc.
13. Regla de la cadena. Derivadas de orden superior. Derivación implícita.
14. Derivada de funciones inversas. Derivada de funciones logarítmicas y trigonométricas inversas. Derivación logarítmica.
15. Derivadas de funciones hiperbólicas y de sus inversas.
16. Teorema de Rolle. Teorema del valor medio para derivadas, sus interpretaciones geométricas y sus aplicaciones. Método de bisección.
17. Formas indeterminadas del tipo $0/0$. Regla de L'Hôpital para tal forma indeterminada.
18. L'Hôpital para infinito/infinito. Otras formas indeterminadas.

CON MAS DE 250 EJERCICIOS.

Actualizada: **SEPTIEMBRE 2011**

Elaborada por: Miguel Guzmán

INDICE GENERAL.

TEMA	PAG.
1er PARCIAL	
DESIGUALDADES Y VALOR ABSOLUTO.	3
RECTA, CIRCUNFERENCIA Y FUNCIONES	3
FUNCIONES TRIGONOMETRICAS E INVERSA	5
REPASO PRIMER PARCIAL	6
2do PARCIAL	
LIMITES, DEFINICION Y TEOREMA DEL SANDWICH	8
CONTINUIDAD Y TEOREMA DE VALOR INTERMEDIO	11
LIMITES AL INFINITO, ASINTOTAS	14
LIMITES TRIGONOMETRICOS.	15
REPASO SEGUNDO PARCIAL	15
3er PARCIAL	
DERIVACION.	18
REGLA DE LA CADENA y DERIVACION IMPLICITA	19
MAS DERIVADAS	21
TEOREMA DE ROLLE, TEOREMA DEL VALOR MEDIO PARA DERIVADAS.	22
MAXIMOS Y MINIMOS	23
PROBLEMAS DE MAXIMOS Y MINIMOS	25
L'HOPITAL	28
GRAFICACION DE FUNCIONES	29
REPASO TERCER PARCIAL	32
 SOLUCION A LOS EJERCICIOS	 35

DESIGUALDADES Y VALOR ABSOLUTO.

1.- Determine el(los) valor(es) (intervalo) de x que cumple con la siguientes desigualdades

a.- $\frac{2}{3}(x-1) + \frac{1}{4}(x+1) < \frac{1}{12}x$ b.- $\frac{x^2+x-2}{x-1} > 1$ c.- $\frac{x^3-6x^2+11x-6}{x^2-3x+2} > -2$

d.- $\sqrt{\frac{2x+1}{x}} < 1$ e.- $\sqrt{4x^2-9x+2} < 2x+1$ f.- $\frac{2x^3-x+1}{x^3+2x^2+x-4} \geq 0$

g.- $x^3 \geq \frac{7x^2-x-6}{x-1}$ h.- $\sqrt[4]{x} < \sqrt{3x-44}$

2.- Halle el intervalo solución de x para las siguientes desigualdades con valor absoluto.

a.- $|x^2-2x-2| \geq x+2$ b.- $\left|\frac{x-3}{x+5}\right| > 1$ c.- $\left|\frac{x+1}{x-2}\right| \leq 5$

d.- $2|x+6| - |3x-1| > 0$ e.- $||x+1|+2| = 4$

3.- Resuelva

$$\frac{|x-5|-x-3}{|x^2+2x+1|} \geq 0$$

4.-Resuelva

a.- $\frac{|x+5|}{|x+3|+1} > 1$ b.- $\frac{|x^2+x+5|}{|8x+1|-|3x|} > 0$ c.- $\left|3 - \frac{1}{5x-1}\right| \geq 1$

RECTA, CIRCUNFERENCIA.

5.- Hallar la ecuación del lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los puntos (1,3) y (4,2)

6.-Hallar la(s) ecuación(es) de la(s) recta(s) tangente(s) a la circunferencia de ecuación

$$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 12 = 0$$

Trazadas desde el punto (0,1)

7.- Encontrar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos.

$$P(1,2) \quad Q(2,1) \quad y \quad R(-5,2)$$

a.- Indique cual es el centro y el radio.

b.- Hallar la ecuación de la recta tangente a la circunferencia que pasa por el punto R

c.- ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por R y es perpendicular a la recta obtenida en b

8.- Las rectas L_{AC} y L_{BC} tienen pendientes $\frac{3}{2}y - 1$ respectivamente y cortan al eje X en el punto $A(-2,0)$ y $B(3,0)$ respectivamente

a.- Hallar las coordenadas del punto de corte C de las rectas

b.- Hallar las longitudes de los lados \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{CA}

9.- Hallar la ecuación de una recta es perpendicular a $5x + 8y = 13$ y que contiene al punto (x_0, y_0) que está en la recta $y = x$.

a.- Halle los puntos de corte con los ejes X y Y.

b.- Halle el área del triángulo que forma la recta con los ejes X y Y.

10.- Hallar la ecuación de la circunferencia que sea tangente a los ejes coordenados cuyo centro esté en la recta $2x - 5y + 21 = 0$ ¿Cuántas soluciones hay?

11.- Considere el triángulo de vértices $(2,1)$ $(4,6)$ y $(6,3)$. Encuentre las ecuaciones de las mediatrices del triángulo y compruebe que se cortan en un único punto. Halle la ecuación de la circunferencia circunscrita al triángulo

12.- Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos de intersección de la recta $x + y - 2 = 0$ con la circunferencia que tiene por ecuación $x^2 + y^2 + 2x - 3y - 1 = 0$ y que cumple con la condición en cada uno de los siguientes casos

a.- Pasa por el punto $(1,2)$ b.- Pasa por el punto $\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$

c.- Divide en dos partes iguales al segmento de recta \overline{AB} , $A\left(2, \frac{1}{2}\right)$ $B\left(3, \frac{5}{2}\right)$

d.- Es tangente a la recta $3x - 7y = 0$

13.- Dada la recta $L: 4y - 3x + 18 = 0$ y un punto $P(-4,5)$ trazar una recta J paralela a L por P . Hallar la ecuación de una circunferencia que sea tangente a las dos rectas y que pase por P .

14.- Determine la ecuación de la circunferencia que tiene por diámetro el segmento que une los puntos $(2,3)$ y $(-4,5)$

FUNCIONES, TRIGONOMETRIA E INVERSA.

15.- Determine el dominio de las siguientes funciones.

a.- $f(x) = \frac{5x+4}{x^2+3x+2}$

b.- $f(t) = \sqrt{t} + \sqrt[3]{t}$

c.- $h(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2-5x}}$

16.- Determine el dominio y rango de la función. Realice un bosquejo de la misma

$$h(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

17.- Grafique la función. Partiendo de la gráfica estándar y realizando las traslaciones pertinentes.

a.- $y = (x + 1)^2$

b.- $y = x^2 - 4x + 3$

c.- $y = 1 + 2 \cos(x)$

d.- $y = 4 \sin(3x)$

e.- $y = \frac{1}{x-4}$

f.- $y = \frac{1}{4} \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

g.- $y = |\sin(x)|$

h.- $y = |x^2 - 2x|$

18.- Encuentre $T(x) = f \circ g \circ h$ Determine el dominio de T

a.- $f(x) = 2x - 1$ $g(x) = 2x$ $h(x) = x - 1$

b.- $f(x) = \sqrt{x - 1}$ $g(x) = x^2 + 2$ $h(x) = x + 3$

c.- $f(x) = \frac{2}{x+1}$ $g(x) = \cos(x)$ $h(x) = \sqrt{x + 3}$

19.- Si $f(x) = x + 4$ y $h(x) = 4x - 1$, encuentre una función g tal que $g \circ f = h$

20.- Encuentre una fórmula para la inversa de la función.

a.- $f(x) = \sqrt{10 - 3x}$

b.- $f(x) = \frac{4x-1}{2x+3}$

c.- $y = 2x^3 + 3$

21.- Si f es una función uno a uno tal que $f(2) = 9$, que será $f^{-1}(9)$?

22.- Sea $f(x) = 3 + x^2 + \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$, donde $-1 < x < 1$

a.- Encuentre $f^{-1}(3)$

b.- Encuentre $f(f^{-1}(5))$

23.- Sea la función $f(x)$ definida por: Hallar $f(f(x))$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{si } x > 9 \\ x^2 - |x| & \text{si } |x| \leq 9 \\ x - 4 & \text{si } x < -9 \end{cases}$$

24.- Sea las funciones

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{si } x \leq -2 \\ 1 & \text{si } -2 < x < 0 \\ \cos(x) & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 2x + 8 & \text{si } x < -1 \\ 0 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

a.- Hallar $f(g(x))$

b.- Graficar (a)

c.- Hallar la inversa $(f(g(x)))^{-1}$ en $(-\infty, -5)$

25.- Dadas las funciones

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x^2} & \text{si } x < 0 \\ 1-x & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ \sin\left(-\frac{\pi}{4}x\right) & \text{si } 2 \leq x < 10 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

a.- Hallar $f(g(x))$

b.- Hallar su dominio y rango.

REPASO PRIMER PARCIAL

26.- Determine todos los valores de x que satisfacen la siguiente desigualdad

$$\left| 2 - \frac{1}{5x-1} \right| \geq 1$$

27.- Dada la recta $l: 4x - 3y + 18 = 0$ y el punto $A(0,5)$

a.- Hallar la ecuación de la recta l_1 paralela a l que pasa por A.

b.- Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por A y es tangente a las dos rectas l y l_1

28.- Halle el dominio de definición de la función $f(x)$ dada por:

$$f(x) = \sqrt[3]{\sin(x)} + \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{1 - |x + 2|}$$

29.- Dado el triángulo de vértices $A(0,0)$ $B(3,0)$ y $C(0,2)$. Encuentre:

a.- Los puntos medios de $E \in \overline{AB}$; $D \in \overline{AC}$ y $F \in \overline{BC}$

b.- Encuentre el punto H que resulta de la intersección de una recta que parte de A y corta al segmento \overline{BC}

c.- Encuentre la ecuación de la circunferencia que pasa por D,E y F. Escriba su centro y radio.

d.- Verifique que el punto H pertenece a la circunferencia.

30.- Sean $F(x)$ y $G(x)$ definidas por

$$F(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{si } x \leq \frac{7}{8} \\ x - 2 & \text{si } x > \frac{7}{8} \end{cases} \quad G(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ 1 - x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

a.- Dibuje los graficos de $F(x)$ y $G(x)$

b.- Encuentre el dominio y el rango de $F(x)$ y $G(x)$

c.- Obtenga la función compuesta $F(G(x))$ y encuentre su dominio.

31.- Resuelva la siguiente desigualdad

$$\frac{|2x - 3| - x}{x - 2} \leq 1$$

32.- Sean $f(x) = |x|$ $g(x) = x + 1$ y $h(x) = x^2 - 3$

a.- Halle la formula de $F = h(g(f(x)))$

b.- Halle $F(-1)$ y halle todos los valores de x cuya imagen según F es cero.

33.- Sean

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{3} & \text{si } |x| = 1 \\ |x| & \text{si } |x| < 1 \\ \sqrt{1-x^2} & \text{si } 1 < |x| \end{cases} \quad g(x) = \sin(x) \quad \text{si } |x| \leq \frac{\pi}{2}$$

a.- Encuentre $f(g(x))$ y determine su dominio

b.- Grafique $f(g(x))$ y determine su rango.

34.- Graficar y hallar la ecuacion de la recta L , que pasa por los puntos $(-1,2)$ y $(1,0)$.
Calcular el angulo que forma esta recta con el eje x . Finalmente, hallar la ecuacion de la recta ortogonal a L que pasa por $(0,3)$

LIMITES, DEFINICION Y TEOREMA DEL SANDWICH

35.- Grafique la siguiente función y use la gráfica para determinar los valores de a para los cuales, el limite exista

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \quad ; \quad f(x) = \begin{cases} 2-x & \text{si } x < -1 \\ x & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ (x-1)^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

36.- Determine los siguientes límites

a.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$

b.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6-1}{x^{10}-1}$

c.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x}{(x-1)^2}$

d.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{x^2(x+2)}$

e.- $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-1}{x^2(x+2)}$

f.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{\sqrt{x}-1}$

37.- Evalúe el límite y justifique cada paso indicando la propiedad de límite.

a.- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2+1}{x^2+6x-4}$

b.- $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 4)(x^3 + 5x - 1)$

c.- $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{(1+3x)}{1+4x^2+3x^4} \right)^3$

d.- $\lim_{x \rightarrow 4^-} \sqrt{16 - x^2}$

38.- Evalúe el límite si existe.

a.- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-x+6}{x-2}$

b.- $\lim_{t \rightarrow -3} \frac{t^2-9}{2t^2+7t+3}$

c.- $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4+h)^2-16}{h}$

d.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^2-1}$

e.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+h)^3-8}{h}$

f¹.- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2-x} \right)$

g.- $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3-h)^{-1}-3^{-1}}{h}$

h².- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x\sqrt{1+x}} - \frac{1}{x} \right)$

i.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-x^2}{1-\sqrt{x}}$

39.- Pruebe que

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^4 \cos\left(\frac{2}{x}\right) = 0$$

40.- Encuentre el límite si existe, si no existe, explique por qué.

$$\lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{|x+4|}{x+4}$$

41.- Sea

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ x - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

a.- Encuentre $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

b.- ¿Sera que $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ existe?

c.- Grafique $f(x)$

42.- Evalúe el límite

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{6-x}-2}{\sqrt{3-x}-1}$$

¹ La forma $\infty - \infty$ se considera indeterminación matemática. Para ello sume las fracciones.

² Idem

43.- Para el límite

$$\lim_{x \rightarrow 1} (4 + x - 3x^3) = 2$$

Demuestre el límite por definición y determine el valor de δ para $\varepsilon = 1$ y $\varepsilon = 0.1$

44.- Mediante la definición épsilon-delta demuestre que se cumple los siguientes límites.

a.- $\lim_{x \rightarrow 6} \left(\frac{x}{4} + 3 \right) = \frac{9}{2}$

b.- $\lim_{x \rightarrow a} x = a$

c.- $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 = 0$

d.- $\lim_{x \rightarrow 9^-} \sqrt[4]{9 - x} = 0$

e.- $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4x + 5) = 1$

f.- $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 1) = 3$

g.- $\lim_{x \rightarrow 2} x^3 = 8$

h.- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$

45.- Pruebe que

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{x} = \sqrt{a} \quad \forall a > 0$$

46.- Calcule los siguientes límites (utilice el criterio del emparejado)

a.- $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

b.- $\lim_{x \rightarrow 0} \cos(x) \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

47.- Suponga que $f(x)$ cumple la siguiente relación

$$\left(\frac{1 - \cos(3x)}{x^2} \right) \leq f(x) \leq \frac{\tan^2(3x)}{2x^2}$$

Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

48.- Suponga que se cumple la siguiente relación

$$\cos(x) - 1 \leq f(x) \leq \left(\frac{1 - \cos(x)}{x} \right)^2$$

Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

49.- Hallar

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \llbracket \sin(x) \rrbracket$$

Donde $\llbracket \quad \rrbracket$ denota la parte entera.

50.- Determine los siguientes límites, si existen:

a.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(x))}{x}$

b.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+x) + \sin(a-x) - 2 \sin(a)}{x^2}$

c.- $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)^{-1} \sin(x - 2)$

d.- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x) - \sin(x)}{\cos(2x)}$

e.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin^2(x))}{1 - \cos(x)}$

51.- Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{\pi}(x + \pi) & \text{si } x \leq -\pi \\ \cos(x) & \text{si } -\pi < x \leq \pi \\ \frac{1}{2}(x - \pi - 2) & \text{si } \pi < x \end{cases}$$

Evalúe $\lim_{x \rightarrow -\pi} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow \pi} f(x)$

52.- Halle el valor de los siguientes límites

a.- $\lim_{x \rightarrow 4} (x - 4) \llbracket x \rrbracket$

b.- $\lim_{x \rightarrow 4} \llbracket x - 4 \rrbracket(x)$

53.- Halle el valor de

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - \sqrt{8x+1}}{\sqrt{5-x} - \sqrt{7x-3}}$$

CONTINUIDAD, TEOREMA DE VALOR INTERMEDIO

54.- Verifique si la siguiente función es continua en su dominio.

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt{x+1} & \text{si } x < -1 \\ \sqrt{1-x^2} & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ \cos(x) & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ (x - \pi)^2 - 1 & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$$

55.- Determine los puntos de discontinuidad para las siguientes funciones

$$a.- f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} & \text{si } x \neq 1 \\ 0 & \text{si } x = 1 \end{cases} \quad b.- f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < -1 \\ x^3 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 - x & \text{si } 1 < x < 2 \\ 3 - x^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

56.- Dibujar y clasificar las discontinuidades

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{x}{2} & \text{si } -2 < x < 4 \\ \sqrt{x} & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

57.- Demuestre que la ecuación $x^5 + 4x^3 - 7x + 114 = 0$ tiene al menos una solución en \mathbb{R} .
(a) Sea la misma ecuación. Demostrar que existe algún $\bar{x} \in \mathbb{R}$ tal que $f(\bar{x}) = 100$

58.- Demuestre que para las siguientes funciones $f(x)$ existe un valor de \bar{x} tal que $f(\bar{x}) = 0$

a.- $f(x) = x^3 - x + 3$

b.- $f(x) = x^5 + 5x^4 + 2x + 1$

c.- $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$

d.- $f(x) = \sin(x) - x + 1$

59.- Sea $f(x) = \tan(x)$ en el intervalo $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$, No existe un c tal que $\tan(c) = 0$ y $c \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$

¿Contradice esto el Teorema de Valor Intermedio?

60.- Si f y g son funciones continuas tal que $f(3) = 5$ y $\lim_{x \rightarrow 3} (2f(x) - g(x)) = 4$ determine $g(3)$

61.- Utilizando la definición de continuidad y las propiedades de límites. Diga para qué intervalo es continua la función.

a.- $f(x) = x^2 + \sqrt{7-x}$ b.- $f(x) = (x + 2x^3)^4$ c.- $g(x) = \frac{x+1}{2x^2-1}$

62.- Demuestre que la función es continua en el intervalo señalado.

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-2} \quad I: (2, \infty)$$

63.- Explique por qué la función es discontinua en el número indicado.

a.- $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ 2 & \text{si } x = 1 \end{cases} \quad a = 1$ b.- $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x-12}{x+3} & \text{si } x \neq -3 \\ -5 & \text{si } x = -3 \end{cases} \quad a = -3$

c.- $f(x) = \begin{cases} 1+x^2 & \text{si } x < 1 \\ 4-x & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \quad a = 1$

64.- Explique por qué la función es continua en todo su dominio. Muestre el dominio

a.- $h(x) = \frac{\sin(x)}{x+1}$ b.- $f(x) = \sin^{-1}(x^2 - 1)$

65.- Encuentre los números en los cuales la función f es discontinua. Grafique la función.

$$a.- f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ 2 - x & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ (x - 2)^2 & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad b.- f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } 1 < x < 3 \\ \sqrt{x - 3} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

66.- La fuerza gravitacional ejercida por la tierra sobre una unidad de masa a una distancia r del centro del planeta es

$$F(r) = \begin{cases} \frac{GM}{R^3} r & \text{si } r < R \\ \frac{GM}{r^2} & \text{si } r \geq R \end{cases}$$

Donde M es la masa de la tierra, R su radio y G es la constante gravitacional. ¿Sera F una función continua de r ?

67.- Para que valores de la constante c es la función f continua en todo \mathbb{R}

$$a.- f(x) = \begin{cases} cx + 1 & \text{si } x \leq 3 \\ cx^2 - 1 & \text{si } x > 3 \end{cases} \quad b.- f(x) = \begin{cases} x^2 - c^2 & \text{si } x < 4 \\ cx + 20 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

68.- Si $f(x) = x^3 - x^2 + x$ demuestre que existe un número c tal que $f(c) = 10$

69.- Utilizando el Teorema de Valor Intermedio demuestre que existe una raíz para la función dada en el intervalo especificado.

$$a.- x^4 + x - 3 = 0 \quad I: (1,2) \quad b.- \sqrt[3]{x} = 1 - x \quad I: (0,1) \quad c.- \cos(x) = x \quad I: (0,1)$$

70.- Pruebe que existe al menos una raíz real de la función

$$\sqrt{x - 5} = \frac{1}{x + 3}$$

71.- Pruebe que f es continua en a si y solo si

$$\lim_{h \rightarrow 0} f(a + h) = f(a)$$

72.- Demuestre que la función seno es continua, demostrando que

$$\lim_{h \rightarrow 0} \sin(a + h) = \sin(a)$$

LIMITES AL INFINITO, ASINTOTAS

73.- Calcular los siguientes límites.

a.- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2+5}{4x^2+x+2}$ b.- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+4}}{x}$

c.- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+8}}{\sqrt{x(x+1)}}$ d.- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2+2}}{4x+3}$

74.- Calcule el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x+1} \sin(x^{100})$$

75.- Determine las asíntotas de la siguiente función

$$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 6x - 7}}$$

76.- Considere

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^6 - \sqrt{x^4 + 2}}}{x - 4}$$

Determine las asíntotas.

77.- Evalúe el límite y justifique cada paso, indicando la propiedad adecuada de límite.

a.- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-x+4}{2x^2+5x-8}$ b.- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-3x^2}{5x^2+5x}$ c.- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{t^2+2}{t^3+t^2-1}$ d.- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2)}{\sqrt{9x^2-1}}$

e.- $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2+x} - 3x)$ f.- $\lim_{x \rightarrow \infty} \cos(x)$ g.- $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x})$ h.- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+x^3+x^5}{1-x^2+x^4}$

78.- Encuentre las asíntotas horizontales y verticales de cada curva.

a.- $y = \frac{x^3+1}{x^3+x}$ b.- $y = \frac{x}{\sqrt[4]{x^4+1}}$ c.- $y = \frac{x-9}{\sqrt{4x^2+3x+2}}$

LIMITES TRIGONOMETRICOS.

79.- Determine el valor de los siguientes límites.

a.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x) \cot(5x)}{x \cot(4x)}$

b.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{\sin(x)}$

c.- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(2x)}{\pi - 4x}$

d.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - \sin(x)}{x^3}$

e.- $\lim_{x \rightarrow 0} x^4 \csc^3(x)$

f.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x - 4\pi)}{x^3 - 4\pi x^2}$

g.- $\lim_{x \rightarrow 4\pi} \frac{\sin^2(x - 4\pi)}{x^3 - 4\pi x^2}$

h.- $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\sqrt{x+1}) - \sin(\sqrt{x})$

i.- $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

REPASO SEGUNDO PARCIAL

80.- Sea g la función definida por

$$g(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{si } |x| < 3 \\ x^2 + ax + b & \text{si } |x| \geq 3 \end{cases}$$

Halle, si existen, los valores de las constantes a, b para los cuales g es continua para todo $x \in \mathbb{R}$

81.- Calcular (si existen) los siguientes límites:

a.- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 10}$

b.- $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{x - \frac{1}{2}}{4x^2 - 4x + 1}$

82.- Sabemos que

$$\lim_{x \rightarrow 11} \sqrt{x-2} = 3$$

Demuestre por definición delta-épsilon la veracidad del límite.

83.- Sea f una función que satisface las siguientes propiedades para valores cualesquiera de a, b, h

a) $f(a+b) = f(a)f(b)$ b) $f(h) - 1 = hg(h)$ c) $\lim_{h \rightarrow 0} g(h) = 1$

Pruebe que la pendiente de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de coordenada $x = 2$ es igual a $f(2)$

84.- Estudiar la continuidad de la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} |x-3| + \cos(1) & \text{si } x > 3 \\ 0 & \text{si } x = 3 \\ (x-2)^2 \cos\left(\frac{1}{x-2}\right) & \text{si } x < 3 \text{ y } x \neq 2 \\ 0 & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

85.- Averigüe (y justifique) si la ecuación

$$x^3 - 3x^2 + 1 = 0$$

Tiene tres soluciones en el intervalo $[-1,3]$

86.- Sea g la función definida por

$$g(x) = \begin{cases} 2x^2 & \text{si } x < -3 \\ ax + b & \text{si } x \geq -3 \end{cases}$$

Halle si existen, valores de las constantes a, b para los cuales la función dada sea continua y derivable en $x = -3$

87.- Sea f la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & \text{si } x < -2 \\ x^2 + 1 & \text{si } -2 \leq x < 0 \\ 4 & \text{si } x = 0 \\ \cos(x) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

a.- Diga para que valores de x la función no es continua

b.- Diga cuales de las discontinuidades hallas son removibles y en caso de serlo redefina la función para que sea continua en el punto considerado.

88.- Calcule los siguientes límites y en caso de no existir, explique porque no.

$$a. - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{|x|} \quad b. - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + \sin(2x))}{x - \sin(3x)} \quad c. - \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x(x-b)} - x$$

89.- Sean $F(x)$ y $G(x)$ funciones definidas en un intervalo abierto I alrededor del punto 1. Suponga que se cumple la siguiente desigualdad en I .

$$\left| \frac{F(x)}{G(x)} + 3 \right| \leq 2(1-x)^4$$

Calcule

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x)}{G(x)} + 3$$

b.- Suponga que $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{G(x)} = 3$ y que $\lim_{x \rightarrow 1} F(x)$ existe. Usando el resultado anterior calcule $\lim_{x \rightarrow 1} F(x)$.

90.- Verifique que la ecuación

$$-x^5 - 4x^3 + 7x - 14 = 0$$

Tiene al menos una solución real.

91.- Calcule los siguientes límites.

a.- $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x+2|-4}{|x-2|}$

b.- $\lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{4x+\pi}{\cos(2x)}$

c.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2+x} - \frac{1}{2}}{x}$

d.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin(\pi x)}$

e.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)-1}{\sin(x)}$

f.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+a^2}-a}{\sqrt{x^2+b^2}-b}$ con $a > 0$ y $b > 0$

92.- Probar que existe un $c \in (2,3)$ tal que $f(c) = 5$, donde

$$f(t) = \begin{cases} \frac{t + \cos(t)}{t-3} & \text{si } t < 1 \\ t^3 - 2t^2 - 2 & \text{si } t \geq 1 \end{cases}$$

93.- Estudiar la continuidad y diferenciabilidad de las siguientes funciones.

$$f(x) = \begin{cases} 1 - (x+1)^2 & x < 0 \\ x^3 & 0 \leq x < 1 \\ \sqrt{x} & x \geq 1 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} (x - \lfloor x \rfloor)^2 & x \geq 0 \\ -(x - \lfloor x \rfloor)^2 & x < 0 \end{cases}$$

94.- Que condiciones deben cumplir a y b para que la siguiente función sea diferenciable.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{|x|} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

95.- La función $f(x)$ será continua y diferenciable en su dominio?

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & \text{si } x < 0 \\ -4x^3 & \text{si } 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} - \frac{2}{x} & \text{si } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

96.- Sea

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & \text{si } x < 0 \\ 3 - x & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ (x - 3)^2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

a.- Evalúe los siguientes límites

$$i. - \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \quad ii. - \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \quad iii. - \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad iv. - \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$

b.- Donde la función $f(x)$ es discontinua

c.- Grafique $f(x)$

DERIVACION

97.- Encuentre la derivada de las siguientes funciones. (Utilice la definición de derivada)

$$a. - f(t) = \frac{2t - 1}{t + 3} \quad b. - f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 2} \quad c. - f(x) = \frac{1}{\sqrt{x + 2}} \quad d. - f(x) = \sqrt{3x + 1}$$

98.- Cada limite representa la derivada de alguna funcion f en el número a . Determine la función f y el numero a de cada caso en si es posible halle el limite

$$a. - \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2^x - 32}{x - 5} \quad b. - \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan(x) - 1}{x - \frac{\pi}{4}} \quad c. - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(\pi + h) + 1}{h} \quad d. - \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t^4 + t - 2}{t - 1}$$

99.- Determine si existe $f'(0)$

$$a. - f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad b. - f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

100.- Encuentre la derivada de las siguientes funciones.

$$a. - g(x) = \sqrt{1 + 2x} \quad b. - f(x) = \frac{3+x}{1-3x} \quad c. - G(t) = \frac{4t}{t+1}$$

101.- “La derivada por la derecha y por la izquierda” encuentre las derivadas laterales de la función $f(x)$ y diga si la derivada existe cuando $x = 4$.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ 5 - x & \text{si } 0 < x < 4 \\ \frac{1}{5 - x} & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

Además, grafique $f(x)$. Donde f es continua o discontinuo? Donde f es diferenciable?

102.- Encuentre la derivada de la función.

a.- $y = x^{-\frac{2}{5}}$ b.- $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$ c.- $R(x) = \sqrt{10}\frac{1}{x^7}$ d.- $f(t) = \sqrt{t} - \frac{1}{\sqrt{t}}$

e.- $y = \sqrt{x}(x - 1)$ f.- $y = \frac{x^2 - 2\sqrt{x}}{x}$ g.- $g(u) = \sqrt{2}u + \sqrt{3}u$

103.- Diferencie

a.- $y = \frac{1 + \sin(x)}{x + \cos(x)}$ b.- $f(\theta) = \frac{\sec(\theta)}{1 + \sec(\theta)}$ c.- $y = \frac{\tan(x) - 1}{\sec(x)}$ d.- $y = \frac{\sin(x)}{x^2}$

e.- $y = \cos(x)(x + \cot(x))$ f.- $y = x \sin(x) \cos(x)$

104.- Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva “y” en el punto dado.

a.- $y(x) = \tan(x)$ $P\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$

b.- $y(x) = x + \cos(x)$ $P(0, 1)$

c.- $y(x) = \frac{1}{\sin(x) + \cos(x)}$ $P(0, 1)$

105.- Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva $y(x) = x \cos(x)$ en el punto $(\pi, -\pi)$

REGLA DE LA CADENA y DERIVACION IMPLICITA

106.- Encuentre la derivada.

a.- $f(x) = \sqrt[4]{1 + 2x + x^3}$ b.- $y(x) = \cos(a^3 + x^3)$ c.- $y(x) = (x^2 + 1)\sqrt[3]{x^2 + 2}$

d.- $F(z) = \sqrt{\frac{z-1}{z+1}}$ e.- $G(y) = \frac{(y-1)^4}{(y^2+2y)^5}$ f.- $y(x) = \frac{\sin^2(x)}{\cos(x)}$

g.- $y(x) = \tan^2(3x)$ h.- $y(x) = \cot^2(\sin(x))$ i.- $y(x) = \sin(\sin(\sin(x)))$

j.- $y(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$ k.- $y(x) = \sin\left(\tan\left(\sqrt{\sin(x)}\right)\right)$

107.- Encuentre todos los puntos de la gráfica de f en los cuales la recta tangente es horizontal

$$f(x) = 2 \sin(x) + \sin^2(x)$$

108.- Encuentre dy/dx en las siguientes funciones (Derivación Implícita)

a.- $y^5 + x^2y^3 = 1 + ye^{x^2}$ b.- $x^2y^2 + x \sin(y) = 4$

c.- $y \sin(x^2) = x \sin(y^2)$ d.- $\sqrt{xy} = 1 + x^2y$

e.- $\tan(x - y) = \frac{y}{1+x^2}$ f.- $xy = \cot(xy)$

g.- $\sin(x) + \cos(y) = \sin(x) \cos(y)$

109.- Si se cumple que $1 + f(x) + x^2(f(x))^3 = 0$ y $f(1) = 2$ encuentre $f'(1)$

110.- Use la derivación implícita para hallar dx/dy

a.- $y^4 + x^2y^2 + yx^4 = y + 1$ b.- $(x^2 + y^2)^2 = ax^2y$

111.- Utilice la derivación implícita para hallar la recta tangente a la curva dado en el punto indicado.

a.- $x^2 + xy + y^2 = 3$ $P(1,1)$

b.- $x^2 + 2xy - y^2 - x = 2$ $P(1,2)$

c.- $x^2 + y^2 = (2x^2 + 2y^2 - x)^2$ $P\left(0, \frac{1}{2}\right)$

112.- Encuentre la ecuación la recta tangente a la hipérbola de ecuación.

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

En el punto de coordenadas $P(x_0, y_0)$

³ Se conoce que $\frac{d}{dx} e^{f(x)} = e^{f(x)} f'(x)$

113.- Encuentre la derivada de la función, simplifique cuando sea necesario.

a.- $y(x) = \sqrt{\tan^{-1}(x)}$

b.- $y(x) = \sin^{-1}(2x + 1)$

c.- $y(x) = \tan^{-1}(x - \sqrt{1 + x^2})$

d.- $y(x) = x \cos^{-1}(x) - \sqrt{1 - x^2}$

MÁS DERIVADAS

114.- Encuentre d^3y/dx^3

a.- $y(x) = \sqrt{2x + 3}$

b.- $y(x) = \frac{x}{2x-1}$

115.- Encuentre d^2y/dx^2

a.- $9x^2 + y^2 = 9$

b.- $x^3 + y^3 = 1$

116.- Encuentre y' y y''

a.- $h(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

b.- $y = (x^3 + 1)^{\frac{2}{3}}$

c.- $g(s) = s^2 \cos(s)$

d.- $h(x) = \tan^{-1}(x^2)$

117.- Encuentre la primera derivada de las siguientes funciones.

a.- $y = \cos(\tan(x))$

b.- $y = \frac{3x-2}{\sqrt{2x+1}}$

c.- $y = \frac{1}{\sin(x) - \sin(x)}$

d.- $x^2 \cos(y) + \sin(2y) = xy$

e.- $y = \sec(1 + x^2)$

f.- $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x+\sqrt{x}}}$

g.- $\sin(xy) = x^2 - y$

h.- $y = \sqrt{\sin(\sqrt{x})}$

118.- En cuales puntos la curva de ecuación $y(x) = \sin(x) + \cos(x)$, $0 \leq x \leq 2\pi$ la curva tangente es horizontal?

119.- Encuentre los puntos sobre la elipse de ecuación $x^2 + 2y^2 = 1$ donde la recta tangente tiene pendiente 1.

120.- Si $f(x) = (x - a)(x - b)(x - c)$, demuestre que

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-c}$$

121.- (a) Mediante la diferenciación de la fórmula del doble ángulo

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$$

Obtenga la formular del doble ángulo para la función seno.

(b) Mediante la diferenciación de la fórmula de suma de ángulo

$$\sin(x + a) = \sin(x) \cos(a) + \cos(x) \sin(a)$$

Obtenga la fórmula de suma de ángulos para la función coseno.

122.- Suponga que $h(x) = f(x)g(x)$ y que $F(x) = f(g(x))$ donde $f(2) = 3$, $g(2) = 5$, $g'(2) = 4$, $f'(2) = -2$ y $f'(5) = 11$. Encuentre (a) $h'(2)$ y (b) $F'(2)$

TEOREMA DE ROLLE, TEOREMA DEL VALOR MEDIO PARA DERIVADAS.

123.- Hallar x tal que se cumpla el Teorema de Rolle para las funciones

a.- $f(x) = x^2 - 2x + 5$ en $[0,2]$

b.- $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ en $[-1,1]$

124.- Emplear el teorema de Rolle para demostrar que la ecuación

$$4x^5 + 3x^3 + 3x - 2 = 0$$

Tiene exactamente una raíz en el intervalo $(0,1)$

125.- Compruebe las hipótesis del Teorema del Valor Medio, luego determine el valor adecuado para c , tal que cumpla la conclusión de dicho teorema

a.- $f(x) = \sqrt{1 + \cos(x)}$ en $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

b.- $f(x) = \frac{x^2 + 4x}{x - 7}$ en $[2,6]$

c.- $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$ $I[-1,1]$

d.- $f(x) = \frac{x}{x+2}$ $I[1,4]$

126.- Verifique que la función satisface las hipótesis del teorema de Rolle. Luego encuentre todos los números c que satisfacen la conclusión del teorema.

a.- $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 5$ $I[0,2]$

b.- $f(x) = \sin(2\pi x)$ $I[-1,1]$

127.- Sea la función $f(x) = |x - 1|$. Demuestre que no hay valor de c tal que se cumpla

$$f(3) - f(0) = f'(c)(3 - 0)$$

¿Por qué esto no contradice el teorema de Valor Medio?

128.- Sea la función

$$f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$$

Muestre que no hay valor de c tal que $f(2) - f(0) = f'(c)(2 - 0)$. ¿Por qué esto no contradice el teorema de Valor Medio?

129.- Muestre que la ecuación $x^3 - 15x + c = 0$ tiene al menos una raíz en el intervalo $I[-2,2]$

130.- Muestre que la ecuación $x^4 + 4x + c = 0$ tiene al menos dos raíces reales.

MAXIMOS Y MINIMOS

131.- Determine los Máximos y Mínimos de las funciones indicadas.

a.- $f(x) = x - \sqrt{x}$ $[0,4]$

b.- $f(x) = \frac{x}{x^2+x+1}$ $[-2,0]$

c.- $f(x) = (x^2 + 2x)^3$ $[-2,1]$

d.- $f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{1+x^2}}$ $[1,3]$

132.- Determine MAX o MIN.

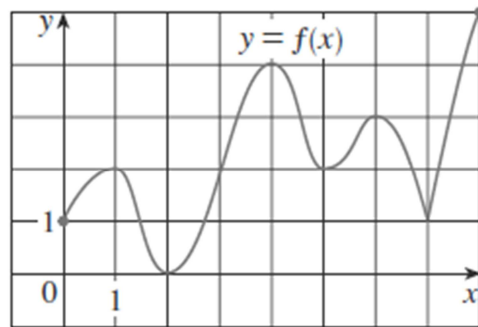
a.- $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ $[-2,3]$

b.- $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$

133.- Estudie los máximos y mínimos de la función

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2$$

134.- Utilizando la gráfica, establezca los valores máximos locales y absolutos y también los valores mínimos de la función.



135.- Dibuje la gráfica de f , y utilizando dicho grafico determine los valores máximos y mínimos locales y absolutos.

a.- $f(t) = \frac{1}{t} \quad 0 < t \leq 1$

b.- $f(\theta) = \tan(\theta) \quad -\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

c.- $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ 2 - x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

136.- Encuentre los valores críticos de la función.

a.- $f(x) = x^{\frac{4}{5}}(x - 4)^2$ b.- $g(x) = \sqrt[3]{x^2 - x}$

c.- $f(x) = 2 \cos(x) + \sin^2(x)$ d.- $g(x) = 4x - \tan(x)$

137.- Encuentre el valor máximo y el mínimo absoluto de la función f en el intervalo dado.

a.- $f(x) = (x^2 - 1)^3 \quad [-1, 2]$

b.- $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} \quad [0, 2]$

c.- $f(x) = x - 2 \cos(x) \quad [-\pi, \pi]$

138.- Utilizando el criterio de derivadas. Encuentre los valores máximos y mínimos de f . (Utilice tanto el criterio de la primera derivada como el criterio de la segunda derivada)

a.- $f(x) = x^5 - 5x + 3$

b.- $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$

c.- $f(x) = x + \sqrt{1 - x}$

PROBLEMAS DE MAXIMOS Y MINIMOS

139.- Halle las dimensiones de un rectángulo inscrito en una circunferencia de radio (r) que tenga área máxima.

140.- Halle las dimensiones de un rectángulo inscrito en un semicircunferencia de radio r , que tenga área máxima.

141.- Halle las dimensiones de una cono circular recto, inscrito en una esfera de radio R que tenga volumen máximo.

142.- Un tubo de metal se desea llevar de un punto A a B a través de un pasillo de 9ft ancho al doblar la esquina el pasillo mide 6ft ancho. ¿Cuál debe ser la longitud más larga del tubo para que cruce la esquina cargado horizontalmente?

143.- Si se tiene de un material 1200 cm^2 para construir una caja con una base cuadrada y una tapa abierta. Encuentre la mayor capacidad (volumen) posible de la caja.

144.- Encuentre el punto sobre la línea de ecuación $y = 4x + 7$ que está más cerca del origen.

145.- Encuentre los puntos de la recta de ecuación $6x + y = 0$ que está más cerca al punto de coordenadas $(-3,1)$

146.- Encuentre los puntos de la elipse de ecuación $4x^2 + y^2 = 4$ que esta lo más lejano del punto de coordenadas $(1,0)$

147.- Encuentre las dimensiones de un rectángulo inscrito en un círculo de radio r para que su área sea la más grande posible.

148.- Un cilindro de sección circular está inscrito en una esfera de radio r . Encuentre el máximo volumen de dicho cilindro.

149.- Un alambre de 10 mts de largo se corta en dos piezas. Una es doblada para formar un cuadrado y la otra es doblada para formar un triángulo equilátero. ¿Cómo se debería cortar el alambre para que el área total, encerrada por las dos figuras sea:

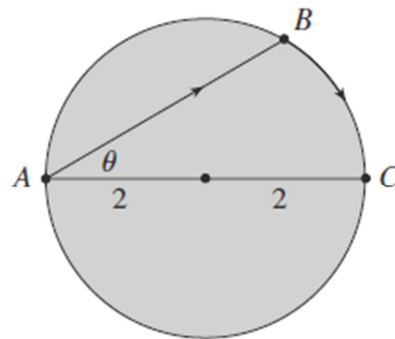
a.- Máxima

b.- Mínima

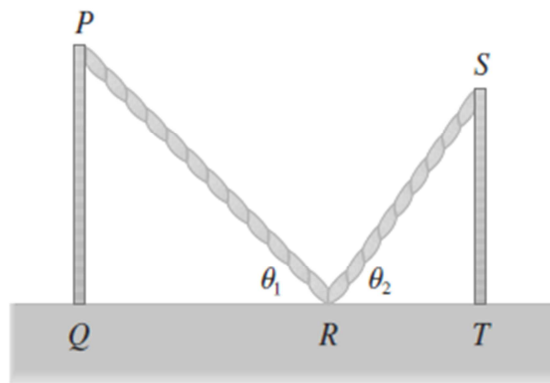
150.- Una lata cilíndrica sin tapa está diseñada para contener $V \text{ cm}^3$ de líquido. Encuentre las dimensiones que minimizaran los costos del metal con que se hace la lata.

151.- Un bote parte de un puerto a las 2 pm y viaja dirección sur a una velocidad de 20 km/h . Otro bote se ha estado dirigiendo dirección Este a una velocidad de 15 km/h y llega al mismo puerto a las 3 pm. ¿A qué hora los dos botes estaban lo más cercano posible? ⁴

152.- Una mujer en el punto A de la periferia de un lago de forma circular de radio 2 mi quiere llegar al punto C (tal como lo indica la figura anexa), en el menor tiempo posible. Ella puede caminar a un promedio de 4 mi/h y remar en un bote a 2 mi/h . ¿Cómo deberá proceder? ⁵



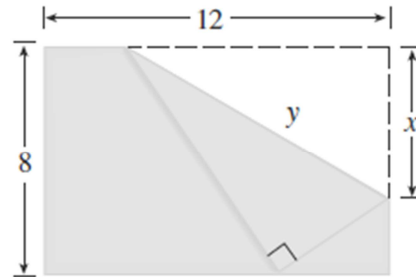
153.- Dos posters PQ y ST están asegurados por una cuerda PRS que va del tope del primero al punto R en el suelo entre los dos, y luego al tope del segundo tal como se muestra en la figura. Muestre que la longitud más corta de dicha cuerda es cuando $\theta_1 = \theta_2$



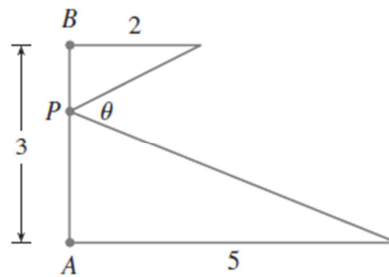
⁴ FÍSICA 1. Trabaje el problema con distancia, recordando que $d=Vt$. Deberá graficar el triángulo que describe la trayectoria de los botes.

⁵ No se dejen engañar. El camino directo no será la solución a todos sus problemas. Recuerde que ella corre más rápido de lo que puede remar. So?

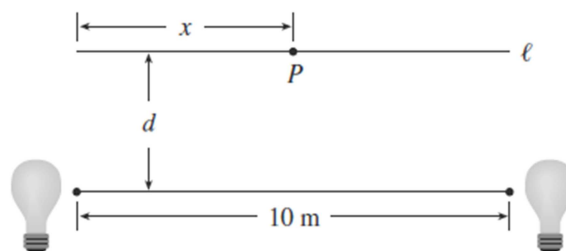
154.- La parte superior derecha de un pedazo de papel, de dimensiones 12×8 in. Se dobla hacia el lado opuesto. ¿Cómo Uds. doblaría la punta para que la longitud del doblez sea la mínima? En otras palabras como Ud. selecciona “ x ” para minimizar “ y ”?



155.- ¿Dónde se debería situar el punto P del segmento AB para que el ángulo θ sea el máximo posible?



156.- Dos fuentes luminosas de misma magnitud son localizadas con una separación de 10 mts. Un objeto se posiciona en un punto P en una línea L paralela a la línea que junta a las fuentes de luz y a una distancia D (m) de esta línea. Se desea posicionar P en L para que la intensidad de iluminación sea la mínima posible. Se sabe que la intensidad de iluminación de una sola fuente es DIRECTAMENTE PROPORCIONAL a la magnitud de la fuente y es INVERSAMENTE PROPORCIONAL al cuadrado de la distancia de que separa la fuente y el punto. (a) Encuentre una expresión para la intensidad I en el punto P. (b) Si $D = 5$ m, demuestre (por medio de criterio de derivada) que la intensidad es mínima cuando $x = 5$ m. (c) En algún lugar entre $d \in (5,10)$ mts hay un valor transicional de D en el cual el punto de mínima iluminación cambia abruptamente. Estime este valor de D.



L'HOPITAL

157.- Halle los siguientes límites.

$$\begin{array}{lll} \text{a.- } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{(\tan(x))^3} & \text{b.- } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x) - x}{x^3} & \text{c.- } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \\ \text{d.- } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin(2x) - \cos(x)}{\tan(3x)} & \text{e.- } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\csc(x) - \frac{1}{x} \right) & \text{f.- } \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x^2}{\sin(x) - x} \right) \\ \text{g.- } \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1 - \cos(x) - x \sin(x)}{2 - 2 \cos(x) - \sin^2(x)} \right) \end{array}$$

158.- Determine el valor de los siguientes límites.

$$\begin{array}{lll} \text{a.- } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \tan(x)}{\sin(x)} & \text{b.- } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin(x)}{\csc(x)} & \text{c.- } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} \\ \text{d.- } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin(x)}{x + \cos(x)} & \text{e.- } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln(x))^2}{x} \quad 6 & \text{f.- } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(mx) - \cos(nx)}{x^2} \\ \text{g.- } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan^{-1}(4x)} & \text{h.- } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{\sqrt{2x^2 + 1}} \\ \text{i.- } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^a - ax + a - 1}{(x - 1)^2} \end{array}$$

159.- Determine el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{2a^3x - x^4} - a^3\sqrt{a^2x}}{a - \sqrt[4]{ax^3}}$$

160.- Si f' es continua y además $f(2) = 0$ y $f'(2) = 7$ evalúe

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2 + 3x) + f(2 + 5x)}{x}$$

161.- Para cuales valores de las constantes a y b la siguiente igualdad es correcta.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(2x)}{x^3} + a + \frac{b}{x^2} \right) = 0$$

⁶ Si se sabe que $\ln(\infty) = \infty$ y además $\frac{d}{dx} \ln(x) = \frac{1}{x}$

GRAFICACION DE FUNCIONES

SUGERENCIA. PASOS A SEGUIR PARA LA GRAFICACION DE FUNCIONES.

1.- Dominio: Conjunto de valores de (x) para los cuales $f(x)$ está definida.

i.- Cantidad Su radical NO negativa.

ii.- División entre 0.

2.- Intercepciones con los ejes coordenados:

i.- $x = 0$ corte con Y

ii.- $y = 0$ corte con X.

3.- Simetría.

i.- $f(-x) = f(x)$ SIMETRICA.

ii.- $f(-x) = -f(x)$ IMPAR.

iii.- $f(x + p) = f(x)$

4.- Asíntotas.

i.- HORIZONTALES: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = L$

ii.- VERTICALES: $\lim_{x \rightarrow a^\pm} f(x) = \pm\infty$

iii.- OBLICUAS: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = m$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - mx = b$
 $y = mx + b$

5.- Intervalos de Crecimiento y Decrecimiento.

i.- $f'(x) > 0$ CRECE

ii.- $f'(x) < 0$ DECRECE.

6.- Valores Máximos y Mínimos.

7.- Concavidad y Puntos de Inflexión.

i.- $f''(x) > 0$ CONCAVA ARRIBA

ii.- $f''(x) < 0$ CONCAVA ABAJO

8.- GRAFICACION.

162.- Grafique las siguientes funciones aplicando el método antes señalado.

a.- $f(x) = x(x + 2)^3$

b.- $f(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$

c.- $f(x) = x\sqrt{5-x}$

d.- $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

e.- $f(x) = x - 3x^{\frac{1}{3}}$

f.- $f(x) = \frac{x^2}{x^2+3}$

163.- Grafique la siguiente funcione. Sea $f(x)$ cumple con lo siguiente

i.- $f(0) = 0$ $f'(-2) = f'(1) = f'(9) = 0$

ii.- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow 6} f(x) = -\infty$

iii.- $f'(x) < 0$ en $(-\infty, -2) \cup (1, 6) \cup (9, \infty)$

$f'(x) > 0$ en $(-2, 1) \cup (6, 9)$

iv.- $f''(x) > 0$ en $(-\infty, 0) \cup (12, \infty)$

$f''(x) < 0$ en $(0, 6) \cup (6, 12)$

164.- Sea la función $f(x) = \frac{1}{x(x-3)^2}$ bosqueje la grafica.

165.- Sea la función $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$ bosqueje la grafica.

166.- Sea la función $f(x) = 4x - \tan(x)$ $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ bosqueje la grafica en el intervalo.

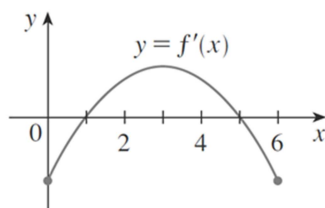
167.- Sea la función $f(x) = x + \sqrt{1-x}$ bosqueje la grafica.

168.- Grafique las siguientes funciones. $f(x) = x^{\frac{2}{3}}(6-x)^{\frac{1}{2}}$

169.- Se sabes como es la grafica de la primera derivada de una funcion $f(x)$

i.- En que intervalo la funcion decrece y crece.

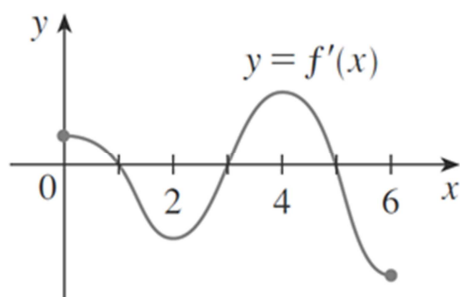
ii.- Para cuales valores de x se presenta un minimo o un maximo.



170.- Se sabes como es la grafica de la primera derivada de una funcion $f(x)$

i.- En que intervalo la funcion decrece y crece.

ii.- Para cuales valores de x se presenta un minimo o un maximo.



171.- Bosqueje las siguientes funciones

a.- $y = \cos^2(x) - 2 \sin(x)$ en $I(0, 2\pi)$ b.- $y = \frac{(x^2-2)}{x^4}$ c.- $y = \sqrt{\frac{x}{x-5}}$

d.- EJEMPLO INTERESANTE. Grafique

$$f(x) = \frac{x^3 + 1}{x}$$

172.- Determine la gráfica que cumpla las siguientes condiciones

a.- $f'(0) = f'(2) = f'(4) = 0$

$$f'(x) > 0 \text{ si } x < 0 \text{ o } 2 < x < 4$$

$$f'(x) < 0 \text{ si } 0 < x < 2 \text{ o } x > 4$$

$$f''(x) > 0 \text{ si } 1 < x < 3, f''(0) < 0 \text{ si } x < 1 \text{ o } x > 3$$

b.- $f'(1) = f'(-1) = 0$, $f'(x) < 0$ si $|x| < 1$

$$f'(x) > 0 \text{ si } 1 < |x| < 2, f'(x) = -1 \text{ si } |x| > 2$$

$$f''(x) < 0 \text{ si } -2 < x < 0, f''(0) = 0, f(0) = 1$$

c.- $f'(x) > 0$ si $|x| < 2$, $f'(x) < 0$ si $|x| > 2$

$$f'(-2) = 0, \lim_{x \rightarrow 2} |f'(x)| = \infty, f''(x) > 0 \text{ si } x \neq 2$$

173.- Responda.

- a.- Encuentre las asíntotas verticales y horizontales.
- b.- Encuentre los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- c.- Encuentre los valores máximos y mínimos.
- d.- Encuentre los intervalos de concavidad y puntos de inflexión.
- e.- Utilice esta información para graficar f.

$$i.- f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1} \quad ii.- f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$$

REPASO TERCER PARCIAL

174.- Determine si es verdadero o falso las siguientes condiciones.

- a.- Si f tiene un mínimo absoluto en c entonces $f'(c) = 0$
- b.- Si f es derivable y $f(-1) = f(1)$ luego existe un numero c tal que $|c| < 1$ y $f'(c) = 0$
- c.- Si $f'(x) < 0$ para $1 < x < 6$ luego f decrece en dicho intervalo.
- d.- Si $f''(2) = 0$ luego $(2, f(2))$ es un punto de inflexión de la curva de $y = f(x)$
- e.- Si f y g son creciente en I luego $f - g$ es también creciente en I.
- f.- Si f y g son creciente positivamente en I luego $f \cdot g$ es creciente en I.
- g.- Si f es creciente y $f(x) > 0$ en I luego $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ es creciente en I.

175.- Halle la derivada de las funciones a continuación.

$$a.- f(x) = 2 \sin(x^2) \cos(3x^3) \quad b.- y(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 \sin(x)}} \quad c.- f(x) = \arctan(\cos(1 + x^2))$$

$$d.- f(x) = \left(\frac{1 + \sqrt{\cos(x)}}{1 - \sqrt{\cos(x)}} \right)^{-1}$$

$$e.- y(x) = \sin\left(\frac{1}{x^3 + \cos(y^2)}\right)$$

176.- Calcule los siguientes límites.

a.- $\lim_{x \rightarrow 1} \left((1-x) \tan \left(\frac{\pi}{2} x \right) \right)$ b.- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x - \arctan(x)}{x \sin(x)} \right)$

c.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin(5x)} - \sqrt{1 - \sin(5x)}}{3x}$

177.- Sea la función f definida por

$$f(x) = \begin{cases} 6 + 36 \sin(x) & \text{si } x < 0 \\ 2x^3 - 15x^2 + 36x + 6 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

a.- Diga donde f es derivable y encuentre $f'(x)$

b.- Encuentre los máximos y mínimos locales y absolutos de $f(x)$ en el intervalo $[1,4]$

178.- Encontrar la recta tangente a la curva de ecuación $x^2 + xy + 4y^2 = 10$ en el punto de coordenadas $(2,1)$.

179.- Un hombre tiene 240 mts de cerco para circundar un área rectangular y dividirla en dos partes mediante una cerca paralela a uno de los lados. ¿Qué dimensiones debe tener el rectángulo para que el área cercada sea máxima?

180.- Una escalera de 25 mts de largo esta recargada contra una casa. Si la base de la escalera se aleja de la pared a una velocidad de 3 m/s. ¿A qué velocidad resbala por la pared del otro extremo cuando la base está a 20 metros?

181.- Sea la función

$$g(t) = t^{\frac{2}{3}} \sqrt{10 - t^2}$$

a.- Halle los intervalos en los cuales la función crece o decrece.

b.- Encuentre los máximos y mínimos locales y absolutos de la función.

182.- Un globo esférico es inflado con aire a razón de 2 m^3 por minuto. ¿Con que rapidez aumenta el radio del globo cuando este contenga un volumen igual a cuatro veces el radio? Recuerde que el volumen de un globo esférico de radio r se expresa por $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$

183.- Sea la función

$$f(x) = \frac{x^3 + 2}{x}$$

Determine.

- a.- Dominio.
- b.- Intersecciones con los ejes
- c.- Asíntotas.
- d.- Puntos críticos.
- e.- Intervalos de Crecimiento y Decrecimiento.
- f.- Extremos: Puntos Máximos y Mínimos.
- g.- Puntos de Inflexión.
- h.- Concavidades
- i.- Elabore la gráfica.

RESPUESTA A LOS EJERCICIOS.

PREGUNTA 1

- a.- $(-\infty, \frac{1}{2})$ b.- $(-1, \infty) - \{1\}$ c.- $(1, \infty)$
d.- $(-1, -\frac{1}{2})$ e.- $(\frac{1}{13}, \frac{1}{4}) \cup (2, \infty)$ f.- $(-\infty, -1] \cup (1, \infty)$
g.- $(-\infty, -2] \cup [1, 4]$ h.- $(16, \infty)$

PREGUNTA 2

- a.- $(-\infty, -1] \cup [0, 1] \cup [4, \infty)$
b.- $(-\infty, -1] - \{-5\}$ c.- $(-\infty, \frac{3}{2}] \cup [\frac{11}{4}, \infty)$
d.- $(-\frac{11}{5}, 13)$

PREGUNTA 3

$$(-\infty, -1) \cup (-1, 1]$$

PREGUNTA 4

- a.- $(-\frac{7}{2}, \infty)$ b.- $(-\infty, -\frac{1}{5}) \cup (-\frac{1}{11}, \infty)$
c.- $(-\infty, \frac{1}{5}) \cup (\frac{1}{5}, \frac{1}{4}] \cup [\frac{3}{10}, \infty)$

PREGUNTA 5

$$y = 3x - 5$$

PREGUNTA 6

$$y = 1 \quad ; \quad y = \frac{3}{4}x + 1$$

PREGUNTA 7

- a.- $C(-2, -2)$ $r = 5$
b.- $y = \frac{1}{4}(3x + 23)$
c.- $y = -\frac{1}{3}(4x + 14)$

PREGUNTA 8

- a.- $C(0, 3)$ b.- $AB = 5$, $BC = 3\sqrt{2}$, $AC = \sqrt{13}$

PREGUNTA 9

$$y = \frac{1}{5}(8x - 3x_0)$$

- a.- $x = \frac{3}{8}x_0$ $y = -\frac{3}{5}x_0$ b.- $A = \frac{9}{80}x_0^2$

PREGUNTA 10

$$(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

PREGUNTA 11

Directrices

$$1: y + 2x = 10 \quad 2: 10y + 4x = 47 \quad 3: 6y - 4x = 7$$

$$Pto \left(\frac{53}{16}, \frac{27}{8} \right)$$

$$\left(x - \frac{53}{16} \right)^2 + \left(y - \frac{27}{8} \right)^2 = \frac{1885}{256}$$

PREGUNTA 12

- a.- $x^2 + y^2 + 2x - 3y - 1 = 0$
b.- $x^2 + y^2 - 2x - 7y + 7 = 0$
c.- $x^2 + y^2 - 2x - 7y + 7 = 0$
d.- $2x^2 + 2y^2 + 3x - 7y = 0$

$$50x^2 + 50y^2 - 157x - 407y + 464 = 0$$

PREGUNTA 13

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 23 = 0$$

PREGUNTA 14

$$x^2 + y^2 + 2x - 8y + 7 = 0$$

PREGUNTA 15

a.- $(-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (-1, \infty)$

b.- $[0, \infty)$ c.- $(-\infty, 0) \cup (5, \infty)$

PREGUNTA 16

$$\text{Dom}[-2, 2] \quad ; \quad \text{Rango} [0, 2]$$

PREGUNTA 18

a.- $f \circ g \circ h = 2x^2 - 4x + 1$

b.- $f \circ g \circ h = \sqrt{x^2 + 6x + 10}$

c.- $f \circ g \circ h = \frac{2}{\cos(\sqrt{x+3})+1}$

PREGUNTA 19

$$g(x) = 4x - 17$$

PREGUNTA 20

a.- $f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{10}{3}$ b.- $f^{-1}(x) = \frac{3x+1}{4-2x}$

c.- $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{(x-3)}{2}}$

PREGUNTA 21

$$f^{-1}(9) = 2$$

PREGUNTA 22

a.- $f^{-1}(3) = 0$

b.- $f(f^{-1}(5)) = 5$

PREGUNTA 23

$$\begin{cases} 4x + 15 & \text{si } x > 9 \\ 2x^2 - 2x + 5 & \text{si } \frac{-1+\sqrt{37}}{2} < x \leq 9 \\ (x^2 - x)^2 - |x^2 - x| & \text{si } 0 \leq x < \frac{-1+\sqrt{37}}{2} \\ (x^2 + x)^2 - |x^2 + x| & \text{si } \frac{-1-\sqrt{37}}{2} \leq x < 0 \\ 2x^2 + 2x + 5 & \text{si } -9 \leq x < \frac{-1-\sqrt{37}}{2} \\ x - 8 & \text{si } x < -9 \end{cases}$$

PREGUNTA 24

$$a.- f(g(x)) = \begin{cases} (2x+9)^2 & \text{si } x \leq -5 \\ 1 & \text{si } x \in (-5, -4) \cup [-1, \infty) \\ \cos(2x+8) & \text{si } x \in (-4, -1) \end{cases}$$

c.- $f^{-1}(g(x)) = -\frac{9+\sqrt{x}}{2}$

PREGUNTA 25

a.- $f(g(x)) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \geq 0 \\ 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$

b.- Dom R Rango $\{0, 1\}$

PREGUNTA 35El límite existe para todo valor de "a" menos $a = \pm 1$ **PREGUNTA 36**

a.- $L = \frac{1}{4}$ b.- $\frac{3}{5}$ c.- ∞ d.- $-\infty$ e.- $-\infty$ f.- 6

PREGUNTA 37

a.- $\frac{3}{4}$ b.- 205 c.- $\frac{1}{8}$ d.- 0

PREGUNTA 38

a.- \nexists b.- $\frac{6}{5}$ c.- 8 d.- $\frac{3}{2}$ e.- 12 f.- 1 g.- $-\frac{1}{9}$ h.- $-\frac{1}{2}$ i.- 3

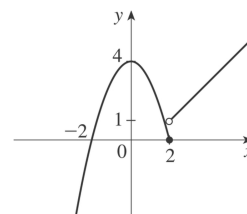
PREGUNTA 40

$$L = -1$$

PREGUNTA 41

a.- Por izquierda $L_- = 0$, Por derecha $L_+ = 1$

b.- No existe. C.-

**PREGUNTA 42**

$$L = 58$$

PREGUNTA 43

$$\varepsilon = 1 \Rightarrow \delta = 0,11$$

$$\varepsilon = 0.1 \Rightarrow \delta = 0,012$$

PREGUNTA 44

$$\text{a.- } \delta = 4\varepsilon \quad \text{b.- } \delta = \varepsilon \quad \text{c.- } \delta = \sqrt[3]{\varepsilon} \quad \text{d.- } \delta = \varepsilon^4$$

$$\text{e.- } \delta = \sqrt{\varepsilon} \quad \text{f.- } \delta = \min\{2\varepsilon, 1\} \quad \text{g.- } \delta = \min\left\{\frac{\varepsilon}{19}, 1\right\}$$

$$\text{h.- } \delta = \min\{2\varepsilon, 1\}$$

PREGUNTA 45

$$\delta = \min\left\{\frac{1}{2}a, \left(\sqrt{\frac{1}{2}a} + \sqrt{a}\right)\varepsilon\right\}$$

PREGUNTA 46

a.- 0 b.- No sabemos.

PREGUNTA 47

$$L = \frac{9}{2}$$

PREGUNTA 48

$$L = 0$$

PREGUNTA 49 “Que cree uds” Piense Bien

$$L = 0$$

PREGUNTA 50

$$\text{a.- } 1 \quad \text{b.- } -\sin(a) \quad \text{c.- } \frac{1}{4} \quad \text{d.- } \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{e.- } 2$$

PREGUNTA 51

$$L_{-\pi} \text{ No existe } ; L_{\pi} = -1$$

PREGUNTA 52

$$\text{a.- } 0 \quad \text{b.- } 0$$

PREGUNTA 53

$$L = \frac{7}{12}$$

PREGUNTA 54

Si es continua en su dominio.

PREGUNTA 55

a.- No es continua en $x = 1$

b.- Es discontinua en $x = 1$

PREGUNTA 56

Es discontinua removible en $x = -2$

PREGUNTA 57

$$c \in (-3, -2) \quad (a) \quad c \in (-2, -1)$$

PREGUNTA 58

a.- $c \in (-2, -1)$ b.- $c \in (-5, 0)$ c.- No existe

d.- $c \in (0, \pi)$

PREGUNTA 59

La función no es continua en intervalo.

PREGUNTA 60

$$g(3) = 6$$

PREGUNTA 61

$$\text{a.- } x < 7 \quad \text{b.- } x \in R \quad \text{c.- } x^2 \neq \frac{1}{2}$$

PREGUNTA 63

a.- Limite no existe.

b.- No se cumple la definición de continuidad

c.- Limite No existe.

PREGUNTA 65

$$\text{a.- } x = 0 \quad \text{b.- } x = 1 \text{ y } x = 3$$

PREGUNTA 66

Si es continua.

PREGUNTA 67

a.- $c = \frac{1}{3}$ b.- $c = -2$

PREGUNTA 68

$$c \in (2,3)$$

PREGUNTA 70

$$c \in (5,6)$$

PREGUNTA 71

Si la función f es continua en "a". Luego por teorema

$$\lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) = f\left(\lim_{h \rightarrow 0} (a+h)\right) = f(a)$$

Se demuestra mediante: Sea $\varepsilon > 0$. Ya que el límite se demostró, existe $\delta > 0$ tal que $0 < |h| < \delta$ implica que $|f(a+h) - f(a)| < \varepsilon$. Así que $0 < |x-a| < \delta$ luego $|f(x) - f(a)| = |f(a+(x-a)) - f(a)| < \varepsilon$. Por lo tanto $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ y entonces f es continua en a .

PREGUNTA 72

Desarrolle $\sin(a+h)$ mediante la fórmula de suma de ángulo, tome límite y dará la igualdad.

PREGUNTA 73

a.- $\frac{3}{4}$ b.- -1 c.- 1 d.- $\frac{3}{4}$

PREGUNTA 74

$$L = 0$$

PREGUNTA 75

$$AV: x_1 = 7, x_2 = -1 \quad AH: y = \pm 2$$

PREGUNTA 76

$$AV: x = 4 \quad AO: y = x + 4$$

PREGUNTA 77

a.- $\frac{3}{2}$ b.- $-\frac{3}{5}$ c.- 0 d.- $\frac{1}{3}$ e.- $\frac{1}{6}$ f.- \nexists g.- ∞ h.- ∞

PREGUNTA 78

a.- $AV: x = 0 \quad AH: y = 1$

b.- $AV: \text{No hay} \quad AH: y = \pm 1$

c.- $AV: \text{No hay} \quad AH: y = \pm \frac{1}{2}$

PREGUNTA 79

a.- $\frac{12}{5}$ b.- 0 c.- $-\frac{1}{2}$ d.- $\frac{1}{2}$ e.- 0 f.- $-\frac{1}{4\pi}$ g.- 0 h.- 0 i.- $\frac{2}{\pi}$

PREGUNTA 97

a.- $\frac{5}{(x+3)^2}$ b.- $\frac{x^2-4x-1}{(x-2)^2}$ c.- $-\frac{1}{2(a+2)^{\frac{3}{2}}}$ d.- $\frac{3}{2\sqrt{2x+1}}$

PREGUNTA 98

a.- $f(x) = 2^x$; $a = 5$ b.- $f(x) = \tan(x)$; $a = \frac{\pi}{4}$

c.- $f(x) = \cos(x+\pi)$; $a = 0$

d.- $f(x) = x^4 + x$; $a = 1$

PREGUNTA 99

a.- El límite no existe.

b.- $f'(0) = 0$

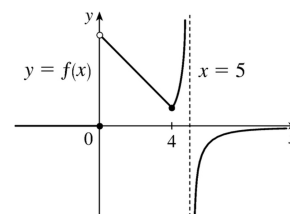
PREGUNTA 100

a.- $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+2x}}$ b.- $f'(x) = \frac{10}{(1-3x)^2}$ c.- $f'(x) = \frac{4}{(x+1)^2}$

PREGUNTA 101

a.- $f'_+(4) = -1$ $f'_-(4) = 1$

b.-



c.- No es continua en 0 y en 5.

d.- No es diferenciable en 0, 4 y 5

PREGUNTA 102

a.- $f'(x) = -\frac{2}{5x^5}$ b.- $V'(r) = 4\pi r^2$

c.- $R'(x) = -\frac{7\sqrt{10}}{x^8}$ d.- $f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + \frac{1}{2t\sqrt{t}}$

e.- $y' = \frac{3x-1}{2\sqrt{x}}$ f.- $y' = 1 + \frac{1}{x\sqrt{x}}$

g.- $g'(u) = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{u}}$

PREGUNTA 103

a.- $y' = \frac{x \cos(x)}{(x+\cos(x))^2}$ b.- $f'(\theta) = \frac{\sec(\theta) \tan(\theta)}{(1+\sec(\theta))^2}$

c.- $y' = \frac{1+\tan(x)}{\sec(x)}$ d.- $y' = \frac{x \cos(x) - 2 \sin(x)}{x^2}$

e.- $y' = -x \cot(x) (x + 2 \cot(x))$

f.- $\frac{\sin(2x)}{2} + x \cos(2x)$

PREGUNTA 104

a.- $y = 2x + 1 - \frac{\pi}{2}$ b.- $y = x + 1$

c.- $y = -x + 1$

PREGUNTA 105

$$y = -x$$

PREGUNTA 106

a.- $\frac{2+3x^2}{4^4\sqrt{(1+2x+x^3)^3}}$ b.- $-3x^2 \sin(a^3 + x^3)$

c.- $2x(x^2 + 2)^{\frac{1}{3}} \left(1 + \frac{x^2+1}{3(x^2+2)}\right)$

d.- $\frac{1}{(z-1)^{\frac{1}{2}}(x+1)^{\frac{3}{2}}}$ e.- $\left(\frac{2(y-1)^3(-3y^2+4y+5)}{(y^2+2y)^6}\right)$

f.- $\left(\frac{\sin(x)(1+\cos^2(x))}{\cos^2(x)}\right)$ g.- $6 \tan(3x) \sec^2(3x)$

h.- $-2 \cos(x) \cot(\sin(x)) \csc^2(\sin(x))$

i.- $\cos(\sin(\sin(x))) \cos(\sin(x)) \cos(x)$

j.- $y' = \frac{1}{2} \left(x + \sqrt{x + \sqrt{x}}\right)^{-\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{2} (x + \sqrt{x})^{-\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}\right)\right)$

k.- $\cos\left(\tan\left(\sqrt{\sin(x)}\right)\right) \sec^2\left(\sqrt{\sin(x)}\right) \left(\frac{1}{2\sqrt{\sin(x)}}\right) \cos(x)$

PREGUNTA 107

$$A\left(\left(\frac{1}{2} + 2N\right)\pi, 3\right) \quad B\left(\left(\frac{3}{2} + 2N\right)\pi, -1\right)$$

PREGUNTA 108

a.- $y' = \frac{4x^3y-2xy^3}{5y^4+3x^2y^2-x^4}$ b.- $y' = \frac{-2xy^2-\sin(y)}{2x^2y+x \cos(y)}$

c.- $y' = \frac{\sin(y^2)-2xy \cos(x^2)}{\sin(x^2)-2xy \cos(y^2)}$ d.- $y' = \frac{4xy\sqrt{xy}-y}{x-2x^2\sqrt{xy}}$

e.- $y' = \frac{(1+x^2) \sec^2(x-y) + 2x \tan(x-y)}{1+(1+x^2) \sec^2(x-y)}$

f.- $y' = -y/x$

PREGUNTA 109

$$f'(1) = -\frac{16}{13}$$

PREGUNTA 110

a.- $\frac{dx}{dy} = \frac{1-4y^3-2x^2y-x^4}{2xy^2+4x^3y}$

b.- $\frac{dx}{dy} = \frac{ax^2-4y(x^2+y^2)}{4x(x^2+y^2)-2axy}$

PREGUNTA 111

a.- $y = -x + 2$

b.- $y = \frac{7}{2}x - \frac{3}{2}$

c.- $y = x + \frac{1}{2}$

PREGUNTA 112

$$y - y_0 = \frac{b^2 x_0}{a^2 y_0} (x - x_0)$$

PREGUNTA 113

$$a.- y'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\tan^{-1}(x)(1+x^2)}}$$

$$b.- y'(x) = \frac{1}{\sqrt{-x^2-x}}$$

$$c.- y'(x) = \frac{1}{2(1+x^2)}$$

$$d.- y'(x) = \cos^{-1}(x)$$

PREGUNTA 114

$$a.- y''' = 3(2x+3)^{-\frac{5}{2}} \quad b.- y''' = -\frac{24}{(2x-1)^4}$$

PREGUNTA 115

$$a.- y'' = -\frac{81}{y^3} \quad b.- y'' = -\frac{2}{5}x$$

PREGUNTA 116

$$a.- y'' = (x^2+1)^{-\frac{1}{2}} - x^2(x^2+1)^{-\frac{3}{2}}$$

$$b.- y'' = 4x(x^3+1)^{-\frac{1}{3}} - 2x^4(x^3+1)^{-\frac{4}{3}}$$

$$c.- y'' = (2-s^2)\cos(s) - 4s\sin(s)$$

$$d.- y'' = \frac{2-6x^4}{(1+x^4)^2}$$

PREGUNTA 117

$$a.- y' = -\sin(\tan(x))(\tan^2(x)+1)$$

$$b.- y' = \frac{3x+5}{\sqrt[3]{2x+1}} \quad c.- y' = -\frac{\cos(x-\sin(x))(\cos(x-1))}{\cos^2(x-\sin(x))-1}$$

$$d.- y' = \frac{y-2x\cos(y)}{2\cos(2y)-x-x^2\sin(y)}$$

$$e.- y' = -\frac{2x\sin(x^2+1)}{\sin^2(x^2+1)-1}$$

$$f.- y' = -\frac{x^{-\frac{1}{2}}+2}{6(x+\sqrt{x})^{\frac{4}{3}}} \quad g.- y' = \frac{2x-y\cos(xy)}{x\cos(xy)+1}$$

$$h.- y' = \frac{\cos(\sqrt{x})}{4\sqrt{x}\sqrt{\sin(\sqrt{x})}}$$

PREGUNTA 118

$$A\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2}\right) \quad B\left(\frac{5}{4}\pi, -\sqrt{2}\right)$$

PREGUNTA 119

$$A\left(-\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right) \quad B\left(\frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$$

PREGUNTA 122

$$a.- h'(2) = 2 \quad b.- F'(2) = 44$$

PREGUNTA 123

$$a.- c = 1 \pm \frac{1}{3}\sqrt{3} \quad b.- c = \pm \frac{1}{4}, \pm \frac{3}{4}$$

PREGUNTA 125

$$a.- c = 0 \quad b.- c = 7 - \sqrt{5}$$

$$c.- c = 0 \quad d.- c = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

PREGUNTA 126

$$a.- c = \left(1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}\right) \quad b.- c = \pm \frac{1}{4}; \pm \frac{3}{4}$$

PREGUNTA 127

No contradice el teorema ya que $f'(1)$ No existe.

PREGUNTA 128

No contradice el teorema ya que f no es continua

PREGUNTA 129

Si suponemos que tienes DOS raíces (a y b) en intervalo con $a < b$. Ya que el polinomio es continuo en el intervalo también será (a, b) y también es diferenciable. El teorema de Rolle indica que hay un número r en (a, b) tal que $f'(r) = 0$. Se tiene que $f'(r) = 3r^2 - 15$. Ya que r está en (a, b) lo cual está contenido en $[-2, 2]$ se tiene $|r| < 2 \Rightarrow r^2 < 4$. Entonces $3r^2 - 15 < 3 \Rightarrow 4 - 15 = -3 < 0$. Esto contradice la hipótesis de $f'(r) = 0$. Por lo que se concluye que no hay dos raíces reales en el intervalo por lo tanto debe existir al menos UNA raíz.

PREGUNTA 130

Suponemos que $f(x) = 0$ tiene TRES raíces reales distintas (a, b y c) con $a < b < c$ y que $f(a) = f(b) = f(c) = 0$. Por el teorema de Rolle. Debe existir tres números c_1, c_2 con

$$a < c_1 < b \text{ y } b < c_2 < d$$

Y $0 = f'(c_1) = f'(c_2)$ así que $f'(x) = 0$ debe tener al menos dos soluciones reales. Sin embargo $0 = f'(x) = 4x^3 + 4 = 4(x^3 + 1) =$

$$4(x+1)(x^2 - x + 1)$$

tiene como única solución real $x = -1$. Así $f(x)$ puede tener al menos dos raíces reales.

PREGUNTA 131

a.- $x = \frac{1}{4}$ Min $x = 4$ Max

b.- $x = -1$ Min $x = 0$ Max

c.- $x = -1$ Min $x = 1$ Max

d.- $x = 3$ Max $x = 1$ Min

PREGUNTA 132

a.- $x = 3$ Max $x = \pm 1$ Min

b.- $x = \frac{\pi}{4}$ Max

PREGUNTA 133

$$x = 0 \text{ Max ; } x = \pm\sqrt{3} \text{ Min}$$

PREGUNTA 134

Valor Máximo $x = 8$

Valor Mínimo $x = 2$

Máximos locales $x = 1, x = 4$ y $x = 6$

Mínimos locales $x = 2, x = 5$ y $x = 7$

PREGUNTA 135

a.- Mínimo absoluto $x = 1$

b.- Mínimo absoluto $x = -\frac{\pi}{4}$

c.- Máximo absoluto y local $x = 0$

PREGUNTA 136

a.- Valores Críticos $x = 0, \frac{8}{7}, 4$

b.- Valores Críticos $x = 0, \frac{1}{2}, 1$

c.- Valores Críticos $x = n\pi$ $n = 0, 1, 2, 3, 4 \dots$

d.- Valores Críticos $x_1 = \frac{\pi}{3} + 2n\pi$

$$x_2 = \frac{5\pi}{3} + 2n\pi; \quad x_3 = \frac{2}{3}\pi + 2n\pi; \quad x_4 = \frac{4}{3}\pi + 2n\pi$$

PREGUNTA 137

a.- $x = 2$ MAX ABS $x = 0$ MIN ABS

b.- $x = 1$ MAX ABS $x = 0$ MIN ABS

c.- $x = \pi$ MAX ABS $x = -\frac{\pi}{6}$ MIN ABS

PREGUNTA 138

a.- $x = -1$ MaxLocal $x = 1$ MinLocal

b.- $x = -2$ MinLocal $x = 2$ MaxLocal.

c.- $x = \frac{3}{4}$ MaxLocal

PREGUNTA 139

$$x = y = \sqrt{2}r$$

PREGUNTA 140

$$x = y = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

PREGUNTA 141

$$h = \frac{4}{3}R$$

PREGUNTA 142

$$L = 21,07 \text{ ft}$$

PREGUNTA 143

$$V_{max} = 4000 \text{ cm}^3$$

PREGUNTA 144

$$A\left(\frac{28}{17}, \frac{7}{17}\right)$$

PREGUNTA 145

$$A\left(\frac{45}{37}, \frac{63}{37}\right)$$

PREGUNTA 146

$$A\left(-\frac{1}{3}, \pm \frac{4}{3}\sqrt{2}\right)$$

PREGUNTA 147

$$x = y = \sqrt{2}r$$

PREGUNTA 148

$$V = \frac{4}{3\sqrt{3}}\pi r^3$$

PREGUNTA 149

Siendo "x" la distancia donde se corta.

a.- $x = 10$

b.- $x = \frac{40\sqrt{3}}{9+4\sqrt{3}}$

PREGUNTA 150

$$r = h = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$$

PREGUNTA 151

$$t = 2:21:36 \text{ pm}$$

PREGUNTA 152

Deberá caminar todo el camino.

PREGUNTA 154 $x = 6$

PREGUNTA 155 $|AP| = 5 - 2\sqrt{5}$

PREGUNTA 156

a.- $I(x) = K\left(\frac{1}{x^2+d^2} + \frac{1}{(10-x)^2+d^2}\right)$

c.- $d = 5\sqrt{2}$

PREGUNTA 157

a.- $\frac{1}{6}$ b.- $\frac{1}{6}$ c.- 1 d.- $\frac{2}{3}$ e.- 0 f.- $-\infty$ g.- $-\infty$

PREGUNTA 158

a.- 2 b.- 0 c.- $\frac{1}{2}$ d.- 0 e.- 0 f.- $\frac{1}{2}(n^2 - m^2)$

g.- $\frac{1}{4}$ h.- $\sqrt{\frac{1}{2}}$ i.- $\frac{1}{2}a(a-1)$

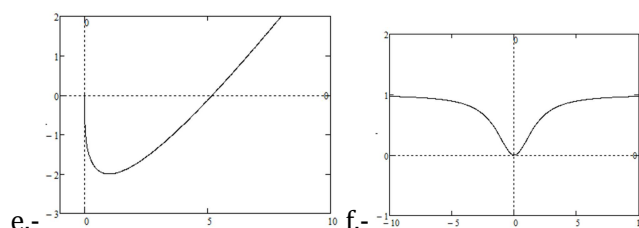
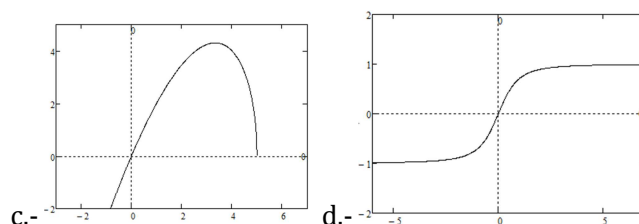
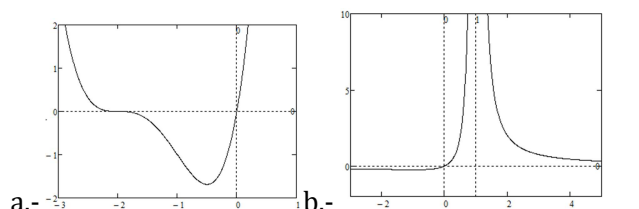
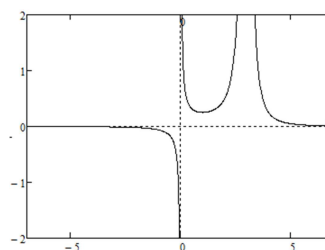
PREGUNTA 159 $L = \frac{16}{9}a$

PREGUNTA 160 $L = 56$

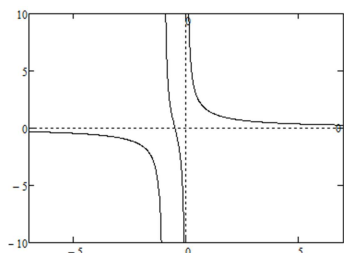
PREGUNTA 161

$$a = \frac{4}{3} \quad b = -2$$

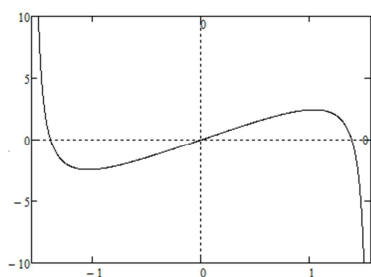
Por favor darse cuenta de los valores de "x" y "y" para tener referencia de la grafica

PREGUNTA 162**PREGUNTA 164**

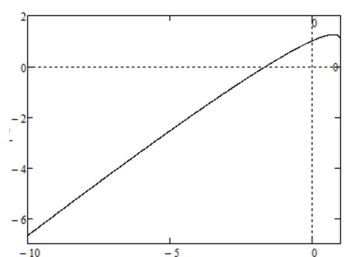
PREGUNTA 165



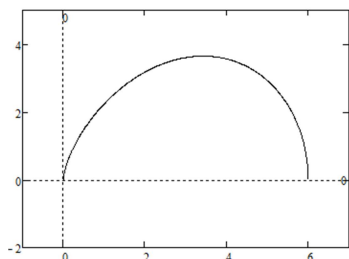
PREGUNTA 166



PREGUNTA 167



PREGUNTA 168



PREGUNTA 169

i.- Crece $x \in (1,5)$ Decrece $x \in (0,1) \cup (5,6)$

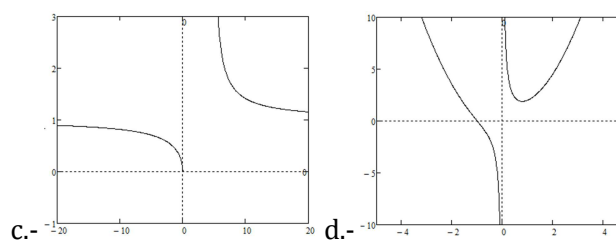
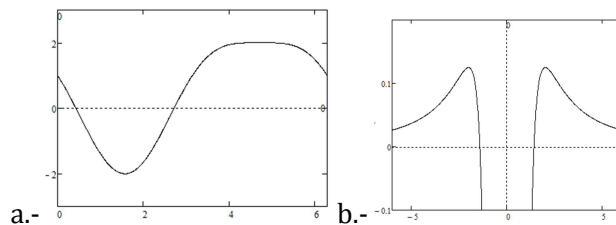
ii.- Mínimo $x = 1$ Máximo $x = 5$

PREGUNTA 170

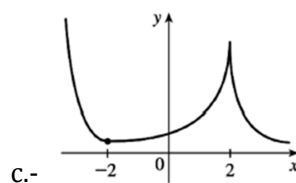
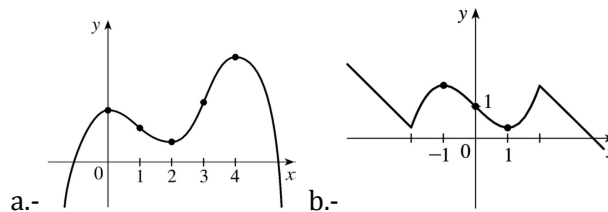
i.- Crece $x \in (0,1) \cup (3,5)$ Decrece $x \in (1,3) \cup (5,6)$

ii.- Mínimo $x = 3$ Máximo $x_1 = 1$ $x_2 = 5$

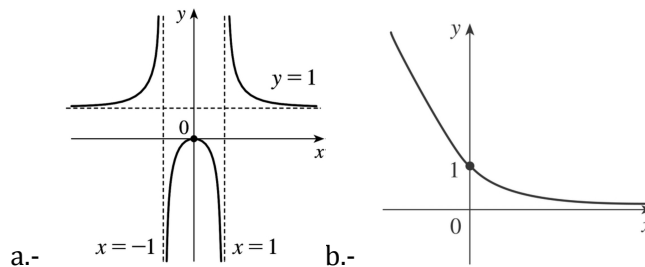
PREGUNTA 171



PREGUNTA 172



PREGUNTA 173



PUNTOS FINALES

- 1.- Matemática 1 es muy práctica pero sin embargo hay que entender bien la teoría para que así resulte fácil la resolución de ejercicios.
- 2.- Para la parte de acotación de límite por definición. Recuerde que la idea es maximar la expresión para ello busque un valor MAXIMO en el numerador y una valor MINIMO en el denominador para así maximar la fracción y acotar.
- 3.- Recuerde que para aplicar L'Hopital la indeterminación debe ser necesariamente $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$, si no, no es posible derivar.
- 4.- Para todo teorema que tenga HIPOTESIS se debe verificar dichas hipótesis y luego se podrá utilizar su conclusión. Muchos profesores consideran mal un ejercicio donde no se demuestra las hipótesis.
- 5.- Debe aprenderse los límites notables de las funciones trigonométricas, y tenerlos presentes para poder resolver ejercicios más elaborados de límites con función trigonométrica.
- 6.- Recuerde que NO se puede tener cantidades sub-radicales negativas como TAMPOCO se puede dividir entre cero. Estas son las únicas reglas para el dominio de una función.
- 7.- Para la optimización es importante la función que describe el problema. Para ello lea bien el enunciado y aplique funciones sencillas que describa la física del problema, para luego derivar y encontrar el máximo o mínimo.

SIRVASE DE AYUDA PARA PRACTICAR "SERIES Y SUCESSIONES Y ECUACIONES DIFERENCIALES" PRIMERA PARTE MATEMATICAS 1

sites.google.com/site/usbmike06

CUALQUIER ERROR TIPOGRAFICO O DE RESULTADOS FAVOR AVISAR A magt_123@hotmail.com PARA SU CORRECCION. MENCIONE NUMERO DE PAG, NUMERO DE EJERCICIO, QUE DICE Y QUE DEBERIA DECIR.

REFERENCIA BIBLIOGRAFICA.

PURCELL, Edwin J. CALCULO Octava edición, editorial Person Educación, México 2001

STEWART, James, Calculus 5th Edition

Actualizada: **SEPTIEMBRE 2011**

Guía Elaborada por: **Miguel Guzmán**