1. Halle, justificando, rango y nulidad de la matriz (3 puntos)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Halle una base ortonormal para el subespacio W de $\mathbb{R}^3$ definido por: (5 puntos)
$W =$ gen $\{(-2,1,2)(1,2,-1)(3,1,-3)\}$.

3. Diga, justificando, si existe o no una transformación lineal (3 puntos)

$$T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \text{ tal que } \begin{cases} T(1,0) &= (2,1) \\ T(0,1) &= (-1,3) \\ T(1,-2) &= (1,-1) \end{cases}$$

4. Sean las matrices $A,\ B$ definidas por: (6 puntos)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},\ B = A^{11}\ ;$$

a) Halle los cuatro valores característicos y los espacios característicos de A;

b) Halle una matriz, P, tal que $P^{-1}AP = D$ sea una matriz diagonal;

c) usando la (b), halle la componente $b_{1,2}$ de la matriz B.

5. Sean $A,\ B$ matrices de tamaño $n \times n$ tales que B sea ortogonal y $B^{-1}AB$ sea diagonal; **demuestre** con detalle que entonces necesariamente la matriz A es simétrica. (3 puntos)