

Primer examen parcial (25%)

1. Resuelva las siguientes integrales:

$$(a) \int \frac{\ln((x^2 e^x)^2)}{3x} dx \quad (b) \int \frac{\sin^2(x) \cos^2(x) \sqrt{1 + \cos^2(x)}}{\sin(2x)} dx \quad (c) \int_1^4 \frac{(\sqrt{x} + 6)^5}{\sqrt{x}} dx$$

2. Sea $f(x) = x - 1$, definida en el intervalo $[-2, 3]$.

a) Calcule la suma de Riemann asociada a la partición $P = \{-2, -1, 1, 2, 3\}$ del intervalo $[-2, 3]$, escogiendo como punto de muestra el extremo izquierdo de cada subintervalo. Realice la representación gráfica correspondiente.

b) Dibuje las áreas asociadas al cálculo de la integral. Calcule el valor de dicha integral geoméricamente.

c) Calcule la integral utilizando una partición regular del intervalo y tomando como punto de muestra el extremo derecho de cada subintervalo.

d) Diga si es verdadera o falsa la siguiente igualdad: $\int_{-2}^3 (x - 1) dx = \int_{-2}^3 |x - 1| dx$

3. Sean las funciones definidas por:

$$G(x) = \int_{x^2}^x \sin(t^3) dt \quad y \quad F(x) = \int_1^x \sin(t^3) dt$$

a) Demuestre que $G(x) = F(x) - F(x^2)$, para todo número real x .

b) Encuentre $G'(x)$ utilizando la parte anterior.