

# Pronóstico de series de tiempo y simulaciones en R

**Clase 2:** Características de las series de tiempo

Germán Eduardo González

# Índice

**Descomposición de series de tiempo**

**Tendencia, ciclo y estacionalidad**

**Criterios de información: AIC, BIC.**

**Distribuciones**

**Aplicación**

# Índice

**Descomposición de series de tiempo**

**Tendencia, ciclo y estacionalidad**

**Criterios de información: AIC, BIC.**

**Distribuciones**

**Aplicación**

# Descomposición

$$\text{Aditiva} \rightarrow y_t = T_t + S_t + C_t + \varepsilon_t$$

$$\text{Multiplicativa} \rightarrow y_t = T_t \times S_t \times C_t \times \varepsilon_t$$

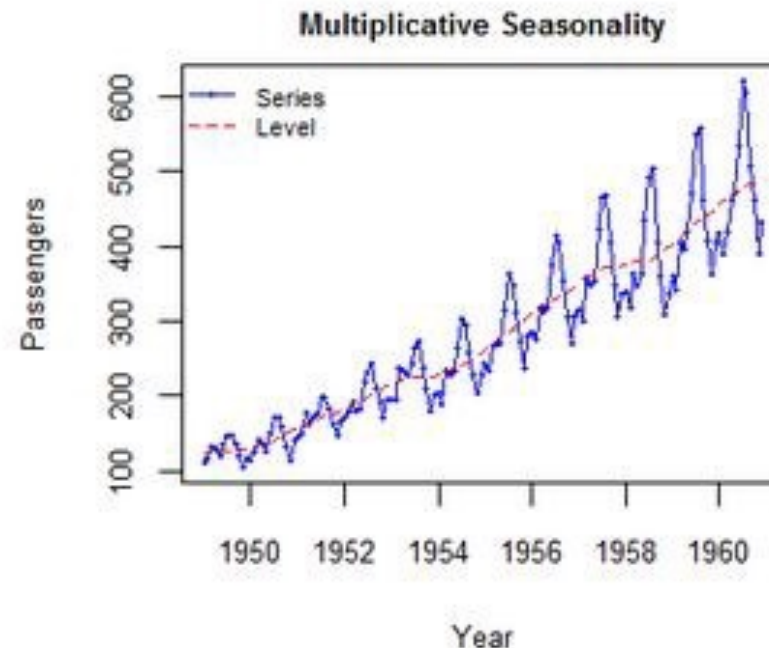
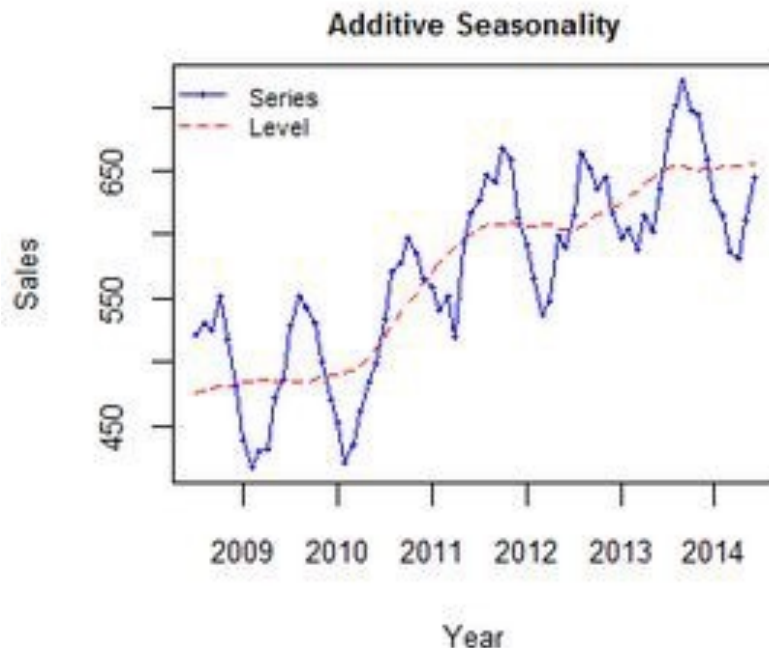
Donde:

- T - Tendencia
- S - Estacionalidad
- C - Ciclo

## ¿Cuándo aditiva y cuando multiplicativa?

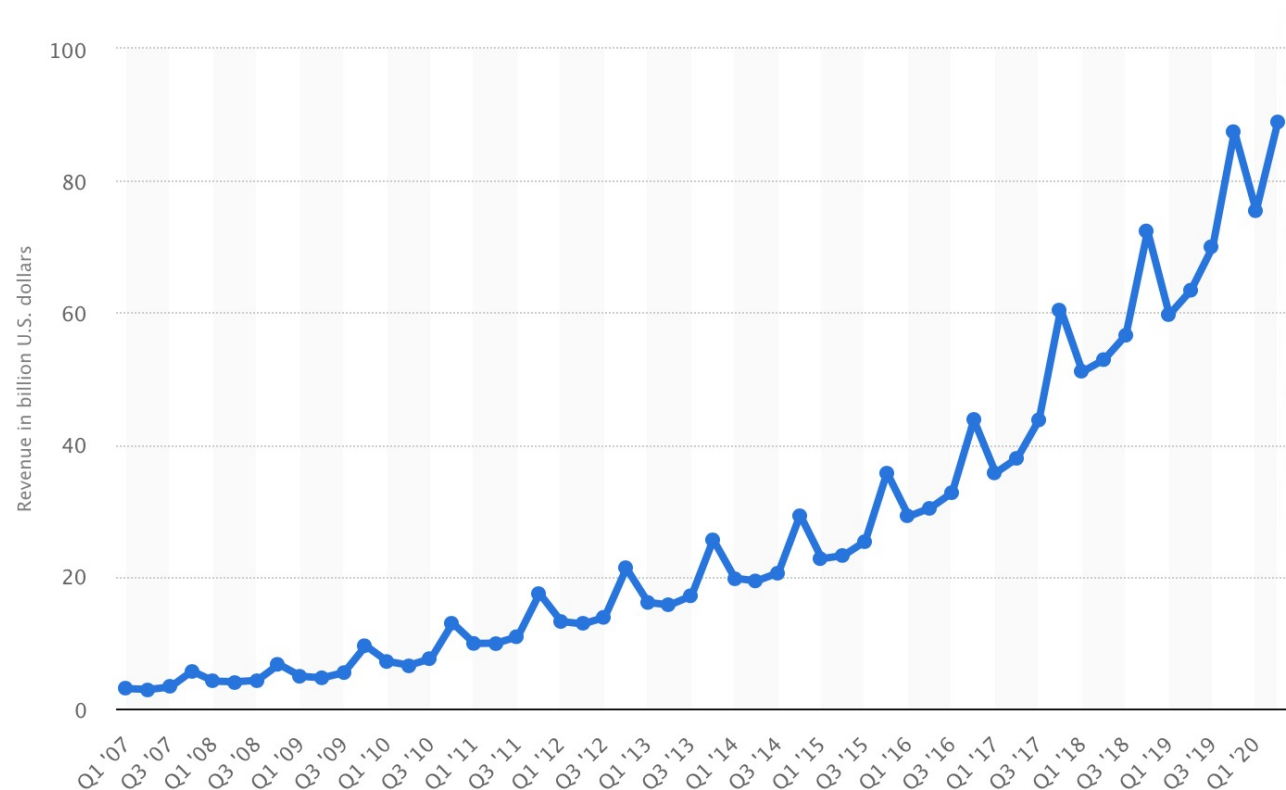
**Aditiva:** no varía en frecuencia y amplitud con el tiempo.

**Multiplicativo:** Patron estacional con crecimiento o decrecimiento en el tiempo.

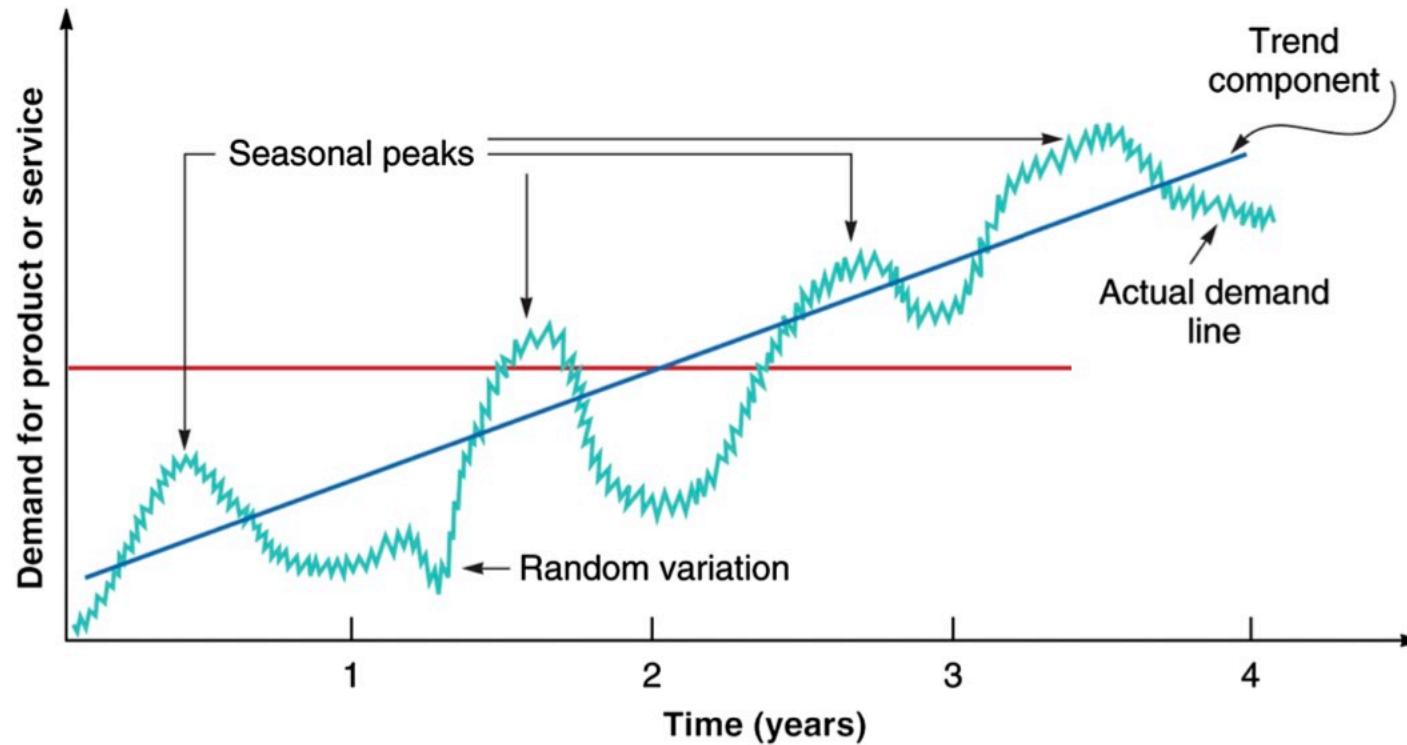


# Descomposición

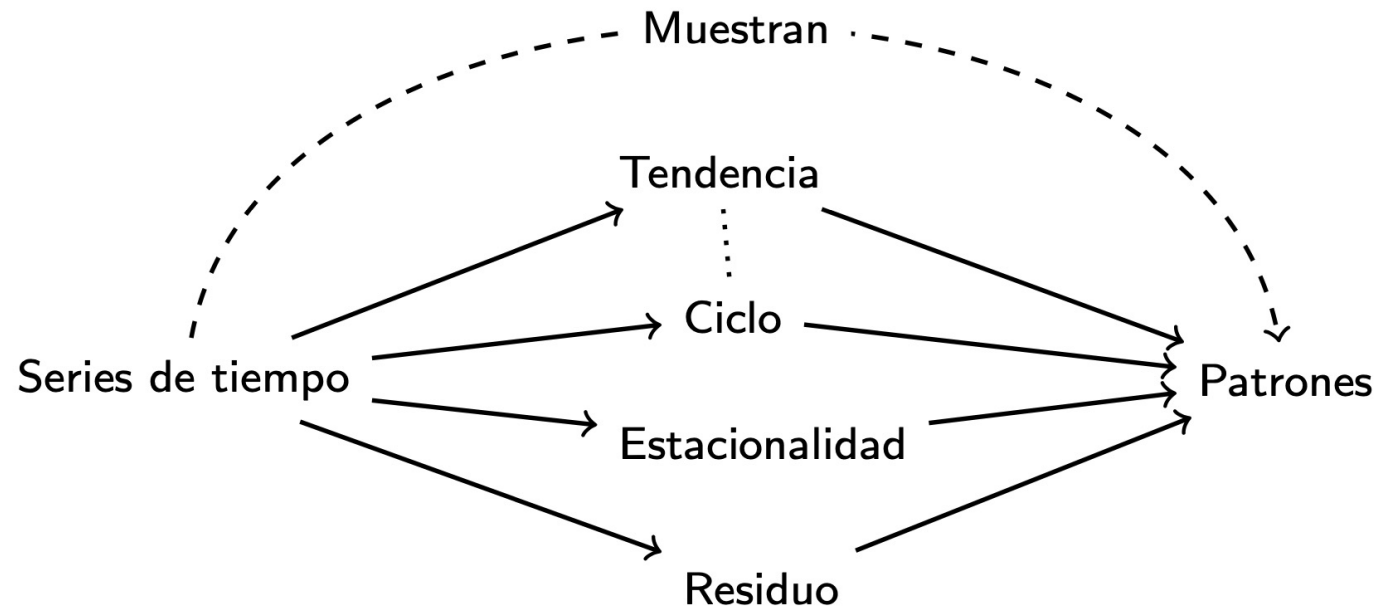
¿Qué tipo de descomposición es la más adecuada para los ingresos netos de Amazon?



# Descomposición



# Descomposición de la serie





# Índice

**Descomposición de series de tiempo**

**Tendencia, ciclo y estacionalidad**

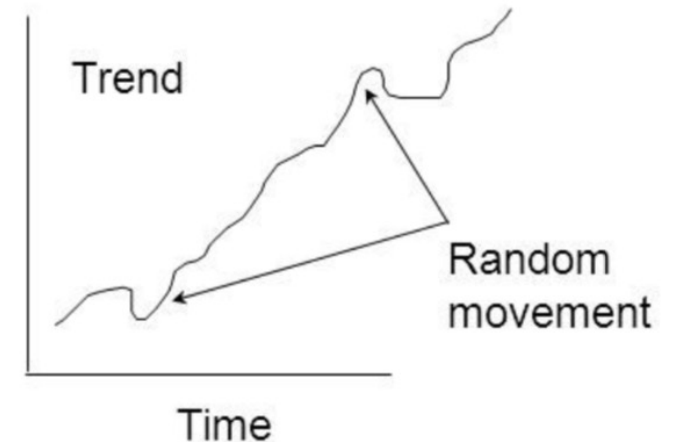
**Criterios de información: AIC, BIC.**

**Distribuciones**

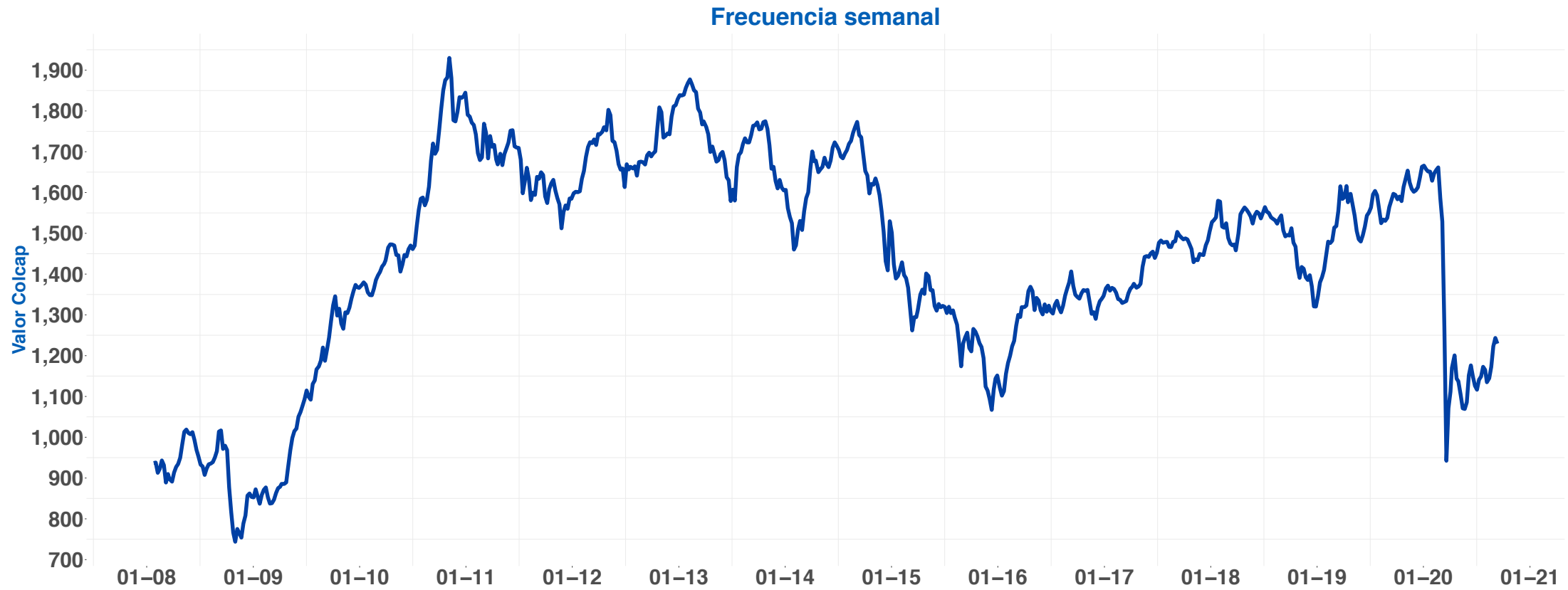
**Aplicación**

# Tendencia

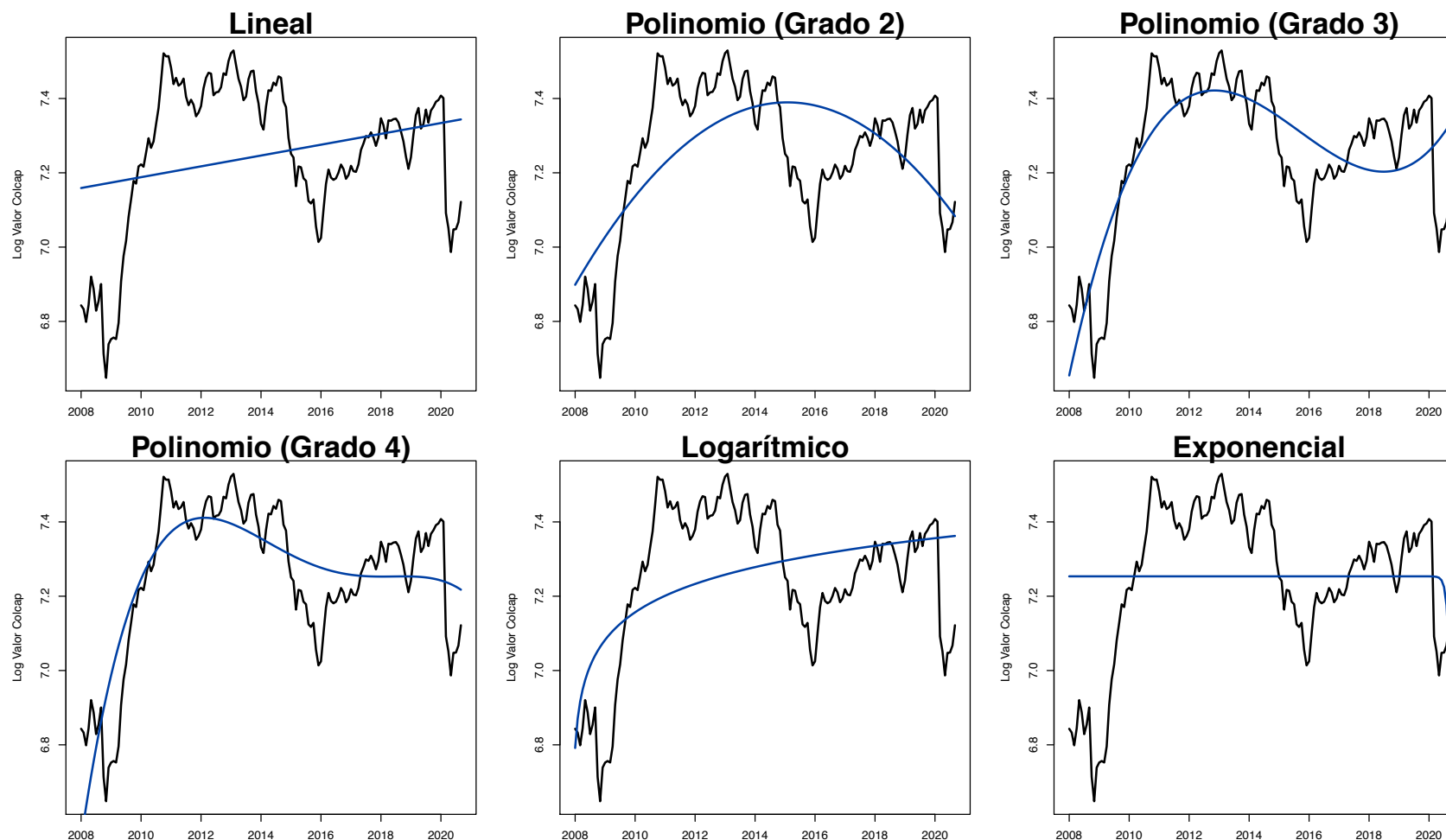
- La tendencia involucra la evolución de las variables que queremos modelar y pronosticar en el largo plazo
- La tendencia es un componente de baja frecuencia o poca volatilidad que evoluciona lentamente en alguna dirección.
- Algunas variables que afectan la tendencia de la serie de tiempo pueden ser: preferencias, tecnología, instituciones, demografía entre otros.
- Tendencia puede ser determinística o estocástica



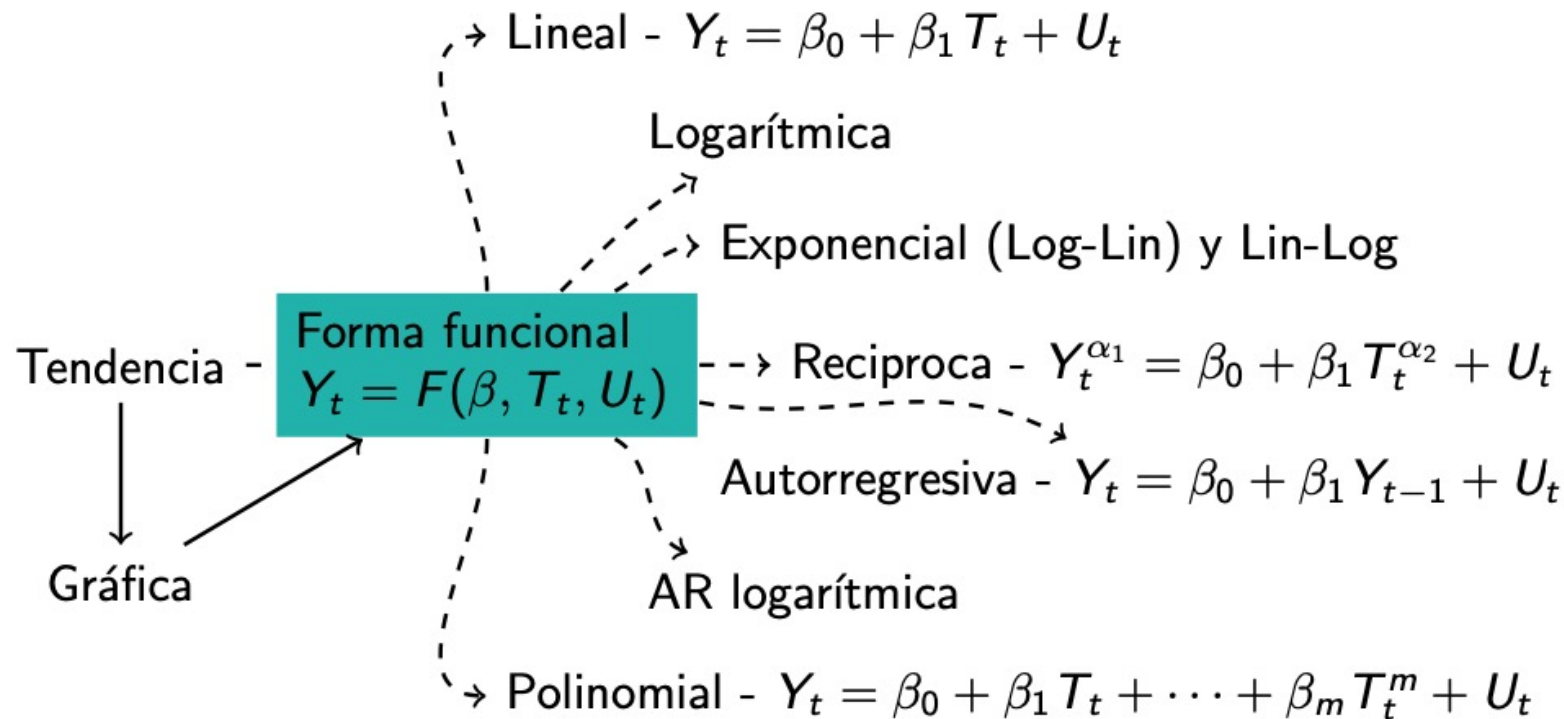
# Tendencia



# Tendencia

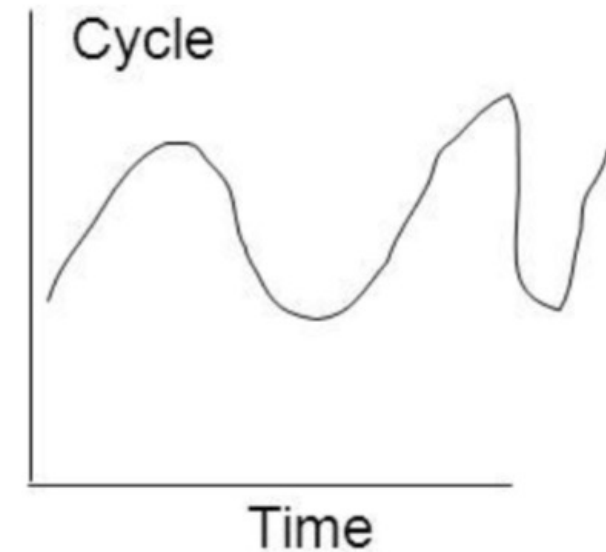


# Tendencia

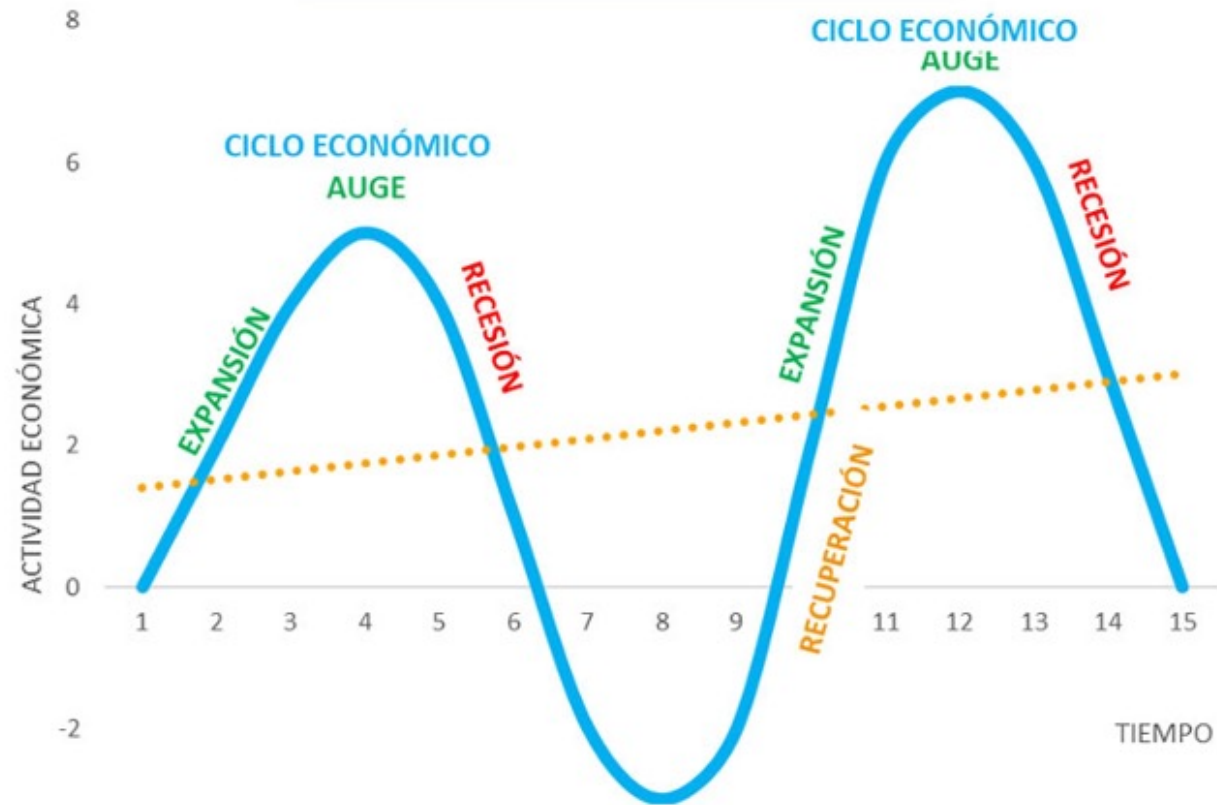


# Ciclo

- El ciclo corresponde a oscilaciones de corto plazo alrededor de una media o tendencia.
- Estas fluctuaciones usualmente se deben a condiciones económicas.
- No tienen una duración fija.



# Ciclo



# Filtro de Hodrick y Prescott: ciclo y tendencia.

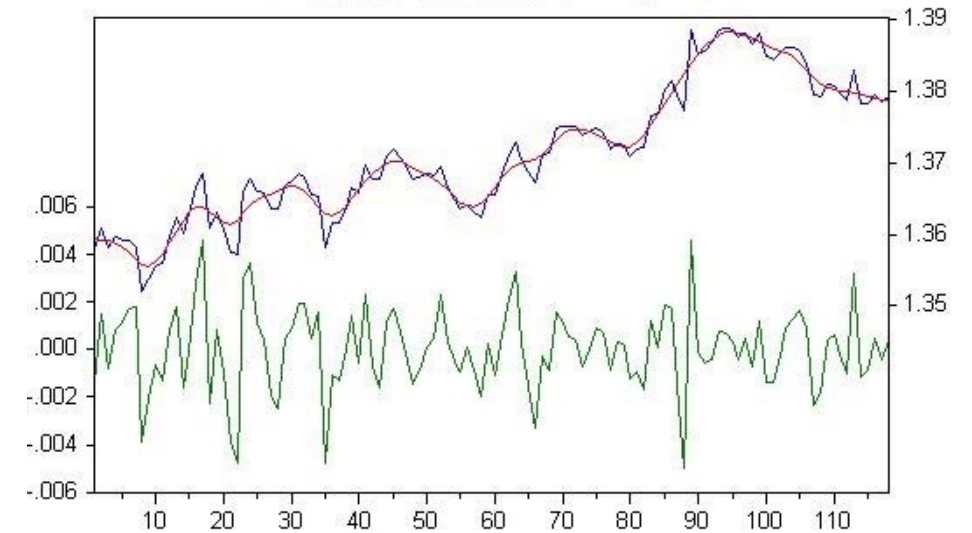
- **Objetivo:** Separar la tendencia y el ciclo.

Supuesto de que la serie original tiene las componentes de tendencia y ciclo, la serie suavizada es una estimación de la tendencia y la diferencia con la original es una estimación de la componente cíclica.

- Tratamiento de los datos: Logaritmo
- Ejemplo:  $y_t = \ln(\text{PIB})$
- $y_t = \tau_t + c_t$
- $c_t = y_t - \tau_t$

**Problema:** no sirve para pronóstico debido a qué es el resultado de una minimización que se ajusta en función de los datos.

**Solución:** Modelar el ciclo como proceso AR



$$\min_{\tau} \left( \sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2 \right)$$

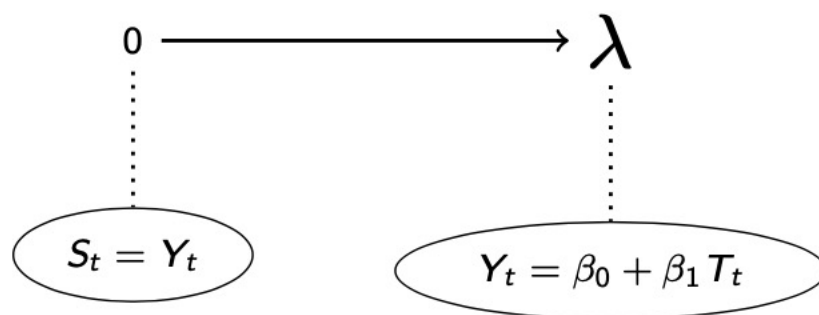
$$c_t = y_t - \tau_t \quad \frac{\tau_{t+1} - \tau_t}{\tau_t} \quad \frac{\tau_t - \tau_{t-1}}{\tau_{t-1}}$$

Si la tasa de crecimiento es cercana a cero, entonces

$$\text{Log } x_t - \text{Log } x_{t-1} \approx \frac{x_t - x_{t-1}}{x_{t-1}}$$



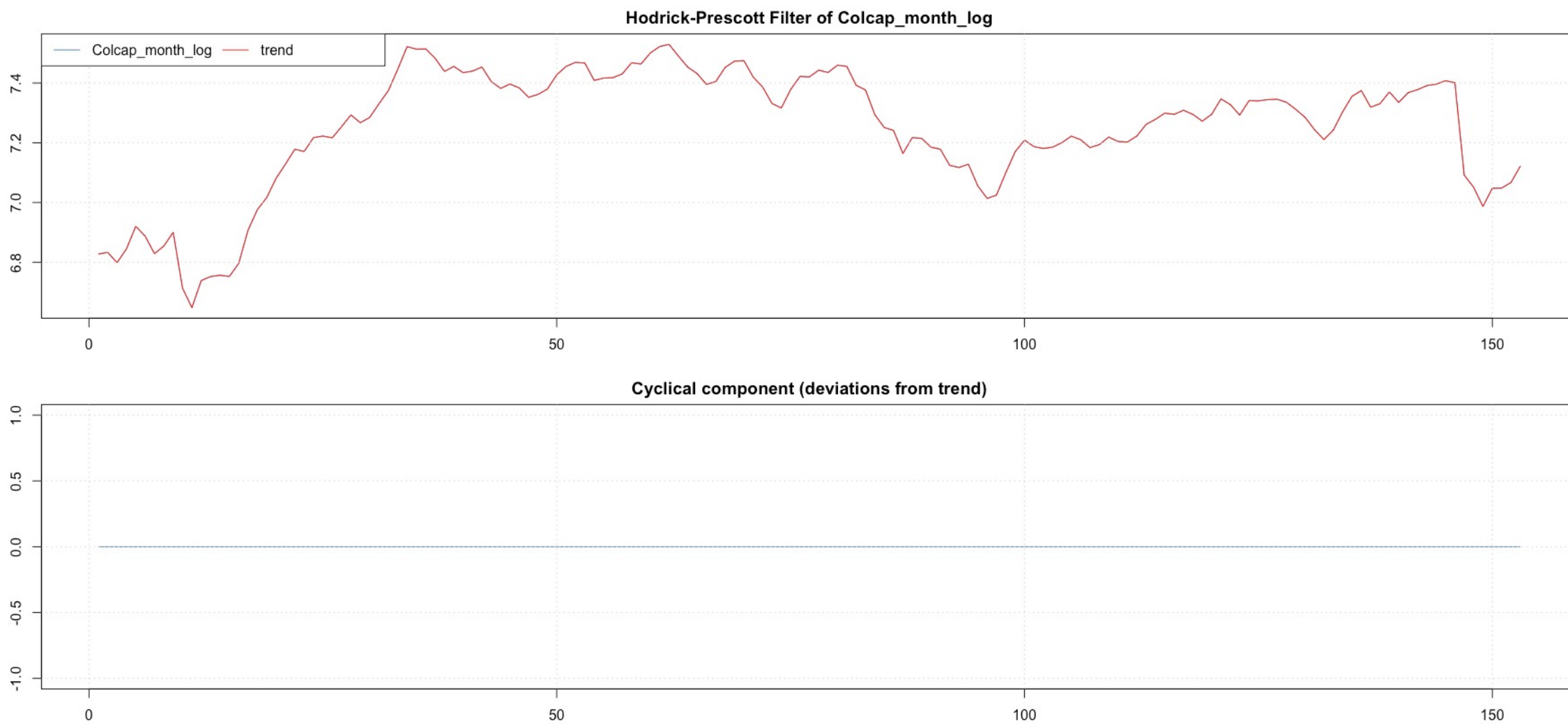
$\lambda$  es un parámetro de atenuación



Aual	100
Trimestral	1600
Mensual	14400

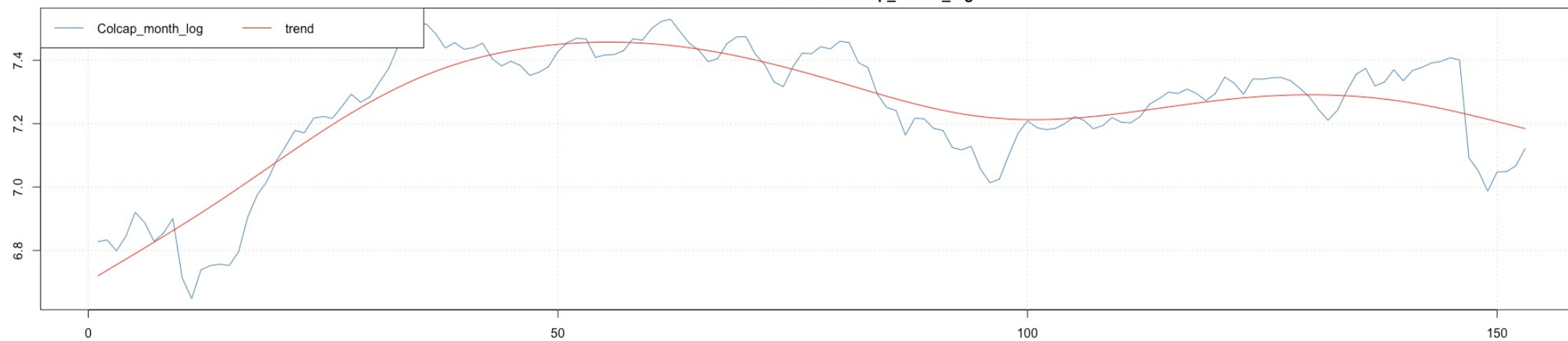
Cuadro: Valores sugeridos para  $\lambda$ .

$$\lambda = 0$$

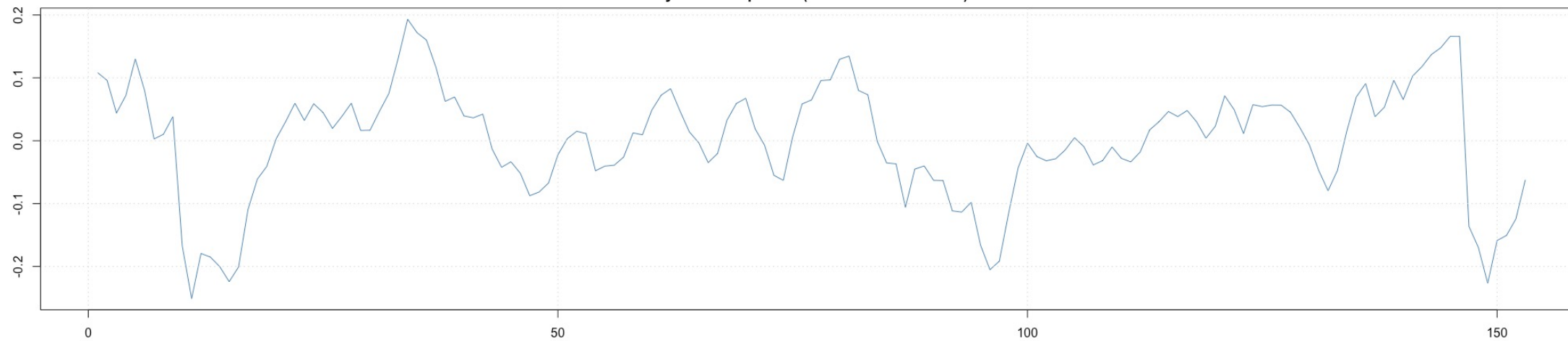


$$\lambda = 14400$$

Hodrick-Prescott Filter of Colcap\_month\_log



Cyclical component (deviations from trend)



# Estacionalidad

$$y_t = S_t + \varepsilon_t$$

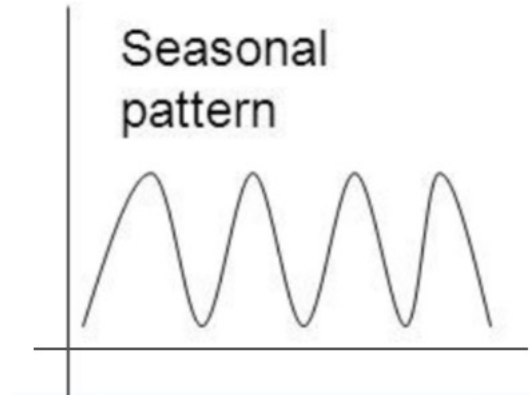
- El componente estacional corresponde a movimientos que ocurren periódicamente.
  - Producida por factores vinculados a algún periodo de tiempo (por ejemplo tecnológicos, preferencias o instituciones)
- Estacionalidad determinística y estocástica



# Estacionalidad

El componente estacional determinístico está dado por:  
Teniendo en cuenta que:

$$S_t = \sum_{i=1}^s \rho_i D_i$$



- $s=4$  si es trimestral
- $s=12$  si es mensual
- $s=52$  si es semanal

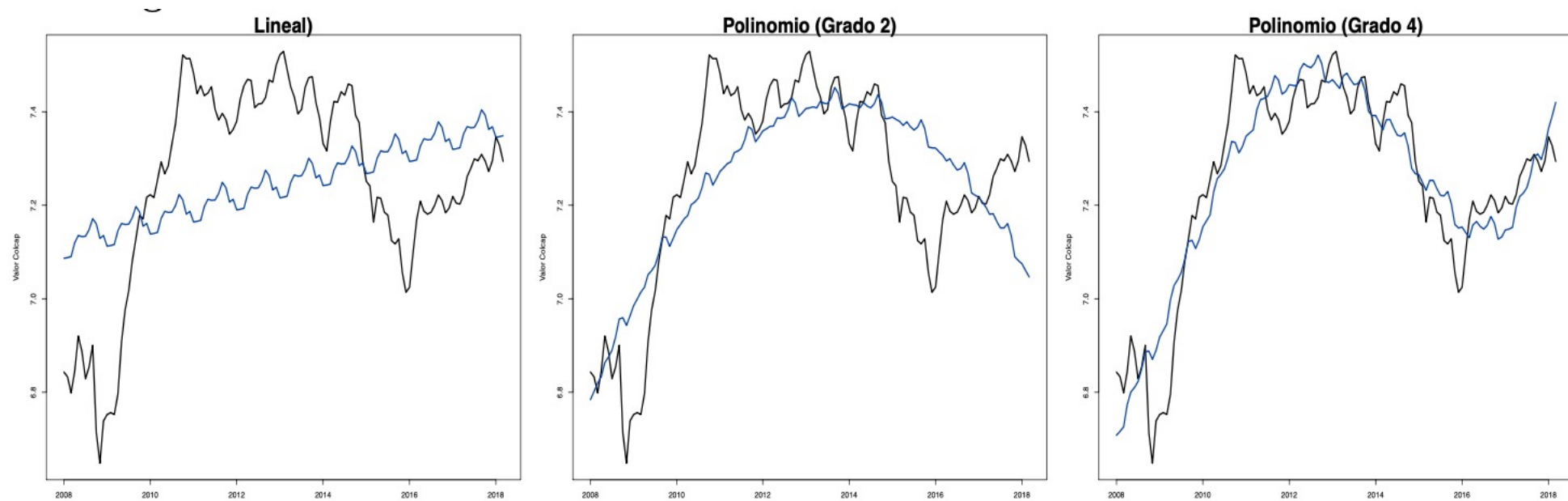
# Estacionalidad

El componente estacional determinístico está dado por:  
Teniendo en cuenta que:

$$S_t = \sum_{i=1}^s \rho_i D_i$$

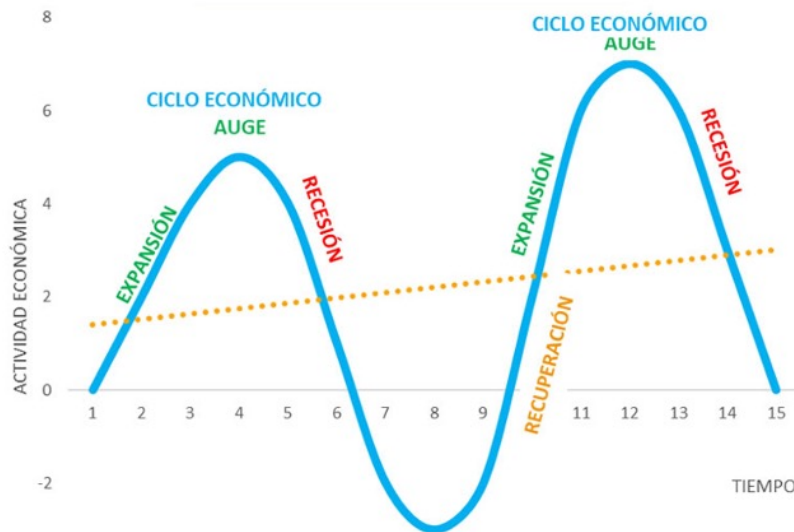
- $\rho_i$  son conocidos como los factores estacionales
- Hacen un resumen del patrón estacional en el año
- En ausencia de estacionalidad, los  $\rho_i$  son iguales
- la variación determinística estacional es perfectamente predecible

# Estacionalidad



# Ciclo vs Estacionalidad

**Ciclo:** Picos máximos y mínimos en distintos períodos.



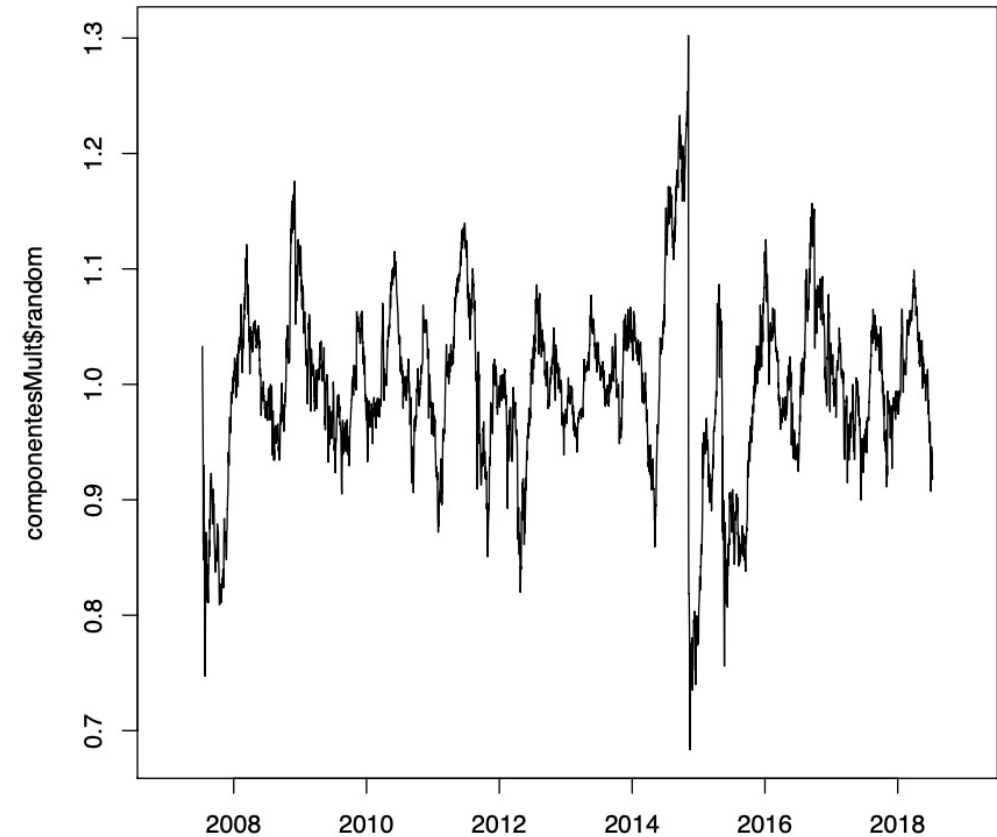
**Estacionalidad:** Picos máximos y mínimos siguen un patrón.





# Residuo

- El residuo se debe a fenómenos externos impredecibles de índole natural o económica.
- No tiene una forma definida.
- Sus movimientos son desiguales e impredecibles en el tiempo.



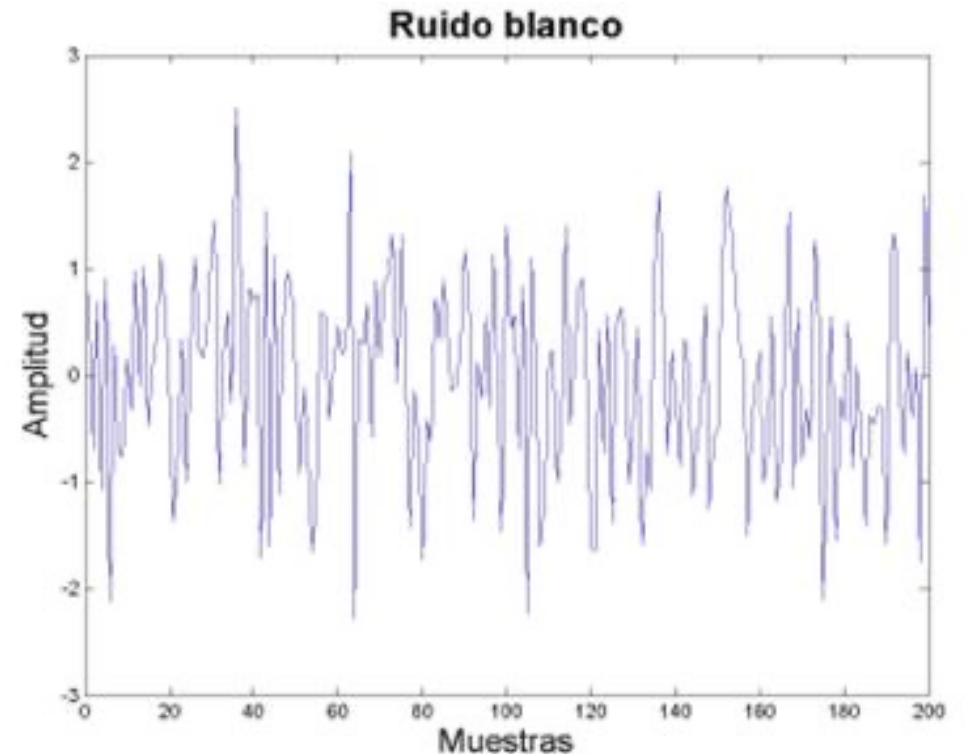
# Residuo

Los residuos no son observables, pero puede estimar cómo

$$\varepsilon = y - \hat{y}$$

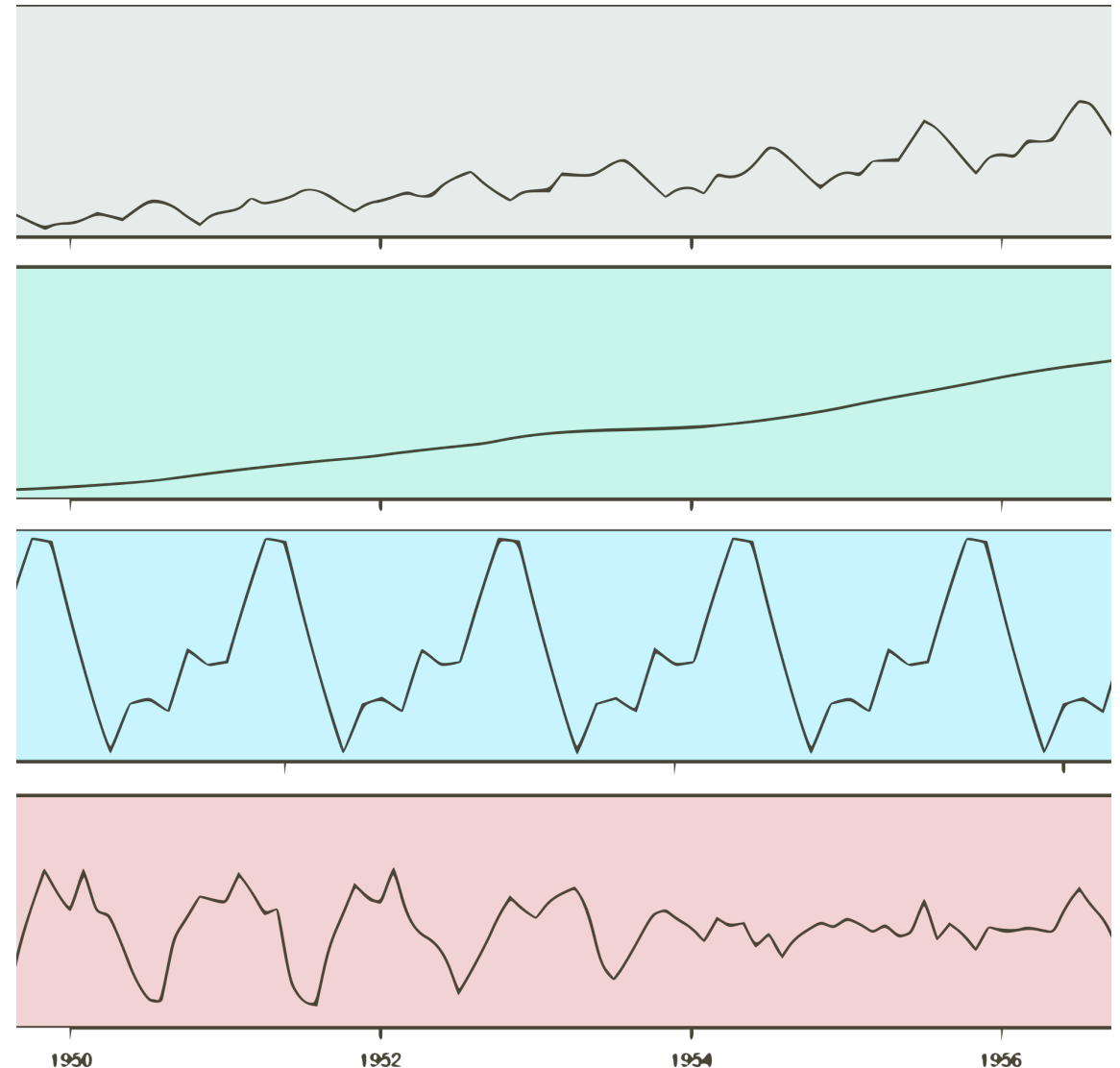
El error es todo lo que no captura el modelo y no puede ser explicado. El mundo ideal es que el residuo sea completamente estocástico y sea ruido blanco.

En el caso en el que esto no se cumpla, quiere decir que existe una parte determinística en el error que se podría incorporar en el pronóstico.



# Objetivo Pronóstico

- Para pronosticar una serie de tiempo con estacionalidad, tendencia y ciclo se debe parametrizar cada uno de los componentes de la descomposición y al final juntarlos para obtener el pronóstico en h-periodos adelante.
- ¿Pero qué métricas se deben utilizar para poder seleccionar acertadamente el mejor modelo que se ajusta la serie?



# Índice

**Descomposición de series de tiempo**

**Tendencia, ciclo y estacionalidad**

**Criterios de información: AIC, BIC.**

**Distribuciones**

**Aplicación**

# Motivación

- ¿Cuáles son las consecuencias de seleccionar únicamente el modelo con el R cuadrado más alto? ¿Hay una mejor manera?
- Los criterios de información se pueden utilizar en una amplia variedad de pronósticos. ¿Cómo seleccionar entre estos?
- Examinar todas las posibles combinaciones de K regresores y a partir de unos criterios (AIC , BIC) seleccionar la mejor combinación.

# Motivación

- El  $R^2$  ajusta dentro de la muestra. Seleccionar un modelo bajo este criterio no significa que se produzcan buenos pronósticos por fuera de muestra.
- Incluir más variables en un modelo de pronóstico no mejorará necesariamente su desempeño de pronóstico por fuera de la muestra, aunque si mejorará el "ajuste" del modelo en información histórica.

# Motivación

- Se necesitan criterios de información que incorporen la información del pronóstico por fuera de la muestra.
- La mayoría de los criterios de selección se fundamentan en un modelo que incorpora el mínimo **error cuadrático medio (MSE) del pronóstico  $h=1$ , por fuera de la muestra.**
- Las diferencias entre los criterios de selección se deben principalmente a los grados de libertad que se utilizan para estimar un modelo.

# Criterios de información

## I. Criterio de información de Akaike (AIC)

$$AIC = -2\ln L + 2K$$

## II. Criterio de información Schwarz (SIC)

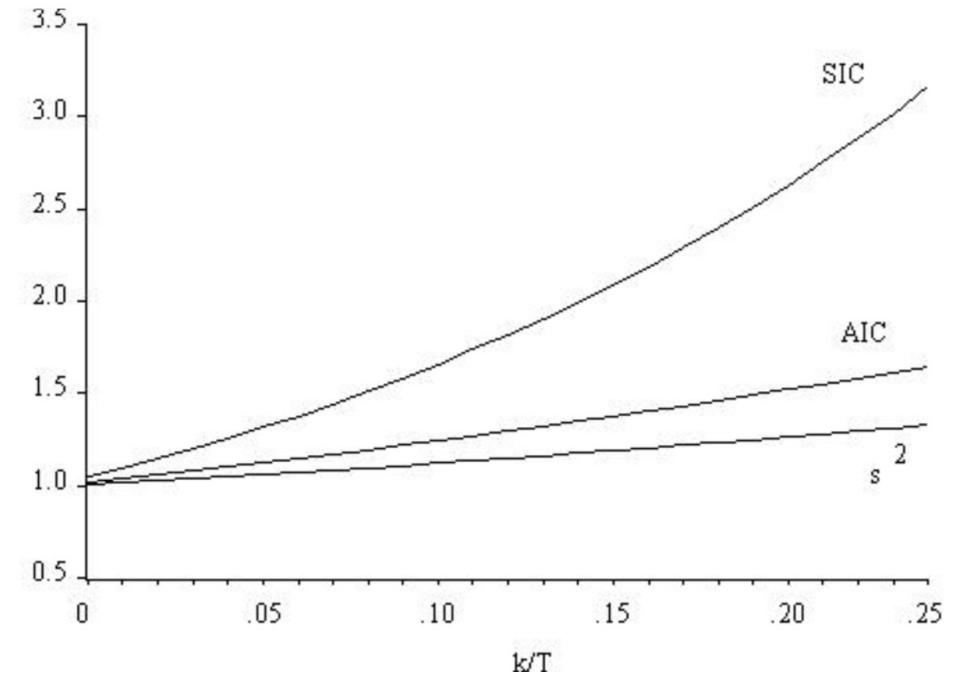
$$SIC = -2\ln L + K\ln T$$

- L es la función de máxima verosimilitud de las observaciones
- k el número de parámetros independientes estimados dentro del modelo.
- La primera parte puede ser interpretado como una medida de bondad de ajuste, mientras el segundo término es una penalización creciente conforme aumenta el número de parámetros.



# Criterios de información

- Este criterio no pretende identificar el modelo verdadero, sino el mejor modelo entre los modelos candidatos.
- Se escoge el candidato con menor valor.
- Casi siempre al examinar el AIC y el SIC, se selecciona **el mismo modelo**.



## Criterios de información

- I. La literatura recomienda que en igualdad de condiciones se seleccione el modelo más parsimonioso indicado por el SIC.
- II. Muchos autores recomiendan usar el modelo más parsimonioso que selecciona el BIC en igualdad de circunstancias (Diebold, 1999, pág. 75).

# Índice

**Descomposición de series de tiempo**

**Tendencia, ciclo y estacionalidad**

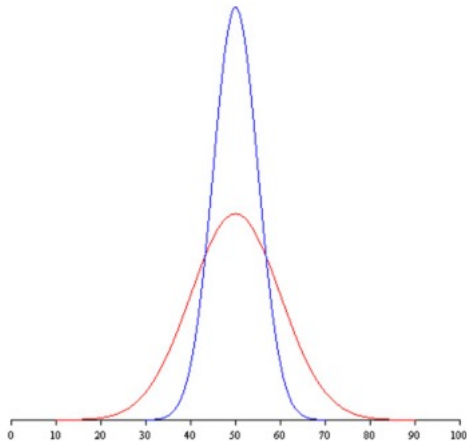
**Criterios de información: AIC, BIC.**

**Distribuciones**

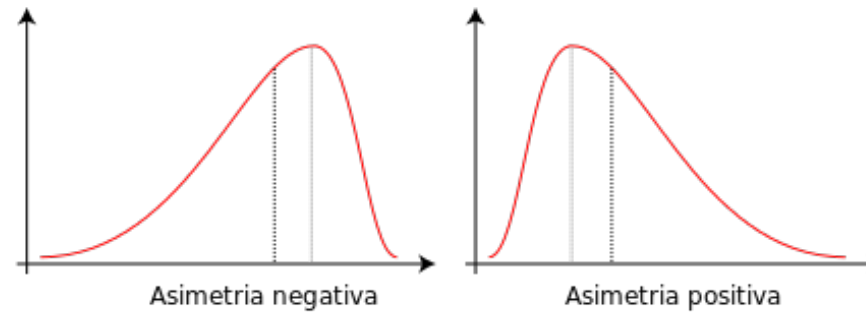
**Aplicación**

# Distribución de los datos

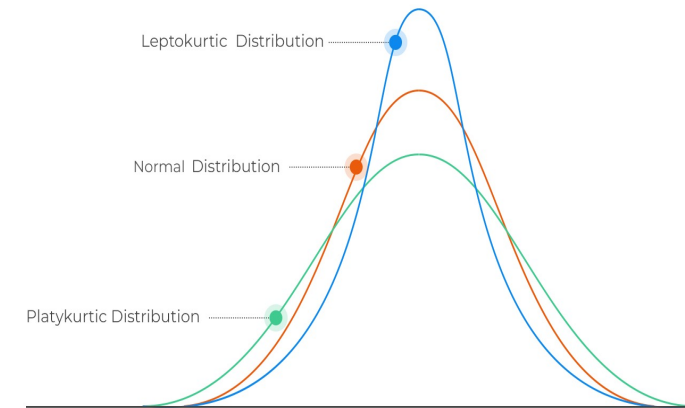
## Media y varianza



## Asimetria



## curtosis



# Distribución de los datos

**Objetivo:** Poder identificar desde qué tipo de distribución es generado los datos.

**Pruebas de hipótesis para ajuste de distribución.**

- Kolmogorov–Smirnov
- Jarque–Bera
- Shapiro–Wilk

**Uso:**

Objetivo: Evaluar la distribución de los errores

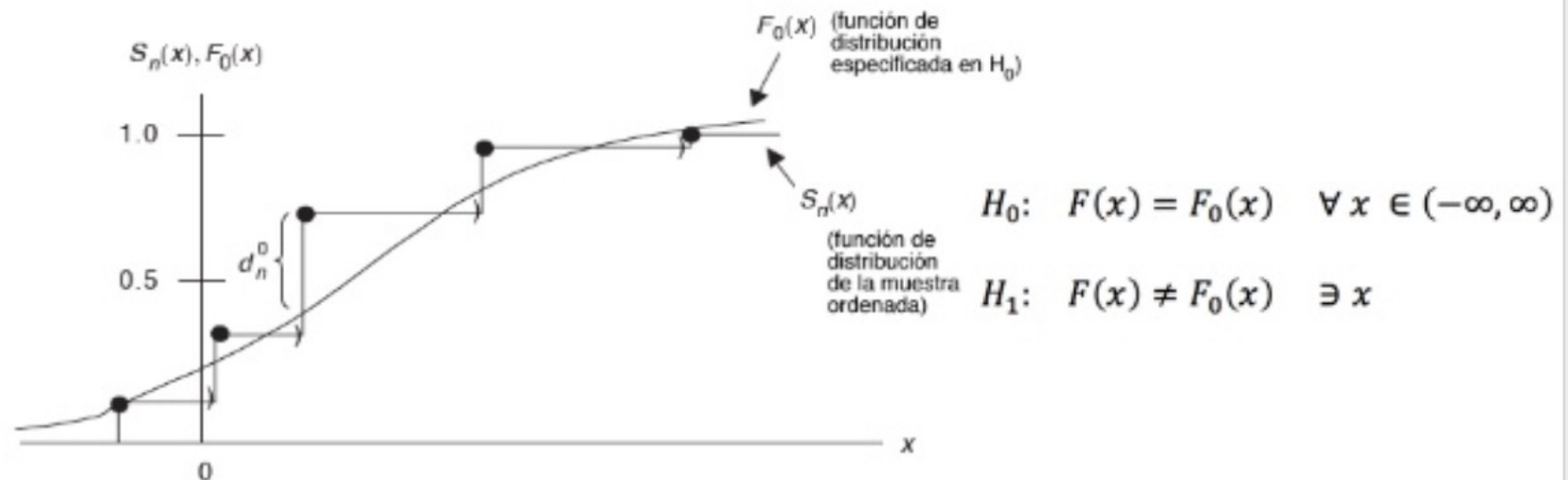
# Kolmogorov-Smirnov

**Objetivo:** La prueba de Kolmogorov-Smirnov evalúa la concordancia existente entre la distribución de un conjunto de datos (muestra) y una distribución teórica específica

**Pregunta a responder:** Proviene las observaciones de la muestra de alguna distribución hipotética

**Hipótesis nula:** Se distribuye como la de referencia.

**Hipótesis alternativa:** No se distribuye como la de referencia.



# Jarque–Bera

**Objetivo:** probar si una muestra  $X_1, X_2, \dots, X_n$  proviene de una distribución normal mediante el estudio de la asimetría ( $s=0$ ) y la curtosis ( $c=3$  normal)

## Test de Jarque-Bera

$$JB = \frac{n - k + 1}{6} \left( S^2 + \frac{1}{4} (C - 3)^2 \right) \sim X^2 \text{ con 2 gl}$$

$S$  : Asimetría

$C$ : Curtosis

$N$  = observaciones

$K$  = número de regresores

$H_0$ : Los datos vienen de una distribución normal.

$H_a$ : Los datos no vienen de una distribución normal.

# Shapiro–Wilk

**Objetivo:** probar si una muestra  $X_1, X_2, \dots, X_n$  proviene de una distribución normal

- Test de Shapiro Wilk
  - $W = \frac{\sum_{i=1}^N (a_i * x_{(i)})^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$
  - $a = \frac{m^T * V^{-1}}{C}$ ,  $C = m^T * V^{-1} * V^{-1} * m^T$
  - $m^T$  son los valores esperados de la distribución
  - $V$  es la matriz de varianza-covarianza

$H_0$ : Los datos vienen de una distribución normal.

$H_a$ : Los datos no vienen de una distribución normal.



# Aplicación de distribuciones en finanzas

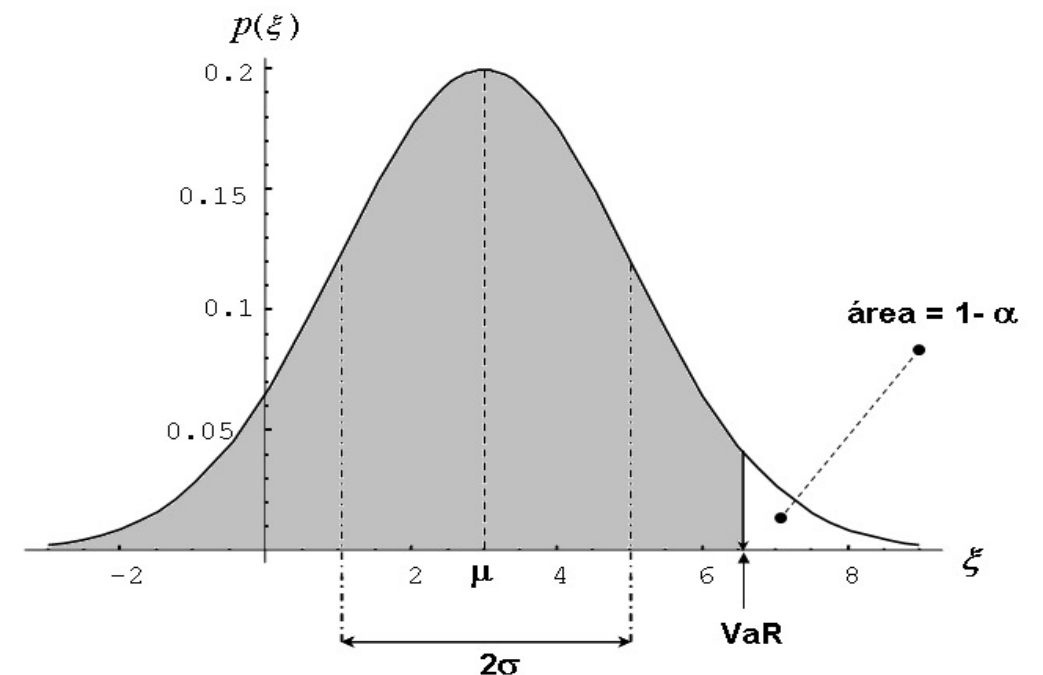
## Riesgo de mercado

Referido a la posibilidad de que las entidades incurran en **pérdidas asociadas a la disminución del valor de sus portafolios**, las caídas del valor de las **carteras colectivas o fondos** que administran, por efecto de cambios en el precio de los instrumentos financieros en los cuales se mantienen posiciones dentro o fuera del balance. (SFC, 2007)



# Valor en Riesgo (VaR)

- **VaR** es el percentil de la distribución de probabilidad al término del horizonte de gestión, en  $T + h$ ; distribución que hoy (en  $T$ ) desconocemos.
- El **VaR** corresponde a la máxima pérdida posible en el  $\alpha \times 100\%$  de los mejores escenarios, o de forma equivalente a la mínima pérdida posible en el  $(1 - \alpha) \times 100\%$  de las pérdidas más grandes.
- **Objetivo:** El administrador de riesgo tiene la idea de que la pérdida en su inversión no excederá el **VaR** con probabilidad  $\alpha$ .

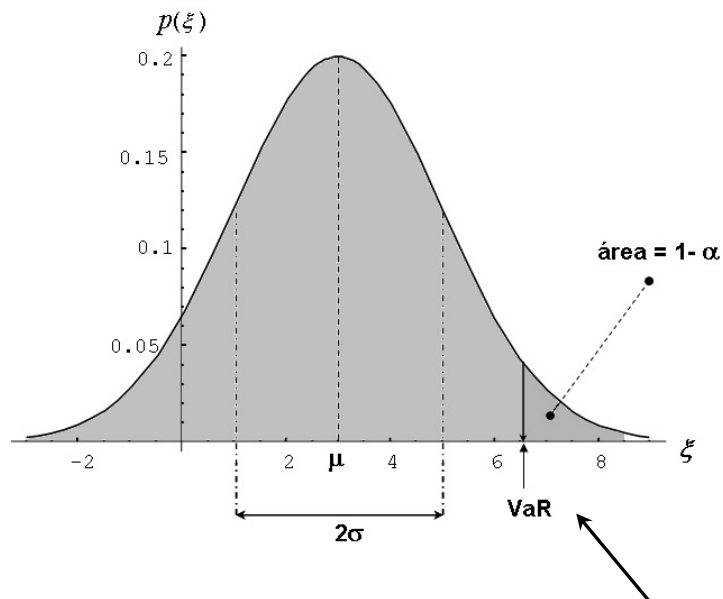


# VaR condicional (CVaR)

CVaR: promedio de las pérdidas que superan el VaR.

$$ES_{\alpha}(X) = E[X \mid X \geq VaR_{\alpha}(X)]$$

$$ES_{\alpha}(X) = \frac{1}{1-\alpha} \int_{\alpha}^1 VaR_{\beta}(X) d\beta$$



➤ Si  $L \sim N(\mu, \sigma)$ ,

$$ES_{\alpha}(L) = \mu + \frac{\sigma}{1-\alpha} \phi(\Phi^{-1}(\alpha))$$

donde  $\Phi$  es la distribución (acumulada) de una variable normal estándar, y  $\phi$  es su densidad

# Interpretación: Valor en Riesgo (VaR)

El analista de la empresa ACME calculo un VaR al 5% a un mes. Encontró que VaR al 5% a un mes es de 10 millones de pesos. ¿Cuál es la interpretación de este valor?



**Resultado:** Significa que existe un 5% de probabilidad de perder en un mes 10 millones de pesos, y un 95% de que la pérdida sea menor a 10 millones.

# Metodología

- Histórica (no paramétrica):
  - Distribución de pérdidas
- Simulación (paramétrica):
  - Normal:  $L_t \sim N(\mu, \sigma^2)$  (*i. i. d*)
  - ARMA
  - Volatilidad:
    - EWMA
    - Garch

## Ejercicio 3: Calculo VaR Histórico

¿Qué se necesita?

- Portafolio de inversión.
- Precios observados. (Diarios)
- Fecha de valoración.
- Nivel de confianza.
- Número de días de historia que se quieren usar para calcular el VaR.

## Ejercicio 3: Calculo VaR Histórico

Utilizando el siguiente portafolio:

Empresa	Acciones
Bancolombia	10000
Celsia	5000
Cemargos	5000
Cemex	3000
Corficol	3000
Exito	10000
Grupo Argos	3000
Avianca	4000
Ecopetrol	20000
Nutresa	6000

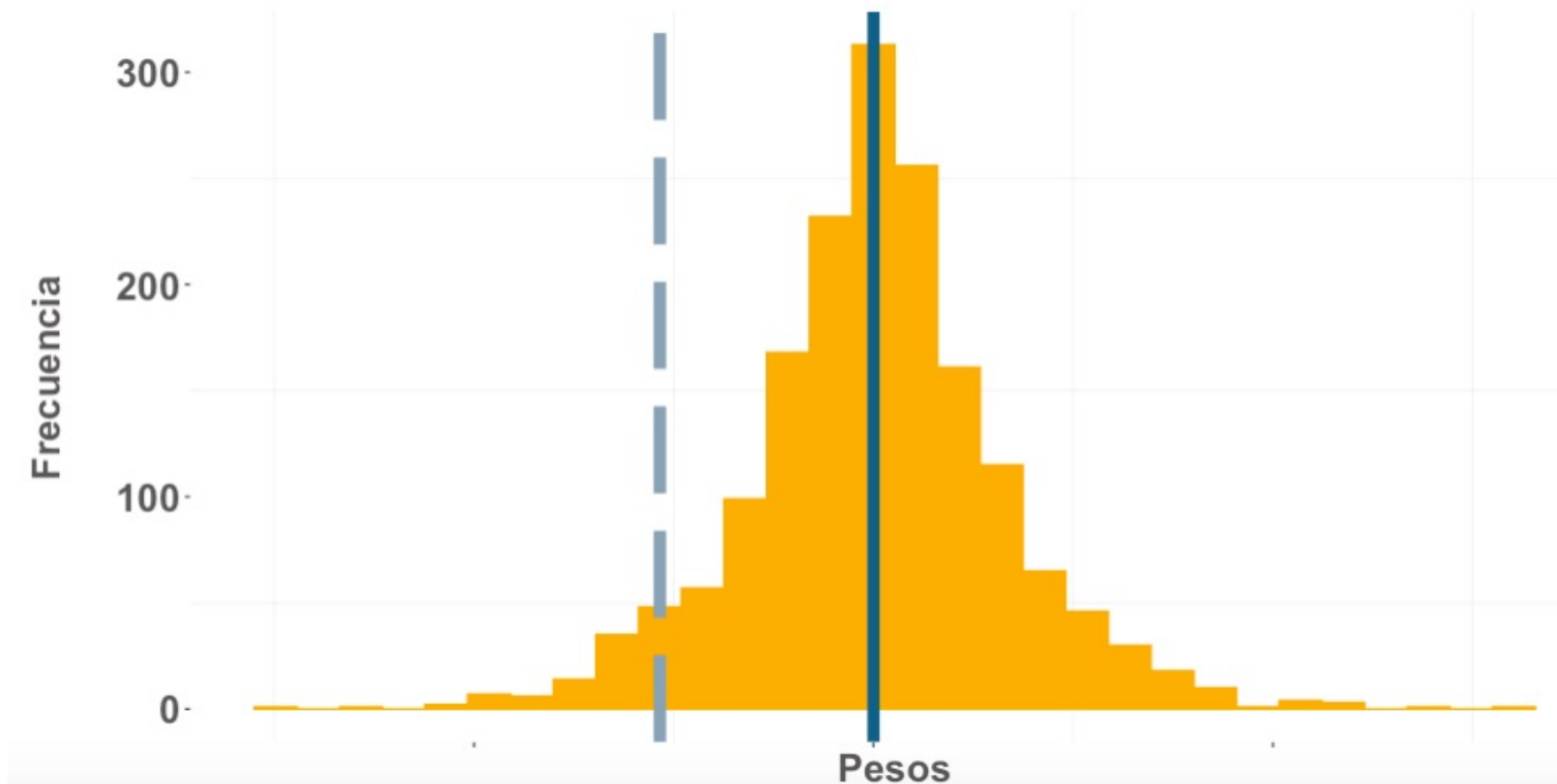
Encuentre el VaR histórico a un día para las 10 acciones del portafolio. Utilice como fecha de análisis el 9 de octubre del 2019. Utilice un nivel de significancia  $\alpha = 5\%$ .

# Mapa de ruta – VaR portafolio

- Paso 1: Cargar precios históricos de las acciones. (Historia.xlsx)
- Paso 2: Cargar portafolio de acciones (Portafolio.xlsx)
- Paso 3: Valor portafolio → Histórico Precios x Nocional de cada acción
- Paso 4: Sumar sobre las filas para obtener el valor total de portafolio en cada periodo.
- Paso 5: Distribución de los retornos sobre el valor total del portafolio.
- Paso 5: Calcular Var 5% porcentual: percentil → distribución histórica de cada acción.
- Paso 6: Calcular Var 5% niveles.



# Resultados - Portafolio



# Gracias



quantil

matemáticas aplicadas