## Física Estadística Computacional

# Muestreo Metropolis Montecarlo - 1° cuatrimestre 2019

### Problema 1: Importance Sampling

- (a) Utilice el algoritmo de Metropolis para muestrear la distribución normal en una dimensión. Estudie el porcentaje de aceptación de movimientos y la función correlación en función del tamaño del paso de exploración  $\delta$ .
- (b) Use el muestreo generado para calcular

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dx \ x^2 e^{-x^2/2} \tag{1}$$

Estudie la dependencia del resultado con el tiempo de termalización y con el tamaño del muestreo.

### Problema 2: Ising 2D por medio de Metropolis

Considere un arreglo cuadrangular de spines  $s_i=\pm 1$  con condiciones periódicas de contorno. El hamiltoniano del sistema está dado por

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} s_i s_j - B \sum_i s_i \tag{2}$$

- (a) Si J=0 el hamiltoniano se reduce a la interacción de espines independientes en un campo magnético externo. Obtenga las soluciones analíticas para las variables termodinámicas en este caso y compare con los resultados de las simulaciones.
- (b) Estudie el comportamiento del sistema en una red de  $32 \times 32$ , para B = 0 y  $J \in [0.1, 0.6]$ . Estime en cada caso la frecuencia de sampleo adecuada para cada constante de acoplamiento empleada. Muestre que las correlaciones se hacen más importantes al acercarse al punto crítico.
- (c) Estudie el comportamiento del sistema para diversos tamaños de red. Analice los efectos producidos por tamaño finito (use B = 0 y  $J \in [0.1, 0.6]$ ).
- (d) Explore la termodinámica del modelo para el caso antiferro (J < 0) con B finito.
- (e) Haga lo propio para un modelo en el cual cada spin  $s_i$  interactúa ferromagnéticamente con sus primeros vecinos y antiferromagnéticamente con sus cuatro segundos vecinos (diagonales). Explique el fenómeno de frustración.

#### Problema 3: Ising 2D por medio de algoritmos alternativos

(a) El algoritmo baño térmico consiste en fijar un dado spin al valor +1 con probabilidad  $(1+g)^{-1}$ , y -1 con probabilidad  $g(1+g)^{-1}$  con  $g=\exp[2(Jf+B)]$ . Verifique que este algoritmo es equivalente al algoritmo de Glauber con probabilidad de transición

$$T(S \to S') = \frac{\omega(S')}{\omega(S') + \omega(S)} = \frac{1}{1 + \exp(\beta \Delta E)}$$
(3)

y por lo tanto produce un buen muestreo de configuraciones.

(b) Explique qué mejoras realiza el algoritmo de Swemsem-Wang para sobrellevar el problema de critical slowing down, presente cuando nos acercamos a  $T_c$ .