MATEMATICA 3 – 1° CUATRIMESTRE 2022
2° PARCIAL – FLOTANTE - ambos turnos

Apellido y nombre:... **N° de alumno:** ....
Carrera: ....

1) Un estudio demostró que los tiempos de vida de cierta clase de baterías de automóvil se distribuye normalmente. Con el fin de estudiar su duración, se consideró una muestra formada por 10 baterías, obteniéndose las siguientes duraciones observadas:

1456, 1478, 1467, 1350, 1460, 1376, 1410, 1330, 1421, 1423

a) Obtener una estimación puntual y un intervalo de confianza al nivel de confianza del 90% para la media de la población.

b) El fabricante afirma que su duración en promedio es superior a 1400 horas. Con los datos que tenemos, ¿podemos probar dicha afirmación?. Determinar el p-valor.

2) Una central lechera compra leche a varios proveedores. La central sospecha que algunos ganaderos añaden agua a la leche para aumentar sus beneficios. El exceso de agua se puede detectar midiendo el punto de congelación de la leche. La temperatura de congelación de la leche natural varía normalmente con una media de $\mu = -0.545°C$ y una desviación estándar $\sigma = 0.008°C$. La adición de agua aumenta la temperatura de congelación y la acerca a 0°C, el punto de congelación del agua. El director del laboratorio de la central lechera determina la temperatura de congelación de cinco lotes consecutivos de leche procedentes de un mismo proveedor y encuentra una media muestral de - 0.535°C. ¿Estos resultados constituyen una buena evidencia de que el proveedor está añadiendo agua a la leche? Plantear el test de hipótesis adecuado, dar el p-valor asociado a la prueba y redactar las conclusiones que obtenga.

3) Para comparar la eficiencia de dos compiladores de Pascal, se seleccionaron al azar 10 programas y se ejecutaron con cada uno de los compiladores. Los tiempos de ejecución, en segundos, vienen dados en la siguiente tabla:

Programa	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Compilador I	4.2	4.7	4.6	3.8	2.7	3.6	4.2	4.5	3.9	4.1
Compilador II	4.3	3.9	3.3	3.5	2.7	3.1	3.3	4.7	4.2	3.7

Asumiendo que la diferencia de los tiempos de ejecución es normal:

a) ¿Los tiempos de ejecución de ambos compiladores son iguales?. Utilice $\alpha = 0.05$.

b) Se desea estudiar si el tiempo medio de ejecución del Compilador I supera al del Compilador II en 0.05 segundos. Realice un test con $\alpha = 0.05$.

4) Los tiempos de ejecución (en segundos) de 20 trabajos procesados por un centro de cálculo han resultado ser

10 19 90 40 15 11 32 17 4 152 23 13 36 101 2 14 2 23 34 15

a) Calcular la media y la desviación estándar muestrales.

b) Obtener intervalos de confianza al 90% para la media y la varianza del tiempo de ejecución de un trabajo, suponiendo que esta variable aleatoria tiene distribución normal.

5) El tiempo de acceso al disco duro en un cierto modelo de ordenadores es una variable aleatoria con media 15 milisegundos. Se ha propuesto una modificación técnica con objeto de disminuir este tiempo de acceso. Se prueba el nuevo sistema en 30 ordenadores obteniéndose una media muestral de 14 ms. y una desviación estándar muestral de 2.286.

¿Hay suficiente evidencia estadística, al nivel 0.05, a favor de la hipótesis de que el nuevo modelo disminuye el tiempo de acceso?

Flotante (2^{do} parcial)
2/8/22

1) X_i = "duración de la batería i" (hs) $i = 1, \dots, m$
$m = 10$ $\qquad X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$

a) $\boxed{\overline{X} = 1417,1}$ $\qquad S = 51,02385$ $\qquad 1-\alpha = 0,90$
$\frac{\alpha}{2} = 0,05$

$IC(\mu) = \overline{X} \mp t_{\alpha/2, n-1} \frac{S}{\sqrt{m}}$ $\qquad t_{0,05}(9) = 1,833$

$[1387,52 \; ; 1446,675774]$

b) $H_0: \mu = 1400$ $\qquad H_1: \mu > 1400$

p-valor $= P(T > t_{observado})$

Estadístico de prueba:
$T = \frac{\overline{X} - 1400}{S/\sqrt{m}} \sim t_{n-1}$ bajo H_0.

$t_{observado} = 1,05979$

- p-valor $= P(T > 1,059)$ $\qquad$ Queda acotado por tabla

$0,1 < \text{p-valor} < 0,25$

Conclusión: No tengo evidencia suficiente para rechazar H_0, no puedo afirmar que la duración media supera 1400hs

2) X_i = "temperatura de congelación de la leche en el lote i" (°C) $i = 1, \dots, m$ $\qquad m = 5$

$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\qquad \sigma = 0,008°C$ $\qquad \overline{X} = -0,535$

- $H_0: \mu = -0,545$ $\qquad$ - $H_1: \mu > -0,545$

p-valor $= P(Z > z_{observado})$

Estadístico de prueba:
$Z = \frac{\overline{X} - (-0,545)}{0,008/\sqrt{5}} \sim N(0,1)$ bajo H_0

$z_{obs} = \frac{(-0,535 + 0,545)\sqrt{5}}{0,008} = 2,795$

NOTA

- p-valor $= P(Z > 2,795) = P(Z > 2,8) = 0,00256$

Conclusión: como p-v $< 0,05$, rech H_0. Puedo afirmar que agrega agua a la leche

3) X_i = "tiempo de ejecución del programa con el compilador I" $i = 1, ..., m$ $E(X_i) = \mu_1$

Y_i = " compilador II" $m = 10$

$E(Y_i) = \mu_2$

$D_i = X_i - Y_i \sim N(\mu_d; \sigma_d^2)$ $\mu_d = \mu_1 - \mu_2$

Muestras apareadas

a) $H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

$H_0: \mu_d = 0$ $H_1: \mu_d \neq 0$

Test bilateral

$\alpha = 0,05$

- Test tradicional

$T = \dfrac{\bar{D} - 0}{S_d/\sqrt{m}} \sim t_{n-1}$ bajo H_0

"Rech H_0 si $|T| > t_{\alpha/2, n-1}$"

Datos: D_i = $-0,1$ $0,8$ $1,3$ $0,3$ 0 $0,5$ $0,9$ $-0,2$ $-0,3$ $0,4$

- $\bar{D} = 0,36$ - $S_d = 0,525357$

$T = \dfrac{0,36}{0,52} \cdot \sqrt{10} = 2,166$ $t_{0,025}(9) = 2,262$

$2,166 \not> 2,262$

No rech H_0 con $\alpha = 0,05$. No puedo afirmar que los tiempos medios de los compiladores difieren con $\alpha = 0,05$.

- otra manera: calcular el $IC(\mu_d)$ de nivel 95%

"Rech H_0 si $0 \notin IC(\mu_d)$"

HOJA Nº 2

FECHA

$$IC(\mu_d) = \overline{D} \mp t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{S_d}{\sqrt{m}}$$

$$\left[0{,}36 - 2{,}262 \cdot \frac{0{,}52}{\sqrt{10}} \; ; \; 0{,}36 + 2{,}262 \cdot \frac{0{,}52}{\sqrt{10}} \right]$$

$IC(\mu_d) = [-0{,}01195 \; ; \; 0{,}73579]$

Como $0 \in IC(\mu_d)$, no rech H_0 con $\alpha = 0{,}05$

No puedo afirmar que los tiempos medios difieren según el compilador

b) $H_0: \mu_d = 0{,}05$ $\quad H_1: \mu_1 > \mu_2 + 0{,}05$

$\mu_d > 0{,}05$

Est. de prueba: $T = \dfrac{\overline{D} - 0{,}05}{S_d/\sqrt{m}} \sim t_{n-1}$ bajo H_0

Rech H_0 si $T > t_{\alpha, n-1} = t_{0{,}05; 9} = 1{,}833$

$T = 1{,}865 > 1{,}833 \rightarrow$ Rech H_0 con $\alpha = 0{,}05$

Puedo afirmar que el tiempo medio del compilador 1 supera al del compilador 2 en 0,05 segundos con $\alpha = 0{,}05$

4) X_i: "tiempo de ejecución (seg) del trabajo i"

$i = 1, \ldots, m$ $\quad X_i \sim N(\mu; \sigma^2)$

a) $\overline{X} = 32{,}65$ $\quad S = 38{,}33958$

b) $IC(\mu)$ con $1 - \alpha = 0{,}9$

$IC(\sigma^2)$ con $1 - \alpha = 0{,}9$ $\quad t_{0{,}05; 19} = 1{,}729$

$$IC(\mu) = \overline{X} \mp t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{m}} =$$

$IC(\mu) = [17{,}827 \; ; \; 47{,}4727]$

$$IC(\sigma^2) = \left[\frac{(n-1)\, s^2}{\chi^2_{\alpha/2;\, n-1}} \;;\; \frac{(n-1)\, s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2;\, n-1}} \right]$$

$$\chi^2_{0,05;19} = 30,1435 \qquad \chi^2_{0,95;19} = 10,117$$

$$IC(\sigma^2) = \left[\frac{19 \cdot 1469,92}{30,1435} \;;\; \frac{19 \cdot 1469,92}{10,117} \right]$$

$$IC(\sigma^2) = [\, 926,5198 \;;\; 2760,556 \,]$$

5) X_i = "tiempo de acceso al disco duro del ordenador i" (ms) $i = 1, \dots, n$

$n = 30$ Distr. desconocida

$\bar{X} = 14$ $s = 2,286$

$\alpha \simeq 0,05$

$H_0: \mu = 15$ $H_1: \mu < 15$

Est. de prueba: $Z = \dfrac{\bar{X} - 15}{s/\sqrt{n}} \overset{TCL}{\approx} N(0,1)$ bajo H_0

"Rech H_0 si $Z < -z_\alpha$"

$$-2,3959 < -z_{0,05} = -1,645$$

Conclusión:
Rech H_0 con $\alpha \simeq 0,05$. Puedo afirmar que disminuye el tiempo de acceso con la nueva modificación con $\alpha \simeq 0,05$