

$$1) a) b(\hat{\mu}_1) = E(\hat{\mu}_1) - \mu = E(\bar{X}) - \mu = E\left(\sum_{i=1}^m \frac{x_i}{m}\right) - \mu \stackrel{\text{linealidad}}{=} \\ = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m E(x_i) - \mu = \frac{1}{m} m\mu - \mu = 0$$

$\therefore b(\hat{\mu}_1) = 0 \rightarrow \hat{\mu}_1$ es insesgado para μ

$$b(\hat{\mu}_2) = E\left(\frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{x_3}{3}\right) - \mu \stackrel{\text{linealidad}}{=} \frac{1}{2}(E(x_1) + E(x_2)) + \frac{1}{3}E(x_3) - \mu \\ = \frac{1}{2}2\mu + \frac{1}{3}\mu - \mu = \mu + \frac{1}{3}\mu - \mu = \frac{1}{3}\mu$$

$\therefore b(\hat{\mu}_2) = \frac{\mu}{3} \therefore \hat{\mu}_2$ no es insesgado para μ

$$b) ECH(\hat{\mu}_1) = V(\hat{\mu}_1) + [b(\hat{\mu}_1)]^2 = V(\bar{X}) + 0^2 = V\left(\sum_{i=1}^m \frac{x_i}{m}\right)$$

$$\stackrel{\text{prop de varianzas e independencia}}{=} \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m V(x_i) = \frac{m V(x_1)}{m^2} = \frac{\sigma^2}{m}$$

$$ECH(\hat{\mu}_2) = V(\hat{\mu}_2) + [b(\hat{\mu}_2)]^2 = V\left(\frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{x_3}{3}\right) + \left(\frac{\mu}{3}\right)^2 =$$

$$\stackrel{\text{independencia}}{=} \frac{1}{4}(V(x_1) + V(x_2)) + \frac{1}{9}V(x_3) + \frac{\mu^2}{9} = \frac{2\sigma^2}{4} + \frac{\sigma^2}{9} + \frac{\mu^2}{9} =$$

$$\text{y prop de varianzas} = \frac{\sigma^2}{2} + \frac{\sigma^2}{9} + \frac{\mu^2}{9} = \frac{11\sigma^2}{18} + \frac{\mu^2}{9}$$

2) X_i : "nº de terminales de una universidad conectadas a internet en el día i" $i=1, \dots, m$

$$X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$\bar{X} = 1020,9 \quad S = 215,7427562$$

$$a) 1 - \alpha = 0,95 \quad IC(\mu) = \bar{X} \pm t_{\alpha/2, (n-1)} \cdot \frac{S}{\sqrt{m}}$$

$$1020,9 \pm 2,093 \cdot \frac{215,7427}{\sqrt{20}}$$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{m}} \sim t_{n-1}$$

$$[919,93 ; 1121,8695]$$

2) b) $1 - \alpha = 0,95$

$$IC(\sigma^2) = \left[\frac{(m-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2, m-1}}, \frac{(m-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2, m-1}} \right]$$

$\chi^2_{0,025, 19} = 32,852$

$\chi^2_{0,975, 19} = 8,9065$

$$IC(\sigma^2) = \left[\frac{19 \cdot 215,74^2}{32,852}, \frac{19 \cdot 215,74^2}{8,9065} \right]$$

$$IC(\sigma^2) = [26919,329, 99293,078]$$

3) a) $X = \text{"n" de estudiantes que prefieren Microsoft e/m}$
 $X \sim B(m, p)$ $m = 200$ $\hat{p} = \frac{X}{m} = \frac{30}{200} = 0,15$

$1 - \alpha \stackrel{TCL}{\approx} 0,99$

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{m}}} \stackrel{TCL}{\sim} N(0,1)$$

$$IC(p) = \hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{m}}$$

$$IC(p) = 0,15 \pm 2,576 \sqrt{\frac{0,15 \cdot 0,85}{200}}$$

$$IC(p) = [0,0849, 0,215]$$

b) $1 - \alpha \approx 0,99$

$$\varepsilon = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{m}} \leq 0,03$$

$m ? \quad \hat{p} = \frac{30}{200}$

$$\left(2,576 \frac{\sqrt{0,15 \cdot 0,85}}{0,03} \right)^2 \leq m$$

$$m \geq 941$$

4) $X_i = \text{duración de la batería } i \text{ del modelo viejo}$
 $i = 1, \dots, m_1$ $m_1 = 6$ $X_i \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$

$Y_j = \text{"duración de la batería } j \text{ del modelo nuevo"}$
 $j = 1, \dots, m_2$ $m_2 = 5$ $Y_j \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$
 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$\alpha = 0,05$

$H_0: \mu_2 - \mu_1 = 800$

$H_1: \mu_2 > 800 + \mu_1$

$\mu_2 - \mu_1 > 800$

$(\mu_1 - \mu_2 < -800)$

Estadístico de prueba:

$$T = \frac{\bar{Y} - \bar{X} - 800}{S_p \sqrt{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}}} \sim t_{m_1+m_2-2} \text{ bajo } H_0$$

Regla de decisión

"Rech H_0 si $T > t_{\alpha, n_1+n_2-2}$ "

$$t_{obs} = 1,009 < t_{0,05}(9) = 1,833$$

cuentas:

$$S_p = \sqrt{S_p^2} = \sqrt{\frac{(m_1-1)S_1^2 + (m_2-1)S_2^2}{m_1+m_2-2}} = \sqrt{225 \cdot 222,2} = 474,5758$$

$$\bar{X} = 8950 \quad S_1 = 609,0976933$$

$$S_1^2 = 371000$$

$$\bar{Y} = 1040 \quad S_2 = 207,3644135$$

$$S_2^2 = 43000$$

Concl: No tengo evidencia suficiente para rech H_0 con $\alpha=0,05$. No puedo afirmar que la duración media del modelo nuevo es 800 hs superior que para el modelo viejo con $\alpha=0,05$.

5) X_i = "tiempo de impresión con la impresora A de la plantilla i"
 Y_i = " " " " " (seg) $E(X_i) = \mu_1$ $E(Y_i) = \mu_2$

$$D_i = Y_i - X_i \sim N(\mu_d, \sigma_d^2)$$

$$\mu_d = \mu_2 - \mu_1$$

Muestras apareadas

$$i=1, \dots, m \quad m=8$$

$$D_i = 6 \quad 4 \quad 5 \quad 5 \quad 10 \quad 9 \quad 7 \quad 6$$

$$\bar{D} = 6,5$$

$$S_d = 2,0701966$$

$$H_0: \mu_d = 5$$

$$H_1: \mu_2 > \mu_1 + 5$$

? la impresora B es 5 segundos más lenta

$$H_1: \mu_2 - \mu_1 > 5$$

$$H_1: \mu_d > 5$$

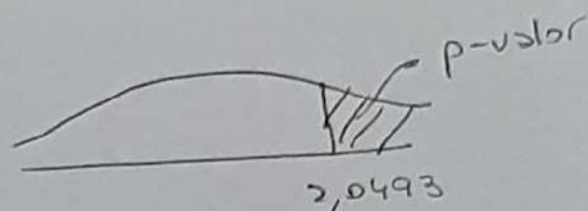
$$T = \frac{\bar{D} - 5}{S_d / \sqrt{m}} \sim t_{n-1} \text{ bajo } H_0$$

$$H_0: \mu_D = 5$$

$$H_1: \mu_D > 5$$

• $p\text{-valor} = P(T > t_{obs}) = P(T > 2,0493)$ Queda acotado

$$t_{obs} = \frac{6,5 - 5}{2,07/\sqrt{8}} = 2,0493$$



$$0,025 < p\text{-valor} < 0,05$$

Regla de dec.: "Rech H_0 si $p\text{-valor} < 0,05$ "

• Conclusión: Rech H_0 . Puedo afirmar que la impresora A es más de 5 segundos más rápida que la impresora B

MATEMÁTICA 3 - 1º CUATRIMESTRE 2022
2º PARCIAL - 2ª FECHA - TURNO TARDE

- 1) Sea X_1, X_2, X_3 una muestra aleatoria de una v.a. X con media μ y varianza σ^2 . Sean los estimadores puntuales de μ

$$\hat{\mu}_1 = \bar{X} \qquad \hat{\mu}_2 = \frac{X_1 + X_2}{2} + \frac{X_3}{3}$$

Obtener:

- a) el sesgo de cada estimador
 - b) los errores cuadráticos medios de cada estimador.
- 2) En 20 días lectivos y a la misma hora se ha observado el número de terminales de una universidad conectados a Internet. Los resultados son los siguientes
- 1027 1023 1369 950 1436 957 634 821 882 942
 904 984 1067 570 1063 1307 1212 1045 1047 1178
- Asumiendo que los datos provienen de una población normal se pide:
- a) Calcular el intervalo de confianza al 95% para el número medio de terminales conectados a Internet.
 - b) Calcular el intervalo de confianza al 95% para la varianza del número de terminales conectados a internet.
- 3) a) Se toma una muestra de estudiantes universitarios de informática y se les pregunta por su sistema operativo favorito, como resultado se obtiene que de 200 encuestados 30 prefieren el Microsoft. Si p es la proporción de preferencia del Microsoft entre los estudiantes de informática, calcule un intervalo de confianza al 99 % para p .
- b) Queremos estimar la proporción de preferencia del Microsoft, y deseamos estar al menos 99 % seguros que el error es como mucho de 0.03. ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra?
- 4) En una multinacional que se dedica a la venta de baterías para portátiles, se consideran dos modelos. El departamento de ingeniería ha realizado pruebas de duración para los modelos bajo condiciones de uso y recarga similares, que se recogen a continuación
- Modelo viejo: 8500 9500 9600 8400 9400 8300
 Modelo nuevo: 10000 9800 10300 9900 10200
- ¿Puede concluirse al nivel $\alpha = 0.05$ que la duración media del modelo nuevo es 800 horas superior que para el modelo viejo? Utiliza el test adecuado para responder la pregunta anterior. Asume normalidad y que sus varianzas no difieren.
- 5) Se quiere comparar la rapidez de dos modelos de impresora A y B. Los de la compañía A sostienen que su modelo es más de 5 segundos más rápido que la impresora modelo B de los rivales, respecto a tiempos medios de impresión. Se mide el tiempo de impresión de los dos modelos sobre una serie de 8 plantillas estándar y los resultados aparecen en la tabla siguiente:

	Plantilla							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Tiempo para A	20	25	22	23	19	21	18	20
Tiempo para B	26	29	27	28	29	30	25	26

Utilice el test adecuado para comprobar si este estudio confirma la afirmación de la compañía A. Utilice el p-valor. Suponga que la diferencia de los tiempos de las impresoras A y B sigue una distribución normal.