MATEMÁTICA 3 – 1° CUATRIMESTRE 2022
2° PARCIAL – 1° FECHA - TURNO TARDE

N° de alumno: .... **Carrera:**...........................

Apellido y nombre:...

1) La fabricación de grandes pantallas de cristal líquido (LCD) es difícil. Algunos defectos son menores y pueden removerse, otros no se pueden remover. El número de defectos no removibles para cada una de 20 pantallas son:

3 2 1 2 4 3 1 2 1 2 0 2 5 2 2 0 4 3 1 1

a) Suponga que el número de defectos por pantalla sigue una distribución Poisson con parámetro λ desconocido. Hallar el EMV de λ.

b) Hallar la estimación de λ para los datos dados.

c) Hallar la estimación de la probabilidad de que el número de defectos en una pantalla sea a lo sumo 1.

2) Para probar la eficacia de los empaques de protección, una compañía envió 1200 órdenes con un empaque ligero común y 1500 órdenes con un empaque de gran resistencia. De las órdenes enviadas con el empaque ligero, 20 llegaron deterioradas, mientras que de las órdenes enviadas con el otro empaque, 15 llegaron deterioradas. ¿Puede concluir que el empaque de gran resistencia reduce la proporción de órdenes deterioradas? . Decida con el p-valor.

3) Se afirma que una nueva dieta reducirá en 4.5 kg. el peso de un individuo, en promedio, en un lapso de dos semanas. Los pesos de 7 mujeres que siguieron esta dieta se registraron antes y después de un periodo de 2 semanas:

Mujer	1	2	3	4	5	6	7
Peso antes	58.5	60.3	61.7	69.0	64.0	62.6	56.7
Peso después	60.0	54.9	58.1	62.1	58.5	59.9	54.4

Calcule un intervalo de confianza de 95% para la diferencia media en el peso. Suponga que las diferencias de los pesos se distribuyen de forma normal. Utilizando dicho intervalo, ¿qué puede concluir sobre la nueva dieta?, ¿Cuál es el nivel de significancia del test?.

4) Un negocio de fotocopiado registra que en $n = 64$ casos el cartucho de la máquina fotocopiadora dura un promedio de 18300 copias con una desviación estándar de 2800 copias.

a) Obtenga un intervalo de confianza del 95 % para la media verdadera μ del número de copias antes de necesitar un nuevo cartucho para la fotocopiadora.

b) ¿se encuentra μ en el intervalo que obtuvo en la parte a)?, Explique.

5) En una muestra de 30 focos, la desviación estándar muestral de la duración de un foco es de 12.6 horas. Suponga que los datos provienen de una población normal.

a) Calcule un intervalo de confianza de 95% para la varianza de la duración del foco.

b) Calcule un intervalo de confianza de 95% para la desviación estándar de la duración del foco

1) X_i = "nº de defectos no removibles en la pantalla i" $i=1,\dots,m$ $m=20$ 6/7/22

$X_i \sim P(\lambda)$

a) EMV de λ

- $f(x_1,\dots,x_m,\lambda) \underset{\text{indep}}{=} f(x_1)\cdots f(x_m) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x_1}}{x_1!}\cdots\frac{e^{-\lambda}\lambda^{x_m}}{x_m!} =$

$= \frac{e^{-m\lambda}\lambda^{\sum x_i}}{\prod_{i=1}^{m} x_i!}$

- $\ln(f) = -m\lambda + \sum_{i=1}^{m} x_i \ln(\lambda) - \sum_{i=1}^{m}\ln(x_i!)$
- $\frac{d}{d\lambda}[\ln(f)] = -m + \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i}{\lambda} = 0 \rightarrow \boxed{\hat{\lambda} = \overline{X}}$

b) Estimación $\hat{\lambda} = \overline{x} = 2{,}05$

c) $P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) = e^{-\lambda} + e^{-\lambda}\lambda$

$\widehat{P(X\leq 1)} = \widehat{e^{-\lambda}+e^{-\lambda}\lambda} \underset{\uparrow}{=} e^{-\overline{x}} + e^{-\overline{x}}\,\overline{x} = \boxed{0{,}3926434}$

Invarianza

2) X = "nº de empaques ligero común deteriorados entre m_1"

$X \sim B(m_1, p_1)$ $m_1 = 1200$ $p_1 = ?$

Y = "nº de empaques de gran resistencia deteriorados entre m_2"

$Y \sim B(m_2, p_2)$ $m_2 = 1500$ $p_2 = ?$

X e Y independientes

$\widehat{p_1} = \frac{X}{m_1} = \frac{20}{1200}$ $\widehat{p_2} = \frac{Y}{m_2} = \frac{15}{1500}$

- H_0: $p_1 = p_2$ • H_1: $p_2 < p_1$

H_0: $p_1 - p_2 = 0$ H_1: $p_1 - p_2 > 0$ • Test unilateral

Estadístico de prueba:

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - 0}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \overset{TCL}{\approx} N(0,1) \text{ bajo } H_0$$

- p-valor $= P(Z > z_{obs}) = P(Z > 1{,}52) \overset{TCL}{\approx}$

$\underset{TCL}{\approx} \boxed{0{,}0643}$

$\hat{p} = \frac{X+Y}{n_1+n_2} = \frac{35}{2700}$ $\qquad z_{obs} = 1{,}52$

- **Regla de decisión:** Rech H_0 si p-valor $< 0{,}05$

- **Conclusión:** No tengo evidencia suficiente para rechazar H_0
  No tengo evidencia para decir que el empaque de gran resistencia reduce la proporción de órdenes deterioradas

3) X_i = "peso de la mujer i antes de la dieta" (Kgs)

Y_i = "peso de la mujer i después de la dieta" (Kgs)

$i = 1, \dots, m \quad m = 7$

$D_i = X_i - Y_i \sim N(\mu_d, \sigma_d^2)$ $\boxed{\text{M. pareadas}}$

$$IC(\mu_d) = \bar{D} \mp t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{S_d}{\sqrt{m}} \qquad 1-\alpha = 0{,}95$$

$\bar{D} = 3{,}55714$

$S_d = 2{,}776$

$t_{0{,}025}(6) = 2{,}447$

$$\boxed{IC(\mu_d) = [0{,}9896;\ 6{,}1246]}$$

Test

- $H_0: \mu_d = 4{,}5$ $\qquad$ - $H_1: \mu_d \neq 4{,}5$

- Regla: Rech H_0 si $4{,}5 \notin IC(\mu_d)$

concl: No tengo evidencia suficiente para afirmar que reduce el peso en 4,5 Kgs con $\alpha = 0{,}05$

2

6/9/22

4) X_i = "nº de copias con el cartucho i"
$i = 1, \ldots, n \quad n = 64$

Distr. desconocida $\quad E(X_i) = \mu \quad V(X_i) = \sigma^2$

$\bar{x} = 18300 \quad s = 2800$

a) $1 - \alpha \approx 0{,}95$

$IC(\mu) = \bar{x} \mp z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$IC(\mu) = 18300 \mp 1{,}96 \cdot \frac{2800}{\sqrt{64}}$

$\boxed{IC(\mu) = [17614 ; 18986]}$

b) No lo sabemos

El intervalo aleatorio fue construido con un 95% de probabilidad de que el verdadero parámetro μ esté en el intervalo

5) X_i = "duración del foco i" (hs)
$i = 1, \ldots, n \quad n = 30$

$X_i \sim N(\mu, \sigma^2) \quad s = 12{,}6$

a) $1 - \alpha = 0{,}95$

$IC(\sigma^2) = \left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2, n-1}} ; \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2, n-1}} \right]$

$\boxed{IC(\sigma^2) = [100{,}7448 ; 287{,}7525]}$

$\chi^2_{0{,}025}(29) = 45{,}7 \quad \chi^2_{0{,}975}(29) = 16$

b) $1 - \alpha = 0{,}95$

$IC(\sigma) = \left[\sqrt{100{,}7448} ; \sqrt{287{,}7525}\right]$
$= \boxed{[10{,}0369 ; 16{,}9632]}$