



Algoritmos y Estructura de Datos

Unidad N°5: Árboles



Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

Enunciado:

6) Dada la secuencia de claves enteras:



100, 29, 71, 82, 48, 39, 101, 22, 46, 17, 3, 20, 25, 10

Representar gráficamente el árbol AVL correspondiente.

Elimine claves consecutivamente hasta encontrar un desequilibrio y dibuje la estructura del árbol tras efectuarse la oportuna restauración.

Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

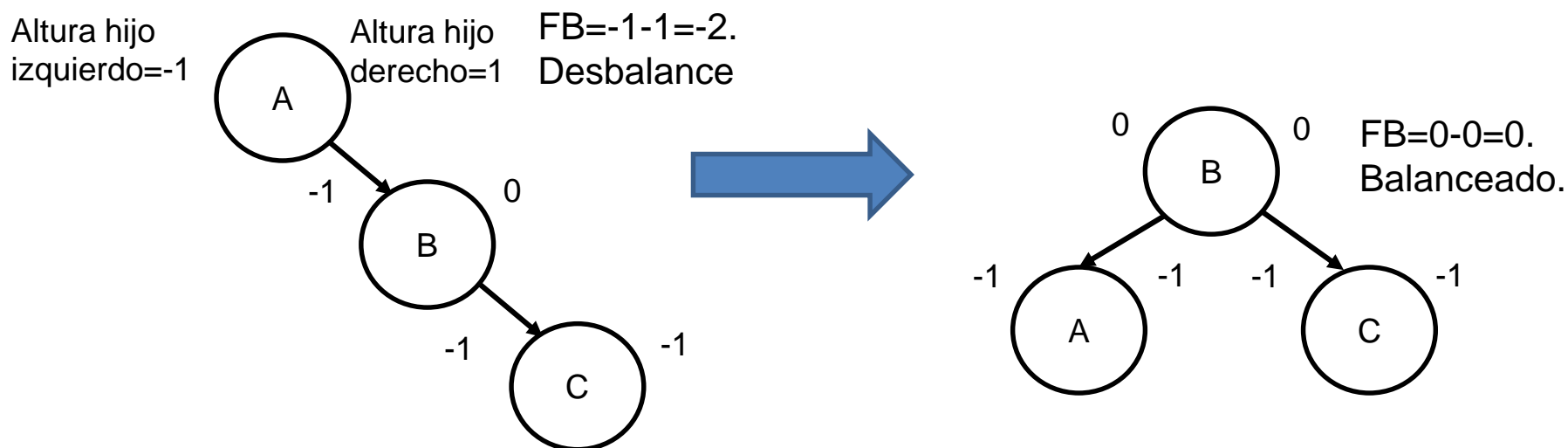
- Un árbol puede quedar desbalanceado al borrar o insertar un nodo.
- Se debe calcular la altura de cada nodo del árbol para obtener su factor de balanceo (FB).
- $FB = \text{altura nodo izquierdo} - \text{altura nodo derecho}$.
- Si su FB es distinto de -1, 0 o 1, entonces el árbol está desbalanceado.
- La altura de un puntero nulo es -1.
- La altura de un nodo hoja es 0.
- Para balancear un árbol AVL se utilizan rotaciones.

$FB > 0$  Cargado a la izquierda
 $FB < 0$  Cargado a la derecha

Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

Ejemplo:

- Caso RR (Right-Right): Si el nodo nuevo está en el sub-árbol a la derecha del sub-árbol a la derecha de A. Se aplica una rotación hacia la izquierda de A y su hijo derecho B.

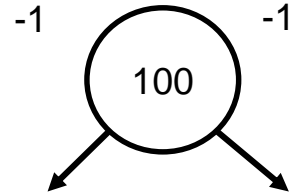


- Esta rotación consiste en:
 - 1) El hijo derecho de A (B), pasa a ser la raíz del sub-árbol.
 - 2) La raíz antigua (A) pasa a ser el hijo izquierdo de la nueva raíz (B). ($A < B$)
 - 3) Si B tenía un hijo izquierdo, entonces pasa a ser hijo derecho de A ($A < hijo_izq_B$). Como B era el hijo derecho de A, entonces el hijo derecho de A será vacío.

Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

100, 29, 71, 82, 48, 39, 101, 22, 46, 17, 3, 20, 25, 10. Insertamos elementos hasta encontrar un desbalance.

Insertamos 100:

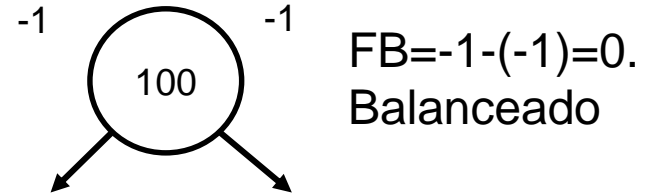


Factor de balanceo: altura hijo izquierdo – altura hijo derecho = $-1 - (-1) = 0$

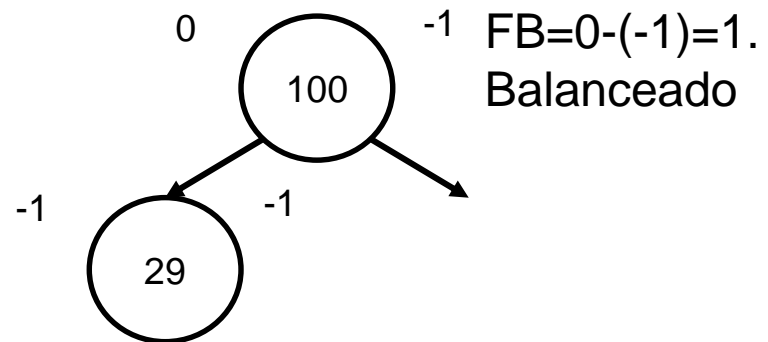
Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

100, 29, 71, 82, 48, 39, 101, 22, 46, 17, 3, 20, 25, 10. Insertamos elementos hasta encontrar un desbalance.

Insertamos 100:

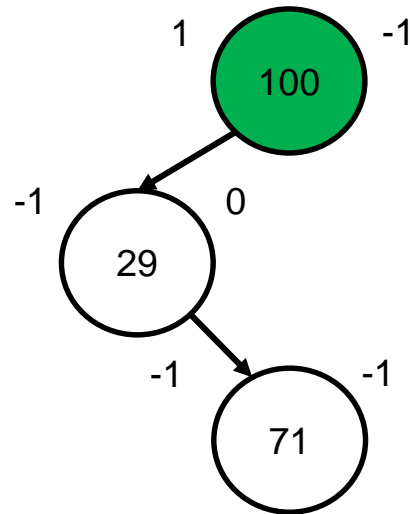


Insertamos 29:



Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

Insertamos 71:



Desbalance en 100. $FB=1-(-1)=2$

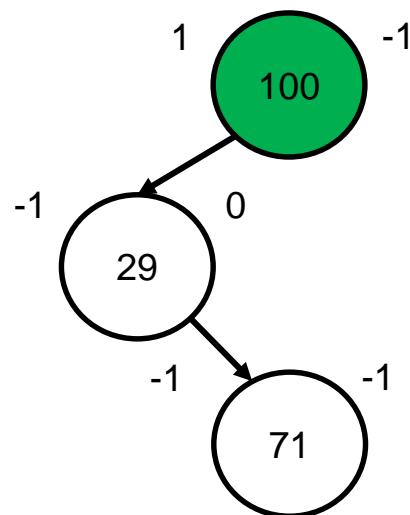
Situación LR (Left-Right): El nuevo nodo está en el sub-árbol a la derecha del sub-árbol a la izquierda de 100.

Si hacemos una rotación a la derecha para solucionarlo, sigue quedando desbalanceado. Primero debemos ver el FB del hijo izquierdo (29), y si está cargado a la derecha, primero hacemos una rotación a izquierda entre 29 y 71 y finalmente hacemos la rotación a la derecha.

1) El FB de 29 es -1, entonces rotamos hacia la izquierda 29 (hijo izquierdo de 100) y 71 (hijo derecho del hijo izquierdo de 100).

2) Rotamos hacia la derecha a 100 y su nuevo hijo izquierdo (71).

Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6



Desbalance en 100. $FB=1-(-1)=2$

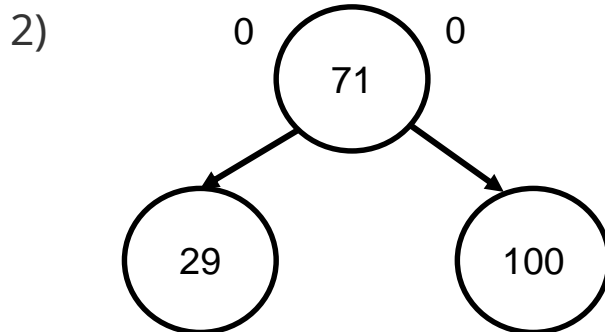
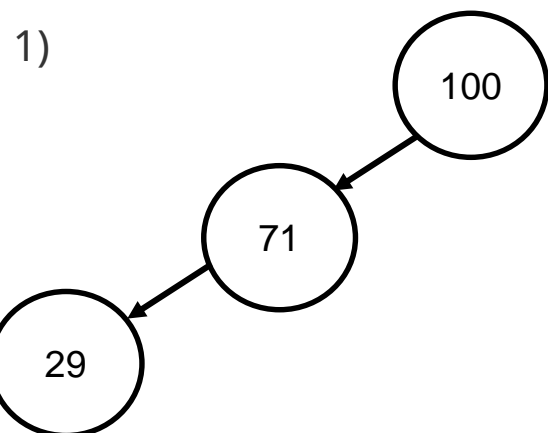
Situación LR (Left-Right): El nuevo nodo está en el sub-árbol a la derecha del sub-árbol a la izquierda de 100.

Si hacemos una rotación a la derecha para solucionarlo, sigue quedando desbalanceado. Primero debemos ver el FB del hijo izquierdo (29), y si está cargado a la derecha, primero hacemos una rotación a izquierda entre 29 y 71 y finalmente hacemos la rotación a la derecha.

1) El FB de 29 es -1, entonces hacia la izquierda 29 (hijo izquierdo de 100) y 71 (hijo derecho del hijo izquierdo de 100).

2) Rotamos hacia la derecha a 100 y su nuevo hijo izquierdo (71).

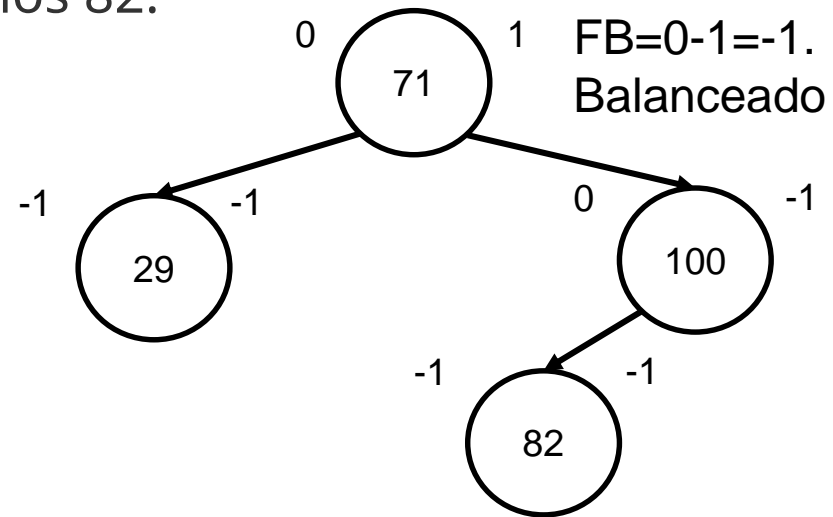
Por pasos:



Balanceado. $FB=0-0=0$

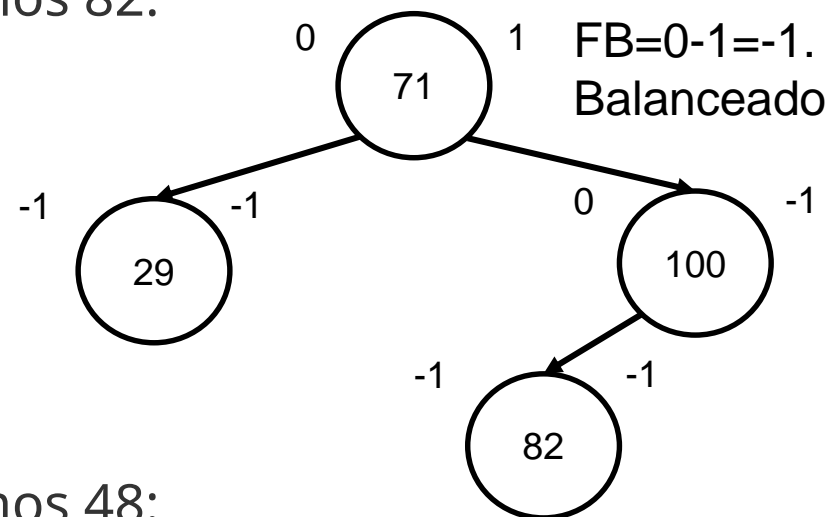
Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

Insertamos 82:

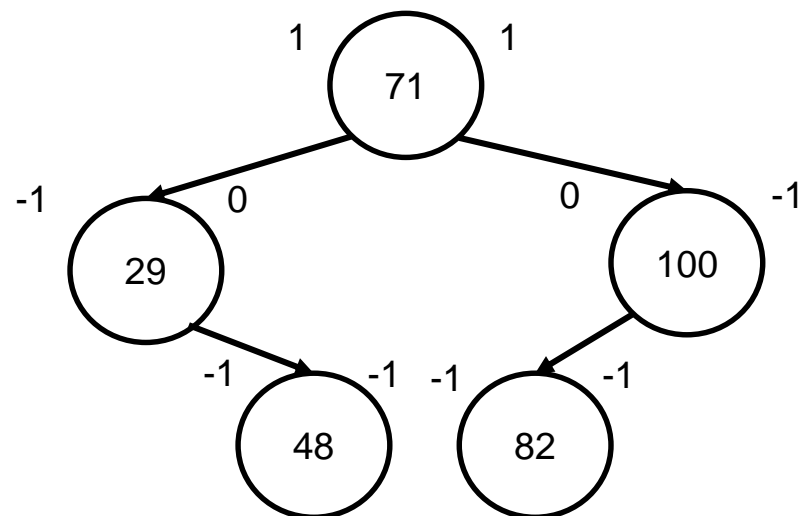


Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

Insertamos 82:

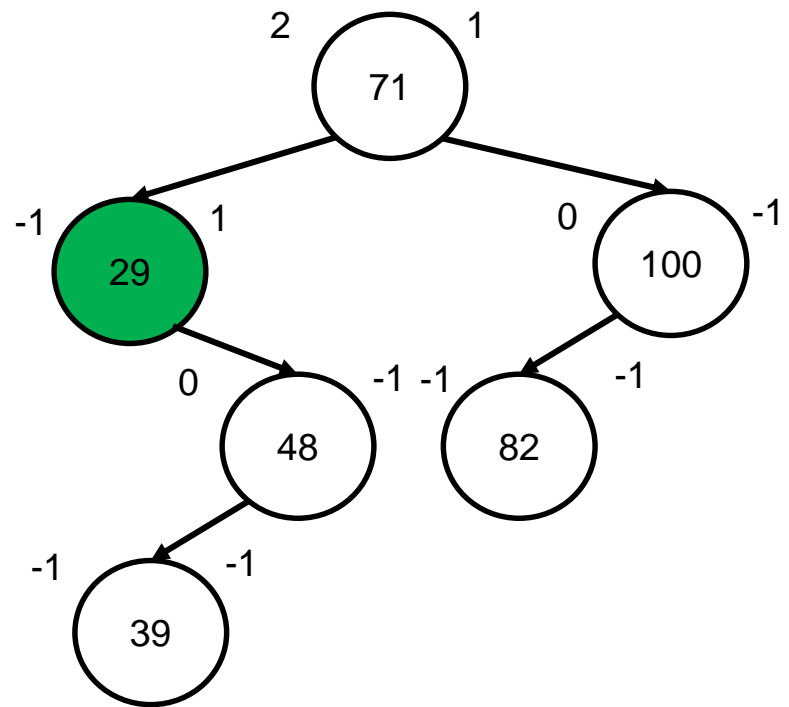


Insertamos 48:



Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

Insertamos 39:



Desbalance en 29. $FB = -1 - 1 = -2$

Situación RL (Right-Left): El nuevo nodo está en el sub-árbol a la izquierda del sub-árbol a la derecha de 29.

- 1) El FB de 48 es 1, entonces rotamos hacia la derecha 48 (hijo derecho de 29) y 39 (hijo izquierdo del hijo derecho de 29).
- 2) Rotamos hacia la izquierda a 29 y su nuevo hijo derecho (39).

Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

Insertamos 39:

Desbalance en 29. $FB = -1 - 1 = -2$

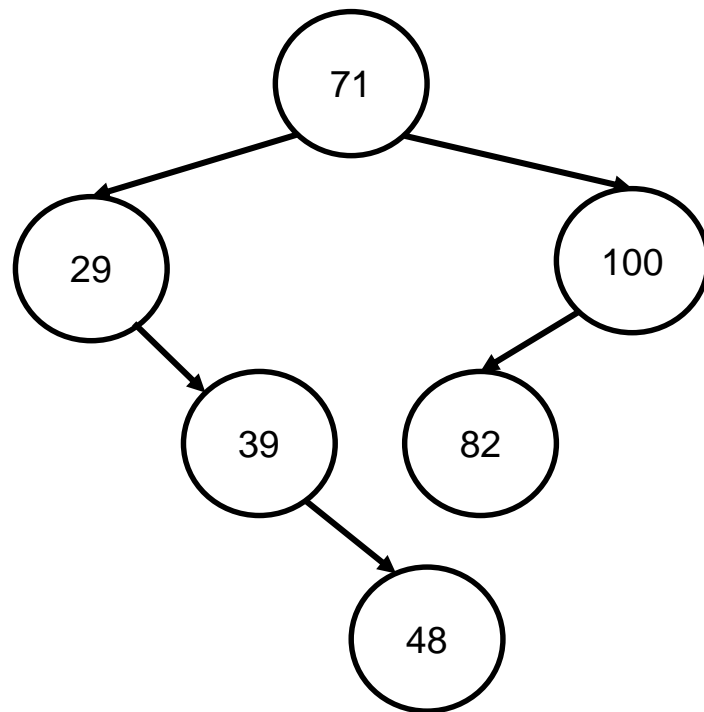
Situación RL (Right-Left): El nuevo nodo está en el sub-árbol a la izquierda del sub-árbol a la derecha de 29.

1) El FB de 48 es 1, entonces rotamos hacia la derecha 48 (hijo derecho de 29) y 39 (hijo izquierdo del hijo derecho de 29).

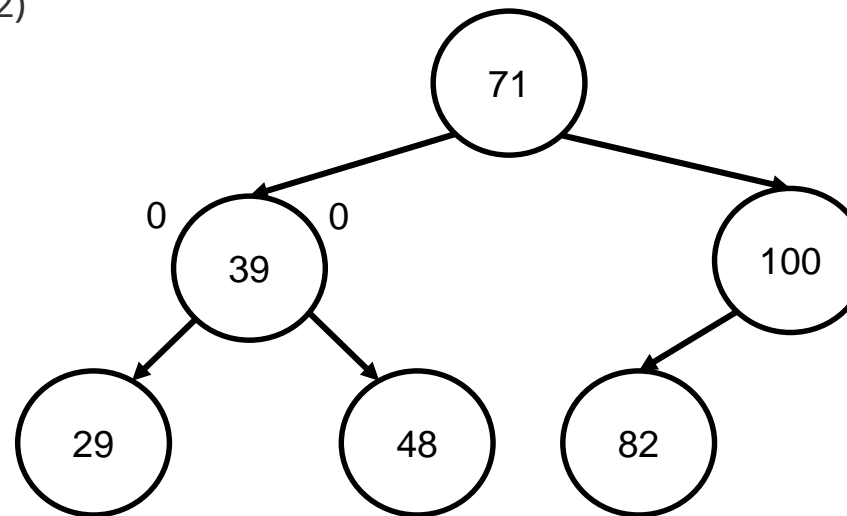
2) Rotamos hacia la izquierda a 29 y su nuevo hijo derecho (39).

Por pasos:

1)



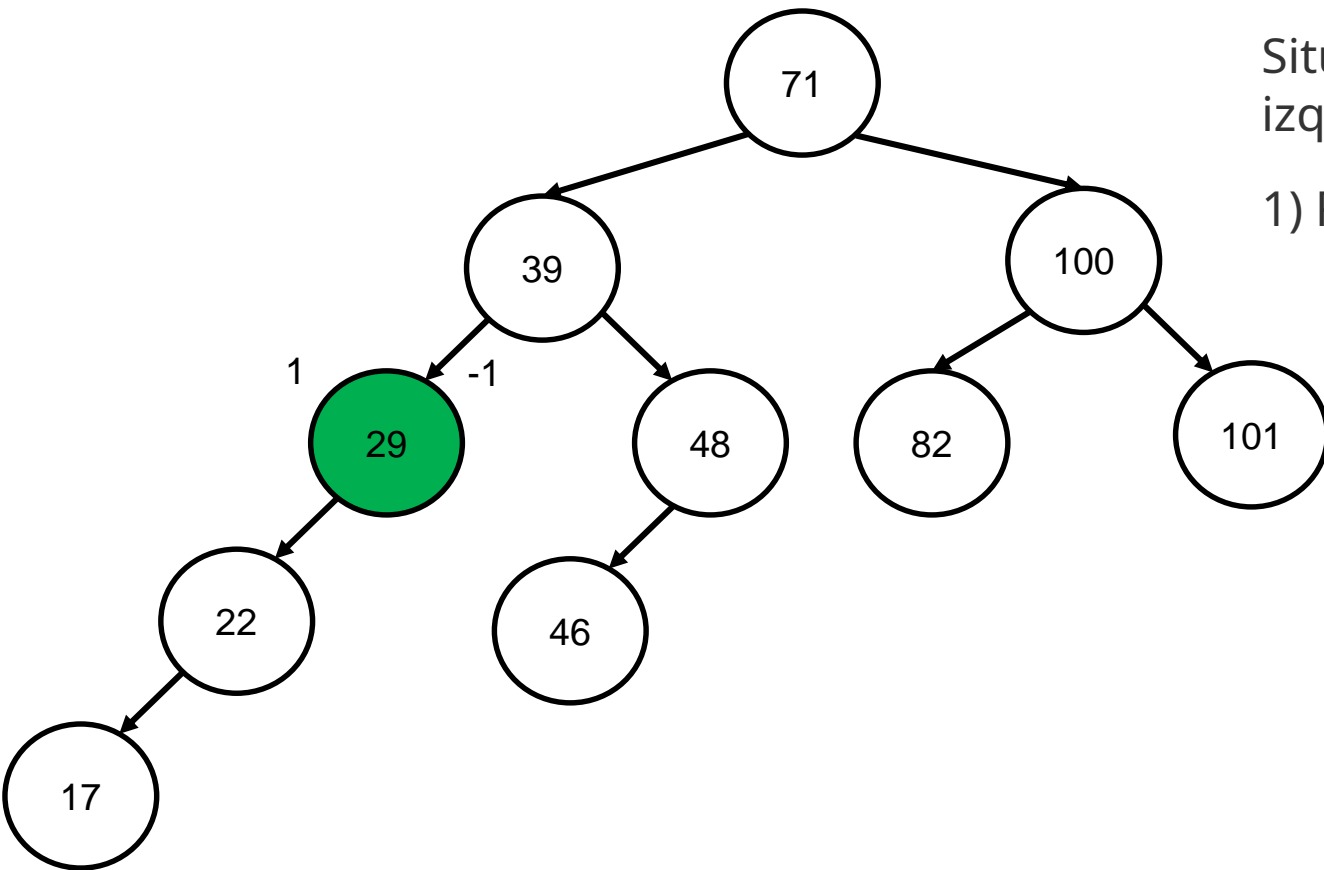
2)



Balanceado. $FB = 0 - 0 = 0$

Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

Insertamos 101, 22, 46 y 17.



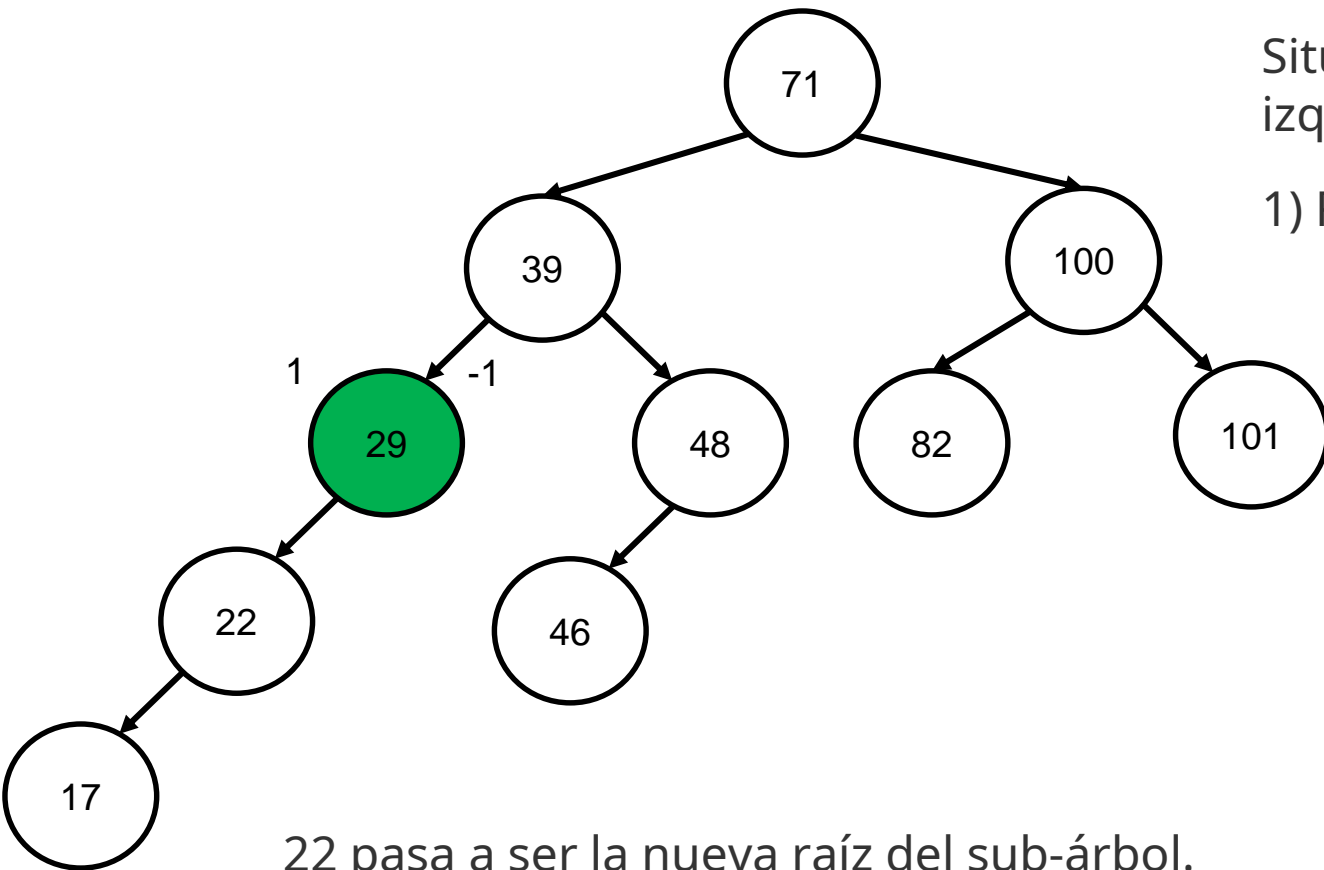
Desbalance en 29. $FB=1-(-1)=2$

Situación LL (Left-Left): El nuevo nodo está en el sub-árbol izquierdo del sub-árbol izquierdo de 29.

1) Rotamos hacia la derecha 29 y su hijo izquierdo 22 .

Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

Insertamos 101, 22, 46 y 17.



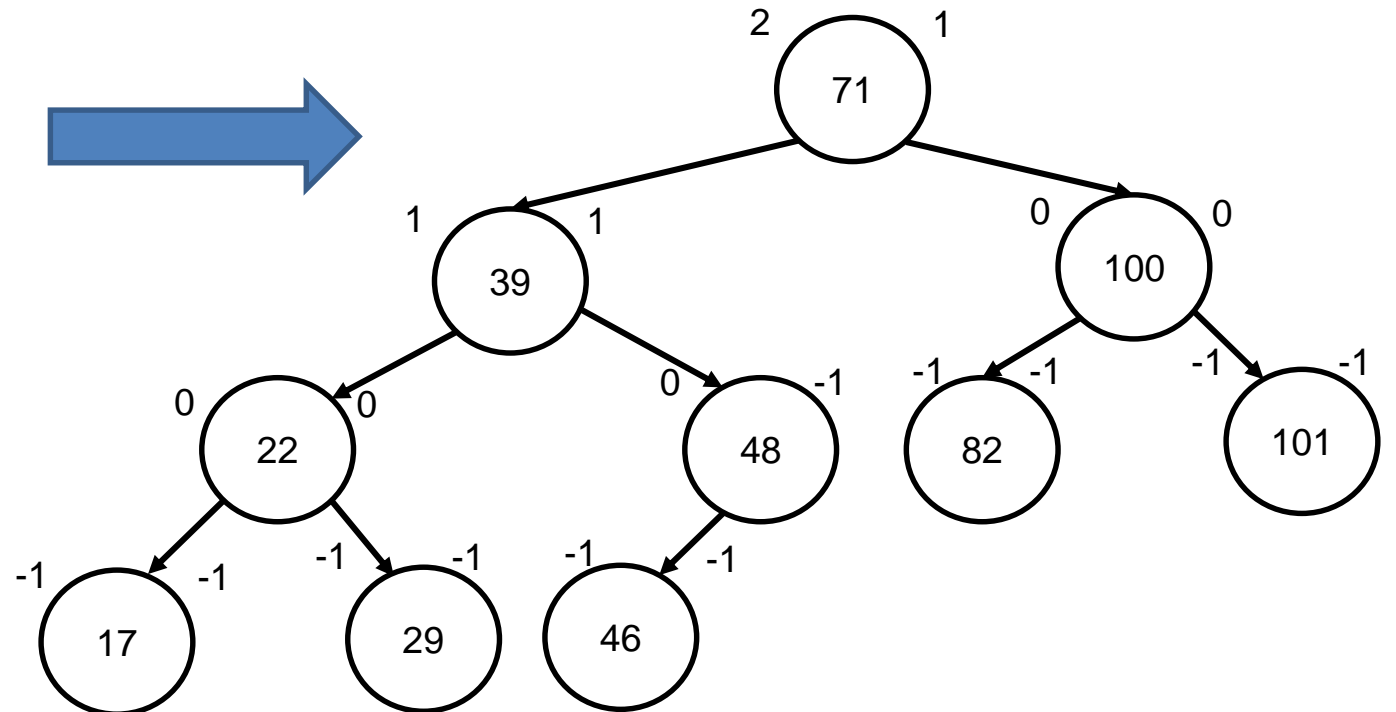
22 pasa a ser la nueva raíz del sub-árbol.

29 pasa a ser el hijo derecho de 22.

Desbalance en 29. $FB=1-(-1)=2$

Situación LL (Left-Left): El nuevo nodo está en el sub-árbol izquierdo del sub-árbol izquierdo de 29..

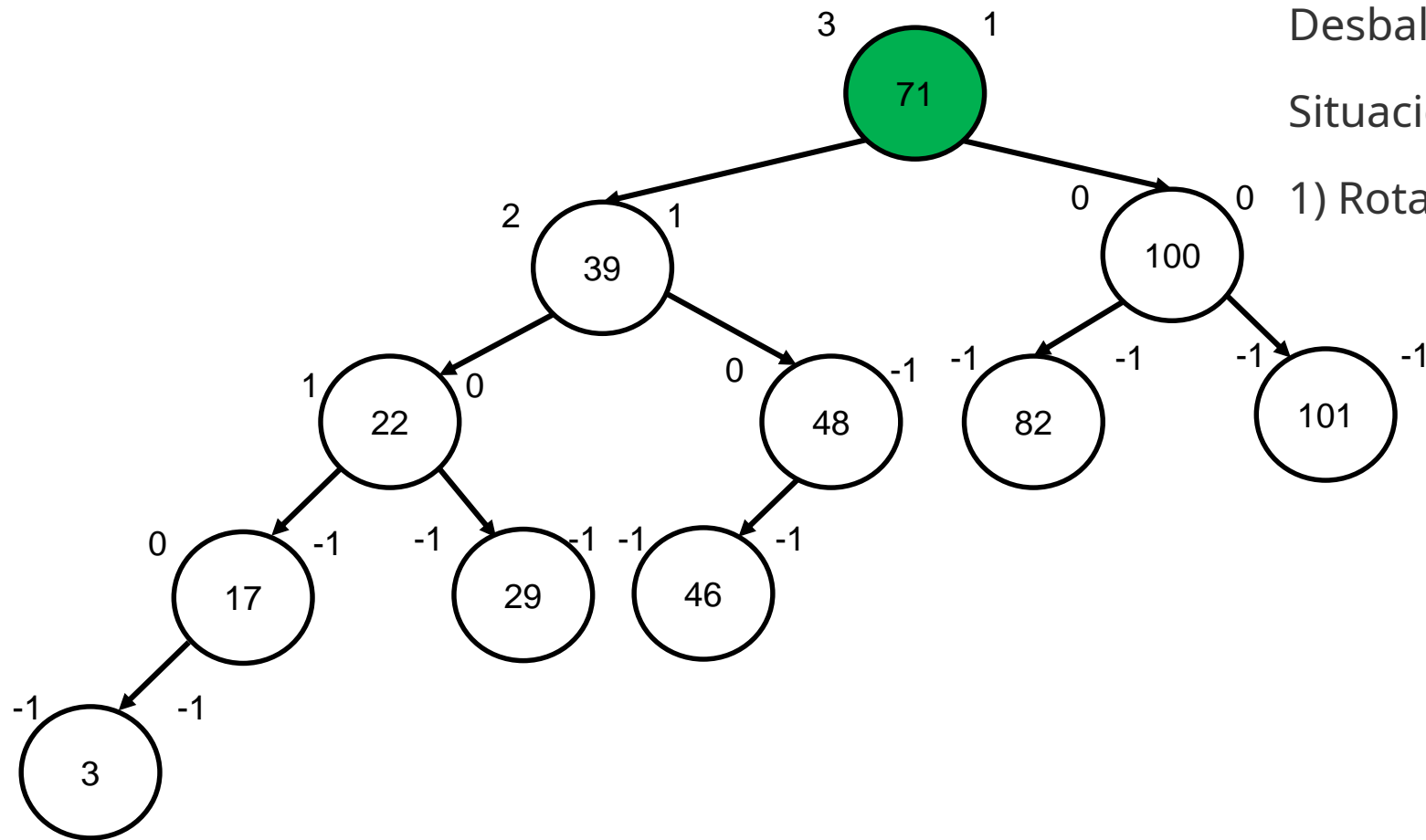
1) Rotamos hacia la derecha 29 y su hijo izquierdo 22 .



Balanceado.

Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

Insertamos 3.



Desbalance en 71. $FB=3-1=2$

Situación LL (Left-Left):

1) Rotamos hacia la derecha 71 y su hijo izquierdo 39 .

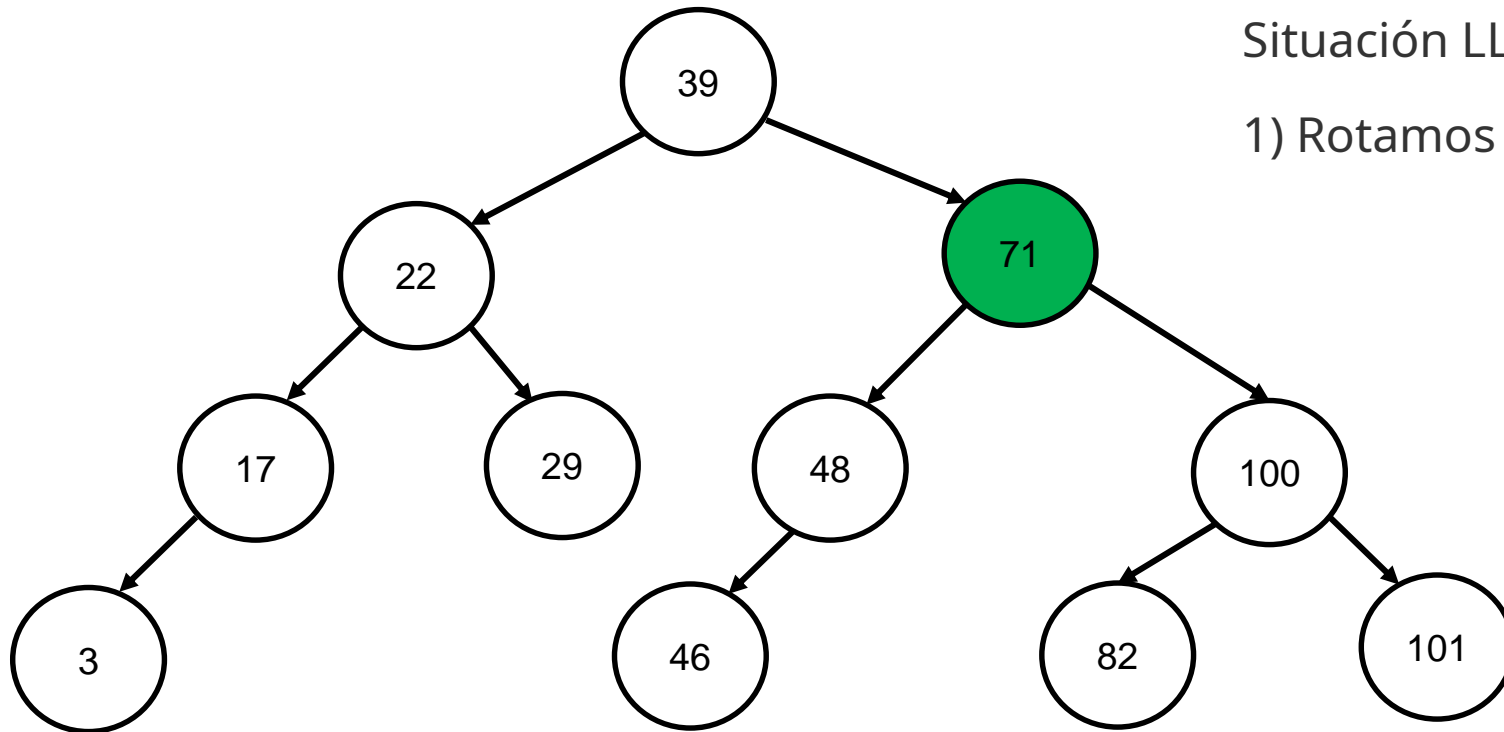
Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

Desbalance en 71. $FB=3-1=2$

Situación LL (Left-Left):

1) Rotamos hacia la derecha 71 y su hijo izquierdo 39 .

Balanceado.



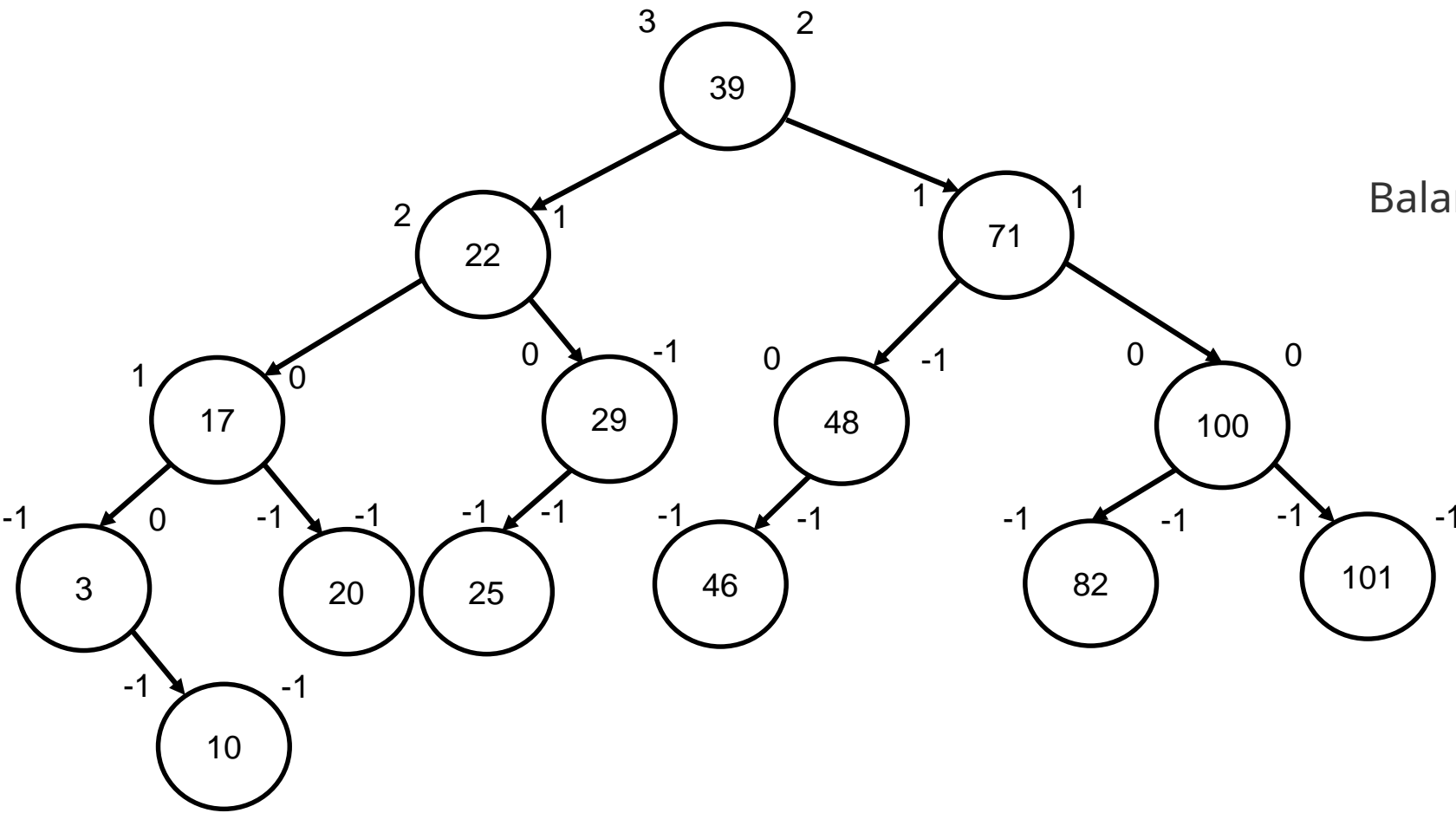
39 pasa a ser la nueva raíz.

71 pasa a ser el hijo derecho de 39.

El hijo derecho de 39 pasa a ser hijo izquierdo de 71.

Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

Insertamos 20, 25 y 10.

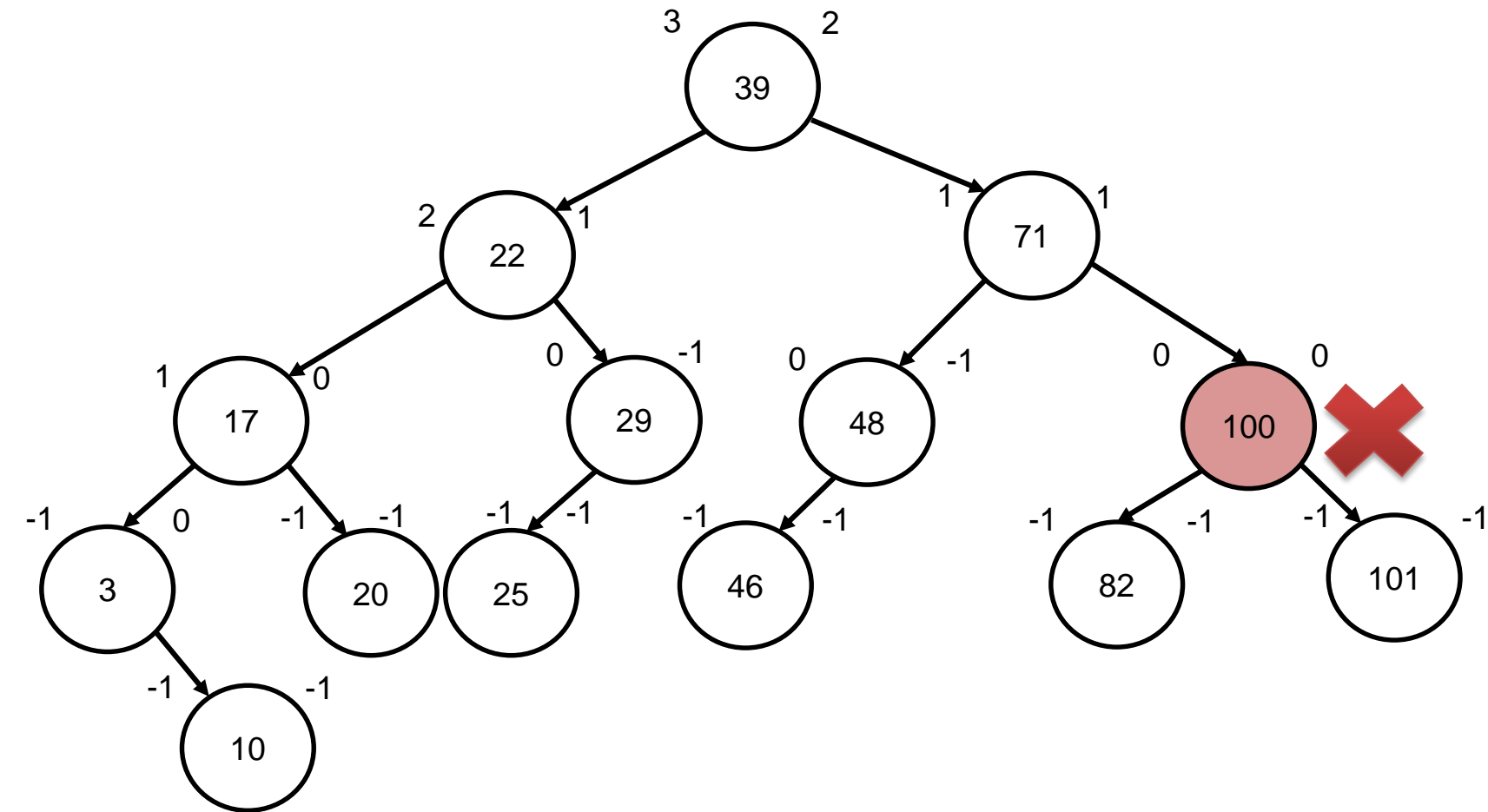


Balanceado.

Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

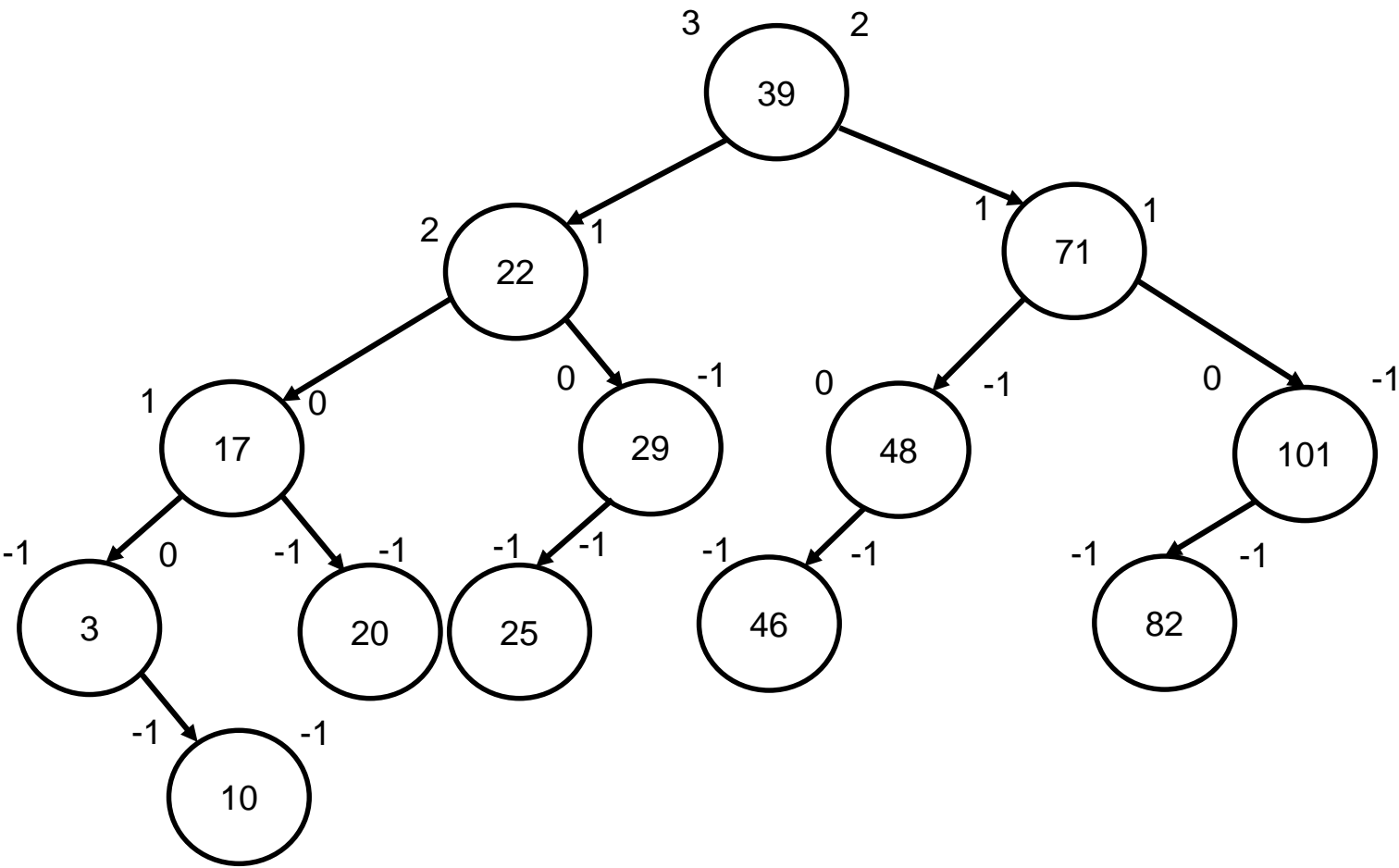
Ahora el ejercicio nos pide eliminar elementos de forma consecutiva hasta que se forme un desbalance.

Eliminamos 100.



Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

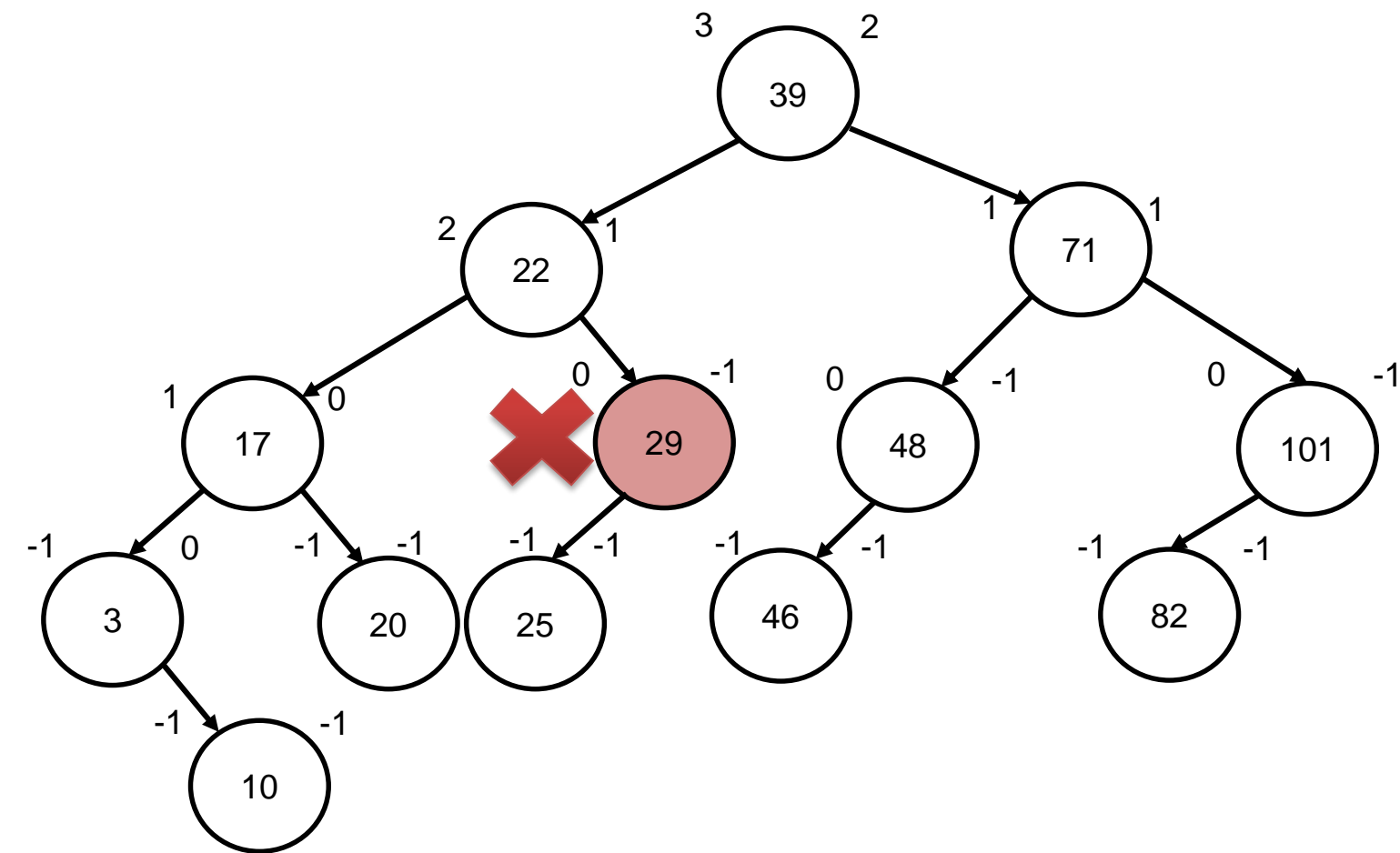
Eliminamos 100.



Sigue balanceado.

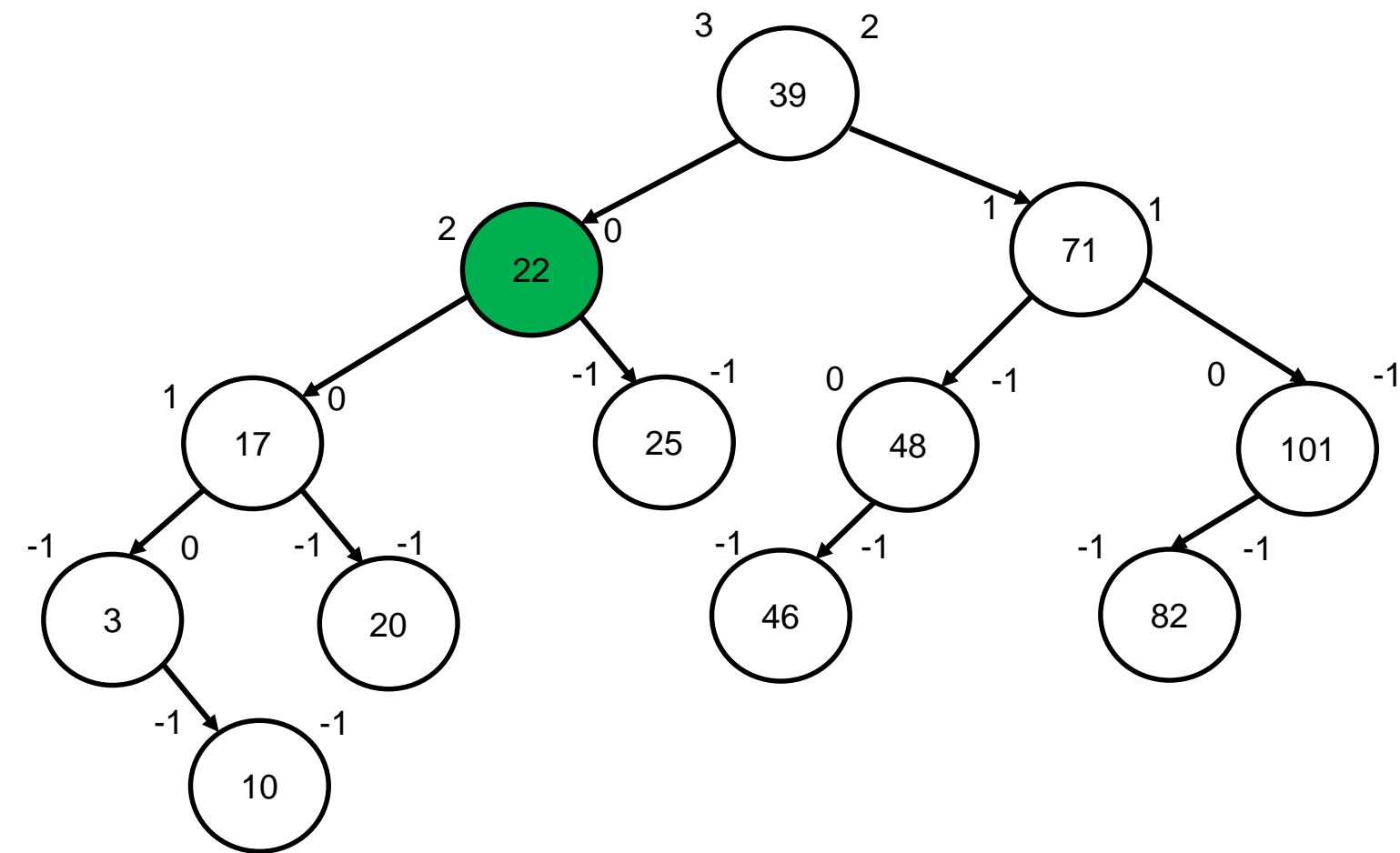
Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

Eliminamos 29.



Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

Eliminamos 29.



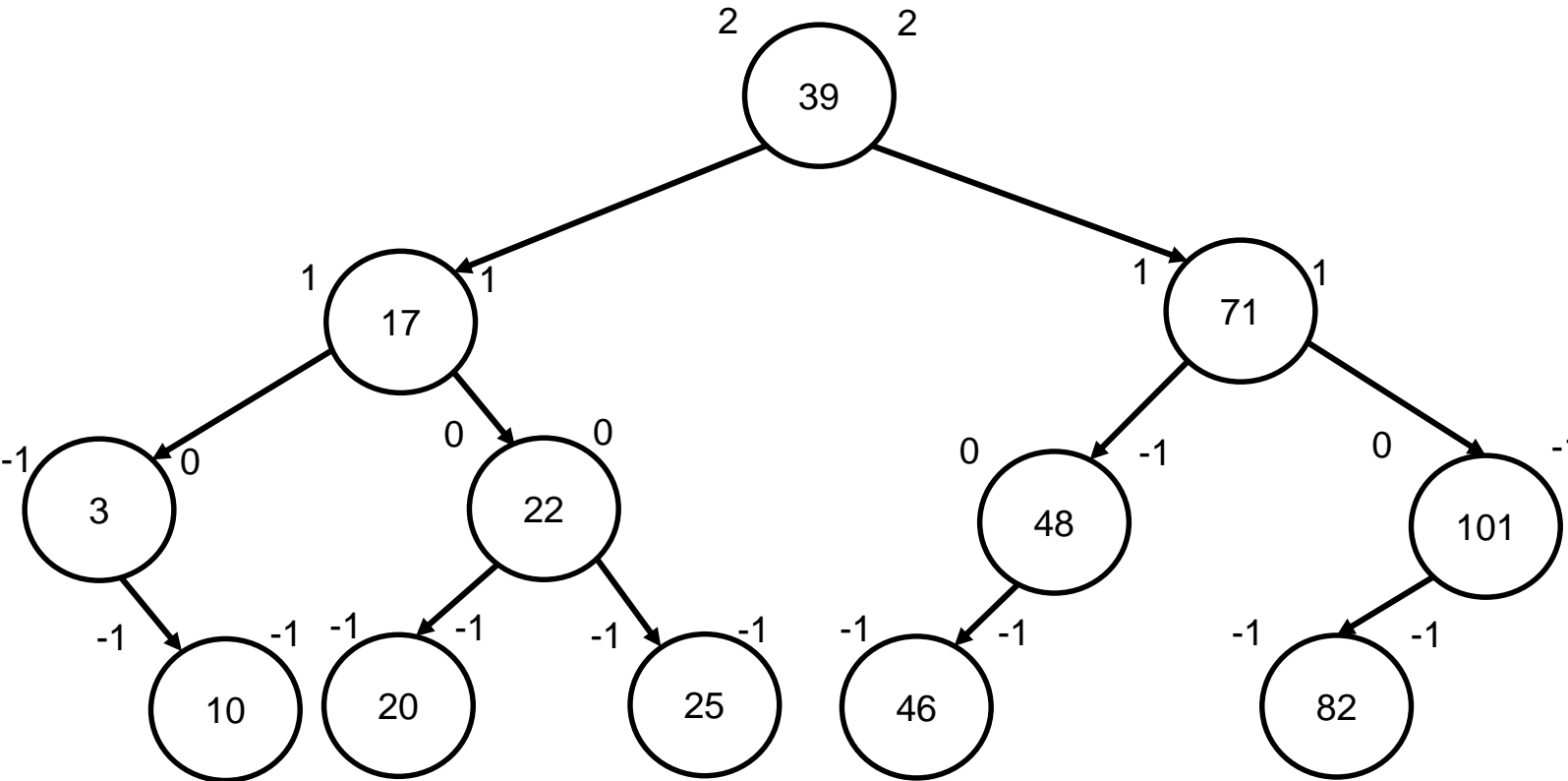
Desbalance en 22. $FB=2-0=2$

Situación LL:

1) Rotamos hacia la derecha a 17 y a 22.

Unidad N°5: Árboles – Guía 5, Ejercicio 6

Eliminamos 29.



Balanceado.

Desbalance en 22. $FB=2-0=2$

Situación LL:

1) Rotamos hacia la derecha a 17 y a 20.

17 pasa a ser la nueva raíz del sub-árbol.

22 pasa a ser el hijo derecho de 17.

El hijo derecho de 17 (20) pasa a ser el hijo izquierdo de 22.