

Modelización ARIMA con la Serie Temporal del número de entrada de Turistas en España

Juan Ignacio Sampere, Jovan Pomar y Gonzalo Jaén

Resumen

En este análisis de la serie temporal del turismo en España, examinamos patrones históricos, tendencias y variaciones en los datos para comprender la evolución de este sector clave en la economía nacional. Utilizamos técnicas estadísticas avanzadas, como los modelos ARIMA (Autorregresivo, Integrado y de Media Móvil), para identificar comportamientos estacionales, predecir tendencias futuras y evaluar indicadores clave que apoyen la planificación estratégica y la toma de decisiones. A través de métodos robustos y deterministas, aseguramos precisión en las predicciones y la interpretación de los datos. Este trabajo nos permite analizar el impacto económico del turismo, optimizar recursos y contribuir a la sostenibilidad del sector, beneficiando tanto a la economía como a la promoción cultural del país.

Índice

1. Introducción	3
2. Aplicación Empírica	5
2.1. Análisis Exploratorio de los datos	5
2.1.1. Características	5
2.1.2. Clasificación de la serie	5
2.2. Metodología	7
2.2.1. Conversión a serie estacionaria	7
2.2.2. Modelos estacionarios	8
2.2.3. Validación	10
2.3. Resultados	18
2.3.1. Recapitulatorio	18
2.3.2. Predicciones	19
3. Conclusiones	20

1. Introducción

El objetivo principal de este trabajo es llevar a cabo un análisis detallado y riguroso de la serie temporal seleccionada[2] con el fin de extraer información relevante sobre su comportamiento. Este análisis comienza con la identificación de patrones estacionales y tendencias que caracterizan la llegada de turistas a España, un fenómeno de gran interés tanto desde el punto de vista económico como social. La serie temporal será descompuesta en sus componentes fundamentales, como tendencia, estacionalidad y ruido, para facilitar la comprensión de su estructura interna y permitir un análisis más detallado. Este proceso de descomposición no solo ayuda a visualizar mejor las dinámicas subyacentes, sino que también sienta las bases para la modelización precisa de los datos.

A partir de esta descomposición, se procederá al ajuste de un modelo estadístico basado en ARIMA o alguna de sus variantes estacionales, como SARIMA. Estos modelos son especialmente útiles para capturar tanto las fluctuaciones periódicas como las tendencias a largo plazo, y su elección será guiada por un análisis exhaustivo de los gráficos de autocorrelación (ACF) y autocorrelación parcial (PACF). Una vez identificado el modelo más adecuado, se ajustará a los datos observados para representar de manera precisa su dinámica. Posteriormente, el modelo será utilizado para generar pronósticos de la serie temporal, permitiendo así realizar predicciones sobre la llegada de turistas en el futuro. Estas predicciones tienen un alto valor práctico, ya que ofrecen herramientas esenciales para la planificación estratégica en el sector turístico, optimizando recursos y diseñando políticas más efectivas.

La selección de la serie temporal utilizada en este trabajo responde a varias razones que justifican su pertinencia y relevancia. Desde una perspectiva económica, la llegada de turistas a España es un indicador clave para evaluar la salud y el crecimiento de uno de los sectores más importantes del país: el turismo. Este sector no solo genera empleo directo, sino que también impulsa actividades relacionadas, como la hostelería, el transporte y el comercio, consolidándose como un motor fundamental de la economía española. Además, la serie presenta una clara estacionalidad, con picos notables durante los meses de verano y otras épocas vacacionales, lo que la convierte en un excelente caso de estudio para la aplicación de modelos estadísticos diseñados para capturar este tipo de variaciones. Otro aspecto importante es la calidad y continuidad de los datos, que provienen de fuentes oficiales confiables, garantizando su precisión y fiabilidad para un análisis robusto.

El trabajo seguirá una metodología estructurada que comienza con una exploración inicial de los datos, mediante la cual se observarán tendencias generales, patrones estacionales y posibles irregularidades. Posteriormente, se realizará una descomposición de la serie temporal para separar sus componentes principales y entender mejor su comportamiento. A continuación, se procederá a la modelización de los datos utilizando ARIMA o SARIMA, seleccionando el modelo más adecuado en función de criterios estadísticos como el AIC y BIC. Una vez ajustado el modelo, se validará su desempeño analizando los residuos y asegurando que cumplan con

los supuestos de normalidad, homocedasticidad y ausencia de autocorrelación (independencia). Finalmente, se generarán predicciones para períodos futuros, evaluando su precisión con métricas específicas y comparándolas con datos reales cuando sea posible.

Se espera no solo comprender mejor las dinámicas del turismo en el país, sino también proporcionar una base sólida para la toma de decisiones estratégicas en este sector crucial. Este enfoque integrador permitirá no solo modelar la serie temporal de manera efectiva, sino también aportar valor práctico mediante la generación de predicciones útiles para la gestión y planificación en el ámbito turístico.

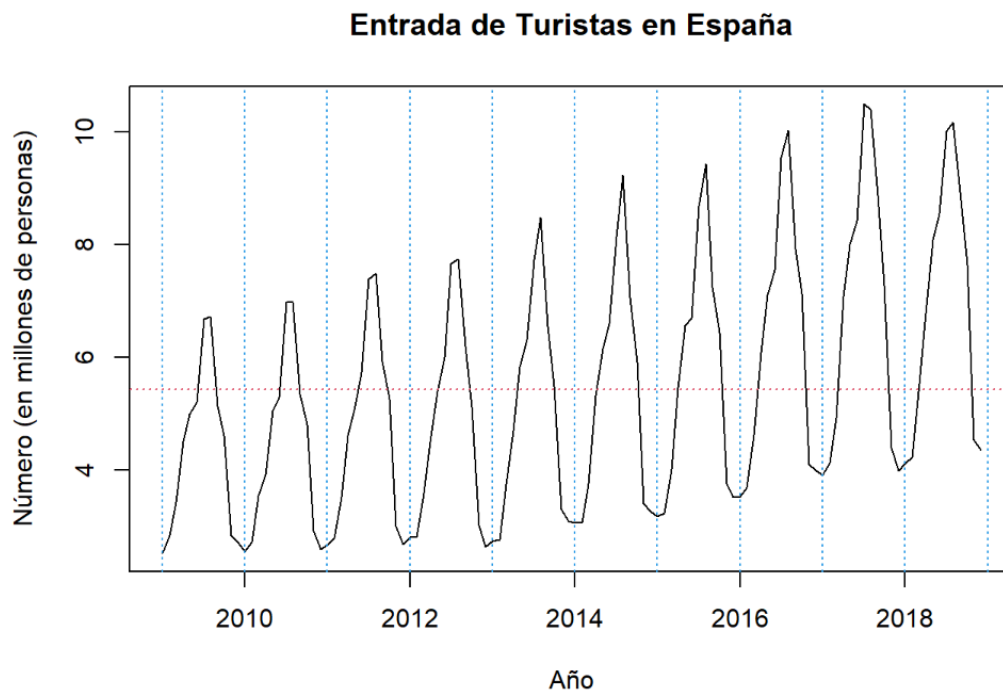


Figura 1: Serie temporal de la entrada de turistas a España desde 2009 hasta 2019

2. Aplicación Empírica

En este apartado, clasificaremos la serie temporal, aplicaremos diversos filtros para realizar predicciones futuras y ofreceremos nuestras interpretaciones sobre las posibles causas que explican el comportamiento observado en la serie.

2.1. Análisis Exploratorio de los datos

2.1.1. Características

La serie temporal analizada comprende un total de 120 observaciones, correspondientes a registros mensuales desde enero de 2009 hasta diciembre de 2018. Esto significa que la frecuencia de la serie es de 12, lo que indica que los datos se recopilan con periodicidad mensual. Los datos muestran una clara estacionalidad, con valores más altos durante los meses de verano (particularmente julio y agosto) y más bajos en los meses de invierno (como enero y diciembre).

2.1.2. Clasificación de la serie

El análisis estadístico de la serie revela una distribución relativamente simétrica, con una media de 5.436 y una mediana de 5.134, dentro de un rango amplio de valores entre 2.518 y 10.494. El rango intercuartílico, delimitado por el primer cuartil (3.539) y el tercero (7.070), concentra la mitad central de los datos, reflejando menor variabilidad en comparación con los extremos. Sin embargo, la diferencia entre el máximo y el tercer cuartil sugiere la posible existencia de valores atípicos altos que podrían influir en la dispersión general de los datos.

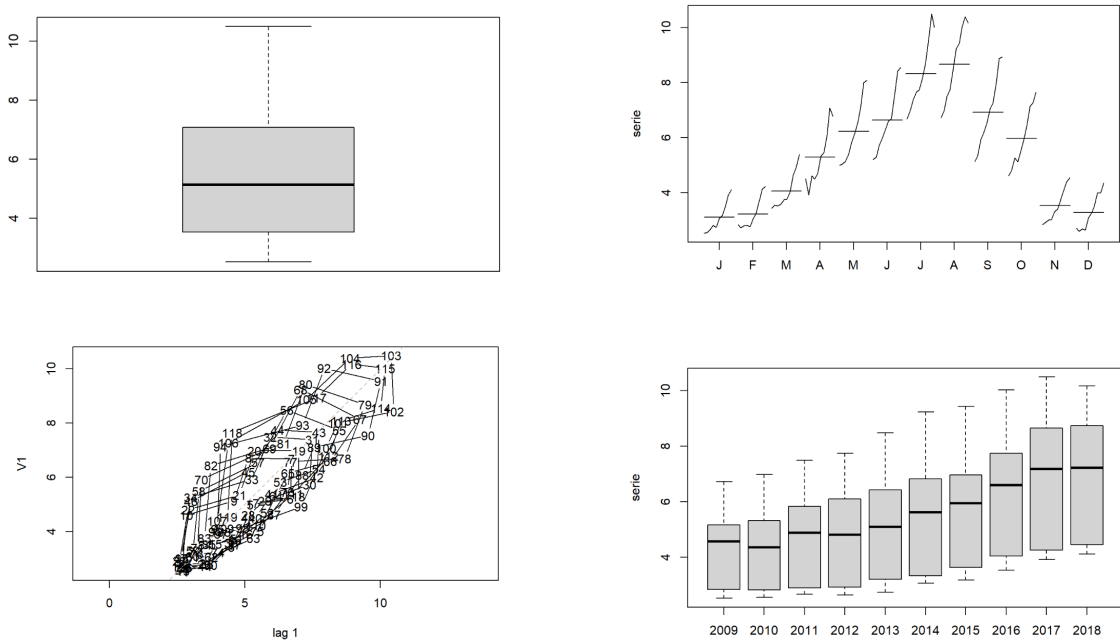


Figura 2: *Boxplot*, *Boxplot mensual*, *Lagplot* y *Boxplot* anual de la serie (de izq. a der. y de arriba-abajo)

Un hallazgo importante de estos análisis es la presencia de varianza no constante. Tanto el *boxplot* por años (Figura 2) como el *Mean-Variance plot* (Figura 3)) muestran una relación directa entre la media y la dispersión., La heterocedasticidad en los datos es evidenciable dado que los *boxplots* son más largos a medida que pasa el tiempo y la recta del gráfico tiene una pendiente estrictamente positiva. Esto sugiere la necesidad de ajustes específicos en los modelos de análisis posteriores.

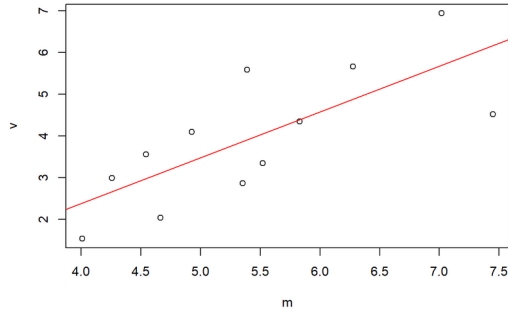


Figura 3: *Mean-Variance plot*

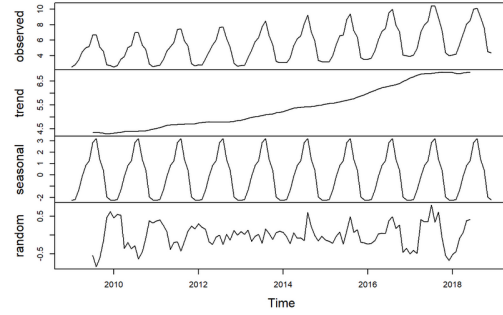


Figura 4: Descomposición aditiva de la serie

La descomposición de la serie temporal (Figura 4) es clave para analizar su estructura interna. Se identificaron tres componentes principales que explican su comportamiento: error, tendencia y estacionalidad.

El análisis de tendencia muestra un crecimiento lineal sostenido en la serie, indicando un aumento progresivo en la llegada de turistas. Este patrón es consistente con la expansión del turismo en España durante el período analizado, destacando una evolución constante del sector. La estacionalidad, por su parte, refleja un patrón repetitivo cada 12 meses, asociado principalmente a los periodos vacacionales, con picos marcados en verano. Este comportamiento subraya la fuerte influencia de factores estacionales en la dinámica turística, especialmente en determinados meses del año.

El componente residual o de error presenta fluctuaciones alrededor de cero, compatibles con un modelo aditivo. Esto implica que las variaciones no explicadas por la tendencia y la estacionalidad son pequeñas y aleatorias, lo que aporta estabilidad al modelo aplicado.

Finalmente, bajo la clasificación ETS*, la serie se describe como AAM o de tipo 6, donde el error y la tendencia son aditivos, mientras que la estacionalidad es multiplicativa.

*Error, Trend and Seasonality

2.2. Metodología

2.2.1. Conversión a serie estacionaria

Este apartado trata de explicar cómo conseguimos, mediante ciertas transformaciones predefinidas, convertir nuestra serie en una serie estacionaria. Los siguientes pasos provienen de una metodología establecida y adquirida en los laboratorios de esta asignatura.

En primer lugar, tal y como ya hemos observado en el análisis exploratorio de los datos, tenemos una varianza no constante a lo largo de la serie. De hecho, cuánto más avanza el tiempo mayor es la varianza. Así pues para corregirla y alcanzar homocedasticidad en nuestros datos hemos aplicado el logaritmo neperiano a la serie (Figura 5). Y, efectivamente parece ser que hemos conseguido una regularidad en la desviación típica.

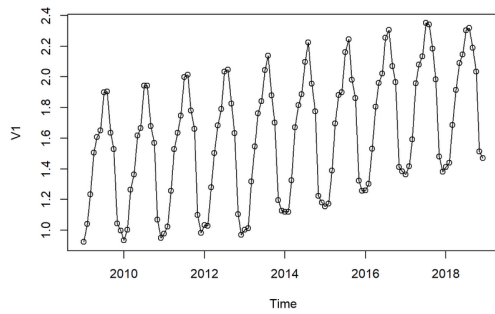


Figura 5: Serie *lnserie*

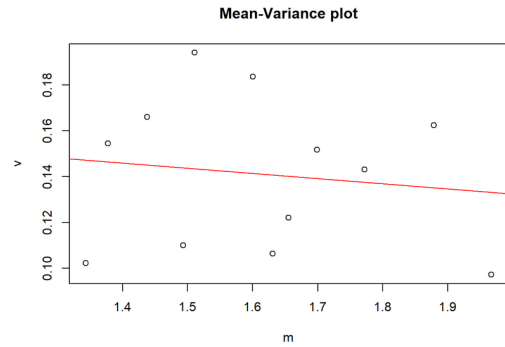


Figura 6: *Mean-variance plot* de *logserie*

Además en el gráfico de la varianza en función de la media (Figura 6) se observa una línea prácticamente horizontal lo que afirma la nueva homocedasticidad.

Una vez tenemos una serie con varianza constante queremos ahora obtener una serie sin estacionalidad. Para ello aplicamos una diferenciación de orden 12 puesto que los datos son mensuales. En la serie resultante (Figura 7) no se distingue ningún patrón, a diferencia de la serie anterior: deducimos que hemos conseguido quitar la componente de estacionalidad.

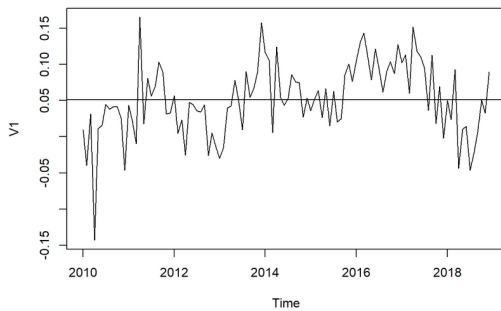


Figura 7: Serie *d12lnserie*

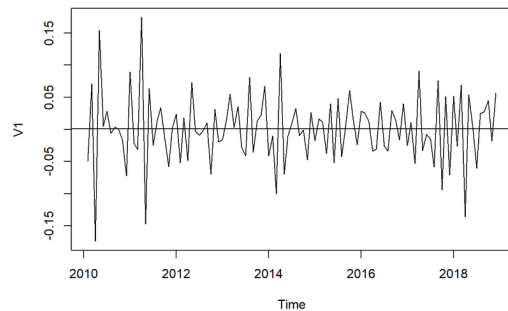


Figura 8: Serie *d1d12lnserie*

Pero ahora nos hallamos ante un nuevo problema, la media no es constante. Para arreglarlo aplicaremos diferenciaciones regulares para remover las raíces unitarias. Tras aplicar una diferenciación ya contemplamos el resultado querido, tenemos una serie centrada en su media que parece ruido (Figura 8).

Finalmente dibujando la ACF de nuestra serie (9) transformada ésta decae rápidamente hacia el cero: *textitd1d12lnserie* es estacionaria.

2.2.2. Modelos estacionarios

Una vez obtenida nuestra serie estacionaria podemos, mirando la ACF y la PACF, proponer ciertos modelos ARIMA que explicarían su comportamiento (Figura 9). Procederemos de la siguiente manera, para la parte estacionaria observamos el último pico rojo significativo mientras que para la parte regular observamos es con los picos negros.

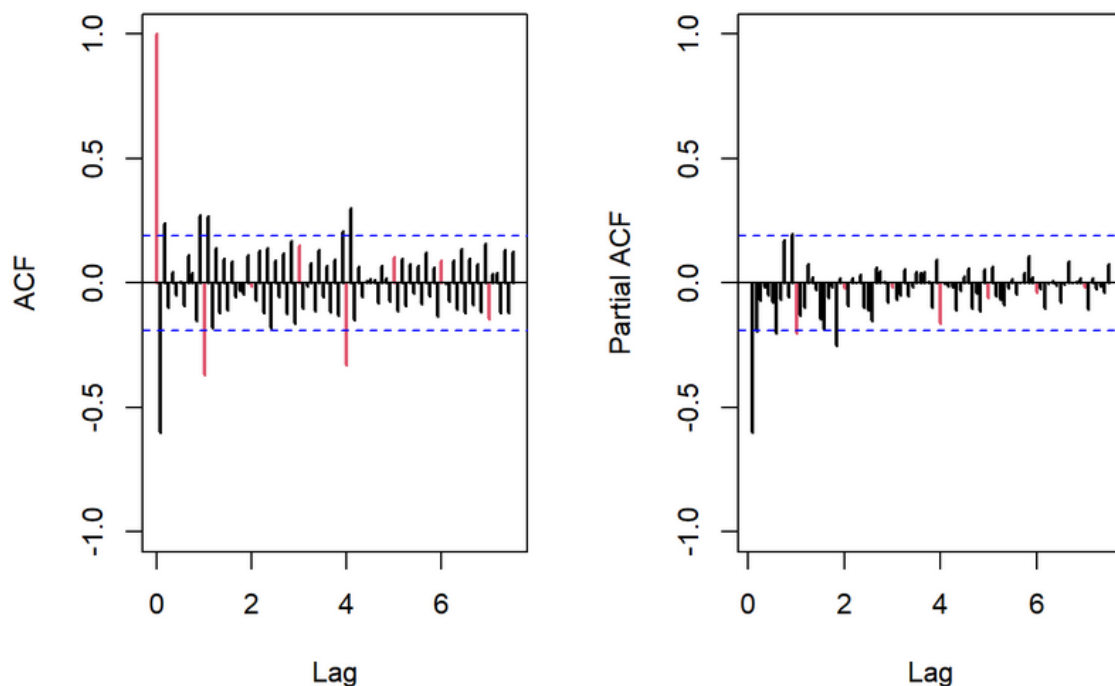


Figura 9: ACF y PACF de *d1d12lnserie*

Primero de todo tenemos que tanto la ACF como la PACF decaen exponencialmente. De esta forma si asumimos que la PACF decae exponencialmente, el último pico rojo significativo de la ACF es el primero o el cuarto. Por ende proponemos $SMA(1)$ y $SMA(4)$. Al contrario, si asumimos que la ACF decae exponencialmente, el último pico rojo significativo de la PACF es el primero, y proponemos $SAR(1)$.

Asimismo para la parte regular proponemos con la ACF un $MA(2)$ y con la PACF un $AR(1)$. Como hemos escogido tres modelos distintos para la parte estacional y dos modelos para la parte regular obtenemos un total de seis propuestas. Para cada una de ellas hemos estimado sus parámetros y su significancia[†]. Las ecuaciones

[†]cuánto de distintos son del cero

resultantes se presentan seguidamente,

Modelo 1B: $ARIMA(1, 1, 0)(1, 1, 0)_{12}$,

$$(1 - \phi_1 B)(1 - \Phi_1 B^{12})(1 - B)(1 - B^{12})\ln(X_t) = Z_t; Z_t \sim N(0, 0,001665)$$

con

$$\phi_1 = -0,5581 \quad \Phi_1 = -0,3622$$

Modelo 2B: $ARIMA(1, 1, 0)(0, 1, 1)_{12}$

$$(1 - \phi_1 B)(1 - B)(1 - B^{12})\ln(X_t) = (1 + \Theta_1 B^{12})Z_t; Z_t \sim N(0, 0,001649)$$

con

$$\phi_1 = -0,5483 \quad \Theta_1 = -0,4044$$

Modelo 3B: $ARIMA(1, 1, 0)(0, 1, 4)_{12}$

$$(1 - \phi_1 B)(1 - B)(1 - B^{12})\ln(X_t) = (1 + \Theta_1 B^{12} + \Theta_2 B^{24} + \Theta_3 B^{36} + \Theta_4 B^{48})Z_t;$$

$$Z_t \sim N(0, 0,00129)$$

con

$$\phi_1 = -0,5383 \quad \Theta_1 = -0,4614 \quad \Theta_2 = 0,0424 \sim 0 \quad \Theta_3 = -0,2230 \sim 0 \quad \Theta_4 = -0,3578$$

Modelo 4B: $ARIMA(0, 1, 1)(1, 1, 0)_{12}^\dagger$

$$(1 - \Phi_1 B^{12})(1 - B)(1 - B^{12})\ln(X_t) = (1 + \theta_1 B)Z_t; Z_t \sim N(0, 0,001585)$$

con

$$\Phi_1 = -0,4108 \quad \theta_1 = -0,6542$$

Modelo 5B: $ARIMA(0, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$

$$(1 - B)(1 - B^{12})\ln(X_t) = (1 + \theta_1 B)(1 + \Theta_1 B^{12})Z_t; Z_t \sim N(0, 0,001583)$$

con

$$\theta_1 = -0,6442 \quad \Theta_1 = -0,4390$$

Modelo 6B: $ARIMA(0, 1, 1)(0, 1, 4)_{12}$:

$$(1 - B)(1 - B^{12})\ln(X_t) = (1 + \theta_1 B)(1 + \Theta_1 B^{12} + \Theta_2 B^{24} + \Theta_3 B^{36} + \Theta_4 B^{48})Z_t;$$

$$Z_t \sim N(0, 0,001173)$$

con

$$\theta_1 = -0,6638 \quad \Theta_1 = -0,5171 \quad \Theta_2 = 0,1805 \sim 0 \quad \Theta_3 = -0,3242 \sim 0 \quad \Theta_4 = -0,3392$$

[†]Obsérvese que aquí ajustamos en la parte regular un $MA(1)$ a pesar de haber propuesto $MA(2)$. Esto se debe a qué el término del segundo grado de la parte regular de $MA(2)$ no ha dado significativo: asumimos que es cero.

2.2.3. Validación

La validación de un modelo ARIMA se centra principalmente en el análisis de los residuales, que son las diferencias entre los valores observados y los predichos por el modelo. Para que el modelo sea adecuado, los residuales deben cumplir tres condiciones fundamentales: independencia, homogeneidad de la varianza y normalidad. Para ello analizaremos los gráficos necesarios y concluiremos la validación mediante test que confirmen nuestras observaciones.

Validaremos el modelo 1B exhaustivamente, utilizándolo como referencia para detallar los aspectos clave. En los modelos siguientes, adoptaremos una visión más resumida, enfocándonos en los puntos esenciales y optimizando el análisis en función de los aprendizajes previos.

Primero de todo evaluemos la homogeneidad de la varianza.

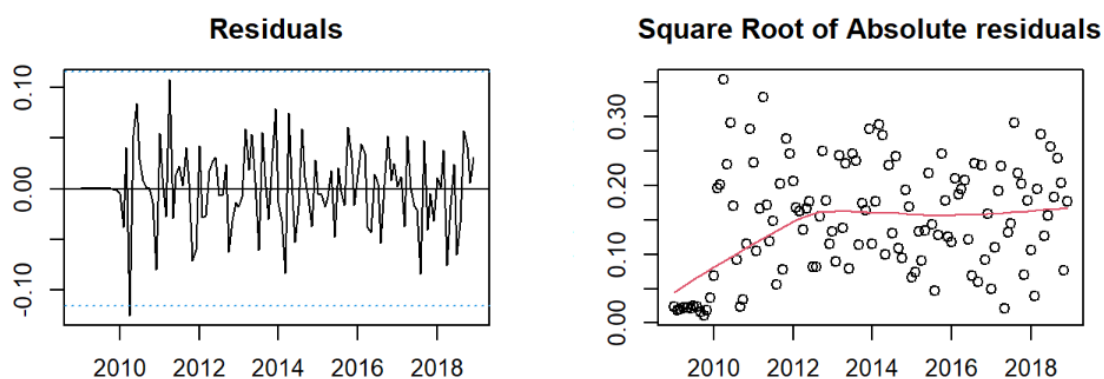


Figura 10

Los residuales de la Figura 10 fluctúan alrededor de la línea de cero, lo cual es deseable y sugiere que el modelo captura bien la tendencia central. Sin embargo, hay algunas observaciones fuera de los límites, lo que podría indicar valores atípicos. No parece haber una tendencia evidente en los residuales a lo largo del tiempo, lo que sugiere que el modelo captura adecuadamente la dinámica de la serie temporal.

El segundo gráfico de la Figura 10 muestra cómo la dispersión de los residuos cambia con el tiempo en los primeros años. La curva de suavización (en rojo) muestra un ligero aumento en la dispersión con el tiempo, especialmente durante los primeros años. Esto indica una posible falta de homocedasticidad, ya que la varianza parece aumentar. Sin embargo, a rasgos generales parece no haber patrones y estar distribuidos de manera aleatoria, sin tendencias, favorable a la homocedasticidad.

La mayoría de las barras de la Figura 11 están dentro de los intervalos de confianza (líneas azules punteadas), lo que indica que no hay autocorrelación significativa en los residuos al cuadrado.

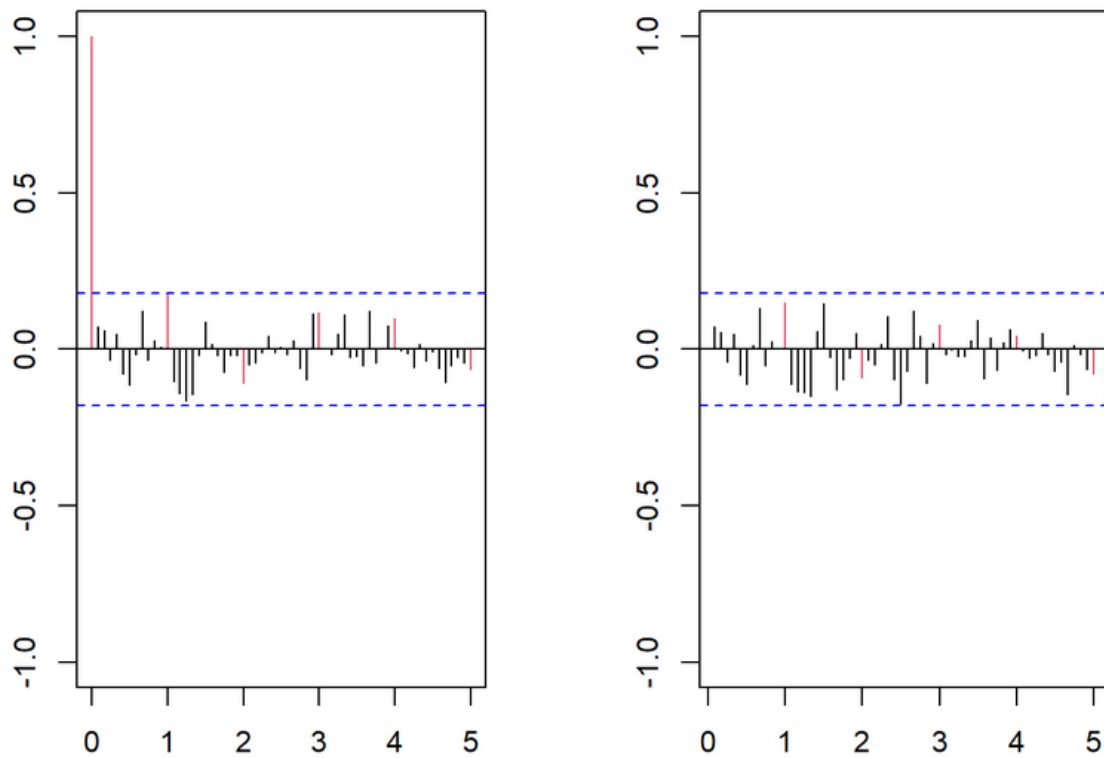


Figura 11: ACF (izquierda) y PACF (derecha) de los residuos cuadráticos

La ausencia de picos significativos en el PACF confirma que no hay patrones sistemáticos en la varianza de los residuos. En general, no hay evidencia clara de heterocedasticidad significativa aunque haremos una comprobación con el test de Breusch-Pagan más adelante.

Mediante el *Q-Q plot* i el histograma de los residuos evaluaremos la normalidad de los mismos (Figura 12).

La mayoría de los puntos del *Q-Q plot* se alinean bastante bien con la línea roja, lo que indica que los residuos se aproximan a una distribución normal. Sin embargo, en las colas, los puntos se desvían de la línea, lo que podría ser un indicio de valores

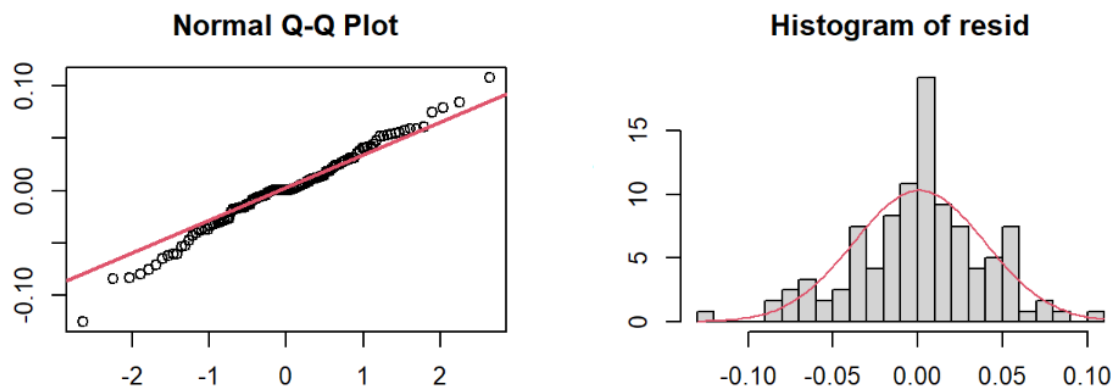


Figura 12

extremos o una ligera falta de normalidad en las colas de la distribución. Aunque hay una ligera desviación en los extremos, el gráfico sugiere que los residuos son razonablemente normales para fines prácticos, especialmente en el rango central.

El histograma tiene una forma aproximadamente simétrica, con la mayoría de los residuos concentrados alrededor de 0. La curva superpuesta (distribución normal teórica) se ajusta bastante bien a los datos, aunque hay algunas discrepancias menores en los extremos. Este gráfico refuerza la conclusión de que los residuos se comportan de manera aproximadamente normal, aunque hay ligeras desviaciones en las colas.

Ahora procedamos a analizar los gráficos de ACF y PACF (Figura 13) de los residuos para determinar si no hay correlación, lo que indicaría la independencia entre los residuos.

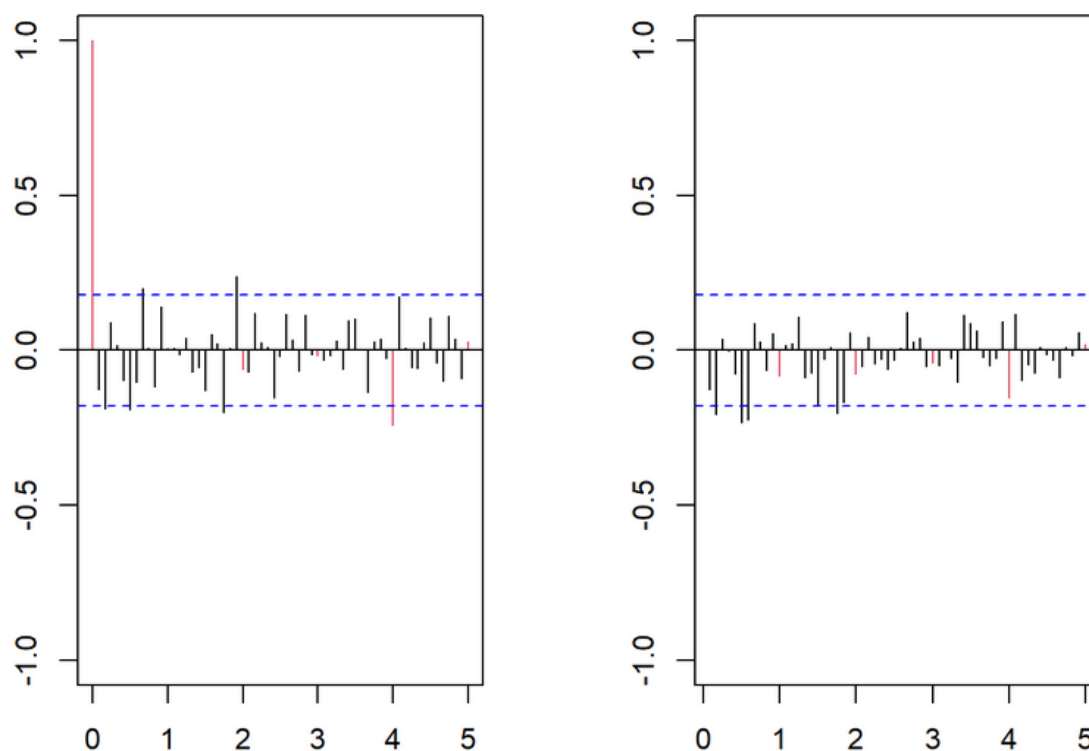


Figura 13: ACF (izquierda) y PACF (derecha) de los residuos

La mayoría de los coeficientes de autocorrelación de la ACF están dentro de los intervalos de confianza (líneas punteadas azules), lo que indica que no hay autocorrelación significativa en los residuos. Solo un coeficiente parece estar ligeramente fuera de los límites, pero su magnitud no es grande, lo que podría considerarse un ruido aleatorio. Los residuos no muestran autocorrelación significativa, lo que es una señal positiva de que el modelo está capturando correctamente la estructura de los datos.

En el caso de la PACF, al igual que en la ACF, la mayoría de los coeficientes están dentro de los intervalos de confianza. Esto refuerza la evidencia de que los residuos no tienen patrones sistemáticos en sus componentes parciales. Así pues, no

hay evidencia de autocorrelación parcial significativa en los residuos, lo que sugiere que el modelo es adecuado en este aspecto.

Como hemos visto en la teoría, verificar la importancia de la autocorrelación individual podría ignorar que la configuración de todos (o un subconjunto) los retrasos puede ser significativa en conjunto. Por tanto debemos realizar unas pruebas adicionales para verificar la independencia.

Los residuos estandarizados del primer gráfico, Figura 14, parecen fluctuar alrededor de cero, lo cual es una señal positiva. Sin embargo, hay algunos valores que exceden las líneas de ± 2 (y posiblemente ± 3), lo que indica la presencia de valores extremos. Aunque la mayoría de los residuos están dentro de los límites esperados, los valores extremos podrían representar ruido o problemas en el modelo.

Podemos observar en el gráfico del centro que la mayoría de los coeficientes de autocorrelación están dentro de los intervalos de confianza (líneas azules punteadas), lo que sugiere que no hay autocorrelación significativa. Esto es consistente con el comportamiento de ruido blanco esperado para los residuos. Por tanto, los residuos estandarizados no presentan autocorrelación significativa, lo que es una buena señal de que el modelo ARIMA está capturando bien la estructura de los datos.

Finalmente, los p valores de estadístico de Ljung-Box para la mayoría de los lags están por debajo del nivel de significancia común (0.05), especialmente en los lags iniciales. Esto sugiere que los residuos podrían no ser completamente independientes

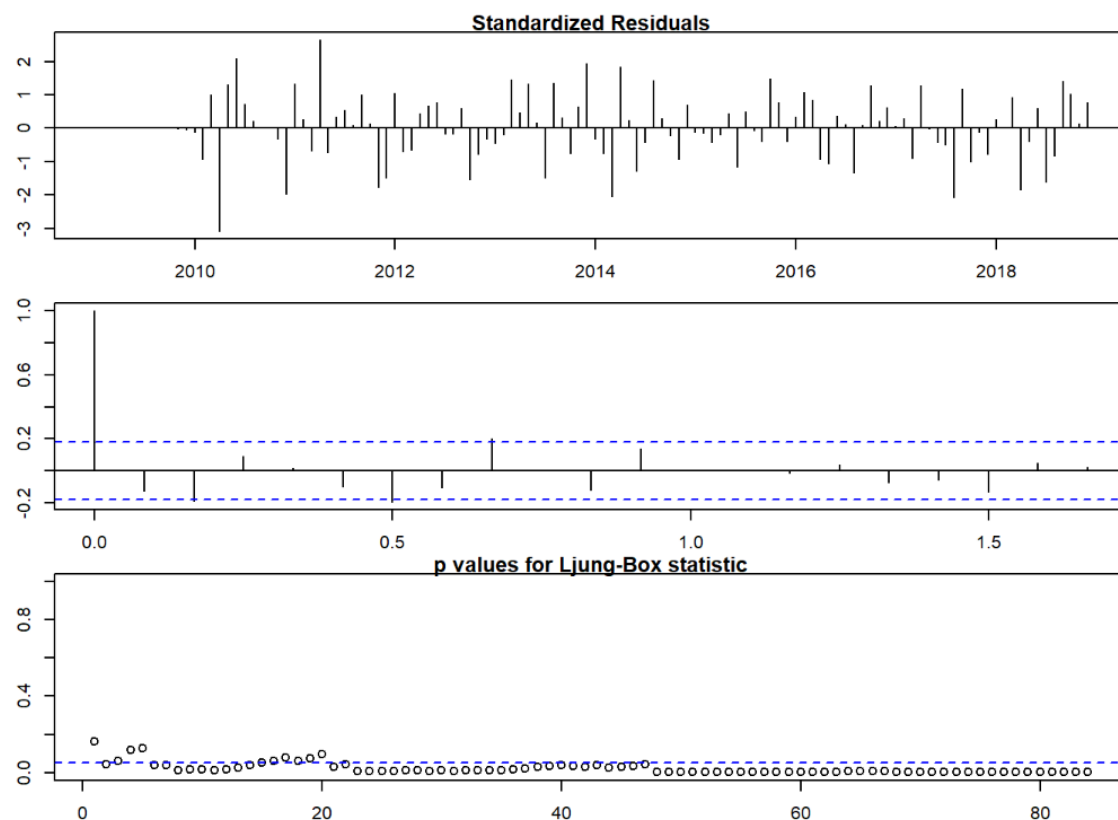


Figura 14: Test de Ljung-Box

en los primeros lags. Por hemos de rechazar la hipótesis nula "Los datos se distribuyen de forma independiente". Esto sugiere junto con el análisis anterior que los residuos no son completamente independientes.

Por último veamos en una tabla todos los valores de los tests agrupados según su categoría:

Categoría	Prueba	Estadístico	p-valor	df (si aplica)
Normalidad	Shapiro-Wilk	$W = 0,98712$	0,315	–
	Anderson-Darling	$A = 0,65517$	0,08522	–
	Jarque-Bera	$X^2 = 2,7272$	0,2557	$df = 2$
Homoscedasticidad	Breusch-Pagan	$BP = 0,025203$	0,8739	$df = 1$
Independencia	Durbin-Watson	$DW = 2,2484$	0,8995	–
	Ljung-Box (lag 12)	–	0,0176	–

El p-valor alto de Shapiro-Wilk i Jarque Bera indica que no se puede rechazar la hipótesis nula de normalidad en los residuos. De la misma manera que para el test de Anderson-Darling el p-valor no es suficientemente bajo como para rechazar la hipótesis nula, aunque está más cerca del límite (0.05), no genera preocupación significativa.

Para el test de Breusch-Pagan el p-valor alto indica que no hay evidencia de heterocedasticidad. Por tanto como habíamos observado la varianza de los residuos parece ser constante a lo largo del tiempo (homocedasticidad).

En términos de independencia, dado que el estadístico DW es cercano a 2 indica que no hay evidencia de autocorrelación en los residuos y el p-valor alto confirma que los residuos son independientes. Sin embargo hay que tener en cuenta que este test detecta la presencia de autocorrelación de primer orden (lag 1).

Lag.df	Statistic	p-value
1	1.956064	0.1619
2	6.311407	0.0426
3	7.311489	0.0626
4	7.350973	0.1185
12	24.466554	0.0176
24	43.671318	0.0083
36	56.058417	0.0177
48	76.679005	0.0053

Figura 15: Tabla de estadísticas del test de Ljung-Box

En los primeros lags (lag = 1, 2, 3, 4), los p-valores son razonablemente altos, lo que sugiere que no hay autocorrelación significativa. Por otro lado, en lags más largos (lag = 12, 24, 36, 48), los p-valores (0.017, 0.008, 0.017, 0.005) indican evidencia de autocorrelación significativa.

Aunque los residuos parecen independientes en los lags más cortos (y sus p-valores y el gráfico de Ljung-Box lo confirman), hay evidencia de autocorrelación significativa en los lags estacionales y a largo plazo. Es por esto que no podemos garantizar la independencia y, por tanto, el modelo no queda validado.

Las conclusiones obtenidas del análisis de los gráficos en el *modelo 1B* son similares a las del *modelo 2B*. A nivel visual, se observa homogeneidad en la varianza, una aproximación a la normalidad en los residuos y cierta evidencia de autocorrelación significativa en retardos más altos según los p-valores de la prueba de Ljung-Box. Esto refuerza la consistencia en los resultados entre ambos modelos.

Categoría	Prueba	Estadístico	p-valor	df (si aplica)
Normalidad	Shapiro-Wilk	$W = 0,98488$	0,2002	–
	Anderson-Darling	$A = 0,78741$	0,04001	–
	Jarque-Bera	$X^2 = 3,0744$	0,215	$df = 2$
Homoscedasticidad	Breusch-Pagan	$BP = 0,074869$	0,7844	$df = 1$
Independencia	Durbin-Watson	$DW = 2,2137$	0,8615	–
	Ljung-Box (lag 12)	–	0,01556	–

Tests del *modelo 2B*

La prueba de Breusch-Pagan no detecta diferencias significativas en la varianza. Esto implica que la homogeneidad de la varianza se puede asumir estadísticamente. Las pruebas muestran resultados mixtos para la normalidad:

- Shapiro-Wilk y Jarque-Bera no detectan desviaciones significativas de la normalidad.
- Anderson-Darling detecta una ligera desviación en las colas ($p < 0.05$).

En general, los residuos pueden considerarse aproximadamente normales, aunque podrían haber pequeñas desviaciones en las colas.

Aunque los residuos parecen independientes en los retardos iniciales, los resultados del Ljung-Box test revelan autocorrelación significativa a retardos mayores. Por lo tanto, la independencia no se cumple completamente y el modelo no es validado.

Modelos Validados

A partir de este punto, la interpretación de los gráficos validados son similares, de manera que comentaremos para los tres modelos las observaciones de las gráficas y comentaremos por separado los valores de los tests que respaldan las hipótesis.

La tendencia observada en el gráfico de Square Root of Absolute residual y la variabilidad de los residuos en el primer gráfico sugieren cierta homocedasticidad y los gráficos de autocorrelación no muestran evidencia fuerte de patrones repetitivos en los residuos al cuadrado.

Basándonos en el Q-Q Plot y el histograma, los residuos parecen ser aproximadamente normales con pequeñas desviaciones en las colas. La distribución del histograma parece simétrica y cercana a una forma normal. Además los puntos se acercan significativamente a la línea roja.

En las gráficas de las series de residuales, la mayoría de los valores se encuentran dentro de los límites de confianza, sin patrones evidentes, aunque se observan algunos valores atípicos que podrían ser eventos aislados. En el gráfico de autocorrelación (ACF), todas las barras se encuentran dentro de los intervalos de confianza, indicando la ausencia de autocorrelación significativa entre los residuales. Además, el análisis de la prueba de Ljung-Box muestra que los valores p están mayoritariamente por encima del umbral de 0.05, confirmando que no hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis de independencia. En conjunto, estos resultados respaldan la suposición de que los residuales son independientes.

Categoría	Prueba	Estadístico	p-valor	df (si aplica)
Normalidad	Shapiro-Wilk	$W = 0,98254$	0,1225	–
	Anderson-Darling	$A = 0,90427$	0,02052	–
	Jarque-Bera	$X^2 = 4,5177$	0,1045	$df = 2$
Homoscedasticidad	Breusch-Pagan	$BP = 0,031063$	0,8601	$df = 1$
Independencia	Durbin-Watson	$DW = 2,2423$	0,8934	–
	Ljung-Box (lag 12)	–	0,03588	–

Tests del *modelo 3B*

Respecto al *modelo 3B*, a partir de los gráficos y las pruebas estadísticas realizadas, se concluye que los residuos del modelo presentan un comportamiento adecuado en términos de independencia y homocedasticidad. Los resultados del Durbin-Watson test y el Ljung-Box test indican que no existe una autocorrelación significativa en los residuos, salvo ligeras dependencias para retardos bajos. Asimismo, la prueba de Breusch-Pagan sugiere que los residuos son homocedásticos, es decir, mantienen una varianza constante a lo largo del tiempo. En cuanto a la normalidad, los gráficos (Q-Q plot e histograma) muestran residuos aproximadamente normales, mientras que las pruebas formales como Shapiro-Wilk y Jarque-Bera respaldan esta conclusión, aunque Anderson-Darling indica ligeras desviaciones. En general, los residuos cumplen los supuestos básicos requeridos y el modelo queda validado, con pequeños indicios de desviación en la normalidad y la independencia inicial que no comprometen significativamente su validez.

Categoría	Prueba	Estadístico	p-valor	df (si aplica)
Normalidad	Shapiro-Wilk	$W = 0,98396$	0,1655	–
	Anderson-Darling	$A = 0,62206$	0,103	–
	Jarque-Bera	$X^2 = 5,7478$	0,05648	$df = 2$
Homoscedasticidad	Breusch-Pagan	$BP = 0,019484$	0,889	$df = 1$
Independencia	Durbin-Watson	$DW = 2,1371$	0,7466	–
	Ljung-Box (lag 12)	–	0,18357	–

Tests del *modelo 4B*

Los tests realizados del *modelo 4B* respaldan las observaciones anteriores. Los residuales del modelo cumplen con los principales supuestos: son aproximadamente normales, presentan homocedasticidad (varianza constante) y no muestran autocorrelación significativa, lo que confirma su independencia y por tanto el modelo queda validado.

Categoría	Prueba	Estadístico	p-valor	df (si aplica)
Normalidad	Shapiro-Wilk	$W = 0,9808$	0,08446	–
	Anderson-Darling	$A = 0,69513$	0,06781	–
	Jarque-Bera	$X^2 = 7,2764$	0,0263	$df = 2$
Homoscedasticidad	Breusch-Pagan	$BP = 0,079231$	0,7783	$df = 1$
Independencia	Durbin-Watson	$DW = 2,1006$	0,6781	–
	Ljung-Box (lag 12)	–	0,10631	–

Tests del *modelo 5B*

Los resultados de los tests para el *modelo 5B* confirman las observaciones anteriores. Las pruebas de independencia (Durbin-Watson y Ljung-Box) respaldan la ausencia de autocorrelación significativa en la mayoría de los rezagos, excepto en algunos rezagos más largos. Las pruebas de normalidad son consistentes, aunque Jarque-Bera sugiere una ligera desviación. Por último, la homocedasticidad también se confirma con la prueba de Breusch-Pagan, lo que respalda la validez general de las conclusiones previas.

Categoría	Prueba	Estadístico	p-valor	df (si aplica)
Normalidad	Shapiro-Wilk	$W = 0,98184$	0,1056	–
	Anderson-Darling	$A = 0,74122$	0,05209	–
	Jarque-Bera	$X^2 = 7,7789$	0,02046	$df = 2$
Homoscedasticidad	Breusch-Pagan	$BP = 0,1596$	0,6895	$df = 1$
Independencia	Durbin-Watson	$DW = 2,0857$	0,648	–
	Ljung-Box (lag 12)	–	0,45327	–

Tests del *modelo 6B*

Finalmente, y de manera similar en el *modelo 6B* las pruebas de independencia (Durbin-Watson y Ljung-Box) respaldan la ausencia de autocorrelación significativa en los residuos. Las pruebas de normalidad son coherentes, aunque Jarque-Bera indica una ligera desviación en las colas. Por último, la homocedasticidad se confirma mediante la prueba de Breusch-Pagan, lo que refuerza la validez general del modelo y de las conclusiones previas.

2.3. Resultados

2.3.1. Recapitulatorio

Hagamos un recopilatorio de la metodología y de los resultados hechos hasta ahora. Teníamos nuestra serie clasificada bajo la terminología ETS como AAM. Tras un paso logarítmico, una diferenciación estacional de orden doce ($D = 1, S = 12$) y una diferenciación regular ($d = 1$) hemos obtenido una serie estacionaria. Y, observando las funciones características de esta última serie hemos propuesto seis modelos ARIMA. De estos seis modelos dos de ellos estaban incluidos en otros dos ($mod2B \subset mod3B$ y $mod5B \subset mod6B$). Las diferencias entre estos modelos anidados no era significativa. Así pues nos hemos quedado sólo con los modelos más simples. Finalmente, tras estimar y validar estos modelos con varios tests explicados anteriormente, tenemos un favorito que es el $ARIMA(0, 1, 1)(1, 1, 0)_{12}$. Pero para reforzar nuestra decisión sobre el modelo definitivo, a continuación, realizaremos predicciones con todos los modelos significativos.

	mod1B	mod2B	mod4B	mod5B
Shapiro-Wilks Normality p-value	0.3150	0.2002	0.1655	0.0845
Anderson-Darling p-value	0.0852	0.0400	0.1030	0.0678
Jarque-Bera p-value	0.2557	0.2150	0.0565	0.0263
Breusch-Pagan p-value	0.8739	0.7844	0.8890	0.7784
Durbin-Watson p-value	0.8995	0.8615	0.7446	0.6781
Ljung-Box (lag 1) p-value	0.1619	0.2244	0.4546	0.5597
Ljung-Box (lag 2) p-value	0.0426	0.0710	0.2229	0.2438
Ljung-Box (lag 3) p-value	0.0626	0.1194	0.3734	0.4198
Ljung-Box (lag 4) p-value	0.1185	0.2058	0.5358	0.5878
Ljung-Box (lag 12) p-value	0.0176	0.0156	0.1836	0.1063
Ljung-Box (lag 24) p-value	0.0083	0.0117	0.0920	0.0468
Ljung-Box (lag 36) p-value	0.0177	0.0329	0.2024	0.1267
Ljung-Box (lag 48) p-value	0.0053	0.0133	0.0356	0.0300
Log Likelihood	189.4310	189.7291	191.7095	191.6102
AIC	-372.8620	-373.4582	-377.4191	-377.2024
RMSPE	0.0680	0.0736	0.0544	0.0529
MAPE	0.0602	0.0643	0.0464	0.0492
Mean Length	2.1081	2.1186	1.4752	1.4973

Figura 16: Tabla de estadísticas de validación y predicción

2.3.2. Predicciones

Nuestras series han sido ajustadas hasta el año 2018 (incluido), y cómo estamos en 2025 tenemos los datos reales de la serie temporal del año 2019. Así pues compararemos las predicciones de los modelos propuestos con los valores reales mediante las funciones de error RMSPE y MAPE:

$$\text{RMSPE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right)^2} \quad \text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \cdot 100$$

Dados los resultados, que pueden contemplarse en la tabla 16, escogeremos o bien el cuarto o bien el quinto modelo. Entonces, nos decantamos por el modelo que tiene mejores propiedades en la validación: el modelo 4B es nuestro modelo definitivo.

También, en R, se ha automatizado todo este procedimiento laborioso con la función *auto.arima()* y el resultado concuerda con nuestro modelo escogido. Concluimos que, detrás de la serie temporal del número de entrada de turistas en España, está el modelo teórico $ARIMA(0, 1, 1)(1, 1, 0)_{12}$.

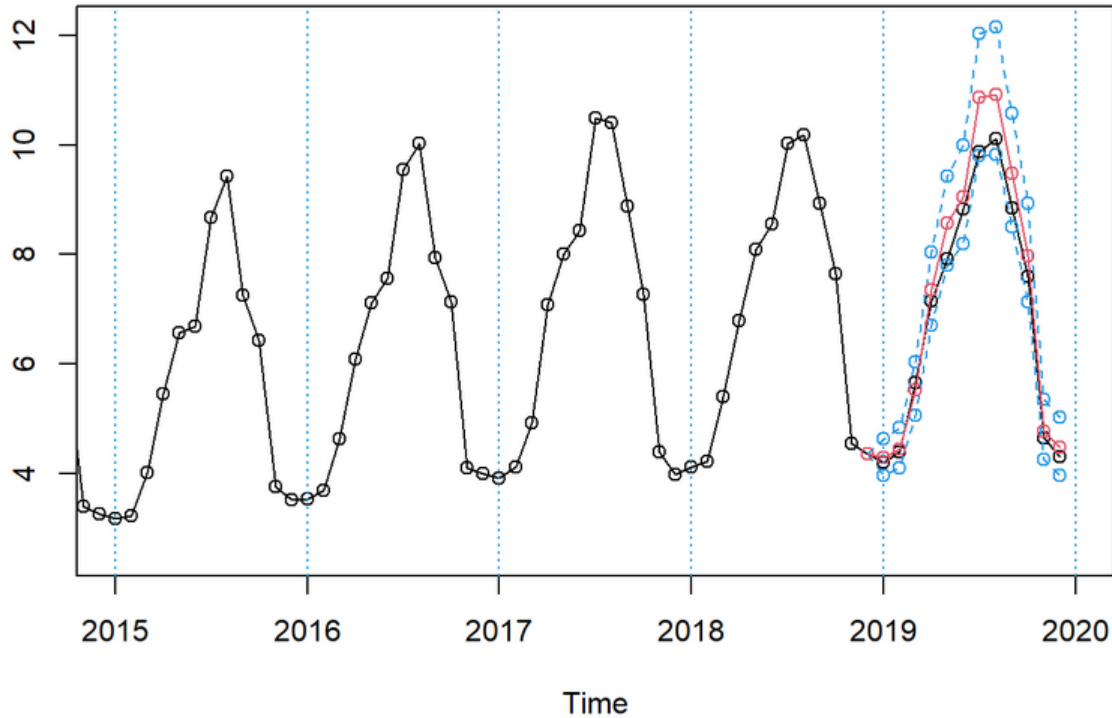


Figura 17: Predicciones con el modelo 4B (en azul los intervalos de confianza al 95 por ciento y en rojo la predicción)

La Figura 17 muestra la predicción a corto plazo[§]del mejor modelo (4B). Vemos que los intervalos de confianza acotan la serie real, que se sitúa un poco más abajo a las predicciones.

[§]Para ver predicciones a largo plazo de todos los modelos consúltese el archivo .RMD

3. Conclusiones

El modelo seleccionado para este trabajo es el **ARIMA(0,1,1)(1,1,0)₁₂**, una elección basada en el análisis de las características específicas de la serie temporal del turismo en España. Este modelo incluye una transformación logarítmica, lo que permite estabilizar la varianza y capturar de manera más precisa los patrones de crecimiento y estacionalidad.

La estructura del modelo refleja la complejidad de la serie temporal. Por un lado, incorpora términos de diferenciación no estacional y estacional ($1 - B$ y $1 - B^{12}$) para eliminar tanto la tendencia como los ciclos anuales. Por otro lado, cuenta con un componente autorregresivo estacional ($\Phi_1 = -0,4108$) que ajusta la dependencia temporal en ciclos de 12 meses, y un componente de promedio móvil no estacional ($\theta_1 = -0,6542$) que corrige las fluctuaciones aleatorias a corto plazo. Estos parámetros muestran que el modelo es capaz de capturar tanto las variaciones estacionales como la tendencia creciente a largo plazo.

El turismo en España, como una de las principales actividades económicas del país, presenta una marcada **estacionalidad multiplicativa**. Esto significa que las fluctuaciones estacionales no son constantes, sino que crecen proporcionalmente al nivel general de la serie. A medida que pasan los años, el número de turistas aumenta, y con ello también lo hace la amplitud de las variaciones estacionales. Este comportamiento justifica la elección de una descomposición multiplicativa (modelo tipo AAM), ya que permite modelar adecuadamente las características inherentes de los datos.

España se caracteriza por su fuerte atractivo turístico, con picos en las temporadas de verano y festividades clave. Esta estacionalidad, combinada con un crecimiento constante en el número de turistas debido a factores como la mejora en la conectividad y la promoción internacional, requiere herramientas analíticas robustas para su estudio. El modelo **ARIMA(0, 1, 1)(1, 1, 0)₁₂** es una herramienta eficaz que no solo permite comprender el comportamiento histórico del turismo, sino también proyectar tendencias futuras con precisión.

En conclusión, el procedimiento seguido y el modelo elegido han demostrado ser adecuados para capturar las particularidades de esta serie temporal. El análisis realizado proporciona una base sólida para la planificación estratégica y la toma de decisiones en el sector turístico, contribuyendo al desarrollo y gestión de uno de los pilares económicos de España.

Referencias

- [1] George E. P Box. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Hoboken N.J.: 4th ed. Wiley, 2008.
- [2] Comercio y Turismo Ministerio de Industria. *Datos del número de entrada de Turistas a España*. Accedido: 02 de enero de 2025. 2009-2019. URL: <https://sedeaplicaciones.minetur.gob.es/Badase/BadasiUI/lstSeriesInformesPostBack.aspx>.