



**MEMORIAS DE LAS**

**VII JORNADAS  
DE ENSEÑANZA  
DE LA MATEMÁTICA**



**UNSa**

Universidad  
Nacional de Salta

## **Memorias de las VII Jornadas de Enseñanza de la Matemática (JEM)**

Universidad Nacional de Salta  
Memorias de las VII Jornadas de Enseñanza de la Matemática (JEM)  
/ Compilado por Sângari, Antonio Noé - Salta: Universidad Nacional de Salta, 2024.

Archivo digital: descarga y online  
ISBN 978-987-633-615-4

### **Compiladores**

Guzmán González, Ramiro  
Sângari, Antonio Noé

### **Revisores de talleres y comunicaciones breves**

Etchegaray, Silvia Catalina  
Araujo, José Orlando  
Beatriz Susana, Marron

García, José Ignacio  
Esper, Lidia Beatriz  
Sângari, Antonio

### **Maquetación**

Martinez, Gonzalo Matias

### **Diseño e identidad**

Díaz, Aldana Lucía

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA  
Av. Bolivia 5150 – Salta Capital

**Autoridades**  
**Universidad Nacional de Salta**

**Rector**

Ing. Daniel HOYOS

**Vicerrector**

Cr. Nicolás INNAMORATO

**Secretario de Extensión**

Lic. Rubén Emilio CORREA

**Facultad de Ciencias Exactas**

**Decano**

Mg. Gustavo Daniel GIL

**Vicedecana**

Dra. María Rita MARTEARENA

**Departamento de Matemática**

**Director**

Prof. Julio POJASI

**Vicedirector**

Dr. Jorge YAZLLE

**Secretario**

CPN. Cristian PINTO

**Prosecretaria**

Prof. Ivone PATAGUA

**Equipo Editorial JEM**  
**Coordinación General**

Prof. Celia Villagra  
Prof. Silvia Mabel Baspiñeiro  
Prof. Blanca Azucena Formeliano  
Prof. Ivone Anahí Patagua  
Prof. Antonio Noé Sângari

**Plataforma**

**Open Journal System (OJS)**  
Lic. Ramiro Guzmán González

**Diseño de Identidad**  
Lic. Aldana Lucía Díaz

**Maquetación**  
Gonzalo Matias Martinez

**Declaraciones de Interés Educativo y Avaes Institucionales**

RECTORADO  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA  
RES. R. N° 773/2023

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA  
RESD-EXA N° 182/2023

SUBSECRETARÍA DE DESARROLLO CURRICULAR  
E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA  
MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CULTURA, CIENCIA  
Y TECNOLOGÍA DE LA PROVINCIA DE SALTA  
RES. N° 152/2023

## Prólogo

Las VII Jornadas de Enseñanza de la Matemática híbridas, realizadas en su parte presencial en las instalaciones de la Universidad Nacional de Salta del 24 de julio al 2 de agosto de 2023, representaron un hito en el continuo esfuerzo por mejorar la calidad de la educación matemática en nuestra región. Durante esos días, docentes, investigadores y estudiantes se congregaron con el objetivo de reflexionar sobre sus prácticas docentes, compartiendo experiencias y conocimientos que, sin duda, contribuirán al enriquecimiento de la comunidad educativa.

Las Jornadas ofrecieron un variado programa de actividades que incluyó conferencias magistrales, talleres prácticos y comunicaciones breves. Entre las actividades destacadas, se encuentran las conferencias de Valeria Borsani, que abordó *El pasaje de la aritmética al álgebra en los primeros años de la escuela media*, la de Andrés Rieznik, que abordó *Discalculia, un capítulo olvidado de la neuropsicología*, y el de Daniela Reyes, *Empoderamiento docente, ¿por qué pensar en ello?* y cinco talleres sobre enseñanza de la matemática. La participación activa de los asistentes reflejó el interés y el compromiso con la mejora continua de la enseñanza de la matemática.

Queremos expresar nuestro más sincero agradecimiento a todos los participantes, ponentes y talleristas que, con su dedicación y entusiasmo, hicieron posible el éxito de este evento. Asimismo, extendemos nuestro reconocimiento a la Universidad Nacional de Salta y a todas las instituciones que nos brindaron su apoyo.

Las presentes Memorias recogen las ideas, debates y conclusiones surgidas durante las Jornadas, sirviendo como un valioso recurso para todos aquellos interesados en la enseñanza de la matemática. Esperamos que este compendio inspire a los lectores a continuar explorando y aplicando nuevas estrategias pedagógicas en sus aulas.

Con la mirada puesta en el futuro, confiamos en que las próximas ediciones de las Jornadas de Enseñanza de la Matemática seguirán siendo un espacio de encuentro, reflexión e innovación para nuestra comunidad.

Prof. Antonio Noé SÁNGARI  
Coordinador de las VII Jornadas de Enseñanza de la Matemática

ÍNDICE

<b>I</b>	<b>Talleres</b>	<b>7</b>
1	Preparación de estudiantes para las Olimpiadas Matemáticas: Técnicas de preparación <i>Sángari, A. N.; Flores Rocha, V.; Ghiglia, N. N.; Coria, S. E.</i>	8
2	Datos educativos: producción y uso de herramientas de procesamiento de información con asistencia de la IA para la toma de decisiones <i>Bifano, F. J; Carranza, P. F.</i>	12
3	Uso de recursos tecnológicos para optimizar la enseñanza de la geometría <i>Bifano, F. J; Carranza, P. F.</i>	16
4	Enseñanza del álgebra inicial a través de la modelización con un enfoque de la teoría antropológica didáctica <i>Villagra, C.; Carrasco, R.; Alvarez, D.; Miguez, I.</i>	19
5	Avanzando con las propiedades de los conjuntos numéricos: Encadenamientos y ausencias entre la escuela Primaria y la escuela Secundaria <i>Villagra, C.; Carrasco, R.; Alvarez, D.; Miguez, I.</i>	24
<b>II</b>	<b>Comunicaciones breves</b>	<b>29</b>

# I Talleres

# PREPARACIÓN DE ESTUDIANTES PARA LAS OLIMPIADAS MATEMÁTICAS: TÉCNICAS DE PREPARACIÓN

---

ANTONIO NOÉ SÁNGARI  
*Universidad Nacional de Salta*  
diamantecinthia@gmail.com

VERONICA FLORES ROCHA  
*Universidad Nacional de Salta*

NADIA NOEL GHIGLIA  
*Universidad Nacional de Salta*

SILVIA ESTER CORIA  
*Universidad Nacional de Salta*

**RESUMEN.** Este curso-taller está diseñado para capacitar a docentes de matemáticas de secundaria en técnicas de demostración matemática, con el objetivo de preparar a sus estudiantes para participar en las Olimpiadas Matemáticas. Se enfocará en el desarrollo de habilidades de razonamiento lógico y deductivo, la enseñanza de estrategias didácticas específicas y la aplicación de estos conocimientos en la práctica. Los participantes tendrán acceso a materiales teóricos, actividades prácticas y herramientas de evaluación para asegurar un aprendizaje integral.

**PALABRAS CLAVE** — Curso-taller, Matemáticas, Olimpiadas Matemáticas, Razonamiento lógico, Razonamiento deductivo.

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1 Sobre el taller

El curso-taller «Preparación de Estudiantes para las Olimpiadas Matemáticas: Técnicas de Demostración» está diseñado específicamente para docentes de matemáticas de nivel secundario. Este programa tiene como objetivo principal dotar a los profesores de las herramientas y estrategias necesarias para enseñar a sus estudiantes a construir demostraciones matemáticas rigurosas. La habilidad de realizar demostraciones precisas es un aspecto crucial en las Olimpiadas Matemáticas, con un énfasis particular en la geometría básica.

En el contexto de las Olimpiadas Matemáticas, tanto a nivel nacional como internacional, la capacidad de los estudiantes para presentar demostraciones claras y lógicas es fundamental para su éxito. Por esta razón, el curso-taller pone un énfasis especial en proporcionar a los docentes un sólido soporte bibliográfico a través de la Red Olímpica. Esta red ofrece una guía valiosa para las demostraciones esperadas en las competencias, ayudando a los estudiantes a prepararse adecuadamente y a competir con confianza en los diferentes niveles de las Olimpiadas.

Con este curso-taller, se espera que los docentes adquieran un mayor dominio en la enseñanza de técnicas de demostración y, a su vez, transmitan estos conocimientos a sus alumnos, potenciando así sus habilidades matemáticas y su desempeño en las competencias.

### 1.2 Importancia de la enseñanza de la demostración

Destacamos que en el contexto de la Olimpiada Matemática Argentina, la demostración ocupa un lugar central y fundamental en la resolución de problemas matemáticos. A diferencia de las respuestas simples o los cálculos rápidos, una demostración matemática exige un razonamiento riguroso y lógico.

La demostración es esencial en la Olimpiada Matemática porque asegura la validez de las soluciones, desarrolla habilidades críticas y analíticas, promueve una comunicación efectiva, profundiza la comprensión matemática y permite una evaluación justa y completa de las capacidades de los estudiantes.



## 2. CONTENIDOS

### 2.1 Módulo 1: Definición y tipos de demostraciones.

- Elementos de una demostración rigurosa.
- Ejemplos históricos y su importancia.
- Ejemplos de certámenes nacionales e internacionales de la Olimpiada Matemática Argentina, tanto en soporte bibliográfico como en publicación en línea.
- Estrategias didácticas para enseñar estos conceptos.

### 2.2 Módulo 2: Técnicas Básicas de Demostración

- Demostraciones directas.
- Demostraciones por contradicción.
- Demostraciones por contraposición.
- Ejercicios prácticos y resolución de problemas.
- Métodos para enseñar estas técnicas a los estudiantes.

### 2.3 Módulo 3: Geometría

- Postulados y teoremas fundamentales.
- Construcción de demostraciones geométricas.
- Aplicación de teoremas en problemas de Olimpiadas en certámenes regionales, nacionales e internacionales.
- Actividades prácticas.

## 3. REQUISITOS PREVIOS

Docentes de matemáticas de nivel secundario y estudiantes avanzados de profesorados de matemática, interesados en preparar a sus estudiantes para participar en Olimpiadas Matemáticas.

## 4. OBJETIVOS

1. Capacitar a los docentes en técnicas de demostración matemática.
2. Fomentar habilidades de razonamiento lógico y deductivo en sus estudiantes.
3. Proveer estrategias didácticas para enseñar demostraciones.
4. Preparar a los docentes para guiar a sus estudiantes en competencias matemáticas regionales, nacionales e internacionales.

## 5. ACTIVIDADES

### 5.1 Actividades previas

Antes del inicio formal del curso-taller, los participantes tendrán acceso a un curso en la plataforma Moodle de la Facultad de Ciencias Exactas. En esta plataforma, se adjuntarán extractos esenciales de elementos de una prueba en matemática, especialmente del texto de Margaris [1] sobre lógica formal como soporte básico y del clásico de Polya [2] sobre resolución de problemas y organización de demostraciones. Además, se proporcionarán videos explicativos que cubren demostraciones básicas para familiarizar a los docentes con los conceptos fundamentales. El programa y el cronograma detallado de actividades del curso estarán disponibles en la plataforma, permitiendo a los participantes planificar su tiempo de estudio. Para asegurar que los docentes asimilen los conceptos preliminares, se implementará un cuestionario de autoevaluación, el cual los participantes deberán completar antes de la primera sesión sincrónica.

### 5.2 Primeras hora y media sincrónicas

La primera sesión sincrónica comenzará con una breve presentación del taller, estableciendo los objetivos y la estructura del curso. Se introducirán las ideas básicas de los elementos de una demostración, proporcionando una visión general de los conceptos fundamentales que serán abordados en profundidad más adelante. Se solicitará la participación activa de los cursantes, quienes serán invitados a compartir sus perspectivas y experiencias sobre la enseñanza de demostraciones matemáticas. Esta discusión

inicial ayudará a identificar los conocimientos previos de los docentes y a ajustar el enfoque del taller según sus necesidades.

### 5.3 Primeras tres horas entre clases

Estas horas estarán dedicadas a la preparación de las próximas clases sincrónicas centradas en el módulo 2, que aborda diversos métodos de demostración y técnicas para enseñarlos. Se pondrán a disposición textos extraídos del libro de Larson [3] sobre resolución de problemas para estructurar los métodos de demostración. Adicionalmente, se seleccionarán problemas relevantes de los libros de Araujo et al. [4, 5, 6] y Fauring et al. [7, 8], los cuales serán utilizados como ejemplos prácticos durante las sesiones sincrónicas. Los participantes deberán revisar estos materiales y reflexionar sobre su aplicación en el aula, preparando preguntas y comentarios para la próxima sesión.

### 5.4 Segundas hora y media sincrónicas

En esta sesión, se abordará el módulo 2 siguiendo una metodología similar a la de las primeras horas sincrónicas. El enfoque estará en las técnicas básicas de demostración y en métodos pedagógicos para enseñar estas técnicas a los estudiantes. Los cursantes serán invitados a explicar el material que se les asignó para lectura durante las primeras tres horas entre clases, fomentando así una discusión profunda y colaborativa. Se debatirán posibles modificaciones a los ejercicios presentados para obtener respuestas más generales y abarcativas, permitiendo a los docentes adaptar los problemas a diferentes niveles de dificultad y contextos de enseñanza.

### 5.5 Segundas tres horas entre clases

Durante estas horas, los participantes prepararán las próximas clases sincrónicas que continuarán con el módulo 3. Este módulo se centrará en la justificación de las hipótesis y en el camino lógico necesario para obtener los teoremas más comunes en la geometría elemental. Se proporcionarán materiales adicionales que exploran estos conceptos en profundidad, incluyendo ejemplos prácticos y ejercicios para resolver. Los docentes deberán revisar estos materiales y preparar sus propias explicaciones y preguntas para la próxima sesión sincrónica, asegurando así una comprensión sólida de los temas tratados.

### 5.6 Terceras hora y media sincrónicas

La tercera sesión sincrónica continuará con el módulo 3, siguiendo el mismo enfoque interactivo y participativo de las sesiones anteriores. Se profundizará en las técnicas de demostración y resolución de problemas, con un énfasis especial en la búsqueda de primeros principios para fundamentar los resultados obtenidos. Se dedicará la parte final de esta sesión a explicar la evaluación final del curso-taller, aclarando cualquier duda que los participantes puedan tener. Esto asegurará que todos los cursantes estén bien preparados para demostrar su comprensión y aplicación de las técnicas de demostración matemática enseñadas a lo largo del taller.

### 5.7 Evaluación final

- Desarrollo de recursos educativos para el entrenamiento de estudiantes, centrados en el razonamiento lógico de deducciones geométricas.
- Cuestionario final que aborde los principales temas del taller.
- Reflexión escrita sobre la experiencia del taller y el aprendizaje obtenido.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Margaris, A. (1968). *First Order Mathematical Logic*. Dover Publications.
- [2] Polya, G. (1945). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University Press.
- [3] Larson, L. C. (1983). *Problem-Solving Through Problems*. Springer.
- [4] Araujo, J., Keilhauer, G., & Pietrocola, N. (2020a). *Orientaciones en la Geometría Elemental Tomo I*. Red Olímpica.
- [5] Araujo, J., Keilhauer, G., & Pietrocola, N. (2020b). *Orientaciones en la Geometría Elemental Tomo II*. Red Olímpica.
- [6] Araujo, J., Keilhauer, G., & Pietrocola, N. (2020c). *Orientaciones en la Geometría Elemental, Tomo I y II*. Red Olímpica.

- [7] Fauring, P., Gutiérrez, F., & Pedraza, J. C. (2000). *Olimpiadas Internacionales de Matemática, Problemas de Entrenamiento, Red Olímpica 2000*. Red Olímpica.
- [8] Fauring, P., Gutiérrez, F., & Saucedo, M. (2023). *Problemas 31 OMA*. Red Olímpica.

# DATOS EDUCATIVOS: PRODUCCIÓN Y USO DE HERRAMIENTAS DE PROCESAMIENTO DE INFORMACIÓN CON ASISTENCIA DE LA IA PARA LA TOMA DE DECISIONES

---

FERNANDO JORGE BIFANO

*Facultad de Ciencias Exactas y Naturales — Universidad de Buenos Aires*

`fjbifano@ccpems.exactas.uba.ar`

PABLO FABIÁN CARRANZA

*Universidad Nacional de Río Negro*

**RESUMEN.** La generación y uso de datos es actualmente uno de los nuevos emergentes que impactan en las diferentes esferas de la sociedad y por tanto, la educación se ve tensionada por las demandas que ello conlleva. En ese sentido, surgen nuevas vacancias para la formación docente y se vuelve necesario ofrecer instancias que permitan a quienes enseñan contar con herramientas para la comprensión, uso y toma de decisiones fundadas y sostenidas en la interpretación de la información. Este taller ofrece la posibilidad de familiarizarse con herramientas básicas que brindan los softwares para el procesamiento de la información y que con la asistencia de las IA se ven potenciados en sus aplicaciones. A partir del trabajo con distintos tipos de bases de datos educativos, propondremos un recorrido que aborda algunas herramientas de representación gráfica de la información en lenguaje de programación Python asistido por medio de inteligencias artificiales tales como ChatGPT y Gemini. Se analizarán las potencialidades de estrategias tales como clustering y árboles de decisión para la caracterización de grupos de estudiantes.

**PALABRAS CLAVE** — Datos educativos, IA, Python, Procesamiento de la información.

## 1. INTRODUCCIÓN

El análisis de datos es una disciplina que ha visto incrementado su desarrollo recientemente por varios factores vinculados entre sí. Entre ellos destacamos:

- Disponibilidad de herramientas de procesamiento de datos en computadoras de escritorio.
- Crecimiento de librerías de libre acceso en lenguaje Python.
- Desarrollo de nuevos métodos de análisis de datos, llegando incluso a herramientas vinculadas a la inteligencia artificial.
- Existencia de volúmenes de datos.

Estos elementos combinados permiten la aplicación de herramientas que facilitan la comprensión de fenómenos complejos y la toma de decisiones basadas en información.

Las instituciones educativas no escapan a estos avances. En efecto, los datos disponibles o factibles de ser obtenidos permiten una mejor interpretación de fenómenos del ecosistema educativo y el desarrollo de acciones basadas en información. A modo de ejemplo citamos:

- análisis de desempeño integral de estudiantes
- relaciones entre estrategias de estudio y calificaciones
- relaciones entre proyectos de vida, resiliencia y retención universitaria
- sistemas de alerta temprana de abandono
- caracterización de grupos de estudiantes por técnicas de clustering

El análisis de datos, entonces, resulta una herramienta que permite extraer información para la comprensión de fenómenos que acontecen en la institución educativa y así tomar decisiones basadas en información precisa y contextualizada.

Estas herramientas pueden ser utilizadas tanto por los equipos de conducción como por los docentes en la aulas; en contextos presenciales o virtuales. En esta propuesta nos centraremos en algunas herramientas de análisis de datos que resultan de interés a docentes tanto sea al interior de una cátedra como para el análisis interdisciplinario del desempeño de estudiantes. Las mismas son también de gran interés para la gestión de la institución, facilitando la comprensión de la dinámica de la misma y brindando fundamentos para la toma de decisiones.

## 2. CONTENIDOS

Se abordarán algunas herramientas de representación gráfica de la información en lenguaje de programación Python asistido por medio de inteligencias artificiales tales como ChatGPT y Gemini. Se analizarán las potencialidades de herramientas tales como clustering y árboles de decisión para la caracterización de grupos de estudiantes. Más precisamente se proponen los siguientes módulos:

### 2.1 Actividades previas

- a) Introducción a lenguaje de programación Python en Jupyter Notebook  
El análisis de datos se realizará en el entorno llamado Jupyter Notebook, herramienta accesible desde el software Anaconda (gratuito).
- b) Abrir una base de datos en formatos xlsx o csv en Jupyter Notebook con Python  
Los datos serán analizados en python, por lo que el primer paso será subir la base de datos al entorno Jupyter Notebook para poder tratar la base de datos en el lenguaje python.

### 2.2 Módulo 1

En este módulo se abordarán los conceptos básicos de programación en Python en Jupyter Notebook para un primer tratamiento de datos educativos. En esta primera etapa, se trabajará con datos numéricos reales anonimizados de alumnos de escuelas secundarias de Argentina. Entre otros, serán tratados temas tales como:

- a) primera exploración de la base de datos
- b) representación gráfica de variables
- c) correlaciones
- d) normalización o estandarización
- e) clustering por método k-nn
- f) árboles de decisión

Todos los métodos serán considerados como herramientas de síntesis para la extracción de información de los datos. En todas las instancias se accederá al uso de IA generativas como asistentes a la programación en Python.

En este módulo se debatirá sobre las condiciones del trabajo final del taller, consistente en una presentación por dupla de un análisis de datos propios. Más precisamente, se consagrarán los últimos minutos a establecer las características que deben reunir los datos para un análisis acorde a las posibilidades del taller.

### 2.3 Módulo 2

En este módulo se abordará el tratamiento de datos categóricos en escala de likert, muy frecuentes en contextos educativos. Se tratarán en principio con los mismos métodos abordados en el módulo 1. Se integrarán también con datos de origen numérico para posibles extracciones de información de tales cruzamientos.

Se dedicarán los últimos minutos a terminar de definir las características de la presentación que cada dupla hará sobre el análisis de datos propios como trabajo final.

### 2.4 Módulo 3

Este módulo se consagrará enteramente a las presentaciones que cada dupla haya podido realizar sobre el análisis de datos educativos propios. Se realizarán también devoluciones y comentarios de parte de todos los participantes a las diferentes presentaciones.

### 3. REQUISITOS PREVIOS

Este taller está destinado a docentes que enseñan matemáticas en los niveles medio y superior. Se requiere conocimientos mínimos en el área de la estadística descriptiva. Así mismo resulta deseable que los asistentes cuenten con cierta familiaridad en relación con el uso de herramientas tecnológicas tales como Excel. El manejo de lenguaje de programación previo no es excluyente y se espera que sea una de las capacidades a desarrollar en los asistentes.

### 4. OBJETIVOS

En este taller, nos proponemos alcanzar los siguientes objetivos:

- Favorecer la reflexión crítica sobre la producción y el uso de datos educativos para la toma de decisiones fundamentadas.
- Introducir en el uso de los rudimentos básicos de la programación en Python para el análisis de datos.
- Utilizar herramientas tecnológicas, especialmente con la asistencia de la IA, para potenciar el análisis de la información educativa para la toma de decisiones.
- Desarrollar habilidades básicas en el tratamiento de bases de datos para el análisis estadístico.

### 5. ACTIVIDADES

#### 5.1 Actividades previas

Para poder participar plenamente del taller, les proponemos a los cursantes que como actividades previas se familiaricen con algunos softwares y/o herramientas que utilizaremos durante el desarrollo del mismo. Específicamente les proponemos:

- Para una introducción al tema sugerimos seguir las propuestas detalladas en los siguientes vídeos:  
Descargar Anaconda: <https://www.anaconda.com/download>  
Vídeos de primeros pasos de Python en Jupyter Notebook:
  - <https://www.youtube.com/watch?v=81-AyuxjdBo>
  - <https://www.youtube.com/watch?v=cp5gUF1D0nQ&list=PLMUoURdFUxkkHw8tVweJi8YAZcZHDjYou>
- Para una introducción a la etapa de acceso a una base de datos desde Jupyter notebook, los participantes pueden acceder al siguiente vídeo:
  - <https://www.youtube.com/watch?v=dbEQtzObsQw>Los enlaces no son excluyentes, los participantes encontrarán muchos otros en la web.

#### 5.2 Primera hora y media sincrónica

A lo largo de la primera etapa sincrónica, le propondremos a los cursantes, el análisis de una base de datos anonimizada basada en resultados de rendimiento académico (módulo 1) —provista por los profesores a cargo del taller— que se centrará en aspectos tales como: representación gráfica de datos, correlaciones, clustering, entre otros.

- Exploración de base de datos.
- Representación gráfica de distribuciones de variables.
- Establecimiento de posibles relaciones entre variables.
- Utilización de métodos de machine learning tales como clustering y árboles de decisión.

#### 5.3 Primeras tres horas entre clases

Como parte de la primera sección entre clases, los estudiantes en grupos deberán producir un breve informe con los principales hallazgos obtenidos a partir del análisis estadístico efectuado en la sección 5.2. Las características del mismo son:

- Una extensión máxima de 5 carillas incluyendo gráfico y/o anexos.
- Expresar clara y fundadamente, los principales resultados que surgen del análisis estadístico de la base de datos estudiada.

#### 5.4 Segundas hora y media sincrónicas

La primera parte de la sesión estará abierta a compartir algunos de los principales resultados producidos en los informes grupales como fruto de la etapa 5.3. En una segunda parte, análogamente a lo descrito en la sección 5.2, los profesores del taller ofreceremos a los cursantes una base de datos educativos relacionados con el abandono escolar para su análisis (módulo 2).

#### 5.5 Segundas tres horas entre clases

Este espacio es análogo al descrito en la sección 5.3. La diferencia fundamental radica en que se les propondrá a los cursantes del taller, la búsqueda y/o elaboración de información que pueda ser un insumo para la construcción de una base de datos propia que les permita hacer un estudio de alguna problemática relacionada con las instituciones escolares en la que se desempeñan. Esto será el insumo fundamental para la producción final.

#### 5.6 Terceras hora y media sincrónicas

Este espacio es análogo al descrito en la sección 5.4. A diferencia de la etapa referenciada, dedicaremos una primera parte de la sesión a que los estudiantes compartan los datos recogidos en la etapa 5.5. a los fines de discutir la viabilidad de su estudio para la producción final (módulo 3).

#### 5.7 Evaluación final

Como parte de la evaluación final del curso, propondremos a los cursantes las siguientes actividades:

- Elaboración de un proyecto final aplicando los conocimientos adquiridos. Más precisiones sobre el mismo se ofrecerán oportunamente a través de la plataforma de la facultad.
- Cuestionario final que aborde los principales temas del taller a modo de autoevaluación del taller.
- Reflexión escrita sobre la experiencia del taller y el aprendizaje obtenido dando cuenta de los principales obstáculos superados a lo largo de la experiencia.

### 6. BIBLIOGRAFÍA

- [9] Aristizabal, J. (2016). Analítica de datos de aprendizaje (ADA) y gestión educativa. *Rev. Gestión de la Educación*, 6(2), 149-168. <https://doi.org/10.15517/rge.v1i2.25499>
- [10] Barragán Pazmiño, B. M., & Pazmiño Maji, R. A. (2018). Literatura científica sobre análisis estadístico implicative: un mapeo sistemático de la década que transcurre. *Ciencia Digital*, 2(4.1), 55-69. <https://doi.org/10.33262/cienciadigital.v2i4.1..190>
- [11] Carranza, P., Vasches, F., Gamoneda, A., Cardieri, M., Benzaquén, I., & Pedersen, E. (2024). Estudio sobre violencia en relaciones sexoafectivas de jóvenes de la provincia de Neuquén, Argentina mediante A.S.I. <http://rid.unrn.edu.ar/handle/20.500.12049/8919>
- [12] Carranza, P. (2014). Presencia de interpretaciones bayesiana y frecuentista de la probabilidad en libros de estudio en Francia [Especial ASI]. *Educ. Matem. Pesq., São Paulo*, 16(3), 1071-1087.
- [13] Fajardo Ibarra, R., & González Zúñiga, F. (2017). El impacto de los videojuegos en la inteligencia: Una revisión de la literatura. *Innovación Educativa*, 17(74), 131-149. <https://doi.org/10.22458/ie.v17i74.25499>
- [14] Gámez Jara, D., & Rodríguez Martínez, L. (2016). La influencia de la tecnología en el rendimiento académico de los estudiantes de secundaria. *Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa*, 15(2), 30-50. <https://doi.org/10.22458/rte.v15i2.25499>
- [15] Morduchowicz, A. (2006). Los indicadores educativos y las dimensiones que los integran. <http://biblioteca.udgvirtual.udg.mx/jspui/handle/123456789/198>
- [16] UNESCO IIEP Learning Portal. (2024). Usar datos para mejorar la calidad. <https://learningportal.iiep.unesco.org/es/fichas-praticas/monitorear-el-aprendizaje/usar-datos-para-mejorar-la-calidad>

# USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS PARA OPTIMIZAR LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

---

PATRICIA ANGÉLICA RUIZ  
*Universidad Nacional de Salta*  
patry.26.38@gmail.com

ANTONIO NOÉ SÁNGARI  
*Universidad Nacional de Salta*

**RESUMEN.** Este curso-taller está diseñado para capacitar a docentes de matemáticas de secundaria en el uso de recursos tecnológicos para optimizar la enseñanza de la geometría. El principal objetivo es desarrollar habilidades que permitan integrar herramientas tecnológicas en el aula, favoreciendo así la comprensión espacial y geométrica de los estudiantes. Además, se busca aplicar estos conocimientos adquiridos en la práctica educativa. Los participantes tendrán acceso a materiales teóricos, actividades prácticas y herramientas de evaluación para asegurar un aprendizaje integral.

## 1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la geometría ha experimentado una notable evolución en los últimos años, gracias a los avances tecnológicos. La integración de la tecnología en el aula se ha revelado como una herramienta eficaz para mejorar el aprendizaje y la comprensión de los conceptos geométricos. Una estrategia didáctica que puede ser empleada es el uso de software y aplicaciones interactivas. Con este fin, se ha diseñado el curso-taller "Uso de recursos tecnológicos para optimizar la enseñanza de la geometría", dirigido a docentes de matemáticas en secundaria. El objetivo principal es proporcionarles las herramientas y estrategias necesarias para integrar recursos tecnológicos en su práctica docente, mejorando así la comprensión y el rendimiento académico de sus estudiantes en esta área específica del conocimiento matemático.

## 2. CONTENIDOS

### 2.1 Módulo 1: Introducción a los recursos tecnológicos en la enseñanza de la geometría

- Importancia de la tecnología en la educación. Thomas [20].
- Visión general de las herramientas tecnológicas disponibles.
- Estrategias didácticas para integrar tecnología en la enseñanza de la geometría.

### 2.2 Herramientas de Software para la Enseñanza de la Geometría

- Software de geometría dinámica. Hohenwarter [18]
- Plataformas interactivas y recursos en línea.
- Ejercicios prácticos y actividades interactivas. (Construcción de triángulos)

### 2.3 Módulo 3: Implementación Práctica en el Aula

- Planificación de clases utilizando recursos tecnológicos.
- Ejemplos de lecciones interactivas.
- Evaluación del impacto de la tecnología en el aprendizaje de los estudiantes. Kay [19]
- Actividades prácticas y simulaciones.

## 3. REQUISITOS PREVIOS

Docentes de matemáticas de nivel secundario y estudiantes avanzados de profesorados de matemática, interesados en integrar recursos tecnológicos en la enseñanza de la geometría.



#### 4. OBJETIVOS

1. Capacitar a los docentes en el uso de recursos tecnológicos para la enseñanza de la geometría.
2. Mejorar la comprensión espacial y geométrica de los estudiantes mediante el uso de tecnología.
3. Proveer estrategias didácticas para integrar tecnología en el aula.
4. Evaluar el impacto de la tecnología en el rendimiento y comprensión de los estudiantes.

#### 5. ACTIVIDADES

##### 5.1 Actividades previas

En un curso de la plataforma Moodle de la Facultad de Ciencias Exactas se adjuntarán tutoriales y guías sobre el uso de herramientas tecnológicas para la enseñanza de la geometría, con un énfasis especial en GeoGebra Team [17]. Los materiales incluirán:

- **Tutoriales Interactivos:** Documentos detallados sobre la instalación y uso básico de GeoGebra, incluyendo ejemplos de construcción geométrica y manipulación de figuras.
- **Guías Avanzadas:** Materiales sobre funciones más avanzadas de GeoGebra, como la creación de hojas de trabajo interactivas y simulaciones dinámicas.
- **Videos Demostrativos:** Videos que muestran paso a paso cómo utilizar GeoGebra en un entorno de enseñanza, presentando casos de estudio y mejores prácticas.
- **Ejemplos de Lecciones Interactivas:** Modelos de lecciones que integran GeoGebra con la plataforma Moodle, mostrando cómo los alumnos pueden interactuar con el contenido.
- **Programa y Cronograma de Actividades:** Documento detallado con el plan de trabajo del curso, incluyendo fechas y temas de cada módulo.
- **Cuestionario de Autoevaluación:** Un cuestionario en Moodle para que los participantes puedan evaluar su conocimiento previo sobre el uso de herramientas tecnológicas en la enseñanza de la geometría.

##### 5.2 Primeras hora y media sincrónicas

Comenzaremos con una breve presentación del taller, incluyendo los objetivos, el cronograma y las expectativas. Posteriormente, se realizará:

- **Introducción a los Recursos Tecnológicos:** Explicación de los principales recursos tecnológicos disponibles para la enseñanza de la geometría, destacando especialmente el uso de GeoGebra.
- **Importancia de la Tecnología en la Enseñanza de la Geometría:** Discusión sobre cómo la tecnología puede mejorar la comprensión y la enseñanza de conceptos geométricos.
- **Participación de los Cursantes:** Solicitud a los participantes para que compartan sus experiencias previas con la tecnología en el aula y sus expectativas respecto al taller.

##### 5.3 Primeras tres horas entre clases

Estas horas serán dedicadas a la preparación de las próximas clases sincrónicas donde se tratará el módulo 2. Las actividades incluirán:

- **Preparación de Materiales:** Creación de documentos y videos instructivos sobre el uso de GeoGebra para hacer presentaciones y su integración con otros recursos, como la plataforma Moodle.
- **Desarrollo de Contenidos:** Elaboración de contenidos que los cursantes deberán revisar y practicar antes de la próxima sesión sincrónica.
- **Foros de Discusión:** Apertura de foros en Moodle para que los participantes puedan plantear dudas y discutir sobre los materiales proporcionados.

##### 5.4 Segundas hora y media sincrónicas

Abordaremos el módulo 2 de manera similar a las primeras horas sincrónicas. Las actividades incluirán:

- **Enfoque en el Uso de Software de Geometría Dinámica:** Demostraciones y prácticas sobre el uso avanzado de GeoGebra y otras herramientas tecnológicas.
- **Actividad Práctica:** Solicitud a los participantes para que creen una hoja de trabajo en GeoGebra, la suban al repositorio de Moodle, y extraigan el código para incrustarla en la plataforma.

- **Discusión y Feedback:** Espacio para que los participantes compartan sus creaciones y reciban retroalimentación de sus compañeros y del instructor.

### 5.5 Segundas tres horas entre clases

Estas horas se dedicarán a la preparación de las próximas clases sincrónicas, donde se continuará con el módulo 3 e iniciará la implementación práctica en el aula. Las actividades incluirán:

- **Preparación de Materiales para el Módulo 3:** Desarrollo de contenidos y ejemplos de materiales didácticos que incorporen GeoGebra en las clases.
- **Creación de un Ejemplo de Clase:** Diseño de una clase modelo que los participantes puedan usar como referencia, utilizando GeoGebra como herramienta principal.
- **Foros de Discusión:** Espacios en Moodle para discutir sobre los materiales y prepararse para la implementación práctica.

### 5.6 Terceras hora y media sincrónicas

Continuaremos tratando el módulo 3, con énfasis en la planificación de clases y evaluación del impacto de la tecnología en el aprendizaje de los estudiantes. Las actividades incluirán:

- **Planificación de Clases con Tecnología:** Orientación sobre cómo planificar y estructurar clases que integren herramientas tecnológicas como GeoGebra.
- **Evaluación del Impacto Tecnológico:** Métodos para evaluar cómo la tecnología está afectando el aprendizaje de los estudiantes y cómo se puede mejorar su uso.
- **Resolución de Dudas:** Espacio final para evacuar las dudas de los participantes con respecto a la evaluación final del curso y cualquier otra inquietud que puedan tener.

### 5.7 Evaluación final

- Elaboración de un mini-proyecto final aplicando los conocimientos adquiridos.
- Cuestionario final que aborde los principales temas del taller.
- Reflexión escrita sobre la experiencia del taller y el aprendizaje obtenido.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- [17] GeoGebra Team. (2024). GeoGebra Manual [Disponible en línea].
- [18] Hohenwarter, M. (2015). *Teaching Mathematics with GeoGebra*. Springer.
- [19] Kay, A. (1991). *The Future of Education and Technology*. Addison-Wesley.
- [20] Thomas, M. O. (2010). *The Role of Technology in the Teaching and Learning of Mathematics*. Springer.

# ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA INICIAL A TRAVÉS DE LA MODELIZACIÓN CON UN ENFOQUE DE LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DIDÁCTICA

---

CELIA VILLAGRA

*Universidad Nacional de Salta*  
villagracelia@gmail.com

ROSANA CARRASCO

*Universidad Nacional de Salta*

DANIELA ALVAREZ

*Universidad Nacional de Salta*

ISABEL MIGUEZ

*Universidad Nacional de Salta*

**RESUMEN.** Ante las dificultades que tienen los estudiantes del nivel medio para comprender los objetos del álgebra, surgen investigaciones como las de Gascón [22] y Bolea [21] que consideran que es necesaria una concepción procedimental del álgebra, haciendo hincapié en la modelización. Pero en la escuela secundaria es frecuente que la modelización en matemática esté restringida a la aplicación de conocimientos matemáticos, ya aprendidos, a situaciones reales o artificiales. La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), según Chevallard [23], busca integrar los principios de la antropología y la didáctica para mejorar la educación matemática, reconociendo la importancia de la diversidad cultural, el contexto social y la participación activa de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que promueve la construcción del sentido de los conceptos matemáticos. La TAD propone que toda actividad humana puede ser modelada mediante praxeologías, a partir de esta idea es que en el taller se propiciará la comprensión de los principios fundamentales de esta teoría didáctica y el análisis de diferentes propuestas de modelización que fueron diseñadas para la escuela Secundaria, particularmente en la construcción del Álgebra inicial.

**PALABRAS CLAVE** — Modelización matemática - TAD - Álgebra elemental - Enseñanza

## 1. INTRODUCCIÓN

En la educación matemática del nivel secundario es frecuente que estudiantes se refieran a la poca aplicabilidad de los contenidos matemáticos y pregunten para qué sirve lo que se les enseña. Cuando se trata de la enseñanza inicial del álgebra tienen dificultades para la comprensión conceptual de los objetos fundamentales de esta rama de la matemática, que se pone de manifiesto en los errores que presentan cuando resuelven situaciones algebraicas. Es por ello que diferentes autores han pensado la matemática como una actividad de modelización lo que impulsa a un cambio de mirada sobre el trabajo que los docentes propician sobre sus estudiantes respecto al saber matemático. En la escuela media la modelización está generalmente restringida a la aplicación de conocimientos matemáticos, ya aprendidos, a situaciones reales o artificiales. La teoría antropológica de lo didáctico (TAD), propuesta por Chevallard [23], busca integrar los principios de la antropología y la didáctica para mejorar la educación matemática, reconociendo la importancia de la diversidad cultural, el contexto social y la participación activa de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que promueve la construcción del sentido de los conceptos matemático, proponiendo que toda actividad humana puede ser modelada mediante praxeologías. Recuperando los aportes de esta teoría didáctica en el taller se propiciará la comprensión de las nociones fundamentales de la TAD y el análisis de diferentes propuestas de modelización que fueron diseñadas para la escuela Secundaria, particularmente en la construcción del Álgebra elemental. Se busca que el docente sea capaz de reformular lo que entiende por procesos de modelización y que se inicie

en el diseño de problemas incorporando diferentes tipos de praxeologías para propiciar la construcción de sentido del álgebra elemental en sus estudiantes.

## 2. CONTENIDOS

Modelización en Matemática. Concepciones. La modelización en matemática según diferentes escuelas didácticas. Teoría Antropológica didáctica. Praxeología. Tradiciones en la enseñanza del álgebra. Enseñanza del álgebra a partir de situaciones de modelización.

## 3. REQUISITOS PREVIOS

Tener conocimientos de herramientas básicas de GeoGebra. Dominio sobre los contenidos de álgebra que se enseñan en la escuela secundaria.

## 4. OBJETIVOS

- Reformular la concepción de modelización privilegiando la construcción de sentido como idea fundamental.
- Comprender los principios básicos de la Teoría Antropológica Didáctica.
- Valorar la construcción de sentido de los objetos iniciales del álgebra en sus estudiantes a través de la incorporación de problemas de diferentes praxeologías.

## 5. ACTIVIDADES

### 5.1 Actividades previas

1. Los asistentes al taller deberán completar una encuesta para indagar acerca de las concepciones que tienen sobre modelización en matemática. Se adjunta el enlace del formulario en Google que deberán completar <https://forms.gle/gCoNxTbzK4hfzHM7>
2. Los docentes deberán mirar un video de Patricia Sadovsky que se encuentra en el siguiente enlace <https://youtu.be/W0ZocU8f-sc?si=vGea6gBz1TZfOdVE> y responder las siguientes preguntas:
  - 2.1 *¿En qué se diferencia la enseñanza de la matemática desde sus inicios en la Escuela Secundaria con respecto a la actualidad?*
  - 2.2 *¿De qué otros factores consideras que depende la efectividad o el resultado de la implementación de las estrategias didácticas aplicadas en la enseñanza de la matemática (condiciones institucionales o sociales)?*
  - 2.3 *¿Cuál es el mayor desafío que enfrentas al construir sentido de las matemáticas en el aula?*
  - 2.4 *¿Qué dificultades encuentras al establecer conexiones entre las herramientas que provee la matemáticas y los problemas que permite abordar?*
  - 2.5 *¿Consideras que establecer conexiones entre las herramientas que ofrece la matemática y los problemas de la vida real, hace que los alumnos se involucren y les resulte más atractiva las matemáticas?*
  - 2.6 *¿Qué tipo de consignas crees que deben plantearse para poder captar el aprendizaje de tus alumnos,*
  - 2.7 *¿Crees que se puede estandarizar algún tipo de evaluación dirigida a probar algunos conocimientos en matemática?*
  - 2.8 *¿Qué metodología utilizas para la enseñanza de la Matemática en tu práctica docente?*
  - 2.9 *¿Qué opinas sobre la siguiente frase? Justifica.*  
*"La enseñanza y el aprendizaje es un hecho esencialmente interactivo: No se puede enseñar si no hay alumnos y los alumnos no pueden aprender si no hay un mediador, un docente que enseñe".*

### 5.2 Primera hora y media sincrónica

1. Actividad grupal. Los asistentes deberán analizar dos actividades, una de ellas corresponde a una situación de modelización según la concepción que nos interesa.
2. Se realizará la puesta en común de las actividades anteriores
3. Un tallerista presenta las diferentes concepciones de modelización. Se referirá de manera particular a la modelización como metodología de enseñanza.
4. Se analizará la actividad de modelización resuelta propiciando la discusión sobre la concepción de modelización subyacente y los pasos que puede llevar a cabo el docente para trabajarla en el aula.

### Actividad propuesta “Planes de Ahorro”

Consigna 1: Analizar la actividad propuesta a estudiantes.

Consigna 2: Identificar contenidos involucrados

Consigna 3: Proponer tareas que puede llevar a cabo el estudiante para tomar la decisión sobre el plan de ahorro adecuado.

*“Deseamos planear con tiempo el viaje de fin de curso, para lo que tenemos que decidir un plan de ahorro que nos permita reunir una cantidad suficiente de dinero. Aunque no sabemos aún el precio exacto del viaje, podemos hacer una estimación de la cantidad de dinero que necesitamos, y comenzar a tomar decisiones sobre los diferentes plazos de entrega, las diferentes cantidades a dar en cada plazo, etc. Por supuesto, no se trata de decidir hoy cuánto dinero hay que entregar y cómo, sino de empezar a trabajar sobre ello, con la intención de anticiparnos a final de curso y a las necesidades que tendremos cuando sepamos el precio exacto del viaje.”*  
(García, 2005, p. 365)

### 5.3 Primeras tres horas entre clases

1. Se les solicitará a los asistentes al taller que miren un video que se incrustará en la página Moodle [https://youtu.be/xbsQN6AFPCY?si=Sbpv8mV\\_vrBw--J5](https://youtu.be/xbsQN6AFPCY?si=Sbpv8mV_vrBw--J5)

Completar

- La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) es el estudio del \_\_\_\_\_ en la \_\_\_\_\_ aplicado a la \_\_\_\_\_. Se fundamenta en la \_\_\_\_\_, que a su vez implica realizar un estudio de la \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_.
  - La estructura lógica del diseño curricular en el marco de la TAD, es un proceso que consta de \_\_\_\_\_ etapas bien diferenciadas.
  - La primera etapa enfatiza que es necesario plantear al alumno una \_\_\_\_\_ que le resulte \_\_\_\_\_ y genere en él \_\_\_\_\_ de resolverlo. En esta etapa intervienen además dos conjuntos de personas: conjunto de \_\_\_\_\_ y conjunto de \_\_\_\_\_.
  - En la segunda fase, el alumno debe ser capaz de identificar \_\_\_\_\_ cuestiones problemáticas (subproblemas) que se derivan o están relacionadas con el \_\_\_\_\_ inicial y que necesitan ser abordadas a los efectos de \_\_\_\_\_.
  - En la tercera etapa el alumno propone posibles \_\_\_\_\_ a cada uno de los subproblemas planteados en la etapa anterior, obtenidas mediante la consulta de diferentes \_\_\_\_\_. Es decir, formula respuestas \_\_\_\_\_ que lo ayudarán a construir una respuesta \_\_\_\_\_.
  - En el cuarto paso, se configura un \_\_\_\_\_, formado por los siguientes elementos \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_.
  - En el último paso se elabora una \_\_\_\_\_ tentativa y \_\_\_\_\_ del \_\_\_\_\_ inicial.
2. Deberán resolver el problema Planes de Ahorro, utilizando la planilla de cálculo de GeoGebra o de Excel y analizarlo teniendo en cuenta algunas ideas fundamentales de la TAD expresadas en el video anterior.

### 5.4 Segundas hora y media sincrónicas

1. Se recuperará la actividad resuelta en las horas entre clases.
2. Un tallerista explicará los principios básicos de la TAD y su vinculación con la modelización.
3. En grupos resolverán la siguiente actividad diseñada por Banchio (2021)

ACTIVIDAD 1. Dado un paralelogramo, ¿es posible inscribirlo en una circunferencia de radio  $r$ ? Si es así, ¿existe una relación de dependencia entre el área del paralelogramo y el radio  $r$ ? ¿Y entre el perímetro y el radio? Entre todos los paralelogramos inscriptibles, ¿Existirá uno de mayor área? ¿Y uno de mayor perímetro?

4. Puesta en común de la resolución de la actividad
5. Discusión respecto al valor didáctico de la actividad en el marco de la modelización de la TAD.

### 5.5 Segundas tres horas entre clases

Análisis de una propuesta de modelización en la que deben responder:

- ¿En qué contexto está la situación?
- ¿Es una actividad de modelización? ¿por qué?
- ¿Qué contenidos están involucrados?
- ¿Cuál es el valor didáctico de la actividad?
- Diseñe con GeoGebra el ítem 2 y suba el archivo generado. ¿Cuál es la importancia de poder resolver la actividad usando GeoGebra?

**Situación 1: El cuadrado que cumple años.** Propuesta por Audisio et al. [25]

- Tenemos un cuadrado que tiene un año de edad y mide  $1\text{cm}^2$ . ¿Cómo será el cuadrado cuando cumpla dos años de edad, si de un año al siguiente su lado aumenta en  $1\text{cm}^2$ ? Si tomamos un cuadrado de  $1\text{cm}$  como unidad, ¿cuántos cuadrados unidad tendrá el Cuadrado a los dos años?
- Supongamos que el Cuadrado, al ir creciendo, mantiene el contorno pintado de rojo. ¿Cómo será el Cuadrado a los 3, 4, 5 y 10 años?. Organice los datos que obtenga al responder las siguientes preguntas:
  - ¿Qué longitud tiene el lado del cuadrado?
  - ¿Cuál es el perímetro del cuadrado cuando va cumpliendo años?
  - Mida el área del cuadrado
  - ¿Cuántos cuadrados unidad de los que forman la figura tienen dos lados pintados?
  - ¿Cuántos cuadrados unidad de los que forman la figura tienen un lado pintado?
  - ¿Cuántos cuadrados unidad de los que forman la figura no tienen ningún lado pintado?
  - Encuentre una expresión que responda a los ítems anteriores para cuando el cuadrado tenga  $n$  años
- Observe en la figura 4.1, los siguientes cubos formados cada uno de ellos por cubos de unidad.

Consigne cuántos cubos unidad necesito para armar los cuerpos 1, 2, 3, 4,  $n$ . Si deseo pintar los cuerpos 1, 2, 3, 4,  $n$ , ¿a cuántos cubos unidad le pintaré sólo 1 de sus caras, a cuántos solo 2 de sus caras, a cuántos 3 de sus caras o ninguna cara?. Construya una tabla con los datos y establezca relaciones. Tenga en cuenta que el cuerpo 1 mide  $1\text{cm}^3$ .

Puede utilizar el applet Diseño de cuerpos geométricos en papel isométrico de la plataforma <http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=125> para graficar los cuerpos de 4 a  $n$ .

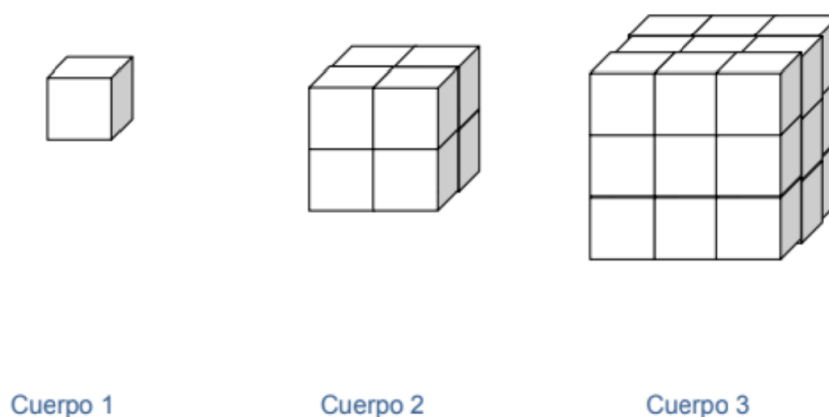


FIGURA 4.1

### 5.6 Terceras hora y media sincrónicas

1. Se retomará la actividad entre clases y se analizará cómo puede llevarse a cabo la gestión de la clase
2. Se conformarán grupos para que cada uno resuelva una de las cinco actividades diseñadas en el documento “Matemática para la Formación Docente” ([https://drive.google.com/file/d/1X\\_Hz86UvQZhWuBMkGTj9cY0JmMQt4Ia0/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1X_Hz86UvQZhWuBMkGTj9cY0JmMQt4Ia0/view?usp=sharing)) propuesto por Dirección de Educación Superior de la Provincia de Córdoba de la modelización con enfoque en la TAD.
3. Puesta en común
4. Recomendaciones finales por parte de los talleristas para trabajar el álgebra inicial a través de la modelización.

### 5.7 Evaluación final

1. Se les proporcionará una actividad de modelización cuyo contenido principal será del álgebra inicial.
  - 1.1 Resuelva la actividad.
  - 1.2 Identifique el contexto de la situación planteada.
  - 1.3 Identifique los contenidos involucrados y el o los que se quiere enseñar.
  - 1.4 Justifique con marco teórico por qué corresponde a una actividad de modelación
  - 1.5 Exprese cómo gestionaría la clase
2. En no menos de 4 líneas exprese una reflexión escrita sobre la experiencia del taller y el aprendizaje obtenido.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- [21] Bolea, P. (2003). *El proceso de algebrización de las organizaciones matemáticas escolares* [Tesis doctoral]. Departamento de Matemática de la Universidad de Zaragoza, Monografías del Seminario de Matemática “García de Galeno”, número 23.
- [22] Gascón, J. (1999). La naturaleza prealgebraica de las matemáticas escolares. *Educación matemática*, 11(1), 77-78.
- [23] Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- [24] García, F. (2008, 1 de enero). El álgebra como instrumento de modelización. Articulación del estudio en las relaciones funcionales en la educación secundaria. En *Investigación en educación matemática* (pp. 71-92).
- [25] Audisio, V., Chirino, P., Heredia, N., Viola, F., & Gramaglio, H. (2019). Modelización Matemática. Documento de la serie Matemática para la Formación Docente. Articulación DGES - FAMAT. Córdoba.

# AVANZANDO CON LAS PROPIEDADES DE LOS CONJUNTOS NUMÉRICOS: ENCADENAMIENTOS Y AUSENCIAS ENTRE LA ESCUELA PRIMARIA Y LA ESCUELA SECUNDARIA

---

MARIETTE SUSANNE DAHER  
*Universidad Nacional de Salta*  
susannedaher013@gmail.com

JOSEFINA LÁVAQUE FUENTE  
*Universidad Nacional de Salta*

BLANCA AZUCENA FORMELIANO  
*Universidad Nacional de Salta*

**RESUMEN.** El taller tiene como intención promover las problemáticas de prácticas de enseñanza sobre el estudio de las propiedades de los conjuntos numéricos naturales  $\mathbb{N}$ ; enteros  $\mathbb{Z}$  y racionales  $\mathbb{Q}$ .

Asimismo, se brindará entradas para el objeto de estudio con distintos caminos; que el docente podrá analizar y reformular teniendo en cuenta las continuidades y rupturas entre la escuela primaria y la escuela secundaria sobre las propiedades de los conjuntos numéricos.

Desde la mirada didáctica que sostienen los documentos curriculares tanto nacionales como jurisdiccionales, se pretende problematizar los recorridos de los contenidos y prácticas propios de la escuela primaria y de la escuela secundaria sobre los conjuntos numéricos.

Durante el taller se propondrán actividades que permitan estudiar y rescatar propiedades de los conjuntos numéricos que se estudian en la escuela primaria como uno más que, uno menos que, entre números naturales, regularidades en la serie escrita del conjunto de números naturales y se continuará con el estudio de las propiedades de los números enteros y racionales para reflexionar acerca de la continuidad y provisoriedad de los conocimientos construidos sobre las propiedades de los números naturales al ampliar cada conjunto numérico.

## 1. INTRODUCCIÓN

Este taller contribuirá a profundizar las propiedades que poseen los conjuntos numéricos; las que son propias y las que se van incrementando a medida que se avanza en el estudio de los conjuntos numéricos; como así también permitirán el estudio y la reflexión alrededor de los obstáculos y los errores que se producen. Desde un punto de vista matemático y didáctico, por medio de la resolución de problemas, se propone reflexionar a través de:

- Presentación y resolución de problemas.
- Socialización de los procedimientos que hacen a la resolución de problemas
- Elaboración de conclusiones, mediante diagramas o tablas

## 2. CONTENIDOS

- **Módulo 1:** Números naturales. Tabla numérica. Propiedades
- **Módulo 2:** Números enteros. Tabla numérica. La recta numérica. Propiedades.
- **Módulo 3:** Números racionales. La recta numérica. Propiedades

## 3. REQUISITOS PREVIOS

Los docentes deberán tener conocimiento sobre los NAP. Diseños Curriculares de primaria y secundaria.



#### 4. OBJETIVOS

- Analizar las propiedades de los conjuntos numéricos en la resolución de problemas.
- Establecer las variables didácticas que permiten poner juego las propiedades de los conjuntos numéricos.
- Identificar problemas y estrategias de resolución en relación con las propiedades de los conjuntos numéricos en la propia tarea y de la tarea con otros colegas.
- Reflexionar acerca de las continuidades y rupturas entre la escuela primaria y la escuela secundaria sobre las propiedades de los conjuntos numéricos desde perspectivas de enseñanza de la matemática sostenidas en documentos curriculares.

#### 5. ACTIVIDADES

##### 5.1 Actividades previas

Lectura y análisis del siguiente texto para comentar en la primera clase sincrónica.

##### Números Naturales y Enteros

Los números naturales, de símbolo  $\mathbb{N}$ , son todos los números enteros positivos, es decir, todas aquellas cifras sin decimales y mayores a 0. Algunos ejemplos de números naturales son 1, 6, 23, 147 y 30500.

Dependiendo del área de ciencia y el convenio utilizado, los números naturales se representan en uno de los siguientes conjuntos:

- El conjunto de naturales sin el cero, que comienza con 1:  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$
- El conjunto de naturales con el cero, que empieza con dicha cifra:  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$

No obstante, como el 0 no puede ser ni positivo ni negativo, es preferible no incluirlo dentro del conjunto de números naturales, pues solo aborda los números enteros positivos.

Los números naturales fueron los primeros números que empleamos para cuantificar objetos. Con el tiempo, los hemos utilizado para ordenar valores, comparar cantidades diferentes y como base para todo tipo de operaciones matemáticas. De hecho, para obtener otros números, como los fraccionarios, nos servimos muchas veces de los números naturales.

##### Propiedades de los números naturales

**Los números naturales solo presentan números enteros positivos, es decir, del 1 en adelante.** Los números negativos quedan fuera del conjunto de los naturales.

- Los números fraccionarios o con cifras decimales tampoco encajan en el conjunto de números naturales.
- Todos los números naturales poseen un sucesor y siguen un orden específico. En otras palabras, para cada número natural existe uno mayor que viene justo después ( $4 \rightarrow 5$ ,  $19 \rightarrow 20$ ,  $110 \rightarrow 111$ ,  $3041 \rightarrow 3042$ , etc.).
- Hay una cantidad infinita de números naturales, ya que siempre podemos hallar un número natural que sea mayor a otro.
- Entre dos números naturales hay un número finito de naturales. Por ejemplo, entre 5 y 12 solo hay seis números naturales: 6, 7, 8, 9, 10 y 11.

### Clasificación y ejemplos de números enteros

Los números enteros se agrupan en tres subconjuntos: el 0, los enteros positivos y los enteros negativos. El 0 tiene su propia categoría al ser un **valor neutro**, es decir, un número que **no puede ser ni positivo ni negativo**.

A continuación, compartimos propiedades y características de los números enteros:

- Existe una **cantidad infinita de números enteros**, tanto positivos como negativos. La prueba es que siempre podemos hallar un número entero más pequeño o más grande que otro número entero.
- **Entre dos números enteros** hay una **cantidad finita de enteros**. Por ejemplo, entre -7 y 4 existen 10 números enteros, que son: -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2 y 3.
- Para cada número entero siempre hay otro mayor denominado **sucesor**. Por ello, los números enteros siguen un orden específico que no cambia. Por ejemplo, al número 5 le sigue el número 6, después del 101 viene el 102, y el sucesor de -21 es -20.
- En la recta numérica, **los números enteros más pequeños se sitúan a la izquierda**, mientras que **los más grandes se sitúan a la derecha**.
- Cualquier suma, resta y multiplicación entre dos números enteros siempre devolverá otro número entero. No es así con las divisiones, ya que hay casos en que la división de dos números enteros devuelve un número fraccionario, es decir, un valor con cifras decimales.
- El valor absoluto de un número entero es siempre el mismo, independientemente de su signo, ya que simplemente mide la distancia del número respecto al cero. Por ejemplo, el valor absoluto de  $|+11|$  y  $|-11|$  es igual: 11.

## 5.2 Presentación del taller

- Objetivos, Contenidos, forma de trabajo
- Criterios e indicadores de evaluación.
- Trabajo grupal del problema 1
- Puesta en común
- Contenidos: Números naturales. Importancia de la tabla numérica. Propiedades de los números naturales
- **Tareas grupales para exponer:**
  1. Resuelva los siguientes problemas.
  2. Enuncie otro problema más complejo.
  3. Identifique los conceptos involucrados como saberes previos.
  4. NAP o Diseño Curricular Jurisdiccional de su provincia ¿Cuáles son los contenidos de la educación obligatoria propuestos en los diseños curriculares, que se relacionan con los problemas?
  5. Escriba un problema que se corresponda con 6to, 7mo, 8vo, 9no año de escolaridad obligatoria
- **Recursos:** Tabla numérica de los 100 primeros números naturales. Recta numérica. Recta numérica con números del -10 al 10

### ACTIVIDAD 1.

- a. Escribir el siguiente y el anterior de 49.
- b. Escribir el anterior de 1.
- c. Escribir todos los números comprendidos entre 63 y 89.
- d. ¿Es posible encontrar números naturales entre 39 y 40?
- e. ¿Cuánto es 1 más 1000? ¿y uno más 2000?
- f. Elegir un número de la tabla y escribir: Todos los números que están en la misma columna y en la misma fila. ¿Qué observa de la secuencia de números escritos?
- g. ¿Qué propiedades están implícitas en las consignas anteriores? Identificarlas y escribirlas en forma coloquial y simbólica.
- h. ¿En qué se diferencia utilizar la tabla o la recta numérica?
- i. ¿Qué potencial se observa en la recta numérica para destacar las propiedades recién vistas?

### 5.3 Clase asincrónica

- **Tiempo:** 3 hs

#### ACTIVIDAD 2.

- Elaborar un relato de fortalezas y debilidades del primer encuentro sincrónico.
- Construir la tabla numérica de los 100 primeros números enteros negativos

### 5.4 Clase sincrónica 2

- **Tiempo:** 1 1/2 hs
- **Contenidos:** Propiedades de los números enteros
- **Recursos:** Tabla numérica de los 100 primeros números naturales. Recta numérica. Tabla numérica de los 100 primeros números enteros negativos. Recta numérica con números del -10 al 10
- **Tareas grupales para exponer:**
  - Resuelva los siguientes problemas en grupo.
  - Enuncie otro problema más complejo.
  - Identifique los conceptos involucrados como saberes previos.
  - NAP o Diseño Curricular Jurisdiccional de su provincia ¿Cuáles son los contenidos de la educación obligatoria propuestos en los diseños curriculares, que se relacionan con los problemas?
  - Escriba un problema que se corresponda con el 6to, 7mo, 8vo, 9no año de escolaridad obligatoria

#### ACTIVIDAD 3.

- Con la tabla de los 100 primeros números negativos.
- ¿Se podrán enunciar las mismas tareas que las efectuadas en Actividad 1? Si la respuesta es negativa: ¿Qué cambia?
- ¿Qué propiedades están implícitas en las consignas anteriores? Identificarlas y escribirlas en forma coloquial y simbólica
- ¿En qué se diferencia utilizar la tabla o la recta numérica para el estudio de los números enteros?
- ¿Qué potencial se observa en la recta numérica para destacar las propiedades recién vistas?

### 5.5 Clase asincrónica

- **Tiempo:** 3 hs

#### ACTIVIDAD 4.

- Elaborar un relato de fortalezas y debilidades el segundo encuentro sincrónico
- Analizar los siguientes videos e identificar las propiedades de los números fraccionarios que enseña la docente.  
<https://youtu.be/MPAuLf8C8IE?si=8n6DSfR4qtZ3ZjAn>  
<https://youtube.com/watch?v=uopbujGp5X8&feature=shared>
- A partir del análisis de tareas en los libros de texto formular cinco tareas, en los años que se desempeña a partir de las cuales se deduzcan algunas de las propiedades de los números enteros.  
A continuación, se presentarán las propiedades del sistema de numeración y de los conjuntos numéricos de naturales, enteros y racionales.

### 5.6 Clase sincrónica 3

- **Tiempo:** 1 1/2
- **Contenidos:** Números racionales y la recta numérica. Completitud en  $\mathbb{R}$ . Evaluación.
- **Recursos:** Tabla numérica de los 100 primeros números naturales. Recta numérica. Tabla numérica de los 100 primeros números enteros negativos. Recta numérica con números del -10 al 10.

#### ACTIVIDAD 5.

- ¿Qué recurso utilizarías o sería más adecuado para deducir las propiedades de los números racionales?
- ¿Cuáles son esas propiedades? Justificar.
- ¿Se podrán enunciar las mismas tareas que las efectuadas en la Actividad 2? Si la respuesta es negativa: ¿Qué cambia?

### 5.7 Evaluación

1. A partir del análisis de tareas en los libros de texto formular cinco tareas, a partir de las cuales se deduzcan algunas de las propiedades de los números RACIONALES.
2. Elaborar un relato de fortalezas y debilidades del taller. Enviar hasta el 10 de agosto.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- [26] Montoro, V., Scheuer, N., & Pérez-Echeverría, M. P. (2016). ¿cuán abundantes son los conjuntos de números? estudiantes comparando infinitos. *Educación Matemática*, 28, 145-174.
- [27] Nardoni, M., Camara, V., & Pochulu, M. (2014). Evaluando la comprensión de los números racionales en estudiantes que culminan la escuela secundaria. *revista YUPANA*, 14(8), 67-82.
- [28] Galvéz Grecia, C., Parra, I., & Saiz, I. (1994). *La Didáctica de las Matemáticas en el libro*. Editorial Paidós.
- [29] Panizza, M. (2004). Conceptos básicos de la Teoría de Situaciones Didáctica. En *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas*. Editorial Paidós.
- [30] Sadosky, P. (2005). La Teoría de Situaciones Didácticas: Un marco para pensar y actuar la enseñanza de la Matemática. En *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Libros del Zorzal.
- [31] Izcovich, H. (2007). *La Matemática escolar - Las prácticas de enseñanza en el aula*. Editorial Aique.
- [32] Chamorro, M. (2006). *Didáctica de las Matemáticas*. Editorial Pearson.
- [33] Centeno Pérez, J. (1997). *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* Editorial Síntesis.

## **II Comunicaciones breves**



**UNSa**  
Universidad  
Nacional de Salta