Comunicación efectiva: Los registros nos permiten comunicar los axiomas de incidencia de la geometría euclidiana de manera clara y precisa. Cada registro tiene su propio lenguaje y conjunto de convenciones, lo que permite una comunicación más efectiva entre estudiantes, docentes y materiales de enseñanza.

Representación visual: Los registros gráficos y manipulativos, como diagramas, modelos físicos y construcciones geométricas, permiten una representación visual de los axiomas. Esto ayuda a los estudiantes a visualizar y comprender mejor las relaciones espaciales y las propiedades geométricas.

Abstracción y generalización: El uso de registros simbólicos y lingüísticos, como fórmulas matemáticas y definiciones formales, permite la abstracción y generalización de los axiomas de incidencia. Estos registros nos permiten expresar los axiomas de manera concisa y formal, lo que facilita su aplicación en diferentes contextos geométricos.

Flexibilidad y transferencia: Al trabajar con diferentes registros, los estudiantes pueden desarrollar habilidades de flexibilidad y transferencia conceptual. Pueden aprender a traducir y relacionar los conceptos geométricos entre diferentes registros, lo que les permite aplicar su conocimiento en una variedad de situaciones geométricas.

En este trabajo presentaremos breves comentarios sobre el uso de múltiples registros para la enseñanza de los axiomas de incidencia de la geometría euclidiana, pero enfatizando el registro simbólico.

2. Requisitos previos

Entendimiento básico de la lógica proposicional y el razonamiento deductivo. Conceptos básicos de Geometría Euclidiana.

3. Desarrollo

3.1 Comentarios sobre el problema teórico

El conjunto de símbolos propios de la teoría **IGE** de Incidencia de la Geometría Euclidiana son $\{=, \mathcal{P}(), \mathcal{R}(), \pi(), \mathcal{I}_{\mathcal{R}}(), \mathcal{I}_{\pi}()\}$. Esto quiere decir que debo escribir esta teoría usando solamente estos símbolos y otros símbolos de la lógica. Por costumbre, a las variables se las escribe con letras mayúsculas de imprenta, si se quiere hacer alusión a puntos, con letras minúsculas de imprenta si se quiere hacer alusión a rectas, y con letras griegas minúsculas si se quiere hacer alusión a planos. $\mathcal{P}(A)$ se lee «A es un punto», $\mathcal{R}(s)$, «s es una recta», $\pi(\nu)$ «ν es un plano», $\mathcal{I}_{\mathcal{R}}(P, m)$ «El punto P está en incidencia con la recta m» o «m pasa por P» o «P está en m», etc; y similarmente para $\mathcal{I}_{\pi}(P, \alpha)$. Para acortar la notación, un pequeño abuso de notación permitido es $\mathcal{P}(A, B, C)$ lo entendemos por $\mathcal{P}(A) \wedge \mathcal{P}(B) \wedge \mathcal{P}(C)$ y similarmente para $\mathcal{R}()$, $\pi()$. También escribimos $A, B, C \in r$ en cuenta de $\mathcal{I}_{\mathcal{R}}(A, r) \wedge \mathcal{I}_{\mathcal{R}}(B, r) \wedge \mathcal{I}_{\mathcal{R}}(C, r)$ y $A, B, C \in \alpha$ en cuenta de $\mathcal{I}_{\pi}(A, \alpha) \wedge \mathcal{I}_{\pi}(B, \alpha) \wedge \mathcal{I}_{\pi}(C, \alpha)$, siempre que esto no lleve a ambigüedad. Ver Margaris [64]

Observacion. La pregunta que puede surgir es ¿Cuál es el valor agregado del uso del registros simbólico? Se puede responder de dos maneras: Primero, tiene una gramática muy simple (en comparación a los lenguajes naturales como el inglés o el español). Segundo, es un problema sintáctico, y por lo tanto, los pasos en una deducción son solamente manipulación de cadenas.

Para entender mejor el segundo punto en la observación anterior vamos a considerar lo siguiente: Si en cuenta de leer $\mathcal{P}(A)$ como «A es un punto» se lo leyera como «A es un jugador de futbol», $\mathcal{R}(s)$ como «s es una recta» se lo leyera como «s es un equipo de futbol» , $\pi(\nu)$ se lo leyera como «ν es un plano», $\mathcal{I}_{\mathcal{R}}(P, m)$ «El punto P está en incidencia con la recta m» o «m pasa por P» o «P está en m», etc; y similarmente para $\mathcal{I}_{\pi}(P, \alpha)$.

3.2 Ejemplo ilustrativo

Consideremos el primer axioma de incidencia según la formulación de Efimov [65]: «Cualesquiera que sea el punto A y cualesquiera que sea el punto B, existe una recta a que pasa por A y por B».

- Registro lingüístico: Podemos expresar el axioma utilizando lenguaje verbal, por ejemplo: «Cualesquiera que sea el punto A y cualesquiera que sea el punto B, existe una recta a que pasa por A y por B».
- Registro gráfico: Podemos representar el axioma mediante un diagrama que muestra dos puntos A y B y una línea que los conecta. Ver figura 11.1