si y solo si tienen los mismos elementos, el axioma de extensionalidad establece una noción de igualdad entre conjuntos basada en la identidad de sus elementos.

Axioma del vacío

$$\exists y \forall x \sim (x \in y)$$

El axioma del vacío es uno de los axiomas básicos en la teoría de conjuntos y establece la existencia de un conjunto que no contiene elementos. Este conjunto vacío juega un papel importante en el desarrollo de la teoría de conjuntos, ya que sirve como punto de partida para la construcción de otros conjuntos y operaciones con conjuntos. Además, el axioma del vacío proporciona una base sólida para la formulación de otros axiomas y principios en la teoría de conjuntos.

Con estos dos axiomas obtenemos algunas conclusiones en base a la deducción. En particular mostramos que **el vacío es único**. También agregamos ejemplos explicativos.

Axioma (esquema) de especificacion

Si φ es una fórmula cualquiera de la teoría de conjuntos, con la variable libre t, entonces el siguiente enunciado es un axioma:

$$\forall x \exists y \left(\forall t \left(t \in x \wedge \varphi\left(t\right) \right) \leftrightarrow t \in y \right)$$

El axioma de especificación permite definir subconjuntos basados en una condición o propiedad determinada. Es esencial en la construcción de conjuntos más complejos y en la formulación de teoremas y resultados dentro de la teoría de conjuntos. Proporciona una herramienta poderosa para la construcción de conjuntos más especializados y restringidos a través de la especificación de condiciones específicas.

Axioma de par

$$\forall x \forall y \exists z (\forall t \left(t = x \vee t = y \right) \rightarrow t \in z)$$

En otras palabras, el axioma de par asegura la existencia de un conjunto que contiene los elementos "x" e "y".

Este axioma es fundamental en la teoría de conjuntos, ya que proporciona una base para la construcción de conjuntos más complejos y para el desarrollo de operaciones y estructuras más avanzadas en la teoría de conjuntos.

En este punto, ya nos es relativamente fácil mostrar que **existen** conjuntos con una **cantidad finita cualquiera de elementos.**

Axioma de unión

$$\forall z \exists x \left(\forall t \left(\exists y \left(y \in z \wedge t \in y \right) \right) \rightarrow t \in x \right)$$

El axioma de unión permite construir un conjunto que contiene todos los elementos de los conjuntos que forman parte de otro conjunto. Este axioma es fundamental en la teoría de conjuntos, ya que facilita la formación de conjuntos más grandes y la combinación de elementos de conjuntos más pequeños. Además, el axioma de unión se utiliza en numerosas demostraciones y construcciones en el campo de la teoría de conjuntos.

Axioma del conjunto potencia

$$\forall x \exists y \left(\forall t \left(t \subseteq x \rightarrow t \in y \right) \right)$$

El axioma del conjunto potencia es fundamental en la teoría de conjuntos, ya que proporciona una herramienta poderosa para construir conjuntos más complejos y analizar la estructura de los conjuntos. Además, el conjunto potencia tiene aplicaciones en diversos campos de las matemáticas, como la teoría de conjuntos, la teoría de gráficos, la topología y la teoría de la medida.

A partir del axioma del conjunto potencia, se pueden obtener varias deducciones y resultados. Por ejemplo, se puede demostrar que el conjunto vacío es un subconjunto de cualquier conjunto dado, y que el conjunto potencia de un conjunto finito con n elementos tiene 2^n elementos. Además, el axioma del