



MEMORIAS DE LAS

**VII JORNADAS
DE ENSEÑANZA
DE LA MATEMÁTICA**



UNSa

Universidad
Nacional de Salta

Memorias de las VII Jornadas de Enseñanza de la Matemática (JEM)

Universidad Nacional de Salta
Memorias de las VII Jornadas de Enseñanza de la Matemática (JEM)
/ Compilado por Sângari, Antonio Noé - Salta: Universidad Nacional de Salta, 2024.

Archivo digital: descarga y online
ISBN 978-987-633-615-4

Compiladores

Guzmán González, Ramiro
Sângari, Antonio Noé

Revisores de talleres y comunicaciones breves

Etchegaray, Silvia Catalina
Araujo, José Orlando
Beatriz Susana, Marron

García, José Ignacio
Esper, Lidia Beatriz
Sângari, Antonio

Maquetación

Martinez, Gonzalo Matias

Diseño e identidad

Díaz, Aldana Lucía

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA
Av. Bolivia 5150 – Salta Capital

Autoridades
Universidad Nacional de Salta

Rector

Ing. Daniel HOYOS

Vicerrector

Cr. Nicolás INNAMORATO

Secretario de Extensión

Lic. Rubén Emilio CORREA

Facultad de Ciencias Exactas

Decano

Mg. Gustavo Daniel GIL

Vicedecana

Dra. María Rita MARTEARENA

Departamento de Matemática

Director

Prof. Julio POJASI

Vicedirector

Dr. Jorge YAZLLE

Secretario

CPN. Cristian PINTO

Prosecretaria

Prof. Ivone PATAGUA

Equipo Editorial JEM
Coordinación General

Prof. Celia Villagra
Prof. Silvia Mabel Baspiñeiro
Prof. Blanca Azucena Formeliano
Prof. Ivone Anahí Patagua
Prof. Antonio Noé Sângari

Plataforma

Open Journal System (OJS)
Lic. Ramiro Guzmán González

Diseño de Identidad
Lic. Aldana Lucía Díaz

Maquetación
Gonzalo Matias Martinez

Declaraciones de Interés Educativo y Avaes Institucionales

RECTORADO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA
RES. R. N° 773/2023

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS
UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA
RESD-EXA N° 182/2023

SUBSECRETARÍA DE DESARROLLO CURRICULAR
E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CULTURA, CIENCIA
Y TECNOLOGÍA DE LA PROVINCIA DE SALTA
RES. N° 152/2023

Prólogo

Las VII Jornadas de Enseñanza de la Matemática híbridas, realizadas en su parte presencial en las instalaciones de la Universidad Nacional de Salta del 24 de julio al 2 de agosto de 2023, representaron un hito en el continuo esfuerzo por mejorar la calidad de la educación matemática en nuestra región. Durante esos días, docentes, investigadores y estudiantes se congregaron con el objetivo de reflexionar sobre sus prácticas docentes, compartiendo experiencias y conocimientos que, sin duda, contribuirán al enriquecimiento de la comunidad educativa.

Las Jornadas ofrecieron un variado programa de actividades que incluyó conferencias magistrales, talleres prácticos y comunicaciones breves. Entre las actividades destacadas, se encuentran las conferencias de Valeria Borsani, que abordó *El pasaje de la aritmética al álgebra en los primeros años de la escuela media*, la de Andrés Rieznik, que abordó *Discalculia, un capítulo olvidado de la neuropsicología*, y el de Daniela Reyes, *Empoderamiento docente, ¿por qué pensar en ello?* y cinco talleres sobre enseñanza de la matemática. La participación activa de los asistentes reflejó el interés y el compromiso con la mejora continua de la enseñanza de la matemática.

Queremos expresar nuestro más sincero agradecimiento a todos los participantes, ponentes y talleristas que, con su dedicación y entusiasmo, hicieron posible el éxito de este evento. Asimismo, extendemos nuestro reconocimiento a la Universidad Nacional de Salta y a todas las instituciones que nos brindaron su apoyo.

Las presentes Memorias recogen las ideas, debates y conclusiones surgidas durante las Jornadas, sirviendo como un valioso recurso para todos aquellos interesados en la enseñanza de la matemática. Esperamos que este compendio inspire a los lectores a continuar explorando y aplicando nuevas estrategias pedagógicas en sus aulas.

Con la mirada puesta en el futuro, confiamos en que las próximas ediciones de las Jornadas de Enseñanza de la Matemática seguirán siendo un espacio de encuentro, reflexión e innovación para nuestra comunidad.

Prof. Antonio Noé SÁNGARI
Coordinador de las VII Jornadas de Enseñanza de la Matemática

ÍNDICE

I	Talleres	7
1	Preparación de estudiantes para las Olimpiadas Matemáticas: Técnicas de preparación <i>Sángari, A. N.; Flores Rocha, V.; Ghiglia, N. N.; Coria, S. E.</i>	8
2	Datos educativos: producción y uso de herramientas de procesamiento de información con asistencia de la IA para la toma de decisiones <i>Bifano, F. J; Carranza, P. F.</i>	12
3	Uso de recursos tecnológicos para optimizar la enseñanza de la geometría <i>Bifano, F. J; Carranza, P. F.</i>	16
4	Enseñanza del álgebra inicial a través de la modelización con un enfoque de la teoría antropológica didáctica <i>Villagra, C.; Carrasco, R.; Alvarez, D.; Miguez, I.</i>	19
5	Avanzando con las propiedades de los conjuntos numéricos: Encadenamientos y ausencias entre la escuela Primaria y la escuela Secundaria <i>Villagra, C.; Carrasco, R.; Alvarez, D.; Miguez, I.</i>	24
6	Redefiniendo el sentido de las fracciones: Aportes para su enseñanza desde la Teoría de Representaciones Semióticas y el Juego de Marcos <i>Ansaldi, M. C.; Ponce, L. S.; Azar, F. J.</i>	29
7	Funciones generatrices: Aplicaciones en diferentes problemas matemáticos <i>Reyes, M.</i>	36
II	Comunicaciones breves	41
8	Estrategias para la resolución de conflictos en el nivel secundario a través de la Teoría de Juegos <i>Zalazar, F. B.; Gimenez, A.</i>	42
9	Herramientas de la Teoría de Juegos para fomentar la cooperación en el nivel inicial y primario: Teoría de Juegos <i>Villagra, C.; Carrasco, R.; Alvarez, D.; Miguez, I.</i>	44

I Talleres

PREPARACIÓN DE ESTUDIANTES PARA LAS OLIMPIADAS MATEMÁTICAS: TÉCNICAS DE PREPARACIÓN

ANTONIO NOÉ SÁNGARI
Universidad Nacional de Salta
diamantecinthia@gmail.com

VERONICA FLORES ROCHA
Universidad Nacional de Salta

NADIA NOEL GHIGLIA
Universidad Nacional de Salta

SILVIA ESTER CORIA
Universidad Nacional de Salta

RESUMEN. Este curso-taller está diseñado para capacitar a docentes de matemáticas de secundaria en técnicas de demostración matemática, con el objetivo de preparar a sus estudiantes para participar en las Olimpiadas Matemáticas. Se enfocará en el desarrollo de habilidades de razonamiento lógico y deductivo, la enseñanza de estrategias didácticas específicas y la aplicación de estos conocimientos en la práctica. Los participantes tendrán acceso a materiales teóricos, actividades prácticas y herramientas de evaluación para asegurar un aprendizaje integral.

PALABRAS CLAVE — Curso-taller, Matemáticas, Olimpiadas Matemáticas, Razonamiento lógico, Razonamiento deductivo.

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Sobre el taller

El curso-taller «Preparación de Estudiantes para las Olimpiadas Matemáticas: Técnicas de Demostración» está diseñado específicamente para docentes de matemáticas de nivel secundario. Este programa tiene como objetivo principal dotar a los profesores de las herramientas y estrategias necesarias para enseñar a sus estudiantes a construir demostraciones matemáticas rigurosas. La habilidad de realizar demostraciones precisas es un aspecto crucial en las Olimpiadas Matemáticas, con un énfasis particular en la geometría básica.

En el contexto de las Olimpiadas Matemáticas, tanto a nivel nacional como internacional, la capacidad de los estudiantes para presentar demostraciones claras y lógicas es fundamental para su éxito. Por esta razón, el curso-taller pone un énfasis especial en proporcionar a los docentes un sólido soporte bibliográfico a través de la Red Olímpica. Esta red ofrece una guía valiosa para las demostraciones esperadas en las competencias, ayudando a los estudiantes a prepararse adecuadamente y a competir con confianza en los diferentes niveles de las Olimpiadas.

Con este curso-taller, se espera que los docentes adquieran un mayor dominio en la enseñanza de técnicas de demostración y, a su vez, transmitan estos conocimientos a sus alumnos, potenciando así sus habilidades matemáticas y su desempeño en las competencias.

1.2 Importancia de la enseñanza de la demostración

Destacamos que en el contexto de la Olimpiada Matemática Argentina, la demostración ocupa un lugar central y fundamental en la resolución de problemas matemáticos. A diferencia de las respuestas simples o los cálculos rápidos, una demostración matemática exige un razonamiento riguroso y lógico.

La demostración es esencial en la Olimpiada Matemática porque asegura la validez de las soluciones, desarrolla habilidades críticas y analíticas, promueve una comunicación efectiva, profundiza la comprensión matemática y permite una evaluación justa y completa de las capacidades de los estudiantes.

2. CONTENIDOS

2.1 Módulo 1: Definición y tipos de demostraciones.

- Elementos de una demostración rigurosa.
- Ejemplos históricos y su importancia.
- Ejemplos de certámenes nacionales e internacionales de la Olimpiada Matemática Argentina, tanto en soporte bibliográfico como en publicación en línea.
- Estrategias didácticas para enseñar estos conceptos.

2.2 Módulo 2: Técnicas Básicas de Demostración

- Demostraciones directas.
- Demostraciones por contradicción.
- Demostraciones por contraposición.
- Ejercicios prácticos y resolución de problemas.
- Métodos para enseñar estas técnicas a los estudiantes.

2.3 Módulo 3: Geometría

- Postulados y teoremas fundamentales.
- Construcción de demostraciones geométricas.
- Aplicación de teoremas en problemas de Olimpiadas en certámenes regionales, nacionales e internacionales.
- Actividades prácticas.

3. REQUISITOS PREVIOS

Docentes de matemáticas de nivel secundario y estudiantes avanzados de profesorados de matemática, interesados en preparar a sus estudiantes para participar en Olimpiadas Matemáticas.

4. OBJETIVOS

1. Capacitar a los docentes en técnicas de demostración matemática.
2. Fomentar habilidades de razonamiento lógico y deductivo en sus estudiantes.
3. Proveer estrategias didácticas para enseñar demostraciones.
4. Preparar a los docentes para guiar a sus estudiantes en competencias matemáticas regionales, nacionales e internacionales.

5. ACTIVIDADES

5.1 Actividades previas

Antes del inicio formal del curso-taller, los participantes tendrán acceso a un curso en la plataforma Moodle de la Facultad de Ciencias Exactas. En esta plataforma, se adjuntarán extractos esenciales de elementos de una prueba en matemática, especialmente del texto de Margaris [1] sobre lógica formal como soporte básico y del clásico de Polya [2] sobre resolución de problemas y organización de demostraciones. Además, se proporcionarán videos explicativos que cubren demostraciones básicas para familiarizar a los docentes con los conceptos fundamentales. El programa y el cronograma detallado de actividades del curso estarán disponibles en la plataforma, permitiendo a los participantes planificar su tiempo de estudio. Para asegurar que los docentes asimilen los conceptos preliminares, se implementará un cuestionario de autoevaluación, el cual los participantes deberán completar antes de la primera sesión sincrónica.

5.2 Primeras hora y media sincrónicas

La primera sesión sincrónica comenzará con una breve presentación del taller, estableciendo los objetivos y la estructura del curso. Se introducirán las ideas básicas de los elementos de una demostración, proporcionando una visión general de los conceptos fundamentales que serán abordados en profundidad más adelante. Se solicitará la participación activa de los cursantes, quienes serán invitados a compartir sus perspectivas y experiencias sobre la enseñanza de demostraciones matemáticas. Esta discusión

inicial ayudará a identificar los conocimientos previos de los docentes y a ajustar el enfoque del taller según sus necesidades.

5.3 Primeras tres horas entre clases

Estas horas estarán dedicadas a la preparación de las próximas clases sincrónicas centradas en el módulo 2, que aborda diversos métodos de demostración y técnicas para enseñarlos. Se pondrán a disposición textos extraídos del libro de Larson [3] sobre resolución de problemas para estructurar los métodos de demostración. Adicionalmente, se seleccionarán problemas relevantes de los libros de Araujo et al. [4, 5, 6] y Fauring et al. [7, 8], los cuales serán utilizados como ejemplos prácticos durante las sesiones sincrónicas. Los participantes deberán revisar estos materiales y reflexionar sobre su aplicación en el aula, preparando preguntas y comentarios para la próxima sesión.

5.4 Segundas hora y media sincrónicas

En esta sesión, se abordará el módulo 2 siguiendo una metodología similar a la de las primeras horas sincrónicas. El enfoque estará en las técnicas básicas de demostración y en métodos pedagógicos para enseñar estas técnicas a los estudiantes. Los cursantes serán invitados a explicar el material que se les asignó para lectura durante las primeras tres horas entre clases, fomentando así una discusión profunda y colaborativa. Se debatirán posibles modificaciones a los ejercicios presentados para obtener respuestas más generales y abarcativas, permitiendo a los docentes adaptar los problemas a diferentes niveles de dificultad y contextos de enseñanza.

5.5 Segundas tres horas entre clases

Durante estas horas, los participantes prepararán las próximas clases sincrónicas que continuarán con el módulo 3. Este módulo se centrará en la justificación de las hipótesis y en el camino lógico necesario para obtener los teoremas más comunes en la geometría elemental. Se proporcionarán materiales adicionales que exploran estos conceptos en profundidad, incluyendo ejemplos prácticos y ejercicios para resolver. Los docentes deberán revisar estos materiales y preparar sus propias explicaciones y preguntas para la próxima sesión sincrónica, asegurando así una comprensión sólida de los temas tratados.

5.6 Terceras hora y media sincrónicas

La tercera sesión sincrónica continuará con el módulo 3, siguiendo el mismo enfoque interactivo y participativo de las sesiones anteriores. Se profundizará en las técnicas de demostración y resolución de problemas, con un énfasis especial en la búsqueda de primeros principios para fundamentar los resultados obtenidos. Se dedicará la parte final de esta sesión a explicar la evaluación final del curso-taller, aclarando cualquier duda que los participantes puedan tener. Esto asegurará que todos los cursantes estén bien preparados para demostrar su comprensión y aplicación de las técnicas de demostración matemática enseñadas a lo largo del taller.

5.7 Evaluación final

- Desarrollo de recursos educativos para el entrenamiento de estudiantes, centrados en el razonamiento lógico de deducciones geométricas.
- Cuestionario final que aborde los principales temas del taller.
- Reflexión escrita sobre la experiencia del taller y el aprendizaje obtenido.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Margaris, A. (1968). *First Order Mathematical Logic*. Dover Publications.
- [2] Polya, G. (1945). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University Press.
- [3] Larson, L. C. (1983). *Problem-Solving Through Problems*. Springer.
- [4] Araujo, J., Keilhauer, G., & Pietrocola, N. (2020a). *Orientaciones en la Geometría Elemental Tomo I*. Red Olímpica.
- [5] Araujo, J., Keilhauer, G., & Pietrocola, N. (2020b). *Orientaciones en la Geometría Elemental Tomo II*. Red Olímpica.
- [6] Araujo, J., Keilhauer, G., & Pietrocola, N. (2020c). *Orientaciones en la Geometría Elemental, Tomo I y II*. Red Olímpica.

- [7] Fauring, P., Gutiérrez, F., & Pedraza, J. C. (2000). *Olimpiadas Internacionales de Matemática, Problemas de Entrenamiento, Red Olímpica 2000*. Red Olímpica.
- [8] Fauring, P., Gutiérrez, F., & Saucedo, M. (2023). *Problemas 31 OMA*. Red Olímpica.

DATOS EDUCATIVOS: PRODUCCIÓN Y USO DE HERRAMIENTAS DE PROCESAMIENTO DE INFORMACIÓN CON ASISTENCIA DE LA IA PARA LA TOMA DE DECISIONES

FERNANDO JORGE BIFANO

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales — Universidad de Buenos Aires

`fjbifano@ccpems.exactas.uba.ar`

PABLO FABIÁN CARRANZA

Universidad Nacional de Río Negro

RESUMEN. La generación y uso de datos es actualmente uno de los nuevos emergentes que impactan en las diferentes esferas de la sociedad y por tanto, la educación se ve tensionada por las demandas que ello conlleva. En ese sentido, surgen nuevas vacancias para la formación docente y se vuelve necesario ofrecer instancias que permitan a quienes enseñan contar con herramientas para la comprensión, uso y toma de decisiones fundadas y sostenidas en la interpretación de la información. Este taller ofrece la posibilidad de familiarizarse con herramientas básicas que brindan los softwares para el procesamiento de la información y que con la asistencia de las IA se ven potenciados en sus aplicaciones. A partir del trabajo con distintos tipos de bases de datos educativos, propondremos un recorrido que aborda algunas herramientas de representación gráfica de la información en lenguaje de programación Python asistido por medio de inteligencias artificiales tales como ChatGPT y Gemini. Se analizarán las potencialidades de estrategias tales como clustering y árboles de decisión para la caracterización de grupos de estudiantes.

PALABRAS CLAVE — Datos educativos, IA, Python, Procesamiento de la información.

1. INTRODUCCIÓN

El análisis de datos es una disciplina que ha visto incrementado su desarrollo recientemente por varios factores vinculados entre sí. Entre ellos destacamos:

- Disponibilidad de herramientas de procesamiento de datos en computadoras de escritorio.
- Crecimiento de librerías de libre acceso en lenguaje Python.
- Desarrollo de nuevos métodos de análisis de datos, llegando incluso a herramientas vinculadas a la inteligencia artificial.
- Existencia de volúmenes de datos.

Estos elementos combinados permiten la aplicación de herramientas que facilitan la comprensión de fenómenos complejos y la toma de decisiones basadas en información.

Las instituciones educativas no escapan a estos avances. En efecto, los datos disponibles o factibles de ser obtenidos permiten una mejor interpretación de fenómenos del ecosistema educativo y el desarrollo de acciones basadas en información. A modo de ejemplo citamos:

- análisis de desempeño integral de estudiantes
- relaciones entre estrategias de estudio y calificaciones
- relaciones entre proyectos de vida, resiliencia y retención universitaria
- sistemas de alerta temprana de abandono
- caracterización de grupos de estudiantes por técnicas de clustering

El análisis de datos, entonces, resulta una herramienta que permite extraer información para la comprensión de fenómenos que acontecen en la institución educativa y así tomar decisiones basadas en información precisa y contextualizada.

Estas herramientas pueden ser utilizadas tanto por los equipos de conducción como por los docentes en la aulas; en contextos presenciales o virtuales. En esta propuesta nos centraremos en algunas herramientas de análisis de datos que resultan de interés a docentes tanto sea al interior de una cátedra como para el análisis interdisciplinario del desempeño de estudiantes. Las mismas son también de gran interés para la gestión de la institución, facilitando la comprensión de la dinámica de la misma y brindando fundamentos para la toma de decisiones.

2. CONTENIDOS

Se abordarán algunas herramientas de representación gráfica de la información en lenguaje de programación Python asistido por medio de inteligencias artificiales tales como ChatGPT y Gemini. Se analizarán las potencialidades de herramientas tales como clustering y árboles de decisión para la caracterización de grupos de estudiantes. Más precisamente se proponen los siguientes módulos:

2.1 Actividades previas

- a) Introducción a lenguaje de programación Python en Jupyter Notebook
El análisis de datos se realizará en el entorno llamado Jupyter Notebook, herramienta accesible desde el software Anaconda (gratuito).
- b) Abrir una base de datos en formatos xlsx o csv en Jupyter Notebook con Python
Los datos serán analizados en python, por lo que el primer paso será subir la base de datos al entorno Jupyter Notebook para poder tratar la base de datos en el lenguaje python.

2.2 Módulo 1

En este módulo se abordarán los conceptos básicos de programación en Python en Jupyter Notebook para un primer tratamiento de datos educativos. En esta primera etapa, se trabajará con datos numéricos reales anonimizados de alumnos de escuelas secundarias de Argentina. Entre otros, serán tratados temas tales como:

- a) primera exploración de la base de datos
- b) representación gráfica de variables
- c) correlaciones
- d) normalización o estandarización
- e) clustering por método k-nn
- f) árboles de decisión

Todos los métodos serán considerados como herramientas de síntesis para la extracción de información de los datos. En todas las instancias se accederá al uso de IA generativas como asistentes a la programación en Python.

En este módulo se debatirá sobre las condiciones del trabajo final del taller, consistente en una presentación por dupla de un análisis de datos propios. Más precisamente, se consagrarán los últimos minutos a establecer las características que deben reunir los datos para un análisis acorde a las posibilidades del taller.

2.3 Módulo 2

En este módulo se abordará el tratamiento de datos categóricos en escala de likert, muy frecuentes en contextos educativos. Se tratarán en principio con los mismos métodos abordados en el módulo 1. Se integrarán también con datos de origen numérico para posibles extracciones de información de tales cruzamientos.

Se dedicarán los últimos minutos a terminar de definir las características de la presentación que cada dupla hará sobre el análisis de datos propios como trabajo final.

2.4 Módulo 3

Este módulo se consagrará enteramente a las presentaciones que cada dupla haya podido realizar sobre el análisis de datos educativos propios. Se realizarán también devoluciones y comentarios de parte de todos los participantes a las diferentes presentaciones.

3. REQUISITOS PREVIOS

Este taller está destinado a docentes que enseñan matemáticas en los niveles medio y superior. Se requiere conocimientos mínimos en el área de la estadística descriptiva. Así mismo resulta deseable que los asistentes cuenten con cierta familiaridad en relación con el uso de herramientas tecnológicas tales como Excel. El manejo de lenguaje de programación previo no es excluyente y se espera que sea una de las capacidades a desarrollar en los asistentes.

4. OBJETIVOS

En este taller, nos proponemos alcanzar los siguientes objetivos:

- Favorecer la reflexión crítica sobre la producción y el uso de datos educativos para la toma de decisiones fundamentadas.
- Introducir en el uso de los rudimentos básicos de la programación en Python para el análisis de datos.
- Utilizar herramientas tecnológicas, especialmente con la asistencia de la IA, para potenciar el análisis de la información educativa para la toma de decisiones.
- Desarrollar habilidades básicas en el tratamiento de bases de datos para el análisis estadístico.

5. ACTIVIDADES

5.1 Actividades previas

Para poder participar plenamente del taller, les proponemos a los cursantes que como actividades previas se familiaricen con algunos softwares y/o herramientas que utilizaremos durante el desarrollo del mismo. Específicamente les proponemos:

- Para una introducción al tema sugerimos seguir las propuestas detalladas en los siguientes vídeos:
Descargar Anaconda: <https://www.anaconda.com/download>
Vídeos de primeros pasos de Python en Jupyter Notebook:
 - <https://www.youtube.com/watch?v=81-AyuxjdBo>
 - <https://www.youtube.com/watch?v=cp5gUF1D0nQ&list=PLMUoURdFUxkkHw8tVweJi8YAZcZHDjYou>
- Para una introducción a la etapa de acceso a una base de datos desde Jupyter notebook, los participantes pueden acceder al siguiente vídeo:
 - <https://www.youtube.com/watch?v=dbEQtzObsQw>Los enlaces no son excluyentes, los participantes encontrarán muchos otros en la web.

5.2 Primera hora y media sincrónica

A lo largo de la primera etapa sincrónica, le propondremos a los cursantes, el análisis de una base de datos anonimizada basada en resultados de rendimiento académico (módulo 1) —provista por los profesores a cargo del taller— que se centrará en aspectos tales como: representación gráfica de datos, correlaciones, clustering, entre otros.

- Exploración de base de datos.
- Representación gráfica de distribuciones de variables.
- Establecimiento de posibles relaciones entre variables.
- Utilización de métodos de machine learning tales como clustering y árboles de decisión.

5.3 Primeras tres horas entre clases

Como parte de la primera sección entre clases, los estudiantes en grupos deberán producir un breve informe con los principales hallazgos obtenidos a partir del análisis estadístico efectuado en la sección 5.2. Las características del mismo son:

- Una extensión máxima de 5 carillas incluyendo gráfico y/o anexos.
- Expresar clara y fundadamente, los principales resultados que surgen del análisis estadístico de la base de datos estudiada.

5.4 Segundas hora y media sincrónicas

La primera parte de la sesión estará abierta a compartir algunos de los principales resultados producidos en los informes grupales como fruto de la etapa 5.3. En una segunda parte, análogamente a lo descrito en la sección 5.2, los profesores del taller ofreceremos a los cursantes una base de datos educativos relacionados con el abandono escolar para su análisis (módulo 2).

5.5 Segundas tres horas entre clases

Este espacio es análogo al descrito en la sección 5.3. La diferencia fundamental radica en que se les propondrá a los cursantes del taller, la búsqueda y/o elaboración de información que pueda ser un insumo para la construcción de una base de datos propia que les permita hacer un estudio de alguna problemática relacionada con las instituciones escolares en la que se desempeñan. Esto será el insumo fundamental para la producción final.

5.6 Terceras hora y media sincrónicas

Este espacio es análogo al descrito en la sección 5.4. A diferencia de la etapa referenciada, dedicaremos una primera parte de la sesión a que los estudiantes compartan los datos recogidos en la etapa 5.5. a los fines de discutir la viabilidad de su estudio para la producción final (módulo 3).

5.7 Evaluación final

Como parte de la evaluación final del curso, propondremos a los cursantes las siguientes actividades:

- Elaboración de un proyecto final aplicando los conocimientos adquiridos. Más precisiones sobre el mismo se ofrecerán oportunamente a través de la plataforma de la facultad.
- Cuestionario final que aborde los principales temas del taller a modo de autoevaluación del taller.
- Reflexión escrita sobre la experiencia del taller y el aprendizaje obtenido dando cuenta de los principales obstáculos superados a lo largo de la experiencia.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [9] Aristizabal, J. (2016). Analítica de datos de aprendizaje (ADA) y gestión educativa. *Rev. Gestión de la Educación*, 6(2), 149-168. <https://doi.org/10.15517/rge.v1i2.25499>
- [10] Barragán Pazmiño, B. M., & Pazmiño Maji, R. A. (2018). Literatura científica sobre análisis estadístico implicative: un mapeo sistemático de la década que transcurre. *Ciencia Digital*, 2(4.1), 55-69. <https://doi.org/10.33262/cienciadigital.v2i4.1..190>
- [11] Carranza, P., Vasches, F., Gamoneda, A., Cardieri, M., Benzaquén, I., & Pedersen, E. (2024). Estudio sobre violencia en relaciones sexoafectivas de jóvenes de la provincia de Neuquén, Argentina mediante A.S.I. <http://rid.unrn.edu.ar/handle/20.500.12049/8919>
- [12] Carranza, P. (2014). Presencia de interpretaciones bayesiana y frecuentista de la probabilidad en libros de estudio en Francia [Especial ASI]. *Educ. Matem. Pesq., São Paulo*, 16(3), 1071-1087.
- [13] Fajardo Ibarra, R., & González Zúñiga, F. (2017). El impacto de los videojuegos en la inteligencia: Una revisión de la literatura. *Innovación Educativa*, 17(74), 131-149. <https://doi.org/10.22458/ie.v17i74.25499>
- [14] Gámez Jara, D., & Rodríguez Martínez, L. (2016). La influencia de la tecnología en el rendimiento académico de los estudiantes de secundaria. *Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa*, 15(2), 30-50. <https://doi.org/10.22458/rte.v15i2.25499>
- [15] Morduchowicz, A. (2006). Los indicadores educativos y las dimensiones que los integran. <http://biblioteca.udgvirtual.udg.mx/jspui/handle/123456789/198>
- [16] UNESCO IIEP Learning Portal. (2024). Usar datos para mejorar la calidad. <https://learningportal.iiep.unesco.org/es/fichas-praticas/monitorear-el-aprendizaje/usar-datos-para-mejorar-la-calidad>

USO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS PARA OPTIMIZAR LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

PATRICIA ANGÉLICA RUIZ
Universidad Nacional de Salta
patry.26.38@gmail.com

ANTONIO NOÉ SÁNGARI
Universidad Nacional de Salta

RESUMEN. Este curso-taller está diseñado para capacitar a docentes de matemáticas de secundaria en el uso de recursos tecnológicos para optimizar la enseñanza de la geometría. El principal objetivo es desarrollar habilidades que permitan integrar herramientas tecnológicas en el aula, favoreciendo así la comprensión espacial y geométrica de los estudiantes. Además, se busca aplicar estos conocimientos adquiridos en la práctica educativa. Los participantes tendrán acceso a materiales teóricos, actividades prácticas y herramientas de evaluación para asegurar un aprendizaje integral.

1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la geometría ha experimentado una notable evolución en los últimos años, gracias a los avances tecnológicos. La integración de la tecnología en el aula se ha revelado como una herramienta eficaz para mejorar el aprendizaje y la comprensión de los conceptos geométricos. Una estrategia didáctica que puede ser empleada es el uso de software y aplicaciones interactivas. Con este fin, se ha diseñado el curso-taller "Uso de recursos tecnológicos para optimizar la enseñanza de la geometría", dirigido a docentes de matemáticas en secundaria. El objetivo principal es proporcionarles las herramientas y estrategias necesarias para integrar recursos tecnológicos en su práctica docente, mejorando así la comprensión y el rendimiento académico de sus estudiantes en esta área específica del conocimiento matemático.

2. CONTENIDOS

2.1 Módulo 1: Introducción a los recursos tecnológicos en la enseñanza de la geometría

- Importancia de la tecnología en la educación. Thomas [20].
- Visión general de las herramientas tecnológicas disponibles.
- Estrategias didácticas para integrar tecnología en la enseñanza de la geometría.

2.2 Herramientas de Software para la Enseñanza de la Geometría

- Software de geometría dinámica. Hohenwarter [18]
- Plataformas interactivas y recursos en línea.
- Ejercicios prácticos y actividades interactivas. (Construcción de triángulos)

2.3 Módulo 3: Implementación Práctica en el Aula

- Planificación de clases utilizando recursos tecnológicos.
- Ejemplos de lecciones interactivas.
- Evaluación del impacto de la tecnología en el aprendizaje de los estudiantes. Kay [19]
- Actividades prácticas y simulaciones.

3. REQUISITOS PREVIOS

Docentes de matemáticas de nivel secundario y estudiantes avanzados de profesorados de matemática, interesados en integrar recursos tecnológicos en la enseñanza de la geometría.

4. OBJETIVOS

1. Capacitar a los docentes en el uso de recursos tecnológicos para la enseñanza de la geometría.
2. Mejorar la comprensión espacial y geométrica de los estudiantes mediante el uso de tecnología.
3. Proveer estrategias didácticas para integrar tecnología en el aula.
4. Evaluar el impacto de la tecnología en el rendimiento y comprensión de los estudiantes.

5. ACTIVIDADES

5.1 Actividades previas

En un curso de la plataforma Moodle de la Facultad de Ciencias Exactas se adjuntarán tutoriales y guías sobre el uso de herramientas tecnológicas para la enseñanza de la geometría, con un énfasis especial en GeoGebra Team [17]. Los materiales incluirán:

- **Tutoriales Interactivos:** Documentos detallados sobre la instalación y uso básico de GeoGebra, incluyendo ejemplos de construcción geométrica y manipulación de figuras.
- **Guías Avanzadas:** Materiales sobre funciones más avanzadas de GeoGebra, como la creación de hojas de trabajo interactivas y simulaciones dinámicas.
- **Videos Demostrativos:** Videos que muestran paso a paso cómo utilizar GeoGebra en un entorno de enseñanza, presentando casos de estudio y mejores prácticas.
- **Ejemplos de Lecciones Interactivas:** Modelos de lecciones que integran GeoGebra con la plataforma Moodle, mostrando cómo los alumnos pueden interactuar con el contenido.
- **Programa y Cronograma de Actividades:** Documento detallado con el plan de trabajo del curso, incluyendo fechas y temas de cada módulo.
- **Cuestionario de Autoevaluación:** Un cuestionario en Moodle para que los participantes puedan evaluar su conocimiento previo sobre el uso de herramientas tecnológicas en la enseñanza de la geometría.

5.2 Primeras hora y media sincrónicas

Comenzaremos con una breve presentación del taller, incluyendo los objetivos, el cronograma y las expectativas. Posteriormente, se realizará:

- **Introducción a los Recursos Tecnológicos:** Explicación de los principales recursos tecnológicos disponibles para la enseñanza de la geometría, destacando especialmente el uso de GeoGebra.
- **Importancia de la Tecnología en la Enseñanza de la Geometría:** Discusión sobre cómo la tecnología puede mejorar la comprensión y la enseñanza de conceptos geométricos.
- **Participación de los Cursantes:** Solicitud a los participantes para que compartan sus experiencias previas con la tecnología en el aula y sus expectativas respecto al taller.

5.3 Primeras tres horas entre clases

Estas horas serán dedicadas a la preparación de las próximas clases sincrónicas donde se tratará el módulo 2. Las actividades incluirán:

- **Preparación de Materiales:** Creación de documentos y videos instructivos sobre el uso de GeoGebra para hacer presentaciones y su integración con otros recursos, como la plataforma Moodle.
- **Desarrollo de Contenidos:** Elaboración de contenidos que los cursantes deberán revisar y practicar antes de la próxima sesión sincrónica.
- **Foros de Discusión:** Apertura de foros en Moodle para que los participantes puedan plantear dudas y discutir sobre los materiales proporcionados.

5.4 Segundas hora y media sincrónicas

Abordaremos el módulo 2 de manera similar a las primeras horas sincrónicas. Las actividades incluirán:

- **Enfoque en el Uso de Software de Geometría Dinámica:** Demostraciones y prácticas sobre el uso avanzado de GeoGebra y otras herramientas tecnológicas.
- **Actividad Práctica:** Solicitud a los participantes para que creen una hoja de trabajo en GeoGebra, la suban al repositorio de Moodle, y extraigan el código para incrustarla en la plataforma.

- **Discusión y Feedback:** Espacio para que los participantes compartan sus creaciones y reciban retroalimentación de sus compañeros y del instructor.

5.5 Segundas tres horas entre clases

Estas horas se dedicarán a la preparación de las próximas clases sincrónicas, donde se continuará con el módulo 3 e iniciará la implementación práctica en el aula. Las actividades incluirán:

- **Preparación de Materiales para el Módulo 3:** Desarrollo de contenidos y ejemplos de materiales didácticos que incorporen GeoGebra en las clases.
- **Creación de un Ejemplo de Clase:** Diseño de una clase modelo que los participantes puedan usar como referencia, utilizando GeoGebra como herramienta principal.
- **Foros de Discusión:** Espacios en Moodle para discutir sobre los materiales y prepararse para la implementación práctica.

5.6 Terceras hora y media sincrónicas

Continuaremos tratando el módulo 3, con énfasis en la planificación de clases y evaluación del impacto de la tecnología en el aprendizaje de los estudiantes. Las actividades incluirán:

- **Planificación de Clases con Tecnología:** Orientación sobre cómo planificar y estructurar clases que integren herramientas tecnológicas como GeoGebra.
- **Evaluación del Impacto Tecnológico:** Métodos para evaluar cómo la tecnología está afectando el aprendizaje de los estudiantes y cómo se puede mejorar su uso.
- **Resolución de Dudas:** Espacio final para evacuar las dudas de los participantes con respecto a la evaluación final del curso y cualquier otra inquietud que puedan tener.

5.7 Evaluación final

- Elaboración de un mini-proyecto final aplicando los conocimientos adquiridos.
- Cuestionario final que aborde los principales temas del taller.
- Reflexión escrita sobre la experiencia del taller y el aprendizaje obtenido.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [17] GeoGebra Team. (2024). GeoGebra Manual [Disponible en línea].
- [18] Hohenwarter, M. (2015). *Teaching Mathematics with GeoGebra*. Springer.
- [19] Kay, A. (1991). *The Future of Education and Technology*. Addison-Wesley.
- [20] Thomas, M. O. (2010). *The Role of Technology in the Teaching and Learning of Mathematics*. Springer.

ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA INICIAL A TRAVÉS DE LA MODELIZACIÓN CON UN ENFOQUE DE LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DIDÁCTICA

CELIA VILLAGRA

Universidad Nacional de Salta
villagrachelia@gmail.com

ROSANA CARRASCO

Universidad Nacional de Salta

DANIELA ALVAREZ

Universidad Nacional de Salta

ISABEL MIGUEZ

Universidad Nacional de Salta

RESUMEN. Ante las dificultades que tienen los estudiantes del nivel medio para comprender los objetos del álgebra, surgen investigaciones como las de Gascón [22] y Bolea [21] que consideran que es necesaria una concepción procedimental del álgebra, haciendo hincapié en la modelización. Pero en la escuela secundaria es frecuente que la modelización en matemática esté restringida a la aplicación de conocimientos matemáticos, ya aprendidos, a situaciones reales o artificiales. La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), según Chevallard [23], busca integrar los principios de la antropología y la didáctica para mejorar la educación matemática, reconociendo la importancia de la diversidad cultural, el contexto social y la participación activa de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que promueve la construcción del sentido de los conceptos matemáticos. La TAD propone que toda actividad humana puede ser modelada mediante praxeologías, a partir de esta idea es que en el taller se propiciará la comprensión de los principios fundamentales de esta teoría didáctica y el análisis de diferentes propuestas de modelización que fueron diseñadas para la escuela Secundaria, particularmente en la construcción del Álgebra inicial.

PALABRAS CLAVE — Modelización matemática - TAD - Álgebra elemental - Enseñanza

1. INTRODUCCIÓN

En la educación matemática del nivel secundario es frecuente que estudiantes se refieran a la poca aplicabilidad de los contenidos matemáticos y pregunten para qué sirve lo que se les enseña. Cuando se trata de la enseñanza inicial del álgebra tienen dificultades para la comprensión conceptual de los objetos fundamentales de esta rama de la matemática, que se pone de manifiesto en los errores que presentan cuando resuelven situaciones algebraicas. Es por ello que diferentes autores han pensado la matemática como una actividad de modelización lo que impulsa a un cambio de mirada sobre el trabajo que los docentes propician sobre sus estudiantes respecto al saber matemático. En la escuela media la modelización está generalmente restringida a la aplicación de conocimientos matemáticos, ya aprendidos, a situaciones reales o artificiales. La teoría antropológica de lo didáctico (TAD), propuesta por Chevallard [23], busca integrar los principios de la antropología y la didáctica para mejorar la educación matemática, reconociendo la importancia de la diversidad cultural, el contexto social y la participación activa de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que promueve la construcción del sentido de los conceptos matemático, proponiendo que toda actividad humana puede ser modelada mediante praxeologías. Recuperando los aportes de esta teoría didáctica en el taller se propiciará la comprensión de las nociones fundamentales de la TAD y el análisis de diferentes propuestas de modelización que fueron diseñadas para la escuela Secundaria, particularmente en la construcción del Álgebra elemental. Se busca que el docente sea capaz de reformular lo que entiende por procesos de modelización y que se inicie

en el diseño de problemas incorporando diferentes tipos de praxeologías para propiciar la construcción de sentido del álgebra elemental en sus estudiantes.

2. CONTENIDOS

Modelización en Matemática. Concepciones. La modelización en matemática según diferentes escuelas didácticas. Teoría Antropológica didáctica. Praxeología. Tradiciones en la enseñanza del álgebra. Enseñanza del álgebra a partir de situaciones de modelización.

3. REQUISITOS PREVIOS

Tener conocimientos de herramientas básicas de GeoGebra. Dominio sobre los contenidos de álgebra que se enseñan en la escuela secundaria.

4. OBJETIVOS

- Reformular la concepción de modelización privilegiando la construcción de sentido como idea fundamental.
- Comprender los principios básicos de la Teoría Antropológica Didáctica.
- Valorar la construcción de sentido de los objetos iniciales del álgebra en sus estudiantes a través de la incorporación de problemas de diferentes praxeologías.

5. ACTIVIDADES

5.1 Actividades previas

1. Los asistentes al taller deberán completar una encuesta para indagar acerca de las concepciones que tienen sobre modelización en matemática. Se adjunta el enlace del formulario en Google que deberán completar <https://forms.gle/gCoNxTbzK4hfzHM7>
2. Los docentes deberán mirar un video de Patricia Sadovsky que se encuentra en el siguiente enlace <https://youtu.be/W0ZocU8f-sc?si=vGea6gBz1TZfOdVE> y responder las siguientes preguntas:
 - 2.1 *¿En qué se diferencia la enseñanza de la matemática desde sus inicios en la Escuela Secundaria con respecto a la actualidad?*
 - 2.2 *¿De qué otros factores consideras que depende la efectividad o el resultado de la implementación de las estrategias didácticas aplicadas en la enseñanza de la matemática (condiciones institucionales o sociales)?*
 - 2.3 *¿Cuál es el mayor desafío que enfrentas al construir sentido de las matemáticas en el aula?*
 - 2.4 *¿Qué dificultades encuentras al establecer conexiones entre las herramientas que provee la matemáticas y los problemas que permite abordar?*
 - 2.5 *¿Consideras que establecer conexiones entre las herramientas que ofrece la matemática y los problemas de la vida real, hace que los alumnos se involucren y les resulte más atractiva las matemáticas?*
 - 2.6 *¿Qué tipo de consignas crees que deben plantearse para poder captar el aprendizaje de tus alumnos,*
 - 2.7 *¿Crees que se puede estandarizar algún tipo de evaluación dirigida a probar algunos conocimientos en matemática?*
 - 2.8 *¿Qué metodología utilizas para la enseñanza de la Matemática en tu práctica docente?*
 - 2.9 *¿Qué opinas sobre la siguiente frase? Justifica.*
"La enseñanza y el aprendizaje es un hecho esencialmente interactivo: No se puede enseñar si no hay alumnos y los alumnos no pueden aprender si no hay un mediador, un docente que enseñe".

5.2 Primera hora y media sincrónica

1. Actividad grupal. Los asistentes deberán analizar dos actividades, una de ellas corresponde a una situación de modelización según la concepción que nos interesa.
2. Se realizará la puesta en común de las actividades anteriores
3. Un tallerista presenta las diferentes concepciones de modelización. Se referirá de manera particular a la modelización como metodología de enseñanza.
4. Se analizará la actividad de modelización resuelta propiciando la discusión sobre la concepción de modelización subyacente y los pasos que puede llevar a cabo el docente para trabajarla en el aula.

Actividad propuesta “Planes de Ahorro”

Consigna 1: Analizar la actividad propuesta a estudiantes.

Consigna 2: Identificar contenidos involucrados

Consigna 3: Proponer tareas que puede llevar a cabo el estudiante para tomar la decisión sobre el plan de ahorro adecuado.

“Deseamos planear con tiempo el viaje de fin de curso, para lo que tenemos que decidir un plan de ahorro que nos permita reunir una cantidad suficiente de dinero. Aunque no sabemos aún el precio exacto del viaje, podemos hacer una estimación de la cantidad de dinero que necesitamos, y comenzar a tomar decisiones sobre los diferentes plazos de entrega, las diferentes cantidades a dar en cada plazo, etc. Por supuesto, no se trata de decidir hoy cuánto dinero hay que entregar y cómo, sino de empezar a trabajar sobre ello, con la intención de anticiparnos a final de curso y a las necesidades que tendremos cuando sepamos el precio exacto del viaje.”
(García, 2005, p. 365)

5.3 Primeras tres horas entre clases

1. Se les solicitará a los asistentes al taller que miren un video que se incrustará en la página Moodle https://youtu.be/xbsQN6AFPCY?si=Sbpv8mV_vrBw--J5

Completar

- La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) es el estudio del _____ en la _____ aplicado a la _____. Se fundamenta en la _____, que a su vez implica realizar un estudio de la _____, _____, _____ y _____.
 - La estructura lógica del diseño curricular en el marco de la TAD, es un proceso que consta de _____ etapas bien diferenciadas.
 - La primera etapa enfatiza que es necesario plantear al alumno una _____ que le resulte _____ y genere en él _____ de resolverlo. En esta etapa intervienen además dos conjuntos de personas: conjunto de _____ y conjunto de _____.
 - En la segunda fase, el alumno debe ser capaz de identificar _____ cuestiones problemáticas (subproblemas) que se derivan o están relacionadas con el _____ inicial y que necesitan ser abordadas a los efectos de _____.
 - En la tercera etapa el alumno propone posibles _____ a cada uno de los subproblemas planteados en la etapa anterior, obtenidas mediante la consulta de diferentes _____. Es decir, formula respuestas _____ que lo ayudarán a construir una respuesta _____.
 - En el cuarto paso, se configura un _____, formado por los siguientes elementos _____, _____, _____ y _____.
 - En el último paso se elabora una _____ tentativa y _____ del _____ inicial.
2. Deberán resolver el problema Planes de Ahorro, utilizando la planilla de cálculo de GeoGebra o de Excel y analizarlo teniendo en cuenta algunas ideas fundamentales de la TAD expresadas en el video anterior.

5.4 Segundas hora y media sincrónicas

1. Se recuperará la actividad resuelta en las horas entre clases.
2. Un tallerista explicará los principios básicos de la TAD y su vinculación con la modelización.
3. En grupos resolverán la siguiente actividad diseñada por Banchio (2021)

ACTIVIDAD 1. Dado un paralelogramo, ¿es posible inscribirlo en una circunferencia de radio r ? Si es así, ¿existe una relación de dependencia entre el área del paralelogramo y el radio r ? ¿Y entre el perímetro y el radio? Entre todos los paralelogramos inscriptibles, ¿Existirá uno de mayor área? ¿Y uno de mayor perímetro?

4. Puesta en común de la resolución de la actividad
5. Discusión respecto al valor didáctico de la actividad en el marco de la modelización de la TAD.

5.5 Segundas tres horas entre clases

Análisis de una propuesta de modelización en la que deben responder:

- ¿En qué contexto está la situación?
- ¿Es una actividad de modelización? ¿por qué?
- ¿Qué contenidos están involucrados?
- ¿Cuál es el valor didáctico de la actividad?
- Diseñe con GeoGebra el ítem 2 y suba el archivo generado. ¿Cuál es la importancia de poder resolver la actividad usando GeoGebra?

Situación 1: El cuadrado que cumple años. Propuesta por Audisio et al. [25]

- Tenemos un cuadrado que tiene un año de edad y mide 1cm^2 . ¿Cómo será el cuadrado cuando cumpla dos años de edad, si de un año al siguiente su lado aumenta en 1cm^2 ? Si tomamos un cuadrado de 1cm como unidad, ¿cuántos cuadrados unidad tendrá el Cuadrado a los dos años?
- Supongamos que el Cuadrado, al ir creciendo, mantiene el contorno pintado de rojo. ¿Cómo será el Cuadrado a los 3, 4, 5 y 10 años?. Organice los datos que obtenga al responder las siguientes preguntas:
 - ¿Qué longitud tiene el lado del cuadrado?
 - ¿Cuál es el perímetro del cuadrado cuando va cumpliendo años?
 - Mida el área del cuadrado
 - ¿Cuántos cuadrados unidad de los que forman la figura tienen dos lados pintados?
 - ¿Cuántos cuadrados unidad de los que forman la figura tienen un lado pintado?
 - ¿Cuántos cuadrados unidad de los que forman la figura no tienen ningún lado pintado?
 - Encuentre una expresión que responda a los ítems anteriores para cuando el cuadrado tenga n años
- Observe en la figura 4.1, los siguientes cubos formados cada uno de ellos por cubos de unidad.

Consigne cuántos cubos unidad necesito para armar los cuerpos 1, 2, 3, 4, n . Si deseo pintar los cuerpos 1, 2, 3, 4, n , ¿a cuántos cubos unidad le pintaré sólo 1 de sus caras, a cuántos solo 2 de sus caras, a cuántos 3 de sus caras o ninguna cara?. Construya una tabla con los datos y establezca relaciones. Tenga en cuenta que el cuerpo 1 mide 1cm^3 .

Puede utilizar el applet Diseño de cuerpos geométricos en papel isométrico de la plataforma <http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=125> para graficar los cuerpos de 4 a n .

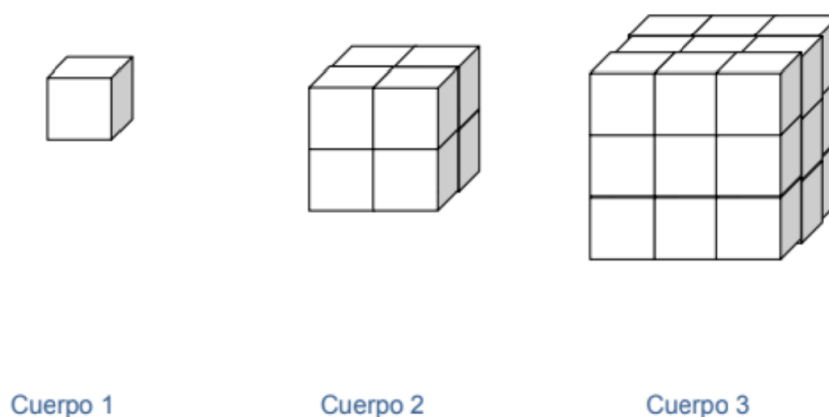


FIGURA 4.1

5.6 Terceras hora y media sincrónicas

1. Se retomará la actividad entre clases y se analizará cómo puede llevarse a cabo la gestión de la clase
2. Se conformarán grupos para que cada uno resuelva una de las cinco actividades diseñadas en el documento “Matemática para la Formación Docente” (https://drive.google.com/file/d/1X_Hz86UvQZhWuBMkGTj9cY0JmMQt4Ia0/view?usp=sharing) propuesto por Dirección de Educación Superior de la Provincia de Córdoba de la modelización con enfoque en la TAD.
3. Puesta en común
4. Recomendaciones finales por parte de los talleristas para trabajar el álgebra inicial a través de la modelización.

5.7 Evaluación final

1. Se les proporcionará una actividad de modelización cuyo contenido principal será del álgebra inicial.
 - 1.1 Resuelva la actividad.
 - 1.2 Identifique el contexto de la situación planteada.
 - 1.3 Identifique los contenidos involucrados y el o los que se quiere enseñar.
 - 1.4 Justifique con marco teórico por qué corresponde a una actividad de modelación
 - 1.5 Expresa cómo gestionaría la clase
2. En no menos de 4 líneas exprese una reflexión escrita sobre la experiencia del taller y el aprendizaje obtenido.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [21] Bolea, P. (2003). *El proceso de algebrización de las organizaciones matemáticas escolares* [Tesis doctoral]. Departamento de Matemática de la Universidad de Zaragoza, Monografías del Seminario de Matemática “García de Galeno”, número 23.
- [22] Gascón, J. (1999). La naturaleza prealgebraica de las matemáticas escolares. *Educación matemática*, 11(1), 77-78.
- [23] Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- [24] García, F. (2008, 1 de enero). El álgebra como instrumento de modelización. Articulación del estudio en las relaciones funcionales en la educación secundaria. En *Investigación en educación matemática* (pp. 71-92).
- [25] Audisio, V., Chirino, P., Heredia, N., Viola, F., & Gramaglio, H. (2019). Modelización Matemática. Documento de la serie Matemática para la Formación Docente. Articulación DGES - FAMAT. Córdoba.

AVANZANDO CON LAS PROPIEDADES DE LOS CONJUNTOS NUMÉRICOS: ENCADENAMIENTOS Y AUSENCIAS ENTRE LA ESCUELA PRIMARIA Y LA ESCUELA SECUNDARIA

MARIETTE SUSANNE DAHER
Universidad Nacional de Salta
susannedaher013@gmail.com

JOSEFINA LÁVAQUE FUENTE
Universidad Nacional de Salta

BLANCA AZUCENA FORMELIANO
Universidad Nacional de Salta

RESUMEN. El taller tiene como intención promover las problemáticas de prácticas de enseñanza sobre el estudio de las propiedades de los conjuntos numéricos naturales \mathbb{N} ; enteros \mathbb{Z} y racionales \mathbb{Q} .

Asimismo, se brindará entradas para el objeto de estudio con distintos caminos; que el docente podrá analizar y reformular teniendo en cuenta las continuidades y rupturas entre la escuela primaria y la escuela secundaria sobre las propiedades de los conjuntos numéricos.

Desde la mirada didáctica que sostienen los documentos curriculares tanto nacionales como jurisdiccionales, se pretende problematizar los recorridos de los contenidos y prácticas propios de la escuela primaria y de la escuela secundaria sobre los conjuntos numéricos.

Durante el taller se propondrán actividades que permitan estudiar y rescatar propiedades de los conjuntos numéricos que se estudian en la escuela primaria como uno más que, uno menos que, entre números naturales, regularidades en la serie escrita del conjunto de números naturales y se continuará con el estudio de las propiedades de los números enteros y racionales para reflexionar acerca de la continuidad y provisoriedad de los conocimientos construidos sobre las propiedades de los números naturales al ampliar cada conjunto numérico.

1. INTRODUCCIÓN

Este taller contribuirá a profundizar las propiedades que poseen los conjuntos numéricos; las que son propias y las que se van incrementando a medida que se avanza en el estudio de los conjuntos numéricos; como así también permitirán el estudio y la reflexión alrededor de los obstáculos y los errores que se producen. Desde un punto de vista matemático y didáctico, por medio de la resolución de problemas, se propone reflexionar a través de:

- Presentación y resolución de problemas.
- Socialización de los procedimientos que hacen a la resolución de problemas
- Elaboración de conclusiones, mediante diagramas o tablas

2. CONTENIDOS

- **Módulo 1:** Números naturales. Tabla numérica. Propiedades
- **Módulo 2:** Números enteros. Tabla numérica. La recta numérica. Propiedades.
- **Módulo 3:** Números racionales. La recta numérica. Propiedades

3. REQUISITOS PREVIOS

Los docentes deberán tener conocimiento sobre los NAP. Diseños Curriculares de primaria y secundaria.

4. OBJETIVOS

- Analizar las propiedades de los conjuntos numéricos en la resolución de problemas.
- Establecer las variables didácticas que permiten poner juego las propiedades de los conjuntos numéricos.
- Identificar problemas y estrategias de resolución en relación con las propiedades de los conjuntos numéricos en la propia tarea y de la tarea con otros colegas.
- Reflexionar acerca de las continuidades y rupturas entre la escuela primaria y la escuela secundaria sobre las propiedades de los conjuntos numéricos desde perspectivas de enseñanza de la matemática sostenidas en documentos curriculares.

5. ACTIVIDADES

5.1 Actividades previas

Lectura y análisis del siguiente texto para comentar en la primera clase sincrónica.

Números Naturales y Enteros

Los números naturales, de símbolo \mathbb{N} , son todos los números enteros positivos, es decir, todas aquellas cifras sin decimales y mayores a 0. Algunos ejemplos de números naturales son 1, 6, 23, 147 y 30500.

Dependiendo del área de ciencia y el convenio utilizado, los números naturales se representan en uno de los siguientes conjuntos:

- El conjunto de naturales sin el cero, que comienza con 1: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$
- El conjunto de naturales con el cero, que empieza con dicha cifra: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$

No obstante, como el 0 no puede ser ni positivo ni negativo, es preferible no incluirlo dentro del conjunto de números naturales, pues solo aborda los números enteros positivos.

Los números naturales fueron los primeros números que empleamos para cuantificar objetos. Con el tiempo, los hemos utilizado para ordenar valores, comparar cantidades diferentes y como base para todo tipo de operaciones matemáticas. De hecho, para obtener otros números, como los fraccionarios, nos servimos muchas veces de los números naturales.

Propiedades de los números naturales

Los números naturales solo presentan números enteros positivos, es decir, del 1 en adelante. Los números negativos quedan fuera del conjunto de los naturales.

- Los números fraccionarios o con cifras decimales tampoco encajan en el conjunto de números naturales.
- Todos los números naturales poseen un sucesor y siguen un orden específico. En otras palabras, para cada número natural existe uno mayor que viene justo después ($4 \rightarrow 5$, $19 \rightarrow 20$, $110 \rightarrow 111$, $3041 \rightarrow 3042$, etc.).
- Hay una cantidad infinita de números naturales, ya que siempre podemos hallar un número natural que sea mayor a otro.
- Entre dos números naturales hay un número finito de naturales. Por ejemplo, entre 5 y 12 solo hay seis números naturales: 6, 7, 8, 9, 10 y 11.

Clasificación y ejemplos de números enteros

Los números enteros se agrupan en tres subconjuntos: el 0, los enteros positivos y los enteros negativos. El 0 tiene su propia categoría al ser un **valor neutro**, es decir, un número que **no puede ser ni positivo ni negativo**.

A continuación, compartimos propiedades y características de los números enteros:

- Existe una **cantidad infinita de números enteros**, tanto positivos como negativos. La prueba es que siempre podemos hallar un número entero más pequeño o más grande que otro número entero.
- **Entre dos números enteros** hay una **cantidad finita de enteros**. Por ejemplo, entre -7 y 4 existen 10 números enteros, que son: -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2 y 3.
- Para cada número entero siempre hay otro mayor denominado **sucesor**. Por ello, los números enteros siguen un orden específico que no cambia. Por ejemplo, al número 5 le sigue el número 6, después del 101 viene el 102, y el sucesor de -21 es -20.
- En la recta numérica, **los números enteros más pequeños se sitúan a la izquierda**, mientras que **los más grandes se sitúan a la derecha**.
- Cualquier suma, resta y multiplicación entre dos números enteros siempre devolverá otro número entero. No es así con las divisiones, ya que hay casos en que la división de dos números enteros devuelve un número fraccionario, es decir, un valor con cifras decimales.
- El valor absoluto de un número entero es siempre el mismo, independientemente de su signo, ya que simplemente mide la distancia del número respecto al cero. Por ejemplo, el valor absoluto de $|+11|$ y $|-11|$ es igual: 11.

5.2 Presentación del taller

- Objetivos, Contenidos, forma de trabajo
- Criterios e indicadores de evaluación.
- Trabajo grupal del problema 1
- Puesta en común
- Contenidos: Números naturales. Importancia de la tabla numérica. Propiedades de los números naturales
- **Tareas grupales para exponer:**
 1. Resuelva los siguientes problemas.
 2. Enuncie otro problema más complejo.
 3. Identifique los conceptos involucrados como saberes previos.
 4. NAP o Diseño Curricular Jurisdiccional de su provincia ¿Cuáles son los contenidos de la educación obligatoria propuestos en los diseños curriculares, que se relacionan con los problemas?
 5. Escriba un problema que se corresponda con 6to, 7mo, 8vo, 9no año de escolaridad obligatoria
- **Recursos:** Tabla numérica de los 100 primeros números naturales. Recta numérica. Recta numérica con números del -10 al 10

ACTIVIDAD 1.

- a. Escribir el siguiente y el anterior de 49.
- b. Escribir el anterior de 1.
- c. Escribir todos los números comprendidos entre 63 y 89.
- d. ¿Es posible encontrar números naturales entre 39 y 40?
- e. ¿Cuánto es 1 más 1000? ¿y uno más 2000?
- f. Elegir un número de la tabla y escribir: Todos los números que están en la misma columna y en la misma fila. ¿Qué observa de la secuencia de números escritos?
- g. ¿Qué propiedades están implícitas en las consignas anteriores? Identificarlas y escribirlas en forma coloquial y simbólica.
- h. ¿En qué se diferencia utilizar la tabla o la recta numérica?
- i. ¿Qué potencial se observa en la recta numérica para destacar las propiedades recién vistas?

5.3 Clase asincrónica

- **Tiempo:** 3 hs

ACTIVIDAD 2.

- Elaborar un relato de fortalezas y debilidades del primer encuentro sincrónico.
- Construir la tabla numérica de los 100 primeros números enteros negativos

5.4 Clase sincrónica 2

- **Tiempo:** 1 1/2 hs
- **Contenidos:** Propiedades de los números enteros
- **Recursos:** Tabla numérica de los 100 primeros números naturales. Recta numérica. Tabla numérica de los 100 primeros números enteros negativos. Recta numérica con números del -10 al 10
- **Tareas grupales para exponer:**
 - Resuelva los siguientes problemas en grupo.
 - Enuncie otro problema más complejo.
 - Identifique los conceptos involucrados como saberes previos.
 - NAP o Diseño Curricular Jurisdiccional de su provincia ¿Cuáles son los contenidos de la educación obligatoria propuestos en los diseños curriculares, que se relacionan con los problemas?
 - Escriba un problema que se corresponda con el 6to, 7mo, 8vo, 9no año de escolaridad obligatoria

ACTIVIDAD 3.

- Con la tabla de los 100 primeros números negativos.
- ¿Se podrán enunciar las mismas tareas que las efectuadas en Actividad 1? Si la respuesta es negativa: ¿Qué cambia?
- ¿Qué propiedades están implícitas en las consignas anteriores? Identificarlas y escribirlas en forma coloquial y simbólica
- ¿En qué se diferencia utilizar la tabla o la recta numérica para el estudio de los números enteros?
- ¿Qué potencial se observa en la recta numérica para destacar las propiedades recién vistas?

5.5 Clase asincrónica

- **Tiempo:** 3 hs

ACTIVIDAD 4.

- Elaborar un relato de fortalezas y debilidades el segundo encuentro sincrónico
- Analizar los siguientes videos e identificar las propiedades de los números fraccionarios que enseña la docente.
<https://youtu.be/MPAuLf8C8IE?si=8n6DSfR4qtZ3ZjAn>
<https://youtube.com/watch?v=uopbujGp5X8&feature=shared>
- A partir del análisis de tareas en los libros de texto formular cinco tareas, en los años que se desempeña a partir de las cuales se deduzcan algunas de las propiedades de los números enteros.
A continuación, se presentarán las propiedades las propiedades del sistema de numeración y de los conjuntos numéricos de naturales, enteros y racionales.

5.6 Clase sincrónica 3

- **Tiempo:** 1 1/2
- **Contenidos:** Números racionales y la recta numérica. Completitud en \mathbb{R} . Evaluación.
- **Recursos:** Tabla numérica de los 100 primeros números naturales. Recta numérica. Tabla numérica de los 100 primeros números enteros negativos. Recta numérica con números del -10 al 10.

ACTIVIDAD 5.

- ¿Qué recurso utilizarías o sería más adecuado para deducir las propiedades de los números racionales?
- ¿Cuáles son esas propiedades? Justificar.
- ¿Se podrán enunciar las mismas tareas que las efectuadas en la Actividad 2? Si la respuesta es negativa: ¿Qué cambia?

5.7 Evaluación

1. A partir del análisis de tareas en los libros de texto formular cinco tareas, a partir de las cuales se deduzcan algunas de las propiedades de los números RACIONALES.
2. Elaborar un relato de fortalezas y debilidades del taller. Enviar hasta el 10 de agosto.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [26] Montoro, V., Scheuer, N., & Pérez-Echeverría, M. P. (2016). ¿cuán abundantes son los conjuntos de números? estudiantes comparando infinitos. *Educación Matemática*, 28, 145-174.
- [27] Nardoni, M., Camara, V., & Pochulu, M. (2014). Evaluando la comprensión de los números racionales en estudiantes que culminan la escuela secundaria. *revista YUPANA*, 14(8), 67-82.
- [28] Galvéz Grecia, C., Parra, I., & Saiz, I. (1994). *La Didáctica de las Matemáticas en el libro*. Editorial Paidós.
- [29] Panizza, M. (2004). Conceptos básicos de la Teoría de Situaciones Didáctica. En *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas*. Editorial Paidós.
- [30] Sadosky, P. (2005). La Teoría de Situaciones Didácticas: Un marco para pensar y actuar la enseñanza de la Matemática. En *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Libros del Zorzal.
- [31] Izcovich, H. (2007). *La Matemática escolar - Las prácticas de enseñanza en el aula*. Editorial Aique.
- [32] Chamorro, M. (2006). *Didáctica de las Matemáticas*. Editorial Pearson.
- [33] Centeno Pérez, J. (1997). *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?* Editorial Síntesis.

REDEFINIENDO EL SENTIDO DE LAS FRACCIONES: APORTES PARA SU ENSEÑANZA DESDE LA TEORÍA DE REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS Y EL JUEGO DE MARCOS

MARIA CELINA ANSALDI

celinaansaldi18@hotmail.com

LUCRECIA SILVINA PONCE

FRANCISCO JAVIER AZAR

RESUMEN. Este taller se propone mejorar la enseñanza de las fracciones, un concepto fundamental y a su vez complejo debido a las tensiones existentes sobre su enseñanza en el nivel primario y secundario. El contenido se abordará mediante la resignificación de estrategias de enseñanza basadas en la relación parte-todo como generadoras de lenguaje y símbolos, fundamentadas en la Teoría de las Representaciones Semióticas de Raymond Duval y el juego de Marcos de Régine Douady. A través de esta aproximación, se procura recuperar las potencialidades del uso y creación de material didáctico aplicable a la enseñanza de las fracciones. En la propuesta se plantean situaciones problemáticas donde los conceptos emergen como facilitadores de resoluciones, mediante representaciones, manipulación de material concreto e interpretaciones. Esta mirada integrada facilita una comprensión profunda y significativa de las fracciones, promoviendo reflexiones sobre las prácticas docentes y fomentando un aprendizaje conceptual sólido y significativo.

1. INTRODUCCIÓN

La comprensión significativa de los conceptos matemáticos en los estudiantes es un objetivo fundamental en los niveles primario y secundario. Sin embargo, la enseñanza de las fracciones presenta desafíos debido a su naturaleza abstracta y a las dificultades que los estudiantes encuentran para entender su utilidad y sentido. Estas dificultades nos obligan a cuestionar y reevaluar nuestras propias prácticas educativas: ¿Cómo pueden los estudiantes utilizar fracciones si no las comprenden plenamente? ¿En qué nivel deberían enseñarse y cómo podemos asegurarnos que su enseñanza sea efectiva?

Hans Freudenthal (1980) observó que las fracciones y las operaciones con ellas, a menudo consideradas complejas, son construcciones que solo se comprenden adecuadamente en niveles superiores. Si bien su estudio se inicia en el nivel primario y continúa en el nivel secundario, el tiempo de permanencia en estos trayectos escolares no suele asegurar una comprensión significativa, sino limitada. En este sentido, la investigación de Mack (1990) sugiere que muchos estudiantes tienen una comprensión limitada de fracciones como números y como parte del conjunto de números racionales que las contienen, a menudo luchan con su interpretación y los procedimientos algorítmicos que han aprendido. Si miramos el contexto universitario, los alumnos tienden a colocar estas complicadas operaciones en sus calculadoras científicas, otorgándole un uso instrumental para resolver distintas situaciones de la disciplina o ciencia que estudian. Este contexto tecnológico debería implicar una disminución de tiempo al trabajo algorítmico, especialmente de expresiones complejas, empleándolo en profundizar en los conceptos, incluir temas no considerados y en desarrollar destrezas de un nivel cognitivo más alto, como el cálculo aproximado, la estimación, etc. (Linares, S & Sánchez, M; 2009).

Aunque este taller no se centra en el uso de tecnologías, reconocemos su potencial para el aprendizaje matemático. Sin embargo, hemos optado por el uso y elaboración de material didáctico tangible como una forma de redefinir el aprendizaje de fracciones de una manera concreta y accesible, y como elemento de transición de la enseñanza de fracciones entre el nivel primario y secundario.

Se pretende abordar estos desafíos utilizando un enfoque teórico con los aportes de Raymond Duval para las **representaciones** del concepto de Fracción y los de Regine Duady con el Juego de Marcos, que da lugar a las distintas **interpretaciones** con las que trabajaremos. Desde un enfoque práctico se favorecerá a los asistentes al taller con distintas situaciones que involucren el uso de material didáctico como punto de partida para el desarrollo del lenguaje de fracciones, otorgando de significado a los símbolos que representan al concepto y permitan interpretarlo. La relación Parte-Todo, puede entenderse como el origen de otras interpretaciones de las Fracciones, siendo de las más intuitivas para el niño o adolescente y como generadora de lenguaje, contribuirá a las posteriores interpretaciones del concepto.

Es esencial entender que la práctica pedagógica va más allá de enseñar algoritmos y conceptos matemáticos, debemos reflexionar sobre el “*por qué*” y el “*para qué*” que existe detrás del hacer matemáticas, para interpretar el proceso de construcción del conocimiento matemático de los estudiantes, los obstáculos que enfrentan y cómo abordarlos de manera efectiva diseñando distintas estrategias.

Por último y no menos importante, se busca reflexionar sobre la propia práctica docente, identificando áreas de mejora y fortalecimiento en cuanto a la enseñanza de fracciones. Este trabajo metacognitivo estará presente en el recorrido de este taller a través de cuestionamientos guiados, permitiendo a los asistentes tomar conciencia de sus propias creencias, apropiarse de ideas sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto de fracción, debatir y compartir opiniones con otros, ampliando sus perspectivas, comunicando sus conclusiones y porque no, aplicando esta práctica en el aula.

De lograrlo, nuestro trabajo estará hecho.

2. CONTENIDOS

■ Módulo 1: Fundamentos y Teorías

- *Introducción al taller:* La fracción como parte de un todo y parte de una parte. La fracción como medida y en Contexto continuo.
- *Teorías y enfoques pedagógicos:* Juego de Marcos de Regine Douady. Representaciones semióticas de Raymond Duval.

■ Módulo 2: Conceptos a integrar

- La fracción como una razón.
- Operaciones con fracciones dentro del Campo Aditivo y Multiplicativo. Representaciones.

■ Módulo 3: Tipos de fracciones.

- *Clasificación:* Fracciones propias, impropias, aparentes y mixtas.
- *Relaciones entre fracciones:* Fracciones equivalentes y sus aplicaciones como punto integrante de integración y aplicación.

3. REQUISITOS PREVIOS

- 3.1- *Nivel educativo:* Dirigido a docentes de niveles primario y secundario. Estudiantes avanzados de la carrera del Profesorado de Nivel Primario y del profesorado de educación secundaria en matemática.
- 3.2- *Conocimiento y experiencia:* Familiaridad con conceptos relacionados con fracciones. Experiencia previa en la enseñanza o estudio de matemáticas y su didáctica en niveles primario y secundario.
- 3.3- *Herramientas y recursos:* Disponibilidad de una computadora con conexión a internet estable. Instalación previa de la aplicación ZOOM para participar de los encuentros sincrónicos. Nociones básicas de la dinámica virtual en plataformas como Moodle.
- 3.4- *Actitud y compromiso:* Hacemos referencia al interés por reflexionar sobre prácticas pedagógicas actuales y disposición para explorar nuevas estrategias didácticas. Participación activa y colaborativa con otros docentes y/o estudiantes.

4. OBJETIVOS

- Desarrollar una comprensión significativa de las Fracciones, facilitando estrategias y herramientas didácticas.
- Integrar teorías educativas utilizando las representaciones semióticas y el juego de marcos que generen distintas interpretaciones en la enseñanza de fracciones.
- Instruir en el uso de material didáctico tangible capacitando a los asistentes en su elaboración facilitando un aprendizaje concreto y significativo.

- Fomentar la mejora de la práctica docente a través de espacios de reflexión metacognitiva y el intercambio de experiencias que promuevan un análisis colectivo y colaborativo.

5. ACTIVIDADES

5.1 Actividades previas

En la plataforma de soporte del curso, se comunicarán a los participantes los objetivos del taller y estarán disponibles los materiales a imprimir para el primer encuentro sincrónico y dos materiales de lectura recomendada. El primer documento, de creación propia, abordará los contenidos teóricos seleccionados que sustentan este taller, incluyendo la Teoría del Juego de Marcos de Régine Douady y la Teoría de las Representaciones de Raymond Duval. El segundo documento, titulado “Los significados de las fracciones: una perspectiva fenomenológica”, explorará los diferentes sentidos e interpretaciones de las fracciones que se discutirán durante los encuentros sincrónicos.

Los participantes deberán descargar y leer estos materiales, ya que serán fundamentales para las actividades del primer encuentro sincrónico. Además, se les anima a reflexionar y responder las siguientes preguntas, las cuales servirán como punto de partida para iniciar el taller:

1. *¿Desde sus prácticas docentes o experiencia como estudiantes residentes, qué desafíos enfrentan al enseñar fracciones? ¿Cómo los abordan?*
2. *¿Qué estrategias han encontrado más efectivas para enseñar fracciones en el aula?*
3. *¿Podrían establecer diferencias en la comprensión de fracciones entre estudiantes de primaria y secundaria? ¿Cómo han adaptado su enseñanza a estos diferentes niveles educativos?*

Durante el primer encuentro sincrónico, se tomarán algunos minutos en los que se revisarán y debatirán las respuestas a estas preguntas, promoviendo un análisis colectivo antes de iniciar plenamente el taller.

5.2 Primera hora y media sincrónica

1. Para iniciar el taller, comenzaremos con una breve presentación de los autores, se expondrán los objetivos generales y se ofrecerá un panorama general de las actividades planificadas.
Se dedicará un momento a recuperar las respuestas de la actividad previa facilitando un análisis colectivo. Utilizaremos una presentación en PowerPoint para introducir conceptos claves necesarios para el desarrollo del taller, basándonos en los principios de las representaciones semióticas de Duval, que enfatizan la importancia de múltiples representaciones para comprender los conceptos matemáticos.
2. **Construcción del Muro de Fracciones mediante el plegado de papel:** Los participantes tendrán la oportunidad de construir el material didáctico denominado “Muro de Fracciones” utilizando el material descargado previamente desde la plataforma. Este ejercicio práctico permitirá explorar visualmente los conceptos de fracción como *Parte de un Todo*, haciendo uso de las representaciones concretas recomendadas por Duval ya que el plegado de papel facilita la diversificación de las mismas.
3. **Preguntas de reflexión durante la actividad:** *¿Es posible plegar una tira de papel en 5 partes iguales? ¿Y en 7 partes iguales?* Estos interrogantes se plantean como propuestas de investigación para explorar más a fondo en sesiones posteriores, siguiendo el enfoque de investigación propuesto por Douady en el Juego de Marcos, que promueve la exploración y la experimentación como parte integral del aprendizaje matemático, por lo que se espera que los participantes a partir de esta experiencia, deduzcan la necesidad de un cambio de marco para dicha construcción, el geométrico.
4. **Actividad grupal:** Una vez construido el Muro de Fracciones, los participantes se dividirán en **grupos** para reflexionar sobre la elaboración del material y las relaciones que emergen de él, tanto en términos de la totalidad como de las partes que lo componen, profundizando así en el significado de la fracción desde la perspectiva de las representaciones semióticas, analizando como diferentes representaciones pueden facilitar una comprensión más profunda del concepto de fracción.
5. **Análisis comparativo:** También se les invita a analizar qué propiedades de los números naturales son aplicables y cuáles requieren ajustes en el contexto de las fracciones, apoyándose en las teorías

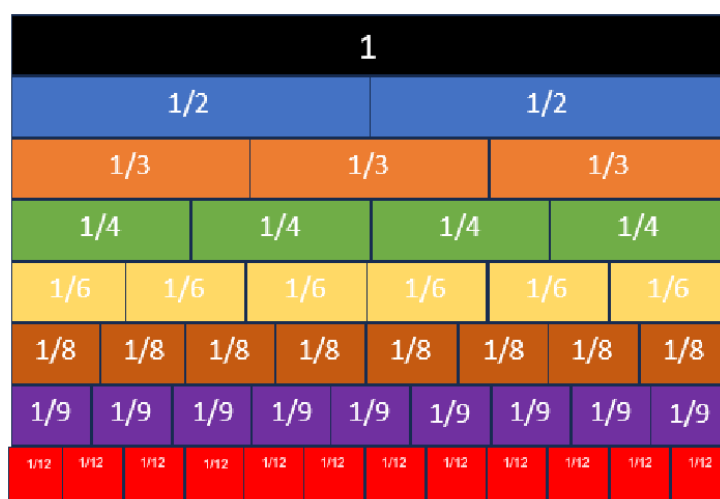


FIGURA 6.1. Fuente: elaboración propia

de Duval y Duady para entender cómo las representaciones y marcos mentales influyen en la comprensión matemática.

6. **Cierre:** Al concluir este primer encuentro sincrónico, se compartirá un Power Point con las ideas principales de las teorías de Duval y Doaudy que refuercen las lecturas sugeridas en la actividad previa.

Utilizando el material creado, se les propondrá a los participantes crear un nuevo “Muro de Fracciones” que incluya las **fracciones equivalentes** encontradas durante la actividad, fomentando la aplicación práctica de los conceptos explorados.

5.3 Primeras tres horas entre clases

1. Se les solicitará que entreguen en la plataforma la resolución de la actividad:
Analicen y documenten utilizando el material Muro de Fracciones 3 formas diferentes de representar y obtener el entero. ¿Cómo estas representaciones pueden ser interpretadas por sus estudiantes? (primario-secundario)
Se sugiere subir un archivo Word en el que inserten imágenes de los muros que proponen con sus respectivas aclaraciones.
2. Preguntas reflexivas: “¿Qué dudas u obstáculos podrían surgir entre sus estudiantes al realizar actividades con el muro de fracciones? ¿Cómo podrían abordarse estas dudas desde las teorías de Duval y Doaudy?”
3. Se compartirá un documento colaborativo en formato Drive, en el que los participantes harán breves intervenciones escritas destacando los hallazgos y análisis realizados. En él deberán considerar cómo estos podrían influir en su práctica docente y en la comprensión de sus estudiantes. De esta manera, se busca consolidar el aprendizaje desde los fundamentos teóricos y prácticos proporcionados por los organizadores del taller.

5.4 Segundas hora y media sincrónicas

1. Utilizaremos una presentación de Power Point para retroalimentar la corrección de la actividad entregada en el campus destacando cómo se puede validar la solución del plegado en 5 y 7 partes, a partir de los conceptos y métodos discutidos en el primer encuentro sincrónico.
2. Continuaremos con la presentación para introducir el concepto de fracción como razón y su aplicación en la ubicación de números fraccionarios en la recta numérica utilizando el plegado de papel para ilustrar el concepto de manera visual y tangible.
3. Procederemos a dividir a los talleristas en grupos y les asignaremos a cada grupo una actividad diferente, ordenarán fracciones en la recta utilizando como recurso el plegado de papel, un recurso privilegiado que colabora para que el alumno trabaje utilizando dicho sentido y no se presenten los obstáculos cognitivos de la representación en la recta utilizando procedimientos aritméticos.
Se les propondrá entonces la resolución de actividades extraídas de:
 - Itzcovich, Horacio. El Abecé de La Matemática Escolar. Capítulo 5: El trabajo escolar en torno a las fracciones, página 150.

- Documento curricular: Matemática: Fracciones y Números Decimales. Apuntes para la enseñanza. 6to grado. (2005). Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación, página 17.
 - Documento curricular: Matemática: Fracciones y Números Decimales. Apuntes para la enseñanza. 5to grado. (2005). Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación, páginas 25, 26 y 27.
- Luego, les propondremos reflexionar sobre las siguientes cuestiones:
- “¿Cuáles son los argumentos que un alumno, al finalizar 6to/7mo grado y de 1er año de secundaria estaría en condiciones de elaborar cuando resuelve este tipo de problemas?”,
 - “¿Cómo crees que podría beneficiar en tus prácticas esta metodología de trabajo?”,
 - “¿Qué fortalezas y debilidades puedes identificar en las resoluciones utilizando el plegado de papel?”
4. Cierre: Finalizado el momento de socialización de las diferentes resoluciones retomaremos las preguntas de reflexión para cerrar la actividad, animando a los participantes a implementar estas estrategias en sus prácticas.

5.5 Segundas tres horas entre clases

1. Deberán entregar en la plataforma en un archivo de Word actividades en las cuales deberán **ubicar números fraccionarios y decimales en la recta numérica a partir del uso del plegado de papel**. Las actividades serán extraídas de:
 - Documento curricular: Matemática: Fracciones y Números Decimales. Apuntes para la enseñanza. 5to grado. (2005). Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación, páginas 25, 26 y 27.
 - Seoane, Silvana. Matemática material para docentes sexto grado educación primaria 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Instituto Internacional de Planeamiento de la educación IIPE-Unesco, 2012, páginas: 33 y 43.
2. El juego del **Tangram** favorece el pensamiento matemático, es un antiguo rompecabezas chino compuesto por 7 piezas: un cuadrado, un paralelogramo romboide y 5 triángulos semejantes diferentes. Los alumnos deberán ingresar al siguiente link: <https://www.youtube.com/watch?v=7wWQWUWHr5U> para construir el Tangram a partir del plegado de papel, este rompecabezas será el insumo para el Tercer encuentro sincrónico.

5.6 Terceras hora y media sincrónicas

1. Daremos comienzo a este último encuentro sincrónico con una presentación de Power Point para retroalimentar la actividad entregada en la segunda hora entre clases.
2. Continuaremos con la presentación para reconstruir el recorrido realizado en los distintos momentos del taller: encuentros sincrónicos y momentos de estudio y de resolución de actividades asincrónicas, destacando los conceptos y sentidos de las fracciones, cómo llevarlos a la práctica con el uso de material tangible y los aportes de las teorías en los que se apoya este taller.
3. Dividiremos a los talleristas nuevamente en grupos y les propondremos trabajar con una última actividad para poder relacionar y recuperar todo lo visto y analizado hasta el momento: El Tangram.
4. Los invitaremos a reflexionar sobre:
 - cómo surge el sentido de la fracción Parte-Todo y Parte de una parte,
 - cómo hallar la medida de cada pieza del Tangram,
 - las diferentes formas de hallar una parte del Tangram a partir de otras partes del mismo,
 - equivalencias de áreas de diferentes figuras,
 - cómo reconstruir figuras más pequeñas con las partes del Tangram, cómo hallar el área de la misma y su validación,
 - relaciones de orden,
 - los contenidos que circulan en las actividades,
 - los conocimientos previos de los alumnos.
5. Finalizado el momento de trabajo grupal intervendremos para proponer la socialización sobre el análisis y reflexión de la propuesta de trabajo con el Tangram, destacaremos cómo puede invitarnos a repensar nuestras prácticas o futuras prácticas el uso de material didáctico al momento

de abordar la enseñanza de las fracciones en el nivel primario y ciclo básico del secundario para favorecer el aprendizaje significativo de los estudiantes.

6. Cerraremos el taller con unas palabras de reflexión a modo de conclusión. También, se les explicará que para acreditar el taller deberán completar una instancia evaluativa disponible en la plataforma.

5.7 Evaluación final

1. Para evaluar nuestra propuesta de taller, dejaremos disponible en la plataforma una encuesta que permitirá a los participantes realizar su feedback sobre la experiencia.
2. Además, solicitaremos la entrega de la siguiente actividad para acreditar su participación en el Taller: Redefiniendo el Sentido de las Fracciones: Aportes para su Enseñanza desde la Teoría de Representaciones Semióticas y el Juego de Marcos".

Actividad evaluativa

Buscar en libros de texto escolares del segundo ciclo de Educación Primaria y/o Ciclo Básico de la Escuela Secundaria una actividad que permita abordar la enseñanza de las fracciones en el sentido de Parte-Todo o como una Razón. Luego, analizar la misma a partir de preguntas que los inviten a reflexionar:

- ¿Qué conocimientos previos y habilidades matemáticas deben poner en juego los alumnos? Explica cómo la actividad puede ayudar a desarrollar una comprensión significativa de fracciones.
- Diversidad de representaciones: La actividad elegida, ¿propone la utilización de diferentes marcos y representaciones en su resolución? Identifique y describa brevemente.
- Integración de estrategias didácticas: ¿Que modificaciones sugerirías, para incorporar las estrategias de enseñanza de las fracciones con material didáctico vistas durante el taller? Describa cómo estos cambios podrían mejorar la comprensión de los estudiantes.
- Impacto en la práctica docente: ¿Cómo crees que las sugerencias propuestas podrían enriquecer tus prácticas docentes? Reflexiona sobre los posibles beneficios y desafíos de implementar estos cambios. ¿Qué conocimientos ponen en juego los alumnos al resolver dicha actividad?

Los participantes entregarán en un archivo Word la actividad elegida y su análisis. En la plataforma se habilitará un espacio creado para tal fin. Tendrán un plazo máximo de una semana (sujeto a revisión) para completar y subir el archivo de manera individual o en pareja. La corrección y devolución de las evaluaciones tendrán lugar por medio de la plataforma, con un plazo máximo de una semana (tiempo sujeto a revisión por parte de la organización).

6. BIBLIOGRAFÍA

- [34] Llinares, S., & Sánchez, V. (1997). *Fracciones. Matemáticas: cultura y aprendizajes*. Editorial Síntesis.
- [35] Malet, O. (2010). Los significados de las fracciones: una perspectiva fenomenológica. *Medomatica. Recorriendo Laberintos. Revista* n° 21.
- [36] Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. (2005a). *Matemática: Fracciones y Números Decimales. Apuntes para la enseñanza. 7mo grado*.
- [37] Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. (2005b). *Matemática: Fracciones y Números Decimales. Apuntes para la enseñanza. 6to grado*.
- [38] Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. (2005c). *Matemática: Fracciones y Números Decimales. Apuntes para la enseñanza. 5to grado*.
- [39] Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. (2001). *La enseñanza de las fracciones en el 2do Ciclo de la E.G.B. Obra colectiva de la Red de Docentes de las escuelas de Campana*.
- [40] Seoane, S. (2012). *Matemática material para docentes sexto grado educación primaria* (1.ª ed.). Instituto Internacional de Planeamiento de la educación IIPE-Unesco.

- [41] Guzmán, R. (1998). Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 1(1), 5-21. Consultado el 22 de junio de 2024, desde <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33510102>
- [42] Deriard, A. (2018). Diálogos con Regine Douady a 30 años de juego de encuadres y dialéctica instrumento objeto . El pensamiento del profesor, sus prácticas y elementos para su formación. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/dialogos-con-regine-douady-a-30-anos-de-juego-de-encuadres-y-dialectica-instrumento-objeto/>
- [43] Melchiori, D., Nicodemo, M., Sanguinetti, D., & Trillini, M. P. (2017). *Clase 1: Registros de representaciones semióticas y marcos interpretativos. Reflexiones en torno al Álgebra y las Funciones y su enseñanza*. Ministerio de Educación y Deportes de la Nación.

FUNCIONES GENERATRICES: APLICACIONES EN DIFERENTES PROBLEMAS MATEMÁTICOS

MIGUEL REYES
Universidad Nacional de Salta
 reyesmiguelpk@gmail.com

RESUMEN. Las funciones generatrices son herramientas matemáticas esenciales que encapsulan secuencias de números mediante series formales, simplificando cálculos y la resolución de problemas de recurrencia, además de facilitar la identificación de patrones. Su importancia radica en su capacidad para proporcionar una visión unificada y compacta de sucesiones completas, lo que resulta crucial en diversas áreas de las matemáticas, como la combinatoria, la estadística, la teoría de números y el análisis complejo.

El desarrollo de la teoría de funciones generatrices ha avanzado significativamente en las últimas décadas, integrándose de manera más profunda en la matemática discreta y el análisis. Estos avances han permitido la resolución de problemas antes inabordables y la simplificación de teorías complejas. La investigación contemporánea continúa expandiendo sus aplicaciones, descubriendo nuevas conexiones y métodos de utilización.

A través de este taller se espera que los participantes logren fortalecer el manejo y profundizar contenidos vinculados con las sucesiones, expresiones algebraicas y el razonamiento combinatorio, desarrollando habilidades analíticas y algebraicas avanzadas. Se pretende con las actividades propuestas, destacar el trascendental aporte que las funciones generatrices realizan con relación a la comprensión de complejas estructuras matemáticas, como así también la intervención que tiene en diferentes campos de investigación.

PALABRAS CLAVE — Combinatoria, Probabilidades discretas, Resolución de problemas, Análisis

1. INTRODUCCIÓN

Las funciones generatrices (FG) han sido una herramienta esencial en matemáticas desde el siglo XVIII, cuando Pierre-Simon Laplace introdujo las series generatrices como un medio para resolver problemas en teoría de probabilidades. A lo largo de los siglos XIX y XX, matemáticos como Leonhard Euler y George Pólya ampliaron su uso a la teoría de números y la combinatoria. Actualmente se las implementa en temas de ciencias de la computación y matemáticas discretas, desarrollos impulsados principalmente por Herbert S. Wilf. Hoy en día, las funciones generatrices son fundamentales en diversas áreas de la matemática y la ciencia, demostrando su versatilidad y potencia en la resolución de problemas complejos.

Estas funciones (FG) son herramientas matemáticas potentes que encapsulan secuencias de números en términos de series formales, facilitando los cálculos y la resolución de problemas de recurrencia como así también la identificación de patrones. Por otro lado cabe destacar las conexiones interdisciplinarias presentes entre esta herramienta y múltiples campos como la combinatoria, la estadística, la teoría de números y el análisis complejo entre otros.

En general, no nos interesa un termino particular $a_n \in \mathbb{R}$, sino toda la sucesión $(a_n)_n \in \mathbb{N}$. Si queremos aprender sobre la sucesión en sí, una posibilidad, en muchos casos la mejor posible, es aprehenderla mediante un único objeto, una función generatriz, Wilf [50].

Desarrollar un taller abarcando los principios sobre los cuales se pensó y se extrapoló la teoría de funciones generatrices, beneficia a la comunidad educativa, estudiantes, docentes e investigadores; más aún, mostrar los alcances e implementaciones de ésta, en diferentes áreas matemática despierta y motiva nuevas expectativas y desafíos para seguir explorando y profundizando.

2. CONTENIDOS

Este taller está diseñado para ser implementado en 4 módulos diferentes interrelacionados. Cada uno de ellos pretende involucrarse con áreas distintas de la matemática.

- **Módulo 1: Combinatoria y Funciones Generatrices**

Introducción a las FG: polinomios generadores. Aplicaciones y orígenes en la combinatoria. Generación de fórmulas para problemas de partición. Tipos de funciones generatrices (FG): ordinarias y exponenciales.

- **Módulo 2: Ecuaciones de Recurrencia y Funciones Generatrices**

Manipulación algebraica de FG, linealidad, convolución. Solución de ecuaciones de recurrencia simples. Implementación en problemas de probabilidad y matemática discreta. Vilenkin [49].

- **Módulo 3: Transformaciones de Funciones Generatrices**

Métodos de Inversión. Transformaciones y operaciones con FG. Derivación de FG. Translaciones y escalamiento. Método de fracciones simples. Kaufmann [45] y Wilf [50].

- **Módulo 4: Funciones Generatrices y Probabilidad**

Distribuciones Discretas. Uso de FG para estudiar distribuciones de probabilidad binomial, Poisson, geométrica. Número de Stirling. Aplicaciones en la factorización y series de Dirichlet, Riordan [47].

3. REQUISITOS PREVIOS

Este taller está destinado a estudiantes de profesorado, licenciaturas o carreras afines, como así también a docentes que tengan conocimiento de un curso básico de análisis matemático y combinatoria.

4. OBJETIVOS

A través de este dispositivo pedagógico se pretende:

- Desarrollar habilidades analíticas y algebraicas en el manejo e interpretación de series formales.
- Lograr integrar esta teoría a temas del análisis, probabilidades, matemática discreta y análisis complejo.
- Abordar resolución de problemas que evidencian la ventaja y eficiencia a través de la utilización de esta teoría.
- Promover una comprensión interdisciplinaria con respecto al impacto e importancia en diferentes campos científicos.
- Incentivar tanto a estudiantes como a docentes a explorar nuevas áreas de investigación y a aplicar estas técnicas en sus propios proyectos.
- Brindar a los docentes conocimientos avanzados que podrán integrar en su práctica pedagógica, enriqueciendo su enseñanza y proporcionando a sus estudiantes una formación más completa y robusta.

5. ACTIVIDADES

5.1 Actividades previas

Primeramente informaremos a los participantes los objetivos, los contenidos del taller y la metodología de trabajo de cada encuentro. Este detalle se encontrará en formato digital como en audiovisual adjuntado en el curso de la plataforma e-learning designada. Se adjuntará un listado con la bibliografía recomendada, como así también notas con problemas sugeridos referentes a los contenidos previos en combinatoria y análisis.

Con el objeto de generar un espacio de integración, trabajo colaborativo y aprendizaje a través de resolución de problemas, se implementarán grupos de trabajos los cuales deberán resolver y enviar la solución para un problema propuesto para cada módulo. Por otro lado cada participante de manera individual deberá completar un cuestionario teórico.

Propondremos una lista de actividades sugeridas, no obligatorias que estarán directamente vinculadas con la temática planificada para cada encuentro. Esto estará disponible al comienzo del taller, de manera que cada participante disponga del tiempo suficiente para pensar y probablemente consultar alguna duda o inquietud con relación a los mismos.

Con relación a la temática abordada en esta primera instancia asincrónica, se desarrollará un repaso de los temas preliminares y se abordará los temas del módulo 1, los cuales están estrechamente vinculados con los contenidos previos. Se dispondrá de notas teóricas, material audiovisual como así también de las slice utilizadas.

Propuesta de Problemas Previos

1. ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $x + y + z + w = 20$ dadas por enteros positivos, es decir con $x, y, z, w \in \mathbb{Z}_{>0}$? ¿Cuántas por enteros no negativos ($x, y, z, w \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$)?
2. Probar que el número de soluciones en enteros no negativos es el mismo para las dos ecuaciones siguientes:

$$x_1 + x + 2 + \cdots + x_6 = 8 \quad \text{y} \quad x_1 + x + 2 + \cdots + x_9 = 5$$
3. ¿De cuántas maneras se pueden alinear 10 letras A, 6 letras B, y 5 letras C en una fila de modo tal que no haya dos letras B contiguas?
4. Hallar el número de soluciones a la ecuación $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 50$ en enteros positivos tales que $x_5 > 12$ y $x_4 > 7$.
5. Hallar el número de maneras de cambiar un billete de 10.000 pesos en billetes de menor denominación, esto es, billetes de 1.000, 2.000, 100, 200 y 500 pesos.

5.2 Primera hora y media sincrónica

Comenzaremos por presentar raudamente las actividades planteadas y el contenido propuesto en la instancia asincrónica previa. Resolveremos los ejercicios de mayor dificultad como ser el problema propuesto (2) o (4) (ecuaciones con condiciones restringidas y combinatoria). Posteriormente se trabajará sobre polinomios generadores y su origen en la combinatoria, para dar luego lugar a las funciones generatrices y al problema de partición de un entero, ver Niven [46]. Esto demandará 1 hs aproximadamente. El tiempo restante se abordará el contenido del módulo 2. Trabajaremos sobre las operaciones de linealidad y convolución de las FG y su utilización para resolver ecuaciones de recurrencia. Se resolverán ejercicios para facilitar su mecánica de utilización.

5.3 Primeras tres horas entre clases

En esta instancia del taller, los participantes trabajarán de manera asincrónica, colaborativa y grupal sobre diferentes problemas propuestos pero de manera enfocada en los que deberán enviar por la plataforma. Aquí también deberán realizar una encuesta virtual sobre contenidos teóricos visto en clase.

Propuesta de Problemas - Primer Encuentro

1. Calcular la función generatriz $f(x)$ proveniente de la sucesión $a_n = 2^n$
2. Encuentra el coeficiente de x^{21} en la expresión $(x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6)^8$.
3. Encuentra el coeficiente de x^2 en la expresión $x(1+x)^4 3(2-x)^5$.
4. Considere la sucesión de números de Fibonacci $(F_n)_{n \in \mathbb{N}}$, dada por $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ y $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ para cada $n \geq 2$. Demostrar que su función generatriz es $f(x) = \frac{x}{1-x-x^2}$.
5. Resolver las siguientes recursiones usando funciones generatrices.
 - a) $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ y $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$ para $n > 1$
 - b) $a_0 = 0$, $a_1 = a_2 = 1$ y $a_n = a_{n1} + a_{n2} + 2a_{n3}$, para $n > 2$

5.4 Segundas hora y media sincrónicas

En este segundo encuentro se pretende profundizar sobre el manejo algebraico de las FG como así también de las transformaciones que ellas involucran. Retomaremos sobre las operaciones del módulo 2 (linealidad y convolución) para profundizar con los temas del módulo 3.

La implementación de funciones generatrices en problemas matemáticos implica varios pasos metodológicos que son fundamentales para su correcta aplicación y comprensión, estos son:

1. Definición y Formulación: Es necesario entender cómo definir una función generatriz para una secuencia dada y formularla correctamente.
2. Manipulación Algebraica: Aprender técnicas para manipular y simplificar las funciones generatrices, como operaciones con series formales.
3. Identificación de Patrones: Utilizar funciones generatrices para identificar patrones y relaciones en secuencias y series. Utilización de relaciones combinatorias.
4. Resolución de Problemas: Aplicar las funciones generatrices para resolver problemas específicos, como ecuaciones de recurrencia y problemas de enumeración.

5.5 Segundas tres horas entre clases

En esta instancia, de manera similar a la planteada en 5.3, los participantes trabajarán de manera asincrónica, colaborativa y grupal sobre diferentes problemas propuestos para el segundo encuentro.

Propuesta de Problemas - Segundo Encuentro

1. Usar una función generatriz para encontrar el número de formas de escribir 15 como la suma de 5 números naturales.
2. Queremos encontrar las sucesiones $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ y $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tal que verifican

$$\begin{cases} a_n = 3a_{n-1} + b_{n-1} & \text{para todo } n \geq 1 \\ b_n = 2a_{n-1} + b_{n-1} \end{cases}$$

3. Utilizando transformaciones sobre funciones generatrices comprobar que

$$\frac{x+x^2}{(1-x)^3} = \sum_{n=0}^{\infty} n^2 x^n \quad \text{y que} \quad \frac{x+x^2}{(1-x)^4} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^n k^2 \right) x^n$$

5.6 Terceras hora y media sincrónicas

En este último encuentro se profundizará sobre las aplicaciones de las funciones generatrices en diferentes problemas, como son probabilidades y combinatoria sobre grafos (particiones de conjuntos no vacíos). Se resolverán ejercicios de mayor dificultad como los propuestos a continuación donde se involucran propiedades relacionadas a los números de Stirling, distribución binomial, números de Bell, entre otros.

Propuesta de Problemas - Tercer Encuentro - Integradores

1. Calcular cuántas formas hay de dividir 7 elementos en 4 subconjuntos no vacíos utilizando los números de Stirling de segunda especie.
2. Usar los números de Bell para encontrar el número de particiones de un conjunto de 6 elementos.
3. Si $a_n(x)$ está definida por

$$a_n(x) = (1-x)^{n+1} \sum_{k=0}^{\infty} k^n x^k$$

usando la notación $D = \frac{d}{dx}$, mostrar que

$$a_n(x) = n x a_{n-1}(x) + x(1-x) D a_{n-1}(x)$$

y verifica los valores

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 & a_2(x) &= x + x^2 \\ a_1 &= x & a_3(x) &= +4x^2 + x^3 \end{aligned}$$

5.7 Evaluación final

Para comprometer de manera activa a los participantes, la evaluación será de manera continua a lo largo del taller, para ello se implementarán cuestionarios virtuales individuales referentes a contenidos esenciales teóricos al finalizar cada encuentro. Por otro lado también se dejará un listado de problemas para abordar durante el trabajo asincrónico de manera grupal, que deberá ser cargado a la plataforma.

El último encuentro evaluativo tendrá dos ejercicios que deberán realizar de manera grupal. También aquí tendrán la posibilidad de completar las actividades anteriores pendientes en la plataforma.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [44] Betancourt, S. R. (2010). *Estructuras Combinatorias y Análisis Asintótico* [Trabajo Especial de Grado de Licenciado en Matemática]. Universidad Central de Venezuela.
- [45] Kaufmann, A. (1968). *Introduction a la combinatoire en vue des applications*. Editorial DUNOD - Paris.
- [46] Niven, I. (1995). *Matemática de las opciones o cómo contar sin contar*. Red Olímpica.
- [47] Riordan, J. (1978). *An Introduction to Combinatorial Analysis*. Princeton University Press.
- [48] Stanley, R. P. (2012). *Enumerative Combinatorics, Volume I. (Second edition)*. Cambridge Studies in Advanced Mathematics.
- [49] Vilenkin, N. Y. (1972). *¿De cuántas formas? Combinatoria*. Editorial MIR - Moscu.
- [50] Wilf, H. S. (1994). *Generatingfunctionology (Second Edition)*. Academic Press.

II Comunicaciones breves

ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE CONFLICTOS EN EL NIVEL SECUNDARIO A TRAVÉS DE LA TEORÍA DE JUEGOS

FLAVIA BEATRIZ ZALAZAR

lic.flaviazalazar@gmail.com

ALICIA FANNY GIMENEZ
Universidad Nacional de San Juan
alifangi@gmail.com

RESUMEN. Las instituciones educativas deben ser espacios que fomenten el desarrollo de las habilidades sociales de sus estudiantes. Tienen que proveer un entorno seguro en donde se garanticen los valores como el respeto, la cooperación y la solidaridad junto con prácticas como la solución pacífica de conflictos, que se tornan más relevantes. Uno de los objetivos de nuestro grupo de investigación es mostrar que, con la incorporación de conceptos básicos de la Teoría de Juegos en los contenidos curriculares, se propiciarían cambios, en la manera de socializar, en la forma de enfrentar un conflicto (ya sea social, laboral o familiar) y en el desarrollo de los estudiantes como ciudadanos.

PALABRAS CLAVE — Teoría de juegos, Resolución de conflictos, Cooperación

1. INTRODUCCIÓN

Jacques Delors (1996) propone los cuatro pilares en los que debe basarse la educación a lo largo de toda la vida: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a convivir y aprender a ser. Aprender a conocer implica desarrollar la capacidad para apropiarse del conocimiento de manera responsable y consciente. Aprender a hacer es desarrollar habilidades para aplicar el conocimiento en la solución de problemas de la vida diaria. **Aprender a convivir es la capacidad para comprender a otra persona, manejar conflictos y promover valores para la paz.** Aprender a ser se basa en el respeto por la personalidad de cada individuo y la libertad para expresar sus emociones, sentimientos y valores. Bajo esta premisa, y teniendo en cuenta que los conflictos surgen por la oposición de los intereses de las partes involucradas, consideramos que es preciso enseñar, tanto a los adolescentes como a sus formadores, a pensar estratégicamente, ya que así podrían tomar decisiones que solucionen tales conflictos mediante habilidades de negociación y cooperación. Es importante aprender a vivir juntos desarrollando la comprensión del otro y la percepción de las formas de interdependencia —realizar proyectos comunes y prepararse para tratar los conflictos— respetando los valores de pluralismo, la comprensión mutua y la paz.

La Teoría de Juegos es una rama de la Matemática que diseña modelos para analizar situaciones de conflicto y cooperación, entre dos o más agentes (personas, empresas, países, etc.), que toman decisiones con el fin de maximizar sus beneficios y predecir cuál será el resultado cierto o posible. Mostramos que con sencillas herramientas de la Teoría de Juegos, los alumnos podrán encontrar otras formas de resolución de conflictos basadas en la cooperación.

2. CONTENIDOS

- Introducción a la Teoría de Juegos.
- Pensamiento estratégico y toma de decisiones.
- Nociones básicas de la Teoría de Juegos.
- Modelos: Halcón-Paloma. El Dilema del Prisionero. Tragedia de los comunes.
- Situaciones que involucran los contenidos de la Teoría de Juegos para el nivel medio.

3. OBJETIVOS

- Abordar los conceptos básicos de Teoría de Juegos y las técnicas empleadas en esta teoría para el desarrollo del pensamiento estratégico y la toma de decisiones.
- Descubrir los cambios en el desarrollo de la competencia Matemática y la resolución de problemas, en los estudiantes a partir de la implementación del juego cooperativo como estrategia de enseñanza.
- Promover y describir la relación que existe entre la implementación del juego cooperativo como estrategia de enseñanza y el fortalecimiento de la competencia matemática “resolución de conflictos” en los estudiantes.

4. DESARROLLO DE LA COMUNICACIÓN

Se comenzará señalando la importancia del desarrollo del pensamiento estratégico y la toma de decisiones. Esto dará lugar a una breve introducción sobre conceptos básicos de la Teoría de Juegos. A continuación, se desarrollarán algunos modelos de esta teoría como “el dilema del prisionero”, “el juego del halcón-paloma” y “la tragedia de los comunes” y cómo se pueden aplicar en la educación secundaria.

Esta exposición se desarrollará mediante una presentación de diapositivas y uso de material multimedia como videos cortos, ejemplificando algunos de los modelos antes mencionados. Se mostrarán aplicaciones de gran relevancia ya realizadas.

5. BIBLIOGRAFÍA

- [51] Antequera Guerra, A. (2012). Propuesta Educativa para enseñar nociones de Teoría de Juegos en Educación Secundaria. *Números, Revista de didáctica de las matemáticas*, 3, 101-126.
- [52] Antequera Guerra, A., & Espinel Febles, M. (2003a). Decisiones estratégicas y de cooperación desde las matemáticas. *Números, Revista de la didáctica de las matemáticas*, 53, 15-26.
- [53] Delors, J. (1996). *Los cuatro pilares de la educación*. Santillana/UNESCO.
- [54] Femenía, D. (2019a). *Estratégicamente todos ganan*. Ed. Autores de Argentina.
- [55] Ministro de Educación, C. y T. d. I. N. (2004). *Juegos en Matemática para EGB 1, 2 y 3. El juego como recurso para aprender. Material para docentes* (Primera Edición). Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología.

HERRAMIENTAS DE LA TEORÍA DE JUEGOS PARA FOMENTAR LA COOPERACIÓN EN EL NIVEL INICIAL Y PRIMARIO: TEORÍA DE JUEGOS

ALICIA FANNY GIMENEZ
Universidad Nacional de San Juan
alifangi@gmail.com

ELIANA PERONA
Universidad Nacional de San Juan

RESUMEN. Es esencial que la escuela de hoy genere condiciones básicas que aseguren tanto el desarrollo de las riquezas personales como las actitudes solidarias, pluralistas y democráticas.

El objetivo de esta comunicación es concientizar sobre la importancia de desarrollar el pensamiento estratégico, la toma de decisiones y, por ende, incorporar contenidos que permitan desarrollar estas capacidades. La Teoría de Juegos facilita tal propósito.

El juego es una estrategia pedagógica que promueve múltiples aprendizajes y le permite al niño conocer, investigar, experimentar, descubrir su contexto de una manera amigable y lúdica.

Partiendo de esto, tomamos una rama de la Matemática como es la Teoría de Juegos para el desarrollo de la alfabetización social y fomento de las habilidades sociales que se van adquiriendo a través del aprendizaje.

Estamos convencidos de que es necesario promover el trabajo cooperativo bajo la resolución de problemas. Para ello ofrecemos actividades para implementar en el aula, usando conceptos y fundamentos de la Teoría de Juegos.

PALABRAS CLAVE — Teoría de Juegos, Toma de decisiones, Pensamiento estratégico

1. INTRODUCCIÓN

Partimos de la convicción de que es necesario ampliar la diversidad de saberes y promover el trabajo cooperativo bajo la resolución de problemas o conflictos. Esto trata de fomentar que dos o más personas intenten resolver un problema compartiendo significados y tomando en consideración el esfuerzo y las estrategias que utilizan. Esta perspectiva subraya las ventajas de la cooperación frente a la resolución individual.

Es esencial que la escuela de hoy genere condiciones básicas que aseguren tanto el desarrollo de las riquezas personales como las actitudes solidarias, cooperativas, pluralistas y democráticas.

Esta propuesta le otorga a la escuela primaria el desafío de ofrecer herramientas cognitivas y desarrollar competencias blandas que son rasgos de personalidad, habilidades socioemocionales, de comunicación, lenguaje y hábitos que moldean los vínculos que los individuos establecen con otras personas y, de esta manera, actuar de modo crítico, creativo, cooperativo y responsable frente a la información y sus usos para la construcción de conocimientos socialmente válidos. La nueva rama de la Matemática que facilita tal propósito es la **Teoría de Juegos**. La misma muestra cómo con sencillas estrategias, los alumnos pueden encontrar otras formas de resolución de conflictos teniendo a la cooperación, como una opción válida.

2. CONTENIDOS

- Pensamiento estratégico y toma de decisiones.
- Introducción a la Teoría de Juegos.
- Modelos: El Dilema del Prisionero. Tragedia de los comunes.
- Aplicación de los modelos en situaciones que involucran los contenidos de la Teoría de Juegos para el nivel Primario.

3. OBJETIVOS

- Abordar los conceptos básicos de Teoría de Juegos y las técnicas empleadas en esta teoría para el desarrollo del pensamiento estratégico y la toma de decisiones.
- Utilizar el juego como herramienta didáctica para fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Promover y describir la relación que existe entre la implementación del juego cooperativo, como estrategia de enseñanza, y el fortalecimiento de la competencia matemática “resolución de problemas” en los estudiantes.

4. DESARROLLO DE LA COMUNICACIÓN

Se comenzará señalando la importancia del desarrollo del pensamiento estratégico y la toma de decisiones. Esto dará lugar a una breve introducción sobre conceptos básicos de la Teoría de Juegos. A continuación, se desarrollarán algunos modelos de esta teoría como “el dilema del prisionero” y “la tragedia de los comunes”, y la manera de aplicarlos en la educación primaria.

Esta exposición se desarrollará mediante una presentación de diapositivas y uso de material multimedia como videos cortos ejemplificando algunos de los modelos antes mencionados.

5. BIBLIOGRAFÍA

- [56] Antequera Guerra, A., & Espinel Febles, M. (2003b). Decisiones estratégicas y de cooperación desde las matemáticas. *Números, Revista de la didáctica de las matemáticas*, 53, 15-26.
- [57] Bishop, A. J. (2008). El papel de los juegos en Educación Matemática. En D. Bañeres (Ed.), *El juego como estrategia didáctica* (pp. 23-34).
- [58] Femenía, D. (2019b). *Estratégicamente todos ganan*. Ed. Autores de Argentina.
- [59] Giraldo, J. (2005). *Juegos cooperativos: jugar para que todos ganen* (Primera edición). Ed. Océano.
- [60] Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología. (2019). *Propuestas de juego y actividades lúdicas para la Educación Domiciliaria y Hospitalaria: documento de apoyo para los docentes en su tarea de educar* (Primera Edición).
- [61] Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. (2004). *Juegos en Matemática para EGB 1, 2 y 3. El juego como recurso para aprender. Material para docentes* (Primera Edición). Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología.
- [62] Ribosa, J., & Durán, D. (2017). Cooperación, juego y matemáticas: análisis de la aplicación del Tridío Cooperativo con el alumnado de primaria. *PNA*, 11(3), 205-231.



UNSa
Universidad
Nacional de Salta