

EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO PROPORCIONAL EN LA PRIMARIA Y EL CICLO BÁSICO DEL NIVEL SECUNDARIO HACIENDO USO DE LOS REGISTROS SEMIÓTICOS DE REPRESENTACIÓN Y LAS TIC

CELIA ELIZABETH VILLAGRA

Universidad Nacional de Salta - Sede Regional Orán
villagrancelia@gmail.com

ISABEL HORTENSIA MIGUEZ

Universidad Nacional de Salta - Sede Regional Orán

REINA NINFA ACOSTA

Universidad Nacional de Salta - Sede Regional Orán

EDITH MARCELA CHOROLQUE

Universidad Nacional de Salta - Sede Regional Orán

RESUMEN. En general los estudiantes del nivel secundario y los ingresantes al nivel superior muestran que tienen dificultades al resolver situaciones vinculadas a la proporcionalidad. Para lograr que haya una buena comprensión conceptual de la proporcionalidad es fundamental desarrollar el pensamiento proporcional cualitativo y cuantitativo de los estudiantes desde el nivel primario de escolaridad. De esta manera podrán desempeñarse con fluidez en su vida cotidiana, pero también podrán construir conceptos más complejos en niveles educativos superiores, como por ejemplo las variaciones, la función lineal, las razones de cambios, las derivadas. Por eso en este taller se generará un espacio de reflexión sobre la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad, articulando el nivel primario y secundario, poniendo en relevancia los diferentes significados de la proporcionalidad: aritmético, proto-algebraico y algebraico-funcional, haciendo uso de los distintos registros semióticos de representación e incluyendo la TIC. El taller estará destinado a docentes de 6to. y 7mo. año del nivel primario y ciclo básico del nivel secundario y promoverá el uso del software dinámico GeoGebra que posibilita la coordinación de los diferentes registros y de esta manera se convierte en una potente herramienta para propiciar la significación de conceptos, en este caso de la proporcionalidad que funciona en diferentes registros de representación semiótica.

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Importancia del taller

Es importante que los estudiantes desarrollen el pensamiento proporcional para que logren la comprensión conceptual de la proporcionalidad y así puedan desempeñarse con fluidez en su vida cotidiana. Pero también para que puedan construir conceptos más complejos en niveles educativos superiores, como por ejemplo las variaciones, la función lineal, las razones de cambios, las derivadas. Por eso es necesario generar un espacio de reflexión sobre la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad, que permita poner en relevancia los diferentes significados de la proporcionalidad haciendo uso de los distintos registros semióticos e incluyendo las TIC.

1.2 Fundamentos

En general los estudiantes del nivel secundario y los ingresantes al nivel superior muestran que tienen dificultades al resolver situaciones vinculadas a la proporcionalidad. Para lograr que haya una buena comprensión conceptual de la proporcionalidad es preciso que el estudiante desarrolle el pensamiento proporcional, tal como lo señala Piaget y Inhelder [15] al expresar que para que el estudiante de nivel básico le de sentido y significado a la proporcionalidad es fundamental desarrollar su pensamiento proporcional cualitativo y cuantitativo. Van Dooren et al. [16] consideran que además el estudiante debe

tener la habilidad de discriminar entre situaciones proporcionales y no proporcionales como un dominio del conocimiento del razonamiento proporcional.

En la enseñanza de la proporcionalidad es necesario considerar los diferentes significados. Al respecto J. D. Godino et al. [11] expresan que los significados de la proporcionalidad se pueden clasificar según criterios, en particular, el contexto o campo de aplicación y el nivel de algebrización de las prácticas matemáticas realizadas. Algunos contextos de aplicación de las nociones de razón y proporción (vida cotidiana, científico-técnico, artístico, geométrico, probabilístico, estadístico, etc.) deben ser incluidos en las prácticas de resolución de los problemas adecuados al nivel de escolaridad. Los mismos autores también distinguen tres tipos de significados de la proporcionalidad: aritmético, proto-algebraico y algebraico-funcional, que deben ser considerados en la enseñanza aprendizaje de este concepto.

En la actualidad el desafío pedagógico en matemática, en la escuela primaria y secundaria, consiste en lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes, a partir de situaciones de aprendizaje que permitan desarrollar sus capacidades. En el *Marco nacional para la mejora del aprendizaje en Matemática* [14], se plantea mejorar el aprendizaje en matemática y desarrollar el potencial del pensamiento lógico matemático, siendo una posibilidad la incorporación de herramientas tecnológicas en la resolución de problemas. No menos importante resulta, según Duval [10], la interacción entre los distintos tipos de registros: natural, numérico, gráfico, geométrico y algebraico para propiciar aprendizajes significativos de los conceptos y como forma de ligar el tratamiento de la información con la experiencia de los estudiantes. Es necesario que los estudiantes aprendan a usar las Tecnologías de la Información y Comunicación y a interactuar con ellas, de allí que los docentes deban incluir estas nuevas tecnologías en las propuestas educativas. Particularmente el Software dinámico Geogebra permite la coordinación de los diferentes registros y de esta manera se convierte en una potente herramienta para propiciar la significación de conceptos, en este caso de la proporcionalidad que funciona en diferentes registros.

2. CONTENIDOS

- Situaciones aditivas y proporcionales.
- Errores frecuentes de los estudiantes.
- Pensamiento Proporcional: Caracterización.
- Pensamiento proporcional cualitativo y cuantitativo.
- Significado aritmético, proto-algebraico y algebraico-funcional de la proporcionalidad.
- Registros semióticos de representación. Uso de TIC.

3. REQUISITOS PREVIOS

Ser docente de matemática de 6to o 7mo año del Nivel Primario o docente de matemática del Nivel Secundario. También podría ser un estudiante avanzado del Profesorado de Matemática.

Es necesario que tenga ideas básicas de Proporcionalidad y que tenga conocimiento de las herramientas básicas de GeoGebra.

4. OBJETIVOS

- Reflexionar sobre los errores frecuentes de los estudiantes cuando resuelven situaciones de proporcionalidad.
- Valorar la necesidad de promover el desarrollo del pensamiento proporcional en los estudiantes.
- Reconocer los diferentes significados de la proporcionalidad.
- Propiciar el uso de registros semióticos y la inclusión de recursos informáticos para potenciar las producciones matemáticas de los estudiantes.
- Repensar la articulación entre el Nivel Primario y Secundario en torno a la enseñanza de la proporcionalidad.

5. ACTIVIDADES

5.1 Actividades Previas

Contenidos: Situaciones aditivas y de proporcionalidad. Errores frecuentes de los estudiantes cuando resuelven situaciones de proporcionalidad.

ACTIVIDAD PREVIA 1. Los asistentes deberán resolver problemas y luego clasificarlos en aditivos o de proporcionalidad.

Además, deberán proponer una resolución correcta y otra incorrecta que podrían realizar los estudiantes para alguno de los problemas.

- a) Una máquina llena 26 cajones de pescado por hora siempre a la misma velocidad. ¿Cuánto tardará para llenar 78 cajones? ¿Y 156? Si la máquina estuvo trabajando 5 horas, ¿Cuántos cajones se llenaron? Expliquen cómo llegaron a su respuesta.
- b) Pedro y Tomás están cargando cajas en un camión. Empezaron al mismo tiempo, pero Tomás es más rápido. Cuando Pedro ha cargado 5 cajas, Tomás ha cargado 10 cajas. Si Pedro ha cargado 28 cajas, ¿Cuántas cajas ha cargado Tomás?
- c) Pedro y Tomás están cargando cajas en un camión. Cargan a la misma velocidad, pero Pedro empezó más tarde. Cuando Pedro ha cargado 4 cajas, Tomás ha cargado 10 cajas. Si Pedro ha cargado 20 cajas, ¿Cuántas cajas ha cargado Tomás?
- d) El profesor le dijo a Nicolás que hiciese más fotocopias. Nicolás cometió un error y apretó el botón que reduce el tamaño de cada copia a $\frac{3}{4}$. ¿Cuánto debe aumentar Nicolás el tamaño de las copias reducidas para corregir el tamaño original?
- e) Las empresas A y B fabrican tornillos a la misma velocidad, pero la empresa B ha empezado antes. Cuando la empresa A ha fabricado 40 cajas, la empresa B ha fabricado 120 cajas. Si la empresa A ha fabricado 120 cajas, ¿Cuántas cajas tendrá fabricada la empresa B?

ACTIVIDAD PREVIA 2. Analizarán un registro de un fragmento extraído de un artículo de Mendoza y Block [13] donde un estudiante explica cómo resolvió una situación de proporcionalidad vinculada a porcentaje y responderán un cuestionario sobre el mismo.

5.2 Primera hora y media presenciales

Contenidos: Errores frecuentes de los estudiantes cuando resuelven situaciones de proporcionalidad. Pensamiento Proporcional: caracterización. Pensamiento proporcional cualitativo y cuantitativo.

ACTIVIDAD 1. Se recuperarán las producciones de la actividad previa y se caracterizarán los errores frecuentes.

A través de una presentación de Power Point se definirá y caracterizará el pensamiento proporcional.

En grupo se resolverán y analizarán actividades destinadas a los estudiantes de primaria. Un grupo resolverá una actividad con dos tareas donde se utiliza el pensamiento proporcional cualitativo y el otro grupo una actividad con dos tareas donde se utiliza el pensamiento proporcional cuantitativo.

Ejemplo de una de las tareas de las actividades, propuesta por Ruiz y Valdemoros [12].

El dibujo que está abajo es la casa de Antonio (figura 2.1). El sacó una copia fotostática en reducción. De los dibujos que están más abajo marca la letra que corresponda a la reducción que obtuvo.

Escribe paso a paso que hiciste para resolverlo.

Se realizará una puesta común eligiendo los representantes de algunos grupos para la socialización.

Los talleristas sintetizarán las producciones y señalarán la diferencia entre pensamiento proporcional cualitativo y cuantitativo y las actividades que les corresponden. Además, se mostrará una posible secuencia de tipo de pensamiento y actividades para ir articulando primaria con nivel secundario.

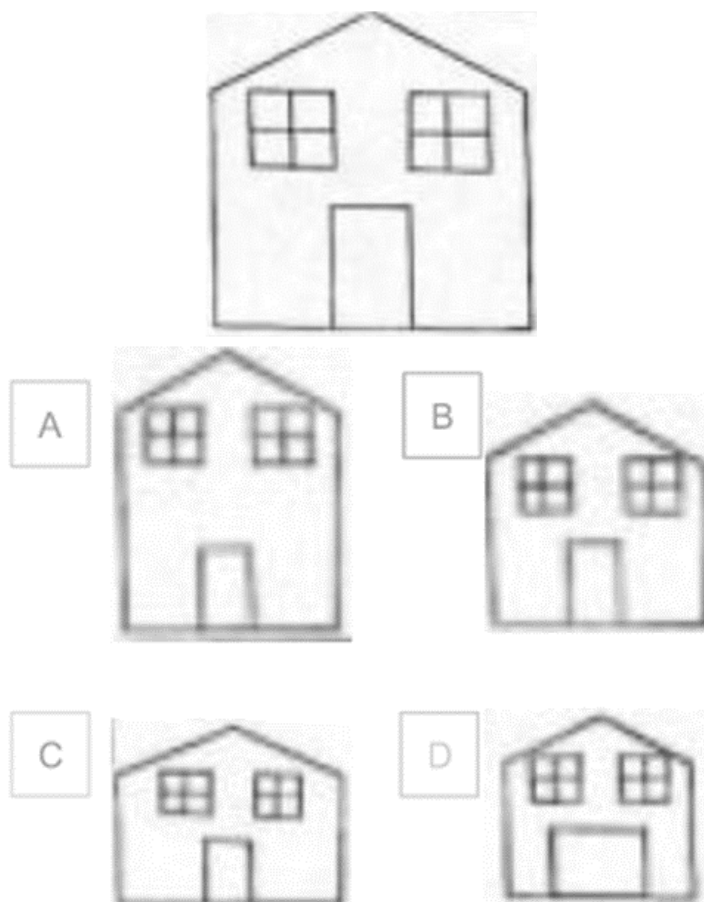
5.3 Primeras dos horas entre clases

ACTIVIDAD ENTRE CLASES 1. Se les proporcionará el artículo “Significados pragmáticos y configuraciones ontosemióticas en el estudio de la proporcionalidad” de J. D. Godino et al. [11] donde se clasifican los significados de proporcionalidad.

ACTIVIDAD ENTRE CLASES 2. Deberán analizar actividades reconociendo el significado de proporcionalidad que enfatiza, según el texto de J. D. Godino et al. [11] y los contenidos matemáticos que subyacen. Las actividades propuestas están destinadas a nivel primario y secundario. Además, deberán resolver una de las actividades que analizan.

Ejemplo de una actividad que analizarán: (la siguiente actividad, *Problema 1*, fue extraída de Atela et al. [9]).

FIGURA 2.1



Problema 1: El siguiente dibujo es un cuadrado:



a) Completa en cada caso el dato faltante:

Longitud del lado del cuadrado(cm)	0	2	4	7		12	15
Perímetro del cuadrado(cm)		8			40		

- b) Si se duplica un par de lados, se obtiene un rectángulo. ¿El perímetro de la nueva figura se duplica? Justifiquen.
- c) Si se duplican los lados del cuadrado original, se obtiene otro cuadrado. ¿El cuadrado de la nueva figura se duplica? Justifiquen.
- d) Si se triplican los lados del cuadrado original, se obtiene otro cuadrado. ¿El perímetro de la nueva figura se triplica? Justifiquen.
- e) A partir de lo analizado, ¿En qué casos el perímetro es directamente proporcional a la longitud del lado?

5.4 Segunda hora y media presencial

Contenidos: Significados de la proporcionalidad. Registros semióticos.

ACTIVIDAD 2. Se recuperará la resolución de la actividad entre clases solicitando a dos asistentes que comenten sus resoluciones. Se realizará una síntesis sobre los significados de la proporcionalidad propuestos por J. D. Godino et al. [11].

A través de un Power Point se desarrollarán los registros de representación Semiótica de Duval [10]. Se hará un breve repaso del uso de herramientas de Geogebra.

En grupos se resolverá una actividad para primaria con Geogebra. Además se deberá identificar tipo de pensamiento, contenidos, significado y registros.

Ahora analicen el archivo de GeoGebra "problema 1" y sigan las instrucciones: (Actividad propuesta por Atela et al. [9]).

- Muevan el punto a del deslizador, ¿Qué observan?, ¿Qué se modifica y qué se mantiene constante?, ¿Por qué creen que ocurre esto?
- ¿Qué significado tiene el valor de a ?
- ¿Qué sucede cuando $a = 0$? ¿Coincide con el valor de la tabla que completaron en el problema 1a)?
- Ahora muevan el punto A , ¿Qué se modifica y qué se mantiene constante? ¿Por qué consideran que ocurre esto?
- Ahora muevan el punto B , ¿Qué se modifica y qué se mantiene constante? ¿Por qué consideran que ocurre esto?
- Utilizando la Vista Algebraica y/o la vista gráfica completen la tabla:

Longitud del lado del cuadrado	3					
Perímetro del cuadrado	12	36			80	
Área del cuadrado	9		100	900		1

- A medida que aumenta la longitud del lado del cuadrado, su perímetro aumenta, ¿Aumenta de manera directamente proporcional?
- A medida que aumenta la longitud del lado del cuadrado, su área aumenta, ¿Aumenta de manera directamente proporcional?

Se realizará la puesta en común

Un tallerista realizará un cierre mostrando actividades con registros variados para primaria (6to y 7mo) señalando el valor didáctico de cada una.

5.5 Segundas dos horas entre clases

ACTIVIDAD ENTRE CLASES 3. Se les proporcionará un archivo con los contenidos de proporcionalidad de 5to. y 7mo. año de primaria establecidos en el diseño curricular de la provincia de Salta (discriminados por ejes). De la misma manera también estará disponible un archivo para ciclo básico del nivel secundario.

Se les preguntará sobre los contenidos que realmente se están abordando en cada nivel y los registros semióticos que se están utilizando.

ACTIVIDAD ENTRE CLASES 4. Se proporcionará dos archivos pdf que muestran las actividades propuestas por dos libros de primer año del secundario. Deberán analizar y responder contenidos, tipo de pensamiento y registro semiótico. Además deberán reconocer si las actividades permiten la conversión de registros.

5.6 Tercera hora y media presencial

ACTIVIDAD 3. Se recuperará las producciones de las actividades entre clases. Dando la posibilidad de que los cursantes comenten sus resoluciones.

Un tallerista realizará una síntesis de la actividad presentando a través de un Power Point reflexiones sobre la importancia del significado algebraico-funcional en la escuela secundaria.

En grupos resolverán actividades en GeoGebra destinadas a primer y segundo año de la escuela secundaria.

Un ejemplo de actividad es la siguiente:

Actividad: Observa las siguientes tablas que representan la relación entre dos magnitudes.

Cantidad de envases (x)	300	120	80	60	30	12
Contenido de cada envase en litros (y)	0,2	0,50	0,75	1	2	5

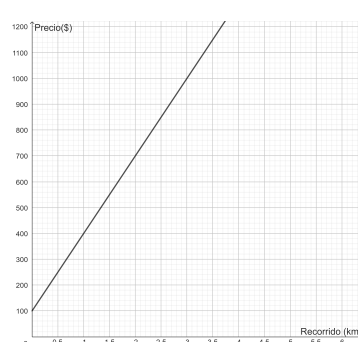
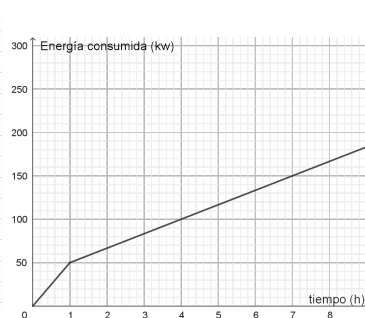
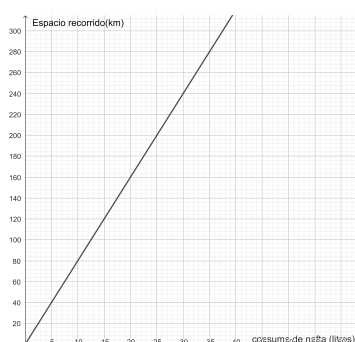
Cantidad de alfajores (x)	6	12	18	3	2	1
Precio en \$ (y)	450	900	1350	225	150	75

Número de personas (x)	2	3	5	7	8	10
Cantidad de harina en gramos (y)	100	150	250	350	400	500

Cantidad de alfajores por caja (x)	10	20	30	5	60
Cantidad de cajas (y)	6	3	2	12	1

Tiempo en horas (x)	0,5	1	3	5	6
Distancia recorrida en km (y)	40	80	240	400	480

- 1) Decide cuáles corresponden a relaciones de proporcionalidad directa. Encuentra su constante de proporcionalidad. Justifica.
- 2) Representa en Geogebra los puntos de cada tabla. (realiza una gráfica por ventana)
- 3) Si correspondiera uno los puntos.
- 4) ¿Qué características tienen las gráficas de las relaciones que representan proporcionalidad directa? ¿son funciones? justifica.
- 5) Escribe el registro algebraico de las relaciones que corresponden a proporcionalidad directa.



- 6) ¿Cuál o cuáles corresponden a una proporcionalidad directa? Justifica.
- 7) Muestra la/s tabla/s y la expresión algebraica asociada a la relación que corresponda a una proporcionalidad directa.
- 8) Se analizará en ellas los contenidos, registros y valor didáctico y posteriormente se realizará la puesta en común.
- 9) Se realizará una síntesis final mostrando contenidos, tipo de pensamiento, registros y tipo de actividades sugeridas por nivel para lograr la articulación entre niveles y el desarrollo del pensamiento proporcional.

5.7 Evaluación final

1. Deberán responder un cuestionario referido a los contenidos desarrollados en el taller. Por ejemplo
 - ¿Cuáles son los tipos de pensamientos proporcionales? Explique las características de las actividades que desarrollan cada tipo de pensamiento.
 - ¿En qué consiste "la regla de tres simple"? ¿cuáles son los obstáculos que genera? Muestre un ejemplo que el estudiante podría resolver aplicando la regla de tres simple y redacte al menos dos líneas acerca de cómo Ud. interactuaría con el estudiante para trabajar sobre ese error.
 - ¿Se podría calcular porcentajes sin utilizar la regla de tres simple? Explique.
 - ¿Por qué es importante incluir el uso de GeoGebra en la enseñanza de proporcionalidad?

- ...
- 2. Deberá resolver una actividad de proporcionalidad reconociendo:
 - Contenidos. (tener en cuenta diseño curricular)
 - Tipo de pensamiento proporcional.
 - Significado de proporcionalidad que subyace.
 - Registro semiótico.
 - Transformaciones y conversiones de registros.
 - Año de Primaria o Secundaria al que podría estar dirigido.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [9] Atela, M. A., Fernández, J. P., & Vila, M. (2019). Articulación entre nivel primario y secundario. Una experiencia alrededor de la proporcionalidad mediada por TIC. *Actas V Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales*.
- [10] Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*.
- [11] Godino, J. D., Beltrán-Pellicer, P., Burgos, M., & Giacomone, B. (2017). Significados pragmáticos y configuraciones ontosemióticas en el estudio de la proporcionalidad [J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone, y M. M. López-Martín (Eds.)]. *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*, 1-13. http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/godino_beltran.pdf
- [12] Ruiz, E., & Valdemoros, M. (2006). Vínculo entre el pensamiento proporcional cualitativo y cuantitativo: el caso de Paulina. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 9(2). http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1665-24362006000200007&lng=es&nrm=iso&tlng=es
- [13] Mendoza, T., & Block, D. (2013). Si 100 % es todo, ¿cuánto es 120 %? Variables didácticas en situaciones de porcentaje. En *Matemática en la escuela primaria: saberes y conocimientos de niños y adolescentes* (pp. 169-194). Ed. Paidós.
- [14] *Marco nacional para la mejora del aprendizaje en Matemática* (1.ª ed.). (2019). Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología. Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
- [15] Piaget, J., & Inhelder, B. (1978). Las operaciones intelectuales y su desarrollo. En J. Delval (Ed.), *Lecturas en Psicología del niño* (I, pp. 70-119). Alianza Editorial.
- [16] Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2005). Not everything is proportional: Effects of age and problem type on propensities of overgeneralization. *Cognition and Instruction*, 23(1), 57-86.