1.3 Propósito de este trabajo

Este artículo representa un avance de un traba jo final para completar la carrera de profesorado de matemática, donde se busca abordar el desafío de presentar el material específico de teoría de conjuntos de manera efectiva en el salón de clases. El objetivo principal de este proyecto es desarrollar un texto que faciliten la enseñanza y el aprendizaje de la teoría de conjuntos, adaptándola a las necesidades y nivel de desarrollo de los estudiantes. El objetivo final es contribuir al cuerpo de conocimientos y ofrecer herramientas prácticas a los educadores para abordar la enseñanza de la teoría de conjuntos de manera más efectiva y significativa.

2. Requisitos previos

Conocimientos básicos de matemáticas, incluyendo operaciones aritméticas,álgebra elemental, manipulación de expresiones simbólicas y resolución de ecuaciones simples. Entendimiento básico de la lógica proposicional y el razonamiento deductivo. Conceptos básicos de conjuntos, como pertenencia, inclusión, intersección, unión y diferencia. Conceptos de demostración matemática: la comprensión de conceptos como demostraciones directas, demostraciones por contradicción y demostraciones por casos.

3. Desarrollo

El trabajo final sobre la enseñanza de la teoría de conjuntos consta de tres partes principales que abordan diferentes aspectos de esta disciplina matemática. A continuación, se describen brevemente cada una de estas partes:

Historia de la teoría de conjuntos: En esta parte, se realiza un recorrido histórico de la teoría de conjuntos, destacando los hitos y desarrollos importantes a lo largo del tiempo. Se pueden abordar temas como los primeros conceptos de conjunto, las paradojas que surgieron en el siglo XIX, la formulación de los primeros axiomas por Ernst Zermelo y Abraham Fraenkel, y los avances posteriores en la teoría de conjuntos en el siglo XX y XXI. Explorar la historia de la teoría de conjuntos proporciona un contexto y una perspectiva más amplia para comprender su evolución y su importancia en las matemáticas.

Primeros axiomas de la teoría de conjuntos: Esta parte se enfoca en los primeros axiomas fundamentales de la teoría de conjuntos, como el axioma del conjunto vacío, el axioma de extensión, el axioma de especificación, el axioma de par y el axioma de unión. Se explican en detalle cada uno de estos axiomas, su significado y sus implicaciones. Además, se puede abordar la importancia de estos axiomas en la construcción y manipulación de conjuntos, así como su papel en la formulación de otros resultados y teoremas en la teoría de conjuntos.

Axiomas del infinito y de sustitución: En esta parte, se exploran los axiomas del infinito y de sustitución, que son dos axiomas adicionales que se añaden a los primeros axiomas básicos. El axioma del infinito establece la existencia de un conjunto infinito, mientras que el axioma de sustitución permite construir conjuntos a través de funciones aplicadas a conjuntos existentes. Estos axiomas amplían la capacidad de la teoría de conjuntos y permiten abordar conceptos y resultados más avanzados, como la construcción de números cardinales y ordinales, entre otros.

Cada una de estas partes del trabajo final aborda aspectos clave de la teoría de conjuntos y su enseñanza, proporcionando una comprensión más completa de los fundamentos teóricos y su aplicación pedagógica. Al explorar la historia, los primeros axiomas y los axiomas adicionales, se logra una visión panorámica de esta disciplina matemática y se sienta una base sólida para la enseñanza efectiva de la teoría de conjuntos en el aula.

A modo de ejemplo comentaremos brevemente dos de esas partes.

3.1 Breve recorrido histórico

Comenzaremos con un breve recorrido histórico de la teoría de conjuntos, destacando los problemas que tuvieron que resolver a lo largo de su desarrollo para concientizar a los lectores sobre la necesidad de la formalización. Ver por ejemplo C. Boyer y Pérez [60].

Siglo XIX: El concepto intuitivo de conjunto ha estado presente en las matemáticas desde tiempos antiguos, pero fue en el siglo XIX cuando la teoría de conjuntos comenzó a tomar forma. Augustin-Louis Cauchy y Georg Cantor, entre otros matemáticos, realizaron contribuciones importantes al estudio de los conjuntos y las colecciones de objetos matemáticos.