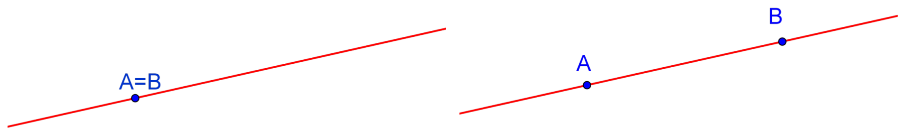
Figura 11.1



- Registro simbólico: Podemos usar símbolos matemáticos para expresar el axioma, por ejemplo: $\forall A \forall B \exists r(P(A,B) \to \mathcal{R}(r) \wedge A, B \in r)$
- Registro manipulativo: Podemos utilizar regla y compás para construir físicamente una línea que pase por los puntos A y B.
- Registros computacionales: Con el uso de Geogebra, se puede realizar dibujos dinámicos, es decir que en este caso pudiera cambiarse las posiciones relativas de A y de B y ver el cambio de la línea que pasa por A y por B. Para más ejemplos de este recurso puede verse [66].

Es común interpretar de la representación lingüística de este axioma que los puntos A y B son distintos. En esta formulación de los axiomas de incidencia, no se especifica explícitamente que los puntos A y B deben ser distintos y, por lo tanto, permite la posibilidad de que A y B sean el mismo punto. Sin embargo, en el caso de la representación simbólica, y con un pequeño auxilio de la lógica, se despejan las dudas. Por ejemplo, revisando la siguiente demostración con el uso del registro simbólico queda claro una implicación de este axioma:

Teorema. Si existe un punto, existe una recta: $\vdash \exists A \mathcal{P}(A) \to \exists r \mathcal{R}(r)$

Demostración.

1.	$\exists A \mathcal{P}(A)$	as
2.	$\mathcal{P}(A)$	cA
3.	$\forall A \forall B \exists r(\mathcal{P}(A,B) \leftarrow \mathcal{R}(r) \wedge A, B \in r)$	ax1
4.	$\exists(\mathcal{P}(A,A) \leftarrow \mathcal{R}(r) \wedge A, A \in r)$	spec
5.	$\mathcal{P}(A,A) \to \mathcal{R}(r) \wedge A, A, \in r$	cr
6.	$\mathcal{R}(r)$	SC 2,5
7.	$\exists r \mathcal{R}(r)$	$\exists$
8.	$\exists r \mathcal{R}(r)$	c5
9.	$\exists r \mathcal{R}(r)$	c2
10.	$\exists A \mathcal{P}(A) \to \exists r \mathcal{R}(r)$	DT 1-9

□

En esta demostración solamente usamos el axioma propio 1, además de metateoremas del cálculo de predicados con la igualdad. Una explicación puede ser la siguiente:

1. Se supone la existencia de un punto A ($\exists A$) y se afirma que es un punto ($\mathcal{P}(A)$).
2. Se introduce la notación "cA" para denotar el uso de la regla C.
3. Se utiliza el primer axioma de incidencia.
4. Se realiza una instancia de cuantificador universal, reemplazando B por A en el axioma, es decir especializando el axioma.
5. Se utiliza nuevamente la regla C pero esta vez en r.
6. Se utiliza un silogismo o un teorema del calculo de proposiciones (SC) para concluir que r es una recta.
7. Se utiliza la introducción del cuantificador existencial para afirmar que existe una recta r.
8. Se descarga la regla C aplicada a r.
9. Se descarga la regla C aplicada a A.
10. Se aplica el teorema de la deducción y se concluye.