3.5

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | m1 | m2 | m3 | m4 | m5 |
| **mean** | -0.0002 | 0.0001 | -0.0001 | -0.0002 | -0.0002 |
| **Minimum** | -0.0262 | -0.0250 | -0.0296 | -0.0259 | -0.0290 |
| **Maximum** | 0.0298 | 0.0481 | 0.0411 | 0.0551 | 0.0313 |
| **Std. Dev.** | 0.0072 | 0.0086 | 0.0107 | 0.0098 | 0.0074 |
| **Skewness** | 0.6543 | 0.6057 | 0.1594 | 0.7080 | 0.6766 |
| **kurtosis** | 1.8834 | 2.2106 | 0.4373 | 2.2591 | 2.2366 |
| **J-B** | 108.27  [0.000] | 130.8  [0.000] | 6.2  [0.045] | 146.19  [0.000] | 140.57  [0.000] |
| **Q(20)** | 32.946  [0.034] | 29.818  [0.073] | 25.17  [0.195] | 28.403  [0.100] | 28.621  [0.095] |
| **ARCH-LM** | 41.405  [0.003] | 32.611  [0.037] | 22.301  [0.324] | 26.717  [0.143] | 41.106  [0.004] |

2.2

4.1.1

4.2.1

4.2.2

4.2.3

4.2.4

4.2.5

4.2.6

是Joe Clayton copula, 他的密度函数如下

,

其中，=, and

SJC函数拥有上尾和下尾相关性，其密度函数为

5.1

具体的R藤结构是一系列树的组合，每棵树的边对应一个copula函数或是条件copula函数，一个由n个变量的R藤由n-1棵树构成，分别记为第i棵树的节点集记为，边集记为，他们需要满足以下几个条件：

①树的节点集，边集为

②第棵树的节点集记为，即第棵树的节点集是第棵树的边集

③如果树中的两条边在树中用边连接，那么这两条边在树中必须有一个共同的节点

建立一个n元R藤统计模型，有n-1棵树，记节点集为，边集，中的边，其中是边e相连接的两个节点，是条件，我们将边e对应的copula密度函数表示成。设n个随机变量为，用表示由条件集决定的子向量，设第个随机变量边缘密度函数为，那么X的联合密度函数可以表示为

从定义可以看到，每一个藤都是许多棵树(Tree)组成，每棵树上有许多结点(Node)，连接两个结点的线称为边缘(edge)。这些树，结点和边缘合起来构成了集合，根据不同组合方式就组合成了藤结构，有众多常见的藤结构，如C藤(C-vine)、D藤(D-vine)、R藤(R-vine)。其中，Morales-Napoles等指出R藤copula比C藤D藤copula更具有多样和灵活的相依结构，在金融和其他领域中高维变量相依关系建模时获得了更多的应用，因此本教程着重对**R藤copula**建模方式进行指导。

我们选择最大生成树来选择R藤copula的结构，用以下公式解决每棵树的优化问题：

## 6.2波动模型

金融市场的时间序列存在条件异方差性质，所以使用自回归条件异方差(ARCH)模型来刻画时间序列的这一性质。

### 6.2.1 线性ARCH模型(LARCH)

Engle(1982)引入条件方差来分析方差的变化，规定条件方差是期扰动平方的线性函数，则有

其中，,,

ARCH(q)模型实际应用中需要很大的滞后阶数才拟合效果较好，会带来多重共线性等问题，因此Bollerslev(1986)扩展了广义自回归条件异方差模型(GARCH)。

### 6.2.2 GARCH模型

GARCH是ARCH模型的扩展，需要滞后阶数较小，与ARMA有相似的结构，GARCH(p,q)定义如下：

GARCH模型可以用于描述具有条件异方差特性的时间序列条件边缘分布。

## 6.3边缘分布建模步骤R

第一步：对边缘分布建模，本文选择ARMA(p,q)-GARCH(1,1)-偏t分布模型来构建边缘分布，模型假设如下：

为截距项为滞后p期的对数收益率参数；为滞后p期的误差项参数；为偏t分布的两个参数，是待估参数。

第二步：首先对残差进行标准化处理，再进行概率积分变换得到进行copula建模的残差序列

7.4

|  |  |
| --- | --- |
|  | M4 |
| **mean** |  |
|  | 0.000(-0.852) |
|  | -0.400(-0.435) |
|  | 0.456(0.563) |
|  | 0.527(0.551) |
|  | -0.399(-0.443) |
| **variance** |  |
|  | 0.000\*\*\* (5.550) |
|  | 0.079\*\*\*(5.040) |
|  | 0.858\*\*\*(33.211) |
| skew | 1.189\*\*\*(14.157) |
| shape | 7.529\*\*\*(3.202) |
| LogLik | 1594.233 |
| LB | 6.638[0.936] |
| LB2 | 1.649[0.942] |
| ARCH-LM | 1.354[0.850] |

8.3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **tree** | **edge** | **copula** | **par** | **par2** | **tau** | **Loglik** | **AIC** |
| 1 | 2,3 | t-copula | 0.91\*  (0.01) | 7.96\*  (-1.94) | 0.73 | 414.21 | -824.42 |
| 1,4 | t-copula | 0.83\*  (0.02) | 5.21\*  (-1.09) | 0.62 | 276.43 | -548.87 |
| 1,2 | Frank copula | 5.95\*  (0.4) |  | 0.51 | 157.23 | -312.46 |
| 5,1 | Joe copula | 31.35\*  (0.85) |  | 0.94 | 1631.53 | -3261.07 |
| 2 | 1,3;2 | t-copula | 0.16\*  (0.05) | 10.00\*  (-3.41) | 0.10 | 7.37 | -10.75 |
| 2,4;1 | Gumbel copula | 1.15\*  (0.04) |  | 0.13 | 25.20 | -48.40 |
| 5,2;1 | Frank copula | -7.81\*  (0.53) |  | -0.59 | 219.59 | -437.19 |
| 3 | 5,3;1,2 | Rot.90 Clayton copula | -0.03  (0.07) |  | -0.02 | 0.91 | 0.19 |
| 5,4;2,1 | Survival Gumbel copula | 1.04\*  (0.03) |  | 0.04 | 2.96 | -3.92 |
| 4 | 4,3;5,1,2 | Rot.270 Joe copula | -1.01\*  (0.04) |  | 0.071 | 2.100 | -2.201 |