

Задача 1

Для нашего удобства перейдем к алфавиту $\{0, 1, 2\}$.

Тогда от нашего алгоритма требуется ни что иное, как прибавлять в число, записанному в троичной системе, 1, если оно не целиком состоит из двоек, и выводить $size + 1$ ноль в обратном случае. В целом, это классический алгоритм, поэтому мы опишем его кратко.

В состояние q_0 движемся вправо до пустого символа и переходим в состояние q_1 . В этом состоянии движемся влево, пропуская все двойки и заменяя их на 0. Далее, если мы встречаем 1 или 0, делаем из них $n + 1$, переходим в новое состояние, упора вправо и в финальное. Если же таких не встретилось, то заменяем пустой символ на 0, и снова переходим в финальное.

Задача 2

Запустим нашу машину на $|Q \times A|$ шага. Если головка сдвинется, ответ отрицательный. Если не сдвинется, то какая-то пара вида (q, a) за это время повторится, тогда машина войдёт в цикл, и будет продолжать делать то же самое. В этом случае ответ положительный, поэтому ответ да.

Задача 3

Запустим нашу машину на $|Q \times A|$ шага. Если машина за это время остановилась, мы даем ответ . Если не остановилась, то она дважды побывала в одном и том же состоянии. Это значит, что она и далее через то же число шагов в него придет независимо от того, сместилась ли головка. В этом случае машина будет работать бесконечно долго, даем ответ нет. Отсюда, множество таких МТ разрешимо.