Егерев Артем
Индивидуальное домашнее задание №3
Вариант 4

Задача 1

В пространстве $\mathbb{R}^5$ даны векторы:

$$v_1 = (-26, 1, 7, -47, 4), v_2 = (-13, -4, -1, 35, 2)$$
$$v_3 = (-29, -9, 4, 16, -5), v_4 = (42, 6, -2, -40, -9)$$

(а) Найти базис подпространства $\langle v_1, v_2, v_3, v_4 \rangle$
(б) Дополните полученный в пункте а) базис до базиса всего пространства $\mathbb{R}^5$

$\boxed{\textit{Решение:}}$

(а) Базис есть максимальный набор линейно независимых векторов. Для того чтобы привести вектора $v_1, ..., v_4$ к линейно независимым, составим матрицу из векторов и приведем ее к ступенчатому виду:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -26 & 1 & 7 & -47 & 4 \\ -13 & -4 & -1 & 35 & 2 \\ -29 & -9 & 4 & 16 & -5 \\ 42 & 6 & -2 & -40 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -26 & 1 & 7 & -47 & 4 \\ -13 & -4 & -1 & 35 & 2 \\ -29 & -9 & 4 & 16 & -5 \\ 0 & -7 & 1 & 11 & -12 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} 0 & 9 & 9 & -117 & 0 \\ -13 & -4 & -1 & 35 & 2 \\ -29 & -9 & 4 & 16 & -5 \\ 0 & -7 & 1 & 11 & -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & -4 & -1 & 35 & 2 \\ -29 & -9 & 4 & 16 & -5 \\ 0 & 9 & 9 & -117 & 0 \\ 0 & -7 & 1 & 11 & -12 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} -13 & -4 & -1 & 35 & 2 \\ -3 & -1 & 6 & -54 & -9 \\ 0 & 9 & 9 & -117 & 0 \\ 0 & -7 & 1 & 11 & -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -25 & 251 & 38 \\ -3 & -1 & 6 & -54 & -9 \\ 0 & 9 & 9 & -117 & 0 \\ 0 & -7 & 1 & 11 & -12 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 & -25 & 251 & 38 \\ 0 & -1 & 81 & -807 & -123 \\ 0 & 9 & 9 & -117 & 0 \\ 0 & -7 & 1 & 11 & -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -25 & 251 & 38 \\ 0 & -1 & 81 & -807 & -123 \\ 0 & 0 & 738 & -7380 & -1170 \\ 0 & -7 & 1 & 11 & -12 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 & -25 & 251 & 38 \\ 0 & -1 & 81 & -807 & -123 \\ 0 & 0 & 738 & -7380 & -1170 \\ 0 & 0 & -566 & 5660 & 849 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -25 & 251 & 38 \\ 0 & -1 & 81 & -807 & -123 \\ 0 & 0 & 172 & -1720 & -258 \\ 0 & 0 & -566 & 5660 & 849 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 & -25 & 251 & 38 \\ 0 & -1 & 81 & -807 & -123 \\ 0 & 0 & 172 & -1720 & -258 \\ 0 & 0 & -50 & 500 & 75 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -25 & 251 & 38 \\ 0 & -1 & 81 & -807 & -123 \\ 0 & 0 & 22 & -220 & -33 \\ 0 & 0 & -50 & 500 & 75 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 & -25 & 251 & 38 \\ 0 & -1 & 81 & -807 & -123 \\ 0 & 0 & 22 & -220 & -33 \\ 0 & 0 & -6 & 60 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -25 & 251 & 38 \\ 0 & -1 & 81 & -807 & -123 \\ 0 & 0 & -2 & 20 & 3 \\ 0 & 0 & -6 & 60 & 9 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 & -25 & 251 & 38 \\ 0 & -1 & 81 & -807 & -123 \\ 0 & 0 & -2 & 20 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -25 & 251 & 38 \\ 0 & -1 & 1 & -7 & -3 \\ 0 & 0 & -2 & 20 & 3 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 11 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & -7 & -3 \\ 0 & 0 & -2 & 20 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & -9 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -7 & -3 \\ 0 & 0 & -2 & 20 & 3 \end{pmatrix}$$

На данном этапе уже очевидно, что данные вектора являются линейно независимыми.

(б)

s_1	-1	0	1	-9	-1
s_2	0	-1	1	-7	-3
s_3	0	0	-2	20	3
s_4	0	0	0	1	0
s_5	0	0	0	0	1

Добавив вектора s_4 и s_5 мы получили набор из 5 линейно независимых векторов в пространстве размерности 5 $\Rightarrow$ это и будет базис.

Задача 2

Пусть U - подпространство в $\mathbb{R}^4$, натянутое на вектора:

$$u_1 = (-34, -26, -152, 10), u_2 = (-4, 7, -38, -29)$$
$$u_3 = (-16, -19, -58, 25), u_4 = (-3, -5, -8, 9)$$

Составьте однородную систему линейных уравнений, у которой множество решений совпадает с U.

$\boxed{\textit{Решение:}}$

Для начала найдем базис в U, аналогично тому как мы это делали в *Задаче 1*.

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -34 & -26 & -152 & 10 \\ -4 & 7 & -38 & -29 \\ -16 & -19 & -58 & 25 \\ -3 & -5 & -8 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 12 & -36 & -40 \\ -4 & 7 & -38 & -29 \\ -16 & -19 & -58 & 25 \\ -3 & -5 & -8 & 9 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 12 & -36 & -40 \\ -4 & 7 & -38 & -29 \\ 0 & -47 & 94 & 141 \\ -3 & -5 & -8 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 12 & -36 & -40 \\ 0 & -17 & 34 & 51 \\ 0 & -47 & 94 & 141 \\ -3 & -5 & -8 & 9 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} 1 & 17 & -28 & -49 \\ 0 & -17 & 34 & 51 \\ 0 & -47 & 94 & 141 \\ -3 & -5 & -8 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 17 & -28 & -49 \\ 0 & -17 & 34 & 51 \\ 0 & -47 & 94 & 141 \\ 0 & 46 & -92 & -138 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} 1 & 17 & -28 & -49 \\ 0 & -17 & 34 & 51 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 46 & -92 & -138 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 17 & -28 & -49 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 46 & -92 & -138 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} 1 & 17 & -28 & -49 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Из курса по линейной алгебре мы знаем, что искомые коэффиценами в однородной системе уравнений, задающей U, является ФСР матрицы, в строки которой записан непоредственно базис в самом U:

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \end{array}$$

В качестве свободных переменных возьмем x_3 и x_4, отсюда ФСР сразу принимает вид $(-2, 3, 0, 1), (-6, 2, 1, 0)$. Теперь без труда можем выписать нашу полученную систему:

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + x_4 = 0 \\ -6x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

Задача 3

Найти базис и размерность каждого из подпространст $L_1, L_2, U = L_1 + L_2, W = L_1 \cap L_2$ *пространства* $\mathbb{R}^4$, *если* L_1 *- линейная оболочка векторов:*

$$a_1 = (-4, -6, -7, 0), \quad a_2 = (0, -1, -3, -4)$$
$$a_3 = (-8, -11, -11, 4), \quad a_4 = (-4, -4, -1, 8)$$

а L_2 *- линейная оболочка векторов:*

$$b_1 = (8, 12, 14, 0), \quad b_2 = (8, 11, 11, -4)$$
$$b_3 = (8, 13, 17, 4), \quad b_4 = (-8, -10, -8, 8)$$

Решение:

Перейдем от линейных оболочек непосредственно к базисам:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -4 \\ -8 & -11 & -11 & 4 \\ -4 & -4 & -1 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ -4 & -4 & -1 & 8 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 12 & 14 & 0 \\ 8 & 11 & 11 & -4 \\ 8 & 13 & 17 & 4 \\ -8 & -10 & -8 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 12 & 14 & 0 \\ 8 & 11 & 11 & -4 \\ 8 & 13 & 17 & 4 \\ 0 & 2 & 6 & 8 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} 8 & 12 & 14 & 0 \\ 8 & 11 & 11 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 12 & 14 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 12 & 14 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} 8 & 12 & 14 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Базис суммы (U) - есть базис линейной оболочки базисов пространств L_1 и L_2:

$$\begin{pmatrix} a'_1 \\ a'_2 \\ b'_1 \\ b'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 8 & 12 & 14 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & -4 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ нашли базис в U, размерность $= 2$
Возьмем произвольный вектор p, входящий в пересечение оболочек, тогда:

$$p = \alpha_1 a'_1 + \alpha_2 a'_2 = \beta_1 b'_1 + \beta_2 b'_2$$

Отсюда любая нетривиальная комбинация коэффицентов: $\alpha_1 a'_1 + \alpha_2 a'_2 - \beta_1 b'_1 - \beta_2 b'_2 = 0$ будет давать нам ненулевой вектор p.

$$(a'_1, a'_2, b'_1, b'_2) = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 8 & 0 \\ -6 & 1 & 12 & -1 \\ -7 & 3 & 14 & -3 \\ 0 & 4 & 0 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 8 & 0 \\ 1 & -2 & -2 & 2 \\ -7 & 3 & 14 & -3 \\ 0 & 4 & 0 & -4 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} 0 & -8 & 0 & 8 \\ 1 & -2 & -2 & 2 \\ 0 & -11 & 0 & 11 \\ 0 & 4 & 0 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 2 \\ 0 & -8 & 0 & 8 \\ 0 & -11 & 0 & 11 \\ 0 & 4 & 0 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Взяв за свободные переменные $(-\beta_1)$ и $(-\beta_2)$ ФСР данной матрицы будут вектора (2, 0, 1, 0) и (0, 1, 0, 1). Таким образом базис перечечения есть: $-1 \cdot b'_1 + 0 \cdot b'_2$ и $0 \cdot b'_1 + (-1) \cdot b'_2$, или что тоже самое $(-8, -12, -14, 0)$ и $(0, 1, 3, 4)$ - размерность 2.

Стоит отметить тот факт, что мы уже раньше, не вычисляя всего этого, могли дать ответ на данный пункт. Так как и L_1, и L_2, и $L_1 + L_2$ имеют размер 2, то достаточно очевидно, что они просто совпадают, поэтому базис пересечения есть просто базис одного из пространств.

Задача 4

В пространстве $\mathbb{R}^4$ рассмотрим подпространства $U = \langle v_1, v_2 \rangle$ и $W = \langle v_3, v_4 \rangle$, где

$$v_1 = (10, -16, -10, 19), v_2 = (-2, 18, 19, -7)$$
$$v_3 = (15, -2, 10, 3), v_4 = (-2, 25, 24, -10)$$

(а) Докажите, что $\mathbb{R}^4 = U \oplus W$
(б) Найдите проекцию вектора $x = (25 - 18, 0, 22)$ на подпростанство W вдволь подпространства U

$\boxed{\textit{Решение:}}$

(а) Найдем базис в сумме подпространств U и W:

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -16 & -10 & 19 \\ -2 & 18 & 19 & -7 \\ 15 & -2 & 10 & 3 \\ -2 & 25 & 24 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -16 & -10 & 19 \\ -2 & 18 & 19 & -7 \\ 5 & 14 & 20 & -16 \\ -2 & 25 & 24 & -10 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -44 & -50 & 51 \\ -2 & 18 & 19 & -7 \\ 5 & 14 & 20 & -16 \\ -2 & 25 & 24 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -44 & -50 & 51 \\ -2 & 18 & 19 & -7 \\ 5 & 14 & 20 & -16 \\ 0 & 7 & 5 & -3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -44 & -50 & 51 \\ -2 & 18 & 19 & -7 \\ 1 & 50 & 58 & -30 \\ 0 & 7 & 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -44 & -50 & 51 \\ 0 & 118 & 135 & -67 \\ 1 & 50 & 58 & -30 \\ 0 & 7 & 5 & -3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 50 & 58 & -30 \\ 0 & 118 & 135 & -67 \\ 0 & -44 & -50 & 51 \\ 0 & 7 & 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 50 & 58 & -30 \\ 0 & 30 & 35 & 35 \\ 0 & -44 & -50 & 51 \\ 0 & 7 & 5 & -3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 50 & 58 & -30 \\ 0 & 30 & 35 & 35 \\ 0 & -14 & -15 & 86 \\ 0 & 7 & 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 50 & 58 & -30 \\ 0 & 30 & 35 & 35 \\ 0 & 0 & -5 & 80 \\ 0 & 7 & 5 & -3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 50 & 58 & -30 \\ 0 & 2 & 15 & 47 \\ 0 & 0 & -5 & 80 \\ 0 & 7 & 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 50 & 58 & -30 \\ 0 & 2 & 15 & 47 \\ 0 & 0 & -5 & 80 \\ 0 & 1 & -40 & -144 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 50 & 58 & -30 \\ 0 & 0 & 95 & 335 \\ 0 & 0 & -5 & 80 \\ 0 & 1 & -40 & -144 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 50 & 58 & -30 \\ 0 & 1 & -40 & -144 \\ 0 & 0 & -5 & 80 \\ 0 & 0 & 95 & 335 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 50 & 58 & -30 \\ 0 & 1 & -40 & -144 \\ 0 & 0 & -5 & 80 \\ 0 & 0 & 0 & 1855 \end{pmatrix}$$

4 линейно независимых вектора в пространстве размерности 4 $\Rightarrow U \oplus W = \mathbb{R}^4$.

(б) Пусть $x = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3 + \alpha_4 v_4$, где $\alpha_1 \dots \alpha_4$ - какие-то неизвестные. Тогда:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 10 & -2 & 15 & -2 & 25 \\ -16 & 18 & -2 & 25 & -18 \\ -10 & 19 & 10 & 24 & 0 \\ 19 & -7 & 3 & -10 & 22 \end{pmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 10 & -2 & 15 & -2 & 25 \\ -16 & 18 & -2 & 25 & -18 \\ 0 & 17 & 25 & 22 & 25 \\ 19 & -7 & 3 & -10 & 22 \end{pmatrix} \end{array} =$$

$$
= \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 10 & -2 & 15 & -2 & 25 \\ -16 & 18 & -2 & 25 & -18 \\ 0 & 17 & 25 & 22 & 25 \\ -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \end{pmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -32 & -255 & -62 & -255 \\ -16 & 18 & -2 & 25 & -18 \\ 0 & 17 & 25 & 22 & 25 \\ -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \end{pmatrix} \end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & -32 & -255 & -62 & -255 \\ 0 & 66 & 430 & 121 & 430 \\ 0 & 17 & 25 & 22 & 25 \\ -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \end{pmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \\ 0 & 66 & 430 & 121 & 430 \\ 0 & 17 & 25 & 22 & 25 \\ 0 & -32 & -255 & -62 & -255 \end{pmatrix} \end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \\ 0 & 2 & -80 & -3 & -80 \\ 0 & 17 & 25 & 22 & 25 \\ 0 & -32 & -255 & -62 & -255 \end{pmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \\ 0 & 2 & -80 & -3 & -80 \\ 0 & 17 & 25 & 22 & 25 \\ 0 & 2 & -205 & -18 & -205 \end{pmatrix} \end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \\ 0 & 2 & -80 & -3 & -80 \\ 0 & 17 & 25 & 22 & 25 \\ 0 & 0 & -125 & -15 & -125 \end{pmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \\ 0 & 2 & -80 & -3 & -80 \\ 0 & -1 & 745 & 49 & 745 \\ 0 & 0 & -125 & -15 & -125 \end{pmatrix} \end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \\ 0 & 0 & 1410 & 95 & 1410 \\ 0 & -1 & 745 & 49 & 745 \\ 0 & 0 & -125 & -15 & -125 \end{pmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \\ 0 & -1 & 745 & 49 & 745 \\ 0 & 0 & 1410 & 95 & 1410 \\ 0 & 0 & -125 & -15 & -125 \end{pmatrix} \end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \\ 0 & -1 & 745 & 49 & 745 \\ 0 & 0 & -90 & -85 & -90 \\ 0 & 0 & -125 & -15 & -125 \end{pmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \\ 0 & -1 & 745 & 49 & 745 \\ 0 & 0 & -90 & -85 & -90 \\ 0 & 0 & -35 & 70 & -35 \end{pmatrix} \end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \\ 0 & -1 & 745 & 49 & 745 \\ 0 & 0 & 15 & -295 & 15 \\ 0 & 0 & -35 & 70 & -35 \end{pmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \\ 0 & -1 & 745 & 49 & 745 \\ 0 & 0 & 15 & -295 & 15 \\ 0 & 0 & -5 & -520 & -5 \end{pmatrix} \end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \\ 0 & -1 & 745 & 49 & 745 \\ 0 & 0 & 0 & -1855 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & -520 & -5 \end{pmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \\ 0 & -1 & 745 & 49 & 745 \\ 0 & 0 & -5 & -520 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -1855 & 0 \end{pmatrix} \end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & -3 & -27 & -6 & -28 \\ 0 & -1 & 0 & -77431 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & -520 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -1855 & 0 \end{pmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & 0 & -27 & 232287 & -28 \\ 0 & -1 & 0 & -77431 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & -520 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -1855 & 0 \end{pmatrix} \end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c} \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 & 234887 & -3 \\ 0 & -1 & 0 & -77431 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & -520 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & -1855 & 0 \end{pmatrix} \end{array}
$$

Отсюда $\alpha_4 = 0, \alpha_3 = 1, \alpha_2 = 0, \alpha_1 = 1 \Rightarrow$ проекция x на W равна $\alpha_3 v_3 + \alpha_4 v_4 = (15, -2, 10, 3)$.