```
\frac{\mathsf{dirty}(n,J) \land \mathsf{E}(n)\mathsf{vision}(n) \vdash \mathsf{father}_n >> \{j\}(\mathsf{father}_n >> D_j)}{\mathsf{father}_n; \mathsf{dirty}(n,J) \land \mathsf{E}(n)\mathsf{vision}(n) \vdash \{j\}(\mathsf{father}_n >> D_j)} \ (;,>)
                                                            father_n \vdash \{j\}(father_n >> D_j) << dirty(n, J) \land E(n)vision(n)
                                                          1_{\mathsf{father}_n} \vdash \{j\}(\mathsf{father}_n >> D_j) << \mathsf{dirty}(n,J) \land \mathsf{E}(n)\mathsf{vision}(n)
\Phi_{\mathsf{father}_n} \vdash 1_{\mathsf{father}_n}
                            \Phi_{\mathsf{father}_n} \vdash \{j\}(\mathsf{father}_n >> D_j) << \mathsf{dirty}(n,J) \land \mathsf{E}(n)\mathsf{vision}(n)
                                 \Phi_{\mathsf{father}_n}; \mathsf{dirty}(n,J) \wedge \mathsf{E}(n)\mathsf{vision}(n) \vdash \{j\}(\mathsf{father}_n >> D_j)
                                  \widehat{j} (\Phi_{\mathsf{father}_n}; \mathsf{dirty}(n,J) \land \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n)) \vdash \mathsf{father}_n >> D_j
                                      \mathsf{father}_n; \widehat{\underline{j}} \ (\Phi_{\mathsf{father}_n}; \mathsf{dirty}(n,J) \land \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n)) \vdash D_j
                                \mathsf{father}_n \vdash D_j << \underbrace{\widehat{j}}\left(\Phi_{\mathsf{father}_n}; \mathsf{dirty}(n,J) \land \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n)\right)
                                1_{\mathsf{father}_n} \vdash D_j << \underbrace{\widehat{j}} \left( \Phi_{\mathsf{father}_n}; \mathsf{dirty}(n,J) \land \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n) \right)
                                    1_{\mathsf{father}_n}; \widehat{j} (\Phi_{\mathsf{father}_n}; \mathsf{dirty}(n,J) \wedge \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n)) \vdash D_j
                                                                                                                                                                                                                                       \frac{\frac{\Phi_{\mathsf{father}_n} \vdash 1_{\mathsf{father}_n} \quad D_j \vdash \{\mathsf{father}_n\}D_j}{1_{\mathsf{father}_n} \to D_j \vdash \Phi_{\mathsf{father}_n} >> \{\mathsf{father}_n\}D_j}}{\frac{1_{\mathsf{father}_n} \to D_j \vdash \{\mathsf{father}_n\}D_j}{Cut}} Reduce'R}
                                  \underbrace{\widehat{j}}_{}(\Phi_{\mathsf{father}_n}; \mathsf{dirty}(n,J) \land \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n)) \vdash 1_{\mathsf{father}_n} >> D_j \xrightarrow{}_{R}
                                   \widehat{j} (\Phi_{\mathsf{father}_n}; \mathsf{dirty}(n,J) \land \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n)) \vdash 1_{\mathsf{father}_n} \to D_j
                                                                                                                \widehat{j}\left(\Phi_{\mathsf{father}_n};\mathsf{dirty}(n,J) \land \mathsf{E}(n)\mathsf{vision}(n)\right) \vdash \{\mathsf{father}_n\}D_j
                                                                                                                                                                                                                                                      -Back_forw_K2
                                                                                                                 \Phi_{\mathsf{father}_n}; \mathsf{dirty}(n,J) \wedge \mathsf{E}(n)\mathsf{vision}(n) \vdash \{j\}\{\mathsf{father}_n\}D_j
                                                                                                                                                                                                                                                        Swapout'R
                                                                                                              [\Phi_{\mathsf{father}} : \mathsf{dirty}(n,J) \land \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n)] \vdash \{\mathsf{father}_n\}\{j\}D_j
                                                                                                                                                                                                                                                            Bigcomma_{C}ons_{L}
                                                                                                           (\Phi_{\mathsf{father}_n}; \mathsf{dirty}(n, J) \land \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n)); \ ; [] \vdash \{\mathsf{father}_n\}\{j\}D_j
                                                                                                              ; []; \Phi_{\mathsf{father}_n}; \mathsf{dirty}(n,J) \wedge \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n) \vdash \{\mathsf{father}_n\}\{j\}D_j 
                                                                                                         \begin{tabular}{c} \vdots \\ \hline \vdots \\ \hline \end{bmatrix} \vdash \{\mathsf{father}_n\}\{j\}D_j << \Phi_{\mathsf{father}_n}; \mathsf{dirty}(n,J) \land \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n) \\ \hline \end{tabular} 
                                                                                                                                                                                                                                                             -Bigcomma_Nil_L
                                                                                                         I \vdash \{\mathsf{father}_n\}\{j\}D_j << \Phi_{\mathsf{father}_n}; \mathsf{dirty}(n,J) \land \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n)
                                                                                                                 \Phi_{\mathsf{father}_n}; \mathsf{dirty}(n,J) \wedge \mathsf{E}(n)\mathsf{vision}(n) \vdash \{\mathsf{father}_n\}\{j\}D_j
                                                                                                            \mathsf{dirty}(n,J) \land \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n) \vdash \Phi_{\mathsf{father}_n} >> \{\mathsf{father}_n\}\{j\}D_j
                                                                                                                            \frac{1}{\operatorname{dirty}(n,J)} \wedge \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n) \vdash \{\mathsf{father}_n\}\{j\}D_j \quad Back_forw_A
                                                                                                                               \widehat{\mathsf{father}}_n \, \mathsf{dirty}(n,J) \wedge \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n) \vdash \{j\} D_j
                                                                                                                                \widehat{\mathsf{father}}_n \, \mathsf{dirty}(n,J) \wedge \mathsf{E}(n) \mathsf{vision}(n) \vdash \Box_j D_j
                                                                                                                                                                                                                                         -Back_forw_A 2
                                                                                                                             \mathsf{dirty}(n,J) \wedge \mathsf{E}(n)\mathsf{vision}(n) \vdash \{\mathsf{father}_n\} \square_j D_j
                                                                                                                              \mathsf{dirty}(n,J) \wedge \mathsf{E}(n)\mathsf{vision}(n) \vdash [\mathsf{father}_n] \square_i D_i
```