CORRIGE DE LA SERIE D'EXERCICES A : ELECTROSTATIQUE. LA CHARGE ELECTRIQUE

Exercice 1 :

Deux sphères identiques (C_1) et (C_2) de cuivre$({}^{63}_{29}Cu)$, de masse $(m_1 = 2 \times m_2 = 1\ g)$. Les deux sphères sont neutres, on électrise la première d'une charge $(Q_1 = +1\ C)$et la seconde de $(Q_2 = -0{,}5\ 10^{-6} C)$.On donne la masse molaire$(M = 63{,}5\ g\ )$, la masse d'un électron $(m_é = 9{,}1\ 10^{-31} Kg\ )$le nombre d'Avogadro $(N_A = 6{,}023\ 10^{23})$ dans les conditions normales de pression et de température.

1. Calculer le nombre de charges élémentaires (électrons, protons) contenu dans chaque sphère avant que les deux sphères soient chargées.
2. Calculer le nombre de charge élémentaires dans chaque sphère après leur charge.
3. Quelle est la variation de masse que subit chaque sphère après leurs charges.
4. Conclusion.

Solution

1- a-Calcul du nombre d'atomes contenus dans la première sphère de masse = 1 gr :

$$\begin{cases} M = 63{,}5\ gr \cdots\cdots\cdots\cdots \rightarrow 6{,}023\ 10^{23}\ Atomes \\ m = 1\ gr \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \rightarrow \mathrm{N}(Atomes) \end{cases} \rightarrow \mathrm{N}(Atomes) = \frac{6{,}023\ 10^{23} \times 1}{63{,}5} = 9{,}48\ 10^{21}(Atomes)$$

La sphère étant neutre, donc le nombre de protons est égal au nombre d'électrons.

$$\mathrm{N(protons)} = \mathrm{N}(électrons) = \mathrm{N}(Atomes) \times \mathrm{Z} = 9{,}48\ 10^{21} \times 29 = 2{,}75\ 10^{23}$$

2- b- Calcul du nombre d'atomes contenus dans la deuxième sphère de masse 0,5 gr :

$$\begin{cases} M = 63{,}5\ gr \cdots\cdots\cdots\cdots \rightarrow 6{,}023\ 10^{23}\ Atomes \\ m = 0{,}5\ gr \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \rightarrow \mathrm{N}(Atomes) \end{cases} \rightarrow \mathrm{N}(Atomes) = \frac{6{,}023\ 10^{23} \times 0{,}5}{63{,}5} = 4{,}74\ 10^{21}(Atomes)$$

La sphère étant neutre, donc le nombre de protons est égal au nombre d'électrons.

$$\mathrm{N(protons)} = \mathrm{N}(électrons) = \mathrm{N}(Atomes) \times \mathrm{Z} = 1{,}375\ 10^{23}$$

1. Le nombre de charges élémentaires de chaque sphère après l'avoir chargée :

   a. Pour la première sphère $Q_1 = +1\ C, elle\ est\ chargée\ positivement, donc\ elle\ a\ perdu\ des\ electrons$:

Le nombre de protons ne change pas: $\mathrm{N(protons)} = 2{,}75\ 10^{23}$protons.

Calcul du nombre d'électrons perdus par la sphère:

$$\begin{cases} 1\ proton \cdots\cdots\cdots\cdots \rightarrow 1{,}6\ 10^{-19}\ C \\ N_p \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \rightarrow Q_1 = +1 \end{cases} \rightarrow \mathrm{N}p = \frac{1 \times 1}{1{,}6\ 10^{-19}} = 6{,}25\ 10^{18}(protons)$$

Le nombre d'électrons perdus est égal au nombre de protons qui correspondent à la charge$(Q_1 = 1\ C)$.

$$\mathrm{N(électrons)} = 6{,}25\ 10^{18}\ \text{électrons perdus.}$$

Le nombre d'électrons restants dans la première sphère est :

$$N_é = 2{,}75\ 10^{23} - 6{,}25\ 10^{18} = 2{,}125\ 10^{23}(électrons)$$

   b. Pour la deuxième sphère $Q_2 - 0.5\ C, elle\ est\ chargée\ négativement, donc\ elle\ a\ gagné\ des\ électrons$:

Le nombre de protons ne change pas: $\mathrm{N(protons)} = 1{,}375\ 10^{23}$protons.

Le nombre d'électrons gagnés est ;

$$\begin{cases} 1\ électron \cdots\cdots\cdots\cdots \rightarrow -1{,}6\ 10^{-19}\ C \\ N_é \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \rightarrow Q_2 - 0.5\ C \end{cases} \rightarrow \mathrm{N}e = 3{,}125\ 10^{18}$$

Le nombre d'électrons dans la deuxième sphère est :

$$N_é = 1{,}375\ 10^{23} + 3{,}125\ 10^{18} = 1{,}37503\ 10^{23}(électrons)$$

2. La variation de la masse de chaque sphère après leur charge.

   a. La variation de masse de la première sphère :
   La masse perdue par la première sphère correspond à la masse totale de tous les électrons perdus par la sphère :
   $$\Delta m = N_{é} \times m_{é} = 6{,}25\ 10^{18} \times 9{,}1\ 10^{-31} = 5{,}68\ 10^{-12} Kg = 5{,}68\ pg$$

   b. La variation de masse de la seconde sphère :
   La masse gagnée par la seconde sphère correspond à la masse totale de tous les électrons gagnés par la sphère :
   $$\Delta m = N_{é} \times m_{é} = 3{,}125\ 10^{18} \times 9{,}1\ 10^{-31} = 2{,}84\ 10^{-12} Kg = 2{,}84\ pg$$

3. Conclusion :

La variation de la masse lors du gain ou de la perte de charges élémentaires (électrons) est négligeable.

Exercice 2 :

Déterminez le rapport entre la force électrostatique et la force d'interaction gravitationnelle entre deux électrons situés à une distance ($\mathrm{d} = 1\ \mathrm{cm}$) l'un de l'autre. Conclusion.

On donne : constante de gravitation universelle$\left(\mathrm{G} = 6{,}67\ 10^{-11}\ N.\frac{m^2}{kg^2}\right)$, masse de l'électron$(m_{é} = 9{,}1\ 10^{-31}\ kg)$, Sa charge$(q_{é} = 1{,}6.\ 10^{-19}\ \mathrm{C})$, K vaut dans le vide$(\mathrm{K} = 9\ 10^9 \mathrm{SI})$.

Solution:

Le rapport (R) permet de comparer les deux forces, la force de gravitation et la force électrique. $\mathrm{R} = \frac{|\vec{\mathrm{F}}_{\text{él}}|}{|\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{gr}}|}$

La force électrostatique entre les deux charges électriques est donnée par la loi de Coulomb :

$$|\vec{\mathrm{F}}_{\text{él}}| = \mathrm{K} \times \frac{|\mathrm{e}^2|}{\mathrm{AB}^2}$$

La force gravitationnelle est donnée par la loi de Newton :

$$|\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{gr}}| = \mathrm{G} \times \frac{(m_{e^-})^2}{\mathrm{AB}^2}$$

$$\mathrm{R} = \frac{\mathrm{K} \times \frac{|\mathrm{e}^2|}{\mathrm{AB}^2}}{\mathrm{G} \times \frac{(m_{e^-})^2}{\mathrm{AB}^2}} \quad \mathrm{R} = \frac{\mathrm{K} \times |\mathrm{e}^2|}{\mathrm{G} \times (m_{e^-})^2} \quad \mathrm{R} = \frac{9\ 10^9 \times (1{,}6.10^{-19})^2}{6{,}67\ 10^{-11} \times (9{,}1\ 10^{-31})^2} \qquad \mathrm{R} = 4.2\ 10^{42}$$

Conclusion : à l'échelle atomique la force de gravitation est négligeable devant la force électrique.

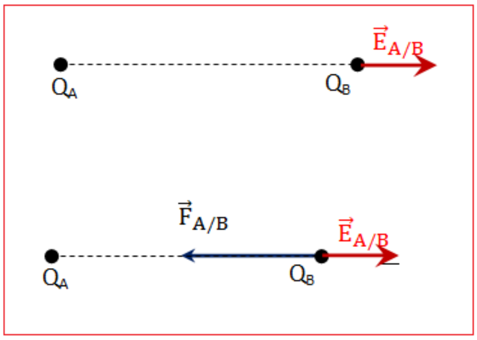
Exercice 3 :

Deux charges électriques $(\mathrm{Q_A} = 10^{-9}\mathrm{C})$ et $(\mathrm{Q_B} = -2\ 10^{-9}\mathrm{C})$ sont placées respectivement en deux points (A) et (B) et distants de$(d = 3\ mm)$. On donne dans le vide $(\mathrm{K} = 9\ 10^9 \mathrm{SI})$.

1. Calculez l'intensité du champ électrique créé par $(\mathrm{Q_A})$ au point(B). Représentez ce champ.
2. En déduire l'intensité de la force qui s'exerce sur la charge $(\mathrm{Q_B})$. Représentez cette force.
3. Calculez l'intensité du champ électrique créé par $(\mathrm{Q_B})$ au point(A). Représentez ce champ.
4. en déduire l'intensité de la force qui s'exerce sur la charge$(\mathrm{q_a})$. représenter cette force.
5. calculer la valeur des deux forces en appliquant la loi de Coulomb. Remarque.

Solution :

1.Le champ crée par la charge $\mathrm{Q_A}$ au point B.



$$|\vec{E}_{A/B}| = \mathrm{K} \times \frac{|\mathrm{Q_A}|}{\mathrm{AB}^2}, \quad |\vec{E}_{A/B}| = 9\ 10^9 \times \frac{|10^{-9}|}{(3.10^{-3})^{2^2}} \quad |\vec{E}_{A/B}| = 10^6 (\mathrm{V}/m)$$

Le sens du champ est sortant car la charge$(\mathrm{Q_A} > 0)$.

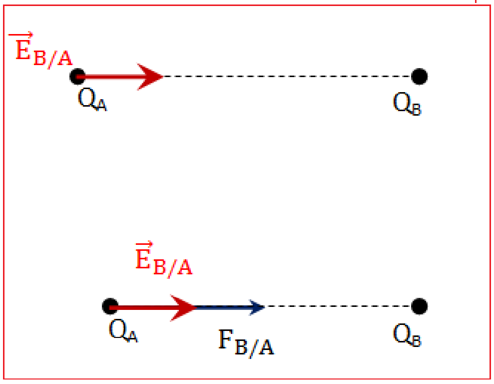
2. La Force qui s'exerce sur la charge $\mathrm{Q_B}$.

$$\left|\vec{F}_{\frac{A}{B}}\right| = |Q_B| \times \left|\vec{E}_{\frac{A}{B}}\right| \quad \left|\vec{F}_{\frac{A}{B}}\right| = |-2\ 10^{-9}| \times 10^{6}$$

$$\left|\vec{F}_{A/B}\right| = 2.10^{-3}(\mathrm{N})$$

Le sens de la force est opposé à celui du champ, car la charge$(Q_B < 0)$.

3. Le champ crée par la charge Q_B au point A.



$$\left|\vec{E}_{\frac{B}{A}}\right| = K \times \frac{|Q_B|}{AB^2}, \quad \left|\vec{E}_{\frac{B}{A}}\right| = 9\ 10^{9} \times \frac{|-2.10^{-9}|}{(3.10^{-3})^{2^{2}}}$$

$$\left|\vec{E}_{B/A}\right| = 2.10^{6}(V/m)$$

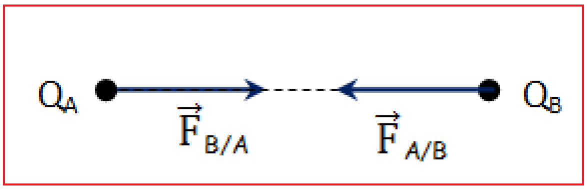
Le sens du champ est rentrant car la charge$(Q_B < 0)$.

4. La Force qui s'exerce sur la charge Q_A.

$\left|\vec{F}_{B/A}\right| = |Q_A| \times \left|\vec{E}_{B/A}\right| \quad \left|\vec{F}_{B/A}\right| = |\ 10^{-9}| \times 2.10^{6} \quad \left|\vec{F}_{B/A}\right| = 2.10^{-3}\mathrm{N}$

Le sens de la force est celui du champ, car la charge$(Q_A > 0)$.

5.La force de coulomb est donnée par ;



$$\left|\vec{F}_{A/B}\right| = \left|\vec{F}_{B/A}\right| = K \times \frac{|Q_A \times Q_B|}{AB^2}$$

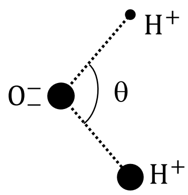
$$\left|\vec{F}_{A/B}\right| = \left|\vec{F}_{B/A}\right| = \frac{9\ 10^{9} \times (10^{-9}.2.10^{-9})^2}{(3.10^{-3})^2}$$

$$\left|\vec{F}_{A/B}\right| = \left|\vec{F}_{B/A}\right| = 2.10^{-3}(\mathrm{N})$$

Les forces sont attractives, car les charges sont de nature différente.

Exercice 4 :

Dans la molécule d'eau (H_2O)schématisée sur la figure suivante, la distance qui sépare l'atome d'hydrogène (H)de l'atome d'oxygène (O)est$(d = 1\ \text{Å})$, l'angle que font les deux liaisons $(\overline{OH})$est égal à$(\theta = 104{,}5\ °)$. On donne dans le vide $(K = 9\ 10^{9}\mathrm{SI})$.



1. Calculer l'intensité de la force que subit l'atome d'oxygène en supposant que la molécule d'eau est isolée dans le vide$(\varepsilon_0 = 8{,}85\ 10^{-12}\mathrm{SI}\ ;\ \varepsilon_r = 1)$. Représentez cette force.
2. Calculer le rapport entre la force que subit l'atome d'oxygène dans vide et celle qu'il subit dans l'eau. On suppose que la molécule d'eau n'interagit pas avec les molécules avoisinantes. On donne ; permittivité relative de l'eau$(\varepsilon_r = 78{,}5)$.

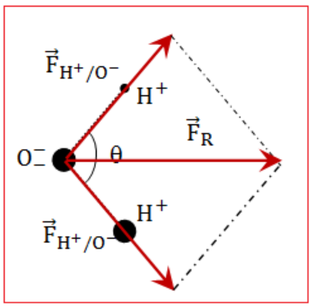
Solution

1. L'ion d'oxygène subit l'action des deux protons(H^+).

L'intensité de la force que génère un seul proton (H^+)sur l'ion d'oxygène dans le vide, sachant que $(Q_{H^+} = +e)$ et que $(Q_{O^{2-}} = -2 \times e)$est égale à :

$$\left|\vec{F}\right|_{H^+/O^-} = K \times \frac{(e)^2}{(d)^2} \qquad \left|\vec{F}\right|_{H^+/O^-} = 9\ 10^{9} \times \frac{(1{,}6\ 10^{-19})^2}{(10^{-10})^2} \qquad \left|\vec{F}\right|_{H^+/O^-} = 2{,}3.10^{-8}\mathrm{N}$$

L'intensité de la force résultante $\left(\left|\vec{F}\right|_R\right)$ que subit l'oxygène dans le vide sera donc :



$$\left|\vec{F}\right|_R = \sqrt{\left(\left|\vec{F}\right|_{H^+/O^-}\right)^2 + \left(\left|\vec{F}\right|_{H^+/O^-}\right)^2 + 2 \times \left(\left|\vec{F}\right|_{H^+/O^-}\right) \times \left(\left|\vec{F}\right|_{H^+/O^-}\right) \times \cos(\theta)}$$

$$\left|\vec{F}\right|_R = \left(\left|\vec{F}\right|_{H^+/O^-}\right) \times \sqrt{1 + 1 + 2 \times 1 \times \cos(104.5)}$$

$$\left|\vec{F}\right|_R = 2{,}3\ 10^{-8}\sqrt{2 + 2 \times \cos(104{,}5)} \qquad \left|\vec{F}\right|_R = 2.8\ 10^{-8}\ \mathrm{N}$$

2. L'intensité de la force subit par l'ion d'oxygène dans l'eau :

Calcul de la constante K dans l'eau.

$K_{eau} = \frac{1}{4\times\pi\times\varepsilon}$ avec $\varepsilon = \varepsilon_r \times \varepsilon_0$ $K_{eau} = \frac{1}{4\times\pi\times\varepsilon_r\times\varepsilon_0}$

En supposant que les charges et la distance (d) ne varient pas et qu'il n'y aura pas d'interaction avec les molécules d'eau avoisinantes, l'expression du rapport se donnée par :

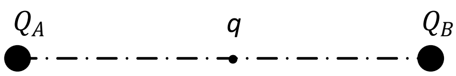
$$R = \frac{\left(|\vec{F}|_R\right)_{vide}}{\left(|\vec{F}|_R\right)_{eau}} \quad R = \frac{K_{vide} \times \frac{(e)^2}{(d)^2}}{K_{eau} \times \frac{(e)^2}{(d)^2}} \quad R = \frac{K_{vide}}{K_{eau}} \quad R = \frac{\frac{1}{4\times\pi\times\varepsilon_0}}{\frac{1}{4\times\pi\times\varepsilon_r\times\varepsilon_0}} \quad R = \varepsilon_r \quad R = 78{,}5$$

Conclusion : $\left(|\vec{F}|_R\right)_{vide} = 78{,}5 \,.\left(|\vec{F}|_R\right)_{eau}$

L'intensité de la force subit par l'ion d'oxygène dans le vide est 78,5 fois plus grande que celle qu'il subit dans l'eau.

Exercice 5 :

Une charge ponctuelle mobile $(q = 10^{-6}C)$ est placée au milieu (O)de deux autres charges ponctuelles(Q_A) et (Q_B)fixeset séparées d'une distance$(\overline{AB} = 2\text{ cm})$. On donne$(Q_A = Q_B = 10^{-9}\text{C})$. Les trois charges sont dans le vide.



1. La charge (q) est-elle équilibre ? Justifier votre réponse. Si oui cet équilibre est-il stable ou instable ? Justifier votre réponse.
2. Si l'on suppose que la charge $(q = -10^{-6}\ C)$.
   a. La charge (q) est-elle équilibre ? Justifier votre réponse. Si oui cet équilibre est-il stable ou instable ? Justifier votre réponse.
   b. La charge (q) a-t-elle tendance à se déplacer vers la charge (Q_A) ou vers la charge(Q_B), Justifier votre réponse.
3. Maintenant $(Q_A = -Q_B)$ et que la charge $(q = 10^{-6})$.La charge (q)est-elle équilibre ? Justifier votre réponse. La charge (q) a-t-elle tendance à se déplacer vers la charge (Q_A) ou vers la charge(Q_B), Justifier votre réponse.

Rappel : une charge q est en équilibre stable si, lorsqu'on l'écarte légèrement de sa position initiale, elle a tendance à y revenir.

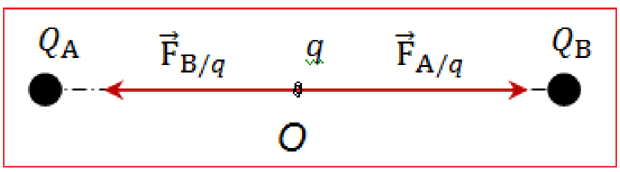
Une charge q est en équilibre instable si, lorsqu'on l'écarte légèrement de sa position initiale, elle a tendance à s'en éloigner.

Solution:

1. La charge $(q = +10^{-6}\text{C})$ est-elle équilibre ? Justifier votre réponse. Si oui cet équilibre est-il stable ou instable ? Justifier votre réponse.
   a. La charge est-elle en équilibre ?

La force résultante que subit la charge $(q = +10^{-6}\text{C})\ est;$

$$\vec{F}_q = \vec{F}_{A/q} + \vec{F}_{B/q}$$



$$\begin{cases} |\vec{F}_{A/q}| = K \times \frac{|Q_A \times q|}{(\overline{OA})^2} \rightarrow \quad |\vec{F}_{A/q}| = 9\,10^9 \times \frac{|10^{-6} \times 10^{-9}|}{(0.01)^2} \quad |\vec{F}_{A/q}| = 0{,}09\text{ N} \\ |\vec{F}_{B/q}| = K \times \frac{|Q_B \times q|}{(0.02)^2} \rightarrow \quad |\vec{F}_{B/q}| = 9\,10^9 \times \frac{|10^{-6} \times 10^{-9}|}{(0.01)^2} \quad |\vec{F}_{A/q}| = 0{,}09\text{ N.} \end{cases}$$

Les deux forces$\vec{F}_{A/q}$ et $\vec{F}_{B/q}$ ont la même intensité et des sens opposés donc ;

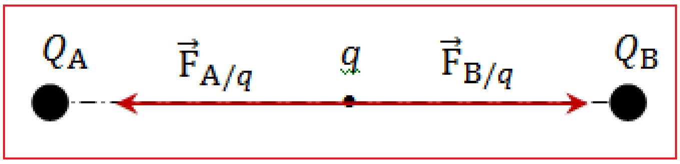
$$|\vec{F}_q| = |\vec{F}_{A/q}| - |\vec{F}_{B/q}| \qquad |\vec{F}_q| = 0$$

La charge (q) est donc en équilibre.

b. L'équilibre est-il stable ou instable ?

En déplaçant la charge (q) vers(A), la distance $(\overline{OA})$diminue et la distance $(\overline{OB})$ augmente. La force étant inversement proportionnelle à la distance donc l'intensité de la force de répulsion $(\vec{F}_{A/q})$augmente et l'intensité de la force de répulsion$(\vec{F}_{B/q})$diminue, par suite la charge (q) revient à sa position initiale ; il s'agit donc d'une position d'équilibre stable.

2. La charge $(q = -10^{-6}C)$ est-elle équilibre ? Justifier votre réponse. Si oui cet équilibre est-il stable ou instable ? Justifier votre réponse.



La force que subit la charge $(q = -10^{-6}C)$ *est* ;
$\vec{F}_q = \vec{F}_{A/q} + \vec{F}_{B/q}$

$$\begin{cases} |\vec{F}_{A/q}| = K \times \dfrac{|Q_A \times q|}{(\overline{OA})^2} \rightarrow \ |\vec{F}_{A/q}| = 9\,10^9 \times \dfrac{|10^{-6} \times 10^{-9}|}{(0.01)^2} \ \ |\vec{F}_{A/q}| = 0{,}09\text{ N} \\ |\vec{F}_{B/q}| = K \times \dfrac{|Q_B \times q|}{(0.02)^2} \rightarrow \ |\vec{F}_{B/q}| = 9\,10^9 \times \dfrac{|10^{-6} \times 10^{-9}|}{(0.01)^2} \ \ |\vec{F}_{A/q}| = 0{,}09\text{ N.} \end{cases}$$

Les deux forces$\vec{F}_{A/q}$ et $\vec{F}_{B/q}$ ont la même intensité et des sens opposés donc ;

$$|\vec{F}_q| = |\vec{F}_{A/q}| - |\vec{F}_{B/q}| \quad |\vec{F}_q| = 0$$

La charge (q) est donc en équilibre.

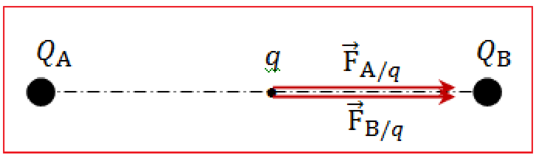
a. L'équilibre est-il stable ou instable ?

En déplaçant la charge (q) vers(A), la distance $(\overline{OA})$ diminue et la distance $(\overline{OB})$ augmente. La force étant inversement proportionnelle à la distance donc l'intensité de la force d'attraction $(\vec{F}_{A/q})$augmente et l'intensité de la force d'attraction $(\vec{F}_{B/q})$diminue, par suite la charge (q) a tendance à se déplacer vers le point (A) si on la déplace vers la charge (Q_A), et à se déplacer vers le point (B) si on la déplace vers la charge (Q_B), c'est à dire qu'elle continue à se deplacer dans le même sens, on déduit qu'il s'agit donc d'une position d'équilibre instable.

3. Maintenant $(Q_A = -Q_B)$ et la charge$(q = 10^{-6})$. La charge (q)est-elle équilibre ? Justifier votre réponse. La charge (q) a-t-elle tendance à se déplacer vers la charge (Q_A) ou vers la charge(Q_B), Justifier votre réponse.

$$\vec{F}_q = \vec{F}_{A/q} + \vec{F}_{B/q}$$

$$\begin{cases} |\vec{F}_{A/q}| = 0{,}09\text{ N ; les deux charges } (Q_A\ et\ q\ )\text{se repoussent.} \\ |\vec{F}_{B/q}| = 0{,}09\text{ N ; les deux charges } (Q_B\ et\ q\ )\text{s'attirent.} \end{cases}$$



Les deux forces $\vec{F}_{A/q}$ *et* $\vec{F}_{B/q}$ ont la même intensité et le même sens,

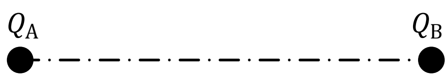
$$|\vec{F}_q| = |\vec{F}_{A/q}| + |\vec{F}_{B/q}| \quad |\vec{F}_q| = 0{,}09 + 0{,}09 \quad |\vec{F}_q| = 0{,}18\ N$$

La force résultante n'est pas nulle ; donc la charge (q) n'est pas en équilibre.
La force résultante est dirigée vers B, donc la charge q se déplace vers la charge Q_B.

Exercice 6 :

Deux charges ponctuelles $(Q_A = 40\ 10^{-9}C)$ et $(Q_B = -30\ 10^{-9}C)$ sont séparées d'une distance$(\overline{AB} = 10\ cm)$.

1. Calculer le potentiel électrique au point (O) milieu de$(\overline{AB})$.
2. En déduire l'énergie potentielle d'une charge $(Q = -10^{-6}C)$ placée en ce point(O).



3. Calculer la force que subit cette charge placée en(O), (sens et module).
4. En déduire le champ électrique au point(O), (sens et module).
5. Peut-on obtenir ce champ résultant d'une autre manière, si oui expliquer les étapes sans faire de calcul.

Solution :

1. Calculer le potentiel électrique au point (O) milieu de$(\overline{AB})$.

Le potentiel en O est dû à la charge (Q_A) et à la charge(Q_B).

$V_O = V_{A/O} + V_{B/O}$ Avec : $V_O = K \times \frac{Q_A}{OA} + K \times \frac{Q_B}{OB}$ $\quad OA = OB \quad V_O = \frac{K}{OA}(Q_A + Q_B)$

$V_O = \frac{9\,10^9}{0.05}(40\,10^{-9} - 30\,10^{-9}) \quad V_O = 1{,}8\,10^3$

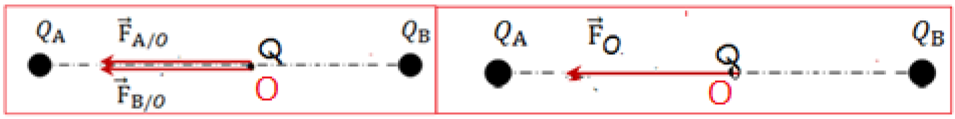
2. En déduire l'énergie potentielle d'une charge $(Q = -10^{-6}C)$ placée en ce point(O).

L'énergie potentielle de la charge (Q) placée en (O) est :

$Ep_O = Q \times V_O \rightarrow Ep_O = \left(-10^{-6}\right) \times 1{,}8\,10^3 \quad Ep_O = -1{,}8\,10^{-3}J.$

3. Calculer la force que subit cette charge placée en(O), (sens et module).

$\vec{F}_O = \vec{F}_{A/O} + \vec{F}_{B/O}$

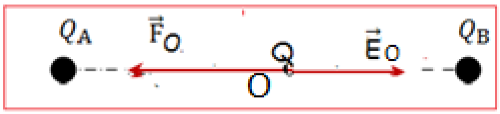


Avec : $\begin{cases} |\vec{F}_{A/O}| = K \times \frac{Q_A \times Q}{(\overline{OA})^2} & |\vec{F}_{A/O}| = 9\,10^9 \times \frac{|40.10^{-9} \times 10^{-6}|}{(0.05)^2} & |\vec{F}_{A/O}| = 0{,}144\text{ N ; les deux charges s'attirent.} \\ |\vec{F}_{B/O}| = K \times \frac{Q_B \times Q}{(\overline{BO})^2} & |\vec{F}_{B/O}| = 9\,10^9 \times \frac{|30.10^{-9} \times 10^{-6}|}{(0.05)^2} & |\vec{F}_{B/O}| = 0{,}108\text{N; les deux chargesse reppoussent.} \end{cases}$

Les deux forces $\vec{F}_{A/O}$ *et* $\vec{F}_{B/O}$ sont dans le même sens donc,

$$|\vec{F}_O| = |\vec{F}_{A/O}| + |\vec{F}_{B/O}| \quad |\vec{F}_O| = 0{,}144 + 0{,}108 \quad |\vec{F}_O| = 0{,}25\,N$$

4- le champ résultant au point O

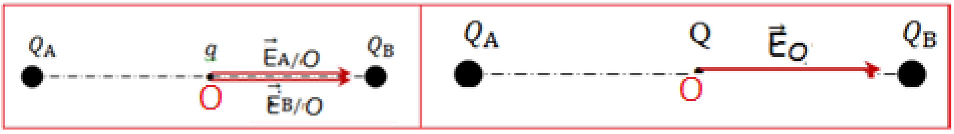


$$|\vec{F}_O| = |Q|.\,E_O$$

$E_O = \frac{|\vec{F}_O|}{|Q|} \quad E_O = \frac{0.25}{10^{-6}} \quad E_O = 0.25\ 10^6\ V/m$

La charge Q étant négative le champ est opposé à la force.

5- $\vec{E}_O = \vec{E}_{A/O} + \vec{E}_{B/O}$



$|\vec{E}_{A/O}| = K \times \frac{|Q_A|}{(\overline{OA})^2}$

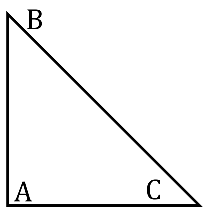
$|\vec{E}_{B/O}| = K \times \frac{|Q_B|}{(\overline{OB})^2}$

Les champs étant de même sens on aura ;

$$|\vec{E}_O| = |\vec{E}_{A/O}| + |\vec{E}_{B/O}|$$

Exercice 7 :

Trois charges ponctuelles(Q_A), (Q_B) et (Q_C) sont placées sur les sommets d'un triangle rectangle en(A), on donne :$(Q_A = 2\,10^{-6}C)$, $(Q_B = -3\,10^{-6}C)$ et$(Q_C = -10^{-6}C)$, $(\overline{AB} = \overline{AC} = a = 3\,cm)$.

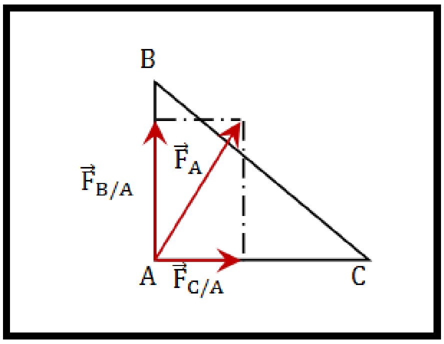


1. Calculer la force que subit la charge(Q_A), (sens et module).
2. En déduire le champ résultant au point(A), (sens et module).
3. Calculer l'angle que fait le champ au point (A) avec le côté AC.
4. Calculer le potentiel électrique généré par les trois charges au point (M)milieu de$(\overline{BC})$.
5. Quelle est l'énergie potentielle d'une charge $(Q = 10^{-9}C)$ placée au point(M).
6. Calculer l'énergie interne du système des trois charges

Solution :

1. Calcul de la force subit par $la\ charge$ (Q_A), (sens et module).

$$\vec{F}_A = \vec{F}_{B/A} + \vec{F}_{C/A}$$



Avec :
$$\begin{cases} \left|\vec{F}_{\frac{B}{A}}\right| = K \times \frac{|Q_B \times Q_A|}{(AB)^2} \quad \left|\vec{F}_{\frac{B}{A}}\right| = 9\ 10^9 \times \frac{|3\ 10^{-6} \times 2\ 10^{-6}|}{(0.03)^2} \\ |\vec{F}_{B/A}| = 60N\ ;\ \text{les charges s'attirent.} \\ \left|\vec{F}_{\frac{C}{A}}\right| = K \times \frac{|Q_C \times Q_A|}{(AC)^2} \quad \left|\vec{F}_{\frac{C}{A}}\right| = 9\ 10^9 \times \frac{|10^{-6} \times 2\ 10^{-6}|}{(0.03)^2} \\ |\vec{F}_{C/A}| = 20N\ ;\ \text{les chargess'attirent.} \end{cases}$$

L'intensité de la force résultante

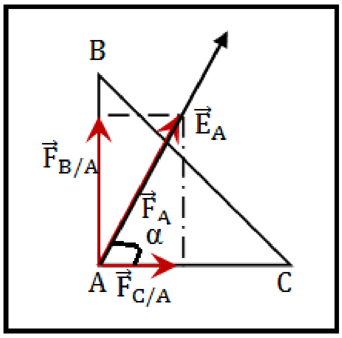
est : $|\vec{F}_A| = \sqrt{|\vec{F}_{B/A}|^2 + |\vec{F}_{C/A}|^2 + 2 \times |\vec{F}_{B/A}| \times |\vec{F}_{C/A}| \times \cos(\overrightarrow{F_{C/A}}, (\vec{F}_{B/A})}$

$$|\vec{F}_A| = \sqrt{60^2 + 20^2 + 2 \times 60 \times (90)}$$

$$|\vec{F}_A| = 63{,}2N$$

2. Le champ résultant au point(A), (sens et module).

Le champ peut être déduit par ;



$$|\vec{F}_A| = |Q_A|.E_A$$

$E_A = \frac{|\vec{F}_A|}{|Q_A|}$ $\quad E_0 = \frac{63.2}{2.10^{-6}}$ $\quad E_0 = 31.6\ 10^6\ V/m$

Le champ a le sens de la force car $(Q_A > 0)$.

3- L'angle que fait le champ avec AC ;

tg (α)= $\frac{|\vec{F}_{B/A}|}{|\vec{F}_{C/A}|}$ $\quad$ tg (α)= $\frac{60}{|20|}$ $\quad$ (α)=71.6°

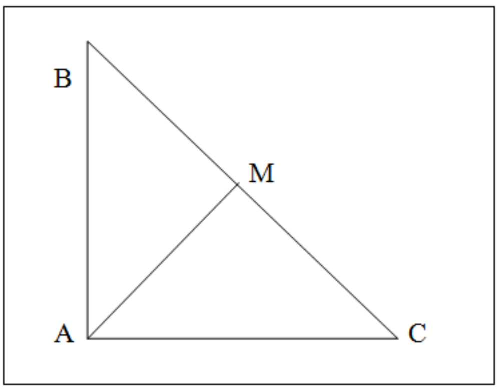
4- Calcul du potentiel électrique généré par les trois charges au point (M) milieu de$(\overline{BC})$.

Toutes les distances sont égales à : BM=CM=AM

BM=CM=AM= $\frac{BC}{2}$ $\quad$ BC=$\sqrt{AB^2 + AC^2}$ $\quad$ BC==$\sqrt{3^2 + 3^2}$

BC==$3\sqrt{2}$ cm

BM=CM=AM=$3\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm



$V_M = V_{A/M} + V_{B/M} + V_{C/M}$ $\quad$ $V_M = K \times \frac{Q_A}{AM} + K \times \frac{Q_B}{BM} + K \times \frac{Q_C}{CM}$

$V_M = \frac{K}{AM}(Q_A + Q_B + Q_C)$

$V_M = \frac{9\ 10^9}{3\frac{\sqrt{2}}{2}.10^{-2}}(2\ 10^{-6} - 3\ 10^{-6} - 10^{-6})$ $\quad$ $V_M = 8.5.10^5\ V$

5- L'énergie potentielle de (Q_M):

$$Ep_M = Q_M \times V_M \rightarrow Ep_M = 10^{-9} \times 8.5.10^5 \quad Ep_M = 8.5.10^{-4}J.$$

6- Calcul de l'énergie interne du système des trois charges.
L'énergie interne du système des trois charges est :

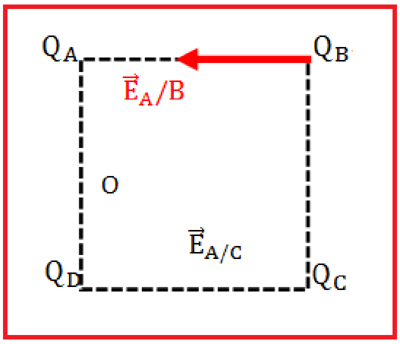
$$U = K \times \left(\frac{Q_B \times Q_A}{(AB)} + \frac{Q_A \times Q_C}{(AC)} + \frac{Q_B \times Q_C}{(BC)}\right)$$

$$U = 9\ 10^9 \times \left(\frac{-3\ 10^{-6} \times 2\ 10^{-6}}{0.03} + \frac{2\ 10^{-6} \times -10^{-6}{}_C}{0.03} + \frac{-3\ 10^{-6} \times -10^{-6}}{0.03.\sqrt{2}}\right) \quad U = -1{,}76\ \mathrm{J}$$

L'énergie interne étant négative, le système des trois charges est stable.

Exercice 8 :

Quatre charges ponctuelles($Q_A = -q$),($Q_B = +2 \times q$), ($Q_C = -q$) et ($Q_D = +2 \times q$) sont placées sur les sommets d'un carré de coté ($a = 1$ cm). On donne($q = 10^{-6}$C), (figure ci-contre).



1. L'intensité du champ électrique généré la charge (Q_A) sur le point (B) vaut :
   a. $|\vec{E}|_{A/B} = 0\ \mathrm{V/m}$ b. $|\vec{E}|_{A/B} = -9\ 10^7 \mathrm{V/m}$
   b. $|\vec{E}|_{A/B} = +9\ 10^7 \mathrm{V/m}$ d. T.R.F.

$|\vec{E}_{A/B}| = K \times \frac{|Q_A|}{(AB)^2}$ $|\vec{E}_{A/B}| = 9\ 10^9 \times \frac{10^{-6}}{(0.01)^2}$ $|\vec{E}_{A/B}| = 9.\ 10^7 V/m$

---

2. Le sens du champ électrique généré la charge (Q_A) sur le point (B)est orienté vers le point :
   a. (A). b. (C) c. orienté verticalement d. T.R.F.

La charge QA est négative le champ est rentrant ; orienté vers A.

---

3. L'intensité de la force électrique force que subit la charge (Q_B) sous l'effet de la charge (Q_A) uniquement vaut :
   a. $|\vec{F}|_{A/B} = 0\ \mathrm{N}$ b. $|\vec{F}|_{A/B} = -180\ \mathrm{N}$ c. $|\vec{F}|_{A/B} = +180\ \mathrm{N}$ d. T.R.F.

$|\vec{F}_B| = |Q_B|.|\vec{E}_{A/B}|$ $|\vec{F}_B| = |+2 \times q|.|\vec{E}_{A/B}|$ $|\vec{F}_B| = |+2 \times 10^{-6}|.|9.\ 10^7|$ $|\vec{F}_B| = 180\ N$

---

4. Les forces d'interactions entre les charges (Q_A) et (Q_B) sont :
   a. Attractives. b. Répulsives. c. nulles. d. T.R.F.

Charges de signes opposés ; donc forces attractives.

---

5. La valeur du potentiel électrique produit par les deux charges (Q_A)et (Q_B)sur le point (C)vaut :
   a. $V_C = 0\ \mathrm{V}$ b. $V_C = -9\ 10^7 \mathrm{V}$ c. $V_C = 1{,}16\ 10^6 \mathrm{V}$ d. T.R.F.

$V_C = V_{A/C} + V_{B/C}$ **Avec :** $V_C = K \times \frac{Q_A}{AC} + K \times \frac{Q_B}{BC}$ $AC = a\sqrt{2}$ $BC = a$ $V_C = k\left(-\frac{q}{a\sqrt{2}} + \frac{2 \times q}{a}\right)$

$V_C = \frac{K}{a} q \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + 2\right)$ $V_C = \frac{9\ 10^9 . 10^{-6}}{0.01}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + 2\right)$ $V_C = 1.16 10^6\ V$

6.Suite à la question précédente, l'énergie potentielle de la charge (Q_C) due aux deux charges (Q_A) et (Q_B) vaut :

a. $Ep_C = 0$ J b. $Ep_C = -1{,}16\mathrm{J}$ c. $Ep_C = 100\mathrm{J}$ d. T.R.F.

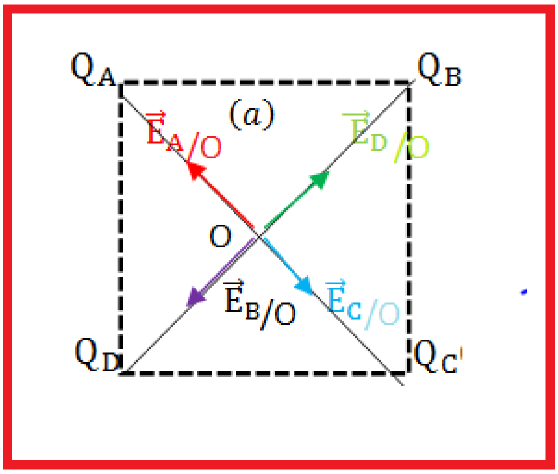
$$\mathbf{Ep_C = Q_C \times V_C \rightarrow Ep_C = (-q) \times V_C \quad Ep_C = -10^{-6} \times (1.16 10^{6}) \quad Ep_C = -1.16\ J}$$

7.L'intensité du champ électrique résultant au centre (O) du carré vaut :

a. $|\vec{E}|_O = 0\ \mathrm{V/m}$ b. $|\vec{E}|_O = 10^7 \mathrm{V/m}$ c. $|\vec{E}|_O = +5\ 10^7 \mathrm{V/m}$ d. T.R.F

Le champ résultant au point 'O'.

$\vec{E_O} = \vec{E_{A/O}} + \vec{E_{B/O}} + \vec{E_{C/O}} + \vec{E_{D/O}}$ on a OA= OB =OC= OD



$|\vec{E_{A/O}}| = k\frac{|q|}{(OA)^2}$ $|\vec{E_{C/O}}| = k\frac{|q|}{(OC)^2}$ OA=OC donc

$|\vec{E_{A/O}}| = |\vec{E_{C/O}}|$

Les deux champs $\vec{E_{A/O}}$ et $\vec{E_{C/O}}$ s'annulent car ils ont la même direction, le même module et des sens opposés.

$|\vec{E_{B/O}}| = k\frac{|2q|}{(OB)^2}$ $|\vec{E_{D/O}}| = k\frac{|2q|}{(OD)^2}$ OC= OD donc

$|\vec{E_{B/O}}| = |\vec{E_{D/O}}|$

Les deux champs $\vec{E_{B/O}}$ et $\vec{E_{D/O}}$ s'annulent car ils ont la même direction, le même module et des sens opposés.

Donc $\vec{E_O} = 0$

8.Le potentiel électrique au centre(O) du carré vaut :

a. $V_O = 2{,}54\ 10^6 \mathrm{V}$ b. $V_O = 0$ V c. $V_O = 1{,}25\ 10^6 \mathrm{N}$ d. T.R.F.

$$V_O = V_{\frac{A}{O}} + V_{\frac{B}{O}} + V_{\frac{C}{O}} + V_{\frac{D}{O}} => V_O = k\frac{Q_A}{\overline{OA}} + k\frac{Q_B}{\overline{OB}} + k\frac{Q_C}{\overline{OC}} + k\frac{Q_D}{\overline{OD}}$$

$$=> V_O = \frac{k}{OA} \times (Q_A + Q_B + Q_C + Q_D)$$

$$=> V_O = \frac{k}{OA} \times (-q + 2q - q + 2q) \quad V_O = \frac{k}{OA} \times (2q) \qquad \overline{OA} = a\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$V_O = \frac{k}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \times (2q) \qquad V_O = 4\frac{k}{a\sqrt{2}} \times q \qquad V_O = 4\frac{9\ 10^9}{0.01.\sqrt{2}} \times 10^{-6} \quad V_O = 2.54\ 10^6\ \mathrm{V}$$

9.L'énergie interne du système des quatre charges vaut :

a. $U = 0$ J b. $U = -9\ 10^7 \mathrm{J}$ c. $U = -0{,}42$ J d. T.R.F.

$$U = k(\frac{Q_A \times Q_B}{\overline{AB}} + k\frac{Q_A \times Q_C}{\overline{AC}} + k\frac{Q_A \times Q_D}{\overline{AD}} + k\frac{Q_B \times Q_C}{\overline{BC}} + k\frac{Q_B \times Q_D}{\overline{BD}} + k\frac{Q_C \times Q_D}{\overline{CD}})$$

$$U = k(\frac{-q \times 2q}{\overline{AB}} + k\frac{-q \times -q}{\overline{AC}} + k\frac{-q \times 2q}{\overline{AD}} + k\frac{2q \times -q}{\overline{BC}} + k\frac{2q \times 2q}{\overline{BD}} + k\frac{-q \times 2q}{\overline{CD}})$$

$U = k\,(\frac{-q\times 2q}{a} + \frac{-q\times -q}{a\sqrt{2}} + \frac{-q\times +2q}{a} + \frac{2q\times -q}{a} + \frac{q2\times 2q}{a\sqrt{2}} + \frac{-q\times 2q}{a})$

$U = \frac{kq^2}{a}\ (-2 + \frac{1}{\sqrt{2}} - 2 - 2 + \frac{4}{\sqrt{2}} - 2)$

$U = \frac{kq^2}{a}\ (-8 + \frac{5}{\sqrt{2}})$ $\quad U = \frac{9\,10^9}{0.01} \times 10^{-6} \times 10^{-6}\,(-8 + \frac{5}{\sqrt{2}})$ $\quad U = -4\ \mathrm{J}$

------ --

10. Une charge $(Q = 10^{-9}C)$ est placée au point (O) centre du carré, elle a tendance à se déplacer vers le point :
   a. (A). b. (B) c. (C) d. T.R.F.

Le champ est nul au centre du carré donc la charge est en équilibre elle ne bouge pas.

----

11. Suite à la question précédente, la charge (Q_0) est en équilibre :
   a. Stable. b. Instable. c. Déséquilibre. d. T.R.F.

L'énergie de la charge est donnée par $Ep_0 = Q \times V_0$ comme $V_O = 2.54\ 10^6$ V donc

$Ep_0 = 10^{-9}.\,2.54\ 10^6$, $Ep_0 = 2.54\ 10^{-3}$ J >0 ; il s'agit d'un équilibre instable.

----

12. Le travail nécessaire pour déplacer la charge (Q_0)du point (O) à l'infini vaut :
   a. $W = 2{,}54\ 10^{-3}$J b. $W = -9\ 10^7$J c. $W = 0$ J d. T.R.F.

$$W_{A\to B} = -\Delta(Ep) = (Ep_A - Ep_B)$$

$$W_{O\to\infty} = (Q_O \times V_O - Q_\infty \times V_\infty)$$

$$W_{O\to\infty} = Q_O \times V_O \quad car\ V_\infty = 0$$

$$W_{O\to\infty} = 2.54\ 10^{-3}\ \mathrm{J}$$