

# Hydrostatique

Un **fluide** est un milieu déformable lorsqu'il est soumis à une force (à une pression).

La masse volumique  $\rho = \frac{\text{masse}}{\text{volume}}$   $\rho = \frac{m}{V}$

Poids volumique  $\gamma = \frac{\text{poids}}{\text{volume}}$   $\gamma = \frac{m \cdot g}{V}$   $\gamma = \rho \cdot g$

Volume massique  $V_m = \frac{\text{volume}}{\text{masse}}$   $V_m = \frac{V}{m}$   $V_m = \frac{1}{\rho}$

## Compressibilité

Un fluide est dit incompressible lorsque son volume reste constant pour toute force qui lui est appliquée, (donc sa masse volumique reste constante)

Un fluide est dit compressible lorsque son volume varie lorsqu'il est soumis à une force, (sa masse volumique est variable)

**Viscosité** : La viscosité est la résistance qu'oppose un fluide à son écoulement. Elle représente les frottements intermoléculaires et ceux entre le liquide et la paroi de son contenant. Elle correspond aussi à une perte d'énergie du fluide, sous forme de chaleur :

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

$\mu$  = coefficient de viscosité dynamique.

L'unité de la viscosité dynamique est le Pascal. Seconde (Pa.s) ou Poiseuille (Pl).

- Si  $\mu = 0$ , le fluide est dit parfait ou idéal, il s'écoule sans frottement.
- Si  $\mu \neq 0$ , le fluide est dit réel, il s'écoule avec frottement.

la **viscosité cinématique**  $\nu$  : Elle est égale au quotient de la viscosité dynamique par la masse volumique du fluide. Elle est donnée par :

$$\nu = \mu / \rho$$

Son unité dans le S.I. est le ( $\text{m}^2/\text{s}$ ), ou Stokes (St).

**Influence de la température** : La viscosité dépend de la température, elle diminue lorsque la température augmente et augmente lorsque la température diminue.

- un **fluide newtonien** est un fluide dont la **viscosité est indépendante de la force** qu'on lui applique.

-un **fluide non newtonien** est un fluide dont la **viscosité varie en fonction de la force** qu'on lui applique. (Exemple : le sang)

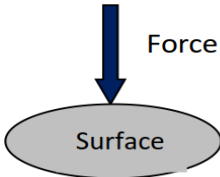
**La mesure de la viscosité** (viscosimètre d'Ostwald, viscosimètre de Couette).

## Notion de pression

La pression exercée par une force  $F$  agissant perpendiculairement sur une surface  $S$  peut s'exprimer comme suit:

$$(N/m^2) = Pa$$
$$P = \frac{F}{S}$$

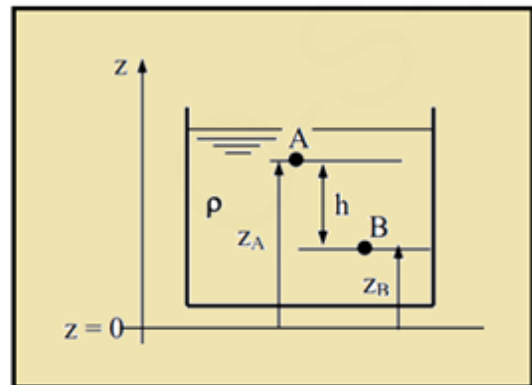
(N) (m<sup>2</sup>)



## Equation fondamentale de l'hydrostatique

$$grad P = \rho \vec{g}$$

$$\Delta P = \rho g(z_A - z_B) = \rho gh$$



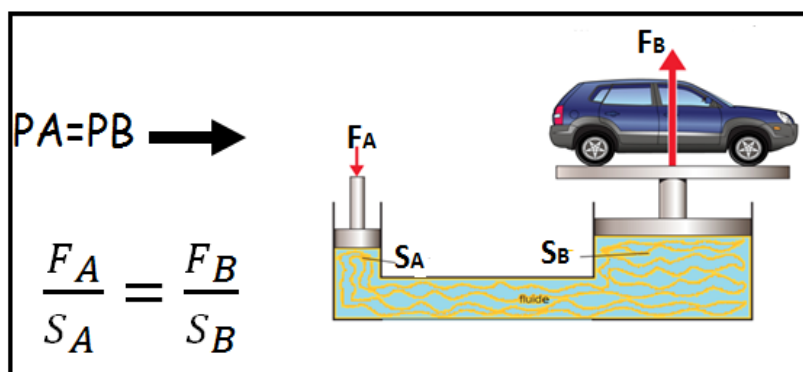
la Pression absolue est donnée par :  $P_A = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$

La pression relative est donnée :  $P_A = \rho \cdot g \cdot h$

**Principe de Pascal :** Dans un liquide incompressible une variation de pression se transmet intégralement et dans toutes les directions.

- 1<sup>ère</sup> loi: La pression est la même dans toutes les directions.
- 2<sup>ème</sup> loi: La pression est la même en tout point de même profondeur, ou altitude, (surface isobare).
- 3<sup>ème</sup> loi : La différence de pression entre 2 point est proportionnelle à leur différence de hauteur.

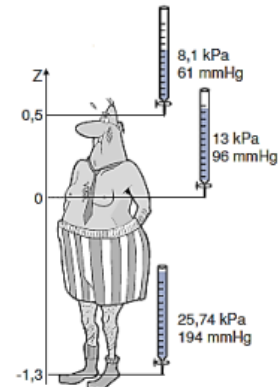
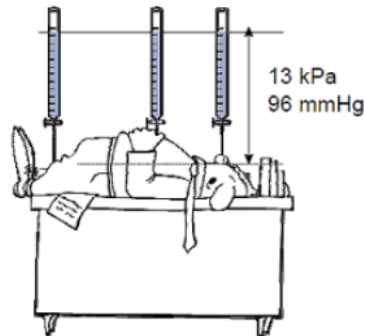
$$\Delta P = P_1 - P_2 = \rho \cdot g \cdot h$$



**Pression artérielle** = pression qui règne dans les artères (= pression statique si la personne est allongée et si le capteur est perpendiculaire à l'écoulement du sang)

Résultats en fonction de la position :

Valeur de référence  
= au niveau du  
coeur



Au niveau de la tete

(-) car vers le haut la pression diminue

$$P_{tete} = P_{coeur} - \rho g h \text{ avec } h = 1.8 - 1.3 \quad h = 0.5 \text{ m}$$

$$P_{tete} = 13000 - 1000 \cdot 9.81 \cdot 0.5 \quad P_{tete} = 8100 \text{ Pa} \quad P_{tete} = 8.1 \text{ kPa}$$

Au niveau des pieds

vers le bas la pression augmente

$$P_{pieds} = P_{coeur} + \rho g h \text{ avec } h = 1.3 \text{ m}$$

$$P_{pieds} = 13000 + 1000 \cdot 9.81 \cdot 1.3$$

$$P_{pieds} = 25740 \quad P_{pieds} = 25.74 \text{ kPa}$$

$$P_B = p_{atm} + \rho_B g h_B$$

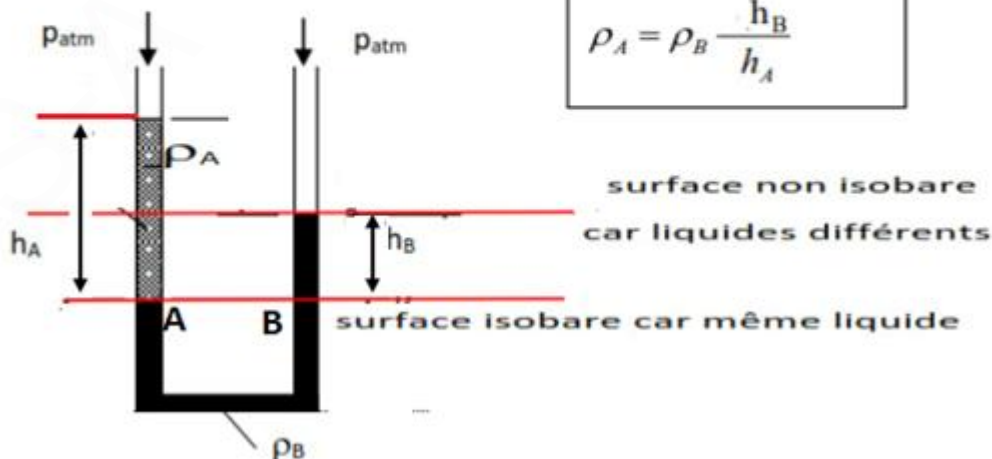
$$P_A = p_{atm} + \rho_A g h_A$$

A-B surface isobare

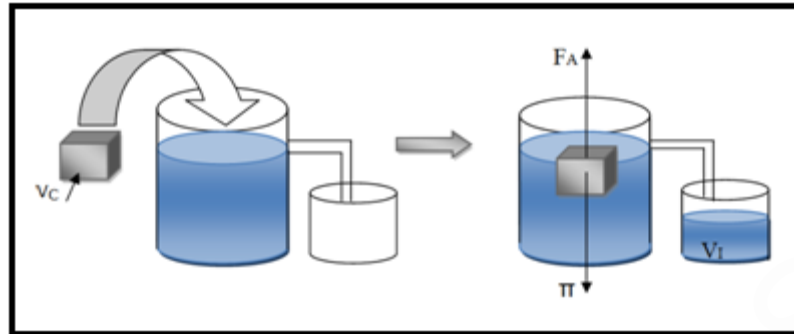
donc :  $P_A = P_B$  :

$$\Rightarrow p_{atm} + \rho_B g h_B = p_{atm} + \rho_A g h_A$$

$$\rho_A = \rho_B \frac{h_B}{h_A}$$



**Poussée d'Archimède** : Tout corps plongé dans un liquide au repos, subit de la part de celui-ci une force dirigée de bas vers le haut, appelée poussée d'Archimède, d'intensité égale au poids du volume du liquide déplacé.



$$F_{Arch} = \rho_{fluide} V_{Imm} g$$

### Poids apparent

Le poids d'un corps immergé dans un liquide est inférieur à son poids réel : c'est le poids apparent, il est donné par :

$$P_{app} = P_{réel} - F_{Archi}$$

$$P_{app} = P_{réel} - F_A$$

## Hydrodynamique

**Débit** : Le débit est le volume de fluide qui traverse une section par unité de temps.

$$Q = \frac{\text{volume}}{\text{temps}} \quad Q = S \cdot v \quad Q = (\text{section}) \times (\text{vitesse})$$

**Le débit massique** : Le débit massique est la masse de fluide qui traverse une section par unité de temps.  $Q_m = \rho \cdot Q$        $Q_m = \rho \cdot S \cdot v$

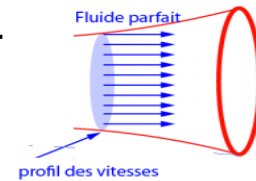
### Principe de continuité du débit



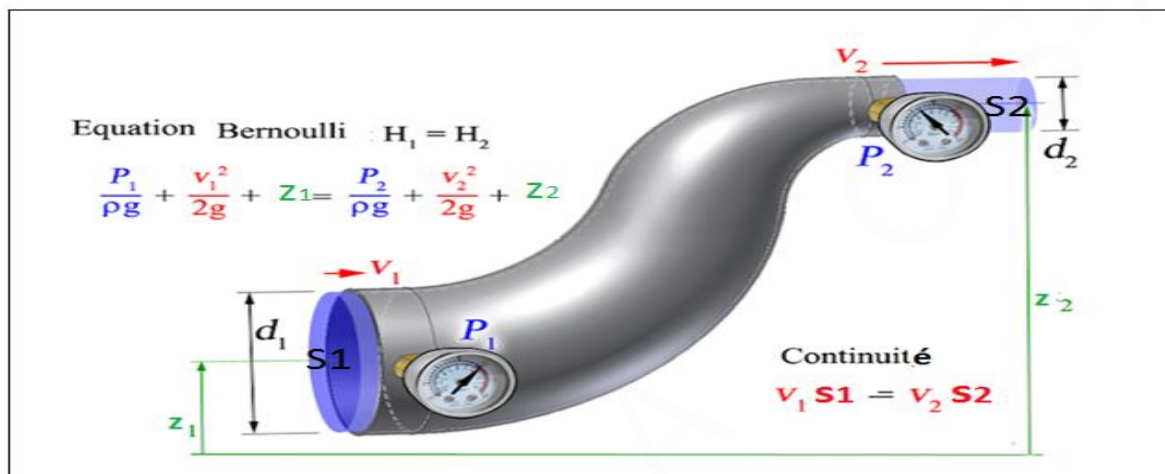
$$Q = V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2$$

un fluide parfait est un fluide idéal, non visqueux, en s'écoulant il présente les caractéristiques suivantes :

- \* Pas de frottement ; donc pas de perte d'énergie.
- \* Le fluide s'écoule en glissant.
- \* La vitesse est uniforme en toute section.



**Théorème de Bernoulli pour les fluides parfaits :** L'équation de Bernoulli traduit le principe de conservation de l'énergie mécanique (totale).



**Théorème de Bernoulli pour les fluides réels :** Lorsque le fluide est réel, la viscosité n'est pas nulle, il y a une perte d'énergie ; appelée « perte de charge ».

La relation de Bernoulli s'écrit sous la forme :

$$z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} = z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + \Delta H_{1,2}$$

$\Delta H_{1,2}$ : pertes de charge

**Formule de Torricelli : vidange d'un réservoir**

On suppose le réservoir très grand  $v_A \approx 0$

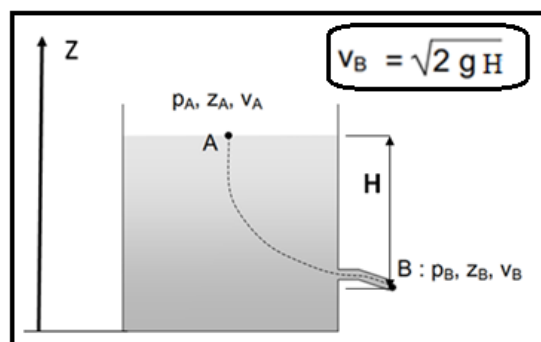
En A :  $p_A = p_{atm}$ ,  $z = z_A$ ,  $v = v_A = 0$

En B :  $p_B = p_{atm}$ ,  $z = z_B$ ,  $v = v_B$

La relation de Bernoulli appliquée de A à B

$$p_A + \rho g z_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \rho g z_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

d'où :  $v_B = \sqrt{2g(z_A - z_B)} = \sqrt{2gH}$



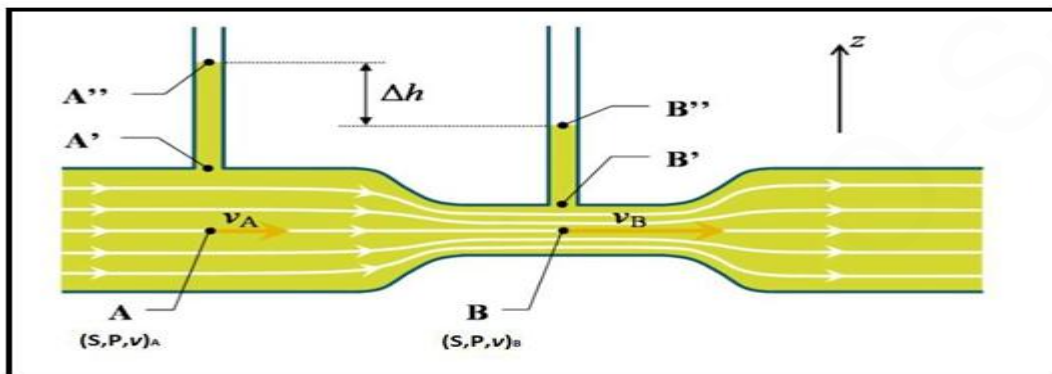
**Effet Venturi** : une canalisation horizontale dans laquelle circule un fluide incompressible. Elle est composée d'une partie large SA et d'un étranglement SB.

$$S_A \cdot V_A = S_B \cdot V_B \quad S_A > S_B \text{ implique une vitesse } V_A < V_B$$

Conservation de l'énergie entre (1) et (2) : pour  $z = z$  l'équation de Bernoulli devient :

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho v_B^2 - \frac{1}{2} \rho v_A^2 = \frac{1}{2} \rho (v_B^2 - v_A^2)$$



**Effet-Venturi** : « lors d'un rétrécissement, il y a une chute de pression, au bénéfice d'une élévation de la vitesse »

si  $S \downarrow$  alors  $P \downarrow$



## Le nombre de Reynolds-régimes d'écoulement

Le nombre de Reynolds permet de déterminer le régime d'écoulement (laminaire ou turbulent), c'est un nombre sans dimension, donné par :

$$Re = \frac{V.D.\rho}{\mu} = \frac{V.D}{\nu}$$

D : Diamètre intérieur de la conduite en (m) V :

V : Vitesse moyenne d'écoulement en (m/s)

$\rho$  : Masse volumique du fluide en (kg/m<sup>3</sup>)

$\mu$  : Viscosité dynamique en (Pa.s)

$\nu$  : Viscosité cinématique en (m<sup>2</sup>/s)

- Si  $Re < 2400$ , le régime est Laminaire
- Si  $Re > 3000$ , le régime est turbulent.
- Si  $2400 < Re < 3000$ , le régime est transitoire

## Ecoulement d'un fluide réel en régime laminaire: loi de poiseuille

un écoulement laminaire est un écoulement rectiligne, le fluide s'écoule en filets parallèles à l'axe de la conduite, sans mélange.

soit un fluide visqueux dans une conduite horizontale, cylindrique, la perte d'énergie due aux forces de frottement entraîne une diminution de la pression d'un point à un autre. La loi de poiseuille permet de calculer la variation (chute) de pression entre ces 2 points, elle est donnée par :

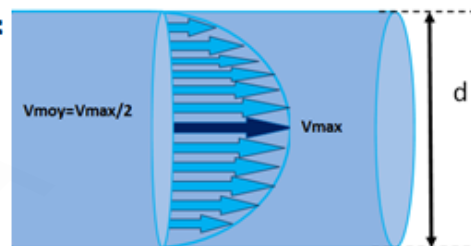
$$\Delta P = \frac{8 * \mu * L}{\pi * r^4} Q$$

$$\Delta P = R * Q \quad R = \frac{8 * \mu * L}{\pi * r^4}$$

$R$ =résistance à l'écoulement,  $r$ =rayon de la conduite,  $L$ =longueur de la conduite,  $Q$ = débit,  $\mu$  = viscosité dynamique

### Caractéristiques de l'écoulement de poiseuille :

- Vitesses sont faibles.
- La vitesse est nulle au contact de la paroi.
- La vitesse est maximale au milieu.
- Le profil des vitesses est parabolique.



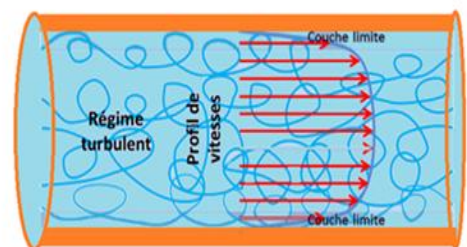
Les molécules suivent des trajectoires rectilignes

## Ecoulement d'un fluide réel en régime turbulent

Dans un écoulement turbulent, les vecteurs vitesses peuvent prendre toutes les directions, ce qui se traduit par l'apparition de tourbillons.

### Caractéristiques de l'écoulement turbulent

- Les vitesses sont élevées
- Les particules tourbillonnent dans toutes les directions à des vitesses différentes.
- Les lignes empruntées par les particules fluides se croisent.
- Pas de relation linéaire entre  $\Delta P$  et  $Q$



les molécules tourbillonnent à des vitesses différentes et sans direction précise

