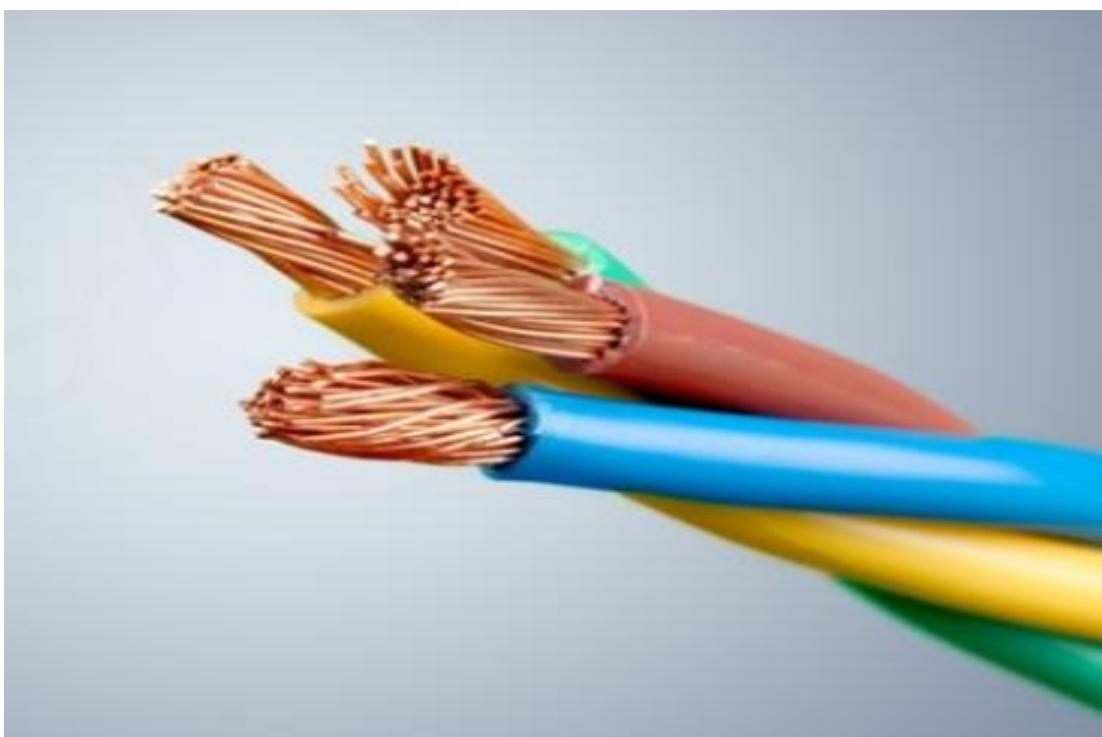


# Les conducteurs



## I. Définition densité de charge

Un conducteur est un corps dans lequel des charges libres peuvent se déplacer sous l'action d'un champ électrique. C'est un matériau qui possède un certain nombre d'électrons libres (exemple ; les métaux) qui peuvent se déplacer sous l'action d'un champ électrique très faible.

### remarque

à l'inverse d'un conducteur un isolant est un corps dans lequel les électrons sont étroitement liés aux atomes et donc ne peuvent pas se déplacer à l'intérieur du corps.

## II. Densité de charge

Les particules élémentaires constituant la matière sont à notre échelle (macroscopique) extrêmement faibles et leur dénombrement devient délicat. Ceci nous permet de considérer que la répartition de charges dans la matière est pratiquement continue.

Suivant le cas, on sera amené à considérer des distributions volumiques, superficielles ou linéaires de charges.

### a- Densité volumique de charges $\rho$

Si l'on a une répartition de charges dans un volume  $V$ , on peut décomposer ce dernier en volumes élémentaires  $dV$  qui portent la charge  $dQ$  considérée comme ponctuelle.

On définit la densité volumique de charges  $\rho$  par :

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \text{ en } \text{C/cm}^3.$$

$dQ$  = la charge de l'élément.

### b- Densité superficielle de charges

Si les charges sont reparties sur une nappe de très faible épaisseur  $e$ , on peut considérer cette distribution comme tant surfacique. On définit ainsi une densité superficielle de charges par ;

$$\sigma = \frac{dQ}{dS} \text{ en } \text{C/cm}^2$$

$dQ$  = la charge de l'élément.

### c- Densité linéique de charges

Si la charge est répartie dans un fil, on peut considérer quelle est équivalente à une distribution linéaire sur la longueur du fil. La densité en un point  $M$  est définie par :

$$\lambda = \frac{dQ}{dl} \text{ en } \text{C/m}$$

$dQ$  = la charge de l'élément.

## III. Conducteur en équilibre

Un conducteur est dit en équilibre, si toutes ses charges libres sont immobiles.

### 1- Propriétés d'un conducteur en équilibre

Un conducteur en équilibre présente les propriétés suivantes (figure 1).

- ❖ Le champ électrostatique à l'intérieur est nul  $\vec{E}_{int} = \vec{0}$ .

À l'équilibre, la somme des forces sur les charges libres doit être nulle. En l'absence d'autres forces, cela signifie

que la force électrique exercée sur les charges libres est nulle, donc :

$$\vec{E} = \vec{0}$$

- ❖ Le vecteur champ électrostatique est perpendiculaire à la surface du conducteur.
- ❖ Le conducteur constitue un volume équipotentiel.

Comme  $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$ , que  $\vec{E} = \vec{0}$  à l'intérieur et que  $V$  est continu, le potentiel  $V$  est uniforme dans tout le conducteur, tant sur son volume que sa surface. Le conducteur constitue une région équipotentielle.

La surface externe du conducteur constitue une équipotentielle.

- ❖ Toutes les charges se mettent à la surface du conducteur (la densité volumique de charge  $\rho$  est nulle à l'intérieur)

Les charges mobiles sont libres de se déplacer dans le conducteur, pas de le quitter, donc la charge nette est entièrement en surface.

(Il y a en fait une charge nette sur une épaisseur de quelques atomes à la surface.) La *densité surfacique de charge* peut donc être non nulle.

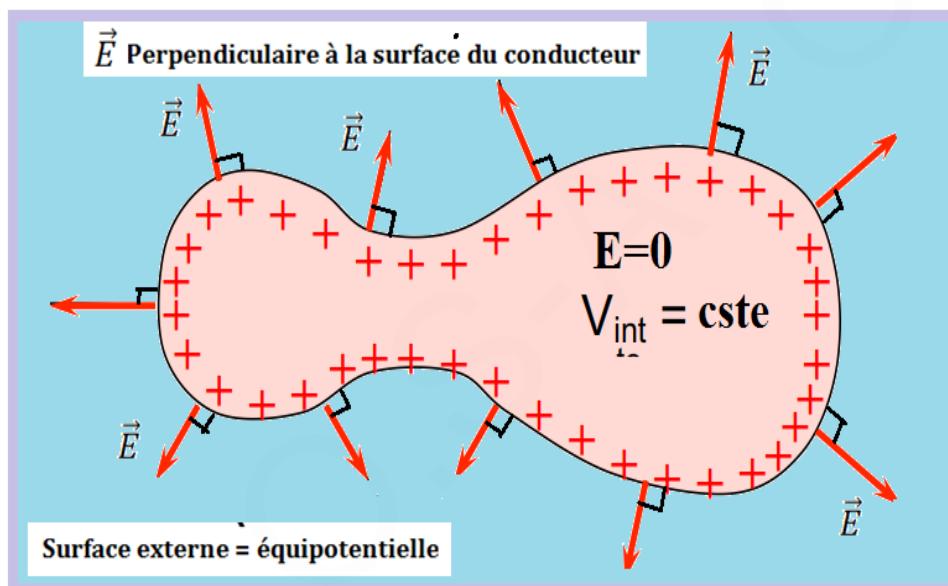


figure 1

## 2- Intensité du champ électrique au voisinage de la surface

A l'extérieur et au voisinage immédiat le champ électrostatique d'un conducteur (figure2) et (figure3) portant une charge de densité surfacique  $\sigma$  vaut :

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$\sigma$  = densité superficielle de charge.

$\epsilon$  = Permittivité du milieu.

Sur la surface du conducteur (figure2) et (figure3) le champ est donné par :

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon}$$

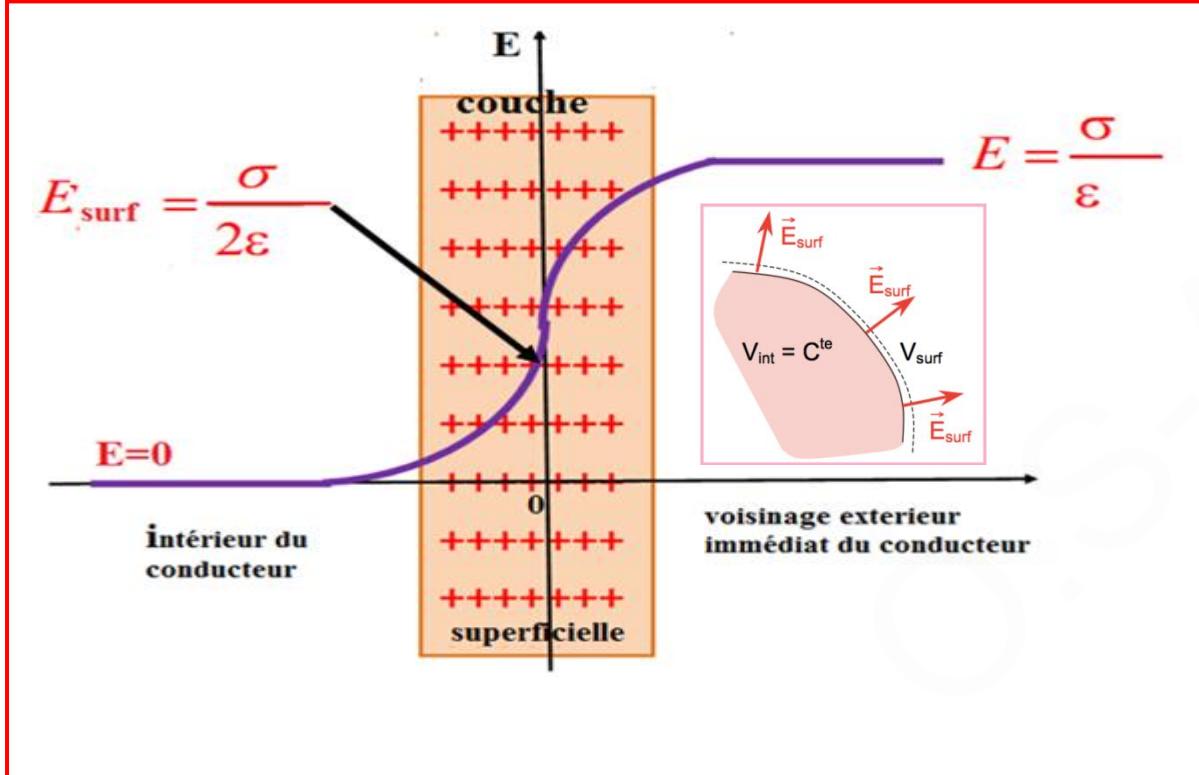


figure2

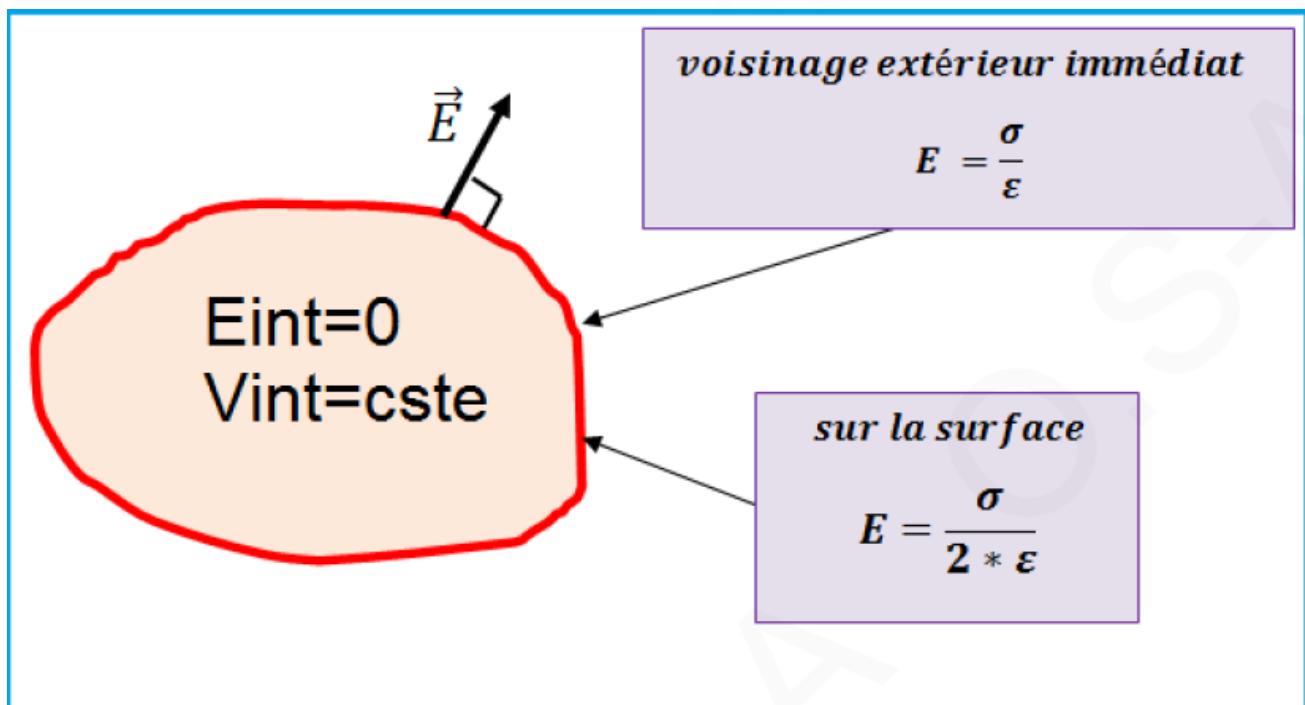


Figure3

### 3- Pression électrostatique

les charges de surface d'un conducteur en équilibre sont soumises à des forces répulsives de la part des *autres charges* du conducteur, donc à une pression électrostatique.

Soit un conducteur chargé, à l'équilibre électrostatique. les charges créent au niveau de la surface un champ E.

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon}$$

un élément de surface dS porte une charge égale à:

$$dq = \sigma dS$$

l'élément de surface  $dS$  est soumis à une force égale :

$$d\vec{F} = dq \vec{E}$$

La pression électrostatique est définie par:

$$P = \frac{dF}{dS}$$

$$P = \frac{dq E}{dS} \quad P = \frac{\sigma dS}{dS} E \quad P = \sigma E \quad \text{avec} \quad E = \frac{\sigma}{2\epsilon}$$

on aura  $P = \sigma \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon}$  donc  $P = \frac{\sigma^2}{2\epsilon}$

Chaque point de la surface du conducteur est soumis à une Pression électrostatique donnée par :

$$P = \frac{\sigma^2}{2 \cdot \epsilon}$$

#### IV. Champ et potentiel électriques créés par un conducteur sphérique

On considère une sphère conductrice chargée (charge  $q$ ) de rayon  $R$ ; la charge est répartie uniformément en surface.

La densité superficielle de charge est :

$$\sigma = \frac{q}{S} \quad S = 4 \pi R^2 \quad \text{donc} \quad \sigma = \frac{q}{4 \pi R^2}$$

##### 1. Expression du champ électrique (figure 4) et (figure 5).

dans le cas d'un conducteur sphérique, l'application du théorème de Gauss permet de donner le champ électrique.

❖ Pour  $r < R$   $E=0$

❖ pour  $r > R$

$$E = k \cdot \frac{q}{r^2}$$

$$\text{avec } q = \sigma \cdot S \text{ et } k = \frac{1}{4\pi\epsilon} \quad \text{on aura} \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{\sigma \cdot S}{r^2} \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{r^2}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \left( \frac{R}{r} \right)^2$$

**Remarque :** pour  $r > R$ , la charge  $q$  repartie sur la surface de la sphère donne le même champ, que si elle était une charge ponctuelle au centre de la sphère.

##### 2. Expression du potentiel (figure 4) et (figure6).

le potentiel créé par un conducteur sphérique est donné par :

❖ Pour  $r \leq R$

$$V = k \cdot \frac{q}{R}$$

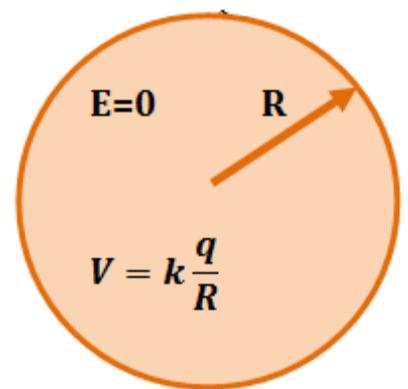


Figure 4

avec  $q = \sigma \cdot S$  et  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$        $V = k \cdot \frac{q}{R}$        $V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{\sigma \cdot S}{R}$   
 on a  $S = 4\pi R^2$     donc  $V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{R}$  ce qui donne

$$V = \frac{\sigma}{\epsilon} \cdot \frac{R}{r}$$

❖ Pour  $r > R$

$$V = k \frac{q}{r}$$

avec  $q = \sigma \cdot S$  et  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$        $V = k \frac{q}{r}$        $V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{\sigma \cdot S}{r}$   
 on a  $S = 4\pi R^2$     donc  $V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{r}$  ce qui donne

$$V = \frac{\sigma}{\epsilon} \frac{R^2}{r}$$

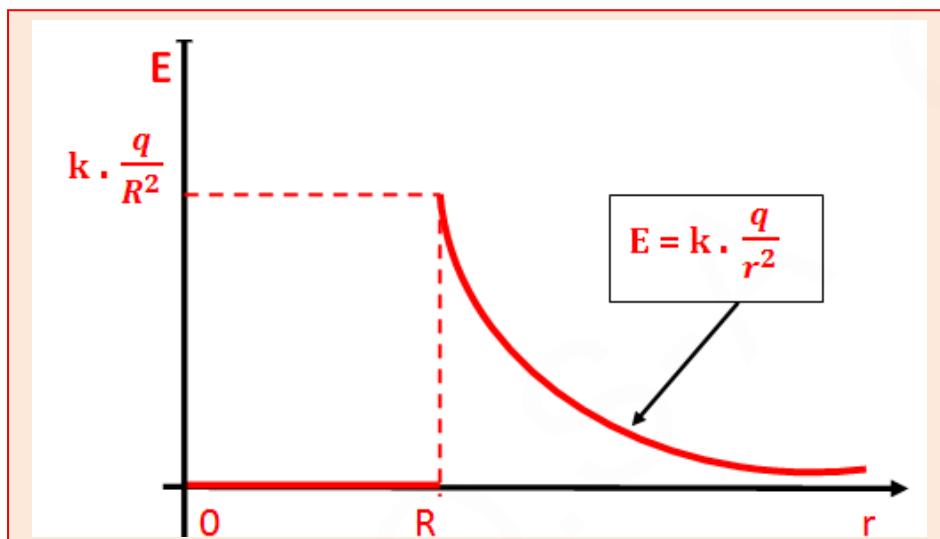


Figure 5

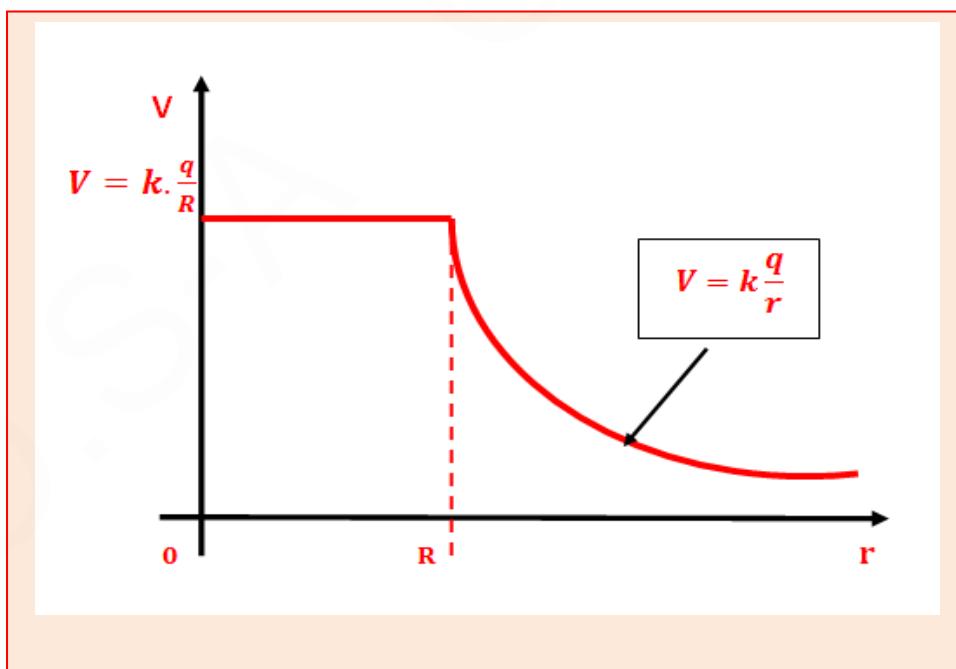


Figure 6

## V. Pouvoir des pointes

Soient deux conducteurs sphériques de rayons  $R_1$  et  $R_2$  suffisamment éloignés l'un de l'autre, relié par un fil conducteur et soumis à un potentiel  $V$ .

Les deux conducteurs sont au même potentiel  $V$  :

le potentiel d'une sphère est donné par  $V = k \frac{q}{R}$

$$V_1 = V_2 \text{ car les deux sphères sont reliées.} \longrightarrow k \frac{q_1}{R_1} = k \frac{q_2}{R_2} \longrightarrow \frac{\sigma_1 S_1}{R_1} = \frac{\sigma_2 S_2}{R_2}$$

$$\text{la surface d'une sphère est donnée par } S = 4\pi R^2 \quad \longrightarrow \quad \frac{\sigma_1 \cdot 4\pi R_1^2}{R_1} = \frac{\sigma_2 \cdot 4\pi R_2^2}{R_2}$$

$$\boxed{\sigma_1 \cdot R_1 = \sigma_2 \cdot R_2}$$

Conclusion : la répartition des charges à la surface d'un conducteur n'est pas uniformément répartie, Les charges s'accumulent sur les parties à faible rayon de courbure.

## VI. Capacité propre d'un Conducteur

La capacité d'un conducteur mesure son aptitude à emmagasiner une charge pour une différence de potentiel (ddp) appliquée, elle est donnée par

$$C = \frac{Q}{V}$$

$Q$  = la charge du conducteur.

$V$  = ddp

La capacité d'un conducteur est une grandeur positive qui dépend de sa forme géométrique et de ses dimensions ainsi que de la permittivité électrique du milieu.

- L'unité de la capacité : Le Farad

un farad étant une capacité importante on utilise souvent des sous unités.

milliFarad	$1 \text{ mF} = 10^{-3} \text{ F}$
microFarad	$1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$ ,
nanofarad	$1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$
picoFarad	$1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$