

## 5. Théorème d'Archimède :

### 5.1 Histoire Et Légende :

Selon la légende, le roi **Hiéron II de Syracuse (250 ans avant JC)** aurait demandé à son conseiller scientifique **Archimède** (âgé alors de 22 ans) de vérifier si une couronne d'or, qu'il s'était fait confectionner comme offrande à Zeus, était totalement en or ou si l'artisan y avait mis de l'argent.

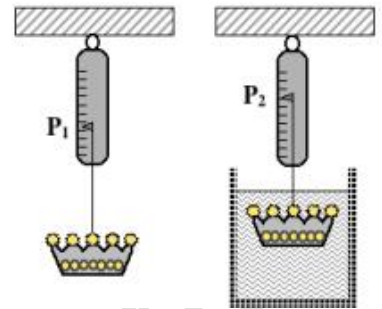
La vérification avait bien sûr pour contrainte de ne pas détériorer la couronne. **Archimède** aurait trouvé le moyen de vérifier si la couronne était vraiment en or, alors qu'il était au bain public, en observant comment des objets y flottaient. Il serait alors sorti dans la rue en s'écriant le célèbre « **Eurêka** » qui signifie **(je l'ai trouvé)**.

Ce que constate Archimède au bain public est que, pour un même volume donné, les corps n'ont pas le même poids apparent, c'est-à-dire une masse par unité de volume différente (la masse volumique).

L'argent de masse volumique ( $\rho_{Ag} = 10500 \frac{kg}{m^3}$ ) étant moins dense que l'or ( $\rho_{Au} = 19300 \frac{kg}{m^3}$ ), pour obtenir un même poids il faudra donc une plus grande quantité d'argent que d'or dans l'eau.

De là, Archimède déduisait que l'artisan avait caché de l'argent dans la couronne du roi, la couronne devrait être plus grande que si, pour le même poids, elle avait été faite exclusivement d'or. Ainsi fut découverte la supercherie du joaillier.

Pour répondre à la question du roi Hiéron, **Archimède** a donc pu comparer les volumes d'eau déplacés par la couronne et une masse d'or identique. Si les deux masses déplacent le même volume d'eau, leur masse volumique étant égale, alors on peut conclure que les deux corps sont composés du même métal.



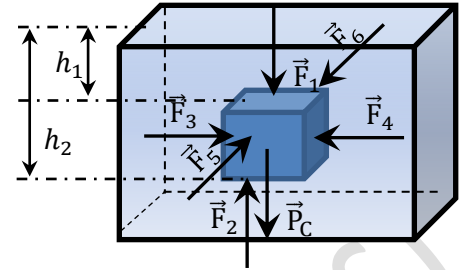
### 5.2 Objectifs :

- Découvrir que les forces pressantes exercées par un liquide donné (l'eau) agissent aussi sur les corps :
  - ❖ partiellement immergés (corps flottants) ;
  - ❖ complètement immergés.
- Découvrir les paramètres qui influencent la force d'Archimède.
- La valeur de la force d'Archimède est égale à la valeur du poids du liquide déplacé par la présence du corps dans le liquide.
- L'objectif de l'étude de la poussée d'**Archimède est son utilité dans la rééducation médicale**. En piscine, elle est basée sur la poussée d'Archimède, car le corps est en apesanteur. L'allègement de notre corps permet de diminuer la pression exercée sur les articulations ou les os fracturés. nous pouvons ainsi reprendre plus facilement appui sur nos membres et remarcher plus rapidement.

### 5.3 Force D'Archimède :

#### 5.3.1 Origine De La Force d'Archimède :

Soit un objet de forme régulière (cube d'arête  $a$ ), de volume ( $V_C = a^3$ ) et de masse volumique ( $\rho_C$ ) immergé dans un fluide de masse volumique ( $\rho_{liq}$ ), voir le schéma ci-contre.



Analysons l'ensemble des forces qui agissent sur ce corps.

Le corps sera soumis d'un côté à l'action de son poids ( $\vec{P}_C$ ) et de l'autre à l'action de toutes les forces pressantes ( $\vec{F}_i$ ) du liquide qui l'entoure.

L'expression de son poids est donnée par :  $|\vec{P}_C| = m_C \times g = \rho_C \times V_C \times g$ .

Les forces pressantes ( $|\vec{F}_i| = P_i \times S$ ) agissent sur toutes les facettes du cube.

L'inventaire des forces donne :

$$\vec{P}_C + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 + \vec{F}_6.$$

Les forces ( $\vec{F}_3, \vec{F}_4, \vec{F}_5, \vec{F}_6$ ) s'annulent deux à deux, car elles ont la même intensité et de sens opposés.

Le poids du corps  $|\vec{P}_C|$  et la force pressante  $|\vec{F}_1|$  sont orientés vers le bas, alors que la force pressante  $|\vec{F}_2|$  est orientée vers le haut.

$$\rightarrow \vec{P}_C + \vec{F}_1 - \vec{F}_2 \text{ avec : } \begin{cases} |\vec{P}_C| = m_C \times g = \rho_C \times V_C \times g \\ |\vec{F}_1| = P_1 \times S = \rho_{liq} \times g \times h_1 \times S \rightarrow |\vec{P}_C| - \rho_{liq} \times g \times S \times (h_2 - h_1) \\ |\vec{F}_2| = P_2 \times S = \rho_{liq} \times g \times h_2 \times S \end{cases}$$

On pose  $V_{liq} = S \times (h_2 - h_1)$  il représente de poids du liquide déplacé.  $\rightarrow |\vec{P}_C| - \rho_{liq} \times g \times V_{liq}$

L'expression :  $|\vec{F}_A| = \rho_{liq} \times g \times V_{liq}$  est appelée force d'Archimède.

Ce qui donne finalement :  $\rightarrow |\vec{P}_C| - |\vec{F}_A|$

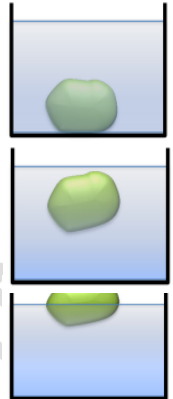
#### 5.3.2 Énoncé De La Force D'Archimède :

**La poussée exercée sur un objet par un fluide en équilibre est égale au poids du fluide déplacé.** Elle est toujours orientée dans le sens opposé au poids et son support passe par le centre de gravité du fluide déplacé.

### 5.3.3 Équilibre Des Corps Flottants / Immergés :

Selon la densité du corps plongé dans le liquide, trois cas de figure peuvent se présenter :

- Si la densité du corps est **supérieure** à celle du fluide ( $|\vec{P}_c| > |\vec{F}_A|$ ), le corps coule au fond du récipient.
- Si la densité du corps est **égale** à celle du fluide ( $|\vec{P}_c| \cong |\vec{F}_A|$ ), le corps est en équilibre.
- Si la densité du corps est **inférieure** à celle du fluide ( $|\vec{P}_c| < |\vec{F}_A|$ ), le corps flotte, ou remonte à la surface, car son poids est inférieur à la poussée d'Archimède.



#### 5.3.3.1 Poids Apparent :

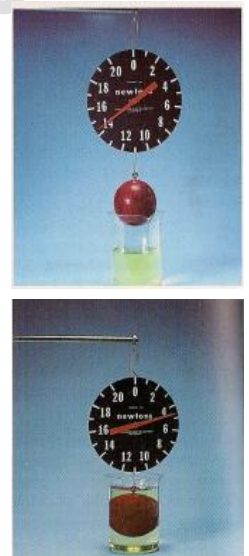
Si la densité du corps est plus grande que celle du liquide dans lequel le corps est plongé, le corps va couler au fond du récipient.

Le poids réel d'un corps à l'air libre ( $|\vec{P}_R| = 14 \text{ N}$ ) est supérieur au poids du même corps ( $|\vec{P}'| = 4,5 \text{ N}$ ) lorsqu'il est totalement immergé dans le liquide. Le corps paraît plus léger.

Cette différence est due à l'action de la force d'Archimède qui est toujours orientée dans le sens opposé du poids.

On définit le poids apparent ( $P_{app}$ ) d'un corps par :

$$|\vec{P}_{App}| = |\vec{P}_R| - |\vec{F}_A| \quad \left\{ \begin{array}{l} |\vec{P}_{réel}| = m_c \times g \\ |\vec{F}_A| = m_{liq} \times g \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} m_c \text{ la masse du corps} \\ m_{liq} \text{ la masse du liquide déplacé.} \end{array} \right.$$



#### 5.3.3.2 Flottabilité :

Considérons un iceberg à 0 °C flottant dans de l'eau de mer. Soit la masse volumique de la glace ( $\rho_g = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ) et la masse volumique de l'eau de mer ( $\rho_e = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ) supposée pure.

Déterminons le rapport ( $R = \frac{V_{ém}}{V_{tot}}$ ),  $V_{im}$  est le volume immergé et  $V_{ém}$  étant le volume émergé de l'iceberg.



#### Réponse :

L'iceberg étant en équilibre sous l'effet des deux forces. D'un côté le poids (P) total de l'iceberg, et de l'autre la force ( $F_A$ ) d'Archimède.

$$\text{On a : } V_{tot} = V_{im} + V_{ém} \text{ et } P = F_A \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P = m_g \times g = \rho_g \times V_{tot} \times g \\ F_A = m_e \times g = \rho_e \times V_{im} \times g \end{array} \right. \rightarrow \rho_g \times V_{tot} \times g = \rho_e \times V_{im} \times g$$

$$\text{Donc : } \frac{V_{im}}{V_{tot}} = \frac{\rho_g}{\rho_e} = \frac{900}{1000} = 0,90 \rightarrow \frac{V_{tot} - V_{ém}}{V_{tot}} = 0,90 \rightarrow 1 - \frac{V_{ém}}{V_{tot}} = 0,90 \rightarrow \boxed{\frac{V_{ém}}{V_{tot}} = 0,1}$$

On déduit que (10%) de l'iceberg émerge de de l'eau, et que (90%) du corps sont immergés.

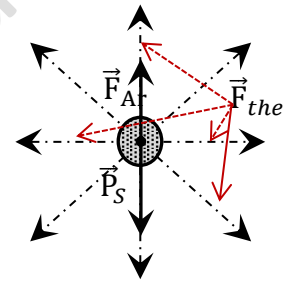
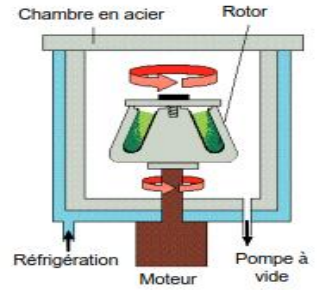
### 5.3.4 Application Centrifugation, Ultracentrifugation :

#### 5.3.4.1 Introduction :

Si on laisse reposer une suspension solide dans une phase liquide, on observe que les particules, sous l'action de la pesanteur et de la poussée d'Archimède, tendent à tomber vers le fond (**sédimentation**) ou à remonter vers la surface (**flottabilité**), selon leur densité et leur taille.

Considérons une particule solide de masse ( $m_s$ ) de forme sphérique de volume ( $V$ ) et de masse volumique ( $\rho_s = \frac{m_s}{V_s}$ ) en suspension dans un liquide de masse volumique ( $\rho_l$ ) connue. On retrouve trois actions différentes sur la particule solide, voir schéma ci-contre.

- a) Action des **molécules environnantes** qui sont dues à l'agitation thermique ( $\vec{F}_{the}$ ). Ces actions s'annulent deux à deux car elles sont toutes de même intensités et de sens opposées.
- b) Action du **poids de la particule** ( $\vec{P}_s = m_s \times \vec{g}$ ) qui est du à la gravité, le poids est orienté dans le sens de l'accélération de gravitation (vers le bas).
- c) Enfin l'action de la **force d'Archimède** ( $\vec{F}_{Ar} = m_l \times \vec{g}$ ), la force d'Archimède est toujours orientée dans le sens opposé du poids (vers le haut)



Si l'intensité de la force d'Archimède qui agit sur la particule solide est plus grande que celle de son poids, la particule tend à flotter, sinon, elle tend à se sédimenter (tomber au fond).

Dans certains cas (fluides biologiques, extraits cellulaires) et dans les liquides particulièrement visqueux la sédimentation est relativement lente pour les très fines particules qui sont sensibles à l'agitation thermique. Pour augmenter le pouvoir séparateur, on a donc eu l'idée d'augmenter le champ de pesanteur vertical en lui substituant un champ centrifuge radial.

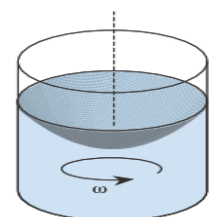
La centrifugation (l'ultracentrifugation) est une méthode de séparation des particules très fines dispersées dans un liquide de densité pratiquement égale. Elle est utilisée en laboratoire dans le but de séparer les différentes macromolécules ou les différents composants cellulaires en fonction de leur masse.

Une centrifugeuse est constituée d'une chambre de centrifugation dans laquelle sort l'axe de rotation, qui est relié au moteur. Sur l'axe on fixe le rotor et dans les emplacements du rotor on met les éprouvettes contenant l'échantillon à centrifuger avec une vitesse de rotation ( $\omega$ ), voir schéma.

#### 5.3.4.2 Principe :

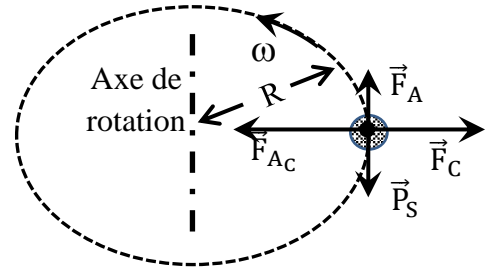
Isolons une particule solide en suspension dans le liquide, et analysons les différentes forces qui agissent sur elle.

La force centrifuge qui agit sur un corps en rotation est proportionnelle à la masse de ce corps.



Cette particule de masse ( $m_s$ ) est soumise à quatre forces différentes, à savoir :

- L'intensité de son poids :  $|\vec{P}_S| = m_s \times g = \rho_s \times V \times g$ .
- L'intensité de la force d'Archimède qui agit sur la particule si elle est au repos.  $|\vec{F}_A| = m_l \times g = \rho_l \times V \times g$ .
- La force d'inertie centrifuge ( $\vec{F}_C$ ), tel que l'accélération de centrifugation :  $|\vec{F}_C| = m_s \times a_c = \rho_s \times V \times \omega^2 \times R$
- La force que subirait le même volume de liquide soumis à la force d'inertie centrifuge et en équilibre mécanique :



$$|\vec{F}_{Ac}| = m_l \times a_c = \rho_l \times V \times \omega^2 \times R$$

Cette dernière force est l'équivalent de la poussée d'Archimède dans le cas d'une accélération qui n'est pas due au champ de pesanteur.

Deux cas de figures peuvent se présenter :

- Si la densité du solide est supérieure à densité du liquide alors la somme des forces est dirigée vers le bas et vers l'extérieur.
- Dans le cas contraire alors la somme des forces est dirigée vers le haut et vers l'intérieur.

Il est possible de séparer par centrifugation des particules ayant des tailles et des masses volumiques différentes. Par ultracentrifugation, il est également possible de séparer par des molécules et isotopes de masses volumiques différentes.

Donc plus la masse d'une molécule ou d'une structure est importante plus elle migrera rapidement pour une même valeur de la force centrifuge.

#### 5.3.4.3 Applications Médicales (Analyse Sanguine) :

Lors des analyses médicales la force centrifuge est utilisée afin de séparer les différents composants du sang. Sous l'action de la force centrifuge, les composants solides se trouvant dans le sang, sont entraînés vers le fond du tube dans lequel le sang est contenu. La force centrifuge agit alors comme une décantation accélérée. Elle permet de séparer le plasma des globules rouges et des globules blancs.



Les analyses sanguines s'effectuent en laboratoire : elles permettent d'obtenir des renseignements susceptibles d'évaluer l'état de santé d'un patient ou d'un individu ne présentant aucune pathologie (du moins en apparence).



Elles appartiennent au domaine de l'hématologie, qui est une science basée sur l'étude du sang et de ses composants, ainsi que des maladies qui peuvent lui être liées, nommées **hémopathies** (Pathologies des GR, Troubles de la coagulation, Anémies).

L'hématologie traite des analyses des cellules du sang mais aussi d'éléments dissous dans le plasma comme les facteurs de la coagulation ou les anticorps (protéine utilisée par le système immunitaire pour neutraliser certaines bactéries).