

# CORRIGE SERIE DIPOLE ELECTRIQUE

---

### Exercice I :

Soit un dipôle situé dans un espace où règne un champ électrique  $\vec{E}$  dû à une ou plusieurs charges suffisamment éloignée(s) du dipôle.

1- comment pouvons-nous exprimer les notions d'équilibre stable et d'équilibre instable qui caractériseraient ce dipôle  $\vec{p}$  ?

2- Si celui-ci est constitué de deux charges (+e) et (-e) distantes de  $10^{-10}$  m, et qu'il est placé dans un espace où règne un champ électrostatique  $\vec{E}$  de module  $E = 10^6$  N/C, quelle est la valeur du moment du couple qui s'exerce sur le dipôle dans les conditions suivantes :

a- le dipôle  $\vec{p}$  a même direction que le champ  $\vec{E}$  .

- Le dipôle  $\vec{p}$  a même sens que le champ  $\vec{E}$  .

- Le dipôle  $\vec{p}$  est de sens opposé au champ  $\vec{E}$  .

b- le dipôle  $\vec{p}$  est dans une direction perpendiculaire à celle du champ  $\vec{E}$  .

### Réponse :

1- un dipôle placé dans un espace où règne un champ externe  $\vec{E}$  est soumis à un moment de forces donné par :  $\vec{M} = \vec{p} \wedge \vec{E}$

En module :  $M = p \times E \times \sin(\alpha)$

Et possède une énergie potentielle donnée, par :

$$Ep = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad Ep = -p \times E \times \cos(\alpha)$$

Le dipôle en équilibre  $\Rightarrow M = 0$

$M = p \times E \times \sin(\alpha)$  Puisque  $p \neq 0$  et  $E \neq 0$

$\Rightarrow \sin(\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha = 0$  ou  $\alpha = \pi$

Le type d'équilibre dépend de l'énergie potentielle.

➤ Pour  $\alpha = 0$  on a :  $Ep = -p \times E \times \cos(0) \Rightarrow (Ep)_{\min} = -p \times E$

Il s'agit de l'énergie minimale du dipôle, on dit que le dipôle est dans un équilibre stable.

➤ Pour  $\alpha = \pi$  :  $Ep = -p \times E \times \cos(\pi) \Rightarrow (Ep)_{\max} = +p \times E$

Il s'agit de l'énergie maximale du dipôle, on dit que le dipôle est dans un équilibre instable.

2. la valeur du moment du couple qui s'exerce sur le dipôle.

a-  $E$  et  $p$  ont la même direction et le même sens.

Donc  $\alpha = 0 \Rightarrow M = 0$  c'est une position d'équilibre.

b-  $E$  et  $p$  ont la même direction et des sens opposés.

Donc  $\alpha = \pi \Rightarrow M = 0$  c'est une position d'équilibre

c-  $E$  est perpendiculaire à  $p \Rightarrow \alpha = \pi/2$

$M = p \times E \times \sin(\alpha)$  avec  $P = q \times d$  on a  $M = q \times d \times E \times \sin(\alpha)$

$$M = 1.6 \cdot 10^{-19} \times 10^{-10} \times 1.10^6 \times \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow M = 1.6 \cdot 10^{-23} \text{ N.m}$$

### Exercice II :

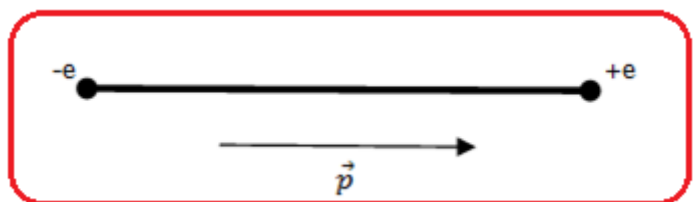
Le moment dipolaire  $\vec{p}$  de la molécule  $\text{NH}_3$  vaut  $\|\vec{p}\| = 5.10^{-30} \text{ C.m}$  . Cette molécule peut en effet être assimilée à un dipôle formé par des charges (+e) et (-e) distantes d'une distance d. Calculer la distance d.

### Réponse :

Le moment dipolaire est donné par :  $\vec{p} = q \times \vec{d}$

$$p = q \times d \rightarrow \text{avec } q = e \quad d = \frac{p}{e}$$

$$d = \frac{5.10^{-30}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \quad d = 3.1 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

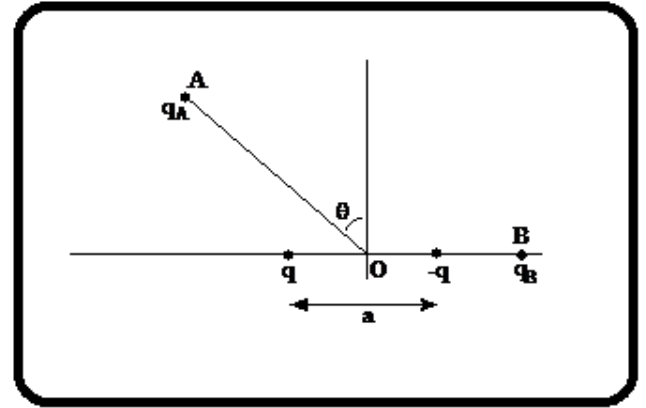


### Exercice III :

1- écrire l'expression de l'énergie potentielle  $E_p$  d'un dipôle  $\vec{p}$  situé dans un espace où règne un champ électrique  $\vec{E}$

2- est-il possible de traduire de manière graphique l'évolution de l'énergie potentielle  $E_p$  en fonction de son orientation vis-à-vis du champ  $\vec{E}$  ? Si oui, établir ce graphe et caractérisez sur celui-ci les positions d'équilibre stable et instable.

3- application : quatre charges  $q_A$ ,  $q_B$ ,  $q$  et  $(-q)$  sont disposées comme l'indique la figure suivante :



a- déterminer l'énergie potentielle et le moment du couple du dipôle dans cette position.

b- quelles sont les valeurs limites que peut prendre l'énergie potentielle de ce dipôle ?

c- calculer le travail nécessaire pour ramener le dipôle à sa position d'équilibre stable ?

Données :

$$OA = 20 \text{ cm} ; OB = 15 \text{ cm} ; a = 2 \text{ cm} ; \theta = 30^\circ ; q = 10^{-12} \text{ C} ; q_A = -5,33 \cdot 10^{-6} \text{ C} ; q_B = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

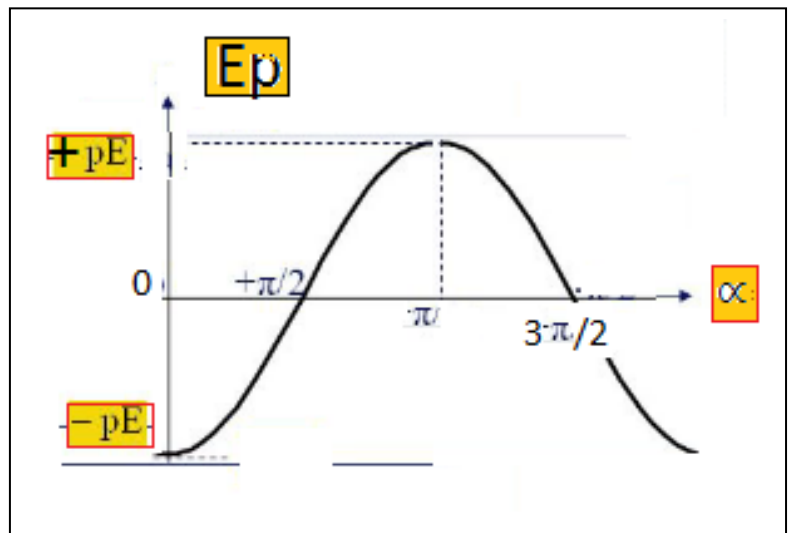
### Réponse :

1. l'énergie potentielle d'un dipôle est donnée par :

$$E_p = -p \times E \times \cos(\alpha) \quad (\alpha) = (\vec{p}, \vec{E})$$

2- pour tracer le graphe de l'énergie, il suffit de prendre quelques angles.

Angle $\alpha$	Energie potentielle
0	$E_p = -p \times E \times \cos(0)$ $(E_p)_{\min} = -p \times E$
$\pi$	$E_p = -p \times E \times \cos(\pi)$ $(E_p)_{\max} = p \times E$
$\pi/2$	$E_p = -p \times E \times \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$ $(E_p) = 0$
$2\pi$	$E_p = -p \times E \times \cos(2\pi)$ $(E_p)_{\min} = -p \times E$



2. Application :

2-1 énergie potentielle du dipôle dans cette position.

$$E_p = -p \times E \times \cos(\alpha) \quad \text{avec : } p = q \times a$$

a- calcul de du champ  $E_0$  :

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_{A/O} + \vec{E}_{B/O}$$

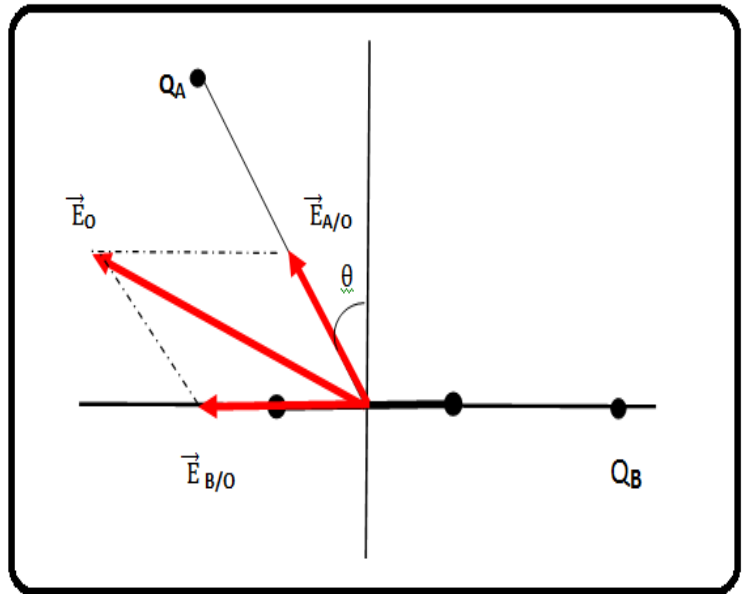
$$E_{A/O} = k \frac{|q_A|}{(OA)^2} \quad E_{A/O} = 9.10^9 \frac{5.33 \cdot 10^{-6}}{(0.2)^2}$$

$$E_{A/O} = 1.2 \cdot 10^6 \left( \frac{V}{m} \right)$$

$$E_{B/O} = k \frac{|q_B|}{(OB)^2} \quad E_{B/O} = 9.10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6}}{(0.15)^2}$$

$$E_{B/O} = 1.2 \cdot 10^6 \left( \frac{V}{m} \right)$$

$$(\vec{E}_{A/O}, \vec{E}_{B/O}) = 60^\circ$$



$$E_O = \sqrt{(E_{A/O})^2 + (E_{B/O})^2 + 2 \times (E_{A/O}) \times E_{B/O} \times \cos(60)}$$

$$E_O = 2.08 \cdot 10^6 \frac{V}{m}$$

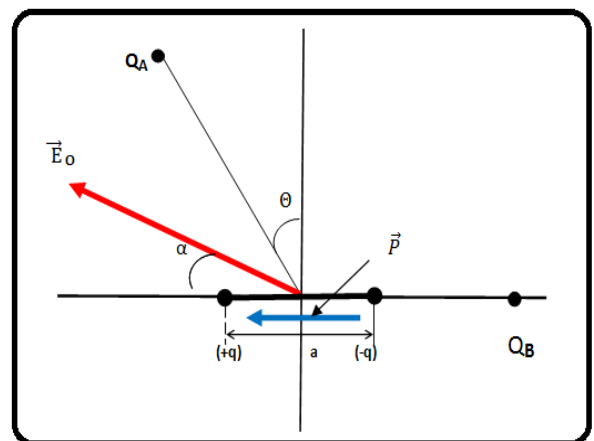
b- Calcul de l'angle  $\alpha$  :

$$\alpha = (\vec{E}_{A/O}, \vec{p}) = 30^\circ$$

$$Ep = -q \times a \times E_O \times \cos(\alpha)$$

$$Ep = -10^{-12} \times 0.02 \times 2.08 \cdot 10^6 \times \cos(30^\circ)$$

$$Ep = -3.6 \cdot 10^{-8} \text{ Joule}$$



2-2 le moment du couple du dipôle dans cette position.

Le moment est donné par :

$$M = P \times E_O \times \sin(\alpha) \quad M = q \times a \times E_O \times \sin(\alpha)$$

$$M = 10^{-12} \times 0.02 \times 2.08 \cdot 10^6 \times \sin(30^\circ) \quad M = 2.08 \cdot 10^{-8} \text{ N.m}$$

2-2 Les valeurs limites de l'énergie potentielle :

$$Ep = -q \times a \times E_O \times \cos(\alpha)$$

$$-1 \leq \cos(\alpha) \leq 1$$

pour  $\alpha = 0$   $\cos(\alpha) = 1$  l'énergie est minimale.

$$Ep_{min} = -10^{-12} \times 0.02 \times 2.08 \cdot 10^6 \times \cos(0) \quad Ep_{min} = -4.16 \cdot 10^{-8} \text{ Joule}$$

pour  $\alpha = \pi$   $\cos(\alpha) = -1$  l'énergie est maximale

$$Ep_{max} = -10^{-12} \times 0.02 \times 2.08 \cdot 10^6 \times \cos(\pi) \quad Ep_{max} = +4.16 \cdot 10^{-8} \text{ Joule}$$

2.1 Le travail des forces électriques :

Le travail des forces électriques est donné par :  $W_{\alpha 1 \rightarrow \alpha 2} = -\Delta Ep$

$$W_{\alpha=30 \rightarrow \alpha=0} = Ep_{\alpha=30} - Ep_{\alpha=0}$$

$$W_{\alpha=30 \rightarrow \alpha=0} = (-3.6 \cdot 10^{-8}) - (-4.16 \cdot 10^{-8}) \quad W_{\alpha=30 \rightarrow \alpha=0} = 0.56 \cdot 10^{-8} (J)$$

#### Exercice IV :

Une charge ponctuelle  $q$  est placée au milieu du segment AB. [ $q = 10^{-9} \text{ C}$ ,  $a = 4 \text{ cm}$ ]

1- déterminer la force qui s'exerce sur la charge  $q$ . Quelle énergie potentielle possède cette charge ?

2- on place maintenant deux charges aux points C et D de telle sorte qu'est formé un carré (comme indiqué par la figure ci-dessous). Déterminer les composantes du champ électrique dans un repère orthonormé placé au centre du carré. En déduire le champ résultant.

3- quelle serait l'énergie potentielle d'un dipôle [ $q = 10^{-10} \text{ C}$  ;  $d = 10^{-10} \text{ m}$ ] placé horizontalement au centre du carré ?

4- quel est le travail qu'il faut fournir pour tourner le dipôle de sa position d'équilibre stable à sa position d'équilibre instable ?

#### Réponse :

1-la force sur la charge  $q$  au point M est

$$\vec{F}_M = \vec{F}_{A/M} + \vec{F}_{B/M}$$

$$F_{A/M} = k \frac{q \cdot q}{(a/2)^2} \quad F_{A/M} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-9} \cdot 10^{-9}}{(0.04/2)^2} \quad F_{A/M} = 2.25 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

$$F_{B/M} = k \frac{q \cdot 2q}{(a/2)^2} \quad F_{B/M} = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{(0.04/2)^2} \quad F_{B/M} = 4.5 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

Les forces étant opposées alors :

$$F_M = F_{A/M} - F_{B/M} \quad F_M = 2.25 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

L'énergie potentielle de la charge  $q$  au point M :

$$Ep_M = q \times (V_M) \quad V_M = V_{A/M} + V_{B/M} \quad V_M = \left( k \frac{-q}{a/2} + \frac{-2q}{a/2} \right) \quad V_M = -6 \frac{k \cdot q}{a} \quad V_M = 6 \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}}{0.04}$$

$$V_M = 13.5 \cdot 10^{-7} \text{ volt}$$

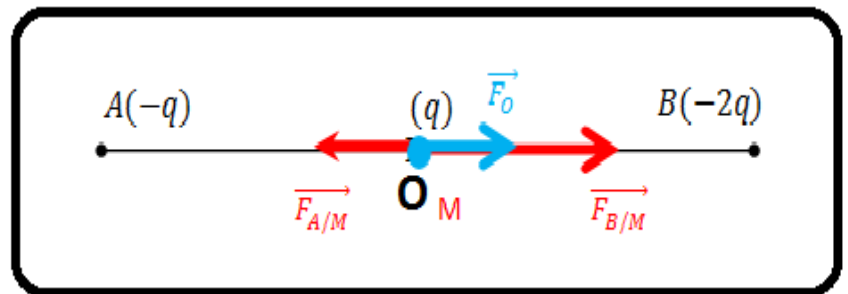
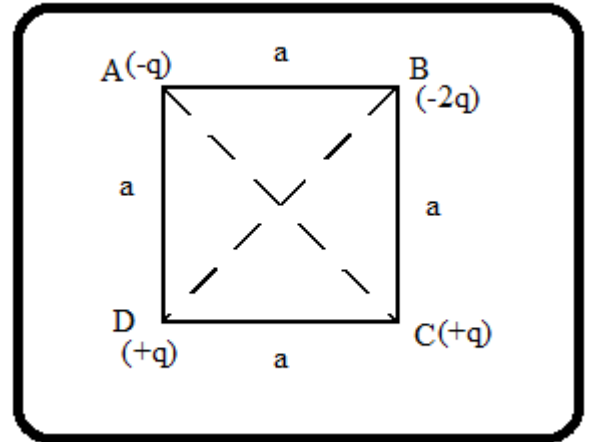
$$Ep_M = 10^{-9} \cdot 1350 \quad Ep_M = 1.35 \cdot 10^{-6} \text{ joule}$$

2- a- Les composantes du champ électrique au centre du carré.

$$(AC)^2 = (a)^2 + (a)^2 \quad (AC)^2 = 2 \cdot (a)^2$$

$$(AO) = (AC)/2 \quad (AO)^2 = (AC)^2/4$$

$$(AO)^2 = (a)^2/2$$



$$E_{A/O} = k \frac{q}{AO^2}$$

$$E_{A/O} = k \frac{2 \times q}{a^2} \quad E_{A/O} = 9.10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9}}{(0.04)^2}$$

$$E_{A/O} = 1.125 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

$$(AO)^2 = (AB)^2 = (AC)^2 = (AD)^2 = \frac{a^2}{2}$$

Les charges aux points A, C et D sont

égales alors on a :

$$E_{A/O} = E_{C/O} = E_{D/O} = 1.125 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

Au point B la charge est  $2q$  alors le

champ est :  $E_{B/O} = 2 \cdot E_{A/O}$

$$E_{B/O} = 2 \cdot 1.125 \cdot 10^4 \quad E_{B/O} =$$

$$2.25 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

On choisit un repère selon OA et OB.

$$\vec{E}_O = \vec{E}_X + \vec{E}_Y$$

$$\vec{E}_X = \vec{E}_{B/O} + \vec{E}_{D/O} \quad \vec{E}_{B/O} \text{ et } \vec{E}_{D/O} \text{ ont le même sens alors :}$$

$$E_X = E_{B/O} + E_{D/O} \quad E_X = 2.25 \cdot 10^4 + 1.125 \cdot 10^4 \quad E_X = 3,375 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

$$\vec{E}_Y = \vec{E}_{A/O} + \vec{E}_{C/O} \quad \vec{E}_{A/O} \text{ et } \vec{E}_{C/O} \text{ ont le même sens alors :}$$

$$E_Y = E_{A/O} + E_{B/O} \quad E_Y = 1.125 \cdot 10^4 + 1.125 \cdot 10^4 \quad E_Y = 2.25 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

Calcul du champ résultant :

$$\vec{E}_O = \vec{E}_X + \vec{E}_Y \quad E_O = \sqrt{(E_X)^2 + (E_Y)^2} \quad E_O = \sqrt{(3,375 \cdot 10^4)^2 + (2.25 \cdot 10^4)^2}$$

$$E_O = 4.05 \cdot 10^4 \text{ V/m}$$

3- L'énergie potentielle d'un dipôle placé au centre du carré.

$$Ep = -P \times E_O \times \cos(\alpha)$$

$$\alpha = \beta + \theta$$

$$\text{Avec } \theta = 45^\circ$$

$$\tan(\beta) = \frac{E_Y}{E_X} \quad \tan(\beta) = \frac{2.25 \cdot 10^4}{3,375 \cdot 10^4} \quad \beta = 33.7^\circ$$

$$\alpha = 45 + 33.7^\circ \quad \alpha = 78,7^\circ$$

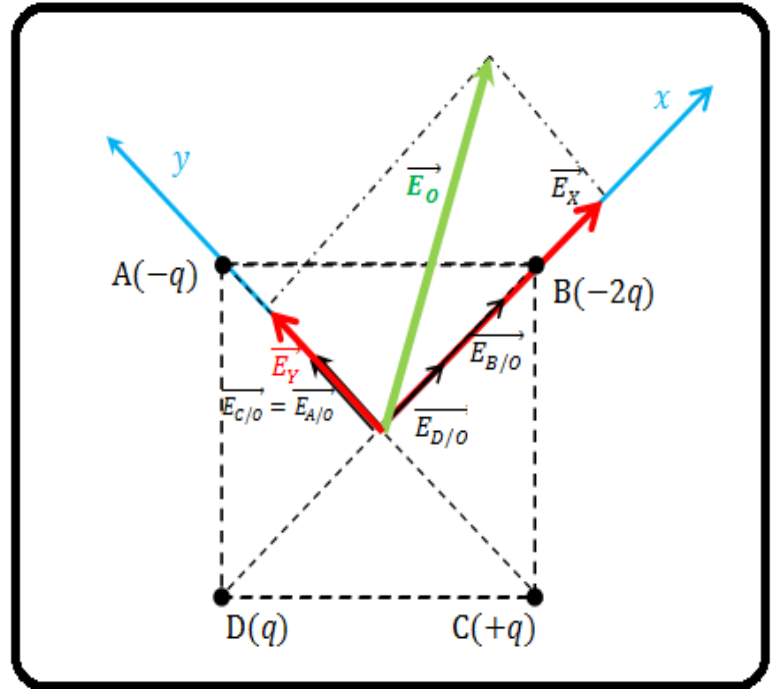
$$P = q \cdot d \quad Ep = -q \cdot d \times E_O \times \cos(\alpha)$$

$$Ep = -10^{-10} \cdot 10^{-10} \times 4.05 \cdot 10^4 \cos(78,7^\circ)$$

$$Ep = -8 \cdot 10^{-17} \text{ joule}$$

4- Le travail des forces électrostatiques.

$$W_{\alpha=0 \rightarrow \alpha=\pi} = Ep_{\alpha=0} - Ep_{\alpha=\pi}$$



$$Ep_{\alpha=0} = -10^{-10} \cdot 10^{-10} \times 4.05 \cdot 10^4 \cos(0^\circ) \quad Ep_{\alpha=0} = -4.05 \cdot 10^{-16} (J)$$

$$Ep_{\alpha=\pi} = -10^{-10} \cdot 10^{-10} \times 4.05 \cdot 10^4 \cos(180) \quad Ep_{\alpha=\pi} = +4.05 \cdot 10^{-16} (J)$$

$$W_{\alpha=0 \rightarrow \alpha=\pi} = -4.05 \cdot 10^{-16} - 4.05 \cdot 10^{-16} \quad W_{\alpha=0 \rightarrow \alpha=\pi} = -8.1 \cdot 10^{-16} (J)$$

### Exercice V :

Soit un dipôle AB constitué d'un ensemble de deux charges ponctuelles  $(-q)$  en A et  $(+q)$  en B. La distance séparant les deux charges est  $d$ . Celle-ci est très petite par rapport à la distance  $r$ , du centre du dipôle au point M, où l'on désire calculer le champ électrostatique

$\vec{E}$  généré par le dipôle AB.

1- déterminer l'expression du potentiel  $V_M$  au point M.

2- en déduire l'expression en coordonnées polaires du champ électrostatique  $\vec{E}$  au point M.

3- établir l'expression du champ  $\vec{E}$  en un point N situé sur l'axe X du dipôle, à une distance  $x$  de B.

4- calculer le potentiel  $V_N$  au point N.

5- établir l'expression du champ  $\vec{E}$  en un point H situé sur la médiatrice de AB, à une distance  $y$  de O (milieu de [AB]).

6- calculer le potentiel  $V_H$  au point H.

### 7- Réponse :

1- expression du potentiel  $V_M$  au point M.

$$V = V(-q) + V(+q)$$

$$V = K \left[ \frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} \right] \Rightarrow V = K \cdot q \cdot \frac{(r_2 - r_1)}{r_2 \cdot r_1}$$

$$\text{On a } r_1 \cdot r_2 \approx r^2 \text{ et } r_2 - r_1 = a \cdot \cos \theta$$

$$V = K \cdot \frac{q \cdot a \cdot \cos \theta}{r^2} \quad \text{avec } p = q \cdot a \quad V = K \cdot \frac{p \cdot \cos \theta}{r^2}$$

2- expression en coordonnées polaires du champ électrostatique  $\vec{E}$  au point M.

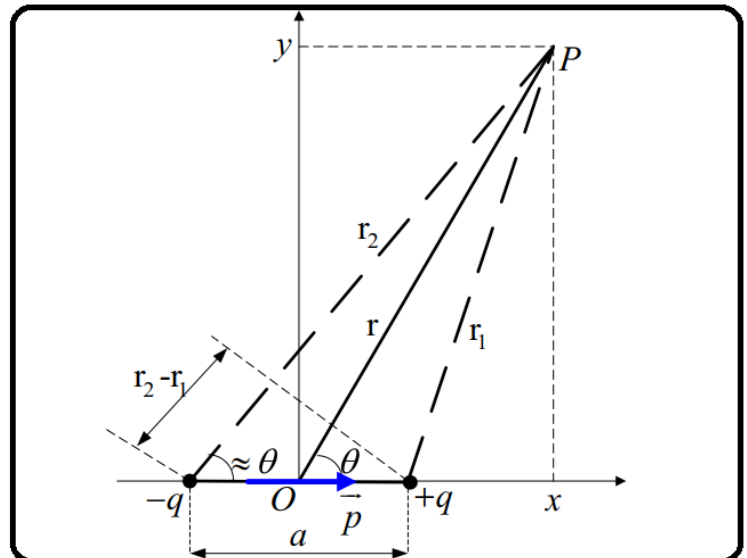
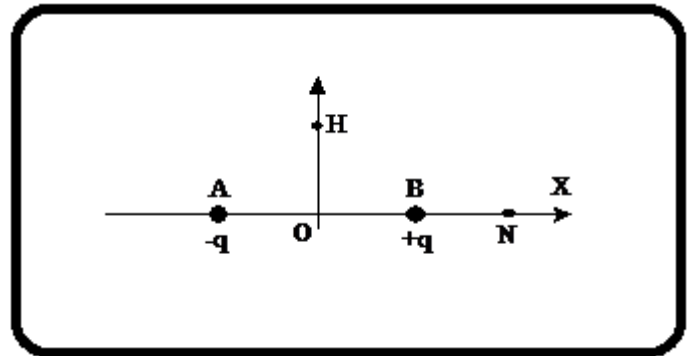
$$\text{on a } \vec{E} = \vec{E}_r + \vec{E}_\theta$$

$\vec{E}_r$  = composante radiale.

$\vec{E}_\theta$  = composante tangentielle.

En module le champ est donné par :

$$E = \sqrt{(E_r)^2 + (E_\theta)^2}$$



$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \quad E_r = 2K \frac{p \cdot \cos \theta}{r^3}$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \quad E_\theta = K \frac{p \cdot \sin \theta}{r^3}$$

3-expression du champ  $\vec{E}$  en un point N situé sur l'axe X du dipôle, à une distance x de B.

➤ Pour le point N on a ( $r=x$  et  $\theta=0$ )

$$E_r = 2 \cdot K \cdot P \frac{\cos \theta}{r^3}$$

$$E_r = 2 \cdot K \cdot P \frac{\cos \left( \frac{\pi}{2} \right)}{x^3}$$

$$E_r = \frac{2 \cdot K \cdot q \cdot a}{x^3} \quad E_\theta = K \cdot P \frac{\sin \left( \frac{\pi}{2} \right)}{x^3} \quad E_\theta = 0$$

$$E = \sqrt{(E_r)^2 + (E_\theta)^2}$$

$$\text{Donc } E = \frac{2 \cdot K \cdot q \cdot a}{x^3}$$

4- le potentiel  $V_N$  au point N.

➤ Pour le point N on a ( $r=x$  et  $\theta=0$ )

$$V = K \cdot \frac{p \cdot \cos \theta}{r^2}$$

$$V = \frac{K \cdot q \cdot a}{x^2}$$

5-expression du champ  $\vec{E}$  en un point H situé sur la médiatrice de AB, à une distance y de O (milieu de [AB]).

➤ Pour le point H on a  $r=y$  et  $\theta = \pi/2$

$$E_r = 2 \cdot K \cdot P \frac{\cos \left( \frac{\pi}{2} \right)}{y^3} \quad E_r = 0$$

$$E_\theta = K \cdot P \frac{\sin \left( \frac{\pi}{2} \right)}{y^3} \quad E_\theta = \frac{K \cdot q \cdot a}{y^3}$$

$$E = \sqrt{(E_r)^2 + (E_\theta)^2}$$

$$\text{Donc } E = \frac{K \cdot q \cdot a}{y^3}$$

6- le potentiel  $V_H$  au point H.

$$V = K \cdot \frac{p \cdot \cos \theta}{r^2}$$

$$V = K \cdot P \frac{\cos \left( \frac{\pi}{2} \right)}{y^3} \quad V=0$$

