

CORRIGE
SERIE
D'EXERCICES
LES
CONDUCTEURS

CORRIGE DE LA SERIE D'EXERCICES C , ELECTROSTATIQUE: LES CONDUCTEURS

Exercice 1 :

Répondre aux questions suivantes en explicitant les réponses :

1. Qu'est-ce qu'un conducteur ?
2. Qu'est-ce qu'un conducteur en équilibre électrostatique, donner ses propriétés.
3. Expliquer pourquoi le champ (\vec{E}) à l'intérieur d'un conducteur en équilibre est nul.
4. Comment évolue le champ électrique dans un conducteur en équilibre ?
5. Pourquoi les surfaces d'un conducteur en équilibre peuvent être assimilées à des équipotentiellles ?
6. Donner l'expression de la pression électrostatique.

Solution :

1. Qu'est-ce qu'un conducteur ?

un conducteur est un corps dans lequel des charges libres peuvent se déplacer sous l'action d'un champ électrique.

On distingue les conducteurs solides et les conducteurs liquides, appelés électrolytes.

Dans les conducteurs solides, il n'y aura que le mouvement des électrons; Alors que dans les électrolytes, il y aura le mouvement des anions (charges négatives) et des cations (charges positives).

2. Qu'est-ce qu'un conducteur en équilibre électrostatique, donner ses propriétés.

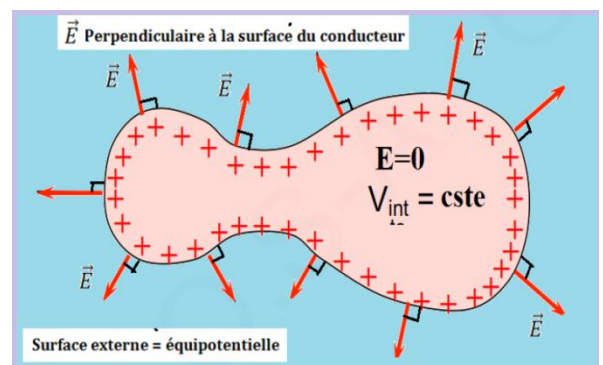
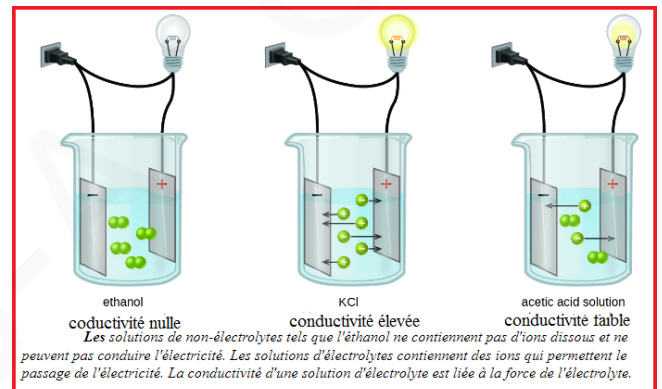
Un conducteur est dit en équilibre électrostatique si toutes les charges électriques sont immobiles.

les propriétés d'un conducteur en équilibre sont:

- a. La charge électrique est répartie en surface.
- b. Le champ électrique à l'intérieur est nul.
- c. le conducteur constitue un volume équipotentiel ($V=\text{constante}$).
- d. La surface externe du conducteur constitue une équipotentielle.
- e. Le vecteur champ électrostatique est perpendiculaire à la surface du conducteur.

3. Expliquer pourquoi le champ (\vec{E}) à l'intérieur d'un conducteur en équilibre est nul.

la force s'exerçant sur une charge est donnée par $F= Q.E$ la force étant nulle car la charge est en équilibre (conducteur en équilibre) donc on déduit que le champ E est nul.



4. Comment évolue le champ dans un conducteur en équilibre ?

Le champ à l'intérieur d'un conducteur en équilibre est :

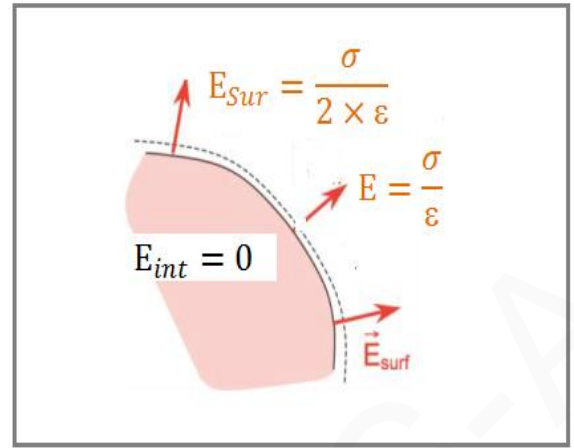
$$E_{int} = 0$$

Le champ au sein de la couche superficielle d'un conducteur en équilibre est :

$$E_{Sur} = \frac{\sigma}{2 \times \epsilon}$$

Le champ au voisinage immédiat extérieur d'un conducteur en équilibre est :

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$



5. La pression électrostatique.

la charge du conducteur en équilibre est répartie sur la surface, et elle est soumise à l'action du champ électrique $E_{Sur} = \frac{\sigma}{2 \times \epsilon}$, donc la surface S est soumise à une force électrique $F = Q \cdot E_{Sur}$; par suite à une pression électrostatique donnée par :

$$P = \frac{F}{S} \quad P = \frac{Q \cdot E_{Sur}}{S} \quad \text{on a } Q = \sigma \cdot S \quad \text{donc } P = \frac{\sigma \cdot S \cdot E_{Sur}}{S}$$

$$\text{on a } E_{Sur} = \frac{\sigma}{2 \times \epsilon} \quad \text{donc } P = \frac{\sigma \cdot S \cdot \frac{\sigma}{2 \times \epsilon}}{S} \rightarrow P = \frac{\sigma^2}{2 \times \epsilon}$$

Exercice 2 :

Soient deux sphères conductrices (S_1) et (S_2) de rayons (R_1) et (R_2) suffisamment éloignées et reliées par un fil conducteur de capacité négligeable. On porte l'ensemble au potentiel (V).

1. Exprimer le rapport des densités de charges (σ_1/σ_2) portées respectivement par chacune des sphères.

2. Si l'on suppose qu'avant de relier les deux sphères, le conducteur (S_1) de rayon ($R_1 = 10$ cm) était porteur d'un excédent de charges négatives égal à ($Q_1 = 3,1 \cdot 10^{12} e^-$), le second conducteur (S_2) de rayon ($R_2 = 5$ cm) étant initialement neutre. Quelle est la densité superficielle de charges déposée sur chacun des deux conducteurs après leur mise en liaison.

Solution :

1- Les deux sphères sont au même potentiel, donc $V_1 = V_2$: pour un conducteur sphérique en équilibre on a :

$V = k \cdot \frac{Q}{R}$. alors pour les deux sphères on aura :

$$V = k \cdot \frac{Q_1}{R_1} = k \cdot \frac{Q_2}{R_2} \quad \text{donc } \frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2} \quad (1) \quad \text{on a } Q = \sigma \cdot S \quad \text{alors } \frac{\sigma_1 \cdot S_1}{R_1} = \frac{\sigma_2 \cdot S_2}{R_2} \quad \text{on a } S = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \quad \text{alors } \frac{\sigma_1 \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_1^2}{R_1} = \frac{\sigma_2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_2^2}{R_2}$$

$$\frac{\sigma_1 \cdot R_1^2}{R_1} = \frac{\sigma_2 \cdot R_2^2}{R_2} \quad \text{ce qui donne } \sigma_1 \cdot R_1 = \sigma_2 \cdot R_2$$

2- il y a conservation de la charge totale , la charge initiale est égale à la charge finale.

$$Q_{01} + Q_{02} = Q_1 + Q_2$$

$$Q_{02} = 0 \text{ donc } Q_{01} = Q_1 + Q_2 \text{ de l'équation (1) on a } Q_2 = Q_1 \frac{R_2}{R_1} \text{ alors } Q_{01} = Q_1 + Q_1 \frac{R_2}{R_1} \quad Q_{01} = Q_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$Q_1 = \frac{Q_{01}}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} \quad Q_1 = \frac{3,1 \cdot 10^{12} \cdot e^-}{\left(1 + \frac{5}{10}\right)} \quad Q_1 = 2,067 \cdot 10^{12} \cdot e^-$$

$$Q_2 = Q_1 \frac{R_2}{R_1} \quad Q_2 = 2,067 \cdot 10^{12} \cdot e^- \cdot \left(\frac{5}{10}\right) \quad Q_2 = 1,033 \cdot 10^{12} \cdot e^-$$

les charges en Coulomb :

$$Q_1 = 2,067 \cdot 10^{12} \cdot e^- \quad Q_1 = 2,067 \cdot 10^{12} \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19})$$

$$Q_2 = 1,033 \cdot 10^{12} \cdot e^- \quad Q_2 = 1,033 \cdot 10^{12} \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19})$$

calcul des densités de charge

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{S_1} \quad \sigma_1 = \frac{Q_1}{4 \cdot \pi \cdot R_1^2} \quad \sigma_1 = \frac{2,067 \cdot 10^{12} \cdot e^-}{4,3 \cdot 14 \cdot 0,1^2} \quad \sigma_1 = 16,45 \cdot 10^{12} \cdot e^- / m^2$$

$$\sigma_2 = \frac{Q_2}{S_2} \quad \sigma_2 = \frac{Q_2}{4 \cdot \pi \cdot R_2^2} \quad \sigma_2 = \frac{1,033 \cdot 10^{12} \cdot e^-}{4,3 \cdot 14 \cdot 0,05^2} \quad \sigma_2 = 32,9 \cdot 10^{12} \cdot e^- / m^2$$

en coulomb:

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{S_1} \quad \sigma_1 = \frac{Q_1}{4 \cdot \pi \cdot R_1^2} \quad \sigma_1 = \frac{-3,3 \cdot 10^{-7}}{4,3 \cdot 14 \cdot 0,1^2} \quad \sigma_1 = -26,32 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{Q_2}{S_2} \quad \sigma_2 = \frac{Q_2}{4 \cdot \pi \cdot R_2^2} \quad \sigma_2 = \frac{1,65 \cdot 10^{-7}}{4,3 \cdot 14 \cdot 0,05^2} \quad \sigma_2 = -52,64 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$$

Exercice 3 :

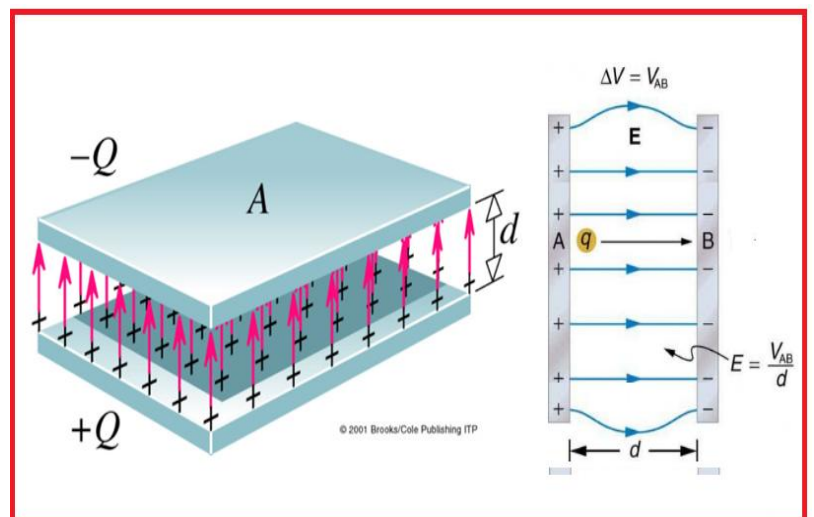
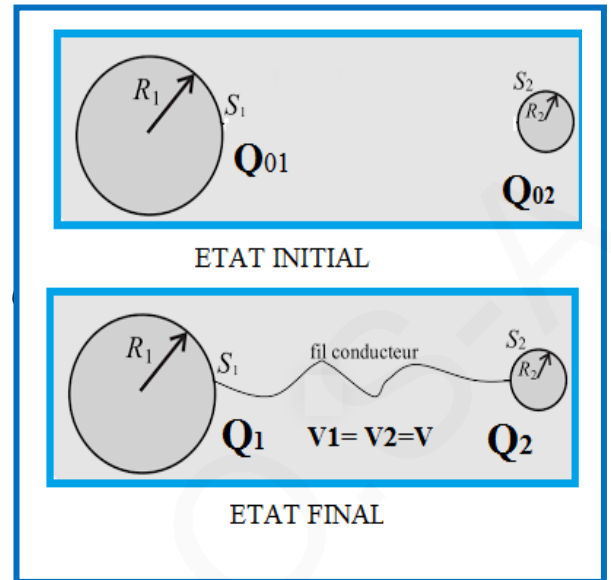
La membrane cellulaire est un conducteur électrolyte, elle se laisse traverser par des ions par des canaux spécifiques reliant le milieu extracellulaire et le milieu intracellulaire. Le potentiel transmembranaire d'une cellule au repos ($\Delta V = V_i - V_e = -70 \text{ mV}$), si l'on suppose que sa forme est sphérique de rayon interne ($r = 0,1 \text{ um}$), et que son épaisseur ($e = 7 \text{ nm}$). On donne : ($\epsilon_r = 80$); ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ S.I}$)

1. Calculer la charge mise en jeu dans le potentiel transmembranaire.

2. En déduire le nombre de charges positives et de charges négatives dans le cas d'une cellule au repos on donne ($q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$).

Solution :

Rappel: condensateur : les charges positives et les négatives sont séparées sur deux bornes. Cela crée une tension, ou différence de potentiel ΔV , Il y a aussi un champ électrique qui s'installe. La charge du condensateur Q est proportionnelle au potentiel entre les bornes ΔV : $Q = C \cdot \Delta V$



La constante de proportionnalité C est la capacité du condensateur à stocker des charges.

1. Calcul de la charge transmembranaire.

la membrane constitue un condensateur sphérique; dans le cas où l'épaisseur du condensateur est négligeable devant ses rayons; sa capacité est pratiquement égale à celle d'un condensateur plan, cette dernière est donnée par :

$$C = \frac{\epsilon \cdot S}{d} \text{ avec } \epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

la surface d'une sphère est donnée par $S = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ alors $C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2}{d}$

$$C = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 80,43 \cdot 14 \cdot (0,1 \cdot 10^{-6})^2}{7 \cdot 10^{-9}} \quad C = 1,27 \cdot 10^{-14} (\text{F})$$

La charge d'un condensateur est donnée par :

$$Q = C \times \Delta V \quad Q = 1,27 \cdot 10^{-14} \cdot 70 \cdot 10^{-3} \rightarrow Q = 8,9 \cdot 10^{-16} (\text{C})$$

2. Le nombre de charges est donné par :

$$Q = n \times e \rightarrow n = \frac{Q}{e} \quad n = \frac{8,9 \cdot 10^{-16}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \rightarrow n = 5560 \text{ charges}$$

Exercice 4 :

Une sphère conductrice de rayon ($r_1 = 5 \text{ cm}$) est à un potentiel ($V_1 = 5 \text{ V}$). Une autre sphère conductrice de rayon ($r_2 = 10 \text{ cm}$) est à un potentiel ($V_2 = 10 \text{ V}$). On les réunit par un long fil de capacité négligeable.

1. Quel est le potentiel commun aux deux conducteurs ?

2. Quelle est la capacité de l'ensemble ?

Réponse :

1. Le potentiel commun aux deux conducteurs.

il y a conservation de la charge totale, la charge initiale est égale à la charge finale.

$$Q_{\text{tot}} = Q_{01} + Q_{02} = Q_1 + Q_2 \quad (1)$$

on sait que $V = k \cdot \frac{Q}{R}$ donc $Q = \frac{R \cdot V}{k}$ selon les indices on peut écrire en remplaçant dans l'équation (1):

$$Q_{\text{tot}} = \frac{R_1 \cdot V_{01}}{k} + \frac{R_2 \cdot V_{02}}{k} = \frac{R_1 \cdot V_1}{k} + \frac{R_2 \cdot V_2}{k} \quad R_1 \cdot V_{01} + R_2 \cdot V_{02} = R_1 \cdot V_1 + R_2 \cdot V_2$$

Les deux sphères sont au même potentiel, $V_1 = V_2 = V$:

$$R_1 \cdot V_{01} + R_2 \cdot V_{02} = (R_1 + R_2) \cdot V \quad V = \frac{R_1 \cdot V_{01} + R_2 \cdot V_{02}}{(R_1 + R_2)} \quad V = \frac{0,05 \cdot 5 + 0,1 \cdot 10}{(0,05 + 0,1)} \quad V = 8,33 \text{ Volt}$$

2. La capacité de l'ensemble des conducteurs :

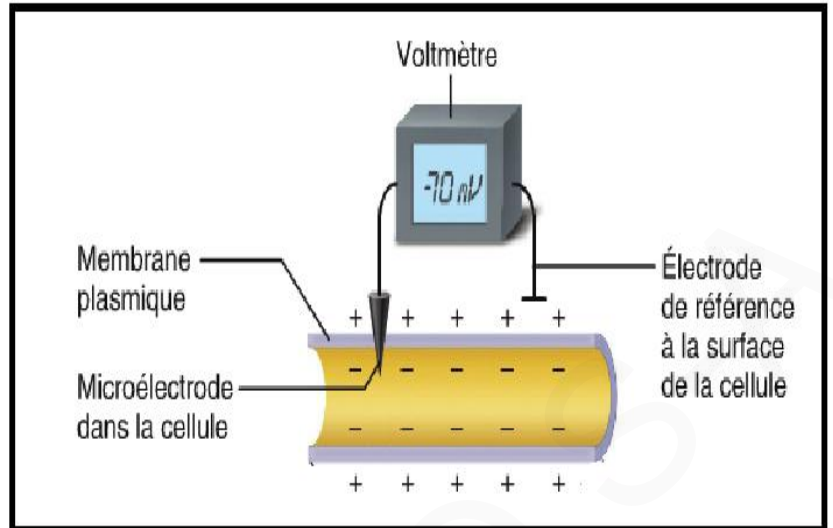
$$C_{\text{tot}} = \frac{Q_{\text{tot}}}{V} \rightarrow C_{\text{tot}} = \frac{\frac{R_1 \cdot V_{01}}{k} + \frac{R_2 \cdot V_{02}}{k}}{V} \rightarrow C_{\text{tot}} = \frac{R_1 \cdot V_{01} + R_2 \cdot V_{02}}{k \cdot V} \rightarrow C_{\text{tot}} = \frac{0,05 \cdot 5 + 0,1 \cdot 10}{9 \cdot 10^9 \cdot 8,33}$$

$$C_{\text{tot}} = 16,7 \cdot 10^{-12} (\text{F}) \quad C_{\text{tot}} = 16,7 (\text{pF})$$

Exercice 5 :

Au repos la membrane cellulaire présente une différence de potentiel entre le milieu extracellulaire et le milieu intracellulaire ($\Delta V = V_i - V_e = -70 \text{ mV}$). Connaissant l'épaisseur de la membrane cellulaire ($e = 7 \text{ nm}$).

1. Calculer le champ généré par cette différence de potentiel transmembranaire au repos. Donner son sens d'orientation.
2. Si l'on suppose que la cellule est de forme sphérique de rayon interne ($r = 30 \mu\text{m}$), calculer la capacité propre d'une cellule dans le vide. On donne ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ (SI)}$).
3. Lorsque le potentiel d'action est déclenché, une grande quantité de sodium extracellulaire rentre dans la cellule, à travers des canaux spécifiques. Si l'on suppose que le nombre de canaux responsables de ce transfert de charge est de ($100 \text{ canaux}/\mu\text{m}^2$) et que la différence de potentiel devient ($\Delta V = V_i - V_e = +0,03 \text{ V}$).
 - a. Calculer le champ électrique transmembranaire lorsque le potentiel d'action est déclenché. Quelle est son orientation ?
 - b. Calculer la quantité de charges de sodium qui rentre dans le milieu intracellulaire.
 - c. En déduire le nombre d'ions de sodium total traversant la membrane cellulaire.
 - d. Quel est le nombre d'ions le sodium traversant la membrane par canal.

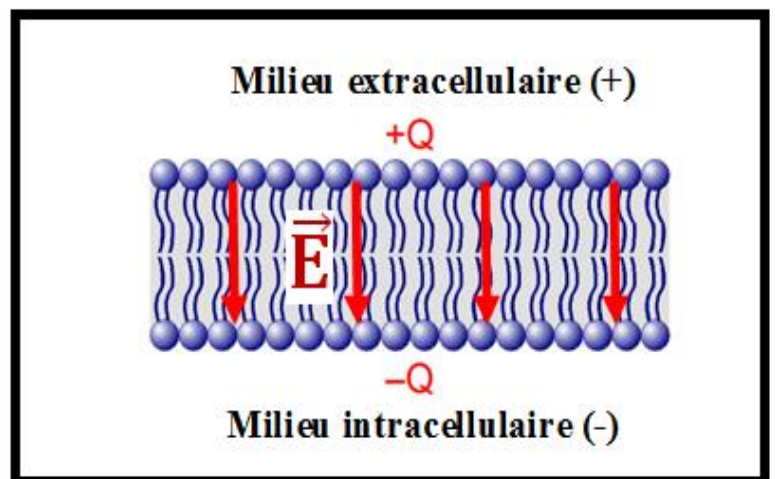


Solution :

1-Le champ électrique généré par la différence de potentiel transmembranaire au repos. La membrane constitue un condensateur dont les armatures sont séparées par une épaisseur $e = 7 \text{ nm}$ entre lesquelles la différence de potentiel est $\Delta V = V_i - V_e = -70 \text{ mV}$, il existe donc entre les armatures un champ électrique donné par :

$$E = \frac{\Delta V}{e} \rightarrow E = \frac{70 \cdot 10^{-3}}{7 \cdot 10^{-9}} \rightarrow$$

$$E = 10^7 \text{ (V/m)}$$



Le champ est orienté dans le sens des potentiels décroissants, (de l'armature positive vers l'armature négative) C'est-à-dire du milieu extracellulaire vers le milieu intracellulaire.

1. La capacité propre d'une cellule.

la capacité propre de la cellule est donnée par : $C = \frac{\epsilon \cdot S}{d}$ avec $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$

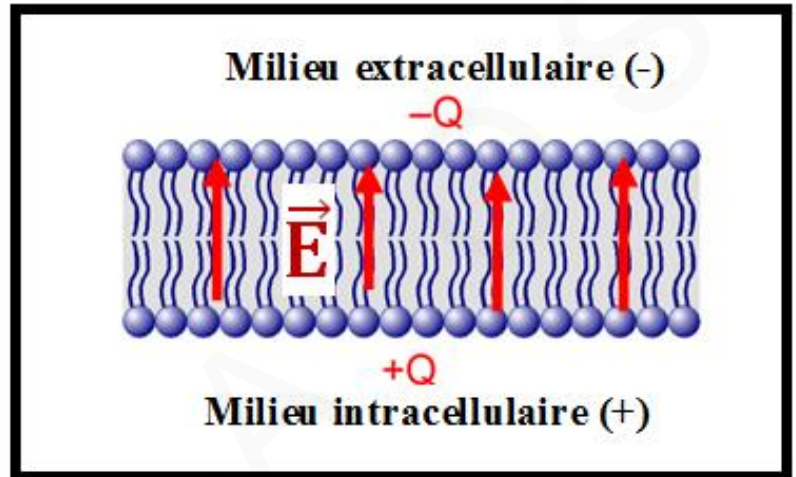
la surface d'une sphere est donnée par $S = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ alors $C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2}{d}$ pour le vide $\epsilon_r = 1$

$$C = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4,3 \cdot 14 \cdot (30 \cdot 10^{-6})^2}{7 \cdot 10^{-9}} \quad C = 14,3 \cdot 10^{-12} \quad C = 14,3 \text{ pF}$$

2. Lorsque le potentiel d'action est déclenché, la polarité s'inverse, c'est-à-dire que le milieu intracellulaire devient chargé positivement et le milieu extracellulaire chargé négativement.

a. Le champ électrique transmembranaire lorsque le potentiel d'action est déclenché est donnée par :

$$E = \frac{\Delta V}{e} \rightarrow E = \frac{0,03}{7 \cdot 10^{-9}} \rightarrow E = 4,3 \cdot 10^6 \text{ (V/m)}$$



Le champ est orienté du milieu intracellulaire vers le milieu extracellulaire.

b. Calcul de la quantité de sodium qui rentre dans le milieu intracellulaire, lors de l'ouverture des canaux sodiques.

la charge du condensateur est donnée par :

$$Q = C \times \Delta V = 14,3 \cdot 10^{-12} \times 0,03 \rightarrow Q = 4,3 \cdot 10^{-13} \text{ (C)}$$

c. la charge Q est transportée par des ions de sodium, le nombre total d'ions est donné par ;

$$Q = n \times e \rightarrow n = \frac{Q}{e} \quad n = \frac{4,3 \cdot 10^{-13}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \rightarrow n = 2,69 \cdot 10^6 \text{ ions de (Na}^+) \text{}$$

d. Le nombre d'ion de sodium traversant la membrane par canal.

on calcule le nombre total de canaux incrustés dans la membrane cellulaire.

la surface de la membrane cellulaire est $S = 4 \times \pi \times r^2 \quad S = 4 \times \pi \times (30 \text{ um})^2 \quad S = 11300 \text{ (um)}^2$

$$\begin{cases} 1 \text{ um}^2 & \rightarrow 100 \text{ canaux} \\ 11300 \text{ (um)}^2 & \rightarrow n_c \end{cases} \rightarrow n_c = 9 \cdot 10^6 \text{ canaux}$$

Le nombre d'ion sodium traversant la membrane par canal est :

$$n = \frac{n_{tot}}{n_{canaux}} \rightarrow n = \frac{2,69 \cdot 10^6}{1,13 \cdot 10^6} \quad n = 3 \text{ ions/canal}$$

Exercice 6 (à faire par les étudiants) :

1. Soit une sphère conductrice de rayon ($r = 3 \text{ mm}$), et supposée en équilibre électrostatique. Celle-ci baigne dans un milieu isolant de permittivité (ϵ_0). Cette sphère est chargée d'une charge ($Q = 10^{-6} \text{ C}$). La norme ($|\vec{E}|$) du champ électrique au centre de cette sphère vaut :

a- $|\vec{E}| = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}$. b- $|\vec{E}| = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ V/m}$. c- $|\vec{E}| = 3,0 \cdot 10^{+3} \text{ V/m}$. d-T.R.F.

le champ à l'intérieur d'un conducteur en équilibre est nul $E=0$.

2. Suite à la question précédente, la pression électrostatique au niveau de la couche superficielle de cette sphère vaut :

a- $P = 3,79 \cdot 10^6 \text{ SI}$. b- $P = 4,42 \cdot 10^6 \text{ SI}$. c- $P = 6,54 \cdot 10^6 \text{ SI}$. d-T.R.F.

la pression électrostatique est donnée par : $P = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$ avec $\sigma = \frac{Q}{S}$ $P = \frac{(\frac{Q}{S})^2}{2\epsilon_0}$ $S = 4\pi \cdot r^2$ $P = \frac{(\frac{Q}{4\pi \cdot r^2})^2}{2\epsilon_0}$

$$P = \frac{(\frac{10^{-6}}{4\pi \cdot 0.003^2})^2}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \quad \text{P} = 4,42 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

3-Suite à la question précédente, la valeur du champ électrique au voisinage immédiat de cette sphère est :

a- $|\vec{E}| = 10^9 \text{ V/m}$. b- $|\vec{E}| = 10^8 \text{ V/m}$. c- $|\vec{E}| = 5,0 \cdot 10^8 \text{ V/m}$. d-T.R.F.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \sigma = \frac{Q}{S} \quad E = \frac{\frac{Q}{S}}{\epsilon_0} \quad E = \frac{\frac{Q}{4\pi \cdot r^2}}{\epsilon_0} \quad E = \frac{\frac{10^{-6}}{4\pi \cdot 0.003^2}}{8,85 \cdot 10^{-12}} \quad E = 10^9 \text{ V/m}$$

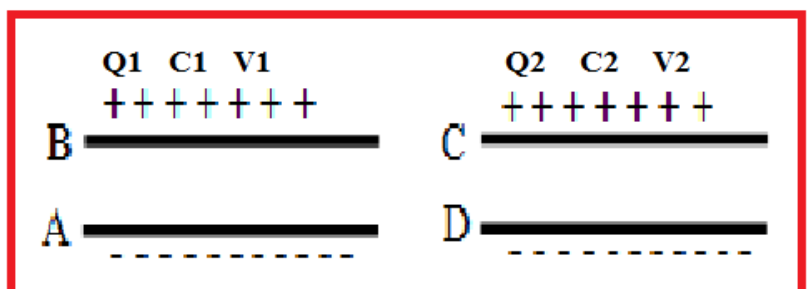
3. Soit un point (M) suffisamment éloigné (distant de 3 m) de la sphère caractérisée dans les questions précédentes. on suppose que cette sphère est assimilable à une charge ponctuelle. En ce point (M), se trouve une autre charge ponctuelle ($q' = 10^{-7} \text{ C}$). La norme de la force d'interaction coulombienne entre cette sphère et cette charge vaut :

a- $|\vec{F}| = 10^{-4} \text{ N}$. b- $|\vec{F}| = 10^{-3} \text{ N}$. c- $|\vec{F}| = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ N}$. d-T.R.F.

$$F = k \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2} \quad F = 9 \cdot 10^9 \frac{|10^{-6} \cdot 10^{-7}|}{3^2} \quad F = 10^{-4} \text{ N}$$

Exercice 7 :

1. Soient deux condensateurs plans (AB) et (CD) de capacités respectives (C_1) et (C_2) avec ($C_1 = 0,4 \text{ nF}$) et ($C_2 = 0,1 \text{ nF}$) portant respectivement les charges ($Q_1 = 8 \text{ nC}$) et ($Q_2 = 3 \text{ nC}$). les plaques (A) et (D), initialement au même



potentiel, sont reliées par un fil conducteur. À l'équilibre, la charge (Q_1) du condensateur (AB) devient égale à :

a- $Q_1 = 14 \text{ nC}$ b- $Q_1 = 2 \text{ nC}$ c- $Q_1 = 8 \text{ nC}$ d-T.R.F.

puisque les plaques A et D sont au même potentiel; donc il n'y a pas de mouvement de charge par suite il n'y a pas de changement de charge. donc $Q_1 = 8 \text{ nC}$

2. La charge (Q_2) du condensateur (CD) devient alors égale à :

a- $Q_2 = 1,5 \text{ nC}$ b- $Q_2 = 7,5 \text{ nC}$ c- $Q_1 = 3 \text{ nC}$ d-T.R.F.

puisque les plaques A et D sont au même potentiel; donc il n'y a pas de mouvement de charge par suite il n'y a pas de changement de charge. donc $Q_2 = 3 \text{ nC}$

3. La différence de potentiel (U_1) aux bornes du condensateur (AB) vaut :

a- $U_1 = 20 \text{ V}$ b- $U_1 = 50 \text{ V}$ c- $U_1 = 80 \text{ V}$ d-T.R.F.

pour un condensateur on a $Q = C \times U$ $U = \Delta V$

donc $Q_1 = C_1 \cdot U_1$ alors $U_1 = \frac{Q_1}{C_1} \rightarrow U_1 = \frac{8 \text{ nC}}{0,4 \text{ nF}}$ $U_1 = 20 \text{ V}$

4. La différence de potentiel aux bornes (U_2) du condensateur (CD) vaut :

a- $U_2 = 55 \text{ V}$ b- $U_2 = 80 \text{ V}$ c- $U_2 = 30 \text{ V}$ d-T.R.F.

pour un condensateur on a $Q = C \times U$ $U = \Delta V$

donc $Q_2 = C_2 \cdot U_2$ alors $U_2 = \frac{Q_2}{C_2} \rightarrow U_2 = \frac{3 \text{ nC}}{0,1 \text{ nF}}$ $U_2 = 30 \text{ V}$

5. L'énergie interne (E_1) emmagasinée dans le condensateur (AB) vaut :

a- $E_1 = 8 \cdot 10^{-8} \text{ J}$ b- $E_1 = 3,2 \cdot 10^{-7} \text{ J}$ c- $E_1 = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ J}$ d-T.R.F.

l'énergie d'un condensateur est donnée par:

$$E_n = \frac{1}{2} C U^2 \quad \text{ou} \quad E_n = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad \text{ou} \quad E_n = \frac{1}{2} Q U$$

$$(E_n)_1 = \frac{1}{2} Q_1 \cdot U_1 \quad (E_n)_1 = \frac{1}{2} 8 \cdot 10^{-9} \cdot 20 \quad (E_n)_1 = 8 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

6. L'énergie interne E emmagasinée dans le système total vaut :

a- $E = 12,8 \cdot 10^{-8} \text{ J}$ b- $E = 3,65 \cdot 10^{-7} \text{ J}$ c- $E = 3,2 \cdot 10^{-7} \text{ J}$ d-T.R.F.

$$(E_n)_2 = \frac{1}{2} Q_2 \cdot U_2 \quad (E_n)_2 = \frac{1}{2} 3 \cdot 10^{-9} \cdot 30 \quad (E_n)_2 = 4,5 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

$$(E_n) = (E_n)_1 + (E_n)_2 \quad (E_n) = 8 \cdot 10^{-8} + 4,5 \cdot 10^{-8} \quad (E_n) = 12,5 \cdot 10^{-8} \text{ J}$$

Exercice 8 :

1-soient deux sphères chargées S1 de rayon R1 et S2 de rayon R2 avec R1>R2. ces deux sphères sont reliées entre elles par un fil conducteur de capacité négligeable; à l'équilibre les charges des deux sphères vérifient :

$$a - Q_1 > Q_2 \quad b - Q_1 < Q_2 \quad c - Q_1 = Q_2 \quad d - \text{TRSF}$$

à l'équilibre on a $V = k \frac{q_1}{R_1} = k \frac{q_2}{R_2}$ $Q_{tot} = Q_{01} + Q_{02} = Q_1 + Q_2$ (1)

on a $R_1 > R_2$ donc $\frac{R_1}{R_2} > 1$ alors $q_1 > q_2$

2- les densités de charge des deux sphères vérifient:

$$a - \sigma_1 > \sigma_2 \quad b - \sigma_1 < \sigma_2 \quad c - \sigma_1 = \sigma_2 \quad d - TRSF$$

à l'équilibre on a $\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2$ $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{R_1}{R_2}$ on a $R_1 > R_2$ donc $\frac{R_1}{R_2} > 1$ donc $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} > 1$
alors $\sigma_2 > \sigma_1$

3- les charges initiales des deux sphères sont $Q_{01} = 10^{-12} C$ et $Q_{02} = 2 \cdot 10^{-12} C$; à l'équilibre la charge de la première sphère est (on donne $R_1 = 10$ cm et $R_2 = 5$ cm) :

$$a - Q_1 = 2 \cdot 10^{-12} \quad b - Q_1 = 0,5 \cdot 10^{-12} \quad c - Q_1 = 10^{-12} Q_2 \quad d - TRSF$$

la conservation de la charge donne : $Q_{tot} = Q_{01} + Q_{02} = Q_1 + Q_2$ (1)

on a $V = k \frac{Q_1}{R_1} = k \frac{Q_2}{R_2}$ donc $\frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2}$ $Q_2 = Q_1 \frac{R_2}{R_1}$ alors $Q_{01} + Q_{02} = Q_1 + Q_1 \frac{R_2}{R_1}$

$$Q_{01} + Q_{02} = Q_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$Q_1 = \frac{Q_{01} + Q_{02}}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} \quad Q_1 = \frac{10^{-12} + 2 \cdot 10^{-12}}{\left(1 + \frac{5}{10}\right)} \quad Q_1 = 2 \cdot 10^{-12} C$$

4- suite à la question précédente :

$$a - Q_2 = 2 \cdot 10^{-12} \quad b - Q_2 = 0,5 \cdot 10^{-12} \quad c - Q_2 = 10^{-12} Q_2 \quad d - TRSF$$

$$Q_2 = Q_1 \frac{R_2}{R_1} \quad Q_2 = 2 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{5}{10} \quad Q_2 = 10^{-12} C$$