Module de Biophysique

1ère année de médecine dentaire
Département de Médecine Dentaire
Faculté de Médecine – Université ALGER 1
e-mail : biophysique_facmed-alger@hotmail.com

biomécanique des fluides

- quelques applications -

Professeur M. CHEREF

Application 1

1- un skieur (de masse m = 72 kg) exerce une pression P1 lorsqu'il est en chaussures (sachant que la surface de chaque chaussure est de 10x30 cm²) et une pression P2 lorsqu'il porte des skis de surface au sol de (chaque ski a une surface de 15x200 cm²). Que vaut la pression P_1 ? que vaut la pression P_2. Conclure.

A- détermination du poids du skieur : P = 72 x 9,81 SI

B- calcul de la pression exercée par le skieur avec ses chaussures sur la neige :

$P1 = P/S1 = P/(2x10x30.10^{-4})$ SI

B- calcul de la pression exercée par le skieur avec ses skis sur la neige :

$P2 = P/S2 = P/(2x15x200.10^{-4})$ SI

Application 2

2- un tube en U contient du mercure. Un expérimentateur y ajoute dans la branche gauche une quantité de 20 cm^3 d'un liquide masse volumique ρ. Dans la branche de droite, il y ajoute une quantité d'eau correspondant à une hauteur d'eau de 16 cm (ρ_e = 1000 kg/m^3). Il constate alors que les deux surfaces de séparation du mercure sont au même niveau. Sachant que la section interne du tube est de 1 cm², que vaut la masse volumique ρ ?

A- les surfaces libres = même pression (PA = PA')

B- surface de séparation Hg-H2O et Hg-inconnu : même niveau : pression PB = PB'

C- calcul de la masse volumique inconnue ρ :

PA-PB = PA'-PB'

$\rho_e.g.h_{eau} = \rho.g.h$

0,8 g/cm^3

Application 3

3- un tube en U contient du mercure (ρ_m = 13,6 g/cm3) et un second liquide. Les deux surfaces libres des liquides se stabilisent respectivement à 5 cm et 40 cm de leur surface de séparation. Que vaut la masse volumique du second liquide ?

A- les surfaces libres = même pression (PA = PA')

B- même niveau dans un même liquide : pression PB = PB'

C- calcul de la masse volumique inconnue ρ :

PA-PB = PA'-PB'

$\rho_{hg}.g.h_{hg} = \rho.g.h$

1,7 g/cm^3

Application 4

4- un tube en U contient du mercure (ρ_m = 13,6 g/cm3). Un expérimentateur y introduit 100 cm^3 d'eau dans la branche droite. Sachant que le diamètre interne est de 2 cm, quel est le déplacement de la surface libre du mercure dans la branche gauche du tube ?

A- les surfaces libres = même pression (PA = PA')

B- même niveau dans un même liquide : pression PB = PB'

C- calcul de la masse volumique inconnue ρ :

PA-PB = PA'-PB'

$\rho_{hg}.g.h_{hg} = \rho_e.g.h_e$

déplacement : 1,17 cm

Application 5

5- soit un corps solide plongé dans une éprouvette remplie d'un liquide masse volumique ρ_h (ρ_h = 0,8 g/cm^3). Le fait de plonger ce corps dans ce fluide va entraîner un déplacement de la surface libre du liquide de h = 4 cm (le diamètre de l'éprouvette est d = 4 cm). Que vaut la poussée d'Archimède subie par ce corps ?

A- à partir de la hauteur, revenir vers l'expression du volume d'un liquide donné

$$V = p \times (d/2)^2 \times h$$

B- écrire la poussée d'Archimède : $P_A = \rho_H \times V \times g$

C- en déduire la valeur de la poussée d'Archimède

solution : P_A = 0,39 N

Application 6

6- calculer, pour un iceberg, le rapport du volume émergé V_e sur le volume total V_t de cet iceberg, sachant que la masse volumique de la glace ρ_g est $0,9.10^3$ kg/m^3 et la masse volumique de l'eau ρ_e est 1000 kg/m^3.

A- iceberg en équilibre (P_A égalise le poids P de celui-ci) : $P_A = P = (V_i + V_e) \times \rho_g \times g$

B- écrire la poussée d'Archimède (volume immergé V_i) vis-à-vis du volume émergé V_e

$$P_A = V_i \times \rho_e \times g$$

C- l'on en déduit le rapport $V_e / V_T = 1/10$

Application 7

7- un solide, constitué d'un alliage d'or et de cuivre, a une masse de 1 kg. Plongé dans l'eau, son poids apparent est de 9,22 N. quel est le volume total du solide? quels sont les volumes respectifs de cuivre et d'or ? quelles sont les masses respectives d'or et de cuivre ? [$\rho_{Au} = 20.10^3$ kg/m^3 ; $\rho_{Cu} = 9.10^3$ Kg/m^3 ; $\rho_e = 1000$ kg/m^3]

A- le Poids du solide est : $P = 1(kg) \times 9,81\ (m/s^2) = 9,81$ N

B- le poids apparent est : $P' = 9,22$ N

C- la poussée d'Archimède P_A (la différence entre le poids réel et le poids apparent) est : $P_A = P - P' = 0,59$ N

D- $P_A = \rho_e \times V \times g$ d'où $V = P_A / (\rho_e \times g) = 0,59 / (1000 \times 9,81) = 6.10^{-5}$ m^3

Application 7 bis

7- un solide, constitué d'un alliage d'or et de cuivre, a une masse de 1 kg. Plongé dans l'eau, son poids apparent est de 9,22 N. quel est le volume total du solide? quels sont les volumes respectifs de cuivre et d'or ? quelles sont les masses respectives d'or et de cuivre ? [ρ_{Au} = 20.10^3 kg/m^3 ; ρ_{Cu} = 9.10^3 Kg/m^3 ; ρ_e = 1000 kg/m^3]

E- la masse d'un corps quelconque = le volume de ce corps x la masse volumique considérée
Et la masse totale de ce solide = la mase de l'or + la masse de cuivre

F- le volume total de ce corps = volume de l'or + volume du cuivre

G- E et F : système d'équations à deux inconnues, d'où l'on déduit les volumes V_{Au} et V_{Cu}

H- l'on déduit les masses M_{Au} et M_{Cu}

Application 8

8- un cube de liège de côté a = 40 cm est posé délicatement sur la surface d'un bassin rempli à ras bord. Sachant que la masse volumique du liège est ρ_L = 240 kg/m^3 et celle de l'eau est ρ_e = 1000 kg/m^3, quel volume d'eau déborde ?

A- le volume qui déborde : volume de la partie immergée du cube puisque le bassin est rempli à ras bord.

B- l'équilibre est atteint lorsque P_A = le poids P du cube

$$P_A = \rho_e V_{imm} g \qquad\qquad P = \rho_L V_{cube} g$$

C- Volume V' qui déborde : V' = 1,536.10^{-2} m^3

Application 9

9- la pression artérielle moyenne chez un sujet couché est supposé en tout point égale à P = 13kPa. Lorsque celui-ci est debout, que vaut la pression artérielle au niveau de la tête (située à 50 cm au-dessus du cœur) et que vaut la pression artérielle au niveau des pieds (situés à 130 cm en dessous du cœur), sachant que la masse volumique du sang est supposée être : $\rho_S = 1000\ kg/m^3$.

A- il faut considérer ici cette situation dans le cadre de l'hydrostatique.
il faut également considérer que la pression artérielle traduit la « surpression moyenne » développée par le ventricule gauche par rapport à la pression atmosphérique.

B- du point de vue de l'hydrostatique, il est possible d'écrire la variation de pression ΔP entre une altitude z_1 (cœur) et une autre altitude z_2 (tête), et caractérisées par la variation Δh :

$$\Delta P_{(\text{cœur} - \text{tête})} = \rho_S \times g \times (z_1 - z_2) = 1000 \times 9{,}81 \times (-50.10^{-2}) = -4{,}9.10^3\ Pa$$

Application 9bis

9- la pression artérielle moyenne chez un sujet couché est supposé en tout point égale à P = 13kPa. Lorsque celui-ci est debout, que vaut la pression artérielle au niveau de la tête (située à 50 cm au-dessus du cœur) et que vaut la pression artérielle au niveau des pieds (situés à 130 cm en dessous du cœur), sachant que la masse volumique du sang est supposée être : $\rho_S = 1000\ kg/m^3$.

C- la pression artérielle au niveau de la tête dans le cas d'un sujet debout est donc :

$$P_{tête} = 13.10^3 - 4{,}9.10^3 = 8{,}1\ kPa.$$

D- la pression artérielle au niveau des pieds dans le cas d'un sujet debout est donc :

$$\Delta P_{(cœur - pieds)} = \rho_S \times g \times (z_1 - z_2) = 1000 \times 9{,}81 \times (130.10^{-2}) = 12{,}75.10^3\ Pa$$

$$P_{pieds} = 13.10^3 + 12{,}75.10^3 = 25{,}75\ kPa$$

Application 9ter

9- la pression artérielle moyenne chez un sujet couché est supposé en tout point égale à P = 13kPa. Lorsque celui-ci est debout, que vaut la pression artérielle au niveau de la tête (située à 50 cm au-dessus du cœur) et que vaut la pression artérielle au niveau des pieds (situés à 130 cm en dessous du cœur), sachant que la masse volumique du sang est supposée être : $\rho_S = 1000\ kg/m^3$.

E- la pression artérielle au niveau de la tête dans le cas d'un sujet couché :

$$P_{tête} = 13.10^3\ Pa.$$

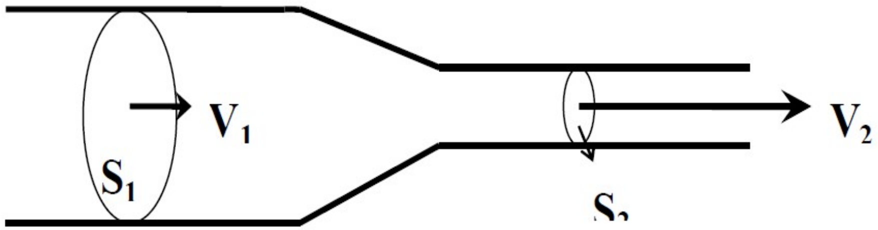
F- la pression artérielle au niveau des pieds dans le cas d'un sujet couché :

$$P_{pieds} = 13.10^3\ Pa$$

Conclusion : mesure de la « tension » : elle se fait sur un sujet couché ou au niveau du cœur.

Application 10

10- une artère supposée horizontale présente une section de 2 cm de diamètre, suivie d'une sténose (rétrécissement) d'un diamètre de 1 cm. Soit la vitesse hypothétique v_1 d'un fluide dans ce conduit (v_1 = 0,1 m/s) et la pression hypothétique P_i (P_i = 80 N/m²). Que valent la vitesse v_2 de ce même fluide et la pression Pi' au niveau de cette sténose ?



A- équations importantes :

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

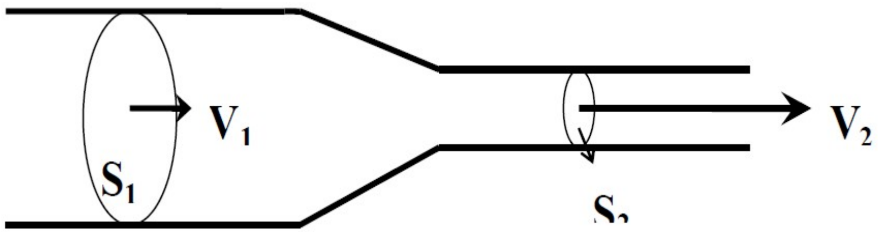
$$1/2.\rho.v_1^2 + \rho.g.h_1 + P_1 = 1/2.\rho.v_2^2 + \rho.g.h_2 + P_2$$

B- calcul de la vitesse v_2 :

$$v_2 = S_1 v_1 / S_2 = 0,1 \text{ x } 4 = 0,4 \text{ m/s}$$

Application 10bis

10- une artère supposée horizontale présente une section de 2 cm de diamètre, suivie d'une sténose (rétrécissement) d'un diamètre de 1 cm. Soit la vitesse hypothétique v_1 d'un fluide dans ce conduit (v_1 = 0,1 m/s) et la pression hypothétique P_i (P_i = 80 N/m²). Que valent la vitesse v_2 de ce même fluide et la pression Pi' au niveau de cette sténose ?

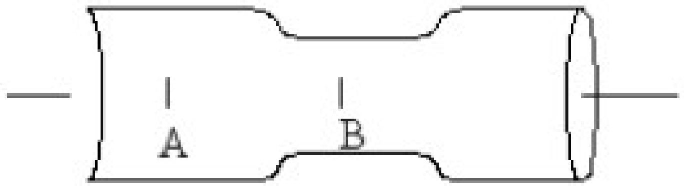


C- calcul de la pression P_i':

$$1/2.\rho.v_1^2 + \rho.g.h_1 + P_i = 1/2.\rho.v_2^2 + \rho.g.h_2 + P'_i$$

$h_1 = h_2$ et v_2 = 0,4 m/s (sachant que v_1 = 0,1 m/s). Ajoutons que le fluide est supposé incompressible : ρ constant

$$P'_i = P_i + 1/2\ \rho\ (v_1^2 - v_2^2) = 80 + 0,5 \times 1000 \times (0,01 - 0,16) = 5\ N/m^2$$



Application 11

11- une artère, supposée cylindrique et horizontale, présente une sténose dont le schéma est donné ci-dessus.
Au point A, le diamètre de l'artère est D_A = 18 mm, la pression est P_A = 17 330 Pa, la vitesse du sang est v_A = 30 cm.s^{-1}. L'aire de la section de l'artère est S_A. Au point B, le diamètre de l'artère est D_B, la pression est P_B = 12 000 Pa, la vitesse du sang est v_B. L'aire de la section de l'artère est S_B. Que valent les pressions P_A et P_B en mmHg ? Que vaut la vitesse v_B ? Que vaut la section S_B au niveau du rétrécissement ? En déduire le débit D_B.

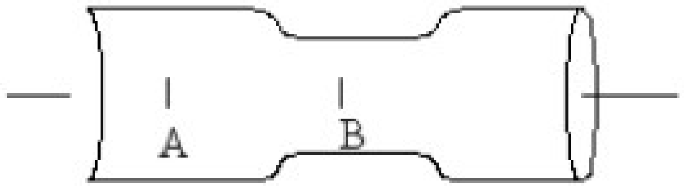
[il sera supposé, ici, que la masse volumique du sang est ρ_S = 1050 kg/m^3]

A- équations importantes :

$$S_A v_A = S_B v_B$$

$$1/2.\rho.v_A^2 + \rho.g.h_A + P_A = 1/2.\rho.v_B^2 + \rho.g.h_B + P_B$$

B- correspondances en pression : 1,013.10^5 Pa = 760 mmHg



Application 11bis

11- une artère, supposée cylindrique et horizontale, présente une sténose dont le schéma est donné ci-dessus.

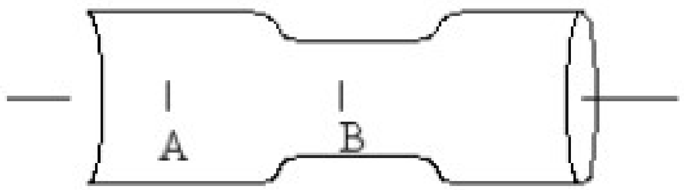
Au point A, le diamètre de l'artère est D_A = 18 mm, la pression est P_A = 17 330 Pa, la vitesse du sang est v_A = 30 cm.s^{-1}. L'aire de la section de l'artère est S_A. Au point B, le diamètre de l'artère est D_B, la pression est P_B = 12 000 Pa, la vitesse du sang est v_B. L'aire de la section de l'artère est S_B. Que valent les pressions P_A et P_B en mm Hg ? Que vaut la vitesse v_B ? Que vaut la section S_B au niveau du rétrécissement ? En déduire le débit D_B.

[il sera supposé, ici, que la masse volumique du sang est ρ_S = 1050 kg/m^3]

C- pressions en A et en B :

$$P_A = 17330 \text{ Pa} = (17330 \times 760)/1{,}013.10^5 = 130 \text{ mm Hg}$$

$$P_B = 12000 \text{ Pa} = (12000 \times 760)/1{,}013.10^5 = 90 \text{ mm Hg}$$



Application 11ter

11- une artère, supposée cylindrique et horizontale, présente une sténose dont le schéma est donné ci-dessus.
Au point A, le diamètre de l'artère est D_A = 18 mm, la pression est P_A = 17 330 Pa, la vitesse du sang est v_A = 30 $cm.s^{-1}$. L'aire de la section de l'artère est S_A. Au point B, le diamètre de l'artère est D_B, la pression est P_B = 12 000 Pa, la vitesse du sang est v_B. L'aire de la section de l'artère est S_B. Que valent les pressions P_A et P_B en mm Hg ? Que vaut la vitesse v_B ? Que vaut la section S_B au niveau du rétrécissement ? En déduire le débit D_B.

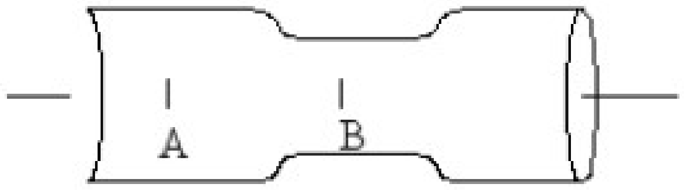
[il sera supposé, ici, que la masse volumique du sang est ρ_S = 1050 kg/m³]

C- la vitesse en B : Théorème de BERNOULLI

$$1/2.\rho.v_A^2 + \rho.g.h_A + P_A = 1/2.\rho.v_B^2 + \rho.g.h_B + P_B$$

avec $h_A = h_B$ (plus précisément la côte z_A et z_B) $\qquad 1/2.\rho.v_A^2 + P_A = 1/2.\rho.v_B^2 + P_B$

(utilisation des pressions tenant compte du système d'unités SI) v_B = 3,2 m/s



Application 11quart

11- une artère, supposée cylindrique et horizontale, présente une sténose dont le schéma est donné ci-dessus.
Au point A, le diamètre de l'artère est D_A = 18 mm, la pression est P_A = 17 330 Pa, la vitesse du sang est v_A = 30 $cm.s^{-1}$. L'aire de la section de l'artère est S_A. Au point B, le diamètre de l'artère est D_B, la pression est P_B = 12 000 Pa, la vitesse du sang est v_B. L'aire de la section de l'artère est S_B.
Que vaut la section S_B au niveau du rétrécissement ? En déduire le diamètre D_B.

[il sera supposé, ici, que la masse volumique du sang est ρ_S = 1050 kg/m³]

D- la section S_B au niveau du rétrécissement ?

$S_A v_A = S_B v_B$ d'où $S_B = S_A v_A / v_B$

(utilisation des pressions tenant compte du système d'unités SI) $S_B = 2{,}4.10^{-5}$ m²

E- le diamètre D_B est : $D_B = 5{,}5.10^{-3}$ m = 5,5 mm

Application 12

12- soit une artériole qui se subdivise en 16 capillaires selon un réseau parallèle. Comment peut s'écrire la résistance Ra à l'écoulement au sein de cette artériole ? comment peut s'écrire la résistance Rc à l'écoulement dans ces capillaires ?
[il sera supposé, ici, que les longueurs La de l'artériole et Lc de chacun des capillaires sont identiques. Il sera également supposé que le rayon interne de l'artériole est double de celui des capillaires]

A- il sera supposé ici que l'écoulement considéré est laminaire. Qu'il s'agisse de l'écoulement dans l'artériole ou dans les capillaires, il sera supposé que l'écoulement du fluide sanguin est laminaire.

B- équation importante : l'expression de la résistance à cet écoulement

Résistance à l'écoulement laminaire $\Longrightarrow$ $R = \dfrac{8 \cdot \mu \cdot l}{\pi \cdot r^4}$

Application 12bis

12- soit une artériole qui se subdivise en 16 capillaires selon un réseau parallèle. Comment peut s'écrire la résistance R_a à l'écoulement au sein de cette artériole ? comment peut s'écrire la résistance R_c à l'écoulement dans chacun de ces capillaires ?
[il sera supposé, ici, que les longueurs L_a de l'artériole et L_c de chacun des capillaires sont identiques. Il sera également supposé que le rayon interne r_a de l'artériole est double de celui r_c des capillaires]
Que vaut la résistance totale des capillaires ? Que peut on conclure vis-à-vis de la résistance Ra de l'artériole ?

C- résistance R_a au sein de l'artériole : $R_a = 8 \times \mu \times L_a/(\pi \times r_a^4)$

D- résistance R_c au sein de chaque capillaire : $R_c = 8 \times \mu \times L_c/(\pi \times r_c^4)$

Application 12ter

12- soit une artériole qui se subdivise en 16 capillaires selon un réseau parallèle. Comment peut s'écrire la résistance R_a à l'écoulement au sein de cette artériole ? comment peut s'écrire la résistance R_c à l'écoulement dans chacun de ces capillaires ? Que vaut la résistance totale des capillaires ? Que peut on conclure vis-à-vis de la résistance Ra de l'artériole ?

[il sera supposé, ici, que les longueurs L_a de l'artériole et L_c de chacun des capillaires sont identiques. Il sera également supposé que le rayon interne r_a de l'artériole est double de celui r_c des capillaires]

E- résistance R_c au sein de chaque capillaire : $R_c = 8 \times \mu \times L_c/(\pi \times r_c^4)$

Réseau parallèle de 16 capillaires (analogie électrique pour le calcul de résistance) :

Résistance totale du réseau capillaire R_{TC} :

$$1/R_{TC} = \Sigma_1^{16} (1/R_c) = 16 \times (\pi \times r_c^4)/ 8 \times \mu \times L_c$$

$L_a = L_c$ et $r_a = 2 \times r_c$

$$1/R_{TC} = \Sigma_1^{16} (1/R_c) = 16 \times (\pi \times (r_a/2)^4)/ 8 \times \mu \times L_a$$

$R_{TC} = Ra$