Module de Biophysique

Département de Médecine Dentaire
Faculté de Médecine
UNIVERSITE ALGER 1
e-mail : biophysique_facmed-alger@hotmail.com

BIOMECANIQUE DES FLUIDES

circulation de fluides et physiologie : hydrostatique – hydrodynamique

- partie B : notions à retenir -

Professeur M. CHEREF

1ère année de médecine dentaire

Hydrodynamique -a

Caractérisation et applications

Caractérisation : mode d'expression (1)

RELATION FONDAMENTALE DE LA DYNAMIQUE

↓

EXPRESSION DE L'EQUATION DE CONTINUITE

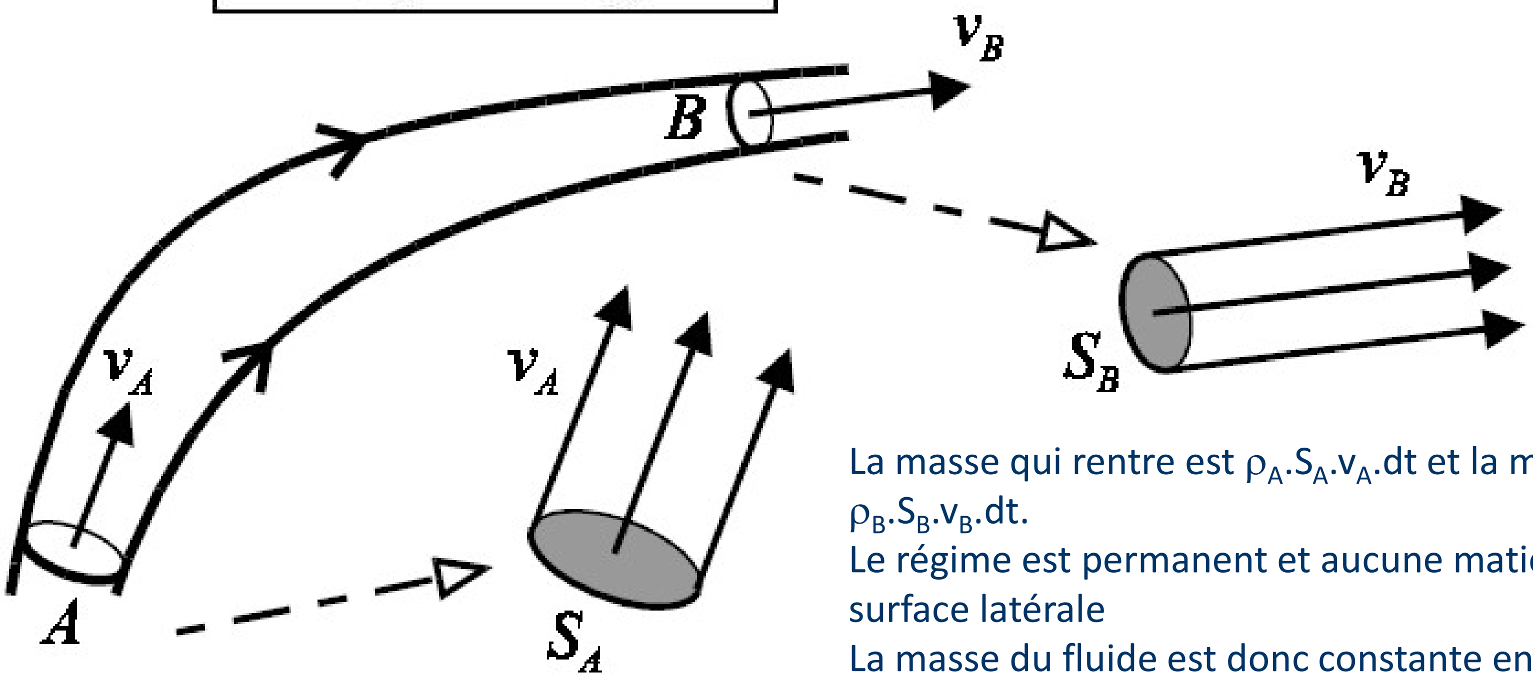
PRINCIPE DE CONSERVATION DE L'ENERGIE

Caractérisation : mode d'expression (2)

Tube élémentaire de courant (fluide parfait)

conservation du débit massique Q_m

$$\boxed{Q_m = \rho_A S_A v_A = \rho_B S_B v_B}$$



La masse qui rentre est $\rho_A.S_A.v_A.dt$ et la masse qui sort est $\rho_B.S_B.v_B.dt$.

Le régime est permanent et aucune matière ne traverse la surface latérale

La masse du fluide est donc constante entre A et B. il est possible d'écrire alors : $\rho_A.S_A.v_A.dt = \rho_B.S_B.v_B.dt$.

Conservation de l'énergie mécanique (1)

Caractérisation

- Soit un liquide en mouvement. Celui-ci possède trois formes d'énergie liées respectivement à la pression, l'altitude (la hauteur à laquelle il est situé par rapport à un référentiel donnée), et à la vitesse.
Les deux premières caractérisent l'énergie potentielle de la particule fluide considérée alors que la troisième exprime l'énergie cinétique de celle-ci.

L'expression de ces énergies se caractérise en unités de pression (tenant compte des énergies respectives par unité de volume).

Energie potentielle

l'énergie liée à la pression : $E_{p1} = p$

l'énergie liée à l'altitude : $E_{p2} = \rho g z$

Energie cinétique

$$E_c = 1/2\, \rho v^2$$

Remarque

La particule fluide de volume dV possède la masse dm. L'expression de l'énergie cinétique (par unité de volume est donc : Ec = ½ ρ v²

Conservation de l'énergie mécanique (2)

ENERGIE MECANIQUE TOTALE E_{mec}

$$E_{mec} = p + \rho g z + 1/2\ \rho v^2$$

<u>Remarque</u>

Les deux premiers termes du deuxième membre de cette équation caractérisent l'énergie potentielle

Conservation de l’énergie mécanique (3)

Théorème de BERNOULLI

- Par ce théorème, il est possible d’exprimer la conservation de l’énergie mécanique totale de la particule fluide considérée :

L’énergie mécanique totale d’une particule fluide (d’un fluide dit parfait) est constante dans un tube de courant pour lequel le débit est constant au cours du temps.

$$\boxed{E_{mec} = p + \rho g z + 1/2\ \rho v^2 = Cte}$$

- Entre les points 1 et 2 caractérisant les surfaces A et B d’un tube de courant de ce fluide parfait, le théorème de Bernoulli permet d’écrire l’équation suivante :

$$p_1 + \rho g z_1 + 1/2\ \rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + 1/2\ \rho v_2^2$$

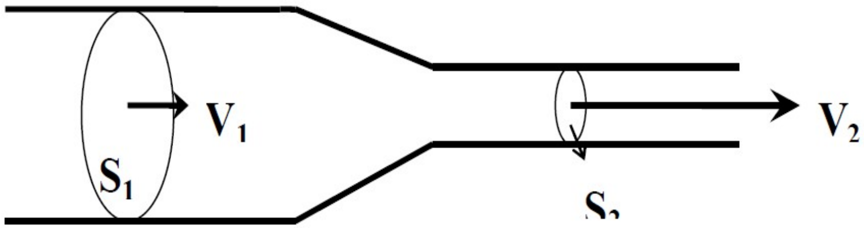
Remarque

Le théorème de Bernoulli, dans le cas où la vitesse du fluide est nulle (cas de l’hydrostatique) se réduit au principe de Pascal, précédemment établi

Conservation de l'énergie mécanique -3bis

<u>Conservation de la masse</u>

un fluide en régime stationnaire : la vitesse v varie selon l'équation suivante



$$S_1 v_1 = S_2 v_2 = D$$

<u>Théorème de BERNOULLI</u>

$$E_{mec} = p + \rho g z + 1/2\ \rho v^2 = Cte$$

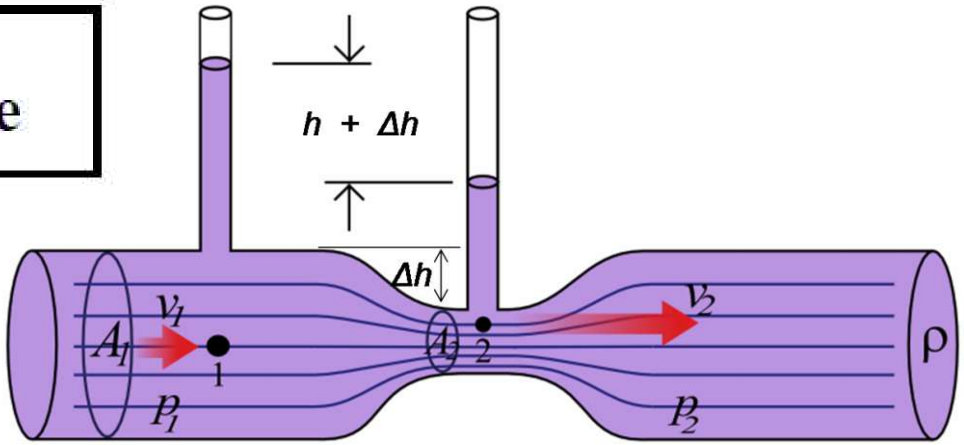
cette équation traduit le fait que l'énergie totale par unité de volume se conserve

Conservation de l'énergie mécanique (4)

Application : effet Venturi (1)

- Prenons l'exemple d'un conduit caractérisé par un rétrécissement en son centre. Si ce conduit est positionné horizontalement, les phénomènes de pesanteur entre la position 1 et la position 2 (situées à la même altitude) ne sont pas pris en compte. L'énergie mécanique totale se réduit alors à la prise en compte de la pression p et de la vitesse de la particule fluide (plus précisément l'expression de l'énergie cinétique).

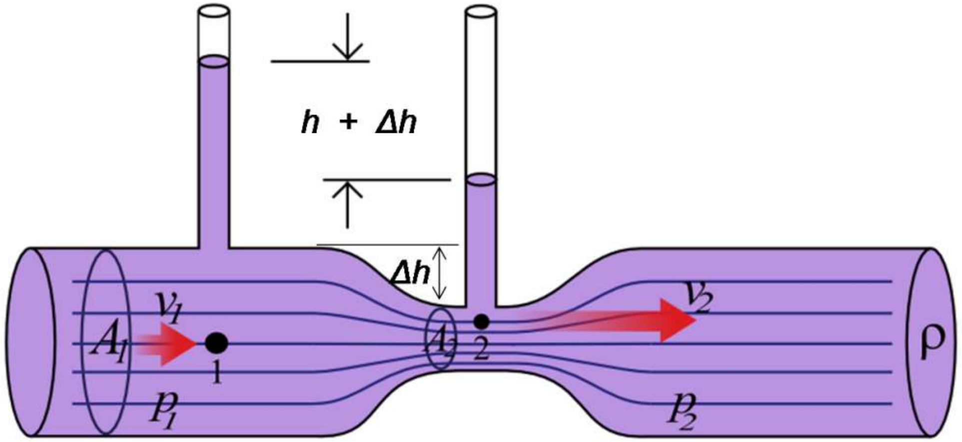
$$E_{mec} = p + \rho g z + 1/2\ \rho v^2 = Cte$$



$$p_1 + ½\ \rho\ v_1^2 = p_2 + ½\ \rho\ v_2^2$$

Conservation de l'énergie mécanique (5)

Application : effet Venturi (2)



CONSERVATION DU DEBIT

La pression p est plus faible au niveau de la section la plus petite

La vitesse v est plus grande au niveau de la section la plus petite

Conservation de l'énergie mécanique -5bis

<u>Fluide immobile</u> : la vitesse du fluide est nulle

La pression dynamique ($1/2.\rho.v^2$) est nulle ⇒ relation de la statique des fluides

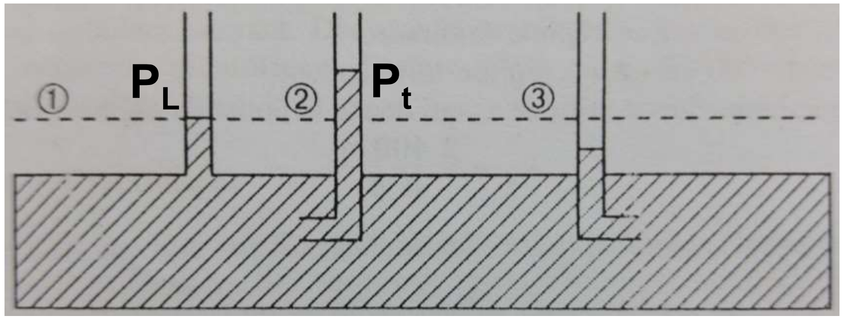
$$E_{mec} = p + \rho gz + 1/2\ \rho v^2 = Cte$$

$$\Delta P = \rho g h$$

<u>La mesure de la pression dépend de la position du capteur</u> (en condition d'écoulement)

La différence entre la pression latérale P_L et la pression terminale P_t :

détermination de la vitesse : $P_t - P_L = ½\ \rho\ v^2$



[principe du double cathéter de Pitot]

Hydrodynamique -b

Fluides réels en mouvement

Caractérisation et définition

FLUIDE REEL

↓

notion de viscosité

Remarque

Il est à noter qu'un fluide réel peut être incompressible ou compressible, à la différence d'un fluide parfait nécessairement incompressible

Notion de viscosité – fluides newtoniens

Dans un fluide en écoulement, la contrainte possède une composante tangentielle dite **contrainte visqueuse**

FLUIDE PARFAIT

contrainte qui s'exerce sur la particule fluide

toujours perpendiculaire à la paroi

FLUIDE REEL

contrainte qui s'exerce sur la particule fluide

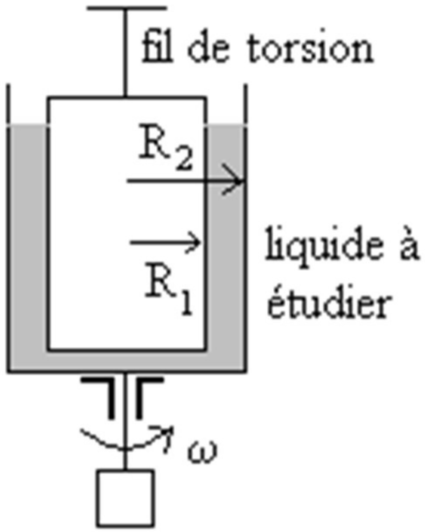
existence d'une contrainte tangentielle

Notion de viscosité (Expérience de couette -1)

soit un fluide enfermé entre deux cylindres, l'un mobile, l'autre fixé *via* un fil de torsion.

lorsque la cavité cylindrique extérieure est mise en rotation à la vitesse angulaire ω, le cylindre intérieur tourne d'un angle α par rapport à sa position d'équilibre.

Expérience de Couette



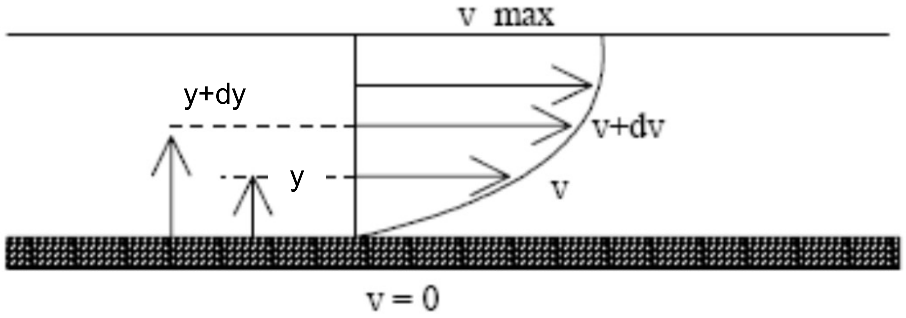
Analyse du phénomène :

1.La torsion du fil conduit à l'existence d'un couple dont les forces de pression ne peuvent pas être responsables. Il est nécessaire donc d'admettre l'existence d'efforts tangentiels.

2.les particules de fluide adhèrent aux parois. Il existe donc un gradient de vitesse au sein de l'écoulement.

3.Pour les fluides dits « simples », l'angle α augmente proportionnellement a ω. Les efforts tangentiels augmentent donc proportionnellement au gradient de vitesse

Notion de viscosité (expérience de couette -3)



La force de frottement entre deux couches s'oppose à leur mouvement relatif.

Le mouvement d'un fluide peut être vu comme le glissement des couches de fluide les unes par rapport aux autres.

il est alors défini la viscosité dynamique μ, qui exprime le rapport de la contrainte de cisaillement τ au gradient de vitesse perpendiculaire au plan de cisaillement :

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{dv}{dy}}$$

$\mu =$ coefficient de viscosité dynamique $= M.L^{-1}T^{-1}$

Remarques

1- Viscosité cinématique :

L'on définit la viscosité cinématique ν comme :

$$\nu = \mu/\rho$$

2- contrainte visqueuse :

dans un fluide parfait, la contrainte qui s'exerce sur une particule de fluide est toujours perpendiculaire aux parois de celle-ci.

Dans un fluide réel en écoulement, la contrainte possède une composante tangentielle dite contrainte visqueuse

3- Valeurs et variations de la viscosité :

Normalement c'est une constante caractéristique du liquide.

Mais elle varie avec la température : T° ➚ ⇨ η ➘

Caractérisation et différenciation

✓ **<u>Liquides newtoniens</u>** : μ est constante à une température donnée

MAIS ⇨ **μ peut varier avec $\Delta v / \Delta x$!**

⇩

✓ **<u>Liquides non newtoniens</u>** : μ dépend de $\Delta v / \Delta x$

exemple du tissu sanguin : les hématies conditionnent (essentiellement) les propriétés mécaniques

⇨ quand $\Delta v / \Delta x$ ↘, formation de rouleaux de GR et μ ↗

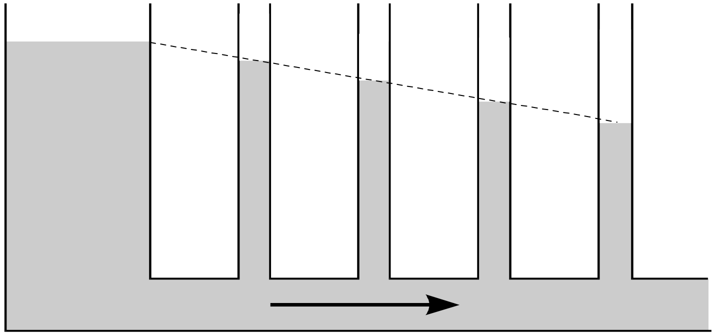
(la viscosité μ n'a théoriquement plus de sens)

⇨ quand $\Delta v / \Delta x$ est suffisamment élevé (gros vaisseaux)

(l'on peut considérer μ stable : $\mu_{sang} = 3.10^{-3}$ ou 4.10^{-3} Pa.s à 20° C)

Ecoulement d'un fluide (liquide) réel (1)

Ecoulement d'un fluide réel : LA REALITE



Bernoulli n'est plus vérifié

$$\rho\, g\, h + 1/2\, \rho\, v2 + P \neq cte$$

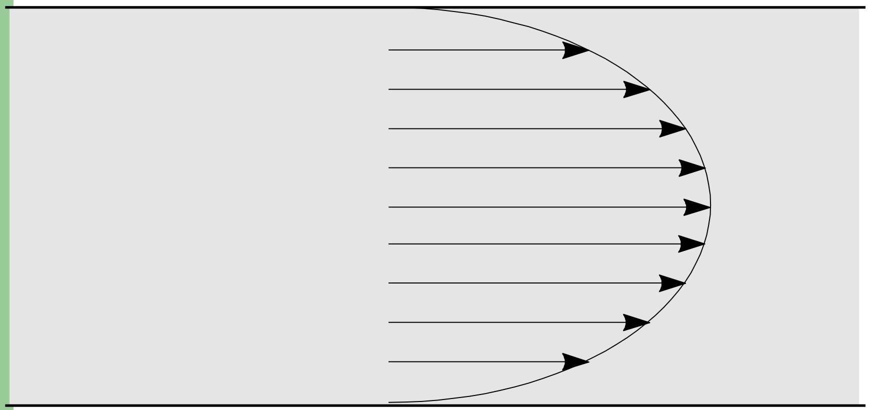
$$\boxed{\rho\, g\, h + 1/2\, \rho\, v^2 + P + \textcolor{red}{\text{chaleur}}}$$

Perte d'énergie utilisable lors de l'écoulement (« perte de charge »)

Cette perte est liée à la dissipation d'énergie en chaleur du fait de la viscosité du liquide.

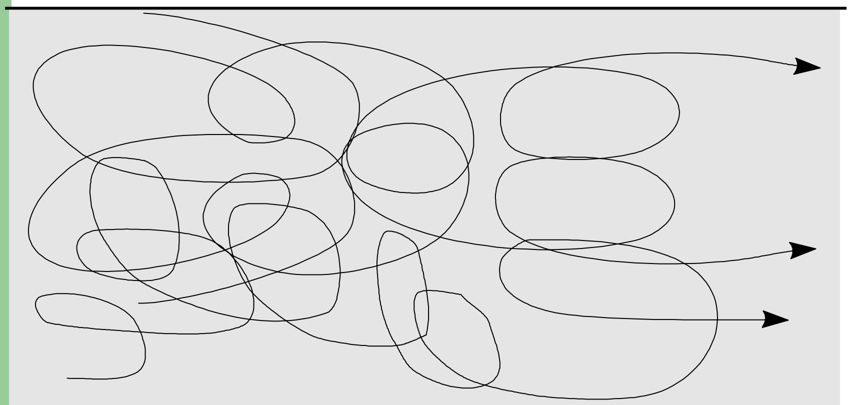
Ecoulement d'un fluide (liquide) réel (3)

Profils de vitesses (2)



Profil parabolique des vitesses lié à la viscosité. (écoulement laminaire) :
- une couche infiniment mince au contact de la paroi ne se déplace pas.
- V est maximale au centre.

A vitesse moyenne élevée, l'écoulement devient turbulent



- dans ces conditions, la viscosité n'est plus un facteur de cohérence.
- les particules fluides tourbillonnent sans distribution systématisée des vitesses.

Ecoulement d'un fluide (liquide) réel (4)

Caractérisation de la nature de l'écoulement

nombre de Reynolds $\mathcal{R}$

$$\mathcal{R} = \rho \, d \, v \, / \, \mu$$

Limites empiriques (SI) :

$\mathcal{R} < 2\,400$: écoulement laminaire

$\mathcal{R} > 3\,000$: écoulement turbulent

ordres de grandeur mesurés sur tubes rectilignes

<u>Si seule la vitesse varie</u> :

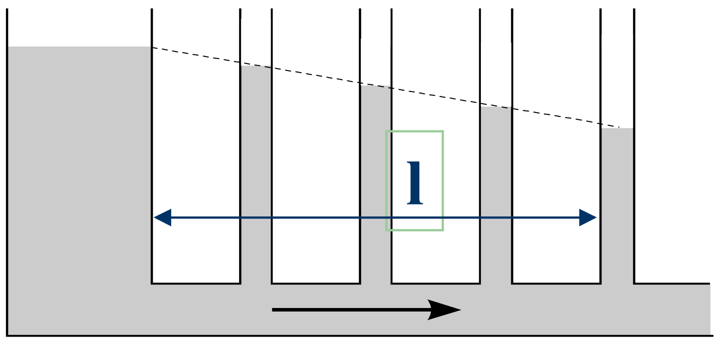
à partir d'une certaine valeur, la cohérence de l'écoulement laminaire est détruite :

c'est la vitesse critique v_c :

$$\Rightarrow \quad v_c = \mathcal{R}_c \, \mu \, / \, \rho \, d$$

Ecoulement laminaire (de Poiseuille) -1

Canalisation cylindrique où l'écoulement est laminaire (écoulement par lames)



Conduite horizontale $\Rightarrow$ ρ g h = cte

$$\rho\, g\, h + 1/2\, \rho\, v^2 + P + \text{chaleur}$$

$$\Downarrow$$

$$\rho\, g\, h + 1/2\, \rho\, v^2 + P + Q = \text{cte}$$

Il n'y a que P qui peut varier

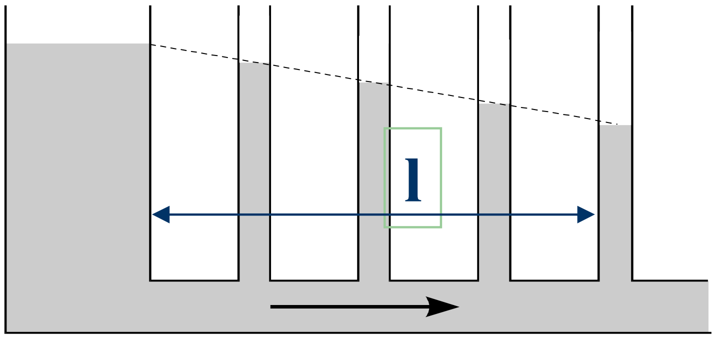
μ produit une perte d'énergie qui se manifeste par P ↘ (perte de charge)

D = S v = cte

⇒ Loi de Poiseuille $\Delta P = D \dfrac{8 \cdot \mu \cdot l}{\pi \cdot r^4}$

Ecoulement laminaire (de Poiseuille) -2

Résistance à l'écoulement : analogie électrique

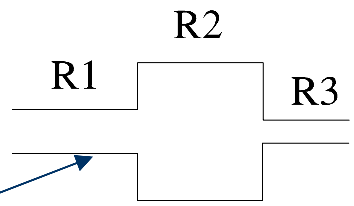


Bernoulli n'est plus vérifié

⇩

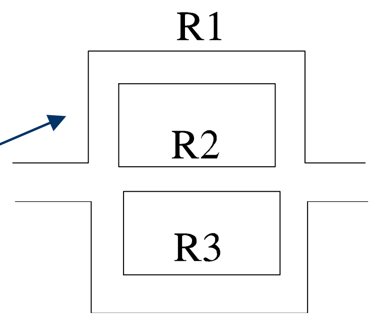
$\rho\, g\, h + 1/2\, \rho\, v^2 + P + Q = cte$

Résistance à l'écoulement laminaire $\Rightarrow$ $R = \dfrac{8 \cdot \mu \cdot l}{\pi \cdot r^4}$



Analogie électrique

- système de conduits en série
  $R_t = R1 + R2 + R3$
- système de conduits en parallèle
  $1/ R_t = 1/ R1 + 1/ R2 + 1/ R3$



Ecoulement laminaire ou turbulent

<u>Analyse des régimes d'écoulement</u>

- **Écoulement laminaire** :

Toute l'énergie consommée est utilisée pour lutter contre la viscosité.

$$(\rho\ g\ h + 1/2\ \rho\ v^2 + P + Q = cte)$$

Relation linéaire entre ΔP et le débit

- **Écoulement turbulent** :

Les tourbillons consomment une partie de l'énergie (Q + vibrations ⇨ bruits)
Il n'y a plus proportionnalité entre ΔP et D : c'est un régime peu efficace

⇨ Exemple de la mesure pratique de la pression artérielle