

## Série 04 : Variables aléatoires et les lois Usuelles

Exercice 01 : Une urne contient 10 boules dont 5 rouges, 3 blanches et 2 noires. On tire successivement et avec remise 3 boules. Soit  $X$  la variable aléatoire désignant le nombre de boules blanches obtenues.

- 1) Quelle est la loi de probabilité de  $X$  ?
  - 2) Calculer son espérance mathématique et la variance.
  - 3) Soit  $Y=-3X+2$ . calculer l'espérance et la variance de  $Y$ .
- Répondre de deux manières différentes à la question 1 et 2.

Exercice 02 : Un étudiant doit répondre à 4 QCM.

- 1) On lui propose 4 réponses possibles à chaque question dont une seule est correcte. En supposant que l'étudiant réponde au hasard à chaque question et que ses choix sont indépendants les uns des autres, quelle probabilité a-t-il de donner
  - a) 2 réponses correctes ?
  - b) plus de réponses correctes que de fausses ?
- 2) Quelle seraient ces probabilités s'il n'y avait que 2 réponses possibles à chacune de ces 4 questions ?

Exercice 03 : La probabilité qu'un individu présente une allergie à un certain sérum est  $p=0,3$ . On injecte le sérum à 6 individus.

- 1) Quelle est la probabilité de la variable aléatoire nombre d'individus présentant une allergie ?
- 2) Quel est le nombre moyen d'individus allergiques ?
- 3) Quelle est la probabilité d'avoir au plus un présentant cette allergie ?

Exercice 04 : Les services d'urgence d'un hôpital sont sollicités 2 fois toutes les demi-heures. Si l'on admet que le nombre de cas d'urgence par demi-heures suit une loi de poisson, calculer la probabilité que le nombre de cas d'urgence en une heure soit : a) de 6 b) d'au moins 1

Exercice 05 : Un réservoir d'eau de 4000 litres contient des bactéries avec en moyenne 2 par litre. On admet qu'il est dangereux d'avaler 3 ou plus de ces bactéries et que le nombre de bactéries par litre d'eau suit une loi de poisson.

- 1) Un passant assoiffé boit un litre de ce réservoir. Quelle est la probabilité que son geste le mette en danger ?
- 2) Que devient cette probabilité pour un passant qui aurait bu 1,5 litre ?

Exercice 06 : Dans une population donnée, une maladie rare se présente avec une probabilité  $p=0,01$ . On extrait un échantillon de taille 100 et soit  $X$  le nombre d'individus présentant cette maladie.

- 1) Quelle est la loi de  $X$  ? par quelle loi peut-on l'approximer ? justifier
- 2) Quelle est la probabilité d'avoir au moins deux personnes ayant cette maladie ?

Exercice 07 : Sur une population de 10000 personnes, on a observé 100 albinos. Soit  $X$  le nombre d'albinos que l'on peut observer sur un échantillon de 200 personnes prises au hasard. Calculer la probabilité de : 1. N'avoir aucun albino ? 2. Au moins 3 albinos ?

Exercice 08 : Soit  $X$  une variable aléatoire de loi Normale de paramètres  $\mu = 32$  et  $\sigma^2 = 49$

- 1) Calculer  $P(X > 32)$  ;  $P(X \geq 32)$  ;  $P(X < 32 + \sigma)$  ;  $P(32 < X < 32 + \sigma)$
- 2) Déterminer  $x_1, x_2, x_3, x_4$  tels que:  $P(X < x_1) = 0,791$ ,  $P(X > x_2) = 0,123$
- 3)  $P(X < x_3) = 0,015$ ,  $P(|X - 32| < x_4) = 0,20$

Exercice 09 : Dans une population humaine, la mesure de la quantité d'urée dans le sang en (mg/100ml) a donné une moyenne de 27mg/100ml et un écart-type de 5mg/100ml. On suppose que cette variable est de loi Normale. On prend un individu au hasard.

- 1) Quelle est la probabilité que sa quantité d'urée soit inférieure à 24,5 ?
- 2) Déterminer la limite  $x$ , appelé seuil pathologique, tel qu'il y ait 2,5% d'individus dont la quantité d'urée est supérieure à cette valeur  $x$ .

Exercice 10 : On considère un échantillon de 300 étudiants dans lequel l'âge  $X$  d'un individu est supposé être une variable aléatoire de loi Normale  $N(\mu, \sigma)$  avec  $\mu = 21$  ans.

- 1) Déterminer  $\sigma$  si l'on sait que  $P(X > 22) = 30,85\%$
- 2) Quelle est la probabilité que l'âge d'un étudiant soit compris entre 18 et 23 ans ?
- 3) Quel est le nombre d'étudiants dont l'âge dépasse 19 ans ?
- 4) Quel est l'âge minimal des 15,87% étudiants les plus âgés ?

Exercice 11 : Selon la loi de l'hérédité Mendélienne, la proportion théorique de sourds-muets de naissance est de  $p=0,25$  lorsque les parents sont des consanguins porteurs d'un certain gène récessif. On considère une population de nouveau-nées issues de tels parents.

- 1) Soit  $X$  le nombre d'enfants sourds-muets sur un échantillon de 10 enfants.  
Calculer  $P(X > 1)$  et  $P(X \geq 1)$
- 2) Soit  $Y$  le nombre d'enfants sourds-muets sur un échantillon de 300 enfants.
  - a) Déterminer la probabilité d'avoir au moins 60 sourds-muets parmi les 300 enfants.
  - b) Déterminer le nombre  $y$  d'enfants tel que  $P(Y > y) = 0,5$ .