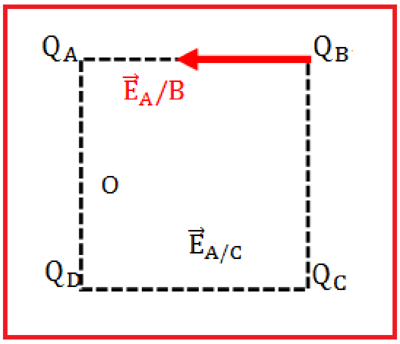
Exercice 8 :

Quatre charges ponctuelles$(Q_A = -q)$,$(Q_B = +2 \times q)$, $(Q_C = -q)$ et $(Q_D = +2 \times q)$ sont placées sur les sommets d'un carré de coté (a = 1 cm). On donne$(q = 10^{-6}C)$, (figure ci-contre).



1. L'intensité du champ électrique généré la charge (Q_A) sur le point (B) vaut :
   a. $|\vec{E}|_{A/B} = 0\ V/m$ b. $|\vec{E}|_{A/B} = -9\ 10^7 V/m$
   b. $|\vec{E}|_{A/B} = +9\ 10^7 V/m$ d. T.R.F.

$|\vec{E}_{A/B}| = K \times \frac{|Q_A|}{(AB)^2}$ $|\vec{E}_{A/B}| = 9\ 10^9 \times \frac{10^{-6}}{(0.01)^2}$ $|\vec{E}_{A/B}| = 9.\ 10^7 V/m$

---

2. Le sens du champ électrique généré la charge (Q_A) sur le point (B)est orienté vers le point :
   a. (A). b. (C) c. orienté verticalement d. T.R.F.

La charge QA est négative le champ est rentrant ; orienté vers A.

---

3. L'intensité de la force électrique force que subit la charge (Q_B) sous l'effet de la charge (Q_A) uniquement vaut :
   a. $|\vec{F}|_{A/B} = 0\ N$ b. $|\vec{F}|_{A/B} = -180\ N$ c. $|\vec{F}|_{A/B} = +180\ N$ d. T.R.F.

$|\vec{F}_B| = |Q_B|.|\vec{E}_{A/B}|$ $|\vec{F}_B| = |+2 \times q|.|\vec{E}_{A/B}|$ $|\vec{F}_B| = |+2 \times 10^{-6}|.|9.\ 10^7|$ $|\vec{F}_B| = 180\ N$

---

4. Les forces d'interactions entre les charges (Q_A) et (Q_B) sont :
   a. Attractives. b. Répulsives. c. nulles. d. T.R.F.

Charges de signes opposés ; donc forces attractives.

---

5. La valeur du potentiel électrique produit par les deux charges (Q_A)et (Q_B)sur le point (C)vaut :
   a. $V_C = 0\ V$ b. $V_C = -9\ 10^7 V$ c. $V_C = 1{,}16\ 10^6 V$ d. T.R.F.

$V_C = V_{A/C} + V_{B/C}$ **Avec :** $V_C = K \times \frac{Q_A}{AC} + K \times \frac{Q_B}{BC}$ $AC = a\sqrt{2}$ $BC = a$ $V_C = k\left(-\frac{q}{a\sqrt{2}} + \frac{2 \times q}{a}\right)$

$V_C = \frac{K}{a} q \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + 2\right)$ $V_C = \frac{9\ 10^9 . 10^{-6}}{0.01}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + 2\right)$ $V_C = 1.1610^6\ V$

6.Suite à la question précédente, l'énergie potentielle de la charge (Q_C) due aux deux charges (Q_A) et (Q_B) vaut :

a. $Ep_C = 0\ J$ b. $Ep_C = -1{,}16 J$ c. $Ep_C = 100 J$ d. T.R.F.

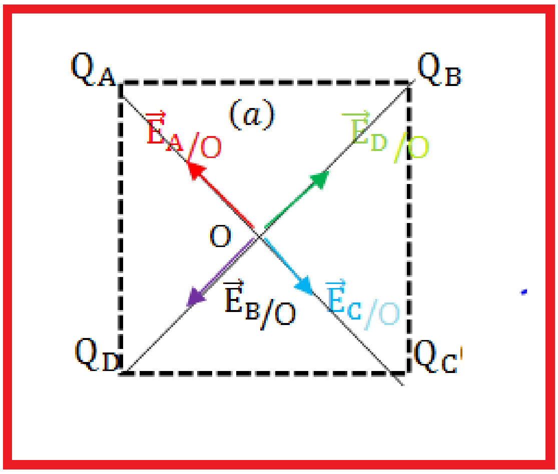
$$\mathbf{Ep_C = Q_C \times V_C \rightarrow Ep_C = (-q) \times V_C \quad Ep_C = -10^{-6} \times (1.16 10^6) \quad Ep_C = -1.16\ J}$$

7.L'intensité du champ électrique résultant au centre (O) du carré vaut :

a. $|\vec{E}|_O = 0\ V/m$ b. $|\vec{E}|_O = 10^7 V/m$ c. $|\vec{E}|_O = +5\ 10^7 V/m$ d. T.R.F

Le champ résultant au point 'O'.

$\vec{E_O} = \vec{E_{A/O}} + \vec{E_{B/O}} + \vec{E_{C/O}} + \vec{E_{D/O}}$ on a OA= OB =OC= OD



$|\vec{E_{A/O}}| = k\frac{|q|}{(OA)^2}$ $|\vec{E_{C/O}}| = k\frac{|q|}{(OC)^2}$ OA=OC donc

$|\vec{E_{A/O}}| = |\vec{E_{C/O}}|$

Les deux champs $\vec{E_{A/O}}$ et $\vec{E_{C/O}}$ s'annulent car ils ont la même direction, le même module et des sens opposés.

$|\vec{E_{B/O}}| = k\frac{|2q|}{(OB)^2}$ $|\vec{E_{D/O}}| = k\frac{|2q|}{(OD)^2}$ OC= OD donc

$|\vec{E_{B/O}}| = |\vec{E_{D/O}}|$

Les deux champs $\vec{E_{B/O}}$ et $\vec{E_{D/O}}$ s'annulent car ils ont la même direction, le même module et des sens opposés.

Donc $\vec{E_O} = 0$

8.Le potentiel électrique au centre(O) du carré vaut :

a. $V_O = 2{,}54\ 10^6 V$ b. $V_O = 0\ V$ c. $V_O = 1{,}25\ 10^6 N$ d. T.R.F.

$$V_O = V_{\frac{A}{O}} + V_{\frac{B}{O}} + V_{\frac{C}{O}} + V_{\frac{D}{O}} \Rightarrow V_O = k\frac{Q_A}{\overline{OA}} + k\frac{Q_B}{\overline{OB}} + k\frac{Q_C}{\overline{OC}} + k\frac{Q_D}{\overline{OD}}$$

$$\Rightarrow V_O = \frac{k}{OA} \times (Q_A + Q_B + Q_C + Q_D)$$

$$\Rightarrow V_O = \frac{k}{OA} \times (-q + 2q - q + 2q) \quad V_O = \frac{k}{OA} \times (2q) \qquad \overline{OA} = a\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$V_O = \frac{k}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \times (2q) \qquad V_O = 4\frac{k}{a\sqrt{2}} \times q \qquad V_O = 4\frac{9\ 10^9}{0.01.\sqrt{2}} \times 10^{-6} \quad V_O = 2.54\ 10^6\ V$$

9.L'énergie interne du système des quatre charges vaut :

a. $U = 0\ J$ b. $U = -9\ 10^7 J$ c. $U = -0{,}42\ J$ d. T.R.F.

$$U = k(\frac{Q_A \times Q_B}{\overline{AB}} + k\frac{Q_A \times Q_C}{\overline{AC}} + k\frac{Q_A \times Q_D}{\overline{AD}} + k\frac{Q_B \times Q_C}{\overline{BC}} + k\frac{Q_B \times Q_D}{\overline{BD}} + k\frac{Q_C \times Q_D}{\overline{CD}})$$

$$U = k(\frac{-q \times 2q}{\overline{AB}} + k\frac{-q \times -q}{\overline{AC}} + k\frac{-q \times 2q}{\overline{AD}} + k\frac{2q \times -q}{\overline{BC}} + k\frac{2q \times 2q}{\overline{BD}} + k\frac{-q \times 2q}{\overline{CD}})$$

$U = k\,(\frac{-q\times 2q}{a} + \frac{-q\times -q}{a\sqrt{2}} + \frac{-q\times +2q}{a} + \frac{2q\times -q}{a} + \frac{q2\times 2q}{a\sqrt{2}} + \frac{-q\times 2q}{a})$

$U = \frac{kq^2}{a}\ (-2 + \frac{1}{\sqrt{2}} - 2 - 2 + \frac{4}{\sqrt{2}} - 2)$

$U = \frac{kq^2}{a}\ (-8 + \frac{5}{\sqrt{2}})$ $\quad U = \frac{9\,10^9}{0.01.} \times 10^{-6} \times 10^{-6}\,(-8 + \frac{5}{\sqrt{2}})$ $\quad U = -4\ \text{J}$

------ ---

10. Une charge $(\text{Q} = 10^{-9}\text{C})$ est placée au point (O) centre du carré, elle a tendance à se déplacer vers le point :

a. (A). b. (B) c. (C) d. T.R.F.

Le champ est nul au centre du carré donc la charge est en équilibre elle ne bouge pas.

----

11. Suite à la question précédente, la charge (Q_0) est en équilibre :

a. Stable. b. Instable. c. Déséquilibre. d. T.R.F.

L'énergie de la charge est donnée par $\text{Ep}_0 = \text{Q} \times \text{V}_0$ comme $V_O = 2.54\ 10^6$ V donc

$\text{Ep}_0 = 10^{-9}. 2.54\ 10^6$, $\text{Ep}_0 = 2.54\ 10^{-3}$ J >0 ; il s'agit d'un équilibre instable.

----

12. Le travail nécessaire pour déplacer la charge (Q_0)du point (O) à l'infini vaut :

a. $\text{W} = 2{,}54\ 10^{-3}\text{J}$ b. $\text{W} = -9\ 10^7\text{J}$ c. $\text{W} = 0$ J d. T.R.F.

$$W_{A\to B} = -\Delta(Ep) = (Ep_A - Ep_B)$$

$$W_{O\to\infty} = (Q_O \times V_O - Q_\infty \times V_\infty)$$

$$W_{O\to\infty} = Q_O \times V_O \quad car\ V_\infty = 0$$

$$W_{O\to\infty} = 2.54\ 10^{-3}\ \text{J}$$