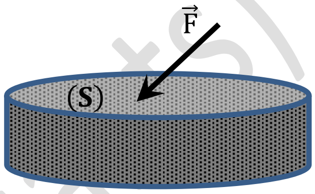
6.Hydrodynamique :

6.1 Introduction :

On peut dire qu'un fluide est un corps homogène et continu dont les diverses particules peuvent se déplacer ou se déformer sous l'action d'une très faible force, cette propriété d'être facilement déformable, par opposition à un solide qui ne serait pas déformable.



De ce fait, lorsque la force $(\vec{F})$ appliquée à la particule fluide n'est pas perpendiculaire à la surface de la particule qui la subit, l'écoulement du liquide aura lieu.

L'écoulement des fluides est un phénomène très complexe, tous les paramètres de la particule en mouvement (vitesse, pression, frottements, masse volumique, température, etc…) peuvent variés dans le temps et dans l'espace.

Dans un premier temps on **va simplifier l'étude** de l'écoulement en **négligeant** les forces de frottements, cas des fluides **parfaits**. Dans cette première partie du cours, on va considérer que **la viscosité** et les **frottements des molécules avec les parois** de la conduite à travers laquelle le liquide s'écoule sont nuls.

Les fluides **réels**, étude plus complète et plus complexe, seront étudiés dans une deuxième partie, ou l'on on va considérer les effets des frottements sur la nature de l'écoulement.

6.2 Définitions :

Décrire le mouvement d'un fluide fait appel à des notions différentes de celles développées en Mécanique du point ou en mécanique du solide. Le mouvement d'un fluide est un écoulement où il y a déformation continue du fluide.

On peut procéder de **deux manières différentes** :

a) Soit par l'isolation (par la pensée ou par la coloration) d'une **particule fluide** en mouvement, et la suivre lors de son déplacement **(Variables de Lagrange)**.

b) Soit par la mesure des différentes vitesses des différentes particules qui défilent dans le temps en des points différents de l'écoulement **(Variables d'Euler).**

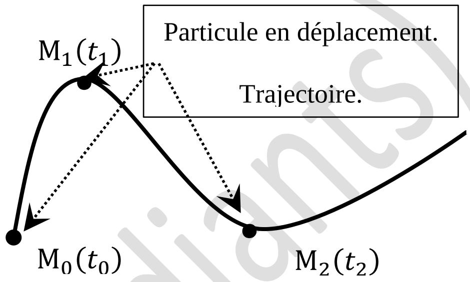
6.2.1 Particule Fluide :

La particule fluide est une **portion de fluide** à laquelle correspondent, à un instant (t), une position (M), une vitesse $(\vec{v})$, une pression (P), une température (T), une masse volumique (ρ), etc. Le volume envisagé de la particule en déplacement **est très petit**, mais **doit contenir encore un très grand nombre de molécules** pour que les chocs intermoléculaires puissent être remplacés par la pression moyenne.

Chaque particule du fluide en mouvement sera soumise à des **forces de volume** qui sont des forces dues au champ de gravitation terrestre, mais aussi à des **forces de surface** (forces pressantes), forces de contacts transmises à la surface de la particule en mouvement par les éléments environnants.

6.2.2 Trajectoire D'une Particule Fluide (Description De Lagrange) :

Lagrange utilise une technique de visualisation des trajectoires qui consiste à **marquer** une particule fluide par l'utilisation d'un traceur coloré, et ensuite de suivre l'évolution de sa position $\mathrm{M}_i(t_i)$ au cours du temps.



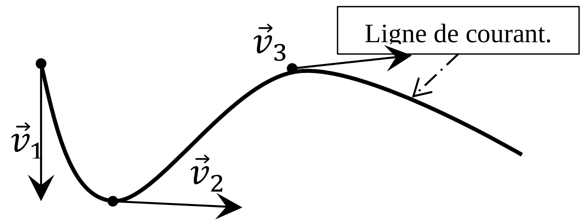
La trajectoire d'une particule fluide en déplacement permet de donner une description de l'écoulement, qui consiste à suivre dans l'espace fluide la position d'une même particule en fonction du temps.

La trajectoire d'une particule fluide est définie par l'ensemble des positions **(lieu géométrique)** occupées successivement par une **même** particule lors de son déplacement, c'est-à-dire, la ligne joignant les différentes positions **de la même particule** dans le temps.

Deux particules différentes n'ont pas forcément la même trajectoire.

6.2.3 Ligne De Courant (Description d'Euler):

À la différence de la description de **Lagrange** où il **identifie** les particules du fluide en mouvement, **Euler fixe un point** d'observation (x) dans l'espace et **enregistre** au cours du temps les différentes vitesses $[\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t})]$ des particules fluides qui défilent en ce point. Pour faire cela, il **fixe une sonde** de mesure des vitesses en ce point et enregistre les différentes vitesses locales et instantanées d'un écoulement du fluide. Ensuite, il change de position (x) et refait les mêmes mesures.

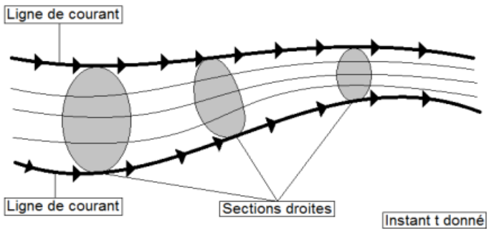


Ainsi sur un volume de contrôle fixe par rapport au repère d'observation qu'il choisit de façon arbitraire, Euler décrit l'écoulement du fluide par la donnée à chaque instant (t) du champ de vitesse $[\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t})]$ en tout point (x) de ce domaine.

La **ligne de courant**, est la courbe qui, en chacun de ses points, **est tangente à la vectrice vitesse locale** du champ de l'écoulement.

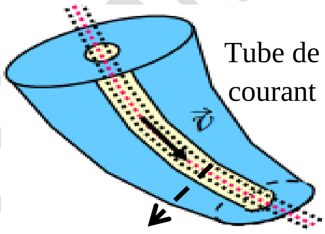
6.2.4 Remarque :

- **ATTENTION :** cela ne signifie pas que le fluide a une vitesse constante partout, mais seulement que la vitesse du fluide en un point donné est la même à chaque instant. Le fluide peut subir une accélération entre deux points.
- Dans le cas général, il n'y a aucune raison pour que les trajectoires et les lignes de courants soient confondues.
- Deux lignes de courant différentes ne peuvent jamais se croisées, car au point de contact les particules en mouvement auront les même valeurs des vitesses.



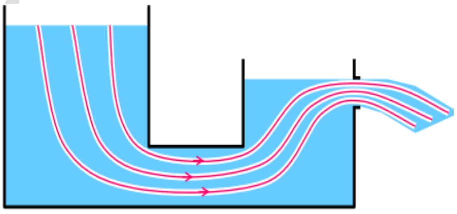
6.2.5 Tube de courant-Filet-veine :

À partir des lignes de courant, on définit la notion de **tube de courant**. Il s'agit d'isoler une partie **élémentaire**, à l'intérieur de l'écoulement, qui est délimitée par un ensemble de lignes de courant s'appuyant sur un même contour (**C**) fermé.



Un Filet de courant (filet fluide) est un tube de courant de section infiniment petite (invisible).

Une veine Fluide est la juxtaposition d'une infinité de Filets Fluide ou de plusieurs tubes de courant.

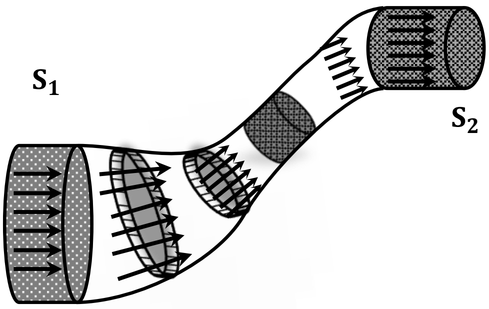


En définitive un fluide qui se déplace dans un tube de courant ne traverse pas les limites de ce tube, et **ne se mélange** pas avec les autres tubes de courants avoisinants (fluide parfait).

6.2.6 Écoulement Permanant (Stationnaire) :

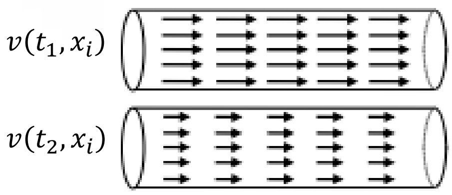
L'écoulement d'un fluide est dit permanent (ou stationnaire) lorsque toutes les grandeurs caractéristiques du mouvement (la vitesse ($\vec{v}$), la pression (P), la masse volumique (ρ), etc.. sont constantes dans le temps.

Dans ce type d'écoulement il faut noter que cela ne veut pas dire que le champ des vitesses est uniforme dans l'espace, c'est-à-dire que les vitesses peuvent variées d'un point à un autre du fluide, mais au niveau du même point, la vitesse a toujours la même valeur pendant toute la période d'écoulement.



6.2.7 Écoulement uniforme :

Dans un écoulement uniforme la vitesse de toutes les particules est constante dans le temps et dans l'espace [$v(t_1, x_i) = v(t_2, x_i)$].

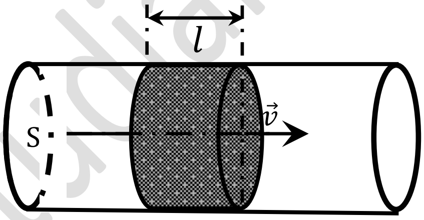


6.2.8 Débit :

En physique, un débit permet **de mesurer un volume ou une quantité** de matière par **unité de temps**. Les exemples les plus courants sont un débit d'électrons (on parle alors d'intensité du courant) ou du débit d'un fluide à travers une surface donnée. **En médecine**, cette dernière définition appliquée au sang donne **le débit cardiaque**.

Il est définit par la quantité de matière du fluide traversant une section (S) de la canalisation par unité de temps(t), on distingue le **débit massique** et le **débit volumique**.

6.2.8.1 Débit Volumique :



Soit un volume élémentaire d'un liquide incompressible s'écoulant dans un cylindre de section (S) uniforme à la vitesse moyenne (v).

Le volume (V) qui se déplace avec une vitesse $(\vec{v})$ pendant un temps (t) dans la conduite est donnée par :

$$\mathrm{V} = \mathrm{S} \times l\,; Avec : \begin{cases} \mathrm{S} : est\ la\ section\ transversale\ de\ la\ conduite. \\ l : est\ la\ longueur\ du\ volume\ élémentaire. \end{cases}$$

Le débit volumique $(\mathrm{Q_V})$ est donné par le rapport $\boxed{\mathrm{Q_V} = \frac{\mathrm{V}}{t}}$.

L'unité du débit volumique dans le système international est : $[\mathrm{Q_V}] = \left[\frac{m^3}{s}\right]$. Dans le cas du débit volumique **sanguin**, il est en **litre par minute**, soit : $[\mathrm{Q_{Sang}}] = \left[\frac{litre}{minute} = \frac{l}{min}\right]$

6.2.8.2 Débit Massique :

Le débit massique est définit par la masse (m) de liquide qui traverse la section (S) par unité de temps (t). Il est noté (Q_m) par : $\boxed{\mathrm{Q}_m = \frac{m}{t}}$

Dans le système international, l'unité du débit massique est : $[\mathrm{Q}_m] = \left[\frac{kg}{s}\right]$

6.2.8.3 Relations Importantes :

À partir des relations précédentes on peut déduire facilement la relation entre le débit massique et le débit volumique :

a) Relation entre le débit (Q_m) et le débit $(\mathrm{Q_V})$.

Sachant que la masse volumique (ρ) du fluide est constante (fluide incompressible), on peut déduire de : $\rho = \frac{m}{\mathrm{V}}$, que : $m = \rho \times \mathrm{V} \rightarrow \mathrm{Q}_m = \frac{\rho \times \mathrm{V}}{t} \rightarrow \mathrm{Q}_m = \rho \times \frac{\mathrm{V}}{t}$

Ce qui donne : $\boxed{\mathrm{Q}_m = \rho \times \mathrm{Q_V}}$ $\begin{cases} \mathrm{Q}_m : est\ le\ debit\ massique. \\ \mathrm{Q_V} : est\ le\ debit\ volumique. \\ \rho : est\ la\ masse\ volumique \end{cases}$

b) Ce débit peut également être déduit par le **produit** de la **surface** du conduit **par** la **vitesse** d'écoulement du fluide. En effet :

L'unité du débit est : $Q_V = \frac{V}{t} = \frac{m^3}{s} = \frac{(m^2 \times m)}{s} = (m^2) \times \left(\frac{m}{s}\right)$

$$\rightarrow \boxed{Q_V = v \times S} \begin{cases} v : \textit{étant la vitesse moyenne d'écoulement.} \\ S : \textit{étant la section latérale de la conduite.} \end{cases}$$

6.3 Principes Fondamentaux De La Conservation :

Les principes de conservation sont des principes fondamentaux de la physique. **La conservation de la masse et la conservation de l'énergie.**

6.3.1 Conservation De La Masse :

La conservation de la masse **est une loi fondamentale** de la chimie et de la physique. **Elle indique** non seulement qu'au cours de toute expérience, y compris si elle implique une transformation chimique, **la masse totale se conserve**, mais aussi que **le nombre d'éléments de chaque espèce chimique se conserve**.

Que l'on soit dans le cas d'un solide ou d'un fluide, **la masse est toujours conservée** au cours du temps **(Lavoisier, riens ne se perd)**. C'est la première loi que nous allons exploiter, elle est le fondement de la mécanique des fluides.

Comme toute loi de conservation elle s'exprime dans le cas de la mécanique des fluides par une équation de conservation, elle est dite aussi **équation de continuité.** Elle est basée sur trois hypothèses (conditions) importantes.

a) Fluide Parfait :

Les forces de **frottements** du fluide en mouvement seront **négligées**, on doit considérer que le **fluide est parfait ou idéal**.

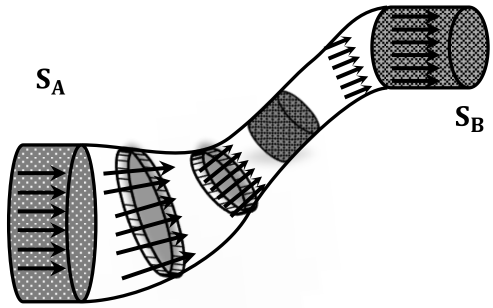
b) Régime Permanant :

Le régime d'écoulement doit être permanent, ce qui signifie **que l'intensité et l'orientation de la vitesse** en un point donné **sont constantes dans le temps**. En régime permanent, **les trajectoires et les lignes de courant sont confondues**. On en déduit que les lignes de courants et les tubes de courants sont constants dans le temps.

c) Le Fluide Est Homogène Et Incompressible :

D'un point de vue cinématique, cela veut dire que le volume élémentaire du fluide en déplacement est constant dans le temps (**isochore)**. Plus simplement, ceci signifie que la masse volumique (ρ) du fluide est constante dans le temps et dans l'espace.

Appliqué à un écoulement, le principe de la conservation de la masse énonce qu'aucune matière ne peut être créée ni disparaître dans un volume donné en mouvement. On considère que le fluide s'écoule dans un **conduit indéformable**. Ceci n'est pas strictement vérifié dans le cas de l'écoulement du sang, mais par souci de simplification, on admet que les hypothèses sont vérifiées.



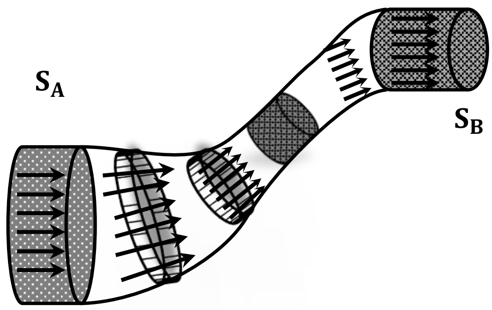
En mécanique des fluides, on effectue souvent des bilans sur des domaines de contrôle fixes. Il peut s'agir par exemple d'un tronçon de conduite limité par une section d'entrée et une section de sortie, et la surface intérieure latérale de la conduite entre ces deux sections.

6.3.1.1 Conservation Du Débit Massique :

Lors d'un écoulement stationnaire et isochore en conduite, le débit est constant et égal dans toute section droite de l'écoulement.

Considérons un fluide s'écoulant en régime permanent sous la forme d'un tube de courant; le fluide entre par l'extrémité de section (S_A), et ressort par son extrémité de section (S_B).

Comme nous avons un régime permanent, il entre par (S_A), une masse (m_A), de fluide pendant le temps (t_A) et ressort obligatoirement par (S_B) une masse égale ($m_B = m_A$), pendant le temps (t_B). Le volume d'entrée et le volume de sortie doivent être égal : ($V_A = V_B$).



Pendant le temps (t_A), la masse (m_A) possède une vitesse ($\vec{v}_A$) au niveau de la section (S_A) et pendant le temps (t_B), la masse (m_B) aurai une vitesse ($\vec{v}_B$) au niveau de (S_B).

La conservation du débit massique impose donc que : $\boxed{\mathbf{Q}_{mA} = \mathbf{Q}_{mB} \rightarrow \frac{\mathbf{m_A}}{t_A} = \frac{\mathbf{m_B}}{t_B}}$

6.3.1.2 Conservation Du Débit Volumique :

Pour un **fluide incompressible**, la masse volumique ne dépend pas du point considéré : ($\rho_A = \rho_B = \rho$). De l'équation précédente de la conservation du débit massique, on peut déduire la conservation du débit volumique :

$$\frac{\mathbf{m_A}}{t_A} = \frac{\mathbf{m_B}}{t_B} \rightarrow \frac{\rho\times \mathbf{V_A}}{t_A} = \frac{\rho\times \mathbf{V_B}}{t_B} \rightarrow \mathbf{Q_{VA}} = \mathbf{Q_{VB}} \rightarrow \frac{V_A}{t_A} = \frac{V_B}{t_B} \qquad V_A = V_B \rightarrow \begin{cases} V_A : est\ le\ volume\ d'entrée \\ V_B : est\ le\ volume\ de\ sortie \end{cases}$$

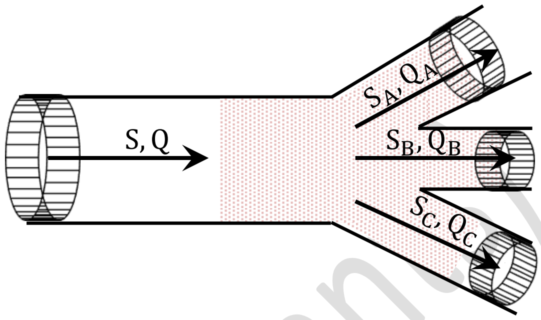
Si le volume (V_A), est le même que le volume (V_B), on peut écrire les équations suivantes, en prenant en considération la surface latérale et la vitesse, dans la section parcouru par le fluide.

Sachant que $\begin{cases} Q_{VA} = S_A \times v_A \\ Q_{VB} = S_B \times v_B \end{cases} \rightarrow \boldsymbol{S_A \times v_A = S_B \times v_B}$

$$\begin{cases} S_A : \textit{est la section d'entrée}, v_A : \textit{est la vitesse au niveau de la section d'entrée} \\ S_B : \textit{est la section de sortie}, v_B : \textit{est la vitesse au niveau de la section de sortie} \end{cases}$$

La conservation du débit volumique impose donc que : $\boxed{\mathbf{Q_{VA} = Q_{VB} \rightarrow S_A \times v_A = S_B \times v_B}}$

6.3.1.3 Conservation De Débit Dans Une Ramification :



L'équation de conservation du débit dans le cas d'une ramification, en utilisant le principe de la conservation de la masse donne dans le cas d'un régime permanant.

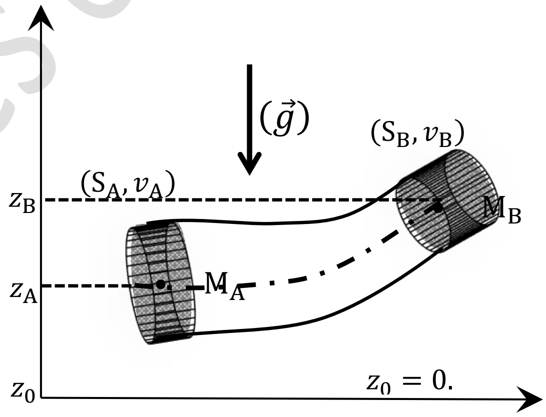
$$\boxed{\mathbf{Q = Q_A + Q_B + Q_C}}$$

Le débit total dans la canalisation mère est égal à la somme des débits dans les canalisations filles.

On peut écrire que : $\boxed{\mathbf{S \times v = S_A \times v_A + S_B \times v_B + S_C \times v_C}}$

6.3.2 Conservation De L'énergie :

Considérons un tube de courant d'un fluide parfait, incompressible en écoulement stationnaire dans un champ de pesanteur uniforme.



On s'intéresse au déplacement d'une particule fluide de de masse (m) et volume (V)) compris entre les surfaces (S_A) et (S_A) à l'instant $(t = t_B - t_A)$:

- (S_A) centrée autour du point (M_A) de cote (z_A) soumise à la pression statique (P_A), la vitesse de la particule de fluide en ce point est (v_A).
- (S_B) centrée autour du point (M_B) de cote (z_B) soumise à la pression statique (P_B), sa vitesse est (v_B).

Pendant l'intervalle de temps $(t = t_B - t_A)$, la particule de fluide en déplacement dans la conduite est caractérisé au point (A) par une masse (m_A) , une pression interne (P_A), une cote (z_A) par rapport à une référence (z_0), et à une vitesse (v_A).

Au point (B) par une masse (m_B) , une pression interne (P_B), une cote (z_B) par rapport à la même référence précédente (z_0), et une vitesse (v_B).

Une particule fluide en mouvement possède **trois formes d'énergie mécanique** liées respectivement à son **altitude** (sa cote ou sa position par rapport à un repère de référence prédéfinit), à sa **vitesse** de déplacement, et à son énergie interne de **pression** qu'elle subit de la part des forces pressantes des particules avoisinantes qui l'entoure.

6.3.2.1 Énergie Potentielle De Position :

Du fait de sa position par rapport à la Terre, un corps pesant de masse (m) possède de l'énergie en réserve. Situé à l'altitude (z), comptée à partir d'un niveau de référence arbitraire (z_0), il possède donc de l'énergie potentielle notée $(\mathrm{Ep} = m \times g \times z)$:

Donc, l'énergie potentielle $(\mathrm{Ep_A})$ de position de la masse de la particule de fluide au point (A) est due à son poids, elle sera donnée par l'expression :

$$\mathrm{Ep_A} = m_\mathrm{A} \times \mathrm{g} \times z_\mathrm{A} \quad avec: \begin{cases} m_\mathrm{A}: \textit{étant la masse au point } \mathrm{A} \\ z_\mathrm{A}: \textit{étant la cote au point } \mathrm{A} \\ \mathrm{g}: \textit{l'accélération de gravité} \end{cases}$$

Au point (B) elle sera donnée par : $\mathrm{Ep_B} = m_\mathrm{B} \times \mathrm{g} \times z_\mathrm{B} \; avec: \begin{cases} m_\mathrm{B}: \textit{étant la masse au point } \mathrm{B} \\ z_\mathrm{B}: \textit{étant la cote au point } \mathrm{B} \\ \mathrm{g}: \textit{l'accélération de gravité} \end{cases}$

6.3.2.2 Énergie Cinétique Ou De Mouvement :

Tous corps de masse (m), animé d'une vitesse (v), possède une énergie due à son mouvement (vitesse), appelée énergie cinétique, notée $\left(\mathrm{Ec} = \frac{1}{2} \times m \times v^2\right)$.

Donc l'énergie cinétique $(\mathrm{Ec_A})$ de la particule de fluide en déplacement au point (A) sera donnée par l'expression suivante :

$$\mathrm{Ec_A} = \frac{1}{2} \times m_\mathrm{A} \times {v_\mathrm{A}}^2 \quad avec: \begin{cases} m_\mathrm{A}: \textit{étant la masse au point } \mathrm{A} \\ v_\mathrm{A}: \textit{étant la vitesse de déplacement au point } \mathrm{A} \end{cases}$$

Son énergie cinétique au point (B) sera donnée par :

$$\mathrm{Ec_B} = \frac{1}{2} \times m_\mathrm{B} \times {v_\mathrm{B}}^2 \quad avec: \begin{cases} m_\mathrm{B}: \textit{étant la masse au point } \mathrm{B} \\ v_\mathrm{B}: \textit{étant la vitesse de déplacement au point } \mathrm{B} \end{cases}$$

6.3.2.3 Énergie Interne Ou Énergie De Pression :

Cette énergie interne, est liée au mouvement d'agitation des particules constituant le système en mouvement. Elle intervient notamment dans le cas des particules fluides. Une particule fluide de volume (V) à l'intérieur duquel règne la pression (P) possède de l'énergie de pression notée $(\mathrm{Ep}r)$:

Dans le chapitre **(4.3.2)**, on a vu que la pression était équivalente à une énergie $(\mathrm{Ep}r)$ par unité de volume (V). On déduit que l'énergie due à la pression n'est que le produit de la pression par le volume de fluide en déplacement $(\mathrm{Ep}r = \mathrm{P} \times \mathrm{V})$:

L'énergie interne due à la pression $(\mathrm{Ep}r)$ que subit la particule fluide en déplacement de la part des particules qui l'entoure au point (A) sera donnée par l'expression :

Donc au point (A) : $\mathrm{Ep}r_\mathrm{A} = \mathrm{P_A} \times \mathrm{V_A} \quad avec: \begin{cases} \mathrm{V_A}: \textit{étant son volume au point } \mathrm{A} \\ \mathrm{P_A}: \textit{étant la pression qu'elle subit au point } \mathrm{A} \end{cases}$

Au point (B) elle sera donnée par : $\mathrm{Ep}r_\mathrm{B} = \mathrm{P_B} \times \mathrm{V_B} \quad avec: \begin{cases} \mathrm{V_B}: \textit{le volume au point } \mathrm{B} \\ \mathrm{P_B}: \textit{la pression au point } \mathrm{B} \end{cases}$

6.3.3 Conservation De L'énergie Totale, (Première Forme Du Théorème De BERNOULLI) :

S'il n'y a pas d'échange de travail et de chaleur (pas de perte d'énergie), on peut écrire l'équation fondamentale de la conservation des énergies de l'écoulement des fluides, cette équation est dite **Équation de Bernoulli**

L'énergie totale (Etot) de la particule fluide en déplacement sera donnée par la somme algébrique de toutes les énergies de cette particule.

$\boxed{\mathrm{Etot} = \mathrm{Ep} + \mathrm{Ec} + \mathrm{Epr}}$ Donc : $\boxed{\mathbf{Etot} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{g} \times \boldsymbol{z} + \frac{1}{2} \times \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{v}^2 + \mathbf{P} \times \mathbf{V} = \mathbf{Cste}}$; avec : $\begin{cases} m : \textit{la masse.} \\ \mathrm{V} : \textit{son volume.} \\ z : \textit{sa cote.} \\ v : \textit{sa vitesse.} \\ \mathrm{P} : \textit{sa pression.} \\ g : \textit{accélération.} \end{cases}$

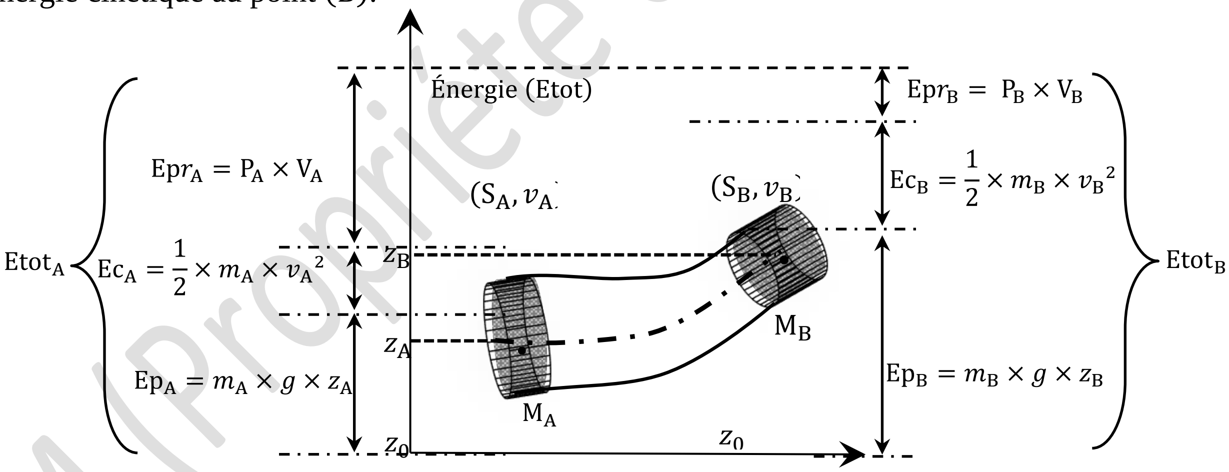
Tous les termes de cette équation **<u>ont une dimension d'une énergie.</u>**

Au point (A), l'énergie totale sera donnée par l'expression suivante :

$$\boldsymbol{m}_{\mathbf{A}} \times \boldsymbol{g} \times \boldsymbol{z}_{\mathbf{A}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \boldsymbol{m}_{\mathbf{A}} \times \boldsymbol{v}_{\mathbf{A}}{}^{\mathbf{2}} + \mathbf{P}_{\mathbf{A}} \times \mathbf{V}_{\mathbf{A}} = \mathbf{Cste}$$

Au point (B), elle sera donnée par : $\boldsymbol{m}_{\mathrm{B}} \times \boldsymbol{g} \times \boldsymbol{z}_{\mathrm{B}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \boldsymbol{m}_{\mathrm{V}} \times \boldsymbol{v}_{\mathrm{B}}{}^{\mathbf{2}} + \mathbf{P}_{\mathrm{B}} \times \mathbf{V}_{\mathrm{B}} = \mathbf{Cste}$

Dans la figure suivante on schématise les différentes énergies de la particule, ainsi que son énergie totale. Dans la suite du cours on va expliquer pourquoi l'énergie cinétique de la particule au point (A) est inférieure à son énergie cinétique au point (B), et pourquoi l'énergie de pression de la particule au point (A) est supérieure à son énergie cinétique au point (B).



La **conservation** de l'énergie totale lors de l'écoulement **donne** : $\mathbf{Etot_A} = \mathbf{Etot_B} \rightarrow$

$$\boxed{\boldsymbol{m}_{\mathbf{A}} \times \boldsymbol{g} \times \boldsymbol{z}_{\mathbf{A}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \boldsymbol{m}_{\mathbf{A}} \times \boldsymbol{v}_{\mathbf{A}}{}^{\mathbf{2}} + \mathbf{P}_{\mathbf{A}} \times \mathbf{V}_{\mathbf{A}} = \boldsymbol{m}_{\mathrm{B}} \times \boldsymbol{g} \times \boldsymbol{z}_{\mathrm{B}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \boldsymbol{m}_{\mathrm{V}} \times \boldsymbol{v}_{\mathrm{B}}{}^{\mathbf{2}} + \mathbf{P}_{\mathrm{B}} \times \mathbf{V}_{\mathrm{B}}}$$

Cette dernière équation explicite la conservation de l'énergie totale da la particule en mouvement, lorsque les pertes d'énergies sont négligées.

6.3.4 Conservation De La Pression Totale, Deuxième Forme Du Théorème De BERNOULLI :

En remplaçant la masse (m) de la particule du fluide en mouvement par l'expression qui fait intervenir son volume et sa masse volumique $(m = \rho \times \mathrm{V})$, on retrouve :

$$\text{Etot} = \rho \times \text{V} \times g \times z + \frac{1}{2} \times \rho \times \text{V} \times v^2 + \text{P} \times \text{V} = \text{Cste.}$$

On peut mettre le volume (V) de la particule en facteur, puisqu'il apparaît dans les trois termes.

$$\text{Etot} = \text{V} \times \left(\rho \times g \times z + \frac{1}{2} \times \rho \times v^2 + \text{P}\right) = \text{Cste.}$$

Si l'on divise les deux termes de l'équation par le volume (V) de la particule, on aura :

$$\boxed{\frac{\textbf{Etot}}{\textbf{V}} = \textbf{Ptot} = \boldsymbol{\rho} \times \boldsymbol{g} \times \boldsymbol{z} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \boldsymbol{\rho} \times \boldsymbol{v}^{\mathbf{2}} + \textbf{P} = \frac{\textbf{Cste}}{\textbf{V}} = \textbf{Cste.}}$$

Sous cette forme, **tous les termes de l'équation ont la dimension d'une pression**. Elle représente la **deuxième forme** de l'équation de **Bernoulli**. Elle met en évidence que **la pression totale** d'une particule fluide en mouvement **est conservée.**

Remarque :

- On déduit que la **conservation de l'énergie est indépendante du volume de la particule en déplacement** (la particule considérée peut avoir un volume être très petite).

- Cette énergie par unité de volume n'est que la **pression totale** (**Ptot**) que subit la particule lors de son déplacement.

6.3.4.1 Interprétation Des Différents Termes De L'équation Précédente :

_Dans cette expression, on retrouve **trois termes :**

$$\boxed{\textbf{Ptot} = \textbf{P}_{z} + \textbf{P}_{cin} + \textbf{P}_{stat}}$$

a) **Le premier terme donné par** ($\mathbf{P}_z = \boldsymbol{\rho} \times \boldsymbol{g} \times \boldsymbol{z}$) représente **la pression due à la pesanteur** que subit la particule en mouvement à la profondeur (z), elle dépend uniquement **de son altitude**.

b) **Le second terme donné par** $\left(\mathbf{P}_{cin} = \frac{1}{2} \times \boldsymbol{\rho} \times \boldsymbol{v}^2\right)$ est **la pression cinétique**, que subit la particule lors de son mouvement, elle dépend que de **sa vitesse** de déplacement.

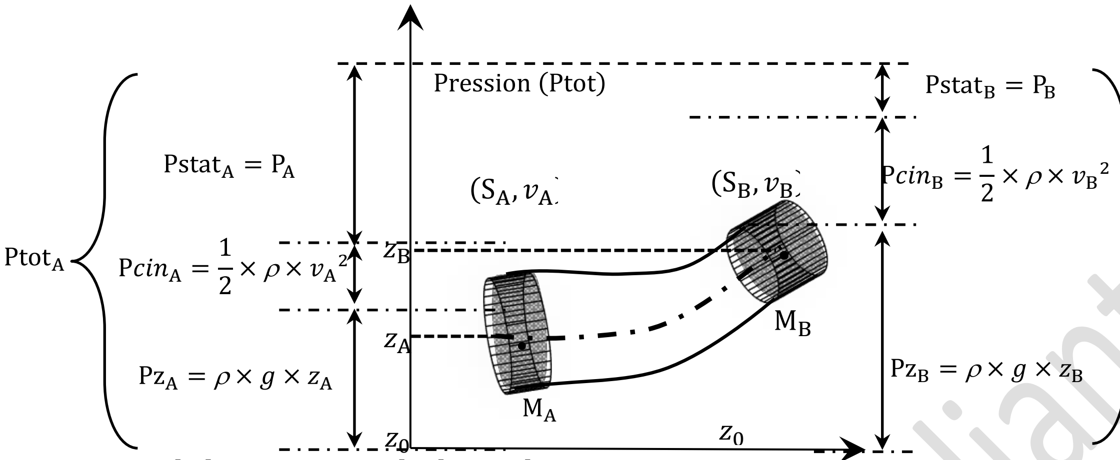
c) **En fin le dernier terme** ($\mathbf{P}_{stat} = \mathbf{P}$) est **la pression hydrostatique** que subit la particule de la part des **forces pressantes** des particules avoisinantes qui l'entourent.

6.3.4.2 Conservation De La Pression Totale :

On peut appliquer la conservation de la pression totale de la particule au point (A) , et on retrouve l'expression : $\frac{(\text{Etot})_\text{A}}{\text{V}} = \boldsymbol{\rho} \times \boldsymbol{g} \times \boldsymbol{z}_\mathbf{A} + \frac{1}{2} \times \boldsymbol{\rho} \times \boldsymbol{v}_\mathbf{A}^{\mathbf{2}} + \mathbf{P}_\mathbf{A} = \text{Cste}$

Au point (B), elle sera donnée par : $\frac{(\text{Etot})_\text{B}}{\text{V}} = \boldsymbol{\rho} \times \boldsymbol{g} \times \boldsymbol{z}_\mathbf{B} + \frac{1}{2} \times \boldsymbol{\rho} \times \boldsymbol{v}_\mathbf{B}^{\mathbf{2}} + \mathbf{P}_\mathbf{B} = \text{Cste}$

Dans la figure suivante on schématise les différentes pressions que subit la particule, ainsi que sa pression totale.



La conservation de la pression totale donne donc :

$$\boxed{\boldsymbol{\rho \times g \times z_A + \frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2 + P_A = \rho \times g \times z_B + \frac{1}{2} \times \rho \times v_B^2 + P_B}}$$

Cette dernière équation représente la **conservation de la pression totale** que subit la particule fluide en mouvement entre les points (A) et (B), lorsque **les pertes de pression** sont négligées.

6.3.5 Conservation De La Charge Totale, Troisième Forme Du Théorème De BERNOULLI :

Le fluide en mouvement étant incompressible, sa masse volumique (ρ) ainsi que l'accélération de gravitation (g) sont constante, on peut diviser l'expression de la pression totale $\left(\mathbf{Ptot} = \frac{\mathbf{Etot}}{\mathbf{V}}\right)$ par le poids volumique ($\varpi = \rho \times g$)du fluide en mouvement.

On retrouve une nouvelle expression donnée par : $\boxed{\boldsymbol{\frac{Etot}{V \times \rho \times g} = z + \frac{v^2}{2 \times g} + \frac{P}{C} = \frac{Cste}{V \times \rho \times g} = Cste}}$

Sous cette forme, tous les termes **ont la dimension d'une hauteur**.

6.3.5.1 Interprétations Des Différents Termes De Cette Dernière équation :

Le terme général $\left(\frac{\mathbf{Etot}}{\mathbf{V \times \rho \times g}} = \mathbf{Htot}\right)$ donne l'expression d'une **Hauteur Totale**, appelée la **CHARGE TOTALE** de la particule fluide en écoulement. Dans cette expression, on retrouve aussi **trois termes :**

$$\boxed{\mathbf{Htot = H_z + H_{cin} + H_{stat}}}$$

a) Le premier terme donné par ($\mathbf{H_z} = \boldsymbol{z}$) représente la hauteur **(l'altitude)** de la particule en mouvement par rapport à la référence (z_0). Elle est appelée aussi la **charge de la pesanteur.**

b) Le second terme donné par $\left(\mathbf{H}_{cin} = \frac{v^2}{2 \times g}\right)$ est **la hauteur cinétique** de la particule, elle dépend de **sa vitesse** de déplacement, et est appelée **charge cinétique**.

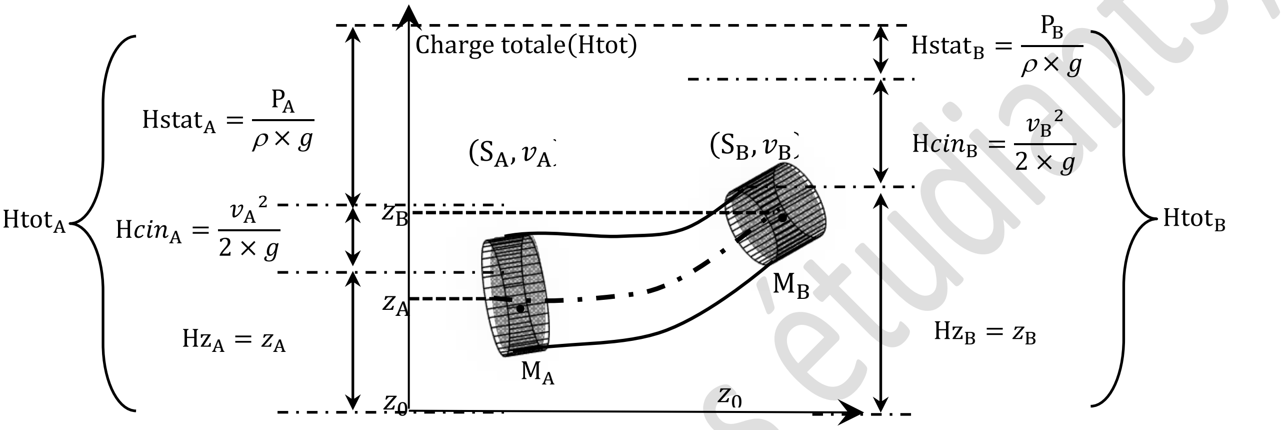
c) En fin le dernier terme $\left(\mathbf{H}_{stat} = \frac{\mathbf{P}}{\rho \times g}\right)$ est **la Hauteur hydrostatique** de la particule fluide qu'elle subit de la part des **forces pressantes**, appelée **la charge de pression statique**.

6.3.5.2 Conservation De La Charge Totale :

On peut appliquer la conservation de la charge totale de la particule entre les points (A) et (B), on retrouve la troisième forme de la **conservation de la charge de BERNOULLI** :

$$\frac{(\mathrm{Etot})_A}{V\times\rho\times g} = \frac{(\mathrm{Etot})_B}{V\times\rho\times g} \rightarrow \mathrm{Htot}_A = \mathrm{Htot}_B \rightarrow \boxed{z_A + \frac{v_A^2}{2\times g} + \frac{P_A}{\rho\times g} = z_B + \frac{v_B^2}{2\times g} + \frac{P_B}{\rho\times g}}$$

Dans la figure suivante on schématise les différentes charges de la particule, ainsi que sa charge totale.



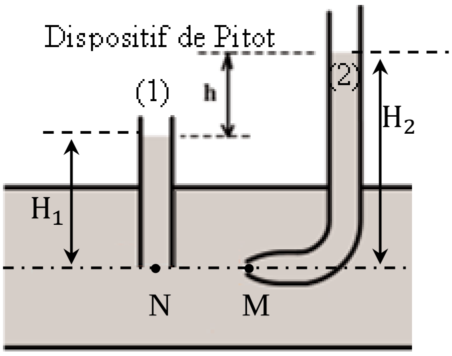
La conservation de la charge totale entre les deux points (A) et (B) donne donc :

$$\boxed{z_A + \frac{v_A^2}{2\times g} + \frac{P_A}{\rho\times g} = z_B + \frac{v_B^2}{2\times g} + \frac{P_B}{\rho\times g}}$$

Cette **troisième équation** représente la **conservation de la charge totale** de la particule fluide en mouvement, lorsque les **pertes de charge** sont négligées.

6.4 Application De L'équation Fondamentale De Bernoulli (Fluide Parfait) :

6.4.1 Mesure De La Vitesse Dispositif De Pitot :



Dans une conduite horizontale de même section (S) s'écoule un liquide incompressible. On dispose de deux (2) tubes de prises de pression dans la canalisation de l'écoulement. Une prise de pression (tube 1) donne accès à la pression statique (point N) et une prise de pression (tube 2) qui permet l'obtention de la pression d'arrêt (point M).

En appliquant le **théorème de Bernoulli**, sous sa deuxième forme, entre les points (N) et (M) à une particule qui se déplace sur la ligne médiane, on retrouve :

Au point N : $\frac{(\text{Etot})_N}{V} = \rho \times g \times z_N + \frac{1}{2} \times \rho \times v_N^2 + P_N$

Au point M : $\frac{(\text{Etot})_M}{V} = \rho \times g \times z_M + \frac{1}{2} \times \rho \times v_M^2 + P_M$

La conservation de la pression totale entre les deux points précédents$\left(\frac{(\text{Etot})_N}{V} = \frac{(\text{Etot})_M}{V}\right)$, fluide parfait, on retrouve : $\rho \times g \times z_N + \frac{1}{2} \times \rho \times v_N^2 + P_N = \rho \times g \times z_M + \frac{1}{2} \times \rho \times v_M^2 + P_M$

Sachant que les deux points se trouvent sur la même côte : $(z_N = z_M)$ et que la vitesse au point (M) est nulle $(v_M = 0)$, le point (M) est appelé le point d'arrêt. Les pressions statiques des points (M) et (N) sont données respectivement par :

$P_M = P_{atm} + \rho \times g \times H_2$ *et* $P_N = P_{atm} + \rho \times g \times H_1$

$$\cancel{\rho \times g \times z_N} + \frac{1}{2} \times \rho \times v_N^2 + (\cancel{P_{atm}} + \rho \times g \times H_1) = \cancel{\rho \times g \times z_M} + \cancel{\frac{1}{2} \times \rho \times v_M^2} + (\cancel{P_{atm}} + \rho \times g \times H_2)$$

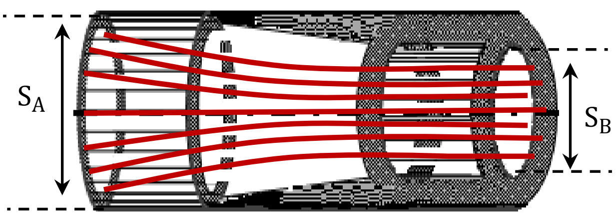
Après simplification, on obtient l'expression qui nous permet de déduire la vitesse d'écoulement du liquide au point (N), en fonction de la différence de hauteur $(h = H_2 - H_1)$.

$$\frac{1}{2} \times v_N^2 + (g \times H_1) = (g \times H_2) \rightarrow \boxed{v_N = \sqrt{\mathbf{2 \times g \times (H_2 - H_1)}}}$$

Le débit est proportionnel à la racine carrée de la hauteur de dénivelé.

6.4.2 Effet Venturi

On considère un fluide incompressible, parfait et de masse volumique (ρ). Le fluide s'écoule en régime permanent dans une canalisation cylindrique de section (S_A) suivie par un tube cylindrique de section (S_B). Le raccordement est fait par une canalisation conique assez longue. L'axe principal de l'écoulement cylindrique est horizontal $(z_A = z_B)$. Soient (P_A) et (P_B), (v_A) et (v_B) les pressions statiques et les vitesses respectives dans les tubes cylindriques de sections (A) et (B).



Sachant que la pression due à la s'annule $(z_A = z_B)$, l'équation de Bernoulli sous sa deuxième forme (conservation de la pression totale) dans les deux sections (A) et (B), donne :

$$\boxed{Ecin_A + P_A = Ecin_B + P_B}$$

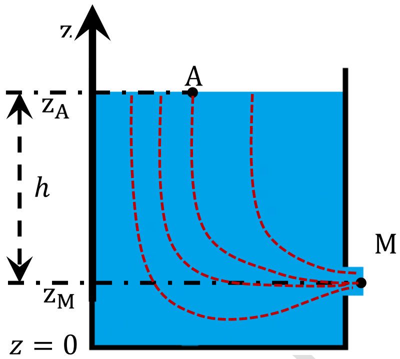
On a aussi la conservation du débit entre les deux sections (A) et (B) qui donne :

$$Q_V = v_A \times S_A = v_B \times S_B \rightarrow \boxed{v_B = \frac{S_A}{S_B} \times v_A}.$$

Au niveau du rétrécissement, section (B), les lignes de courant **sont plus serrées** et la **vitesse** d'écoulement **augmente** ce qui va entraîner une **augmentation** de **l'énergie cinétique** de la particule.

L'effet Venturi, du nom du physicien italien **Giovanni Batista Venturi**, est le nom donné à un phénomène de la dynamique des fluides qui dit que lors d'un écoulement, **si les particules de fluide en mouvement sont accélérées dans une section, la pression dans la même section diminue.**

6.4.3 Écoulement par un orifice :



Une autre application, des plus simples, du théorème de Bernoulli est celle conduisant au calcul de la vitesse du jet d'eau lors d'une vidange d'un réservoir à surface libre par un orifice de section très petite devant celle du réservoir.

Appliquons le théorème de Bernoulli sur une ligne de courant entre un point (A) de la surface libre et un point (M) du jet.

Comme il n'y a pas de discontinuité de pression à l'interface (jet-atmosphère), la pression statique dans le jet est égale à la pression atmosphérique, qui est également celle de la surface libre. Donc ces deux points seront soumis à l'action de la pression atmosphérique.

Et on aura : $P_A = P_M = P_{atm}$; Par conséquent, l'équation de Bernoulli sous sa deuxième forme appliquée aux points (A) et (B) donne :

$$\rho \times g \times z_A + \frac{1}{2} \times \cancel{\rho \times v_A{}^2} + \cancel{P_{atm}} = \rho \times g \times z_M + \frac{1}{2} \times \rho \times v_M{}^2 + \cancel{P_{atm}}$$

Sachant que la vitesse (v_M) au (M) est très grande devant la vitesse (v_A) au (A), on peut négligée cette dernière ($v_M \gg v_A \rightarrow v_A \cong 0$).

Après simplification, on retrouve : $\rho \times g \times z_A - \rho \times g \times z_M = \frac{1}{2} \times \rho \times v_M{}^2$; si l'on pose que $h = z_A - z_M$

$$\rightarrow \boxed{\boldsymbol{v_M = \sqrt{2 \times g \times h}}} .$$

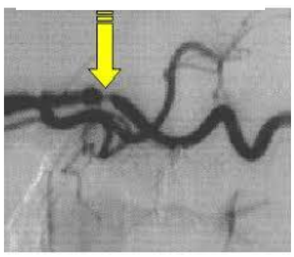
Le débit est proportionnel à la racine carrée de la hauteur de dénivelé.

6.4.4 Application De L'effet Venturi

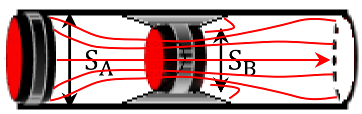
6.4.4.1 Sténose Artérielle :

L'athérosclérose est une pathologie cardio-vasculaire, où le diamètre des artères diminue localement et progressivement par la formation d'une plaque d'athérome, qui est une accumulation de lipides et de tissu fibreux, pouvant conduire à une sténose artérielle, voire une thrombose.

Exemple d'une sténose artérielle

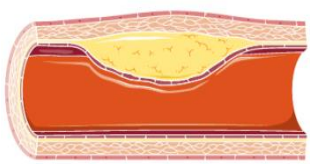


Donc une sténose est une diminution (rétrécissement) du diamètre de la paroi de l'artère suite à un dépôt en son sein. Physiologiquement, lorsque la section diminue, une fois que la plaque d'athérome s'est formée, le flux sanguin est peu à peu obstruée, une sténose artérielle se forme et conduit à une chute de pression par **effet-Venturi** à l'intérieur de l'artère.

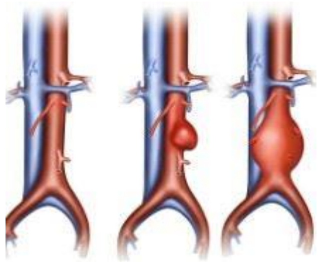


En effet, pour un débit sanguin donné (Q), la section interne de l'artère est (S_A) la vitesse d'écoulement du sang est (v_A). Lorsque la section interne (S_B) diminue, l'artère se ferme, le sang s'accumule sous la poussée du sang accumulé, impliquant un risque **d'obstruction par spasme** si la pression diminue trop. Une fois que l'artère s'ouvre à nouveau, elle libère violemment le sang accumulé, la vitesse (v_B) au niveau de la section (B) augmente ce qui va créer des tourbillons à l'aval de la sténose. Le sang va dans tous les sens, et engendre un bruit audible à l'auscultation (souffle pathologique).

Athérosclérose



6.4.4.2 Anévrisme Artérielle :



Un anévrisme est une dilatation anormale de la paroi d'une artère, donc une augmentation de la section interne. Cette distension entraîne la création de poche de sang (sac anévrismal). Or lorsque les artères se dilatent, la section interne augment, elles s'amincissent et se fragilise. La vitesse d'écoulement dans cette zone diminue et la pression augmente, ce qui risque la rupture de la paroi.

En résumé : si les sections en amont et en aval de l'anomalie, sont notées respectivement (S_A) et (S_B), les vitesses notées respectivement (v_A) et (v_B) et les pressions (P_A) et (P_B).

Dans le cas ou d'une sténose on peut dire :

$$\underbrace{S_A > S_B}_{\text{Rétrécissement}} \Longrightarrow \underbrace{v_A < v_B}_{\text{Accélération}} \Longrightarrow \underbrace{P_A > P_B}_{\text{Dépression}}$$

Dans le cas ou d'un anévrisme :

$$\underbrace{S_A < S_B}_{\text{Élargissement}} \Longrightarrow \underbrace{v_A < v_B}_{\text{Décélération}} \Longrightarrow \underbrace{P_A > P_B}_{\text{Surpression}}$$

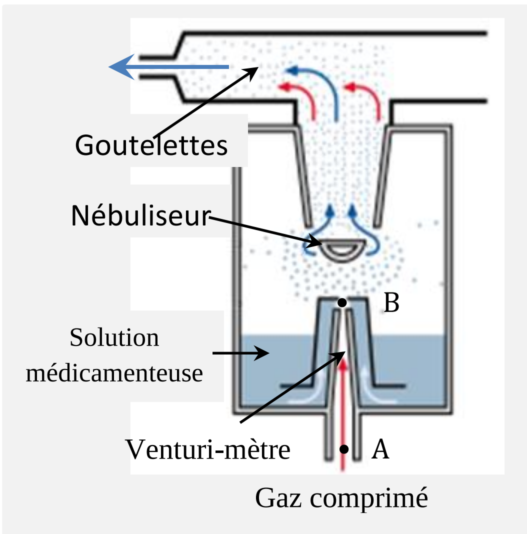
6.4.4.3 Aérosolthérapie, Nébuliseur:

a) **Définition :** L'aérosolthérapie par nébulisation permet d'administrer au patient, par voie inhalée, des substances actives directement au niveau des voies respiratoires.

Les médicaments sont maintenus sous forme de fines particules liquides ou solides dispersées et transportées dans un gaz (air comprimé ou oxygène), permettant ainsi leur diffusion in situ à l'aide d'un nébuliseur relié à un masque.

Administrer directement par nébulisation à l'aide d'un gaz, une solution médicamenteuse dans les voies respiratoires permet :

- une action rapide du médicament
- d'atténuer les effets secondaires par une action locale
- de favoriser le passage de certains médicaments dans la circulation sanguine (effet systémique)
- d'humidifier l'air inhalé.

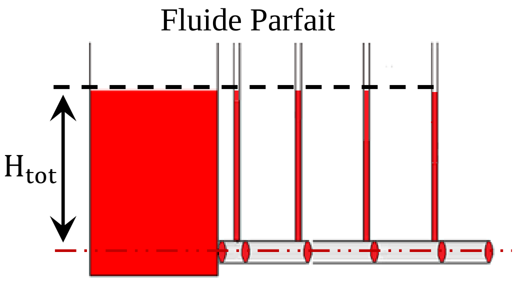


b) **Principe Du Nébuliseur (Effet Venturi) :**

Un gaz (de l'air ou de l'oxygène) circule sous pression dans une conduite de section variable (**Venturi**). La section entre les points d'entrée (A) et de sorti (B) du venturi diminue (voir schéma ci-contre), la vitesse augmente et la pression diminue (**effet venturi**). La dépression au niveau du point de sortie (B) permet de (nébuliser) la substance médicamenteuse dans le gaz, et l'inhalation du gaz riche en particules dispersées va se fixer dans les voies respiratoires.

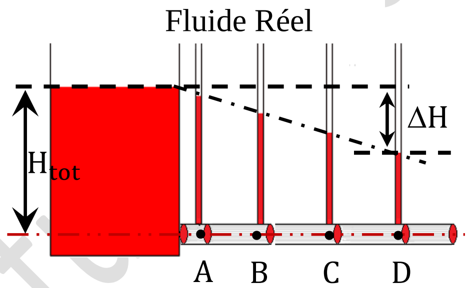
6.5 Fluide Réel :

6.5.1 Introduction :



Théoriquement, un fluide qui coule sans frottement est appelé un **Fluide Parfait**. Le chapitre précédent a été consacré à l'étude de ces fluides **imaginaires**, pour lesquels les forces de frottements ont étés négligées. Le schéma ci-contre montre que la charge (hauteur) du liquide est la même dans tous les piézomètres.

6.5.2 Mise En Évidence :



Pour mettre en évidence ces pertes de charge, considérons une conduite horizontale de diamètre uniforme, alimentée par un réservoir de hauteur constante (H_{tot}). À l'intérieur de la conduite s'écoule un fluide incompressible de masse volumique (ρ), des piézomètres sont placés sur la conduite afin de vérifier la hauteur de la charge (l'énergie) de l'écoulement, le premier est placé au début de la conduite.

On constate que la **ligne de charge n'est pas constante** le long d'un écoulement. Ceci va à l'encontre de l'hypothèse du fluide parfait, qui énonce que l'énergie mécanique devrait se conserver entièrement au cours de l'écoulement. Cette perte d'énergie est entièrement liée à la viscosité du fluide, c'est-à-dire à sa résistance à la déformation.

Le niveau du liquide dans les piézomètres s'abaisse à chaque fois que l'on s'éloigne du réservoir. On déduit que **l'énergie totale de la particule** fluide en mouvement **diminue** lors de son déplacement. Il existe une **dissipation d'énergie sous forme thermique** tout au long de l'écoulement. Cette dissipation est due aux effets du frottement :

a) **frottement du fluide sur la paroi**.
b) **frottement** des particules fluides **les unes sur les autres.**

Un fluide est **dit réel** si, pendant son mouvement, les forces de contact ne sont pas perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquelles elles s'exercent. Elles possèdent des composantes tangentielles qui s'opposent au glissement des couches fluides les unes sur les autres. Cette résistance est caractérisée par la **viscosité.**

6.5.3 Conservation De L'énergie Totale Dans Le Cas Des Pertes De Charges :

Dans le cas de l'écoulement d'un liquide réel, ayant une viscosité non nulle, il y a des pertes d'énergie par frottement sur la paroi du conduit. La conservation de la charge totale entre les deux points (A) et (D) du schéma précédent peut s'écrire :

$$\mathrm{Ptot_A} = \mathrm{Ptot_D} + \Delta P(AD)$$

Ce qui va donner : $\rho \times g \times H_A + \frac{1}{2} \times \rho \times v_A{}^2 = \rho \times g \times H_D + \frac{1}{2} \times \rho \times v_D{}^2 + \Delta P$

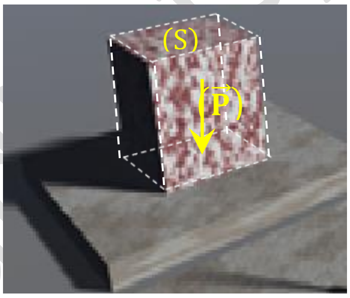
La ligne de courant étant horizontale ($z_A = z_D$) et (ΔP) est perte de charge entre les points (A) et (D).

6.5.4 Notions de Contraintes :

Les particules élémentaires du **fluide réel** en déplacement n'ont pas la même vitesse, cette variation de vitesse dépend d'un ensemble de contraintes que va subir la particule. Ces contraintes sont dues aux interactions avec les différentes particules qui l'entourent.

6.5.4.1 Définition De La Contrainte.

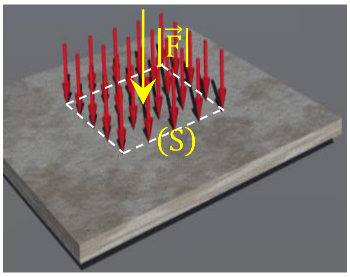
À l'échelle particulaire (microscopique), la notion de force est généralement remplacée par la notion de contrainte. **La contrainte décrit les forces** que les particules élémentaires d'un milieu **subissent**.



Afin de simplifier la compréhension de la notion de contrainte, considérons un corps solide de masse (m) posé sur un support horizontal. Le poids du corps $\left(|\vec{F}| = m \times |\vec{g}|\right)$ exerce sur la surface de contact (S) avec le support une pression donnée par l'expression suivante :

$$\left(P = \frac{|\vec{F}|}{S}\right).$$

Réellement l'intensité du poids $\left(\vec{P}\right)$ du corps se répartie sur toute la surface de contact, et chaque particule du support va subir un gradient d'intensité de pression $\left[d(P) = \frac{d(|\vec{F}|)}{dS}\right]$.



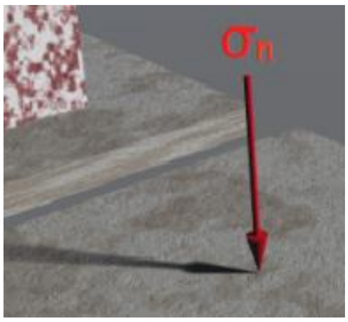
Lorsque la surface (ds) tend vers la surface élémentaire de la particule qui subit l'élément de force pressante $\left[d\left(|\vec{F}|\right)\right]$, on définit une contrainte.

En mécanique des fluides (mécanique des milieux continus), la **notion de force** est généralement remplacée par **la notion de contrainte**, la notion de **mouvement** est remplacée par la notion de **déformation** et enfin la notion de **masse** remplacée par la notion de **masse volumique**.

Une contrainte s'exerce toujours sur une surface, elle a la **même dimension qu'une pression**. On distingue deux types de contraintes.

La contrainte **normale** et la contrainte **tangentielle**.

6.5.4.2 Contrainte Normale :



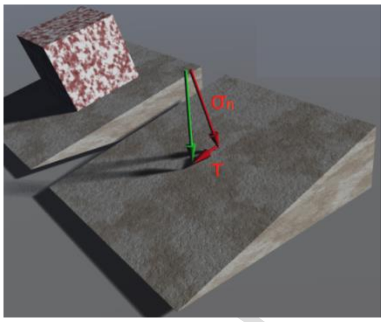
Lorsque la force appliquée est perpendiculaire (normale) à la surface, on définit une **contrainte normale**, elle est généralement notée $(\boldsymbol{\sigma})$, et définit par l'expression suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{d\left(|\vec{F}|\right)}{dS}$$

Il faut noter que la valeur de cette contrainte peut être positive ou négative :

- **Elle est positive** dans le cas d'une **compression (surpression).**
- Elle est **négative** dans le cas d'une traction ou une **extension (dépression)**

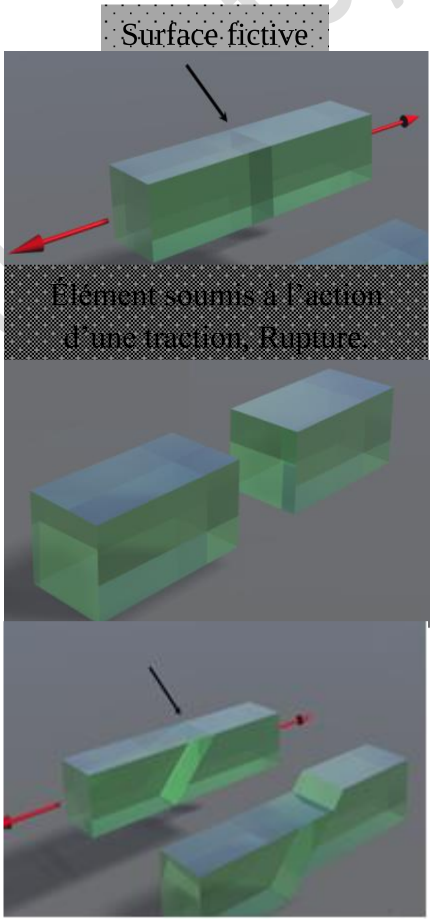
6.5.4.3 Contrainte Tangentielle :



Dans le cas particulier ou le support qui subit l'action du poids n'est pas horizontal (incliné d'un angle (α), la contrainte est oblique par rapport à la surface de contact.

La contrainte dans ce cas de figure se décompose en une contrainte normale que l'on note (σ), et une **contrainte tangentielle** appelée aussi **contrainte de cisaillement**, et notée (τ)

6.5.4.4 Exemples :



Exemple 1 :

L'élément du schéma ci-contre est soumis à l'action d'un effort de traction. Il y a des contraintes de traction au niveau des particules élémentaires du corps.

Lorsque la valeur de ces contraintes est très importante (trop grandes), le corps ne va pas résister, et il y aura une rupture (un endommagement, une cassure) du corps sur sa surface fictive qui est perpendiculaire à la force de traction.

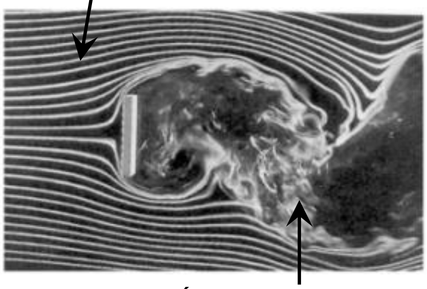
La surface fictive étant perpendiculaire à la direction de la force de traction, on définit dans ce cas de figure une contrainte normale.

Exemple 2 :

Dans le cas particulier ou la surface fictive est inclinée par rapport à la direction de l'effort de traction, voir le schéma suivant, la rupture aura lieu lorsque la contrainte de cisaillement devient trop forte par rapport à la valeur admissible de la contrainte de cisaillement du corps.

6.6 Expérience De Reynolds :

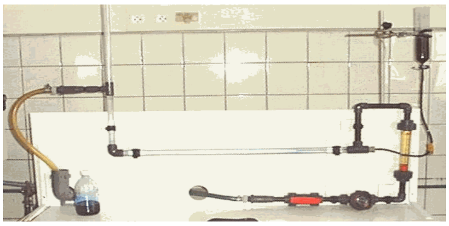
L'expérience menée par Reynolds en 1883 permet de mettre en évidence certains comportement qui ne peuvent pas être expliqués par la théorie d'un fluide parfait, et impliquent la présence de frottements (viscosité).



Cette expérience consiste à observer un écoulement de débit contrôlé dans une conduite transparente, en introduisant du colorant par l'intermédiaire d'un tube fin. En augmentant progressivement le débit, on fait apparaître plusieurs régimes d'écoulement.

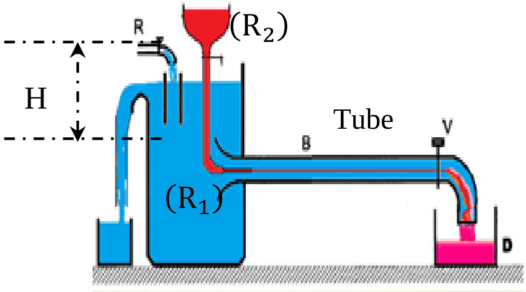
Un régime d'écoulement peut être défini comme étant le mode de mouvement des particules fluides entre elles dans un écoulement.

6.6.1 Dispositif Expérimental :



Le dispositif de **Reynolds** est constitué d'un réservoir (R_1) de grande dimension muni d'un tremplin afin de garder une charge d'alimentation (**H**) **constante** dans un tube horizontal et transparent. Le tube est placé sur un bâti de couleur claire afin de visualiser les différents types d'écoulements dans la conduite.

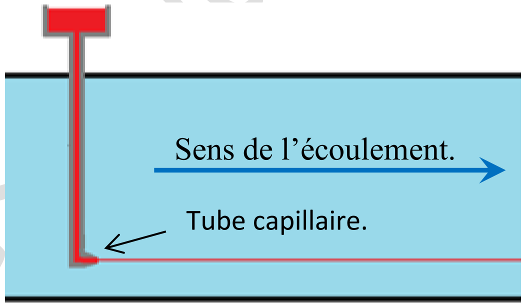
Un autre réservoir (R_2), plus petit que le précédent, contient un liquide de même densité que le précédent coloré. Le fluide coloré est déversé dans le tube à l'aide d'un capillaire voir le schéma ci-contre. .



La vanne de réglage (V), permet de faire varier le débit d'eau dans le tube.

6.6.2 Régime Laminaire :

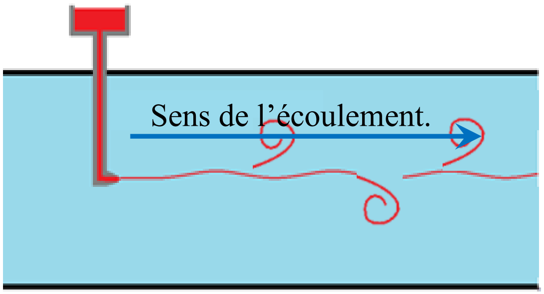
Avec de très faible débit, on observe un écoulement régulier du liquide issu du grand réservoir de couleur bleu. Les lignes du colorant (rouge), qui correspondent ici à des trajectoires de particules sont parfaitement rectilignes et parallèles.



En changeant la hauteur, position du tube capillaire par rapport au centre du tube, on remarque que la vitesse d'écoulement est **maximale au centre** de la conduite et elle s'annule près des bords du tube. Cette observation traduit une influence du frottement sur les parois.

Dans ce type d'écoulement, la répartition des vitesses des particules fluides en mouvement est bien régulière, et elles sont toutes orientées dans le sens de l'écoulement. Elles génèrent très peu de bruit à cause de leurs structures bien ordonnées. Cet écoulement, pour lequel les lignes de courant restent parfaitement parallèles, est appelé écoulement **laminaire ou lamellaire**.

6.6.3 Régime Transitoire :

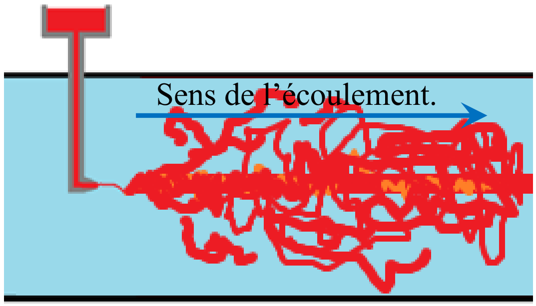


Lorsque l'on fait augmenter le débit en ouvrant progressivement la vanne de contrôle, et continuer à observer la nature de l'écoulement, on remarque qu'à partir d'une certaine valeur limite de débit, des ondulations (oscillations) lentes apparaissent. Les lignes de courant restent toujours distinctes, elles ne se mélangent pas, mais elles ne sont plus des droites. La **répartition des vitesses n'est plus régulière**, et parfois elles génèrent de légers tourbillons, ce phénomène d'apparition de tourbillons s'accentue en augmentant le débit d'écoulement. Un tel écoulement, instable est appelé **écoulement transitoire**.

6.6.4 Régime Turbulent :

En augmentant encore davantage le débit, les ondulations deviennent plus intenses. Et à partir d'un certain débit critique, les lignes de courant ne sont plus discernables. Elles se recoupent, se mélangent, l'écoulement est très instable, et le colorant diffuse rapidement dans toute les directions.

Dans ce type d'écoulement, **la répartition des vitesses n'est plus régulière**, elles sont brusques et aléatoires, et les particules fluides se déplacent dans tous les sens. Ce régime apparaît pour des écoulements très rapides, **il est dit turbulent**. De tels écoulements génèrent du bruit à cause de leur structure chaotique.



<u>6.6.5 Nombre De Reynolds :</u>

Reynolds ne s'est pas arrêté à une seule expérience, il en a réalisé un très grand nombre en faisant varier les type de fluide (viscosité, masse volumique), le diamètre de la conduite, et le débit d'écoulement.

Il en a déduit un indicateur fiable permettant de prédire la nature de l'écoulement en fonction des caractéristiques géométriques de l'installation ainsi que celles du fluide.

Le nombre de Reynolds, est un nombre adimensionnel, il dépend de la viscosité du fluide, de sa masse volumique, de sa vitesse moyenne d'écoulement ainsi que du diamètre de la conduite. Il est donné par l'expression suivante :

$$\boxed{\mathbf{Re} = \frac{\rho \times v \times \mathbf{D}}{\eta}} \text{ avec } \begin{cases} \rho : \textit{la masse volumique du liquide.} \\ v : \textit{vitesse moyenne d'écoulement.} \\ \mathrm{D} : \textit{diamètre de la conduite.} \\ \eta : \textit{viscosité dynamique du liquide.} \end{cases}$$

À partir des expériences de Reynolds et d'un très grand nombre d'expériences ultérieures, on a pu mettre au point la règle suivante, valable en conduite de section circulaire :

-Si - Re < 2400 le régime d'écoulement est laminaire.
-Si -2400 $<$ Re < 3000> Le régime d'écoulement est transitoire
-Si - Re > 3000 L'écoulement est turbulent

Ces valeurs sont très peu précises, mais donnent une idée sur la nature de l'écoulement. Et à partir de la **<u>valeur limite du nombre de Reynolds</u>** (Re $= 2400$), on peut calculer **<u>la valeur critique de la vitesse</u>** (v_{cri}) de l'écoulement en dessous de laquelle le régime est probablement laminaire.

$$\boxed{v_{cri} = \frac{\mathbf{2400} \times \eta}{\rho \times \mathbf{D}}}$$

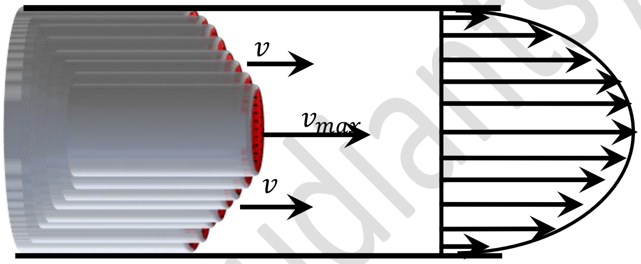
6.7 La Viscosité :

La viscosité est une caractéristique de la matière fluide. Elle intervient dans les équations de la mécanique des fluides, et **elle traduit la résistance** du fluide à l'écoulement (frottement).

La viscosité est une caractéristique des **Fluides Réels**, elle modifie la nature des écoulements de ces fluides.

6.7.1 Introduction :

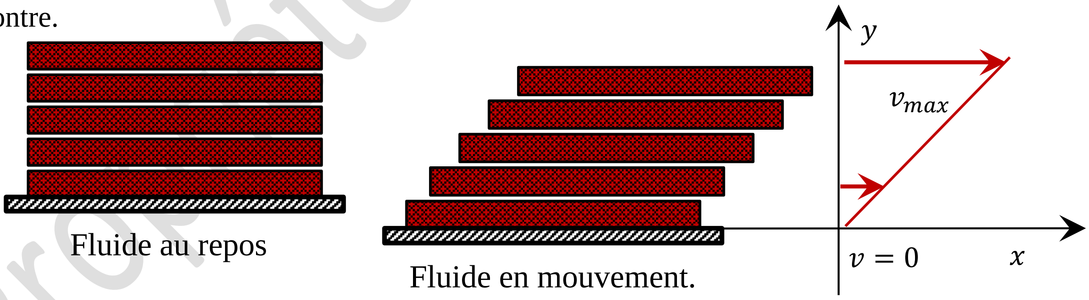
Dans un régime laminaire, le fluide se comporte comme s'il était formé de couches concentriques qui glissent les unes sur les autres, parallèlement à la paroi du tube et sans se mélanger. Un tel flux est parfaitement lisse, toutes les particules qui se trouvent sur une même couche en mouvement ont la même vitesse et est orientée dans le sens de l'écoulement du liquide.



La valeur de la vitesse **est maximale au centre** de la conduite, celle-ci diminue et **elle s'annule** au niveau de la **paroi.**

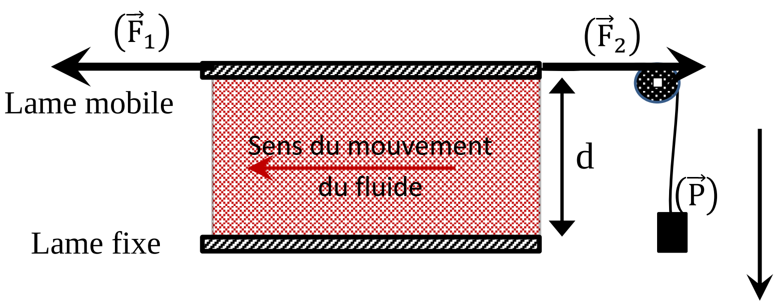
Cette diminution est due à une force de frottement (viscosité) qui existe entre deux couches avoisinantes.

En considérant une hauteur de fluide que l'on fractionne en couches élémentaires, on constate expérimentalement que le fluide réel se comporte comme si les couches élémentaires glissaient les unes sur les autres sous l'action d'une force voir schéma ci-contre.



6.7.2 Expérience Et De Mise En Évidence De La Viscosité Dynamique :

Pour la mise ne évidence de la force de frottement (force de viscosité), considérons deux lames solides planes de masses négligeables et parallèles (L_1) et (L_2) et séparées par une distance (d). Entre ces deux lames solides coule un fluide en régime laminaire. On fixe la lame (L_1) par contre (L_2) placée sur le fluide se déplace avec la vitesse (v) du fluide. Pour empêcher la lame (L_2) d'être entraînée par le fluide, on lui applique une force $(\vec{F})$, voir schéma ci-contre.



L'équilibre de la lame mobile est régit par deux forces. La force $(\vec{F}_1)$ est la force d'entraînement exercée par le fluide sur la lame, la seconde force $(\vec{F}_2)$ est celle exercée par le contre poids$(\vec{P})$.

Donc l'équilibre de la lame sera obtenu lorsque l'intensité des deux forces soit égale : $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$

6.7.3 Formule De Newton :

L'expérience montre que la force du contre poids $(\vec{F}_2)$ est **proportionnelle avec** la **vitesse** d'écoulement du fluide, **la surface** de contact entre le fluide est la lame ainsi que sa **viscosité,** et est **inversement proportionnelle** avec **la distance** qui sépare les deux lames solides.

$$\boxed{|\vec{F}_2| = |\vec{F}_{vis}| = \eta \times S \times \frac{\Delta v}{\Delta d}} \quad \begin{cases} \eta : \textit{est coefficient de viscosité du fluide.} \\ S : \textit{surface de contact entre deux couche.} \\ \Delta v : \textit{est le gradient de vitesse du fluide.} \\ \Delta d : \textit{la distance qui sépare deux couches.} \end{cases}$$

Remarque :

- L'expression de la force précédente est due à **la viscosité**, elle a été décrite pour la première fois par **Newton**, d'où le nom de formule de **NEWTON**.
- La force de viscosité est toujours **orientée dans le sens opposé** du mouvement du fluide. C'est une force qui **tend à ralentir** les couches de fluide **rapides** et **d'accélérer** celle qui a un mouvement lent**.**
- Les frottements visqueux **impliquent une dissipation d'énergie (perte de charge)**.
- La force de viscosité est toujours tangente à la surface de contact entre deux couches successives, elle génère une contrainte de cisaillement (τ).
- Le **rapport** de la **force de viscosité** sur la **surface de contact** entre deux couches successives définit **la contrainte de cisaillement** (τ): $\boxed{\tau = \frac{|\vec{F}_{vis}|}{S} = \eta \times \frac{\Delta v}{\Delta d}}$
- Le rapport $\left(\frac{\Delta v}{\Delta d}\right)$ représente le **gradient de vitesse**, il est dit aussi le **taux de cisaillement.**
- On déduit que l'expression de la viscosité dynamique (η) est donnée par : $\boxed{\eta = \frac{\tau}{\left(\frac{\Delta v}{\Delta d}\right)}}$

6.7.4 Viscosité Dynamique :

De la formule de Newton, est définit le coefficient de viscosité dynamique (η) comme étant le coefficient de proportionnalité qui relie la force de cisaillement(τ) au gradient de vitesse, et est considérée comme étant le frottement interne qui résulte du glissement d'une couche de fluide sur une autre voisine. Son expression est donnée par le rapport :

$$\boxed{\eta = \frac{\tau}{\left(\frac{\Delta v}{\Delta d}\right)}}$$

La viscosité est **une propriété intrinsèque** du fluide. Un liquide très visqueux est un liquide qui présente un frottement interne élevé.

6.7.5 Viscosité Cinématique :

La viscosité cinématique notée (υ) d'un fluide donné est définie par le **rapport** de sa **viscosité dynamique** (η) par sa masse volumique du fluide (ρ). L'expression est donnée par : $\boxed{\upsilon = \frac{\eta}{\rho}}$

6.7.6 Unité De La Viscosité :

- Dans le système international (SI), on utilise comme unité le **Poiseuille**, noté (**PI**) pour mesurer viscosité dynamique(η), tel que :

$$1\ (\mathrm{PI}) = \frac{1.(\mathrm{Newton}) \times 1.(\mathrm{seconde})}{1.(\text{mètre carré})} \begin{cases} 1.\left(\frac{\mathrm{N}}{m^2}\right) = 1.(\ \mathrm{Pascal}) \\ 1.(\mathrm{s}) \end{cases} \rightarrow \boxed{1.(\mathrm{PI}) = 1.(\mathrm{Pa}) \times (s)}$$

- Dans le système (C. G. S), on utilise le **Poise**, noté (**Po**), tel que : $\boxed{1\ (\mathrm{PI}) = 10\ (\mathrm{Po})}$
- La viscosité cinématique n'a pas de nom particulier, on utilise comme les unités usuelles : $\left[\upsilon = \frac{m^2}{s}\right]$
- Dans le système (C. G. S), on utilise le Stockes noté (**St**) comme unité de mesure de la viscosité cinématique, tel que : $\boxed{1\ \left(\frac{m^2}{s}\right) = 1.10^{+4}(\mathrm{St})}$

6.7.7 Remarque :

- La viscosité **dépend de la température du fluide**, elle diminue lorsque la température augmente pour les liquides, **mais** pour les gaz elle augmente avec la température.

- Pour une même température, si la viscosité du fluide **est constante**, c'est-à-dire, **indépendante du gradient de vitesse et de la contrainte de cisaillement**, le fluide est dit **Newtonien**.

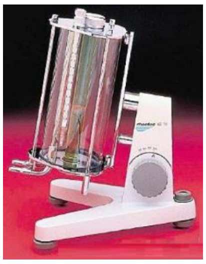
- Dans le cas inverse, si la viscosité **dépend** du gradient de vitesse ou de la contrainte de cisaillement, le fluide est dit **non Newtonien**.

- **Le sang est un fluide Non newtonien**, car la viscosité sanguine dépend de sa vitesse d'écoulement. La **viscosité** du sang qui s'écoule **dans une artère** est **différente** de la **viscosité** du sang qui circule dans un **capillaire**.

6.7.8 Technique De Mesure De La Viscosité :

La viscosité est **le paramètre principal** qui intervient dans le **calcul des pertes de charges** dans les écoulements des fluides Réels. Il existe plusieurs techniques qui nous permettent de mesurer la viscosité dynamique d'un fluide donné.

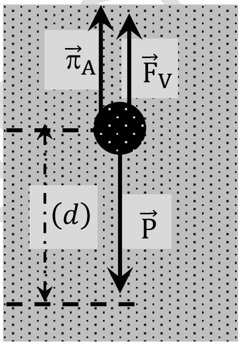
6.7.8.1 Viscosimètre À Chute de Bille (Viscosimètre De HOEPLER) :



On fait chuter une bille de masse (m_s) et de masse volumique (ρ_s) dans un fluide visqueux de masse volumique (ρ_l) contenu dans une éprouvette graduée (calibrée) de diamètre très grand devant celui de la bille.

On mesure la durée (t) que met la bille pour parcourir une certaine distance (d). On montre que la viscosité dynamique (η) est proportionnelle à la durée (t) :

a) Étude théorique :



La bille est en outre soumise à l'action de son poids $(\vec{\mathrm{P}})$, à l'action de la force de frottement due à la viscosité $(\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{V}})$et à l'action de la poussée d'Archimède$(\vec{\pi}_{\mathrm{A}})$. La deuxième loi de Newton se traduit par :

$$\sum \vec{\mathrm{F}}_i = m_s \times \vec{a} \to |\vec{\mathrm{P}}| - |\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{V}}| - |\vec{\pi}_{\mathrm{A}}| = m_s \times \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Le poids de la bille est donné par :

$$|\vec{\mathrm{P}}| = m_s \times g = \rho_s \times \mathrm{V}_s \times g; avec: \begin{cases} \rho_s : la\ masse\ volumique\ de\ la\ bille. \\ \mathrm{V}_s : est\ le\ volume\ de\ la\ bille \end{cases}$$

La force de frottement (viscosité) pour un corps solide sphérique de masse volumique (ρ_s) et de rayon (R_s) est donnée par la relation de Stocks :

$$|\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{V}}| = 6 \times \pi \times \eta \times \mathrm{R}_s \times v = K \times \eta \times v; avec: \begin{cases} \eta : la\ viscosité\ dynamique\ du\ fluide. \\ \mathrm{R}_s : est\ le\ rayon\ de\ la\ bille\ (shpère). \\ v : la\ vitesse\ de\ déplacement\ de\ la\ bille \\ K = 6 \times \pi \times \mathrm{R}_s : coefficient\ de\ proportionnalité \end{cases}.$$

La force d'Archimède est donnée par le poids du volume du liquide déplacé :

$$|\vec{\pi}_A| = m_l \times g = \rho_l \times \mathrm{V}_l \times g ; ; avec: \begin{cases} \rho_l : la\ masse\ volumique\ du\ fluide. \\ \mathrm{V}_l = \mathrm{V}_s : est\ le\ volume\ du\ fluide\ déplacé \end{cases}.$$

L'équation qui régit le mouvement de la bille dans le fluide sera donnée par :

$$\rho_s \times \mathrm{V}_s \times g - \rho_l \times \mathrm{V}_l \times g - K \times \eta \times \times v = \rho_s \times \mathrm{V}_s \times \frac{dv}{dt}$$

L'équation qui régit le mouvement de la bille lors de sa chute dans le fluide est une équation différentielle du premier ordre avec second membre, elle est donnée par :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K \times \eta}{\rho_s \times \mathrm{V}_s} \times v = g\left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_s}\right).$$

Lorsque le mouvement de la bille devient uniforme $\left(\frac{dv}{dt} = 0\right)$, l'expression de la vitesse limite (v_{lim}) de la bille lors de sa chute, et après toutes les simplifications, sera donnée par :

$$v_{lim} = \frac{2 \times g \times (\mathrm{R}_s)^2}{9 \times \eta} \times (\rho_s - \rho_l)$$

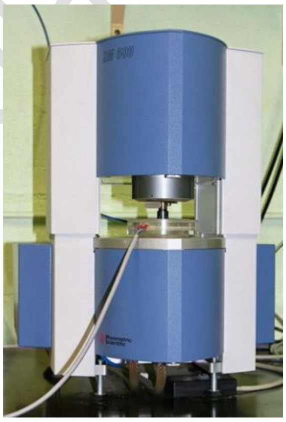
b) Mesure De La Viscosité Dynamique (η) :

Le mouvement de la bille étant rectiligne uniforme, la vitesse limite est déduite par le rapport de la distance parcourue (d) par le temps écoulé que l'on mesure avec un chronomètre, $\left(v_{lim} = \frac{d}{t}\right)$

$$v_{lim} = \frac{2 \times g \times R^2}{9 \times \eta} \times (\rho_s - \rho_l) \rightarrow \boxed{\eta = \frac{2 \times g \times R^2}{9 \times v_{lim}} \times (\rho_s - \rho_l)}$$

6.7.8.2 Viscosimètre De Couette :

Le mécanisme est constitué de deux cylindres coaxiaux de même hauteur (h) et de rayons différents, le cylindre externe de rayon (R_1) est généralement fixe. Le cylindre interne de rayon $(R_2 < R_1)$ est suspendu à un fil de torsion, et est animé d'un mouvement de rotation avec une vitesse angulaire (Ω).

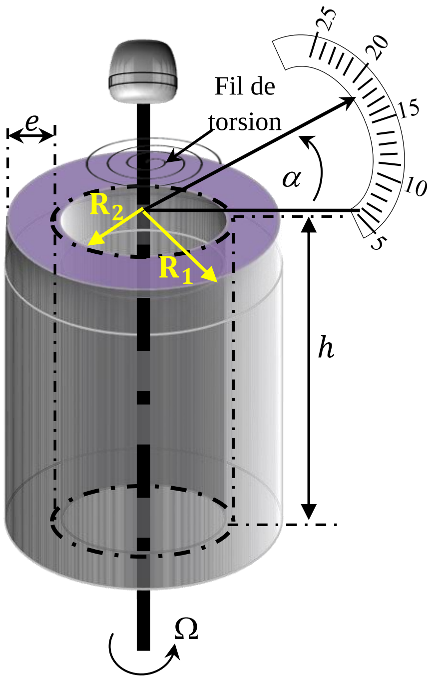


On remplit le vide qui se trouve entre les deux cylindres d'un liquide de masse volumique (ρ) et de viscosité dynamique (η) inconnue à étudier sur une hauteur (h), et lorsque l'on fait tourner le cylindre interne, le fil de torsion s'oppose à sa rotation.

L'espace qui se trouve entre les deux cylindres est remplit du liquide à étudier, l'épaisseur $(e = R_1 - R_2)$, doit être petite pour que la répartition des vitesses du fluide entre les deux cylindres soit linéaire.

a) Aspect Théorique :

La contrainte (τ) à laquelle est soumis le cylindre intérieur lorsqu'il tourne à la vitesse (Ω) est proportionnelle à la viscosité dynamique (η) du liquide et à la vitesse de rotation (Ω). On peut appliquer la relation de Newton décrite précédemment dans le chapitre (6.7.3) et donnée par :



$$|\vec{F}_2| = |\vec{F}_{vis}| = \eta \times S \times \frac{\Delta v}{\Delta d}$$

La vitesse de la particule fluide en contact avec le cylindre fixe est nulle, alors que celle qui est en contact avec le cylindre mobile est $(v = R_1 \times \Omega)$.

Le gradient de vitesse s'écrit: $\frac{\Delta v}{\Delta d} = \frac{v - 0}{e} = \frac{R_1 \times \Omega}{e}$. Le couple de torsion (C) du fil peut être écrit par : $C = |\vec{F}_{vis}| \times R_2$. La surface de contact est donnée par : $S = 2 \times \pi \times R_2 \times h$.

b) Mesure De La Viscosité Dynamique :

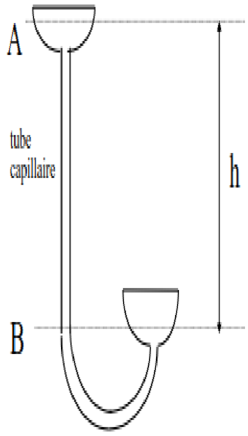
En remplaçant ces différentes expressions dans la formule de Newton on obtient l'expression de la viscosité dynamique (η) du fluide. En mesurant l'intensité du couple (C) exercé par le fluide sur le fil de torsion, on déduit la valeur de la viscosité du fluide.

$$\boxed{\eta = \frac{\mathbf{C} \times \boldsymbol{e}}{\mathbf{2} \times \boldsymbol{\pi} \times \mathbf{R}_2^2 \times \mathbf{R}_1 \times \boldsymbol{h} \times \boldsymbol{\Omega}}}$$

6.7.8.3 Viscosimètre À Capillaire (D'OSWALD) :

L'utilisation d'un viscosimètre capillaire **n'a de sens que pour les liquides newtoniens**, c'est à dire dont **la viscosité est constante à température constante**, quelle que soit la vitesse de cisaillement. Le régime d'écoulement doit être laminaire, c'est-à-dire que, le rayon (R) du tube capillaire doit être choisi en fonction de la viscosité dynamique (η) du liquide étudié.

Il existe plusieurs modèles de viscosimètre à capillaire : viscosimètre **d'Ostwald**, viscosimètre type **d'Ubbelohde**, viscosimètre **AFNOR**, etc.



Le montage expérimental des viscosimètres à capillaire est approximativement le même (voir schéma suivant), et consiste à mesurer le temps mis par le liquide étudié pour s'écouler dans un tube de diamètre très fin entre deux points (A) et (B) séparés d'une distance (h).

L'écoulement est de type Poiseuille : le liquide s'écoule entre 2 parois fixes.

La durée d'écoulement doit être supérieure à 100 s ; dans le cas contraire, l'écoulement n'est plus laminaire. Il faut changer de tube capillaire et donc choisir un autre viscosimètre.

On mesure la durée d'écoulement (Δt) d'un volume (V) d'un liquide de masse volumique (ρ) à travers le tube capillaire de rayon (r), (g) étant la gravité. On montre que la viscosité dynamique est proportionnelle à la durée d'écoulement (Δt), son expression est donnée par :

$$\boxed{\eta = \left(\frac{\pi \times r^4 \times g}{8 \times V}\right) \times \rho \times \Delta t}$$