

线性回归模型的假设可以从如下两个问题说清楚：

- a. （模型表达式）模型表达式是什么？是： Y_i 服从正态分布 $N(a_0 + a_1X_{1i} + a_2X_{2i} + \cdots + a_kX_{ki}, \sigma^2)$, $i = 1, 2, \cdots, n$
- b. （解法）模型的参数怎么得到？用 MLE (Maximum Likelihood Estimate)

线性回归模型的假设从上面两个问题可以看出来：

1. （从“模型表达式”看出来）response variable Y 与 predictors X_1, X_2, \cdots, X_k 之间存在如下的线性关系：

$$E(Y|X_1, X_2, \cdots, X_k) = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \cdots + a_kX_k$$

就是说 response variable （随机变量）的条件期望等于 predictors （非随机变量）的线性组合加一个常数项。当然有可能其他的函数关系更适合我们研究的问题，但是线性关系比较好研究，所以“假设”是线性关系（任何“模型”都有假设，都只是对真实情况的一种无可奈何的近似）。真实情况只有天知道。

2. （从“模型表达式”看出来）对任意 $i \in \{1, 2, \cdots, n\}$, Y_i 服从正态分布 $N(a_0 + a_1X_{1i} + a_2X_{2i} + \cdots + a_kX_{ki}, \sigma^2)$ ，也就是说 residual(error) $e_i = Y_i - (a_0 + a_1X_{1i} + a_2X_{2i} + \cdots + a_kX_{ki})$ 服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$ 。并且，所有的 e_i 服从相同的正态分布，所以 e_i 们的期望都是 0，variance 都是 σ^2 （因为我们看到 σ^2 不带下标（与 i 无关）！（术语：homoscedasticity）

3. （从“解法”看出来）数据点 $(Y_i, X_{1i}, \cdots, X_{ki}), i = 1, 2, \cdots, n$ 之间相互独立。（这是因为，MLE 解法中我们要通过概率乘法得到 likelihood, likelihood 是观察到所有数据点的概率，当数据点相互独立的时候，这个概率就等于每个数据点的概率（密度）的乘积——这就是我们通过概率乘法得到 likelihood 的过程，这个过程隐含要求数据点相互独立。