

课程编号: A073003

北京理工大学 2012-2013 学年第一学期

线性代数 B 试题 B 卷

班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____ 成绩 _____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

一、(10 分) 已知 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, 求行列式 $\begin{vmatrix} A^* & 0 \\ 0 & 2B^{-1} \end{vmatrix}$ 的值, 其

中 A^* 为 A 的伴随矩阵。

二、(10 分) 例设矩阵 X 满足 $AX = A + 2X$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 。

(1) 证明 $A - 2I$ 可逆: (2) 求 X 。

三、(10 分) 对下列线性方程组

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = a \\ x_1 + x_2 + ax_3 = a^2 \end{cases}$$

试讨论: 当 a 取何值时, 它有唯一解? 无解? 有无穷多解? 并在有无穷多解时求其通解。(用导出组的基础解系表示通解)。

四、(10 分) 已知

$$\alpha_1 = (1, 0, 1)^T, \alpha_2 = (0, 1, 0)^T, \alpha_3 = (1, 2, 2)^T, \quad \beta_1 = (1, 0, 0)^T, \beta_2 = (1, 1, 0)^T, \beta_3 = (1, 1, 1)^T,$$

(1) 求基 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 到基 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 的过渡矩阵;

(2) 求向量 $\gamma = (1, 3, 0)^T$ 关于基 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的坐标。

五、(10 分) 已知

$$\alpha_1 = (0, 4, 2)^T, \quad \alpha_2 = (1, 1, 0)^T, \quad \alpha_3 = (-2, 4, 3)^T, \quad \alpha_4 = (-1, 1, 1)^T$$

求生成子空间 $L(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ 的维数和一组基。

六、(10 分) 已知 $\alpha_1 = (1, 1, -1)^T, \alpha_2 = (0, 1, 0)^T, \alpha_3 = (1, 0, 1)^T$, 把 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 化为欧氏空间 R^3 的标准正交基。

七、(10 分) 设 A 与 B 是同阶方阵, 且 $A, B, A+B$ 都可逆, 证明: $A^{-1} + B^{-1}$ 也可逆。

八、(10 分) 实二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = X^T A X$, 其中已知 $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ 。

(1) 求一正交变换 $X = QY$, 将二次型 $f(x_1, x_2, x_3)$ 化为标准形;

(2) 判断二次型 $f(x_1, x_2, x_3)$ 是否正定。

九、(10 分) 已知 A, B 都是 4 阶矩阵, $A = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1]$ 、 $B = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_2]$

且 $|A| = 3, |B| = -1$, 求行列式 $|A + B|$ 的值。

十、(10 分) 设 A 是 3 阶矩阵, α 是 3 元列向量, 已知向量组 $\alpha, A\alpha, A^2\alpha$ 线性无关, 且 $A^3\alpha = 3A\alpha - 2A^2\alpha$.

(1) 记 $P = (\alpha, A\alpha, A^2\alpha)$, 求矩阵 B , 使得 $A = PBP^{-1}$;

(2) 证明: 矩阵 $C = (\alpha, A\alpha, A^4\alpha)$ 可逆;

(3) 证明: 矩阵 CC^T 正定。