课程编号：A073003　　　　北京理工大学 2009-2010 学年第二学期

线性代数 B 试题 A 卷

班级 ________ 学号 ________ 姓名 ________ 成绩 ________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

一、(10 分) 设 A 是三阶矩阵，A^* 是其伴随矩阵，已知 $|A|=\frac{1}{2}$，求行列式 $|(3A)^{-1}-2A^*|$ 的值。

二、（10分） 设$A=\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$，$AB=A+2B$，求$B$。

三、（10分）设有线性方程组

$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=1 \\ 2x_1+3x_2+(\lambda+2)x_3=3 \\ x_1+\lambda x_2-2x_3=0 \end{cases}$$

问：λ取何值时，此方程组有唯一解？无解？有无穷多解？并在有无穷多解时求通解。（用导出组的基础解系表示通解）

四、（10分）已知$\alpha_1=(1,2,3,4),\alpha_2=(2,3,4,5),\alpha_3=(3,4,5,6),\alpha_4=(4,5,6,7)$。

(1) 求向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$的秩和一个极大无关组;

(2) 用所求的极大无关组线性表出剩余向量。

五、（10分）已知$\mathbf{R}^3$的两组基：

$$\alpha_1=(1,1,1)^T,\quad \alpha_2=(0,1,1)^T,\quad \alpha_3=(0,0,1)^T,$$

$$\beta_1=(1,0,1)^T,\quad \beta_2=(0,0,-1)^T,\quad \beta_3=(1,2,0)^T,$$

(1) 求$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$到$\beta_1,\beta_2,\beta_3$的过渡矩阵；

(2) 求$\alpha=(3,2,1)^T$关于基$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$的坐标。

六、（10分）设矩阵$A\sim B$，其中$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & 4 & -2\\ -3 & -3 & a\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & & \\ & 2 & \\ & & b\end{pmatrix}$，求$a,b$的值。

七、（10 分）已知向量组：$\alpha_1=(1,0,1)^T$，$\alpha_2=(0,1,2)^T$，求生成子空间$L(\alpha_1,\alpha_2)$的一个标准正交基。

八、（10分）已知实二次型$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3$。

(1) 求一正交变换$X=QY$，将二次型$f(x_1,x_2,x_3)$化为标准形;

(2) 判断二次型$f(x_1,x_2,x_3)$是否正定。

九、（10分）设X_0是非齐次线性方程组$AX=b$的一个特解，$X_1,X_2,\cdots,X_t$是其导出方程组$AX=0$的一个基础解系，证明：$X_0,X_1,X_2,\cdots,X_t$线性无关。

十、（10 分）设三阶矩阵 A 的各行元素之和均为 3，向量 $\alpha_1=(-1,2,-1)^T$，$\alpha_2=(0,-1,1)^T$ 是线性方程组 $AX=0$ 的两个解。

(1) 求 A 的特征值与特征向量；

(2) 证明：存在可逆矩阵 P 和对角矩阵 Λ，使得 $P^{-1}AP=\Lambda$；

(3) 求 $(A-\frac{3}{2}E)^6$，其中 E 为三阶单位矩阵。