课程编号: A073003

北京理工大学 2007-2008 学年第一学期

2006 级线性代数试题 B 卷

一、(10 分) 已知
$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 3 \\ 3 & 4 & -10 \end{pmatrix}$$
, 求行列式 $\begin{vmatrix} 2A^T & 0 \\ 0 & A^{-1} \end{vmatrix}$ 。

二、(15 分) 已知矩阵
$$X$$
 满足 $X\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix} = 2X + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, 求 X .

三、(10分) 求下列线性方程组的通解

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2 \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

(要求用导出组的基础解系表示通解)

四、(10 分) 已知
$$\alpha_1 = (2,1,3), \alpha_2 = (3,-1,2), \alpha_3 = (5,0,5), \alpha_4 = (-1,2,1), \alpha_5 = (1,1,1)$$

- (1) 求向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5$ 的秩和一个极大无关组;
- (2) 用所求极大无关组线性表出其它向量。

五、 $(10 \, \beta)$ 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 与 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 是 4 维向量空间 V 的两个基,从 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$

到
$$eta_1,eta_2,eta_3,eta_4$$
 的过渡矩阵为 $eta=egin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 。已知向量 γ 关于基 eta_1,eta_2,eta_3,eta_4 的坐标为 $(1,-1,2,-2)$,求 γ 关于基 $lpha_1,lpha_2,lpha_3,lpha_4$ 的坐标。

1

随米云打印 网址:sui.me

六、(15 分) 已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, 求可逆矩阵 P, 使得 $P^{-1}AP$

七、(10 分)已知向量 α_1 = (2,1,3), α = (1,1,-1),求与向量 α_1 , α 都正交的向量 α_3 ,并 把 α_1 , α_2 , α_3 化为欧氏空间 R^3 的一个标准正交基。

八、(10分) 求可逆线性替换,把实二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = -x_1^2 - x_2^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2$$

化为规范形。

九、 $(10 \, \beta)$ 设 A 是 n 阶方阵,证明: 若存在 n 阶正交矩阵 Q,使得 $Q^{-1}AQ$ 是对角矩阵,则 A 是对称矩阵。

十、 $(10\, eta)$ 举例说明,若 A 是可相似对角化的矩阵,则不一定存在正交矩阵 Q,使得 $Q^{-1}AQ$ 是对角矩阵。

