课程编号：A073003　　　北京理工大学 2013-2014 学年第一学期

线性代数 B 试题 B 卷

班级 ________学号 _________姓名 _________成绩 ___________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

一、（10 分）已知 4 阶方阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2&0&0&0\\4&2&0&0\\4&3&1&0\\4&3&2&1\end{pmatrix}$，计算行列式 $\left|2\boldsymbol{I}+\boldsymbol{A}^*\right|$，其中 $\boldsymbol{A}^*$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩。

二、（10 分）已知$\boldsymbol{A}^*$是矩阵$\boldsymbol{A}$的伴随矩阵，且$\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}^*=\boldsymbol{A}^{-1}-\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{X}\boldsymbol{B}$，其中

$$\boldsymbol{A}^*=\begin{bmatrix} & & & 1\\ & & 1 & 2\\ & 2 & 2 & 4\\ 4 & 2 & 4 & 8\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} & & & 1\\ & & 1 & -1\\ & 0 & -1 & -2\\ -1 & -1 & -2 & -4\end{bmatrix}$$

求$\boldsymbol{X}$。

三、（10 分）设有线性方程组

$$\begin{cases} x_1+2x_2+\qquad x_3=1\\ 2x_1+3x_2+(\lambda+2)x_3=3\\ x_1+\lambda x_2-\qquad 2x_3=0\end{cases}$$

问：λ取何值时，此方程组（1）有唯一解；（2）无解；（3）有无穷解？并在有无穷多解时求通解。

四、（10 分）利用初等行变换求矩阵$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -3 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & -1 & 6 \end{pmatrix}$列向量组的秩和一个极大无关组，并将其余列向量用极大无关组表示出来。

五、（10 分）已知 R^3 的两个基: $\alpha_1=(1,1,1)^T$，$\alpha_2=(1,1,0)^T$，$\alpha_3=(1,0,0)^T$，

$\beta_1=(0,0,1)^T$，$\beta_2=(0,1,1)^T$，$\beta_3=(1,1,1)^T$。

(1) 求基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 到基 β_1,β_2,β_3 的过渡矩阵;

(2) 求所有关于这两组基有相同坐标的向量。

六、（10 分）已知 $\boldsymbol{e}_1=(1,-1,1)^T,\boldsymbol{e}_2=(1,1,0)^T,\boldsymbol{e}_3=(1,1,1)^T$，把 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 化为欧氏空间 $\boldsymbol{R}^3$ 的标准正交基。

七、（10 分）设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 是欧氏空间 $\boldsymbol{V}$ 的一个正交向量组，则 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_m$ 线性无关。

八、（10 分）已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{3} & \mathbf{0} & \mathbf{2} \end{pmatrix}$，求可逆矩阵 $\boldsymbol{P}$，使得 $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP}$ 是对角矩阵。

九、（10 分）已知三阶矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ 2\boldsymbol{\gamma}_2 \\ 3\boldsymbol{\gamma}_3 \end{pmatrix}$, $\quad \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{\beta} \\ \boldsymbol{\gamma}_2 \\ \boldsymbol{\gamma}_3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma}_2,\boldsymbol{\gamma}_3$ 是三维行向量，且已知 $|\boldsymbol{A}|=\mathbf{18}, |\boldsymbol{B}|=\mathbf{2},$ 求 $|\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}|$。

十、（10 分）设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶实对称矩阵，其特征值为$\mathbf{1,0,-2}$，矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的属于特征值 $\mathbf{1}$ 和 $\mathbf{-2}$ 的特征向量分别是 $(\mathbf{1,2,1})^T$ 和 $(\mathbf{1,-1},\boldsymbol{a})^T$ 。

(1) 求 $\boldsymbol{a}$ 的值;

(2) 求方程组 $\boldsymbol{AX}=\mathbf{0}$ 的通解。