课程编号：100172103　　　　北京理工大学 2020-2021 学年第一学期

工科数学分析（上）期末试题(A 卷)

座号 ________　班级______________　学号______________　姓名______________

(试卷共 6 页,十个大题. 解答题必须有过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签名											

得分	

一、填空（每小题4分，共20分）

1． $\lim\limits_{x\to 0}\left(e^{x}+x\right)^{\frac{1}{x}}=$______________.

2．函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^{2x+y}-\cos(xy)=e-1$ 所确定，则 $y'(0)=$________.

3. 曲线 $y=\dfrac{x^{2}-2}{x+5}$ 的斜渐近线方程是 ________________.

4. 若 $\int f(x)dx=F(x)+C,$ 且 $x=at+b(a\neq 0),$ 则 $\int f(t)dt=$______________.

5. 微分方程 $y\ln y dx+(x-\ln y)dy=0$ 的通解为______________________.

得分	

二、计算题（每小题5分，共20分）

1. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}(\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n+2}+\cdots+\dfrac{1}{n+n}).$

2. 已知 $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{a\cos x+bx}{\sin x}=5$, 求实数 a 和 b 的值.

3. 设 $\int_0^a xe^{2x}dx=\dfrac{1}{4}$, 求 a 的值.

4. 求微分方程 $y''+y=e^{2x}$ 的通解.

得分	

三 、（6分）设 $y=f(x)=|x|e^{-x}$, 试确定 $f(x)$ 的增减区间并求所有极值.

得分	

四、（8 分）设函数 $f(x)=\begin{cases} g(x)\sin\dfrac{1}{x} & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$, 其中 $g(x)$ 是可导函数，且 $g(0)=g'(0)=0$, 试对任意实数 x，求 $f'(x)$.

得分	

五、（6分）求曲线$\begin{cases} x = t - \ln(1+t^2) \\ y = \arctan t \end{cases}$在$t=2$处的曲率及曲率半径.

得分	

六、（8分）设函数$f(x) = x + a\ln(1+x) + bx\sin x, g(x) = kx^3$, 若$f(x)$与$g(x)$在$x \to 0$时是等价无穷小，求$a,b,k$的值.

得分	

七、（8 分）设有一半径为R,中心角为φ的圆弧形细棒，其线密度为常数μ,在圆心处有一质量为m的质点M，求细棒对质点M的引力.

得分	

八、（8 分）设D_1由抛物线$y=2x^2$和直线$x=a,x=2$及$y=0$所围成的平面区域；D_2是由抛物线$y=2x^2$和直线$y=0,x=a$所围成的平面区域，其中$0<a<2$.

(1) 求D_1绕x轴旋转而成的旋转体体积V_1；D_2绕y轴旋转而成的旋转体体积V_2；

(2) 当a为何值时,V_1+V_2取得最大值？试求此最大值.

得分	

九、（8 分）某游艇在速度为$5m/s$时关闭发动机靠惯性在河道滑行. 假设游艇滑行时所受到的阻力与其速度成正比. 已知 4 秒钟后游艇的速度为$2.5m/s$. 求游艇速度v与时间t的关系$v(t)$，并求游艇滑行的最长距离.

得分	

十、（8 分）设函数 $f(x)$在$[a,b]$上连续, 在(a,b)内可导, 且 $f'(x)>0$, 若 $\lim\limits_{x\to a^+}\dfrac{f(2x-a)}{x-a}$存在，证明：

(1) 在(a,b)内, $f(x)>0$;

(2) $\exists\xi\in(a,b)$，使 $\dfrac{b^2-a^2}{\int_a^b f(x)dx}=\dfrac{2\xi}{f(\xi)}$;

(3) 在(a,b)内存在与(2)中ξ相异的点η，使 $f'(\eta)(b^2-a^2)=\dfrac{2\xi}{\xi-a}\int_a^b f(x)dx$.