课程编号：07000130　　北京理工大学 2008-2009 学年第一学期

数学分析 B 期末试题(A 卷)

班级________　　学号________　　姓名________

(本试卷共 5 页，九个大题)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
评阅人										

一. 填空题（每小题 4 分，共 28 分）

1. $\dfrac{d(\arcsin x)}{d\sqrt{1-x^2}}=$__________.

2. 设 $y=f(x)$ 满足 $y''=x+\sin x$，且曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=x$ 在原点处相切，则

$f(x)=$__________________.

3. 函数 $f(x)=\sin^3 x+\cos^3 x$ 在 $[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 上的最大值 $M=$________，最小值 $m=$________.

4. 微分方程 $\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{1}{x}y=x^2$ 的通解为__________________.

5. 函数 $f(x)=x\ln(1+x)-e^{x^2}$ 的 5 阶麦克劳林公式(带佩亚诺余项)为

$f(x)=$______________________________.

6. 已知 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos ax}{x^2} & x>0\\ 2 & x=0\\ \dfrac{\sqrt{1-x}-1}{bx} & x<0\end{cases}$ 是连续函数，则 $a=$________，$b=$________.

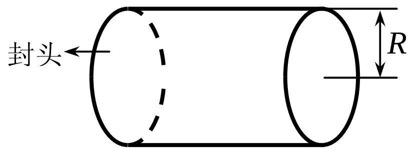
7. 极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^{\sin x}(1+t)^{\frac{1}{t}}dt}{\int_0^{\tan x}\dfrac{\sin t}{t}dt}=$__________.

二. (9 分) 求微分方程 $y'' + y' - 2y = e^x$ 的通解.

三. (9 分) 求不定积分 $\int x^2 \arctan x dx$.

四. (9 分) 设 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)-(ax+bx^2)}{x^2}=1$，求 a 和 b 的值.

五. (9 分) 已知油罐车上的油罐是半径为 R 的圆柱体，两边的封头是半径为 R 米的圆板(如图)，若油的密度 $\mu=800\,\text{kg/m}^3$，并假定油罐装满了油，求油罐的每个封头所受的侧压力.



六. (9 分) 求反常积分 $\int_{1}^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$.

七. (9 分) 已知函数 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调增加，且对任意 $t>1$，曲线 $y=f(x)$ 在 $[1,t]$ 上的弧长等于此曲线与直线 $x=1$，$x=t$ 及 x 轴所围图形面积的 2 倍，又曲线过点 $(1,\frac{1}{2})$，求 $f(x)$.

八. (9 分) (1)设 $I_1=\int_0^{\pi} e^{\sin x}\sin x dx$，$I_2=\int_{\pi}^{2\pi} e^{\sin x}\sin x dx$，比较 I_1,I_2 的大小(要说明理由);

(2) 设 $F(x)=\int_x^{x+2\pi} e^{\sin t}\sin t dt$，证明 $F(x)$ 恒为正的常数.

九. (9 分) 设 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上二阶可导，且 $\left|f''(x)\right|\le 1$，又 $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=0$. (1) 证明 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 内存在驻点; (2) 证明 $\left|f'(0)\right|+\left|f'(2)\right|\le 2$.