Лабораторна робота № 7

Використання функцій

Мета роботи: Оволодіння практичними навичками у використанні функцій

Функції

Структурний підхід до програмування базується на використанні функцій. *Функція* — це логічно самостійна частина програми, яка може отримувати параметри, та повертати значення. Функція має наступний формат визначення:

```
def ім'я_функції (перелік_аргументів):
    оператори
    [return (вираз)]
```

Сукупність виразів у фігурних дужках називається *тілом фуниї*.

Поле *ім'я_функції* — це ім'я функції.

Поле *перелік_аргументів* визначає аргументи, що передаються в функцію, та містить будь-яку комбінацію типів та імен. Це поле є необов'язковою частиною визначення функції. Якщо у функцію не передаються ніякі аргументи, це поле може бути порожнім.

Звернення до функції має вигляд:

```
ім'я_функції(перелік_аргументів)
```

Перелік аргументів складається з виразів, відділених комами.
У функцію можна передавати значення *аргументів за замовчуванням*. Наприклад,

```
def f(i, g = 0):
// Значення параметру g може
// передаватись за замовчуванням
```

Тоді виклик даної функції можна здійснити двома шляхами:

```
a = f(5, 10) //Другий параметр передається явно
a = f(5)   // Другий аргумент передається за
           // замовчуванням і рівний нулю
```

Щоб не загромаджувати програму великою кількістю функцій з різними іменами, зручно використовувати перевантажені функції.

Рекурсія

В інженерній практиці приходиться іноді програмувати рекурсивні алгоритми. Така необхідність виникає при реалізації динамічних структур даних, таких як стеки, дерева, черги. Для реалізації рекурсивних алгоритмів передбачена можливість створення рекурсивних функцій. Рекурсивна функція являє собою функцію, у тілі якої здійснюється виклик цієї ж функції.

Використання рекурсивної функції для обчислення факторіала.

Нехай потрібно скласти програму для обчислення факторіала будь-якого додатного числа.

```
def fact(x):
    if x == 0:
        return 1
    else:
        return x * fact(x - 1)
```

Для від'ємного аргументу факторіала не існує. Позаяк факторіал 0 дорівнює 1 за означенням, то в тілі функції передбачений і цей варіант. У випадку коли аргумент функції **fact()** відмінний від 0, то викликаємо функцію **fact()** із зменшеним на одиницю значенням параметра і результат множиться на значення поточного параметра. Таким чином, у результаті вбудованих викликів функцій повертається наступний результат:

```
n *  (n-1)  *  (n-2)   * .   .   .  * 2 * 1 * 1
```

Остання одиниця при формуванні результату належить виклику **fact(0)**.

Порядок виконання роботи

Дана лабораторна робота виконується БЕЗ використання модуля математичних функцій math

1. Проаналізувати умову задачі.

2. Визначити, перелік функцій які необхідно використати для реалізації Вашого завдання. До числа функцій, в залежності до варіанту, можуть належати:

- Тригонометричні - sin(x), cos(x), tg(x), ctg(x), sh(x), ch(x)
- Експонента - exp(x)
- Факторіал - n!
- Степенева функція - pow(x,y)
- Модуль числа - abs(x)
- Квадратний корінь – sqrt(x)

3. Реалізувати функції необхідні для виконання Вашого завдання та, ОБОВ'ЯЗКОВО, перевірити правильність їх реалізації. Точність з якою Ваша функція має обчислювати значення дорівнює $\varepsilon = 10^{-4}$

4. Використовуючи розроблені функції реалізувати обчислення виразу. Значення змінних мають вводитись з клавіатури і для них має перевірятись область визначення перед початком обчислень

Варіанти завдань

1) $y = \dfrac{\sin(2a)}{a-3} + \dfrac{sh(b)}{c};$

13) $y = e^{(x^3-8)} + \dfrac{1}{\sin a};$

2) $y=\cos(x-4)+e^{2a-x}$;

3) $y=\dfrac{2x^2+x-5}{x+2}+ctg\,\dfrac{x}{2z}$;

4) $y=\dfrac{x^3+2ax+3}{(x-1)^4}+\dfrac{\cos x^2}{a+2}$;

5) $y=\sqrt{25-x^2}+\dfrac{7!\cdot a}{x-3}$;

6) $y=\dfrac{a-6!}{2a+b}+\dfrac{\sin 3a}{\cos b}$;

7) $y=\dfrac{5!\cdot x}{x^3+y^3}-ctg\,\dfrac{3x}{y}$;

8) $y=\sqrt{x^3-y^3}+ch(x+5)$;

9) $y=\dfrac{2x-c}{\sqrt{x-b}}+|x-c|$;

10) $y=\sqrt{e^x-|x-b|}$;

11) $y=\dfrac{x+e^{z-1}}{1-x^2|x-z|}$;

12) $y=\dfrac{\sqrt{|x^2-4|}}{\sin(2z)}$;

14) $y=\dfrac{1}{x^3-y^3}-\sqrt{2x}$;

15) $y=\dfrac{\sqrt{x-b}}{2b}-\dfrac{tg\,x}{b^2}$;

16) $y=\dfrac{x^8+2x+3}{z-2}+ctg\,z$;

17) $y=\sqrt{\dfrac{(a-b)^5}{(c-a)^3}}$;

18) $y=\dfrac{|x^3-z^3|}{\sqrt{x^2-9}}$;

19) $y=sh(x-2a)\cdot 7!+e^{x/a}$;

20) $y=z+\dfrac{x}{z^2-\left|\dfrac{x^2}{z-x^9/3}\right|}$;

21) $y=\cos(x^5)+\sin(x^6)$;

22) $y=x-\dfrac{z}{z-x^2/4}-\dfrac{x^2}{9!}$;

23) $y=x\cdot tg\,z+e^{-\frac{x+3}{z-2}}$;

24) $y=\dfrac{\sqrt{|x-1|}}{1-\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{z}{x}}$;

Представлення функцій у вигляд ряду

Деякі функції можна представити у вигляді ряду Тейлора. Ряд Те́йлора - розклад функції у нескінченну суму степеневих функцій. Нижче наведені такі розклади для ряду функції

1)

$$\sin x = x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\frac{x^9}{9!}+\cdots=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!},$$

2)

$$\cos x = 1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\frac{x^8}{8!}+\cdots=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}.$$

3)

$$\operatorname{sh}(x)=x+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\cdots=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)!}x^{2n+1}, x\in\mathbb{C}$$

4)

$$\mathrm{ch}\ (x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!} x^{2n}, x \in \mathbb{C}$$

5)

$$\mathrm{e}^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}, x \in \mathbb{C}$$

6) Для обчислення квадратного кореня може бути використана ітераціна формула Герона. Ітераційна формула Герона для знаходження квадратного кореня має вигляд

$$x_{n+1} = \frac{1}{2}\ (x_n + \frac{a}{x_n}),$$

де а - фіксований позитивне число, а x_1 - будь-яке позитивне число.
Ітераційна формула задає спадаючу (починаючи з 2-го елемента) послідовність, яка при будь-якому виборі x_1 швидко сходиться до величини $\sqrt{a}$, тобто

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \sqrt{a}$$

Точність обчислення $|x_{n+1} - x_n| \le \varepsilon$