

Rapport ADCS Mines ParisTech

Valentin THOMAS, Marc PERUZZETTO, François PACAUD, Julien LEGRAND

25 décembre 2014

Préface

Ce rapport est un résumé et une actualisation (changements dans les algorithmes utilisés et nouveaux résultats) du rapport du pôle ADCS de l'année dernière [1] écrit par François PACAUD et Julien LEGRAND. De larges parties de ce rapport, notamment en ce qui concerne la présentation générale du projet sont directement tirées de ce document.

Table des matières

1	Présentation générale	3
1.1	Le projet QB50	3
1.2	Caractéristiques de l'orbite	3
1.3	Description de la dynamique du satellite	3
1.3.1	Référentiels	3
1.3.2	Quaternions et équation de la dynamique	6
1.3.3	Notations	6
1.3.4	Forces à considérer et ordres de grandeur	6
2	Contrôle d'attitude	10
2.1	Capteurs	10
2.2	Contraintes	10
2.3	Detumbling	10
2.4	Observateur	11
2.4.1	Choix de l'observateur	11
2.4.2	Principe du filtre	11
2.5	Contrôleur	12
2.5.1	Choix du contrôleur	12
2.5.2	Principe du contrôleur	12
2.5.3	Obsolescence du detumbling	12
3	Hypothèses et simulations	13
3.1	Modélisation des capteurs	13
3.1.1	Gyroscope	13
3.1.2	Magnétomètre	13
3.1.3	Capteurs solaires	13
3.2	Résultats des simulations	13
3.2.1	Courbes :	14
4	Problèmes à régler	21
	Références	22

Chapitre 1

Présentation générale

1.1 Le projet QB50

Le projet QB50, lancé par le Von Karman Institute (VKI), a pour but de donner l'opportunité à des étudiants de concevoir des microsatellites de tailles réduites (entre 10 et 30 cm de longueur) [2]. L'Ecole des Mines de Paris, avec l'équipe *SpaceCube*, a décidé de prendre part à ce projet et de créer un satellite qui sera - si tout se passe normalement - lancé d'ici début 2016. Le satellite doit embarquer un capteur pour mesurer le taux d'oxygène dans la haute atmosphère [3]. Pour que les mesures soient effectuées correctement, la trajectoire du satellite doit être stabilisée pour que cette sonde soit bien orientée dans le sens de la vitesse du satellite. L'objectif du contrôle d'attitude est alors de faire en sorte que le satellite respecte les contraintes données par le VKI pour que la sonde puisse prendre ses mesures de façon optimale.

1.2 Caractéristiques de l'orbite

Le satellite décrira ensuite une ellipse autour de la Terre, sur un plan incliné de 98° par rapport à l'écliptique. Les forces de frottement dissiperont ensuite l'énergie du satellite, qui verra ainsi son altitude décroître. Le satellite sera consumé dans la haute atmosphère au bout de 3 mois. Les caractéristiques précises de l'orbite sont données par les lois de Kepler. Le satellite réalise une orbite en environ 90mn. Dans le cadre de notre étude, on suppose que l'orbite est circulaire. La vitesse du satellite a alors pour expression :

$$v = \sqrt{\frac{\mathcal{G}M_\oplus}{R}}$$

où \mathcal{G} est la constante de gravitation, M_\oplus est la masse de la Terre, et R est la distance du satellite au centre de la Terre. On trouve alors, pour une altitude de 300km : $v = 7.71 \text{ km/s}$. La période de l'orbite vaut alors : $T = \frac{2\pi R}{v} = 5448 \text{ s}$.

1.3 Description de la dynamique du satellite

1.3.1 Référentiels

Le référentiel géocentrique R_{gc} (Inertial frame \mathcal{F}_i) : Tout d'abord, le référentiel géocentrique R_{gc} sert de cadre de base pour la description du mouvement du satellite. Celui-ci est supposé galiléen, et son centre est confondu avec le centre de la Terre. Les vecteurs exprimés dans ce référentiel sont indexés par $_{gc}$. Dans ce référentiel, \vec{X}_{gc} pointe vers le Nord géographique et

est parallèle au vecteur de rotation de la Terre, \vec{Z}_{gc} pointe vers l'opposé du point de l'équinoxe vernal¹ et \vec{Y}_{gc} est tel que le repère soit direct.

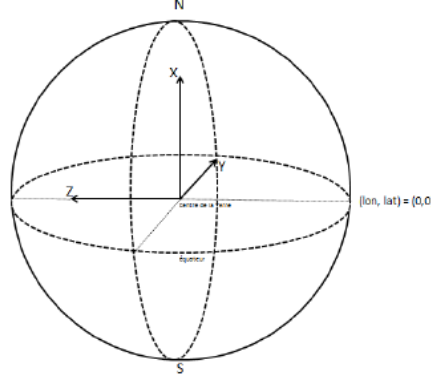


FIGURE 1.1 – Direction des trois axes du repère géocentrique

Le référentiel géographique R_{geo} (Geographic frame \mathcal{F}_g) : Le référentiel géographique R_{geo} est quant à lui obtenu à partir du référentiel géocentrique auquel on applique deux rotations pour prendre en compte la longitude, l'heure et la latitude. Son centre est pris au centre d'inertie du satellite. La figure 2 montre les deux rotations opérées, avec α qui est l'angle correspondant à l'heure et à la longitude et β qui est égal à la latitude.

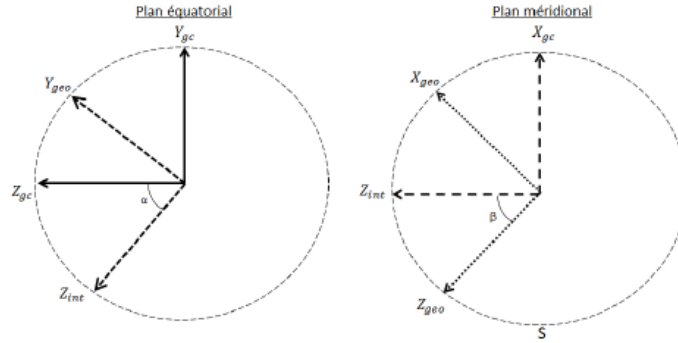


FIGURE 1.2 – Relations de passage entre le repère géocentrique R_{gc} et le repère géographique R_{geo} . Z_{int} désigne ici un vecteur de passage intermédiaire entre les deux référentiels.

Ces deux rotations peuvent être exprimées par la matrice de rotation suivante :

$$\begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \sin \alpha & -\sin \beta \cos \alpha \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta & \cos \beta \cos \alpha \end{pmatrix}$$

Le référentiel orbital R_o (Orbit frame \mathcal{F}_o) : Ce nouveau référentiel R_o (avec o pour orbital) s'obtient à partir du référentiel géographique en prenant en compte les paramètres de l'orbite.

1. Le point où le plan de l'écliptique croise l'équateur le premier jour du printemps

Cette dernière est en effet inclinée par rapport au plan de l'écliptique, et le référentiel orbital ne correspond pas tout à fait au référentiel géographique, à une rotation autour du vecteur Z_{geo} près.

Dans ce référentiel, le vecteur \vec{x}_o pointe dans la direction de la vitesse du satellite, le vecteur \vec{z}_o pointe vers le centre de la Terre et le vecteur \vec{y}_o est tel que le repère soit orthonormé direct.

Le référentiel orbital est donc obtenu à partir du repère géographique, auquel est appliqué une rotation d'angle γ autour de Z_{geo} . La matrice de passage est alors :

$$\begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On peut prendre en première approximation :

$$\gamma = 90^\circ - 82^\circ \cos \omega_0 t$$

où $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ où T période de l'orbite, et t temps écoulé depuis le passage du satellite au-dessus de l'équateur, dans le sens sud/nord, et $82^\circ = 90^\circ - i_0$ avec i_0 inclinaison de l'orbite par rapport au plan polaire. Toutefois, cette approximation reste fragile, dans la mesure où on voit qu'elle est fautive dans le cas où l'inclinaison vaut $i_0 = 0^\circ$.

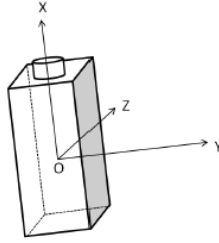


FIGURE 1.3 – Schéma du repère lié au satellite

Le référentiel lié au satellite R_s (Body frame \mathcal{F}_b) : Enfin, le repère R_s correspond au repère lié au corps du satellite. Ce repère est centré dans le centre d'inertie du satellite. On note I_1 , I_2 et I_3 les moments d'inertie propres du satellite. Les trois axes correspondent aux axes d'inertie du satellite. Le vecteur \vec{X}_s correspond à la direction du plus petit moment propre, \vec{Y}_s à celle du plus grand moment propre et \vec{Z}_s au moment propre médian.

Nota Bene L'ensemble des lois physiques exprimées dans la suite (notamment l'équation d'Euler) nécessitent d'être considérées par rapport à un repère galiléen. Le quaternion désignera donc formellement la rotation entre le repère géocentrique et le repère du satellite.

Par ailleurs, nous utiliserons plutôt les notations anglaises, plus concises, pour désigner les référentiels.

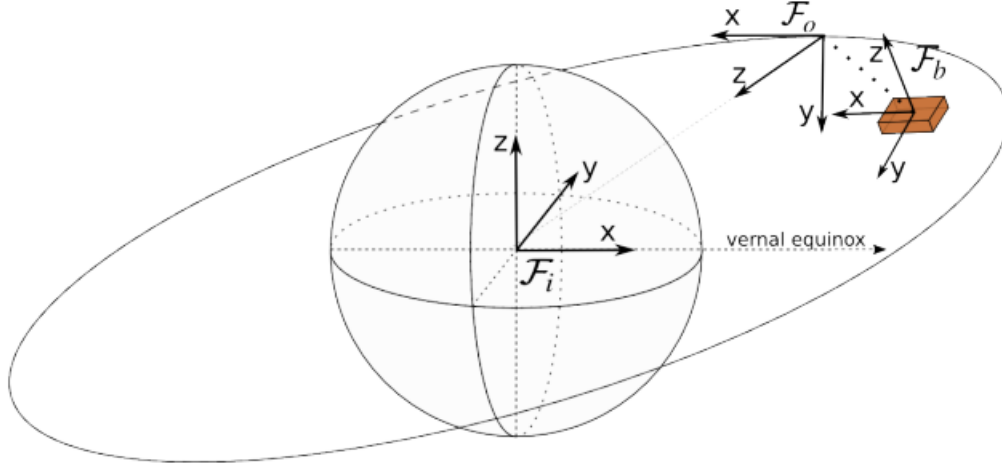


FIGURE 1.4 – Schéma des trois principaux repères (from [4]). La convention choisie pour les axes de \mathcal{F}_i n'est pas la même, néanmoins ce schéma est un bon récapitulatif des repères utilisés.

1.3.2 Quaternions et équation de la dynamique

Nous utiliserons les quaternions pour décrire l'attitude du satellite. Sans précision de notre part, q désigne q_{ib} le quaternion exprimant la rotation entre le repère géocentrique \mathcal{F}_i et le référentiel du satellite \mathcal{F}_b . Les équations régissant l'attitude du satellite sont les équations d'Euler :

$$\begin{cases} \frac{dq}{dt} &= \frac{1}{2} q \omega \\ \frac{d\vec{\omega}}{dt} &= I^{-1} (I\vec{\omega} \times \vec{\omega} + \vec{K}) \end{cases}$$

où I est la matrice d'inertie du satellite, $\omega = \omega_{ib}^b$ est le vecteur vitesse de rotation instantanée dans le repère du satellite, q le quaternion représentant l'attitude du satellite par rapport au référentiel géocentrique \mathcal{F}_i , et \vec{K} est le couple auquel est soumis le satellite, exprimé dans le repère du satellite. La matrice d'inertie du satellite exprimée dans le repère du satellite est diagonale (le centre de \mathcal{F}_b étant confondu avec le centre d'inertie du satellite). Pour plus de précisions concernant la résolution de ces équations, se référer à [5].

1.3.3 Notations

- Dans notre étude, la composante réelle du quaternion sera la 4^e composante.
- q_k désigne la k-ième composante de q . La partie réelle de q est donc q_4 .
- \tilde{q} désignera la partie vectorielle du quaternion.
- Le passage d'un référentiel à un autre sera noté en indice : q_{ob} désigne le quaternion de passage de \mathcal{F}_o à \mathcal{F}_b .
- Nous noterons en exposant le référentiel dans lequel le vecteur est considéré. Par exemple ω_{ob}^b désigne le vecteur rotation entre \mathcal{F}_o et \mathcal{F}_b dans \mathcal{F}_b .
- De façon générale, q désignera q_{ib} et ω désignera ω_{ib}^b .

1.3.4 Forces à considérer et ordres de grandeur

Outre son poids, le satellite sera soumis à différentes forces perturbatrices au cours de son mouvement. Les perturbations agissent soit sur l'attitude du satellite (en engendrant des couples perturbateurs dans les lois d'Euler), soit sur la position (perturbation des lois de Kepler). Les forces perturbatrices ont une intensité variable suivant la position et l'altitude du satellite. Une

étude précise de ces forces est donnée dans [6]. Les principales forces perturbatrices sont les suivantes :

Inhomogénéité du champ magnétique terrestre Le champ de gravité est proportionnel en première approximation à l'inverse du carré de la distance du satellite au centre de la Terre. La véritable expression du potentiel de gravité est donnée d'après [6] :

$$\Phi = \frac{\mu}{r} \left(1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{R_E}{r} \right)^n P_n(\sin(L)) \right)$$

où $\mu = GM$, avec G constante de gravitation et M masse de la Terre. r est la distance entre le satellite et le centre de gravité de la Terre, R_E est le rayon de la Terre, (P_n) est la famille des polynômes de Legendre, L est la latitude, et (J_n) est une famille de coefficients de potentiels. Pour les 3 premiers coefficients, on a d'après [6] :

$$J_2 = 0.00108263$$

$$J_3 = -0.00000254$$

$$J_4 = -0.00000161$$

On remarque ainsi que J_2 est environ mille fois plus grand que J_3 et J_4 . On peut donc considérer juste le premier terme de la somme précédente, dans la mesure où la suite $(|J_n|)_n$ est décroissante. Pour avoir une approximation plus fine de la position du satellite au cours du temps, nous avons donc décidé de prendre en compte le facteur J_2 pour affiner l'expression de la force de gravité. Toutefois, cette force ne concerne que la position du satellite.

Le gradient de champ de gravité terrestre Le côté du satellite le plus proche de la Terre sera soumis à une force de gravité plus importante que le côté le plus éloigné, ce qui engendre un gradient de gravité et donc un couple perturbateur. En effet, on observe alors que le centre d'inertie n'est pas confondu avec le centre de gravité, le couple par rapport au centre d'inertie de la force de gravité n'est donc pas nul. On trouve alors d'après [7] l'expression de ce couple :

$$\vec{\Gamma}_g = 3\omega_g^2 \vec{\sigma}_3 \times (I \vec{\sigma}_3)$$

où $\omega_g = \sqrt{\frac{\mathcal{G}M_{\oplus}}{r^3}}$ avec \mathcal{G} constante de gravitation universelle, r le rayon de l'orbite du satellite et M_{\oplus} la masse de la Terre. I est la matrice d'inertie du satellite par rapport à ses principaux axes d'inertie, et σ_3 est la troisième colonne de la matrice de rotation qui permet de passer du repère orbital au repère du satellite.

Dans le cadre de notre formalisme, si on désigne par q_{ob} le quaternion représentant la rotation entre le repère orbital \mathcal{F}_o et le repère du satellite \mathcal{F}_b , on trouve :

$$\vec{\sigma}_3 = \begin{bmatrix} 2q_{ob1}q_{ob3} - 2q_{ob2}q_{ob4} \\ 2q_{ob2}q_{ob3} + 2q_{ob4}q_{ob1} \\ 1 - 2(q_{ob1}^2 + q_{ob2}^2) \end{bmatrix}$$

où l'expression de q_{ob} est donnée par $q_{ob} = q_{ref}^{-1}q$ en reprenant les notations introduites dans les paragraphes suivants, à savoir $q_{ref} = q_{io}$ et $q = q_{ib}$.

Ce couple perturbateur agit principalement sur l'attitude du satellite.

Après application numérique, on trouve au maximum $\Gamma_g \simeq 4.8.10^{-8} N.m$ pour une altitude de 300 km, et $\Gamma_g \simeq 5.2.10^{-8} N.m$ pour une altitude de 100 km.

La gravité des autres corps célestes Les champs de gravité de la Lune et du Soleil peuvent être pris en compte dans certaines études. Toutefois, dans le cas d'un satellite proche de la Terre, le coefficient J_2 du potentiel de gravité a une influence plus importante que ces effets secondaires. C'est pourquoi nous avons choisi de les négliger dans le cadre de notre étude.

La pression radiative Le flux de photon issu du Soleil engendre une pression sur chacune des faces illuminées du satellite. Le module de la force qui découle de cet effet a pour expression [6] :

$$F_{rad} = 4.5 \times 10^{-6} (1 + r) \frac{S}{m}$$

où S est la surface du satellite illuminée par le satellite, $m = 2 \text{ kg}$ est la masse du satellite, et r le coefficient de réflexion. Si on considère le satellite complètement illuminé ($S = 0.1 \times 0.2 \text{ m}^2$) et $r = 1$, on trouve $F_{rad} = 4.5.10^{-8} N$, ce qui engendre un couple (en notant M le point médian d'application de ces forces et O le centre d'inertie du satellite) :

$$\Gamma_{rad} = |\overrightarrow{OM} \times \overrightarrow{F_{rad}}| \leq 0.1 \times F_{rad} \simeq 4.5.10^{-9} N.m$$

Ce qui est faible par rapport au couple maximum engendré par les bobines ($\simeq 10^{-6} N.m$).

Le vent solaire Le soleil envoie des particules chargées dans l'espace qui ont aussi une influence sur la dynamique du satellite. Toutefois, l'orbite du satellite étant basse, on peut considérer que le satellite est protégé par la magnétosphère terrestre.

Les forces de frottements Le satellite ayant une orbite basse, les forces de frottement auront un effet de plus en plus grand au fur et à mesure que le satellite chutera sur la Terre. Leur expression en module sur une face de vecteur normal \vec{n} est donnée ci-après (sachant que le régime d'écoulement est laminaire) :

$$\vec{F}_{aero} = -\frac{1}{2} \rho C_D v^2 A_{\perp} \vec{u}_v$$

où ρ est la masse volumique de l'atmosphère, C_D est le coefficient de trainée, m est la masse du satellite, v sa vitesse, \vec{u}_v est le vecteur unitaire colinéaire à la vitesse du satellite et A_{\perp} l'aire de la section perpendiculaire à au sens du déplacement du satellite. Pour une surface A de normale \vec{n} , nous avons donc $A_{\perp} = A \cdot \max(\vec{n} \cdot \vec{u}_v, 0)$. La force de frottement est orientée dans le sens opposée de la vitesse du satellite. On considère généralement $C_D = 2.2$ [6].

On en déduit alors l'expression de la force en module pour $A_{\perp} = 20 \text{ cm}^2$: $F_{aero} = 1.3 \rho \cdot 10^6 = 1.3 \cdot 10^{-6} N$ en considérant que $\rho \approx 10^{-12} \text{ kg/m}^3$ à 150km d'altitude (d'après le NRLMSISE Standard Atmosphere Model) .

Les forces de frottement ont une influence non négligeable sur la position du satellite, et le modèle prendra en compte leur expression pour gagner en précision.

En ce qui concerne le couple engendrée par les forces de frottement, l'expression suivante est souvent utilisée :

$$\vec{\Gamma}_{aero} = \sum_{\text{Surface } i} \vec{r}_{GP} \times \vec{F}_{aero}^i$$

où \vec{r}_{GP} est le vecteur qui pointe du centre de masse vers le centre de pression du satellite. En simulation, on considérera que le centre de pression est 2cm derrière le centre de masse du satellite sur l'axe de plus faible inertie. En simplifiant cette expression, on trouve :

$$\vec{\Gamma}_{aero} = \frac{1}{2} \rho C_D v^2 A_{\perp}^{tot} (\vec{u}_v \times \vec{r}_{GP}) \quad (1.1)$$

où $A_{\perp}^{tot} = \sum_{i=1}^3 A_i \vec{n}_i \cdot \vec{u}_v$. Les A_i étant respectivement les surfaces orthogonales aux axes X, Y et Z du satellite, d'aires respectives $10cm^2$, $20cm^2$ et aussi $20cm^2$. Une estimation du couple aérodynamique est alors $\Gamma_{aero} = 3 \cdot 10^{-8} N.m$ pour $r_{GP} = 2cm$ et pour une face latérale complètement perpendiculaire à la vitesse.

Le moment magnétique généré par les circuits électriques du satellite Les circuits électriques du satellite génèrent eux aussi un moment magnétique qui interagit avec le champ magnétique terrestre. Le placement des circuits est donc optimisé au maximum pour éviter autant que possible cet effet. Ce moment est évalué à environ $0.0004 A.m^2$ par certains experts (conférence avec la société Kopoos lors du Workshop ADCS à l'École Polytechnique, 10 Avril 2014).

Autres couples D'autres couples peuvent être considérés, comme le couple généré par les interactions entre la Terre et la Lune, ou encore le couple généré par le déploiement des antennes. Toutefois, ces moments sont trop brefs ou négligeables pour être pris en compte dans le cadre de notre étude.

Conclusion : Dans les simulations que nous ferons, nous ne prendrons en compte que le gradient de gravité et les forces aérodynamiques. C'est souvent ce qui est fait dans le cas des CubeSat à basse orbite.

Chapitre 2

Contrôle d'attitude

2.1 Capteurs

Nous disposons pour ce projet de différents capteurs :

- Un gyroscope
- Des capteurs solaires
- Un magnétomètre

D'un point de vue théorique, il nous faut un minimum de deux vecteurs mesurés non colinéaires pour déterminer l'attitude du satellite. Ces deux vecteurs seront alors le vecteur champ magnétique \mathbf{B} et le vecteur soleil \mathbf{S} dans le référentiel body \mathcal{F}_b que nous comparons aux vecteurs respectifs dans le référentiel inertiel \mathcal{F}_i connus grâce à la localisation du satellite par GPS et par intégration des lois de Kepler.

Or a priori le magnétomètre ne sera pas utilisé pendant le contrôle, le champ généré par nos propres bobines surpassant le champ terrestre et le vecteur soleil sera disponible seulement pendant les phases "jour" du satellite (environ 60% du temps, mais cela dépendra des orbites).

2.2 Contraintes

Le VKI nous impose une *pointing knowledge error* de 2° au maximum et une *pointing accuracy error* de 10° au maximum.

Pointing knowledge error : C'est l'erreur d'estimation. Nous la définirons comme

$$\theta_{know} = 2 \cos^{-1}(\langle \vec{n}_1, (\hat{q}_{ib}^{-1} q_{ib})^{-1} \vec{n}_1 \hat{q}_{ib}^{-1} q_{ib} \rangle)$$

Où $\vec{n}_1 = (1, 0, 0)$ dans \mathcal{F}_b .

Cela représente l'angle d'écart qu'il y a entre l'axe de plus faible inertie du satellite (celui sur lequel est positionnée la sonde FIPEX) et l'estimée de sa position.

Pointing accuracy error : C'est l'erreur de contrôle cette fois-ci. Nous la définirons comme

$$\theta_{acc} = 2 \cos^{-1}(\langle \vec{n}_1, q_{ob}^{-1} \vec{n}_1 q_{ob} \rangle)$$

Cette erreur représente l'angle d'écart de l'axe de de la sonde FIPEX \vec{n}_1 à l'état de référence. En effet, dans l'état de référence, $q_{ob} = Id$, \mathcal{F}_o est aligné avec \mathcal{F}_b .

2.3 Detumbling

Pour le Detumbling, la loi du B-dot a été utilisée pour faire converger le vecteur vitesse de rotation instantanée ω vers 0. Pour rappel le moment calculé par le B-dot a pour expression :

$$\vec{m} = -k\vec{\dot{B}}_b - \vec{m}_c$$

où $\vec{\dot{B}}_b$ représente la variation du champ magnétique mesuré dans le repère du satellite et \vec{m}_c est une constante colinéaire à l'axe principal d'inertie du satellite. Nous prendrons cette constante égale à 0.

On utilise notamment à profit la relation suivante pour $q = q_{ib}$ et $\omega = \omega_{ib}^b$:

$$\vec{\dot{B}}_b = (q^{-1}\vec{B}_i q) \times \vec{\omega} + q^{-1}\vec{\dot{B}}_i q$$

Déterminer la dérivée de \vec{B}_b nécessite de connaître l'attitude du satellite, et donc d'avoir un filtre fonctionnel.

Étant donné que le champ magnétique terrestre varie lentement devant l'attitude du satellite (surtout avec une vitesse angulaire grande, ce qui est le cas lors du detumbling), il est d'usage de simplifier :

$$\vec{\dot{B}}_b = (q^{-1}\vec{B}_i q) \times \vec{\omega}$$

Dans la pratique, le detumbling sera implémenté ainsi :

$$\vec{\dot{B}}_b = (\hat{q}^{-1}\vec{B}_i^{table} \hat{q}) \times \hat{\vec{\omega}}$$

avec \vec{B}_i^{table} le champ magnétique dans \mathcal{F}_i lu dans une table (cf [8]) sauvegardée dans la mémoire du satellite.

2.4 Observateur

2.4.1 Choix de l'observateur

L'année dernière, un filtre de Kalman étendu avait été implémenté pour estimer l'attitude du satellite. Ce filtre était faible la nuit ($\vec{S}_b = 0$) et demandait des calculs importants. Nous avons donc préféré implémenter un filtre non linéaire et à gains constants. Sa convergence a été prouvée mathématiquement comme étant quasi-globale.

2.4.2 Principe du filtre

Le filtre, présenté dans [9] est un filtre non linéaire à gains constants qui estime le quaternion d'attitude $q = q_{ib}$ du système ainsi que le biais b de gyroscope. L'implémentation est très simple et s'effectue ainsi :

$$\begin{cases} \hat{\dot{q}} &= \frac{1}{2} \hat{q} * (\omega_{mes} - \hat{b} + k_p \Omega) + k (1 - \|\hat{q}\|^2) \\ \hat{\dot{b}} &= -k_i \Omega \end{cases}$$

où $k, k_i, k_p > 0, \omega_{mes}$ est le résultat de la mesure du gyroscope et

$$\Omega = \frac{k_B}{\|\vec{B}_i^{table}\| \cdot \|\vec{B}_b^{mes}\|} \vec{B}_b^{mes} \times (\hat{q}^{-1} \vec{B}_i^{table} \hat{q}) + \frac{k_S}{\|\vec{S}_i\| \cdot \|\vec{S}_b^{mes}\|} \vec{S}_b^{mes} \times (\hat{q}^{-1} \vec{S}_i \hat{q})$$

avec \vec{B}_b^{mes} (resp. \vec{S}_b^{mes}) le résultat de la mesure du magnétomètre (resp. capteurs solaires) et \vec{B}_i^{table} est la valeur du champ magnétique dans \mathcal{F}_i lue dans les tables embarquées.

Le terme $k (1 - \|\hat{q}\|^2)$ est une astuce numérique permettant de s'assurer que $\|\hat{q}\| = 1$.

Cependant, même si ce filtre est robuste et converge rapidement avec des gains adaptés, il n'estime pas directement ω mais seulement le biais. Or, dans nos lois de contrôle, (par exemple le

B-dot) nous avons besoin de ω . Pour le contrôle lors de l'orbite, le bruit blanc centré $\mathcal{N}(0, \sigma_{gyro})$ sur ω est d'une norme comparable à ω . En effet, comme :

$$\hat{\omega} = \underbrace{\omega + \mathcal{N}(b, \sigma_{gyro})}_{\omega_{mes}} - \hat{b} \xrightarrow{\infty} \omega + \mathcal{N}(0, \sigma_{gyro})$$

Néanmoins, comme $\mathbb{E}[\hat{\omega}] = \mathbb{E}[\omega]$ et que le bruit blanc est rapidement variable, les lois de contrôle fonctionnent tout de même avec une simple estimation du biais plutôt que de la vitesse angulaire.

2.5 Contrôleur

2.5.1 Choix du contrôleur

Pour le contrôle des CubeSat, nous avons choisi un contrôleur global à gains constants (un contrôleur PD-like). Ce contrôleur est développé dans [10]. Les grands avantages de ce contrôleur comparé à un LQR par exemple sont :

- Très simple à mettre en place.
- A gains constants.
- Une convergence quasi-globale.
- Comme nous le verrons, ce contrôleur remplacera notre detumbling.

2.5.2 Principe du contrôleur

Le contrôleur est semblable à un contrôleur PD, on peut l'écrire sous la forme :

$$\vec{m} = -\frac{\vec{B}_b}{\|\vec{B}_b\|^2} \times (k_D \epsilon(\omega) + k_P \epsilon(q))$$

où $\epsilon(\omega) = \omega_{ob}^b$ et $\epsilon(q) = \tilde{q}_{ob}$ où \tilde{q} désigne la partie vectorielle du quaternion. Des plus, le terme $\vec{B}_b \times$ n'est là que pour éviter de créer un moment magnétique \vec{m} qui ait une composante dans la direction de \vec{B}_b . En effet, le couple généré étant $\vec{m} \times \vec{B}_b$, les composantes de \vec{m} colinéaires à \vec{B}_b n'ont aucune influence. On peut également le voir comme une extension du Bdot qui permet en plus au satellite de converger vers la bonne attitude grâce au terme en quaternion grâce au théorème de l'invariance de LaSalle (pour plus de développements théoriques sur les fonctions de Lyapunov et l'invariance de LaSalle, se référer à [11]).

Ce contrôleur assure :

- $\epsilon(q) \xrightarrow{\infty} 0$ soit $q_{ob} \xrightarrow{\infty} Id$ ce qui signifie que \mathcal{F}_o et \mathcal{F}_b sont alignés.
- $\epsilon(\omega) \xrightarrow{\infty} 0$ soit $\omega_{ob}^b \xrightarrow{\infty} 0$ ce qui signifie que le satellite fera un tour sur lui même autour de l'axe Y en une orbite, ce qui assure que la sonde FIPEX reste dans la direction du vecteur vitesse du satellite.

2.5.3 Obsolescence du detumbling

Nous allons ici montrer en quoi ce contrôleur remplace effectivement le detumbling classique. A hautes vitesses angulaires, ce contrôleur est équivalent au Bdot. En effet, q étant de norme 1, $\epsilon(q)$ est bornée, alors que $\epsilon(\omega)$ ne l'est pas. Ainsi, pour ω grand, nous avons :

$$\begin{aligned} \vec{m} &= -\frac{\vec{B}_b}{\|\vec{B}_b\|^2} \times (k_D \epsilon(\omega) + \underbrace{k_P \epsilon(q)}_{\ll k_D \epsilon(\omega)}) \\ &\approx -k \cdot \vec{B}_b \times \underbrace{\omega - \omega_{ref}}_{\approx \omega} \end{aligned}$$

On retrouve alors bien la même forme que le Bdot.

Chapitre 3

Hypothèses et simulations

Les simulations suivantes ont été effectuées avec une fréquence d'échantillonnage $f_e = 1Hz$.

3.1 Modélisation des capteurs

3.1.1 Gyroscope

Nous avons modélisé le gyroscope comme nous donnant une mesure bruitée (bruit blanc gaussien) et biaisée. Le bruit est fourni grâce aux datasheets du capteur (pour le gyroscope *L3GD20H*) : nous avons un bruit de $0.011^\circ/s/\sqrt{Hz}$.

Pour $f_e = 1Hz$ on obtient un écart-type pour le bruit de gyroscope de $\sigma_{gyro} = 0.011 \frac{\pi}{180} f_e$. Nous avons par ailleurs choisi un biais constant aléatoire.

3.1.2 Magnétomètre

La magnétomètre sera a priori le modèle *LSM303D*. Nous avons modélisé le bruit de ce capteur par un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et d'écart-type $\sigma_{magneto} = 5 \cdot 10^{-7}T$ grâce aux données des datasheets.

3.1.3 Capteurs solaires

Nous ne disposons actuellement pas d'estimation du bruit dans les datasheets. Nous avons donc également modélisé les bruits sur les capteurs solaires par des bruits blancs gaussiens centré mais avec un bruit plus fort que pour le magnétomètre (environ 5 fois plus fort). Ainsi $\sigma_{sun} = 5 \cdot 10^{-3}SI$.

3.2 Résultats des simulations

Valeurs numériques :

- Dans nos simulations, T_0 désigne la durée d'une orbite, prise ici à $T_0 = 5400s$.
- ω a des composantes de l'ordre de $\pm 30^\circ/s$. C'est la vitesse qui avait été effectivement mesurée sur les précurseurs.
- q a été choisi complètement aléatoirement.
- Le biais a été initialisé aléatoirement par une loi $\mathcal{N}(0, \sigma)$ avec $\sigma = 10^{-3}rad/s$, soit l'ordre de grandeur de $\|\omega_{ref}\| = \frac{2\pi}{T_0}$. Par ailleurs, le biais a été choisi constant, mais l'observateur permet de l'estimer fiablement tant que ses variations sont lentes.
- Pour les forces aérodynamiques nous avons choisi :
 - $\rho = 10^{-12} kg/m^3$
 - $C_D = 2.2$

Detumbling : La phase de detumbling est implicite avec notre contrôleur. La phase de diminution de la vitesse de rotation semble être entre pendant la première orbite.

Contrôle : Notre loi de contrôle est assez simple. Nous lançons le contrôleur PD-like pendant 70 secondes toutes les 100 secondes. Cela permet d'avoir des mesures du champ magnétique pendant 30 % du temps, assurant que l'observateur ne diverge pas.

3.2.1 Courbes :

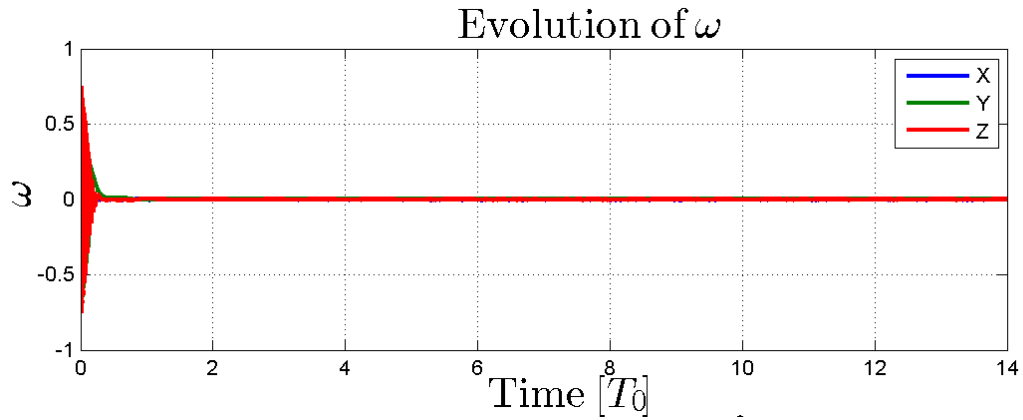


FIGURE 3.1 – Évolution de ω au cours du temps. On remarque que ω décroît très vite au cours de la première orbite.

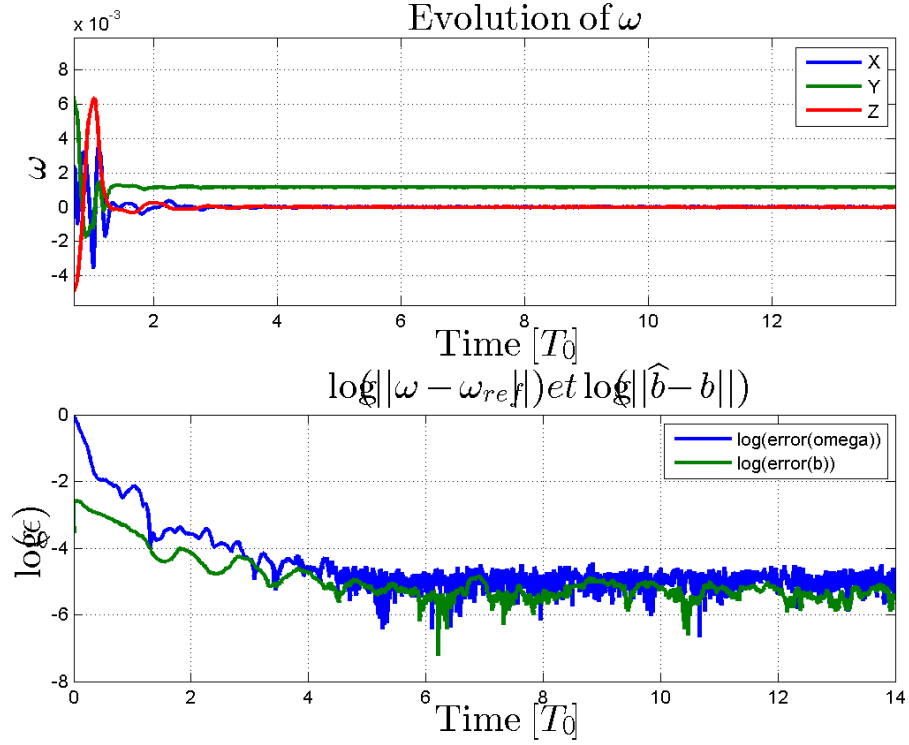


FIGURE 3.2 – Évolution de ω au cours du temps (zoom). On remarque que ω se stabilise peu à peu pour atteindre sa valeur de référence. Sur la 2^e courbe, nous avons tracé le logarithme de l’erreur de contrôle sur ω (en bleu) et de l’erreur d’estimation sur le biais de gyroscope (en vert). Les deux courbes se stabilisent vers 10^{-5}rad/s ce que est assez précis sachant que $\|\omega_{ref}\| = \frac{2\pi}{T_0} \approx 10^{-3} \text{rad/s}$

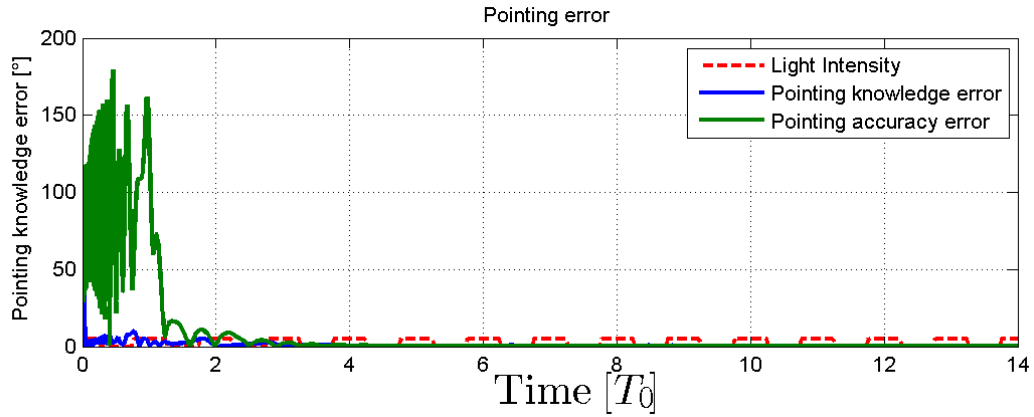


FIGURE 3.3 – Évolution de θ_{acc} et θ_{know} au cours du temps. La courbe rouge nous informe si nous sommes le jour ou la nuit. On remarque que l’observateur converge rapidement.

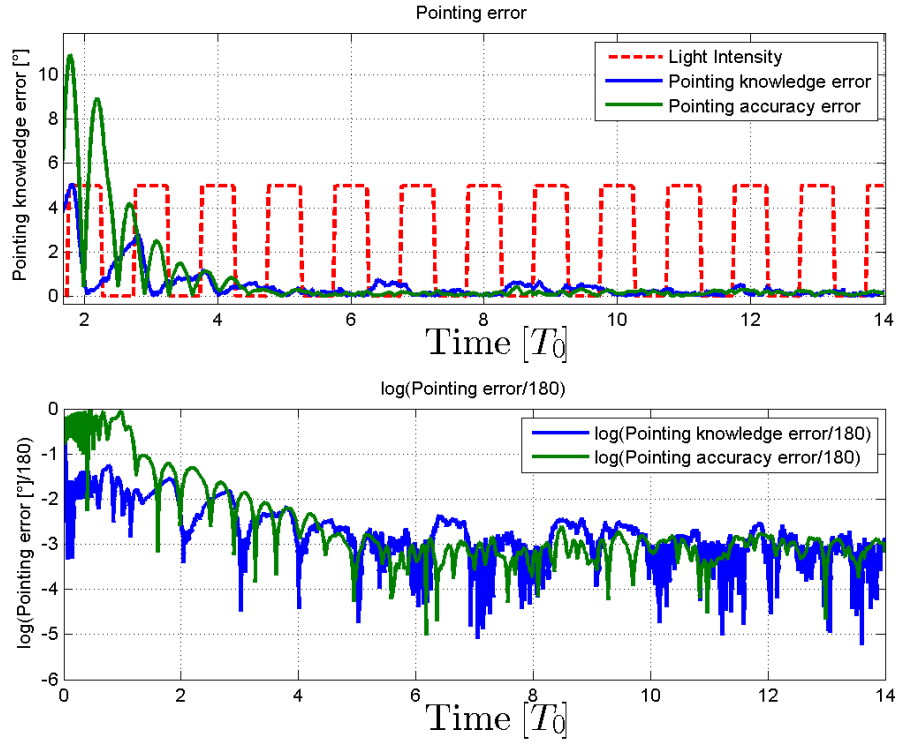


FIGURE 3.4 – Évolution de θ_{acc} et θ_{know} au cours du temps (zoom). Le logarithme de ces erreurs est tracé en dessus. Stabilisation vers $180 \cdot 10^{-3} \approx 0.2^\circ$.

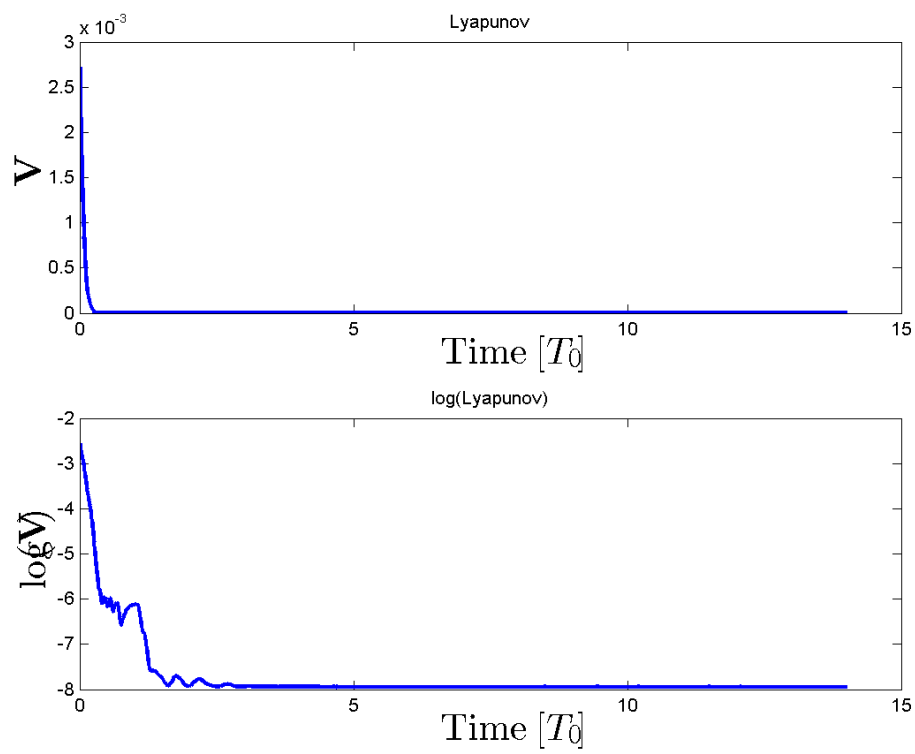


FIGURE 3.5 – Évolution de la fonction de Lyapunov (et de son logarithme) utilisée pour le contrôle au cours du temps. On peut y voir 2 étapes, une première décroissance due à la diminution de la vitesse angulaire (jusqu'à 10^{-6}), une deuxième due à la convergence de l'attitude (jusqu'à 10^{-8}).

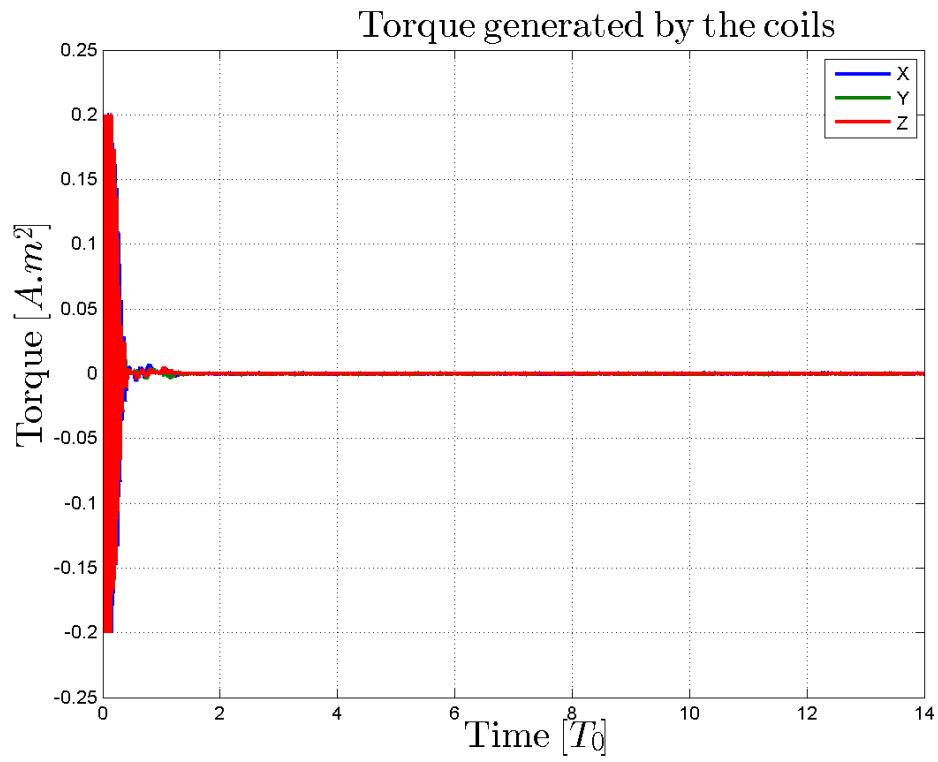


FIGURE 3.6 – Évolution de \vec{m} , le moment magnétique généré par les bobines au cours du temps. On remarque que les bobines saturent au tout départ, puis que le moment nécessaire pour contrôler le satellite à basses vitesses est très faible ($\approx 10^{-3} A.m^2$).

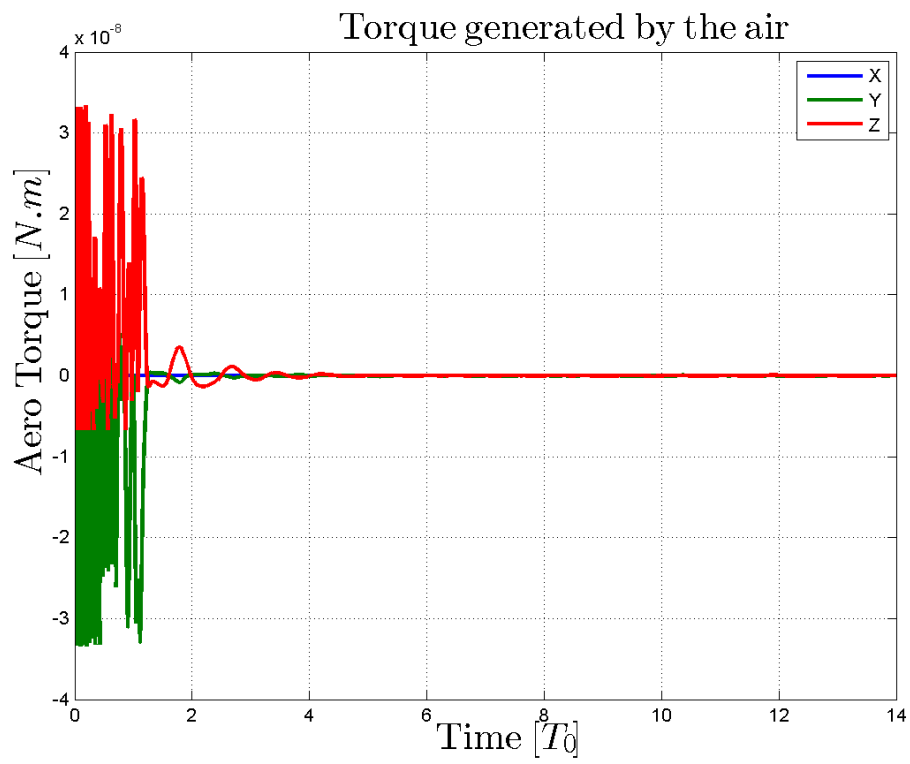


FIGURE 3.7 – Évolution de Γ_{aero} au cours du temps (zoom). Lorsque le satellite arrive à la bonne attitude, ce moment tend vers 0.

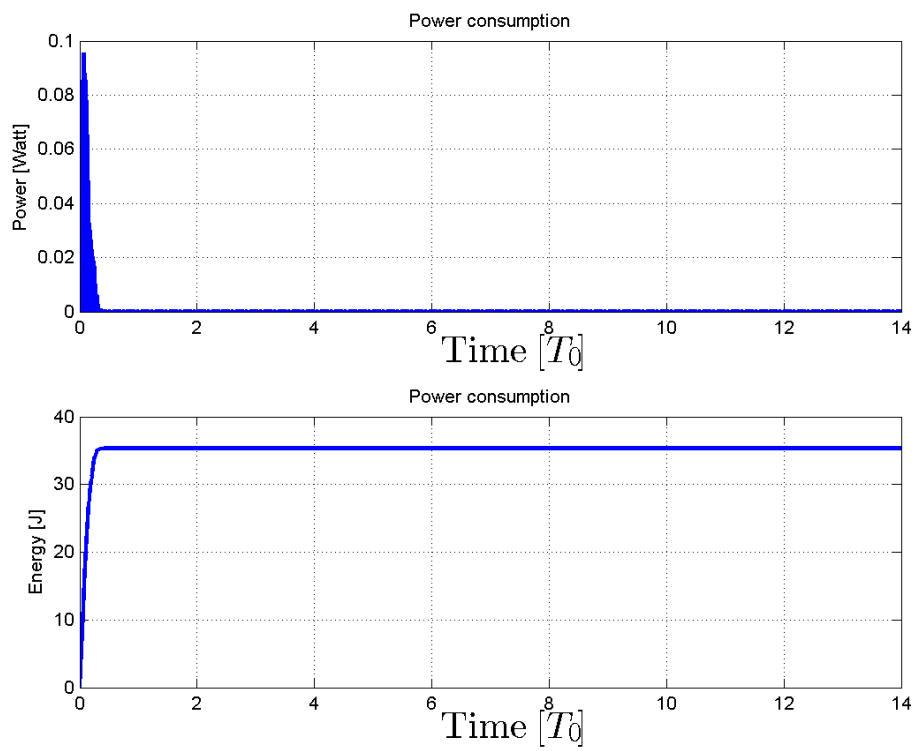


FIGURE 3.8 – Évolution de la consommation au cours du temps. La première courbe représente la puissance, la seconde l'énergie totale consommée. Notre batterie fait 2 A.h avec une tension de 7.2V soit $\approx 50\text{ kJ}$.

Chapitre 4

Problèmes à régler

Schéma d'intégration : Nous utilisons actuellement un schéma d'intégration Runge-Kutta d'ordre 4. Cependant, pour une fréquence d'échantillonnage $f_e < 1Hz$ soit un pas plus grand que la seconde, nos valeurs explosent et nous n'obtenons aucun résultat.

Simulink : Actuellement, tout le code est dans des scripts et des fonctions Matlab, peut-être serait-il plus avisé de faire des simulations à l'aide de Simulink afin d'exporter ensuite plus facilement notre code en C/C++.

Forces aérodynamiques :

- La modélisation des forces aérodynamiques 1.1 page 9 me semble incomplète car ne prenant pas en compte les effets dissipatifs. En effet, en présence uniquement du couple aérodynamique, nous avons une équation de type oscillateur harmonique. Et si le centre de gravité du satellite est un peu devant son centre de pression, ces forces nous font osciller avec plus ou moins d'amplitude autour de la position d'équilibre sans y converger, ce qui devrait être le cas normalement. Ainsi, les forces aérodynamiques devraient nous être plus bénéfiques en réalité qu'elles ne le sont en simulation.
- Néanmoins, dès lors que $\rho > 5 \cdot 10^{-12}$ nous ne convergions plus en simulation. Cela pourrait être dû au problème relevé ci-dessus, car normalement les couples aérodynamiques devraient nous aider d'autant plus qu'ils sont importants.
- Par ailleurs, nous obtenons des informations contradictoires selon les sources sur la densité de l'air en fonction de l'altitude.

Bobines : Nous devons modéliser plus efficacement les bobines, notamment en prenant en compte le régime transitoire lors de l'établissement ou l'arrêt du courant ainsi que prendre en compte le bras de levier dû au fait que les bobines soit décalées du centre de gravité du satellite.

Convergence des quaternions : Ce problème est de nature mathématique. On peut remarquer dans les courbes que les quaternions $\hat{q}^{-1}q$ et q_{ob} convergent vers $\pm Id$. Ce n'est a priori pas dérangeant car les quaternions $+Id$ et $-Id$ représentent la même rotation. Or, en simulation, on pourra remarquer que l'on aura toujours un de ces quaternions qui converge vers $+Id$ et l'autre vers $-Id$ et ce même si on met initialement ces deux quaternions très proches de $+Id$, le satellite fera un tour complet de 360° sur lui-même afin d'arriver à la même attitude, mais avec un quaternion différent.

Observateur : Est-il nécessaire d'estimer ω (et donc de filtrer le bruit dessus) ou bien estimer le biais suffit ? Estimer ω permettrait d'avoir une loi de contrôle plus précise et plus exacte à faibles vitesses, cependant le modèle actuel semble fonctionner. Nous évaluerons la possibilité de filtrer le bruit sur ω néanmoins.

Albedo : Nous pensons que l'effet de l'Albedo sera négligeable sur nos capteurs solaires. En effet, ceux-ci étant calibrés sur le spectre du soleil, normalement, la Terre émet à des densités de puissance bien plus faibles (avec un facteur d'au moins 10) dans le visible que le spectre d'émission. Cependant, on peut se demander si avec la glace des pôles par exemple, une partie non négligeable de la lumière captée par les sun sensors ne provient pas en fait de la Terre, ce qui agirait comme un biais.

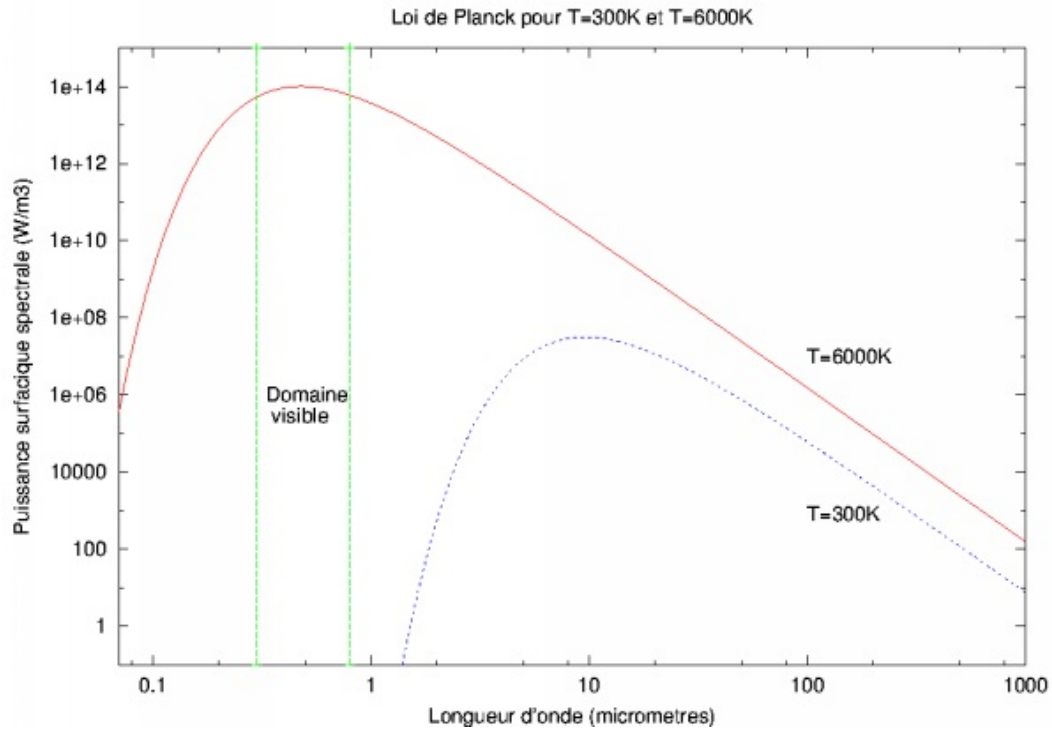


FIGURE 4.1 – Comparaison du spectre d'émission de la Terre et du Soleil (échelle logarithmique). Le spectre détecté par les capteurs solaires coïncide avec celui du soleil, on remarque alors que la lumière reçue de la Terre sera bien moins intense.

Bibliographie

- [1] François PACAUD and Julien LEGRAND. Conception d'un système de contrôle et de détermination d'attitude pour un cubesat. Technical report, Mines ParisTech, 2014.
- [2] QB50 PROJECT. www.qb50.eu.
- [3] QB50 FIPEX Science Unit Interface Control Document. Technical report, Technische Universität Dresden, 13 Decembre 2013.
- [4] Jovanovic Nemanja. Aalto-2 satellite attitude control system. Technical report, Luleå University of Technology, 2014.
- [5] LANDAU, Lev and LIFCHITZ, Evgeny. *Physique Théorique Mécanique*. Editions MIR, 1982.
- [6] J.R WERTZ and W.J LARSON. *Space mission analysis and design*. Kluwer academic publishers, 1999.
- [7] Kristin L. MAKOVEC. *A NonLinear Magnetic Controller for Three-Axis Stability of Nanosatellites*. PhD thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 21 Juillet 2001.
- [8] NOAA National Geophysical Data Center. Estimated values of magnetic field. <http://www.ngdc.noaa.gov/geomag-web/#igrfwmm>.
- [9] Philippe MARTIN and Erwan SALAUN. Design and implementation of a low-cost attitude and heading nonlinear estimator. *5th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, pages 53–61, 2008.
- [10] Zdenko TUDOR. Design and implementation of attitude control for 3-axes magnetic coil stabilization of a spacecraft. 2011.
- [11] PETIT, Nicolas and ROUCHON, Pierre. *Automatique, Dynamique et Contrôle des Systèmes*. Ecole des Mines de Paris, Mars 2008.