

Fibonacci series對質數K 次方模運算之循環關係

by googleak28282

自我介紹

- ▶ 本名:古珉和
- ▶ 網名:googleak28282
- ▶ 臺南一中107級數理資優班
- ▶ 蒼翼的奇術師資訊組成員
- ▶ 2017高中資訊學術聯展紀錄組
- ▶ 2016,2017 學生計算機年會(SITCON)會眾

研究動機

本篇的研究動機為，在參加青年程式設計競賽時，有一題目其要求為求解 **Fibonacci series** 第 N 項對 2 的 k 次方取餘數之值，而此要求之解法必須假定費波納契數列對 2 的 k 次方取餘數之值會循環，而筆者突然萌生了一個想法，既然最小質數之循環規律存在，且已經被證明為正且質數之間時常有類似的性質，那其他質數有無類似的循環規律，即成為了一個值得研究之議題，於是就開始此議題之研究。

想到!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

先備知識1-Fibonacci series

- ▶ =費氏數列
- ▶ =費波納契數列
- ▶ =0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610...
- ▶ $S=\{a_n \mid a_n=a_{n-1}+a_{n-2}, n \geq 3\}$

先備知識2-模運算

▶ 就是取餘數

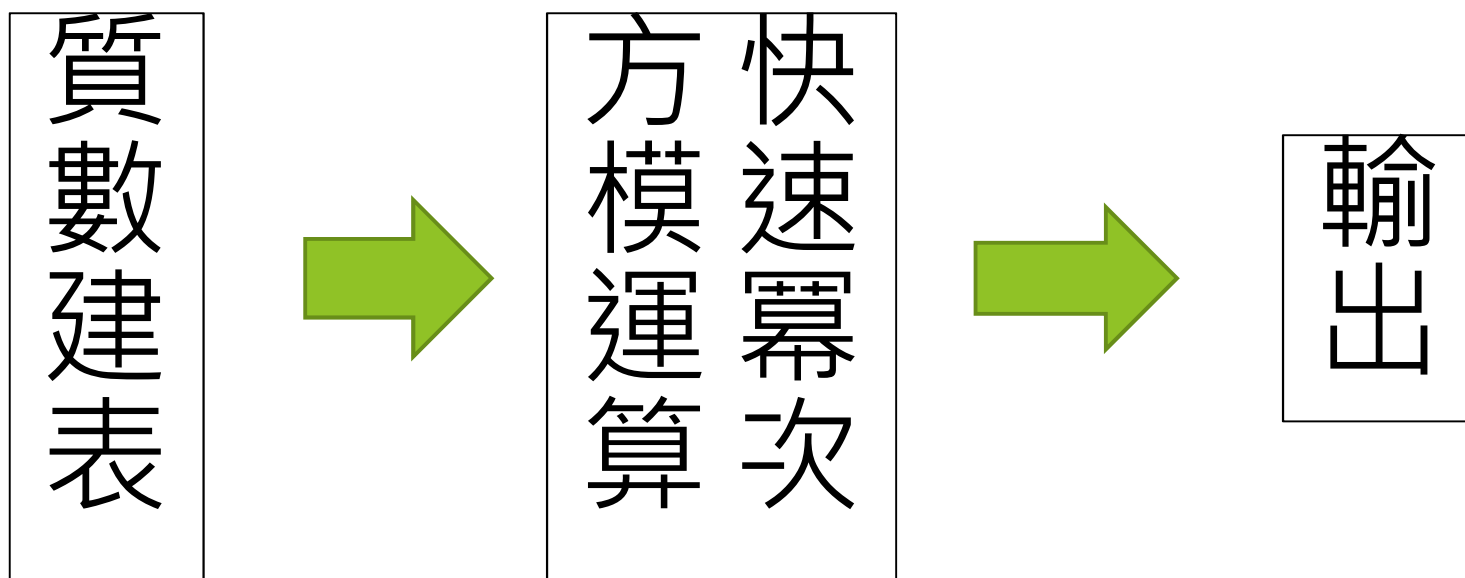
▶ $a + b \equiv c + d \pmod{m}$

▶ $a - b \equiv c - d \pmod{m}$

▶ $a \times b \equiv c \times d \pmod{m}$



演算法設計說明1-演算法流程圖



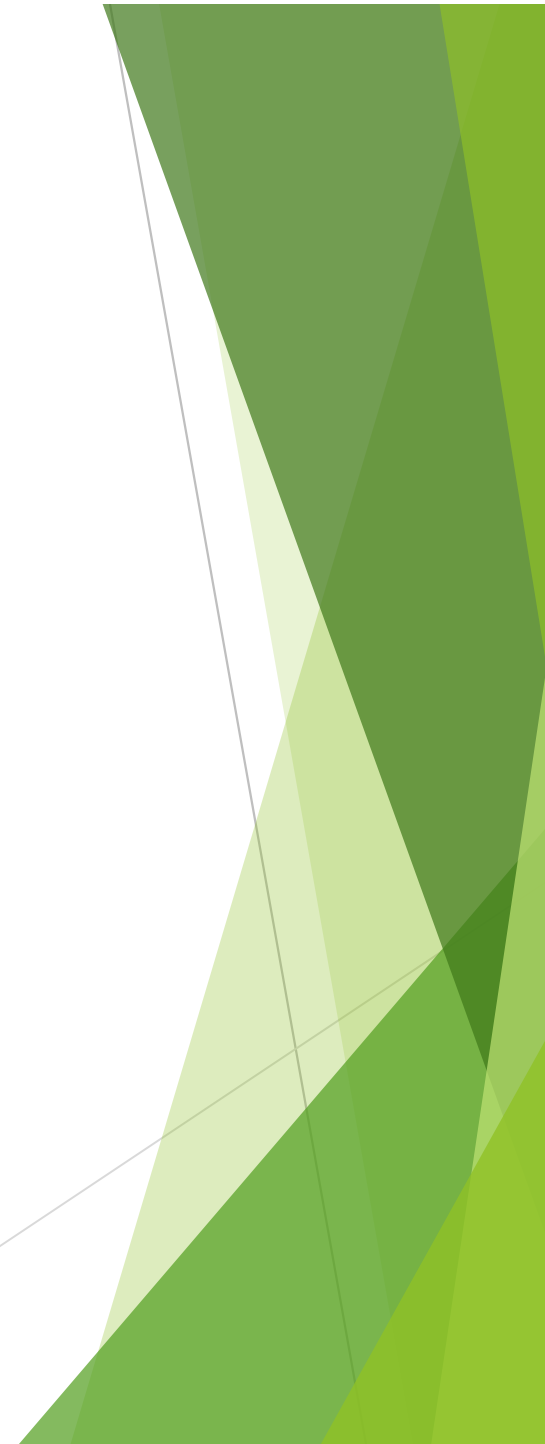
演算法設計說明2-取質數方法

- ▶ sieve of Eratosthenes = 埃拉托斯特尼篩法
- ▶ 目前取質數較快的演算法



	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120

Prime numbers



演算法設計說明3-快速冪算法

$$x^{16}$$

$$= x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \\ \times x \times x \times x \times x \times x$$

運用快速冪→

$$x^{16} = x^8 \times x^4 \times x^2 \times x \times x$$

研究結果1

質數 P↵	2↵	3↵	5↵	7↵	11↵	13↵	17↵	19↵	23↵
循環個數↵	3↵	8↵	20↵	16↵	10↵	28↵	36↵	18↵	48↵
質數 P↵	29↵	31↵	37↵	41↵	43↵	47↵	53↵	59↵	61↵
循環個數↵	14↵	30↵	76↵	40↵	88↵	32↵	108↵	58↵	60↵
質數 P↵	67↵	71↵	73↵	79↵	83↵	89↵	97↵	<u>101</u> ↵	103↵
循環個數↵	136↵	70↵	148↵	78↵	168↵	44↵	196↵	<u>50</u> ↵	208↵
質數 P↵	107↵	109↵	<u>113</u> ↵	127↵	131↵	137↵	139↵	149↵	151↵
循環個數↵	72↵	108↵	<u>76</u> ↵	256↵	130↵	276↵	46↵	148↵	150↵

研究結果2

質數 P ↵ 次方 K ↵	2 ↵	3 ↵	5 ↵	7 ↵	11 ↵	13 ↵	17 ↵
1 ↵ (M) ↵	3 ↵	8 ↵	20 ↵	16 ↵	10 ↵	28 ↵	36 ↵
2 ↵ (M × P ¹) ↵	6 ↵ (3*2 ¹) ↵	24 ↵ (8*3 ¹) ↵	100 ↵ (20*5 ¹) ↵	112 ↵ (16*7 ¹) ↵	110 ↵ (10*11 ¹) ↵	364 ↵ (28*13 ¹) ↵	612 ↵ (36*17 ¹) ↵
3 ↵ (M × P ²) ↵	12 ↵ (3*2 ²) ↵	72 ↵ (8*3 ²) ↵	500 ↵ (20*5 ²) ↵	784 ↵ (16*7 ²) ↵	1210 ↵ (10*11 ²) ↵	4732 ↵ (28*13 ²) ↵	10404 ↵ (36*17 ²) ↵
4 ↵ (M × P ³) ↵	24 ↵ (3*2 ³) ↵	216 ↵ (8*3 ³) ↵	2500 ↵ (20*5 ³) ↵	5488 ↵ (16*7 ³) ↵	13310 ↵ (10*11 ³) ↵	61516 ↵ (28*13 ³) ↵	176868 ↵ (36*17 ³) ↵
5 ↵ (M × P ⁴) ↵	48 ↵ (3*2 ⁴) ↵	648 ↵ (8*3 ⁴) ↵	12500 ↵ (20*5 ⁴) ↵	38416 ↵ (16*7 ⁴) ↵	146410 ↵ (10*11 ⁴) ↵	799708 ↵ (28*13 ⁴) ↵	3006756 ↵ (36*17 ⁴) ↵
6 ↵ (M × P ⁵) ↵	96 ↵ (3*2 ⁵) ↵	1944 ↵ (8*3 ⁵) ↵	62500 ↵ (20*5 ⁵) ↵	268912 ↵ (16*7 ⁵) ↵	1610510 ↵ (10*11 ⁵) ↵	10396204 ↵ (28*13 ⁵) ↵	51114852 ↵ (36*17 ⁵) ↵
7 ↵ (M × P ⁶) ↵	192 ↵ (3*2 ⁶) ↵	5832 ↵ (8*3 ⁶) ↵	312500 ↵ (20*5 ⁶) ↵	1882384 ↵ (16*7 ⁶) ↵	17715610 ↵ (10*11 ⁶) ↵	135150652 ↵ (28*13 ⁶) ↵	868952484 ↵ (36*17 ⁶) ↵

結論

質數間的關係

在質數間的關係，同樣尾數的質數之間通常會遵守一定的關係式，而且尾數相加等於10之質數通常也會遵守一樣的規律。

單一質數各次方間之關係

在質數各次方間之關係，其循環個數成等比數列，且公比為質數本身。



聯絡方式

上各大平台

找:googleak28282



感謝

指導老師 高英耀老師
導師 林倉億老師
我ISSC的隊友們
之前教我很多演算法的學長
我的電腦
我的肝

