

# Fibonacci series對質數K 次方模運算之循環關係

by googleak28282

# 自我介紹

- ▶ 本名:古珉和
- ▶ 網名:googleak28282
- ▶ 臺南一中107級數理資優班
  - ▶ 蒼翼的奇術師資訊組成員
- ▶ 2017高中資訊學術聯展紀錄組
- ▶ 2016,2017 學生計算機年會(SITCON)會眾

# 研究動機

本篇的研究動機為，在參加青年程式設計競賽時，有一題目其要求為求解 **Fibonacci series** 第  $N$  項對的  $k$  次方取餘數之值，而此要求之解法必須假定費波納契數列對  $2$  的  $k$  次方取餘數之值會循環，而筆者突然萌生了一個想法，既然最小質數之循環規律存在，且已經被證明為正且質數之間時常有類似的性質，那其他質數有無類似的循環規律，即成為了一個值得研究之議題，於是就開始此議題之研究。

想到!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

# 先備知識1-Fibonacci series

▶=費氏數列

▶=費波納契數列

▶=0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144,  
233, 377, 610...

▶ $S=\{a_n \mid a_n=a_{n-1}+a_{n-2}, n \geq 3\}$

# 先備知識2-模運算

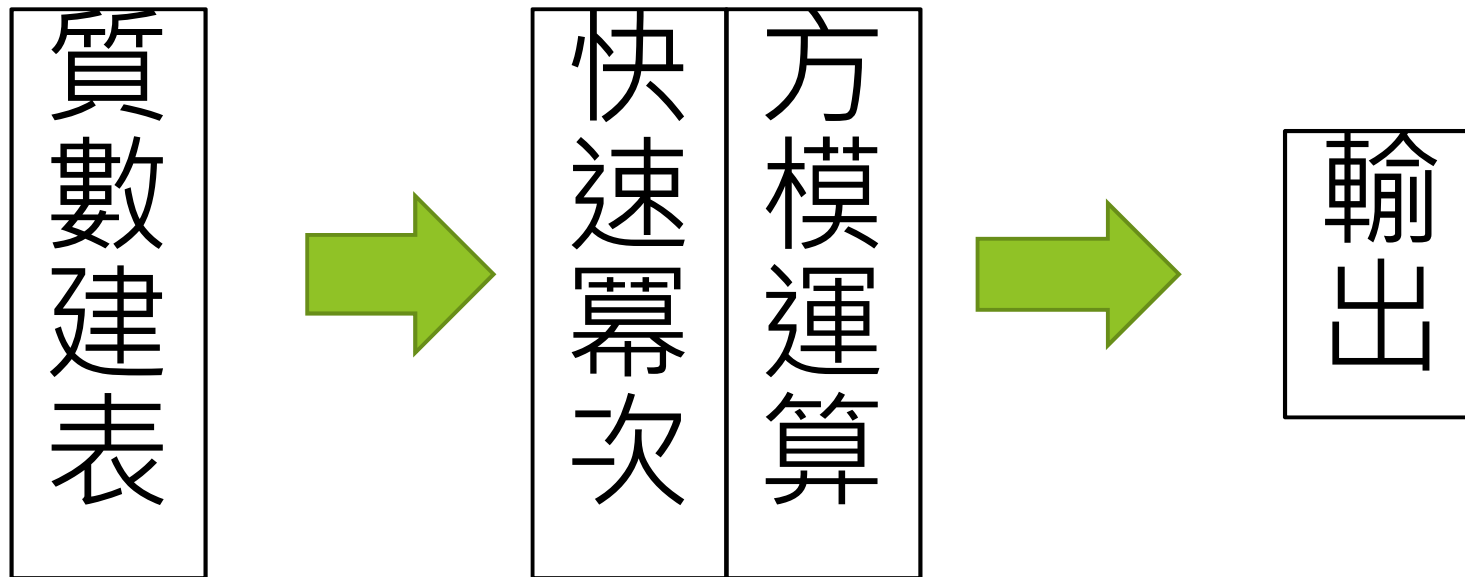
▶ 就是取餘數

▶  $a + b \equiv c + d \pmod{m}$

▶  $a - b \equiv c - d \pmod{m}$

▶  $a \times b \equiv c \times d \pmod{m}$

# 演算法設計說明1-演算法流程圖



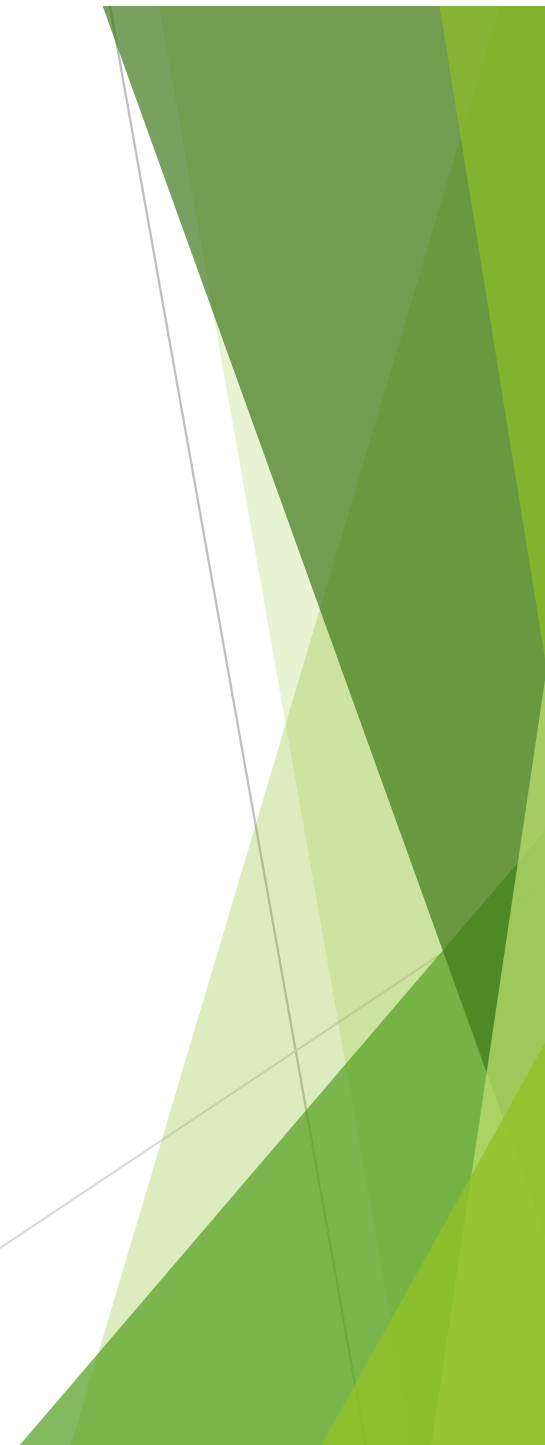
# 演算法設計說明2-取質數方法

- ▶ sieve of Eratosthenes = 埃拉托斯特尼篩法
- ▶ 目前取質數較快的演算法

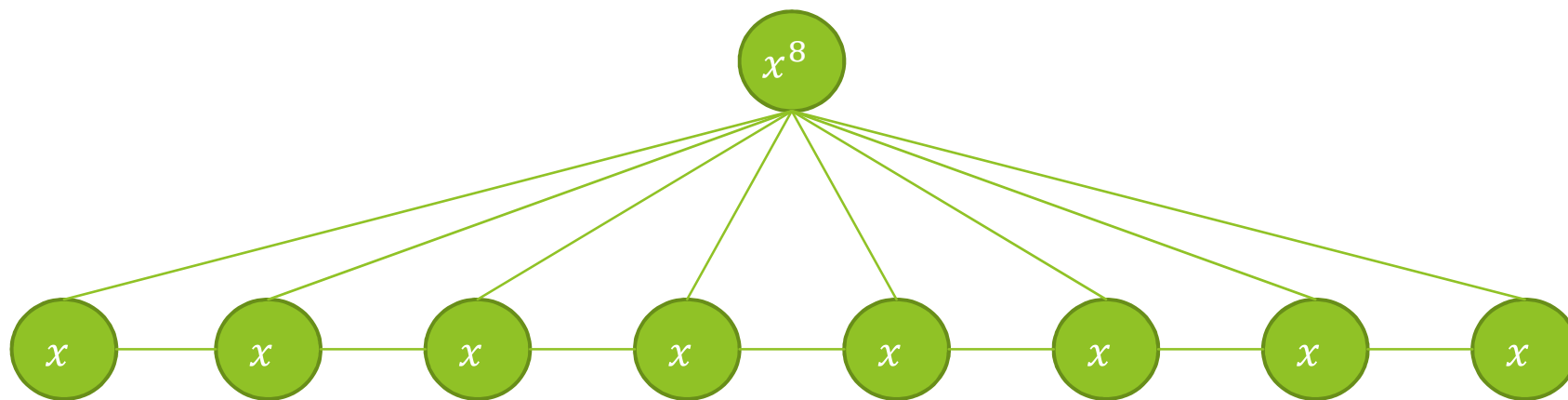




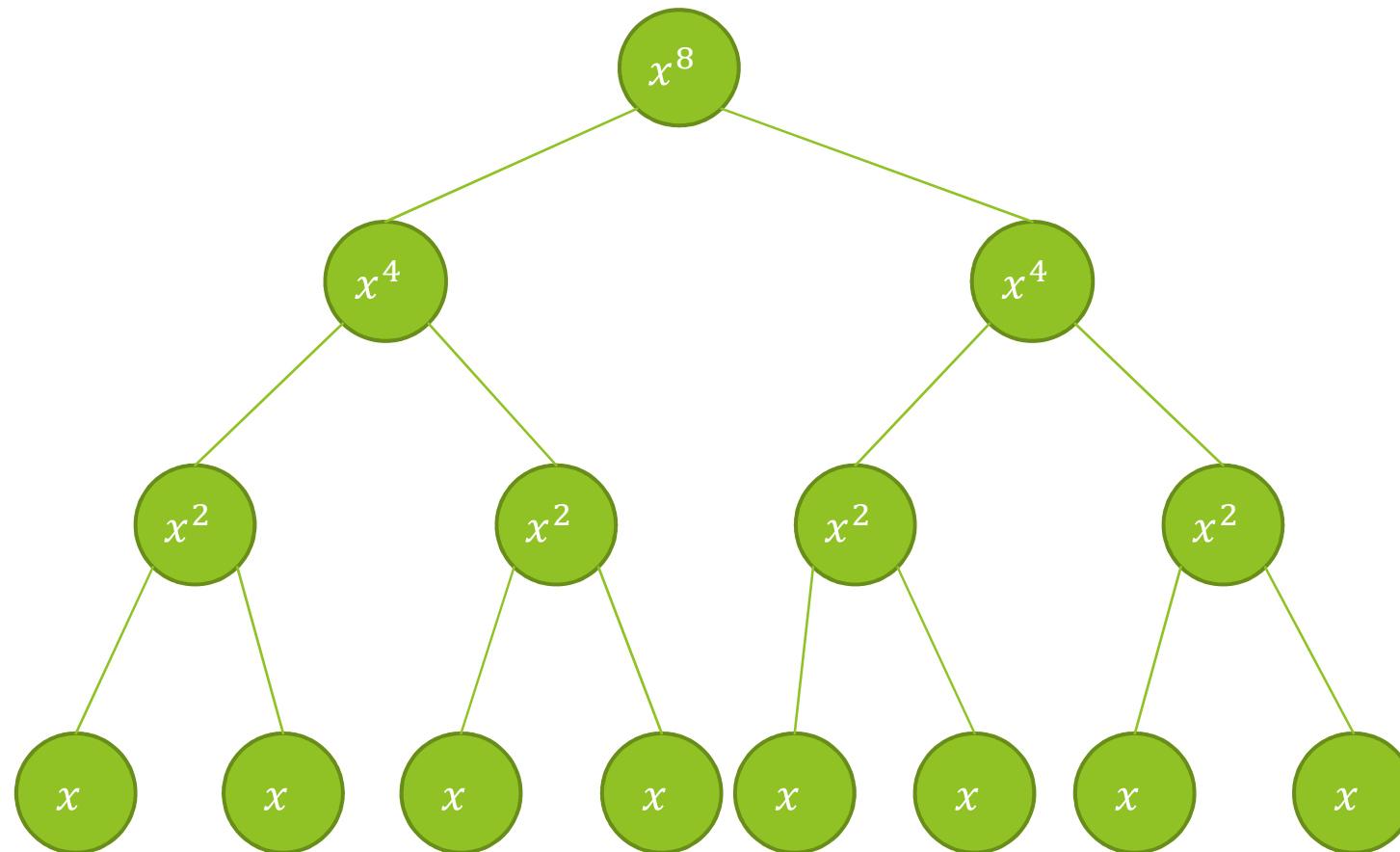
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Prime numbers
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	



## 演算法設計說明3-快速幂算法



# 演算法設計說明3-快速冪算法



# 研究結果1

質數 P↵	2↵	3↵	5↵	7↵	11↵	13↵	17↵	19↵	23↵
循環個數↵	3↵	8↵	20↵	16↵	10↵	28↵	36↵	18↵	48↵
質數 P↵	29↵	31↵	37↵	41↵	43↵	47↵	53↵	59↵	61↵
循環個數↵	14↵	30↵	76↵	40↵	88↵	32↵	108↵	58↵	60↵
質數 P↵	67↵	71↵	73↵	79↵	83↵	89↵	97↵	<u>101</u> ↵	103↵
循環個數↵	136↵	70↵	148↵	78↵	168↵	44↵	196↵	<u>50</u> ↵	208↵
質數 P↵	107↵	109↵	<u>113</u> ↵	127↵	131↵	137↵	139↵	149↵	151↵
循環個數↵	72↵	108↵	<u>76</u> ↵	256↵	130↵	276↵	46↵	148↵	150↵

## 研究結果2

質數 $P \downarrow$ 次方 $K \downarrow$	2	3	5	7	11	13	17
1 (M)	3	8	20	16	10	28	36
2 ( $M \times P^1$ )	6 ( $3 \times 2^1$ )	24 ( $8 \times 3^1$ )	100 ( $20 \times 5^1$ )	112 ( $16 \times 7^1$ )	110 ( $10 \times 11^1$ )	364 ( $28 \times 13^1$ )	612 ( $36 \times 17^1$ )
3 ( $M \times P^2$ )	12 ( $3 \times 2^2$ )	72 ( $8 \times 3^2$ )	500 ( $20 \times 5^2$ )	784 ( $16 \times 7^2$ )	1210 ( $10 \times 11^2$ )	4732 ( $28 \times 13^2$ )	10404 ( $36 \times 17^2$ )
4 ( $M \times P^3$ )	24 ( $3 \times 2^3$ )	216 ( $8 \times 3^3$ )	2500 ( $20 \times 5^3$ )	5488 ( $16 \times 7^3$ )	13310 ( $10 \times 11^3$ )	61516 ( $28 \times 13^3$ )	176868 ( $36 \times 17^3$ )
5 ( $M \times P^4$ )	48 ( $3 \times 2^4$ )	648 ( $8 \times 3^4$ )	12500 ( $20 \times 5^4$ )	38416 ( $16 \times 7^4$ )	146410 ( $10 \times 11^4$ )	799708 ( $28 \times 13^4$ )	3006756 ( $36 \times 17^4$ )
6 ( $M \times P^5$ )	96 ( $3 \times 2^5$ )	1944 ( $8 \times 3^5$ )	62500 ( $20 \times 5^5$ )	268912 ( $16 \times 7^5$ )	1610510 ( $10 \times 11^5$ )	10396204 ( $28 \times 13^5$ )	51114852 ( $36 \times 17^5$ )
7 ( $M \times P^6$ )	192 ( $3 \times 2^6$ )	5832 ( $8 \times 3^6$ )	312500 ( $20 \times 5^6$ )	1882384 ( $16 \times 7^6$ )	17715610 ( $10 \times 11^6$ )	135150652 ( $28 \times 13^6$ )	868952484 ( $36 \times 17^6$ )

# 結論

## 質數間的關係

在質數間的關係，同樣尾數的質數之間通常會遵守一定的關係式，而且尾數相加等於10之質數通常也會遵守一樣的規律。

## 單一質數各次方間之關係

在質數各次方間之關係，其循環個數成等比數列，且公比為質數本身。

聯絡方式

上各大平台

找:googleak28282



感謝

指導老師 高英耀老師

導師 林倉億老師

我ISSC的隊友們

之前教我很多演算法的學長

我的電腦

我的肝

