**导数大题专题讲义**

**第1章 导函数分析方法**

1.1 双变量问题分析

1.1.1 换元与消元构造

1.1.1.1 换元构造

例1.1 证明对数平均不等式：

1.1.1.2 消元构造

例1.2 已知函数 .

(1) 讨论函数在上零点个数；

(2) 设，若函数恰有两个极值点，证明：.

1.1.2 设置主元构造

例1.3 （2015 ，辽宁预赛）设实数 𝑎 、𝑏 满足0<𝑎<𝑏 ，证明：

1.1.3 函数性质构造

1.1.3.1 单调性构造

例1.4 （2016 ，全国）已知函数有两个零点.

(1) 求的取值范围；

(2) 设 是的两个零点，证明：.

1.1.3.2 切线放缩与切线性质转化

例1.5 （2022 ，湖南师大附三模）已知函数

(1) 当时，试判断函数在 上的单调性；

(2) 存在，求证：

1.1.4 双变量问题综合分析应用

例1.6（2021 ，新高考全国 1 ）已知函数.

(1) 讨论的单调性；

(2) 设为两个不相等的正数，且，证明：

1.2 含参问题分析

1.2.1 参数分类讨论

例1.7 设函数, 求函数𝑓(𝑥)的单调区间.

1.2.2 分离参数

例1.8 已知函数.

(1)当时，求 的最小值;

(2)已知为自然数的底数，存在使成立，求的取值范围；

(3)若对任意x，有成立，求的取值范围.

1.3 特殊点分析

1.3.1 区间端点分析

例1.9 已知函数.

(1) 当时，讨论函数的单调性；

(2) 若时，，求的取值范围.

1.3.2 函数零点分析

例1.10 若函数满足对任意，都有恒成立，求实数的值.

1.4 隐零点代换

例1.11 已知函数, 求：函数的最小值.

总结：

拓展：

1.5 重设主元构造函数

例1.12 设函数

(1) 讨论的单调性；

(2) 证明当时，

(3) 设，证明当时，

1.6 换元分析

例1.13 试比较大小： ，.

1.7 多次求导分析

例1.14 已知 ，函数.

(1) 若，证明：当 时，；

(2) 若是函数的极小值点，求的取值范围.

**第2章 高考题**

2023·新课标全国Ⅰ卷·19

例2.1已知函数 ．

（1）讨论  的单调性；

（2）证明：当 时，  .

2023·新课标全国Ⅱ卷·22

例2.2

（1）证明：当 0<<1 时，；

（2）已知函数 ，若是的极大值点，求的取值范围．