
- * Describe concisely the data structure(s) you used to store the
- * information in hypernyms.txt. Why did you make this choice?

這就滿直觀的使用 Digraph，畢竟這個檔案本身就是在描述一個有向圖

```
Digraph g = new Digraph(vnum);
```

- * Describe concisely the algorithm you use in the constructor of
- * ShortestCommonAncestor to check if the digraph is a rooted DAG.
- * What is the order of growth of the worst-case running times of
- * your algorithm? Express your answer as a function of the
- * number of vertices V and the number of edges E in the digraph.
- * (Do not use other parameters.) Use Big Theta notation to simplify
- * your answer.

Description:

```
private void valid(Digraph G) {
    if (G == null) {
        throw new IllegalArgumentException();
    }
    int totalv = G.V();
    int rootcount = 0;
    for (int v = 0; v < totalv; v++) {
        if (G.outdegree(v) == 0) {
            rootcount++;
        }
    }
    if (rootcount > 1) {
        throw new IllegalArgumentException();
    }
    DirectedCycle dc = new DirectedCycle(G);
    if (dc.hasCycle()) {
        throw new IllegalArgumentException();
    }
}
```

總共分三步，第一步確認 G 是不是 null $\Theta(1)$

第二步確認是否只有一個 root(沒有 fanout 的 vertex) $\Theta(V)$

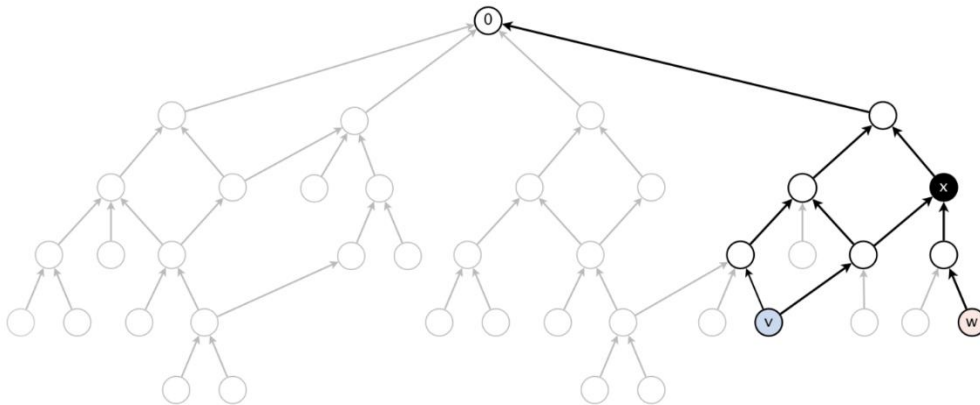
第三步確認是否有 circle，這裡使用 [DirectedCycle.java](#)
takes $\Theta(V + E)$ time in the worst case

Order of growth of running time: $\Theta(V+E)$

- * Describe concisely your algorithm to compute the shortest common ancestor
- * in ShortestCommonAncestor. For each method, give the order of growth of
- * the best- and worst-case running times. Express your answers as functions
- * of the number of vertices V and the number of edges E in the digraph.
- * (Do not use other parameters.) Use Big Theta notation to simplify your
- * answers.
- *
- * If you use hashing, assume the uniform hashing assumption so that `put()`
- * and `get()` take constant time per operation.
- *
- * Be careful! If you use a `BreadthFirstDirectedPaths` object, don't forget
- * to count the time needed to initialize the `marked[]`, `edgeTo[]`, and
- * `distTo[]` arrays.

Description:

為了達成 *Additional performance requirements* 為了只 traversal reachable vertices and edge ，必須 implement 自己的 BFS



先描述需要的資料結構

```
private int[] mindisA;  
// same as mindisA  
private int[] mindisB;  
// markA is mark when se  
private int[] markA;  
// same as markA  
private int[] markB;
```

記錄 set A 到該點的最短路徑

紀錄 set B 到該點的最短路徑

紀錄該點是否被 set A 走過

紀錄該點是否被 set B 走過

這裡注意到，除了 initialize ShortestCommonAncestor 需要 $O(V)$ 的時間
其他操作都只能使用 $O(Vr+Er)$, $Vr Er \rightarrow$ *reachable vertices and edge*
所以，如果我們在重複使用 SCA(ShortestCommonAncestor 簡寫)
時，比如用很多次 `int ancestor(int v, int w)`，我們會需要 unmark 之前
mark 過的 markA, markB, 這可能會花 $O(V)$ ，所以我改變了 mark 的方法
讓 mark 是 int 而非 boolean，並加上新的常數，

```
private int markconstA;  
// as markconstA  
private int markconstB;
```

只有在 `mark==markconst` 時才算是 mark
而把 `markA[i]` 設為 `markconstA` 代表
它被 mark 過，如此一來我們 unmark 時
只要 `markconst++` 就可確保全部的 mark

都小於 `markconst`(因為 `markconst` 只會不斷往上加)，實現 $O(1)$ 的 unmark
(當然執行非常非常多次後，可能要 unmark $O(V)$ 一次, 避免 `markconst overflow`)
接下來討論 `lengthSubset()`，`ancestorSubset()`
同時，因為 `length()` 和 `ancestor()` 可以被視為只有一個元素的 subset 所以跳過
又其實 `lengthSubset()`, `ancestorSubset()` 的結果會同時產生，所以便僅已
`lengthSubset()` 作為說明

```
public int lengthSubset(Iterable<Integer> subsetA, Iterable<Integer> subsetB) {  
    initbfs();  
    for (int v : subsetA) {  
        bfsA(v, 0);  
    }  
    for (int v : subsetB) {  
        bfsB(v, 0);  
    }  
    return shortestlength;  
}
```

基本結構極度簡單，就是先用 setA 掃一遍 BFS，找到 setA reachable 的 vertex
的最短距離，再用 setB 掃一次 BFS，找出 setA, setB 都 reachable 的 vertex
並挑出 `mindisA+mindisB` 最小的 vertex(ShortestCommonAncestor)，
同時 `mindisA+mindisB=shortestlength`;

接下來介紹 `bfsA` 的內容

```

private void bfsA(int nowv, int nowdis) {
    if (ismarkA(nowv)) {
        // if this vertex already visited and
        // smaller distance , no need to continue
        if (mindisA[nowv] < nowdis) {
            return;
        }
        else {
            mindisA[nowv] = nowdis;
        }
    }
    else {
        mindisA[nowv] = nowdis;
        markA(nowv);
    }
    for (int v : G.adj(nowv)) {
        bfsA(v, nowdis + 1);
    }
}

```

簡單來說，每走到一個 vertex ，它會先檢查是否走過了(ismarkA)，如果沒有現在走的距離(nowdis)就是它的最短距離，並把它標為走過的(markA)。如果走過就檢查他之前的最短距離和現在走到的距離誰小，如果現在的比較大就沒有必要往下走了，因為這個點有更小的最短路徑代表了，這個點以後的路徑都會比現在往下走所走過的距離小。

接下來簡介 bfsB 的內容

```

private void bfsB(int nowv, int nowdis) {
    if (ismarkB(nowv)) {
        if (mindisB[nowv] < nowdis) {
            return;
        }
        else {
            mindisB[nowv] = nowdis;
        }
    }
    else {
        mindisB[nowv] = nowdis;
        markB(nowv);
    }
    if (ismarkA(nowv)) {
        if (mindisB[nowv] + mindisA[nowv] < shortestlength) {
            shortestlength = mindisB[nowv] + mindisA[nowv];
            shortestancestor = nowv;
        }
        else {
            return;
        }
    }
    for (int v : G.adj(nowv)) {
        bfsB(v, nowdis + 1);
    }
}

```

跟 BFS A 很像，也要 handle setB 到每個 reachable vertex 的最短距離

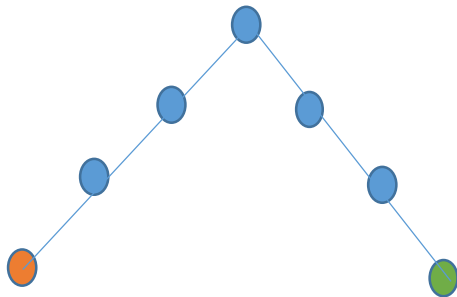
不過多了要計算 mindisA+mindisB 跟現在的 shortestlength 比較

如果比較大就 cutoff。

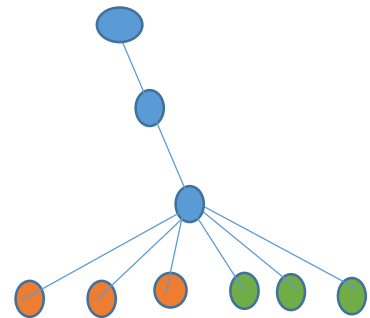
因此，雖然看起來 subset 有 n 個 element 就要 $n \cdot O(V_r + E_r)$ ，但是其實越靠後的元素越容易被提早 return，

method	running time	
	best case	worst case
length() :	$\Theta(1)$ 就在隔壁	$\Theta(V+E)$ V 字形兩端
ancestor() :	$\Theta(1)$	$\Theta(V+E)$
lengthSubset(): n element set	$\Theta(n)$	$\Theta(n(V+E))$
ancestorSubset():	$\Theta(n)$	$\Theta(n(V+E))$

V 字形兩端示意圖
root



best case lengthSubset():



worst case lengthSubset()

setA setB 都由下往上開始找最短路徑，找到的永遠被下一個推翻

time= $O((V+E)+(v-2+E-2)+\dots+(v-2n+E-2n))$ when $V,E \gg n$ time: $\Theta(n(V+E))$

