

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Факультет інформатики та обчислювальної техніки  
Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №2  
з дисципліни « Методи оптимізації та планування » на тему  
«Проведення двофакторного експерименту  
з використанням лінійного рівняння регресії»

Виконав:  
студент II курсу ФІОТ  
групи ІО-93  
Куцурайс Георгій  
Перевірив:  
ас. Регіда П.Г.

**Мета роботи:** провести двофакторний експеримент, перевірити однорідність дисперсії за критерієм Романовського, отримати коефіцієнти рівняння регресії, провести натуралізацію рівняння регресії.

**Завдання на лабораторну роботу:**

1. Записати лінійне рівняння регресії.
2. Обрати тип двофакторного експерименту і скласти матрицю планування для нього з використанням додаткового нульового фактору ( $x_0=1$ ).
3. Провести експеримент в усіх точках повного факторного простору (знайти значення функції відгуку  $y$ ). Значення функції відгуку задати випадковим чином у відповідності до варіанту у діапазоні  $y_{\min} \div y_{\max}$
4. Перевірити однорідності дисперсії за критерієм Романовського
5. Знайти коефіцієнти нормованих рівнянь регресії і виконати перевірку (підставити значення нормованих факторів і коефіцієнтів у рівняння).
6. Провести натуралізацію рівняння регресії й виконати перевірку натуралізованого рівняння.
7. Написати комп'ютерну програму, яка все це виконує.

**Варіант завдання:**

316	-10	50	-20	60
-----	-----	----	-----	----

**Роздруківка тексту програми:**

```
import random
import numpy as np
import math
#Куцурайс Георгій Варіант 16
def Fuva(a, b):
    if a >= b:
        return a / b
    else:
        return a / b
m=5
x1min,x1max = -10,50
x2min,x2max = -20,60
y_max = (30 - 11) * 10
y_min = (20 - 11) * 10

y=[[random.randint(y_min, y_max) for j in range(m)] for i in range(3)]
#4. Перевіримо однорідність дисперсії за критерієм Романовського:
#4.1) Знайдемо середнє значення функції відгуку в рядку:
ysrednie=[]
```

```

for i in range(len(y)):
    SrednieY1 = 0
    for j in y[i]:
        SrednieY1 +=j
    ysrednie.append(SrednieY1/m)

#4.2) Знайдемо дисперсії по рядках:
Dispersia=[]
Dispersia.append(np.var(y[0]))
Dispersia.append(np.var(y[1]))
Dispersia.append(np.var(y[2]))

#4.3) Обчислимо основне відхилення:
sigma = math.sqrt((2 * (2 * m - 2)) / (m * (m - 4)))

#4.4Обчислимо Fuv:
Fuv=[]
Fuv.append(Fuva(Dispersia[0], Dispersia[1]))
Fuv.append(Fuva(Dispersia[2], Dispersia[0]))
Fuv.append(Fuva(Dispersia[2], Dispersia[1]))

# 4.5
Ouv=[]
Ouv.append(((m - 2) / m) * Fuv[0])
Ouv.append(((m - 2) / m) * Fuv[1])
Ouv.append(((m - 2) / m) * Fuv[2])

#4.6
Ruv=[]
Ruv.append((abs(Ouv[0] - 1) / sigma))
Ruv.append((abs(Ouv[1] - 1) / sigma))
Ruv.append((abs(Ouv[2] - 1) / sigma))

#4.7) Оскільки m=5 (в таблиці немає даних для такого значення), візьмемо значення для
m=6 і довірчою ймовірністю p=0.9
kr = 2
for i in range(len(Ruv)):
    if Ruv[i] > kr:
        Proverka="недостатня кількість експериментів"
    else:
        Proverka=("дисперсія однорідна")

# 5. Розрахунок нормованих коефіцієнтів рівняння регресії.
xn = [[-1, -1], [-1, 1], [1, -1]]
mx1 = (xn[0][0] + xn[1][0] + xn[2][0]) / 3
mx2 = (xn[0][1] + xn[1][1] + xn[2][1]) / 3
my = (ysrednie[0] + ysrednie[1] + ysrednie[2]) / 3

a1 = (xn[0][0] ** 2 + xn[1][0] ** 2 + xn[2][0] ** 2) / 3
a2 = (xn[0][0] * xn[0][1] + xn[1][0] * xn[1][1] + xn[2][0] * xn[2][1]) / 3
a3 = (xn[0][1] ** 2 + xn[1][1] ** 2 + xn[2][1] ** 2) / 3
a11 = (xn[0][0] * ysrednie[0] + xn[1][0] * ysrednie[1] + xn[2][0] * ysrednie[2]) / 3
a22 = (xn[0][1] * ysrednie[0] + xn[1][1] * ysrednie[1] + xn[2][1] * ysrednie[2]) / 3

b0=(np.linalg.det([[my, mx1, mx2],[a11, a1, a2],[a22, a2, a3]])/np.linalg.det([[1,
mx1, mx2],[mx1, a1, a2],[mx2, a2, a3]]))
b1=(np.linalg.det([[1, my, mx2],[mx1, a11, a2],[mx2, a22, a3]])/np.linalg.det([[1,
mx1, mx2],[mx1, a1, a2],[mx2, a2, a3]]))
b2=(np.linalg.det([[1, mx1, my],[mx1, a1, a11],[mx2, a2, a22]])/np.linalg.det([[1,
mx1, mx2],[mx1, a1, a2],[mx2, a2, a3]]))

```

```
#6. Проведемо натуралізацію коефіцієнтів:
Tx1=abs(x1max - x1min) / 2
Tx2=abs(x2max - x2min) / 2
x10=(x1max + x1min) / 2
x20=(x2max + x2min) / 2
a0 = b0 - (b1 * x10 / Tx1) - (b2 * x20 / Tx2)
a1 = b1 / Tx1
a2 = b2 / Tx2
#Запишемо натуралізоване рівняння регресії:
yn1 = a0 + a1 * x1min + a2 * x2min
yn2 = a0 + a1 * x1max + a2 * x2min
yn3 = a0 + a1 * x1min + a2 * x2max

print("y = ")
for row in y:
    print(' | '.join([str(elem) for elem in row]))
print("середнє значення функції відгуку в рядках {} \ndисперсії по рядках - {} \n\nосновне відхилення - {} \nFuv - {} \nOuv - {} \nRuv - {} \nПеревірка - {} \nb0 - {} \nb1 - {} \nb2 - {} \n".format(ysrednie, Dispersia, sigma, Fuv, Ouv, Ruv, Proverka, b0, b1, b2))
print("Перевірка")
print(round((b0-b1-b2),1))
print(round((b0+b1-b2),1))
print(round((b0-b1+b2),1))
print("Δx1 = {} Δx2 = {} x10 = {} x20= {} a0 = {} a1 = {} a2 = {}".format(Tx1, Tx2, x10, x20, a0, a1, a2))
print("Перевірка")
print(yn1, yn2, yn3)
```

## Результати роботи програми:

```
y =
161 | 90 | 128 | 112 | 99
174 | 94 | 180 | 108 | 164
120 | 93 | 109 | 167 | 119
середнє значення функції відгуку в рядках [118.0, 144.0, 121.6]
дисперсії по рядках - [626.0, 1278.4, 609.4399999999998]
основне відхилення - 1.7888543819998317
Fuv - [0.4896745932415519, 0.973546325878594, 0.47672090112640786]
Ouv - [0.2938047559449311, 0.5841277955271564, 0.2860325406758447]
Ruv - [0.39477514277354714, 0.23247962978849257, 0.39911994319290683]
Перевірка - дисперсія однорідна
b0 - 132.80000000000007
b1 - 1.799999999999995
b2 - 13.000000000000002

Перевірка
118.0
121.6
144.0
Δx1 = 25.0 Δx2 = 37.5 x10 = 35.0 x20= 7.5 a0 = 127.68000000000009 a1 = 0.0719999999999998 a2 = 0.34666666666666673
Перевірка
118.00000000000009 121.60000000000008 144.00000000000009
```

## **Відповіді на контрольні запитання:**

### **1. Що таке регресійні поліноми і де вони застосовуються?**

В теорії планування експерименту найважливішою частиною є оцінка результатів вимірів. При цьому використовують апроксимуючі поліноми, за допомогою яких ми можемо описати нашу функцію. В ТПЕ ці поліноми отримали спеціальну назву - регресійні поліноми, а їх знаходження та аналіз - регресійний аналіз.

### **2. Визначення однорідності дисперсії.**

Обирають так названу «довірчу ймовірність»  $p$  – ймовірність, з якою вимагається підтвердити гіпотезу про однорідність дисперсій. У відповідності до  $p$  і кількості дослідів  $m$  обирають з таблиці критичне значення критерію. Кожне експериментальне значення  $R_{uv}$  критерію Романовського порівнюється з  $R_{кр.}$  (значення критерію Романовського за різних довірчих ймовірностей  $p$ ) і якщо для усіх кожне  $R_{uv} < R_{кр.}$ , то гіпотеза про однорідність дисперсій підтверджується з ймовірністю  $p$ .

### **3. Що називається повним факторним експериментом?**

Для знаходження коефіцієнтів у лінійному рівнянні регресії застосовують повний факторний експеримент (ПФЕ). Якщо в багатofакторному експерименті використані всі можливі комбінації рівнів факторів, то такий експеримент називається повним факторним експериментом.

## **Висновки:**

Під час виконання даної роботи було змодельовано двофакторний експеримент, перевірено однорідність дисперсії за критерієм Романовського, отримано коефіцієнти рівняння регресії та проведено натуралізацію рівняння регресії.