Teorema 1: Classe das l. reconhecidas por *a.p.n-det* =
Classe das l. livres de contexto.

Lema 2: Toda ling. livre de contexto é reconhecida por um *a.p.n-det*.
Prova: Seja L uma glc $G = (V, \Sigma, \mathcal{P}, \mathcal{S})$ tq $L(G) = L$.
Considere *a.p.n-det* estendido $\mathcal{A} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, s, F)$, onde $\mathcal{Q} = \{p, q\}$, $\Gamma = V$, $s = p$, $F = \{q\}$ e a função de transição $\delta : \mathcal{Q} \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times (\Gamma \cup \{\lambda\}) \to \{$subconj. finitos de $\mathcal{Q} \times \Gamma^+\}$. definida por:

1. $\delta(p, \lambda, \lambda) = \{(q, S)\}$.
2. p/ cada $A \in (V - \Sigma)$, $\delta(q, \lambda, A) = \{(q, \alpha) : A \to \alpha \in P\}$.
3. p/ cada $a \in \Sigma$, $\delta(q, a, a) = \{(q, \lambda)\}$.

Prova-se que $L(\mathcal{A}) = L(G)$.
Exemplo: $L = \{a^i b^j : i > j \geq 0\}$, glc $G = (V, \Sigma, \mathcal{P}, \mathcal{S})$, onde $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{S, A\} \cup \Sigma$ e $p = \{S \to aSb | aA, A \to \lambda | aA\}$.

Lema 3: Toda ling. reconhecida por um *a.p.n-det* é uma ling. livre de contexto.

Teorema 4: A intenscção de uma ling. livre de contexto com uma ling. reconhecivel é livre de contexto.
Prova: Sejam L uma ling. l.c. e R uma ling. rec.
Então, existem uma *a.p.n-det*, $\mathcal{A} = (\mathcal{Q}_1, \Sigma, \Gamma, \delta_1, s_1, F_1)$, e um *a.f.det*, $\mathcal{B} = (\mathcal{Q}_2, \Sigma, \delta_2, s_2, F_2)$, tq $L(\mathcal{A}) = L$ e $L(\mathcal{B}) = R$.
Considere o *a.p.n-det* $\mathcal{C} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \Gamma, \delta, s, F)$, onde $\mathcal{Q} = \mathcal{Q}_1 \times \mathcal{Q}_2$, $s = (s_1, s_2)$, $F = F_1 \times F_2$ e a função de transição $\delta : \mathcal{Q} \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times (\Gamma \cup \{\lambda\}) \to 2^{\mathcal{Q} \times (\Gamma \cup \{\lambda\})}$ é definida por:
$\forall (p, q) \in \mathcal{Q}$, $\forall \sigma \in \Sigma$, $\forall A \in (\Gamma \cup \{\lambda\})$,
$\delta((p, q), \sigma, A) = \{((p\prime, q\prime), B) \in \mathcal{Q} \times (\Gamma \cup \{\lambda\}) : (p\prime, \mathcal{B}) \in \delta_1(p, \sigma, A)$ e $q\prime = \delta_2(q, \sigma)\}$
$\delta((p, q), \lambda, A) = \{((p\prime, q\prime), B) \in \mathcal{Q} \times (\Gamma \cup \{\lambda\}) : (p\prime, \mathcal{B}) \in \delta_1(p, \lambda, A)\}$.

Prova que $L(\mathcal{C}) = L(\mathcal{A}) \cup L(\mathcal{B})$.

1 Teorema do bombeamento p/ ling. livres de contexto

- Sejam $G = (V, \Sigma, \mathcal{P}, \mathcal{S})$, uma glc e $\varphi(G) = max\{|\alpha| : A \to \alpha \in \mathcal{P}\}$.
- A altura de uma árvore de derivação de G é o comprimento do caminho de maior comprimento da raiz até uma folha.

Lema: O resultado de qq árvore de derivação de G com altura h tem comprimento no máximo $\varphi(G)^h$.

Teorema do Bombeamento: Seja L uma ling. livre de contexto. Então, existe um inteiro N tq para cada palavra $w \in L$, com $|w| \geq N$, existem palavras u, v, x, yez tq $w = uvxyz$, $vy \neq \lambda$, $|vxy| \leq N$ e p/ todo $k \geq 0$, $uv^kxy^kz \in L$.