Exemplo 4 (Boy George). Seja $G_1 = (V_1, \Sigma, \mathcal{P}_1, \mathcal{S})$ uma glc, onde:

$$\Sigma = \{a, b\}$$
$$V = \Sigma \cup \{\mathcal{S}, A, B\}$$
$$\text{e } \mathcal{P}_1 = \{\mathcal{S} \to AB, A \to a|aA, B \to \lambda|bB\}.$$

<u>Obs</u>:

$$A \Rightarrow_G^* x \in \{a\}^+$$
$$B \Rightarrow_G^* x \in \{b\}^*$$
$$S \Rightarrow_G^* w \in \{a\}^+\{b\}^*$$

$L(G_1) = \{a\}^+\{b\}^*$.
Seja $G_2 = (V_2, \Sigma, \mathcal{P}_2, \mathcal{S})$ uma glc, onde:

$$\Sigma = \{a, b\}$$
$$V = \Sigma \cup \{\mathcal{S}, B\}$$
$$\text{e } \mathcal{P}_2 = \{\mathcal{S} \to aS|aB, B \to \lambda|bB\}.$$

$L(G_1) = L(G_2)$??

Exemplo 5. $L = \{x \in \{a, b\}^* : |x|_b = 2\}$
glc $G_1 = (V_1, \Sigma, \mathcal{P}_1, \mathcal{S})$, onde :

$$\Sigma = \{a, b\}$$
$$V = \Sigma \cup \{\mathcal{S}, A\}$$
$$\mathcal{P}_1 = \{\mathcal{S} \to AbAbA, A \to \lambda|aA\}.$$

$L(G_1) = L$??
glc $G_2 = (V_2, \Sigma, \mathcal{P}_2, \mathcal{S})$, onde :

$$\Sigma = \{a, b\}$$
$$V = \Sigma \cup \{\mathcal{S}, X, Y\}$$
$$\mathcal{P}_2 = \{\mathcal{S} \to aS|bX, X \to aX|bY, Y \to \lambda|aY\}.$$

$L(G_2) = L$??

Exemplo 6. $L = \{x \in \{a, b\}^* : |x|_a \text{ é par }\}$
glc $G = (V, \Sigma, \mathcal{P}, \mathcal{S})$, onde:

$$\Sigma\{a, b\}$$
$$V = \{\mathcal{S}, X\}$$
$$\mathcal{P} = \{\mathcal{S} \to \lambda|bS|aX, X \to bX|aS\}.$$

0.1 Gramática Regular

Uma gramática regular é uma glc em que cada produção pode ser de uma das formas:

- $A \to \lambda$ ou
- $A \to a$ ou
- $A \to aB$

onde A e $B \in (V - \Sigma)$ e $a \in \Sigma$.
Lema1 :
Uma linguagem L é reconhecível sse $L = L(G)$ para alguma gramática regular G.
Prova:

($\Rightarrow$) Seja L uma ling. reconhecível.
Então, existe um *afd* e acessível $\mathcal{A} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \delta, s, F)$ tq $L(\mathcal{A}) = L$.
Considere uma gramática regular $G = (V, \Sigma, \mathcal{P}, \mathcal{S})$, onde:

$$\begin{aligned}
&V = \Sigma \cup \{X_q : q \in \mathcal{Q}\}\ ,\\
&\mathcal{S} = X_s,\\
&\mathcal{P} = \{X_q \to aX_p : \delta(q, a) = p\}\\
&\qquad \cup \{X_q \to \lambda : q \in F\}.
\end{aligned}$$

Usando a propriedade:

$$\begin{aligned}
&\forall q \in \mathcal{Q}, \forall x \in \Sigma*,\\
&\delta(q, x) = p\\
&\text{sse}\\
&X_q \Rightarrow^*_G xX_p
\end{aligned}$$

Temos que $L(G) = L(\mathcal{A})$.

($\Leftarrow$) Seja L uma ling. sobre Σ.
Suponha que exista uma g. reg. $G = (V, \Sigma, \mathcal{P}, \mathcal{S})$ tq $L = L(G)$.
Considere o afnd $\mathcal{A} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \delta, s, F)$, onde $\mathcal{Q} = (V - \Sigma) \cup \{\mathcal{Z}\}$, onde $\mathcal{Z} \notin V$,
$s = \mathcal{S}$,
$F = \{\mathcal{Z}\}$, e $\forall X \in (V - \Sigma)$, $\forall \sigma \in (\Sigma \cup \{\lambda\})$,
$\delta(X, \sigma) = \{Y : X \to \sigma Y \in \mathcal{P}\} \cup \{\mathcal{Z} : X \to \sigma \in \mathcal{P}\}$.

1. $L = \{a\}^+\{b\}^*$
   afd acessível ENTOXAR IMAGEM
   g. reg. $G = (V, \Sigma, \mathcal{P}, \mathcal{S})$, onde:

$$\begin{aligned}
&V = \Sigma \cup \{X_{q_0}, X_{q_1}, X_{q_2}, X_{q_3}\},\\
&\mathcal{S} = X_{q_0},\\
&\mathcal{P} = \{X_{q_0} \to aX_{q_1} | bX_{q_3},\\
&\qquad X_{q_1} \to aX_{q_1} | bX_{q_2} | \lambda,\\
&\qquad X_{q_2} \to bX_{q_2} | aX_{q_3} | \lambda,\\
&\qquad X_{q_3} \to aX_{q_3} | bX_{q_3}\}.
\end{aligned}$$

2. Gramática do Exemplo 4.
   afnd $\mathcal{A} = (\mathcal{Q}, \Sigma, \delta, s, F)$, onde $\mathcal{Q} = \{S, B, \mathcal{Z}\}$, $s = S$, $F = \{\mathcal{Z}\}$.
   ENTOXAR IMAGEM2.

Corolário 2: $GReg(\Sigma) = Rec(\Sigma)$
Corolário 3: $Reg(\Sigma) \subsetneq LC(\Sigma)$

Exemplo 7. $L = \{$ palavras balanceadas de ('s e)'s $\}$.
(Exercício : L não é reconhecível)
Para cada x em $\{(,)\}^*$, definimos: