MAC 414 – Linguagens Formais e Autômatos

2ª Lista de Exercícios (25/08/2011) – Entregar 13/09/2011

Obs.: Entregue para nota apenas os exercícios que estão pontuados.
(Total de pontos: 10)

1. Determine uma expressão regular que descreva cada uma das linguagens abaixo sobre $\Sigma = \{0, 1\}$. Prove que a expressão encontrada realmente descreve a linguagem dada.

   (a) $\{x \in \Sigma^* : |x| \leq 3\}$
   (b) $\{x \in \Sigma^* : |x| \geq 3\}$
   (c) $\{x \in \Sigma^* : x$ começa e termina por $0\}$
   (d) $\{x \in \Sigma^* : 11$ é um fator de $x\}$
   (e) $\{x \in \Sigma^* : 01$ é um sufixo de x e $|x|_0 \leq 3\}$
   (f) $\{x \in \Sigma^* : |x|_1$ é múltiplo de $3\}$
   (g) (2 pontos) $\{x \in \Sigma^* : x$ contém exatamente uma ocorrência do fator $11\}$
   (h) (2 pontos) $\{x \in \Sigma^* : x$ não contém o fator $110\}$
   (i) (1 ponto) $\{x \in \Sigma^* :$ toda posição ímpar de x é um $1\}$
   (j) (1 ponto) $\{x \in \Sigma^* : x$ contém pelo menos dois 0s e no máximo um $1\}$
   (k) (2 pontos) $\{x \in \Sigma^* :$ o número de 1s entre cada par de ocorrências de 0 é par$\}$

2. Para cada uma das linguagens abaixo sobre $\Sigma = \{0, 1\}$, determine, se possível, uma expressão regular que a descreva. Se desconfiar que a linguagem não é regular, tente explicar porque.

   (a) $\{x \in \Sigma^* : x$ não contém o fator $11\}$
   (b) $\{0^n 1^n : n \geq 0\}$
   (c) $\{x \in \Sigma^* : |x|_1 = 2|x|_0 + 1\}$
   (d) $\{x \in \Sigma^* : x$ é a representação binária de um inteiro positivo par$\}$
   (e) $\{x \in \Sigma^* : x$ é a representação binária de um inteiro positivo múltiplo de $3\}$
   (f) $\{x \in \Sigma^* : |x|_0$ é par e $|x|_1$ é ímpar$\}$
   (g) $\{x \in \Sigma^* : x = yy^R,$ para algum $y \in \Sigma^*\}$

3. (2 pontos) Seja $\Sigma = \{a, b\}$. Mostre que a linguagem

$$L \ = \ \{x \in \Sigma^* : |x|_a = |x|_b\} \ \cup \ \Sigma^*\{aa, bb\}\Sigma^* \ .$$

   é regular; ou seja, determine uma expressão regular α e prove que $L = L(\alpha)$.

4. Seja Σ um alfabeto arbitrário, e seja L uma linguagem sobre Σ.

   (a) Prove que $\mathrm{Suf}(L) = (\mathrm{Pref}(L^R))^R$ e $\mathrm{Fat}(L) = \mathrm{Pref}(\mathrm{Suf}(L))$.

   (b) Prove que se L é regular, então $\mathrm{Pref}(L)$ também é, apresentando um método para produzir uma expressão regular para $\mathrm{Pref}(L)$, a partir de uma expressão regular para L.

   (c) Prove que se L é regular, então $\mathrm{Suf}(L)$ e $\mathrm{Fat}(L)$ também são regulares (sem apresentar um método).