MAC 414 – Linguagens Formais e Autômatos

3ª Lista de Exercícios (06/09/2011) – Entregar 22/09/2011

Obs.: Entregue para nota apenas os exercícios que estão pontuados.
(Total de pontos: 19)

1. (1.5 pontos) Seja $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ um autômato finito determinístico, com $|Q| = n$.

   (a) Quantas funções existem de Q em Q?

   (b) Existem palavras x e y em Σ^* tais que $x \neq y$ mas $x^{\mathcal{A}} = y^{\mathcal{A}}$? Porque?

   Obs.: Para x em Σ^*, $x^{\mathcal{A}}$ denota a função de Q em Q definida por:

   $$\forall q \in Q, \quad x^{\mathcal{A}}(q) = \delta(q, x) \ .$$

   (c) Apresente um autômato finito determinístico $\mathcal{A}$ (com pelo menos dois estados), uma palavra $x \in \Sigma^+$ e uma linguagem infinita $L \subseteq \Sigma^+$ tais que toda palavra $y \in L$ satisfaz: $y \neq x$ e $y^{\mathcal{A}} = x^{\mathcal{A}}$.

2. (2.0 pontos) Sejam i e j dois inteiros positivos. Prove que a linguagem $L_{i,j}$ é reconhecível.
   $L_{i,j} = \{ \ a^n : n = i + k \times j, \ \text{para } k \geq 0 \ \}$

3. Para cada uma das linguagens abaixo, construa um autômato finito determinístico que a reconheça, dando uma descrição de cada um de seus estados. Tente justificar o mais rigorosamente possível a sua construção.
   Obs.: Nos itens (d), (e) e (f), tente construir diretamente um afd para a linguagem descrita, e se possível com menos do que seis estados.

   (a) $L_1 = L(1^*(01^+)^*)$

   (b) $L_2 = \{x \in \{0,1\}^* : \ |x| \text{ é par } \}$

   (c) $L_3 = (L_1 \cup L_2) - (L_1 \cap L_2)$

   (d) (1.5 pontos) $L_4 = \{x \in \{0,1\}^* : \ x \text{ começa com 1 ou } |x|_0 \geq 2 \ \}$

   (e) (2.0 pontos) $L_5 = \{x \in \{0,1\}^* : \ \text{os fatores 00 e 11 não ocorrem em } x \ \}$

   (f) (2.5 pontos)
   $L_6 = \{x \in \{0,1\}^* : \ \text{cada 0 em } x \text{ é imediatamente precedido e seguido por 1 } \}$

   (g) (2.5 pontos) $L_7 = \{x \in \{0,1\}^* : \ |x|_0 \not\equiv |x|_1 \ (\text{mod } 3) \ \}$

   (h) (2.5 pontos)
   $L_8 = \{x \in \{0,1\}^* : \ x \text{ é a representação binária de um inteiro positivo múltiplo de 5 } \}$

   (i) (2.5 pontos) Sejam b e n inteiros, com $b \geq 2$ e $n \geq 2$.
   $L_{b,n} = \{x \in \{0, 1, \ldots, b-1\}^* : \ x \text{ é a representação em base } b \text{ de um inteiro positivo múltiplo de } n \ \}$.

   (j) Sejam b, n e i inteiros, com $b \geq 2$, $n \geq 2$ e $0 \leq i \leq n-1$.
   $L_{b,n,i} = \{x \in \{0, 1, \ldots, b{-}1\}^* : \ x \text{ é a representação em base } b \text{ de um inteiro positivo } y \text{ tal que } y \equiv i \bmod n \ \}$.

4. Seja $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$ um autômato finito determinístico.
Dizemos que um estado $q \in Q$ é *acessível* se existe alguma palavra $x \in \Sigma^*$ tal que $\delta(s, x) = q$.
Dizemos que um estado $q \in Q$ é *co-acessível* se existe alguma palavra $x \in \Sigma^*$ tal que $\delta(q, x) \in F$.

Escreva um algoritmo iterativo eficiente (polinomial no número de estados e símbolos) para cada um dos itens a seguir.

(a) (2.0 pontos) Determinar o conjunto de todos os estados acessíveis de $\mathcal{A}$.

(b) Determinar o conjunto de todos os estados co-acessíveis de $\mathcal{A}$.

(c) Verificar se $\mathrm{L}(\mathcal{A})$ é vazia.

Qual o consumo de tempo de cada um dos seus algoritmos? Justifique.
Explique também a corretude dos seus algoritmos.

5. Resolva os exercícios 2.1.1, 2.1.2, 2.1.3 e 2.1.4 da seção 2.1, e os exercícios 2.2.1, 2.2.2, 2.2.3 e 2.2.5 da seção 2.2 do livro do Lewis e Papadimitriou.