Introduzione all'esperienza sul "Tubo di Kundt"

29-04-2013

Laboratorio di Fisica con Elementi di Statistica,

Anno Accademico 2012-2013

Responsabile: Paolo Piseri

Date:

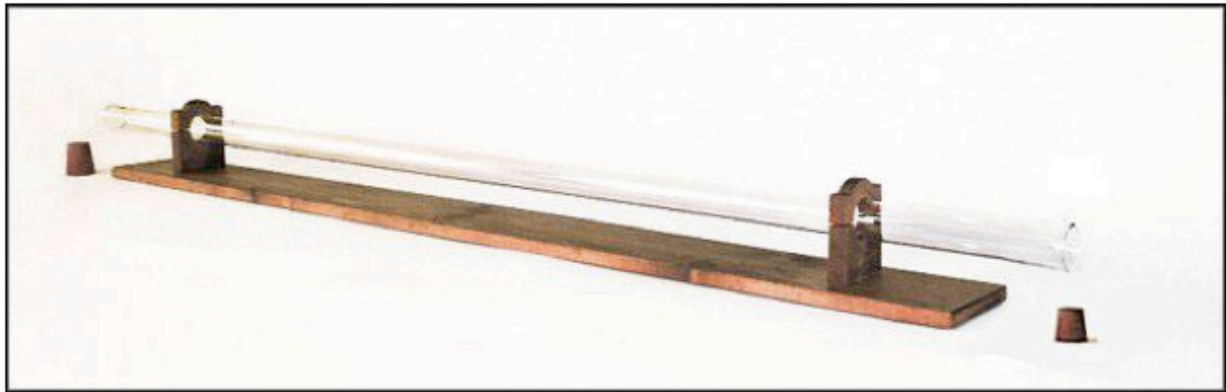
Turno 1: 06-05-2013, 13-05-2013, 20-05-2013

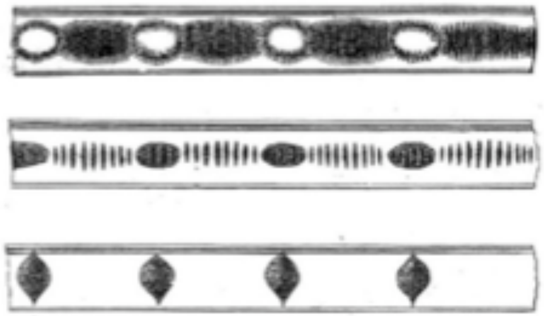
Turno 2: 07-05-2013, 14-05-2013, 21-05-2013

Turno 3: 08-05-2013, 15-05-2013, 22-05-2013

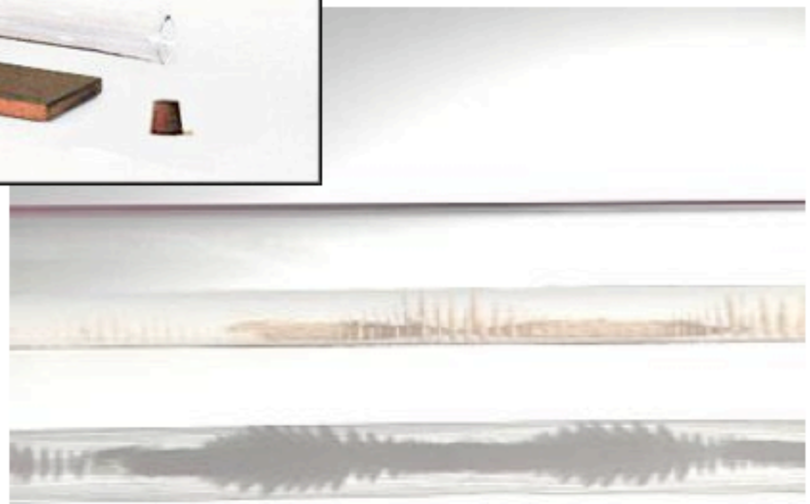
Cosa è il tubo di Kundt?

Dal nome August Kundt, che escogitò un metodo per visualizzare onde acustiche stazionarie in una colonna d’aria (1886).





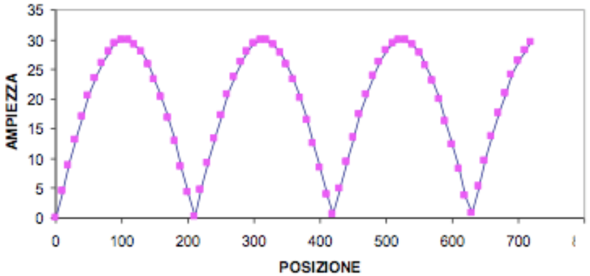
Osservazione del moto di polveri in un tubo trasparente

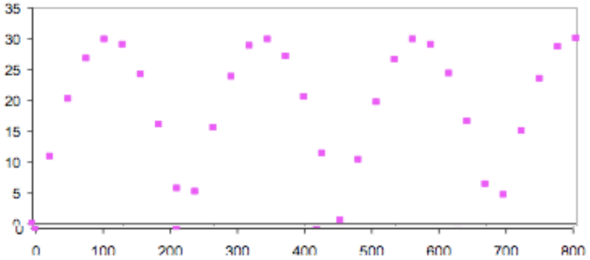


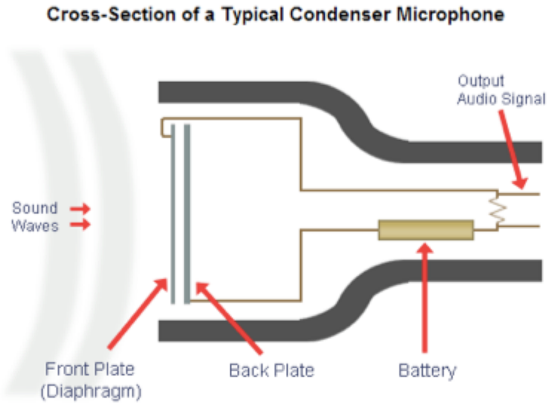
Caratteristiche dell’esperienza

- La grandezza da misurare non è direttamente quantificabile facendo affidamento alla nostra percezione.
- Con l’aiuto di uno strumento dovremo arrivare ad una descrizione fenomenologica di un fenomeno fisico.
- Attraverso un modello che descrive il fenomeno potremo effettuare una misura indiretta di una grandezza fisica.

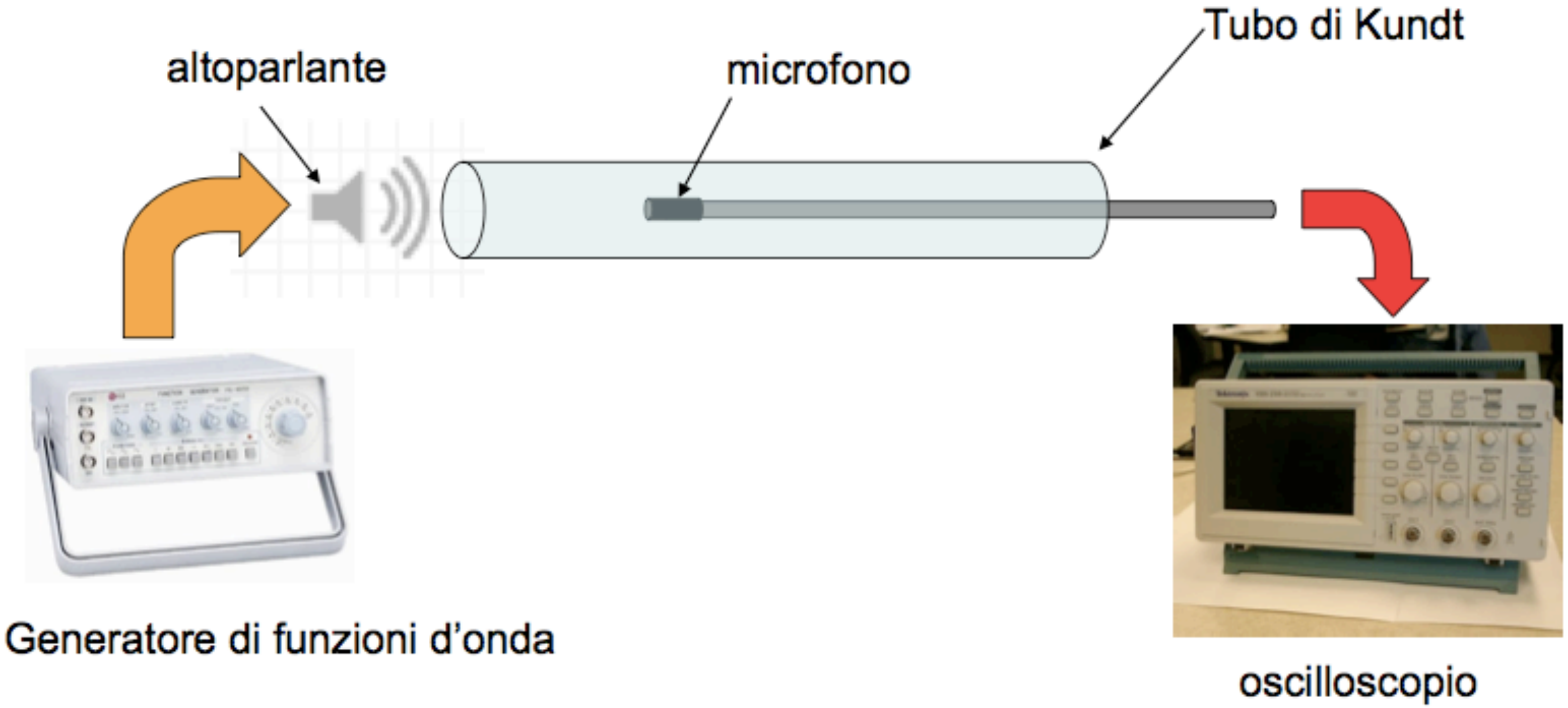
Materiale per l’esperienza in laboratorio







L’onda stazionaria può essere osservata campionando con un microfono l’intensità sonora in diversi punti all’interno del tubo.



Caratteristiche di un’onda acustica

- Oscillazione elastica di un mezzo continuo.
- La perturbazione del mezzo rispetto alla condizione di equilibrio si propaga con velocità caratteristica determinata dalle proprietà elastiche e dalla densità del mezzo continuo.
- Lo spostamento associato alla oscillazione è longitudinale (ossia parallelo alla direzione di propagazione) nel caso di onde acustiche in un gas o in un liquido. Può essere anche trasversale in un solido.
- L’onda si propaga determinando un trasferimento dell’energia associata alla perturbazione, ma senza flusso di materia.

Descrizione di un'onda sonora

In un gas la descriviamo ad esempio con:

$\vec{x}(\vec{r},t)$ Lo spostamento all' istante *t* di un elemento infinitesimo di materia la cui posizione di equilibrio sia nel punto $\vec{r}$

A questi spostamenti oscillatori rispetto alle posizioni di equilibrio saranno associate oscillazioni delle grandezze:

$\rho(\vec{r},t)$ densità del gas in un punto dello spazio $\vec{r}$ al tempo *t*

$p(\vec{r},t)$ pressione del gas in un punto dello spazio $\vec{r}$ al tempo *t*

Descrizione di un'onda sonora

Nel caso che interessa (propagazione lungo la direzione dell'asse del tubo), lo spostamento avviene lungo la stessa direzione (onde longitudinali) e il problema può essere ricondotto ad un problema mono-dimensionale, la descrizione si riduce all'uso di grandezze scalari:

$$x(r,t)$$

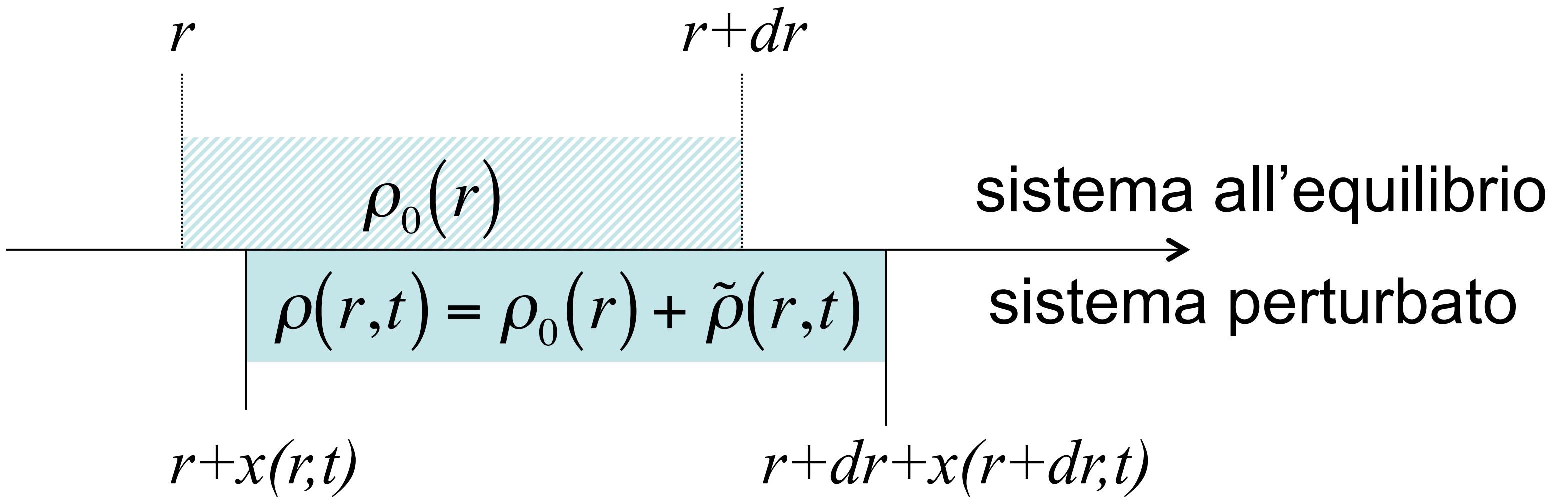
$$\rho(r,t)$$

$$p(r,t)$$

r posizione in termini di distanza dall'origine (ad esempio un estremità) lungo l'asse del tubo.

t tempo

Descrizione di un’onda sonora



Se la massa nel volume descritto da dr si conserva:

$$\rho_0 dr = \rho\left(\frac{\partial x}{\partial r}dr + dr\right) \rightarrow \tilde{\rho} = -\rho_0 \frac{\partial x}{\partial r}$$

Descrizione di un'onda sonora

$p(r,t) \longrightarrow$ $$\rho_0 dr = \rho\left(\frac{\partial x}{\partial r}dr + dr\right)$$ $\longleftarrow p(r+dr,t)$

Sull'elemento di massa agirà una forza

$$F = -\frac{\partial p}{\partial r}dr$$

Da cui l'equazione di Newton $$\rho_0 \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial r}$$

assumendo il caso $p(r,t) = p_0 + \tilde{p}(\rho(r,t))$

si ha $$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} = \frac{d\tilde{p}}{d\tilde{\rho}}\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial r} = \frac{d\tilde{p}}{d\tilde{\rho}}\left[-\rho_0 \frac{\partial^2 x}{\partial r^2}\right]$$

Descrizione di un'onda sonora

Il mezzo elastico che ci interessa è dunque descritto da una grandezza x che soddisfa all'equazione d'onda unidimensionale:

$$\frac{\partial^2 x(r,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 x(r,t)}{\partial t^2} = 0$$

D'Alembert

con $v = \sqrt{\dfrac{dp}{d\rho}}$

Per un gas perfetto, in condizioni adiabatiche: $v = \sqrt{\gamma \dfrac{kT}{m}}$

Descrizione di un'onda sonora

Soluzioni generali nella forma:

$$x(r,t) = A(r - vt) + B(r + vt)$$

Ossia perturbazioni che si propagano con velocità v nelle due direzioni.

Considerando il caso particolare di forme sinusoidali di pari ampiezza che si propagano nelle due direzioni, da semplici identità trigonometriche si deduce che anche le soluzioni (stazionarie) nella forma

$$x(r,t) = K \sin(\omega t + \varphi) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} r + \delta\right)$$

sono soluzioni particolari dell'equazione.

con K, φ, δ, λ costanti arbitrarie e $v = \dfrac{\lambda\omega}{2\pi}$

Onde sonore in un tubo

Verifichiamo se le onde stazionarie nella forma

$$x(r,t) = K\sin(\omega t + \varphi)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}r + \delta\right)$$

K e φ potranno assumere qualunque valore e non sono rilevanti per il momento.

sono soluzioni adatte a descrivere il suono all'interno di un tubo.

Dobbiamo considerare quali condizioni al contorno ha senso assumere.

$x(0,t); p(0,t)$ $\qquad$ $x(L,t); p(L,t)$

Onde sonore in un tubo

Saranno possibili due situazioni:

1) Estremità aperta

la pressione è "ancorata" alla pressione atmosferica. La variazione di pressione sarà essenzialmente vincolata a zero, dunque lo sarà la variazione di densità e quindi $\frac{\partial x}{\partial r}$.

$$\frac{\partial x}{\partial r} = 0$$

2) Estremità chiusa

lo spostamento è "impedito" dalla presenza di una parete

$$x = 0$$

Onde sonore in un tubo

Possiamo considerare diverse situazioni. Vediamo in particolare:

1) Entrambe le estremità aperte

$$\frac{\partial x(0,t)}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial x(L,t)}{\partial r} = 0$$

2) Una estremità chiusa e l'altra aperta

$$x = 0$$

$$\frac{\partial x(L,t)}{\partial r} = 0$$

Onde sonore in un tubo

1) Entrambe le estremità aperte

$$x(r,t) = K\sin(\omega t + \varphi)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}r + \delta\right)$$

$$\frac{\partial x(0,t)}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial x(L,t)}{\partial r} = 0$$

A B

A $$\frac{\partial x(0,t)}{\partial r} = 0 \rightarrow \sin(\delta) = 0 \rightarrow \delta = 0$$

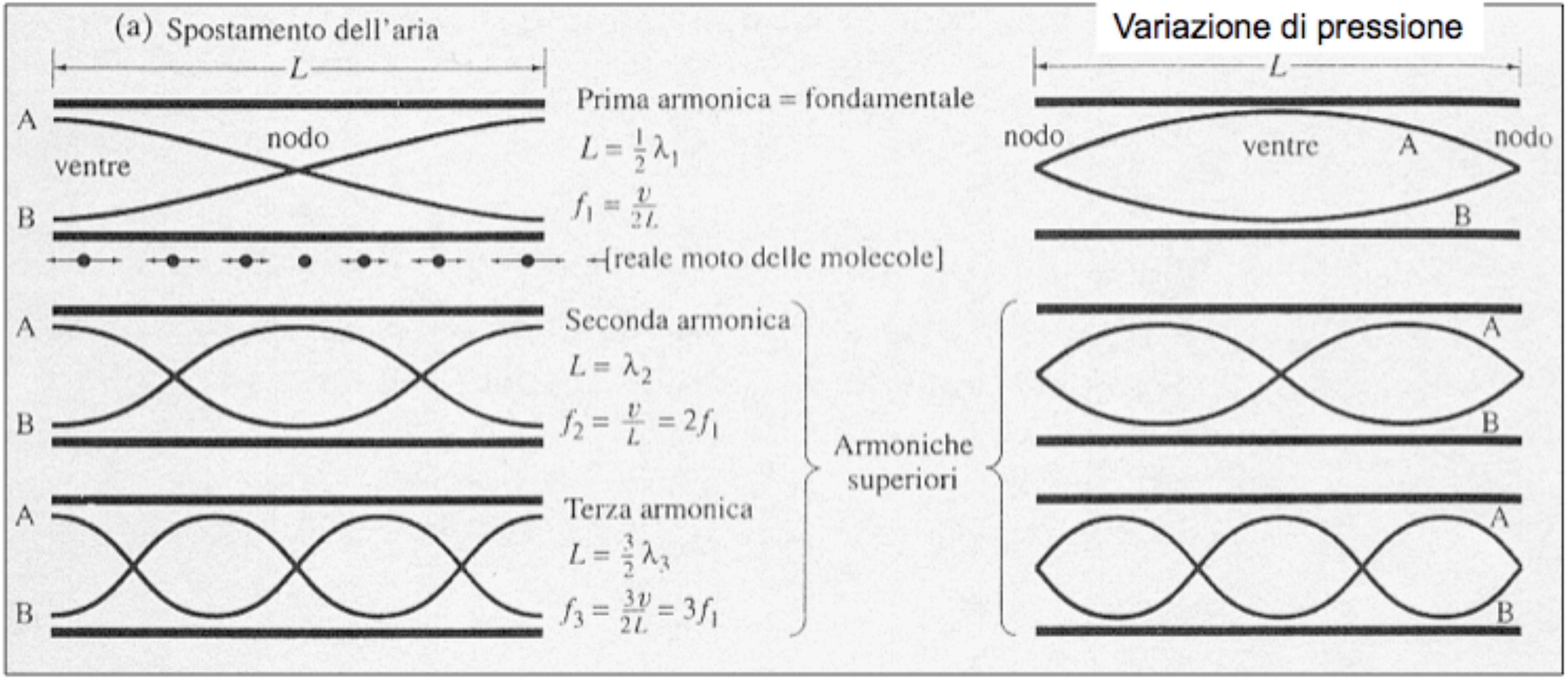
B $$\frac{\partial x(L,t)}{\partial r} = 0 \rightarrow \sin\left(\frac{2\pi L}{\lambda}\right) = 0 \rightarrow \frac{2\pi L}{\lambda_n} = n\pi; n \in \{1,2,3,\ldots\}$$

$$\rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n}; n \in \{1,2,3,\ldots\}$$

Onde sonore in un tubo

1) Entrambe le estremità aperte

$$\frac{\partial x(0,t)}{\partial r} = 0 \qquad \lambda_n = \frac{2L}{n}; n \in \{1,2,3,\ldots\} \qquad \frac{\partial x(L,t)}{\partial r} = 0$$



Onde sonore in un tubo

2) Una estremità chiusa e l'altra aperta

$$x(r,t) = K\sin(\omega t + \varphi)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}r + \delta\right)$$

$$\frac{\partial x(0,t)}{\partial r} = 0$$

$$x(L,t) = 0$$

A $$\frac{\partial x(0,t)}{\partial r} = 0 \rightarrow \sin(\delta) = 0 \rightarrow \delta = 0$$

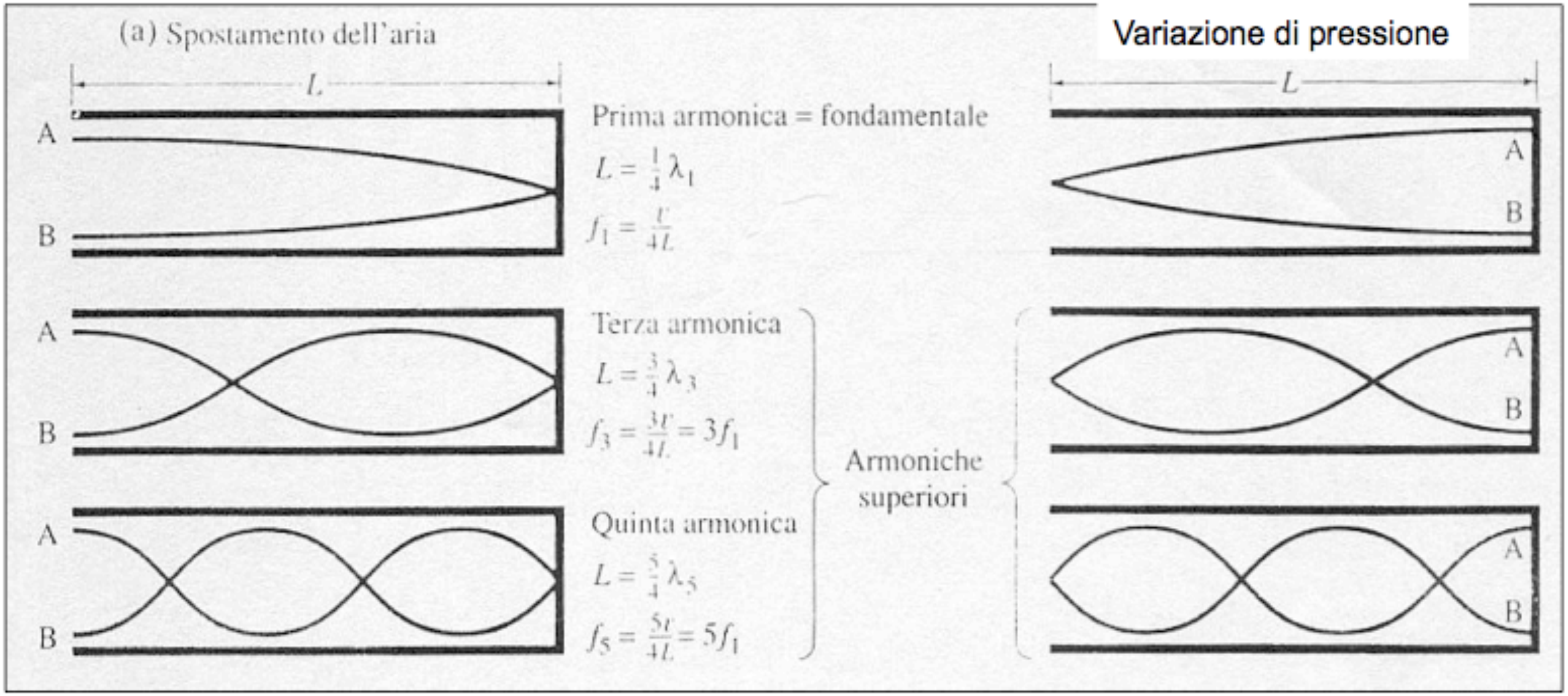
B $$x(L,t) = 0 \rightarrow \cos\left(\frac{2\pi L}{\lambda}\right) = 0 \rightarrow \frac{2\pi L}{\lambda_n} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi; n \in \{1,2,3,\ldots\}$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n + \frac{1}{2}}; n \in \{1,2,3,\ldots\}$$

Onde sonore in un tubo

2) Una estremità chiusa e l'altra aperta

$$\frac{\partial x(0,t)}{\partial r} = 0 \qquad \lambda_n = \frac{4L}{2n+1}; n \in \{1,2,3,\ldots\} \qquad x(L,t) = 0$$



Programma per l'esperienza in laboratorio

•Ricostruire il comportamento del sistema con diverse diverse frequenze del segnale forzante (dall'altoparlante), verificando l'esistenza di onde stazionarie e di un effetto di risonanza (considerare ampiezza e fase della risposta).

•Campionare l'ampiezza dell'onda sonora all'interno del tubo, muovendo il microfono in posizioni diverse. Ricostruire il profilo dell'onda stazionaria.

•Ripetere l'esperienza a frequenze multiple della fondamentale, per diverse condizioni alle estremità del tubo. (2-4 armoniche per ciascuna configurazione: chiuso da entrambi i lati; un'estremità aperta e l'altra chiusa; aperto da entrambi i lati)

•Determinare la velocità del suono sulla base dei profili ottenuti e estrarne il valore per la costante adiabatica γ.

•Costruire la curva di risonanza per un modo prescelto.

•Interrogarsi sul comportamento di un sistema di più tubi consecutivi e verificare sperimentalmente cosa succede.