

Протокол.
Лабораторная работа №25.

Изучение колебательного движения.

Приборы и оборудование: штатив с шаровой секаной, секундомер, Большая пружина $m_1 = 143,5 \text{ г}$, малая пружина $m_2 = 9,34 \text{ г}$, набор грузов $M = 100 \text{ г}$.

$\Delta t = 0,2 \text{ с}$; $\Delta l = 0,1 \text{ см}$; $\Delta M = \Delta m = 1,0 \text{ г}$.

1. Измерение коэффициента Mg жесткости пружин ($k = \frac{Mg}{\Delta x}$)

	Пружина большая				Пружина малая			
$M, \text{ кг}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,1	0,2	0,3	0,4
$\Delta x, \text{ см}$	3,7	7,3	11,1	14,8	4,7	9,5	14,1	18,8
$k, \frac{\text{Н}}{\text{м}}$	26,50	26,87	26,50	26,50	20,87	20,85	20,87	20,84
$k_{ф}, \frac{\text{Н}}{\text{м}}$	26,59				20,82			

2. Измерение зависимости периода от амплитуды ($M = 300 \text{ г}$.)

	Пружина большая			Пружина малая		
Амплитуда	малая	средняя	большая	малая	средняя	большая
$A, \text{ см}$	0,5	2	4	0,5	2	4
n	10	10	10	10	10	10
$t, \text{ с}$	7,23	7,23	7,15	5,12	5,05	5,10
$T = \frac{t}{n}, \text{ с}$	0,723	0,723	0,715	0,512	0,505	0,510

3. Измерение зависимости амплитуды колебаний от времени ($M = 300 \text{ г}$.)

Б и	$A, \text{ см}$	4	3	2	1
	$t, \text{ с}$	0	101,5	256,8	517,74
	$t, \text{ с}$	0	17,03	55,77	133,87
	$t, \text{ с}$	0	—	—	—

$\Delta T =$

0.0041 ± 0.255

3. Измерение периода колебаний в зависимости от массы грузов.

	Пружина большая												Пружина малая											
$M, \text{кг}$	0,1			0,2			0,3			0,4			0,1			0,2			0,3			0,4		
n	10			10			10			10			10			10			10			10		
№ опыта	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$t, \text{с}$	4,93	5,05	4,98	6,12	6,17	6,11	4,18	4,16	4,21	8,04	8,15	8,12	4,4	4,5	4,5	6,1	6,0	4,8	4,5	4,7	8,5	8,6	8,5	
$t_{\text{ср}}, \text{с}$	4,984			6,164			4,183			8,103			4,44			6,0			4,6			8,53		
$T = \frac{t_{\text{ср}}}{n}, \text{с}$	0,4984			0,6164			0,4183			0,8103			0,444			0,6			0,46			0,853		
$T^2, \text{с}^2$	0,2484			0,3803			0,5160			0,6566			0,1998			0,36			0,5446			0,4246		

01.12.2021
Логов
Зоркин

 $X_1 = 48,1$ $\Delta X = 3,7$

Отчёт по лабораторной работе №25 "Изучение колебательного движения"

Приборы и оборудование: штатив с мерной шкалой, секундомер, большая пружина $m_1 = 143,5 \text{ г}$, малая пружина $m_2 = 9,34 \text{ г}$, набор грузов $M_i = 100 \text{ г}$.

$\Delta t = 0,2 \text{ с}$; $\Delta l = 0,1 \text{ см}$; $\Delta M = \Delta m = 1,0 \text{ г}$.

Теоретическая часть:

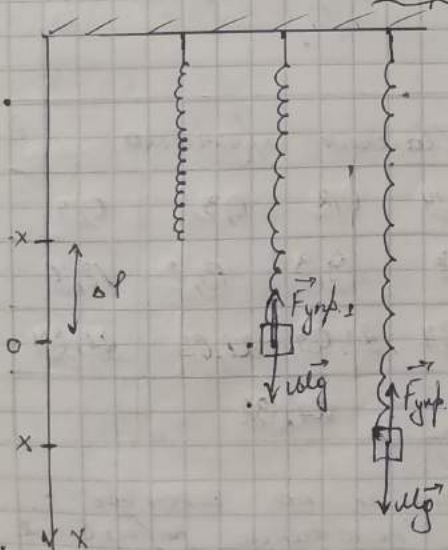


рис. 1.

Равновесное положение груза массы M подвешенного на пружине (рис. 1), опр. равенством величины силы упругости $F = k\Delta l$ и силы тяжести Mg .

k - коэф. упругости пружины.

Δl - удлинение от недеформированного состояния.

Выведенный из положения равновесия груз колеблется около этого положения по гармоническому закону:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Гармоническая зависимость $x(t)$ вида $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ авт.
 расчетное уравнение:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

Вывод уравнения:

3) По II з-ну Ньютона: $M\ddot{a} = F_{упр} + Mg$

$$-Ma = -F_{упр} + Mg$$

$$F_{упр} = -k(x + \Delta l)$$

$$-Ma = Mg - F_{упр}$$

$$-Ma = k\Delta l - kx - k\Delta l$$

$$-Ma = kx \quad | : M$$

$$-a = \frac{kx}{M}; \quad \omega^2 = \frac{k}{M} \Rightarrow a = -\omega^2 x$$

$$a + \omega^2 x = 0 \quad (a = \ddot{x})$$

$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ ~ уравнение гармонического осциллятора

Из уравнения вытекает $\omega^2 = \frac{k}{M} \rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{M} x = 0$

Зная, что $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}$

~ формула справедлива, если масса пружинки $m \ll M$.

Задача
 (расчет величин.)

① Измерение коэффициента жесткости пружин ($k = \frac{Mg}{\Delta x}$)

Таблица с измерениями:

	Большая пружина				Малая пружина			
$M, \text{кг}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,1	0,2	0,3	0,4
$\Delta x, \text{см}$	3,4	7,3	11,1	14,8	4,4	9,5	14,1	18,8
$k, \frac{\text{Н}}{\text{м}}$	26,50	26,84	26,50	26,50	20,84	20,65	20,84	20,84
$k_{ф}, \frac{\text{Н}}{\text{м}}$	26,59				20,82			

Чтобы измерить жесткость пружины закрепим на штативе с
 помощью штатива груз из пружины. Установим первоначальное равновесие
 (с одним грузом для уравновешивания) и стали перемещать грузы из штатива
 массы (поочередно второй, третий) и записывали измеренные жесткости

$$\Delta T = \frac{(\bar{\mu}_2 - 0,255) (1 + 0,0043 \cdot 0,255)}{0,0043 \cdot 0,255} \rightarrow 1044,13 \left(\frac{\text{м}}{\text{м}} - 0,255 \right) = \Delta T$$

• пружинный (с её удлинением) ~ см. таблицу выше.

Расчеты: • Большая пружина:

$$K_1 = 26,50 \frac{\text{Н}}{\text{м}}; K_2 = 26,87 \frac{\text{Н}}{\text{м}}; K_3 = 26,50 \frac{\text{Н}}{\text{м}}; K_4 = 26,50 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$\langle K \rangle = \frac{K_1 + K_2 + K_3 + K_4}{4} \approx 26,59 \frac{\text{Н}}{\text{м}}; X_0 = 44,4 \text{ см} = 0,444 \text{ м}$$

$$\delta l = \frac{\Delta l}{l} \quad \delta M = \frac{\Delta M}{M}; \quad \delta K = \delta l + \delta M$$

$$1) \delta l_1 = \frac{0,1}{3,7} \approx 0,027 \quad (2,7\%) \quad \delta M_1 = \frac{0,001}{0,1} = 0,01 \quad (1\%)$$

$$\delta K_1 = 0,027 + 0,01 = 0,037$$

$$2) \delta l_2 = \frac{0,1}{7,3} \approx 0,014 \quad (1,4\%) \quad \delta M_2 = \frac{0,002}{0,2} = 0,01 \quad (1\%)$$

$$\delta K_2 = 0,014 + 0,01 = 0,024$$

$$3) \delta l_3 = \frac{0,1}{11,1} \approx 0,009 \quad (0,9\%) \quad \delta M_3 = \frac{0,003}{0,3} = 0,01 \quad (1\%)$$

$$\delta K_3 = 0,019$$

$$4) \delta l_4 = \frac{0,1}{14,8} \approx 0,0068 \quad (0,68\%) \quad \delta M_4 = \frac{0,004}{0,4} = 0,01 \quad (1\%)$$

$$\delta K_4 = 0,0168$$

$$\delta K_{\text{ср}} = \frac{\delta K_1 + \delta K_2 + \delta K_3 + \delta K_4}{4} = 0,0242$$

$$\Delta K = \delta K \cdot \langle K \rangle = 0,64 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$\Rightarrow K_{\text{ср}} = (26,59 \pm 0,64) \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

• Малая пружина (аналогично):

$$1) \delta l_1 = \frac{0,1}{4,7} \approx 0,0213; \quad \delta M_1 = 0,01$$

$$\delta K_1 = 0,0313$$

$$2) \delta l_2 = \frac{0,1}{9,5} \approx 0,0105; \quad \delta M_2 = 0,01$$

$$\delta K_2 = 0,0205$$

$$3) \delta l_3 = \frac{0,1}{14,1} \approx 0,0071; \quad \delta M_3 = 0,01$$

$$\delta K_3 = 0,0171$$

$$4) \delta l_4 = \frac{0,1}{18,8} \approx 0,0053; \quad \delta M_4 = 0,01; \quad \delta K_4 = 0,0153$$

$$\delta K_{\text{ср}} = \frac{0,0313 + 0,0205 + 0,0171 + 0,0153}{4} = 0,02105$$

$$\Delta K = \delta K \cdot \langle K \rangle \approx 0,44 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$\Rightarrow K_{\text{ср}} = (20,82 \pm 0,44) \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

② Измерение периода колебаний в зависимости от массы груза.

Для того чтобы измерить период колебаний закрепили одну из пружинок на штативе с помощью штатива, далее привели систему в движение и считали время, за которое совершится 10 полных колебаний. (аналогично с другой пружиной).

Таблица (с измерениями).

	Большая пружинка												Маленькая пружинка											
M, кг	0,1			0,2			0,3			0,4			0,1			0,2			0,3			0,4		
n	10			10			10			10			10			10			10			10		
№ опыта	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
t, с	4,93	5,05	4,98	6,12	6,24	6,11	7,18	7,16	7,21	8,04	8,15	8,12	4,4	4,5	4,59	6,1	6,0	7,6	7,5	7,4	8,5	8,8	8,5	
t _{ср} , с	4,984			6,164			7,183			8,103			4,44			6,0			7,6			8,53		
$T = \frac{t_{ср}}{n}$, с	0,4984			0,6164			0,7183			0,8103			0,444			0,6			0,76			0,853		
T^2 , с ²	0,2484			0,3803			0,5160			0,6566			0,1998			0,36			0,5776			0,7248		

Расчет погрешностей: $\delta T = \frac{\Delta t}{t}$ • Большая пружинка:

1) $\delta T_1 = \frac{0,2}{4,984} \approx 0,0401$

$\rightarrow \Delta T_1 = \delta T_1 \cdot T_1 \approx 0,0156$

$\delta T_2 = \frac{0,2}{6,164} \approx 0,0324$

$\rightarrow \Delta T_2 = \delta T_2 \cdot T_2 \approx 0,0193$

$\delta T_3 = \frac{0,2}{7,183} \approx 0,0278$

$\rightarrow \Delta T_3 = \delta T_3 \cdot T_3 \approx 0,0224$

$\delta T_4 = \frac{0,2}{8,103} \approx 0,0244$

$\rightarrow \Delta T_4 = \delta T_4 \cdot T_4 \approx 0,0253$

$\delta T_{ср} = \frac{\delta T_1 + \delta T_2 + \delta T_3 + \delta T_4}{4} \approx 0,03125$

2) $T = \frac{t_{ср}}{n}$ (с.)

$T_1 = 0,4984$ с ; $T_2 = 0,6164$ с ; $T_3 = 0,7183$ с ; $T_4 = 0,8103$ с.

3) T^2

$T_1^2 = 0,2484$ с² ; $T_2^2 = 0,3803$ с² ; $T_3^2 = 0,5160$ с² ; $T_4^2 = 0,6566$ с²

• Маленькая пружинка (аналогично):

1) $\delta T_1 = \frac{0,2}{4,44} \approx 0,0444$

$\Delta T_1 \approx 0,0193$

$\delta T_2 = \frac{0,2}{6} \approx 0,0333$

$\Delta T_2 \approx 0,0191$

$\delta T_3 = \frac{0,2}{7,6} \approx 0,0263$

$\Delta T_3 \approx 0,0202$

$\delta T_4 = \frac{0,2}{8,53} \approx 0,0234$

$\Delta T_4 \approx 0,0212$

$\delta T_{ср} = 0,0319$

$$\Delta T = \frac{U}{n} \approx 0.0041 \cdot 0.255$$

$$\rightarrow 1044,13 (U - 0,255) = \Delta T$$

$$2) \tau = \frac{\tau_{\text{теп}}}{n} \text{ (с.)}$$

$$\tau_1 = 0,444 \text{ с.}; \tau_2 = 0,8 \text{ с.}; \tau_3 = 0,46 \text{ с.}; \tau_4 = 0,853 \text{ с.}$$

$$3) \tau^2$$

$$\tau_1^2 = 0,1998 \text{ с}^2; \tau_2^2 = 0,64 \text{ с}^2; \tau_3^2 = 0,5446 \text{ с}^2; \tau_4^2 = 0,7246 \text{ с}^2$$

Графики зависимости τ^2 от M .

Большая пружина:

Большая пружина:

$$\tau^2 = 4\pi^2 \frac{M}{k} \text{ — теоретический}$$

$$\Delta \tau_1 = \delta \tau_{\text{теп}} \cdot \tau_1 \approx 0,0165 \text{ с.}$$

$$\Delta \tau_2 = \delta \tau_{\text{теп}} \cdot \tau_2 \approx 0,084 \text{ с.}$$

$$\Delta \tau_3 = \delta \tau_{\text{теп}} \cdot \tau_3 \approx 0,0215 \text{ с.}$$

$$\Delta \tau_4 = \delta \tau_{\text{теп}} \cdot \tau_4 \approx 0,0255 \text{ с.}$$

$$\delta \tau_{\text{теп}} \approx 0,021$$

$$\tau^2 = 4\pi^2 \left(\frac{M}{k} + \frac{M}{3} \right) \text{ — теоретический}$$

$$\tau_{1\text{т}}^2 \approx 0,219 \text{ с}^2$$

$$\tau_{2\text{т}}^2 \approx 0,368 \text{ с}^2$$

$$\tau_{3\text{т}}^2 \approx 0,516 \text{ с}^2$$

$$\tau_{4\text{т}}^2 \approx 0,665 \text{ с}^2$$

$$\delta \tau_1^2 = \frac{2\Delta \tau}{\tau} \approx 0,083$$

$$\delta \tau_2^2 \approx 0,083$$

$$\delta \tau_3^2 \approx 0,082$$

$$\delta \tau_4^2 \approx 0,082$$

$$\delta \tau_{\text{теп}}^2 = 0,0625$$

$$\Delta \tau_1^2 \approx 0,0155 \text{ с}^2$$

$$\Delta \tau_2^2 \approx 0,0238 \text{ с}^2$$

$$\Delta \tau_3^2 \approx 0,0325 \text{ с}^2$$

$$\Delta \tau_4^2 \approx 0,041 \text{ с}^2$$

$$\Delta \tau_{\text{теп}}^2 \approx 0,028 \text{ с}^2$$

$$\tau_{1\text{т}}^2 \approx 0,198 \text{ с}^2$$

$$\tau_{2\text{т}}^2 \approx 0,385 \text{ с}^2$$

$$\tau_{3\text{т}}^2 \approx 0,575 \text{ с}^2$$

$$\tau_{4\text{т}}^2 \approx 0,764 \text{ с}^2$$

$$\delta \tau_1^2 \approx \frac{2\Delta \tau}{\tau} \approx 0,064$$

$$\delta \tau_2^2 \approx 0,064$$

$$\delta \tau_3^2 \approx 0,064$$

$$\delta \tau_4^2 \approx 0,064$$

$$\delta \tau_{\text{теп}}^2 = 0,064$$

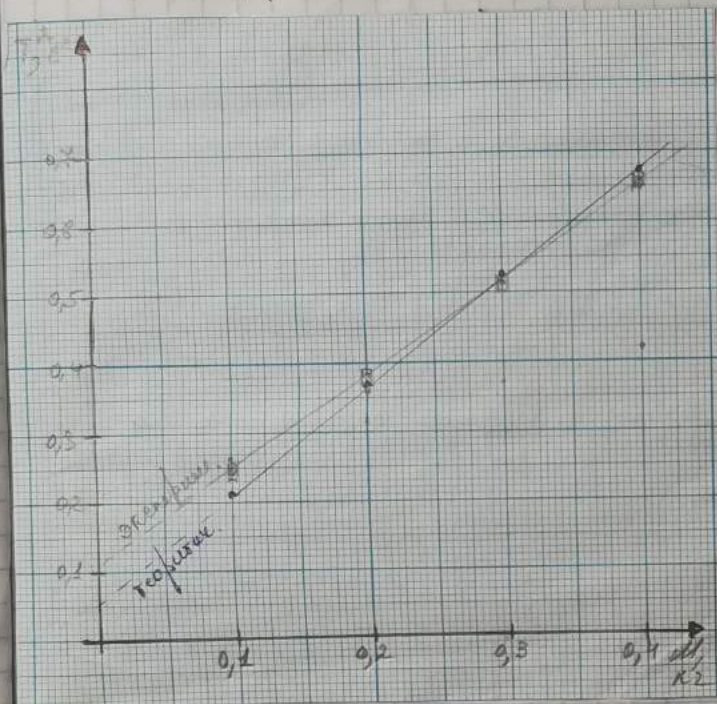
$$\Rightarrow \Delta \tau_1^2 \approx 0,013 \text{ с}^2$$

$$\Delta \tau_2^2 \approx 0,023 \text{ с}^2$$

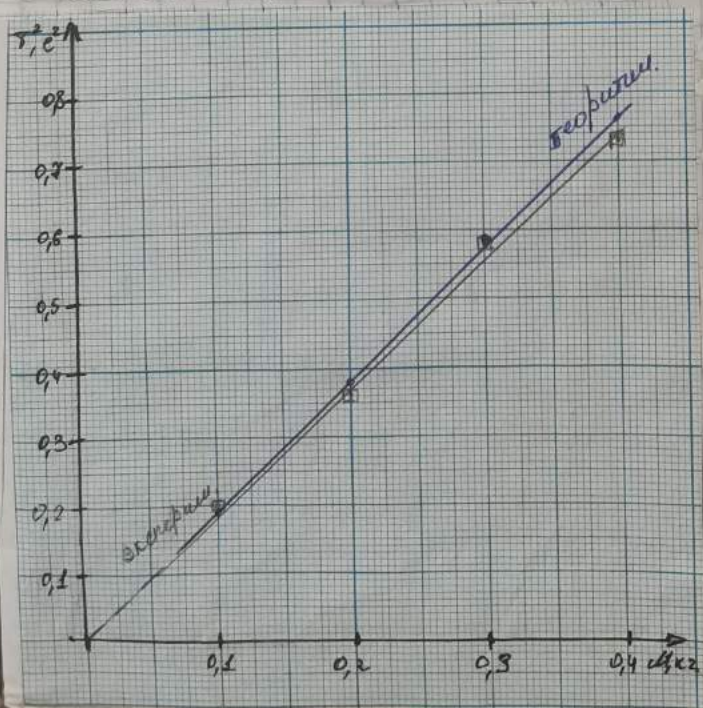
$$\Delta \tau_3^2 \approx 0,034 \text{ с}^2$$

$$\Delta \tau_4^2 \approx 0,044 \text{ с}^2$$

$$\Delta \tau_{\text{теп}}^2 = 0,03 \text{ с}^2$$



Малая пружина:



③ Зависимость периода колебаний от амплитуды:

Амплитуда	Большая пружина			Малая пружина		
	малая	средняя	большая	малая	средняя	большая
A, см	0,5	2	4	0,5	2	4
n	10	10	10	10	10	10
t, с	7,23	7,23	7,15	5,12	5,05	5,10
$T = \frac{t}{n}$, с	0,723	0,723	0,715	0,512	0,505	0,510

Из таблицы с измерениями можно заметить, что период колебаний зависит незначительно, что может быть связано с другими факторами (неточность измерений самим человеком.)

Большая: $\sigma_{T_{\text{ср}}} = \frac{\sigma_{T_1} + \sigma_{T_2} + \sigma_{T_3}}{3} \approx 0,028$

Малая: $\sigma_{T_{\text{ср}}} = \frac{\sigma_{T_1} + \sigma_{T_2} + \sigma_{T_3}}{3} \approx 0,0393$

④ Измерение зависимости амплитуды колебаний от времени ($M=300\text{г}$)

Таблица измерений

A, см	4	3	2	1
t, с	0	101,5	256,8	517,74
и t, с	0	17,03	55,44	133,87

Для измерения данных зависимости нужно повесить пружину с грузом ($M=300\text{г}$) в относительно покоем положении равновесия на якорь, прикрепить листок с указанными A, $\frac{3}{4}A$, $\frac{1}{2}A$, $\frac{1}{4}A$ и считать за увеличение амплитуды.

Измерение погрешностей: • Большая пружина:

$$\sigma_{T_1} = \frac{0,2}{101,5} \approx 0,00194$$

$$\sigma_{T_2} = \frac{0,2}{256,8} \approx 0,00078$$

$$\sigma_{T_3} = \frac{0,2}{517,74} \approx 0,000386$$

$$\sigma_{T_{\text{ср}}} = \frac{\sigma_{T_1} + \sigma_{T_2} + \sigma_{T_3}}{3} \approx 0,001$$

$$\sigma_{A_4} = \frac{0,1}{4} = 0,025$$

$$\sigma_{A_3} = \frac{0,1}{3} = 0,033$$

$$\sigma_{A_2} = \frac{0,1}{2} = 0,05$$

$$\sigma_{A_1} = 0,1$$

$$\sigma_{A_{\text{ср}}} = 0,052$$

• Малая пружина:

$$\Delta T = \frac{(\bar{\mu}_2 - 0,255)(1 + 0,0043 \cdot 0,0041 \cdot 0,255)}{0,0041 \cdot 0,255}$$

$$\rightarrow 1044,13 \left(\frac{\mu_2}{\mu_2} - 0,255 \right) = \Delta T$$

$$\sigma t_1 = \frac{0,2}{18,03} \approx 0,0114$$

$$\sigma t_2 = \frac{0,2}{55,44} \approx 0,0036$$

$$\sigma t_3 = \frac{0,2}{133,84} \approx 0,0015$$

$$\sigma t_{\text{ср}} = \frac{\sigma t_1 + \sigma t_2 + \sigma t_3}{3} = 0,0056$$

$$\sigma A_4 = 0,025$$

$$\sigma A_3 = 0,033$$

$$\sigma A_2 = 0,05$$

$$\sigma A_1 = 0,1$$

$$\sigma A_{\text{ср}} = 0,052$$

Графики зависимости A от времени колебаний.

$$x = A_0 \cdot e^{-\sigma t} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

~ формула для гармонического затухающего колебания.

Из графиков видно, что амплитуда со временем уменьшается ~ по экспоненте.

$$\rightarrow A = A_0 \cdot e^{-\sigma t}$$

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\sigma t}$$

$$-\sigma t = \ln\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

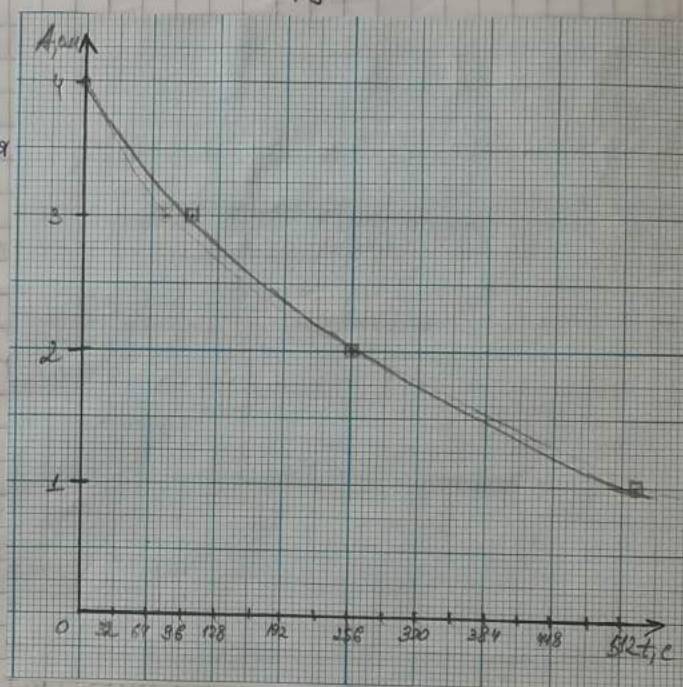
$$\sigma_1 = -\frac{\ln \frac{3}{4}}{101,5} \approx 0,0028$$

$$\sigma_2 = -\frac{\ln \frac{1}{2}}{256,8} \approx 0,0024$$

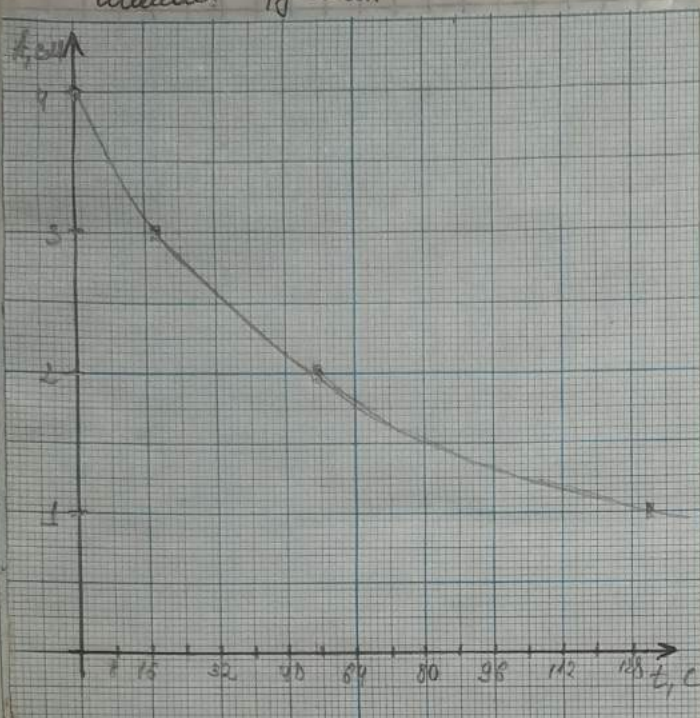
$$\sigma_3 = -\frac{\ln \frac{1}{4}}{517,74} \approx 0,0024$$

↑
для большой пружины.

Большая пружина.



Малая пружина:



Вывод: 1) Определим жесткость пружинки, измеряя ΔL с разн. грузами.

$$k_{\text{ср. б.п.}} = (26,59 \pm 0,64) \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$k_{\text{ср. м.п.}} = (21,32 \pm 0,45) \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

2) Период колебаний в квадрате $T^2 \propto M$ (линейно зависит от массы подвешенного груза.)

3) Период колебаний (T) пружинного маятника не зависит от амплитуды.

4) Изучив зависимость амплитуды колебаний от времени, заметили, что с течением времени амплитуда убывает по экспоненте (из большой пружинки.)

29.10.2020
Мирин