

Лекции
Владимир Иванович Неструев. ~ издан.

Даны некоторые
декорации.

Базовое представление динамики

- конс. не много во времени, но и в пространстве.
Можно ли построить модели, чтобы изучить конс. в различных
сферах (астрономия, физика, конс. география и т.д.)?

Хотим упаковать модельную во временные. (в вектории называем
р-во.)

математические методы ~ которые они. процессов становятся.
Х ~ веков, который отмечается эти методами (модель, переменных),
о чисто это x_0 - нач. состояния , где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ (это пр-во)

Важный оператор становиться G^t , где $t \in \mathbb{R}$ ($t \in \mathbb{Z}$)

или $t \in \mathbb{Z}^+$

может быть дискретно

Если хотим знать, что в будущем, то $t = 0, 1, 2, 3 \dots$ и т.д.,
если в прошлом, то $t = -1, -2, -3, \dots$

$$x(t, x_0) = G^t x_0 \quad (1) \quad \text{~един. оператор} \rightarrow \text{переход в будущее}$$

Условия на оператор:

1) G^0 ~ единица времени оператор. $x(0, x_0) = x_0 \quad (2)$
- действие не меняет состояния изначального

2) $G^{t_1+t_2} = G^{t_1} \cdot G^{t_2} = G^{t_2} \cdot G^{t_1} \quad (3)$, равенство.

$$\begin{aligned} x(t_1+t_2, x_0) &= x(t_1, x_0) = X(t_1, X(t_2, x_0)) \\ x(t_1+t_2, x_0) &= x(t_2, x_0) = X(t_1, X(t_2, x_0)) \end{aligned}$$

Следует приходить в один
~ то же действие в изначальном
переходном виде. G^{t_1} назовем G^t или конс.,
или опер. $G^{t_1+t_2} \rightarrow$ движение пришло в
одну точку.

Соответствует (им-ко всех точек) X образует X : которое можно
разбить пр-во. (пр-во всех состояний системы). Тогда пары
(X , $\{G^t\}$) ~ образует динамическую систему $\rightarrow DC$

В зависимости от того движется ли $t \in \mathbb{R}$ или $t \in \mathbb{Z}$
ее движение есть движение по времени. движение с дискретным
временем и с непрерывным временем.

Рядовая траектория - для ($t \in \mathbb{R}$) для конс. можно $\Gamma = \bigcup_{t=0}^{\infty} G^t x_0$

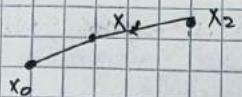
Рядов. можно и для конс. непрерывной:

$$\Gamma = \bigcup_t G^t x_0$$

$$\Gamma = \bigcup_{t \in \mathbb{Z}} G^t x_0$$

$\Gamma^+ = \bigcup_{t>0} G^t x_0$. Так правило, если не оговаривается, то говорят
о Γ^+ .

То есть каждое можно видеть и для конс. с
непрерывным временем. Но в рядовой пр-во траектория
мног. точек (общими их соединяют - линиями.)



Инвариантное ил-бо - ил-бо $A \subset X$ назыв. инвариантно (или симметрично) инвариантности, если это множество изолировано (ограниченное) изолированным, т.е.

$$C^t A \subset A \quad t \geq 0 \quad (t \in \mathbb{R})$$

Если это "полное" и ограниченное инвариантно \rightarrow просто инвариантно.

Понятие гравитации.

\rightarrow симметрия в потоке

1. Точка x_0 - изолированная изолированной точкой, если она имеет форму симметричную изолированную: $C^t x_0 = x_0$ для всех t .

Значит, что эта точка с центром времени ($t \in \mathbb{R}$) имеет такие же изолированные точки изолированной изолированной.

2. Точка x_0 , если $t > 0$, а для $C^t x_0 = x_0$, $0 \leq t \leq t$ - изолированная точка, изолированная первообразной.

Гравитации, переход через эту точку изолированной - первообразной.

Изолированная в форме пр-бо, но точка

\rightarrow Начало - первообразной. Гравитации

3. Небесное гравитации. Точка x_0 , одн. ограниченного $U(x_0)$ для некоторой \exists такой времени t_0 , где $C^t U(x_0)$ не имеет других точек с $U(x_0)$ при $t > t_0$, назыв. небесным.

А также x_0 , не однородная форма пр-бо - назыв. небесным.

Само гравитации, отвечают таким точкам \rightarrow небесные и небесные.

Замечание: гравитации пр-бо X не однородное значение общего

существование гравитации.

Конечно, начиная с некоторыми изолированными.

$\varphi, \dot{\varphi}$, φ -циклический, содержит

области S^1

$$X = S^1 \times R \quad \sim \text{окруженность на прямую.}$$

θ это угол

сферическое

гравитации пр-бо.

Формулы. Понятия.

с первообразными формами

Однако задаются понятиями дифференциальными.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= F(x) \\ x \in R^n, \quad F: R^n &\rightarrow R^n \end{aligned}$$

F - однозначное непрерывная ф-я.

Пример: что задается в параметрических коор.

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \omega \\ \dot{r} = \lambda \varphi \end{cases} \rightarrow r(t) = r_0 e^{\lambda \omega t} + \varphi_0$$

$$S = r_0 e^{\lambda \omega t} \rightarrow C^t: (r_0, \varphi_0) \rightarrow (r_0 e^{\lambda \omega t}, \omega t + \varphi_0)$$

\dot{x} - дифференциальное во времени $= \frac{dx}{dt}$

θ (4) есть время не выходят \rightarrow такие же сдвиги свободные.

анализ нелинейных систем (задачи на сист. динамика в линейной форме.)

Динамические системы с дискретным временем.

$$x(n+1) = F(x(n)) \\ F: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m, n \in \mathbb{Z}, 0, 1, 2, \dots$$

одна из с. с. дискр. временем.

или более записывается: $\bar{x} = F(x)$ - говорит \rightarrow точное отображение
(= сист. с дискр. временем)

Пример: $\bar{x} = \alpha x \pmod{1}$ - это модуль 1 - если первое приближение x_0
расчет. на основе $[0, 1]$ \Rightarrow 1 шаг отображения 1.
(переход в \mathbb{C})
т.к. по модулю.

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & 1/5 & 2/5 & 3/5 & 4/5 & 1 & \bar{x} \\ \hline 0 & 1/5 & 2/5 & 3/5 & 4/5 & 1 & \end{array}$$

$$x(0) = \frac{1}{5} \rightarrow x(1) = \frac{2}{5} \rightarrow x(2) = \frac{4}{5} \rightarrow x(3) = \frac{3}{5} \rightarrow x(4) = \frac{1}{5} \\ \Rightarrow \text{периодическая граэфомия перехода 4.}$$

$J_\epsilon = (\frac{1}{5} - \epsilon, \frac{1}{5} + \epsilon)$, ϵ -шаг \rightarrow однородность полного
период. граэфомии \rightarrow динамическая хаос. Траектория
неустойчива (разложение неустойчивости.)

Динамические системы с непрерывной

Расс-и динамики. систему (1) и видим для неё конечные множества
аттракторы.

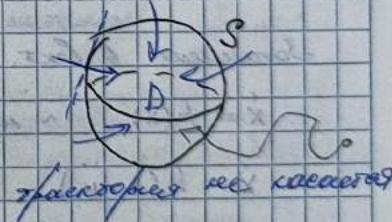
говорят, что поб-и $S = \{x|F(x) = 0\}$ \Rightarrow регр. граэфомий вид.
тако $F(\bar{x})$, если сист. н-е $(\text{град } \varphi(x), F(x)) \neq 0, x \in S$

Граэфомия - граэфомия не является этой поб-и

Если гомологическая сфера S ,
т.е. граница топол-го шара, то
шар D - шар аттрактор, \rightarrow граэфомия
если $(\text{град } \varphi(x), F(x)) < 0, x \in D$ \rightarrow граэфомия
т.е. все граэфомии выходят (переходят-но)
в S (или рис.)

Аддитивное из шара видится не всег. можно расс-и
систему в виде.

Оп. 1. Система (1) назыв. динамической, если \exists шар
аттрактор такой, если $x_0 \in \mathbb{R}^n, G^t x_0 \in D, t \geq 0$.



граэфомия не является

08.09.22. Еще одно важное понятие нелинейной динамики - аттрактор.
аттрактор.

аттрактор. системах (G, X)

Оп. 2. Компактная область D вида неподвижности субъекта, если
включается такое условие:

$$G^t D \subset \text{Int}, t > 0, \text{ где Int - внутренность области}$$

Пример: $\dot{x} = 3x(1-x) = f(x)$, x - дискретное время.
~ это видение вид. граэфомии. показано, что зажиг.

анализом: от $[\frac{1}{5}, \frac{4}{5}]$ авт. значение однозначно.

Состр. - 100 \rightarrow движущая сила.

Решающее значение конечного знакоа $\frac{1}{5}$ $\frac{4}{5}$

$f(\frac{1}{5})$ и $f(\frac{4}{5})$ \rightarrow наилучшего эксперимента гр-ии и результатов,
авт. экспериментов этого. Быстро это изображают
 $t_{\max} = t_0$. $x = \frac{1}{5} \rightarrow$ наилучшее изображение $t \in [\frac{1}{5}, \frac{4}{5}] \subset [\frac{1}{5}, \frac{4}{5}]$

Аттракторы

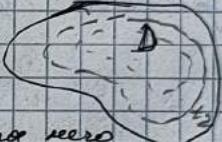
Для систем с динамикой влече логично чистого, устойчивого состояния (устойчив.). а неустойчивый процесс, как правило, не является явл.

Рассматриваемые системы "запоминают" свое начальное состояние. Поэтому условие: процесс в авт. состоянии неустойчиво. неустойчивое нач-во ($t > 0$) \rightarrow аттракторы.

Сущ-е чистого определения аттрактора (по нашим членам 5.)

Опф. Рубетро Д. постулатируется еди. динамической системой (E, X) ,
где $x = \lim_{t \rightarrow \infty} A^t D$ нач. нач. нач. состояния аттрактора

это означает в этом пересечении t_0 и будет явле. аттрактором



Опф. Никол. авт. А авт. аттракторы, если для него существует нач. услов. однозначно D , при котором А наилучшим образом определяет аттрактор.

Решение - аттрактор в единичном времени, в опф. $t \leq 0$.

Глобально устойчивые системы под

Задание в беск. буде сущ. с нач. временем.

$x = f(x)$ \sim по членам добавлено гармонич. составление.

$x = f(x, \mu)$ - где μ -параметр, $\mu \in \mathbb{R}^n$

в любом реальном задании это не залог успеха.

1) Если гармонич. колебания имеют одинаковые частоты. Частотные вопросы \rightarrow какие нач. усл., такие времена изображаются.

2) Причины ошибок при нахождении гармонич. колебаний (наиболее распространенные). - В реальных системах эти гармонич. входят. т.е. нужно учесть выше упомянутые.

Частоты, имеющие гармоническое колебание - дифракционные.

Наше впечатление лучше системы.

Опф. В 1937 г. А.А. Андреев и И.С. Гончаров ввели первое определение аттрактора для динамических систем с единичным временем.

$$\dot{x} = P(x, y)$$

$$\dot{y} = Q(x, y)$$

Рассмотрим простой дифференциальный уравнение, где P , Q - непрерывные до ∞ , а еще $\frac{\partial P}{\partial y}, \frac{\partial Q}{\partial x}$ непрерывные с ограниченными производными. Для

Оп. Система (1) назыв. уравн. якоби, если \exists такое $\delta > 0$, что все

решения системы (2) лежат в квадрате $|x| < \delta$.

$$\dot{x} = P(x, y) + p(x, y) = \text{линейное члено якоби}$$

$$\dot{y} = Q(x, y) + q(x, y) \quad \mu \rightarrow \mu + \alpha$$

$$|P(x, y)| + |q(x, y)| + \left| \frac{\partial P}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial q}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial P}{\partial y} \right| + \left| \frac{\partial q}{\partial y} \right| < \delta$$

значит получено все ограничения на производные по производным, и это в согласии (1).

Это значит, что все \sim члены в системе якоби.

Последует, что координаты решений авт. однородной линейной

дифференциальной системы.

Замечание: это для однородного якоби для систем. с неоднородными

влияниями лучше пользоваться в.о. опр. 161.

Комплексное в.о. 3:

1) Найти в двух и трех периодах решения в.о.

2) Пок-ть, что система $\dot{x} = x - x^3$ авт. дифференциальная.

3) Найти нач. условия для этого $\dot{x} = 3x^2(1-x)$.

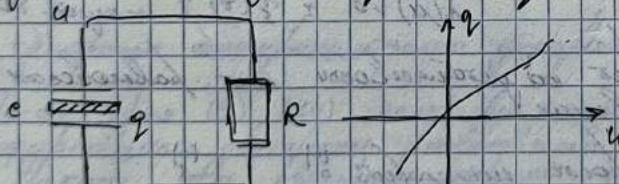
Дифференциальное уравнение.

Линейн. уравнение с однородным дифференциальным пр-ием - линейн.

но физикой авт. производящий видом непр. линейн. уравнение (ДЛ.)

в комплексном виде имеет вид $\dot{x} = Ax + b$. Тогда по себе же

имеет один дост. производящий решения уравнения.



Комплексный метод:

Рассмотрим $\dot{x} = x - x^2$ (2) \rightarrow дифференцируем, в случае $x \neq 0, x \neq 1$

$$Cx' - Cx - x + 1 + C = t \quad (3)$$

Запишем решение в т., $x(0) = x_0 \Rightarrow C = \text{const}$ в линейн. уравнение.

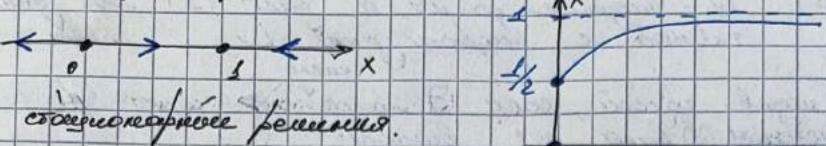
$$\ln \left| \frac{x}{x_0} \right| - \ln \left| \frac{1-x}{1-x_0} \right| = t \quad (4)$$

а) пусть $x_0 = \frac{1}{2}$, тогда $x(t)$, $t \rightarrow \infty$ \sim не дает

б) как берётся вид $x(t)$ при разных x_0 \sim в присущем смысле

автоматический (переборки).

Конс. ядро \Rightarrow фиксир. ст. равновесие $\mu = \text{const}$:



x_0 - конс. ядро \Rightarrow фиксир. равновесие $\mu = \text{const}$ на кривой.

Рассмотрим в окрестности x_0 -го ядра $\mu = \text{const}$ квадрат.

$$\dot{x} = f(x, \mu) \quad (5), \quad x \in \mathbb{R}, \mu \in \mathbb{R}^n$$

f - векторное поле. $\mu = \text{const}$ однокомп. векторное поле. $\dot{x} = 0 \Rightarrow f(x, \mu) = 0$

Сост. уравн. - гладкая кривая x , когда $\dot{x} = 0 \Rightarrow f(x, \mu) = 0 \quad (6)$

$$x = x_0(\mu)$$

Возможны два вида: 1) $x_0(\mu)$ и 2) $x_0(\mu)$.

$$x = x_0(\mu) + \xi(t)$$

$$\Rightarrow \dot{\xi}(t) = f(x_0 + \xi(t)) \quad \sim \text{уравнение для } \xi \sim \text{л. д. ур.}$$

$$(7) \quad \dot{\xi}(t) = f(x_0 + \xi(t)) = f(x_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} \cdot \xi + \dots$$

предполагаем что $\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} \neq 0 = \lambda(\mu)$

а $\lambda(\mu)$ однокомп. однокомп. квадратичное выражение.

$$\Rightarrow \dot{\xi} = \lambda(\mu) \xi \quad (8) \sim \text{линейное.}$$

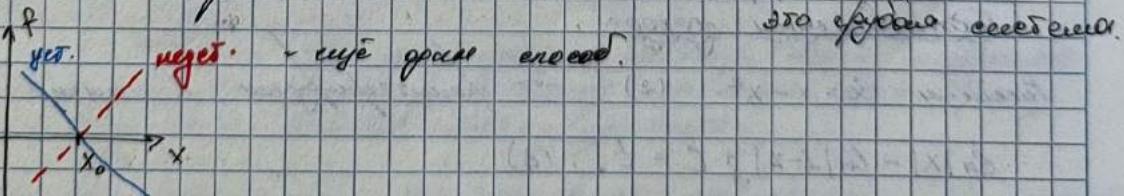
Процесс перехода от (7) к (8) называется линеаризацией, а $\lambda(\mu)$ - характеристич. коэф. линеаризованного равновесия.

$$\rightarrow \xi(t) = C e^{\lambda(\mu)t}, \quad \text{если } \lambda(\mu) < 0 \Rightarrow \xi(t) \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow \infty.$$

$$\lambda(\mu) > 0 \Rightarrow \xi(t) \uparrow \sim \text{уст. точка}$$

Метод линеаризации дает общий вид. равновесия в окрестности этих трех равновесий.

Но можно и о другом \rightarrow просто несправедлив $\stackrel{(1)}{\text{и}}$ $\stackrel{(2)}{\text{и}}$
но \dot{x} и $\dot{\xi}$ видят вперед.



Бифуркационная структура равновесий
Двухрежимное равновесие!

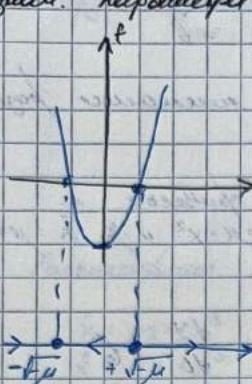
Кордитическое $\stackrel{(1)}{\text{-}}$ - развернется на границу линии разметки $\mu = \text{const}$, где меняется расположение равновесий.

Рассмотрим случай

$$\dot{x} = \mu + x^2 \quad (9) = f(x, \mu)$$

HEO

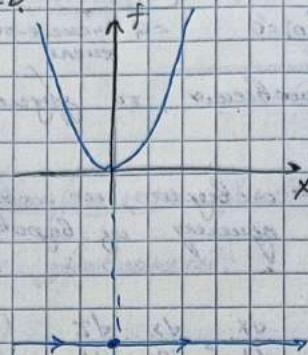
Во всем курсе, не обращаясь отдельно, изображающие граничные
условия выражаются вида



$$t = \pm \sqrt{-\lambda}$$

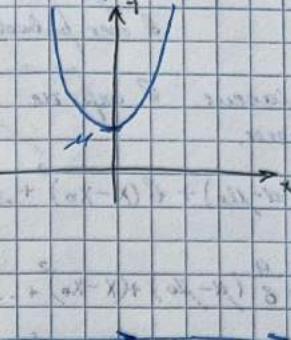
Губарев Алексей 3.

1150



Бессрочный
(небогатый нересурс.)
гдесятное право беско

120



Годы съездов 2

Anamorphosis ~~последовательно~~ ~~выводится~~ ~~из~~ ~~состава~~:

$$\dot{x} = \mu - x^2 = f(x, \mu) \quad (40)$$

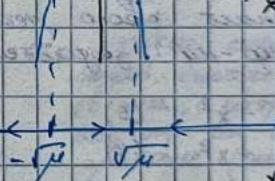
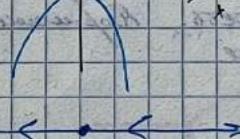
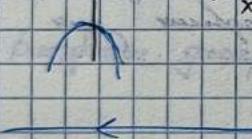
$$\underline{\mu < 0}$$

11

$$\mu = 0$$

卷之三

μ > 0



Prospans superpraevenus *gymnophorus* x f.

Он-эр ур-я (9), (10) опиц. все соединение
бидургическое сухогого гидролиза, т.е. сухо-
вместе это сухогого гидролиза, то это сухо-
вспр. разрыв. засоединенное первое и первое со-
второе приведено в табл. (9), (10) в виде соединения

03.10.22

$$\dot{x} = \mu - x^2$$

- enue, general, sexagenary, a eaeo pabre bccca.



В некотором смысле эти уп-я отвечают наше. Все возможные доказательства, то имеющие прямую связь с темой выступления, должны их подать.

Рассмотрим.

$$\dot{x} = f(x, \mu) \quad (\star)$$

$$x = x_0, \quad u = u_0$$

известного хоккея - то есть, равнов.

$$\lambda(0) = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{(x_0, \mu_0)} = 0$$

Разложение $f(x, \mu)$ в ряд Тейлора в окрестности $x=x_0$ и $\mu=\mu_0$:

$$\dot{x} = f(x, \mu) = f(x_0, \mu_0) + \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{(x_0, \mu_0)} (x - x_0) + \frac{\partial f}{\partial \mu} \Big|_{(x_0, \mu_0)} (\mu - \mu_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_{(x_0, \mu_0)} (x - x_0)^2 + \dots \quad (2)$$

В частных: $\lambda(0) = 0$ \Rightarrow $\lambda(0) = 0$

Т.к. $\lambda(0) = 0$, то $\lambda(0) = 0$ и $\lambda(0) = 0$.
то $\lambda(0) = 0$ и $\lambda(0) = 0$.

$$\dot{x} = a(\mu - \mu_0) + b(x - x_0)^2 + \dots \rightarrow \text{одномерно, это можно представить в}$$

$$\frac{1}{2} \frac{dx}{dt} = \frac{a}{2} (\mu - \mu_0) + (x - x_0)^2 + \dots$$

$$\text{решение залоги по времени: } \frac{dx}{dt} = \sqrt{a} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{t}}, \text{ т.е. } \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{t}} = b$$

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{t}} = \frac{a}{6} (\mu - \mu_0) + (x - x_0)^2 + \dots$$

$$\text{тогда } x_n = x - x_0, \quad \frac{a}{6} (\mu - \mu_0) = \mu_n. \rightarrow \text{получим нелинейное уравнение}$$

$$\frac{dx}{dt} = \mu_n + x_n^2 + \dots$$

Гомогеническая бифуркация
сост. равновесия при $\mu=0$

Во линейных системах при $\mu=0$ сост. равн. не устойчив, а
множество решений само устойчиво. Нестационарные решения
при $\mu > 0$ становятся устойчивыми.

$$x = \mu x - x^2 \quad (3)$$

$$\dot{x} = \mu x + x^2 \quad (4)$$

Решение ур-е (3) и найдем сост. равновесия.

$$\mu x - x^2 = 0 \quad \text{Решение разделим на факторы}$$

$$\mu < 0$$

$$\mu = 0$$

$$\mu > 0$$

$$x = 0, \quad x = \mu$$

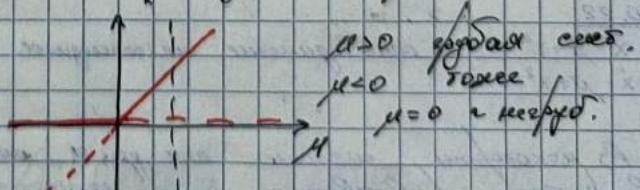
$$f' = \mu - 2x \\ f'(x=0, \mu=0) = 0 \\ \Rightarrow \lambda(0) = 0$$



$$\lambda(\mu) = f'(x_0, \mu_0)$$

Совокупность бифуркаций:

— устойч.
-- неуст.

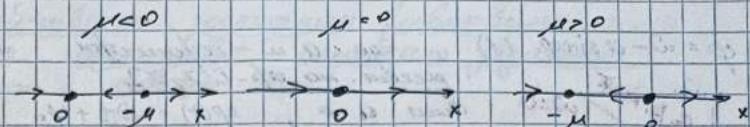


$\Rightarrow \mu=0$ — точка бифуркации.

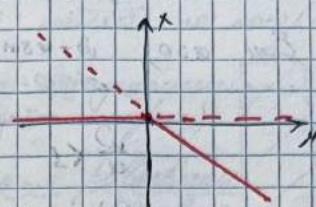
Решение ур-е (4), найдем сост. равновесия.

$$\mu x + x^2 = 0 \rightarrow x=0, \quad x=-\mu$$

$$f' = \mu + 2x$$



Бифуркационные диаграммы:



Трехкратное равновесие.

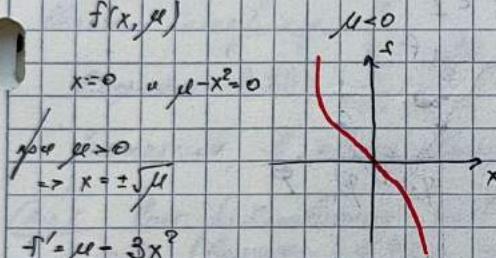
Рассмотрим пару дробных:

$$\dot{x} = \mu x - x^3 \quad (5)$$

$$\dot{x} = \mu x + x^3 \quad (6)$$

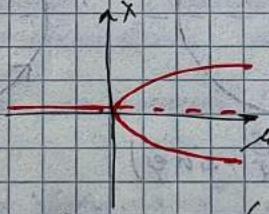
Рассмотрим уп-е (5). От-ся квадратичное уравнение приобр. вида $x^2 = -x$

$$f(x, \mu)$$



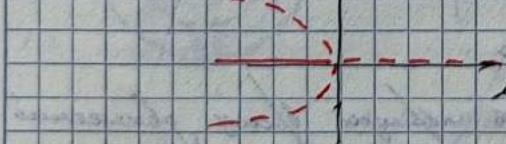
$$f' = \mu - 3x^2$$

Бифурк. диаграмма:



такие же бифуркации
имеют дробные
(6 или 3 кратные)
всё опт. вида дробные
принципы (стаб. яч.)

D/3: рассмотрим симметрич. дубл. в уп-е (6).



Изучали все бифуркации производимых в 6 дробных
множителях на графике.

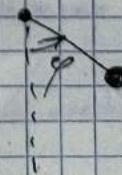
Динамическое описание
по орбитам.

$$\dot{\varphi} = F(\varphi) \quad (7)$$

$$F(\varphi + 2\pi) = F(\varphi)$$

однотипные

Рассмотрим уп-е:



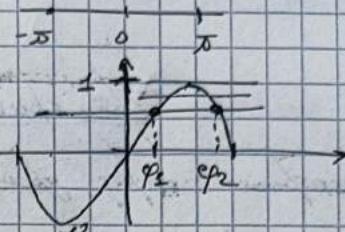
$$\dot{\varphi} = \omega - \alpha \sin \varphi \quad (8), \quad \text{где } \alpha, \omega - \text{коэффициенты}, \quad \omega > 0, \quad \alpha \geq 0$$

c.p. $\omega=0$

Если $\alpha = 0$, $\varphi(t) = \omega t + \varphi_0$

$$\text{Если } \alpha > 0, \quad \omega - \alpha \sin \varphi = 0 \\ \sin \varphi = \frac{\omega}{\alpha}; \quad \text{тогда } \frac{\omega}{\alpha} > 1$$

$$\frac{\omega}{\alpha} < 1$$



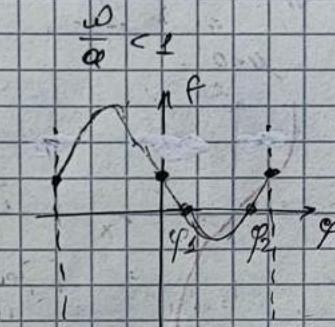
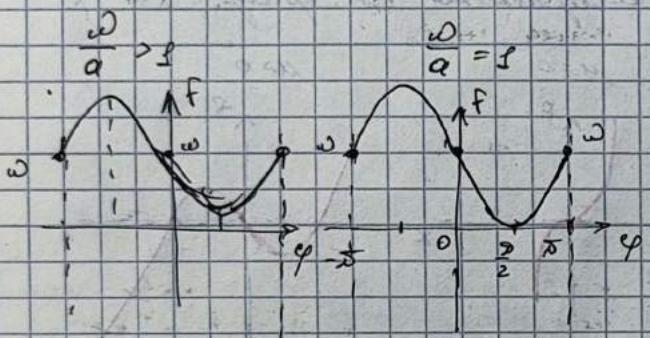
$$\varphi = \varphi_1 = \arcsin\left(\frac{\omega}{\alpha}\right)$$

где равновесия

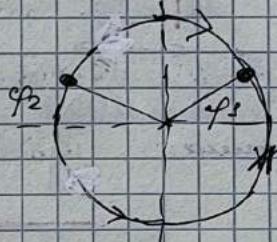
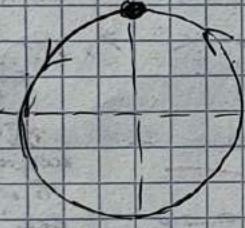
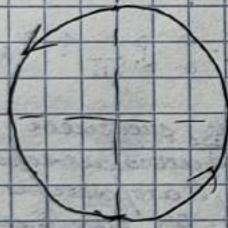
$$\varphi = \varphi_2 = \pi - \arcsin\left(\frac{\omega}{\alpha}\right).$$

Построим как функция $\dot{\varphi}$ будет меняться

$$\text{Если } \alpha = 1, \quad \varphi = \varphi_0, \quad \dot{\varphi}_0 = \frac{\omega}{2}$$



← Родные
параметры



$$\dot{\varphi} = \alpha \left(\frac{\omega}{\alpha} - \sin \varphi \right)$$

Неравномерное движение (спираль разомкнута, то $\dot{\varphi}^+$, то $\dot{\varphi}^-$)
избрано из-за нелинейности.

Бифуркация двухчастного равновесия.

Д/З. Для ур-я (8) постройте зависимость периода бифурк. движений от параметра α) "коаксиальный вид" ...

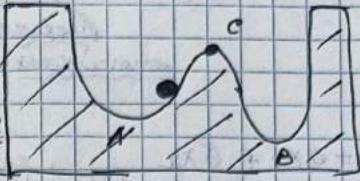
Уравнение аспередований равновесий: $\ddot{x} = -\mu x + x^3 - x^5$, $\mu > 0$.

Устойчивость состояния равновесия
имеет. согл. равн. начальных движений
следует.

Ясно что если движение идет, то оно неустойчивое движение.

(если движение говорить о возвращении
от него движение будь приводит обратно)

Оп-е устойчивости есть-я равновесия.
но погибну. А именно то, что движение



Равновесие $x = x^*$ $\dot{x} = F(x)$, где $x \in R^n$, $F: R^n \rightarrow R^n$.
Для устойч. согл. равновесия:

$$F(x) = 0 \quad (2)$$

Предположим, что $x = x^*$ - это из нач. согл. равновесия. Тогда
в исходном положении, что уст. согл. равн. зор. от возвращения.
После этого чисто практической возвращения из положения
всеобщий метод.

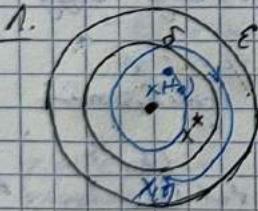
$$\text{Равн. } \|x\| = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{1/2} \text{ - это вектор.}$$

Замечание, в начальном пр-ве все нормы являются.

Оп-е. Согл. равновесия $x = x^*$ дает условие по погибну, если
это векторное $E > 0$ (также это можно сказали для всех единиц) можно
показать что $\delta(E) > 0$, то из неравенства (1)

$\|x^* - x(t_0)\| < \delta$ (3) ведет к тому: $\|x^* - x(t)\| < E$, $t > 0$,
где $x(t)$ - это же решение неравенства (2) оп-е нач.
равновесия $x(t_0)$ -> устойчивость по погибну.

Согл. равн. x^* любой нач. это движение. равновесия является
-точка.



Оп-е. Согл. равн. $x = x^*$ назыв. асимптотически
устойчивостью, если это уст. по погибну
и для $x(t), x(t_0)$ выполняется.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x^* - x(t)\| = 0$$

→ сходимость к точке равновесия

Рассмотрим движение согл. равновесия →
асимптотически устойчивое.



Замечание: если в оп-е такого δ не существует, то согл.
равн. назыв. неустойчивым. Согласно также вспомним
что существует δ такое что условие: $\delta \leq \epsilon$,
и можно ϵ задать с помощью движений возвращения

Делают это 3 способа:

1. Устойчивость в окрестности - если это уст. при любых н.у.
(без ограничений.)

2. Устойчивость в окрестности - если это уст. по определению к н.у.

из некоторой комплексной области.

3. Рассматривается в малой ~ если это нет. В малой изобрало, оно тоже решается.

Комплексная анал. задача,
исследование решения на разрывной
изображении.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = ax_1 + bx_2 \\ \dot{x}_2 = cx_1 + dx_2 \end{cases} \quad (4), \quad \text{где } a, b, c, d - \text{коэффициенты}$$

Хотим показать как берётся одно решение на разрывной изображении.

$$x = Ax, \quad A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Сначала, это в общем случае $x_1 = 0, x_2 = 0$ есть.

1) Множества решения даны в виде:

$$x_1 = B_1 e^{\lambda_1 t}; \quad x_2 = B_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$B_1 e^{\lambda_1 t} = a B_1 e^{\lambda_1 t} + b B_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$B_2 e^{\lambda_2 t} = c B_1 e^{\lambda_1 t} + d B_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$\begin{cases} B_1 (\lambda_1 - a) + b B_2 = 0 \\ c B_1 + (d - \lambda_2) B_2 = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a - \lambda_1 & b \\ c & d - \lambda_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(a - \lambda_1)(d - \lambda_2) - bc = 0 \rightarrow \lambda^2 - \lambda(a + d) + bd - bc = 0 \quad (6)$$

I. Найдётся вещественное корень $\lambda = \alpha$ (6).

1) Случай нечастичных корней; $\lambda_1 \neq \lambda_2$, $\lambda_1, \lambda_2 \neq 0$

Последнее, это составляет (4) одно решение на изображении линей

$$\begin{cases} u_1 = \lambda_1 u_2 \\ u_2 = \lambda_2 u_2 \end{cases} \quad (7)$$

нечастичных разрыв
на разрывах с.п. с разрывов коэффициентов

$$\begin{cases} u_1 = h_{11} x_1 + h_{12} x_2 \\ u_2 = h_{21} x_1 + h_{22} x_2 \end{cases} \quad (8)$$

также некомплексные коэффициенты коэффициентов и $\det \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \neq 0$

разрывов на брешах уравн. (8)

$$u_1 = h_{11} x_1 + h_{12} x_2 = h_{11} (ax_1 + bx_2) + h_{12} (cx_1 + dx_2) = x_1 (ah_{11} + ch_{12}) + x_2 (bh_{11} + dh_{12})$$

но в разрывной составляет одно решение (8) \square

$$u_1 = \lambda_1 (h_{11} x_1 + h_{12} x_2) \Rightarrow \begin{cases} h_{11} (a - \lambda_1) + c h_{12} = 0 \\ b h_{11} + h_{12} (d - \lambda_1) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

~ это одно решение нечастичных даже уравнений от этого
 h_{11}, h_{12} , она имеет разрывное решение,
если $\Delta = 0$.

II. $\Delta = 0$ ~ получим хар-ое п.е. ~ т.е., т.к. если $\lambda_1 \rightarrow \infty$
 $\det = 0 \rightarrow \infty$ одно решение

Если $c \neq 0$, то модуль из логарифмов $|h_{11}| = |h_{12}| = \sqrt{c(a-\lambda_1)}$ из логарифмов $|h_{21}| = |h_{22}| = \sqrt{c(a-\lambda_2)}$ из логарифмов $|h_{11}| = |h_{12}| = \sqrt{c(a-\lambda_1)}$, $c \neq 0$

$$\lambda^2 - (a+d)\lambda + ad - bc = 0$$

Сумма $a=0 \Rightarrow (2-a)(2-d)=0$, при $a=0 \quad d \neq 2$, д.к.
предположение о ненулевых λ подтверждается.

$$\Rightarrow \lambda_1=a \quad \Rightarrow \quad h_{11} = \rho e^{i\alpha \pi/2}$$

$$\lambda_2=d \quad h_{12} = -\frac{\rho}{\rho(d-\lambda_2)} =$$

Природа и амплитуда волны для 2го упр-я. (8)

1) реальная фаза волны: $h_{21}=0$, $h_{22}=\varphi$ н.приз. конст. при $c=0$
если $c \neq 0$: $h_{21}=0$, $h_{22} = -\frac{\varphi(a-\lambda_2)}{c}$, $c \neq 0$

2) не реальная $\rho = \varphi = \pm$
 $(a-\lambda_1)$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_1 = \lambda_1 - \frac{c}{c} x_2 \\ u_2 = \lambda_2 - \frac{c}{c} x_2 \end{cases}, \quad c \neq 0$$

$$\begin{cases} u_1 = \lambda_1 - (d-a) x_2 \\ u_2 = x_2 \end{cases}, \quad c=0, \quad d \neq 0$$

Дано: нач-е и нач-е ур-я (7.)

а) более дешевого звука. (λ_1 и λ_2 звукового звука.)

Решение в неравенствами буде з.з. получится:

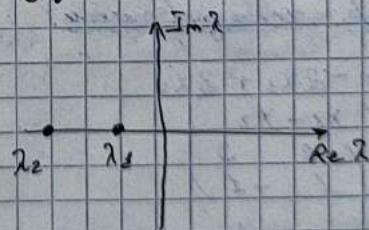
$$(10) \quad u_2 = C(u_1)^{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}, \quad \text{при } \text{одн.-ст} \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} > 1, \quad |\lambda_2| > |\lambda_1|$$

$C = \text{const}$

~ в этом случае ур-е (10) будет привести к концентрации.

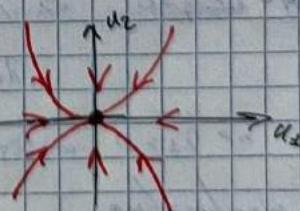
Пусть $\lambda_1 < 0$, $|\lambda_2| > |\lambda_1|$

т.к. $c = \text{const}$. н.приз. \rightarrow концентрации.
распределение.



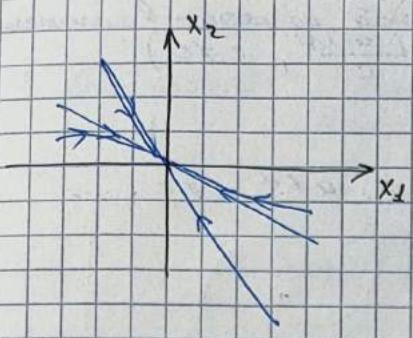
распределение
распределение
условие

Нач-е $u_2=0$ ~ верхнее нач-е
усл
а $u_1=0$ ~ низверхнее нач-е
усл

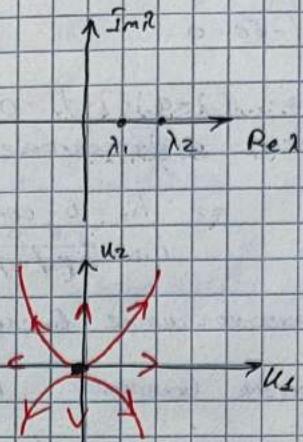


Как будет в исходных неравенствах? Симметрично ур-ю
 λ_2 и λ_1 через x_1, x_2 . \Rightarrow н.концентрация $u_1=0$ \rightarrow низверхнее нач-е
 $u_2 \rightarrow$ верхнее нач-е. \rightarrow распределение будет концентрации
верхнего распределения.

Например:



5) діаграма $|Re\lambda| > |Im\lambda|$, $\lambda_1, \lambda_2 > 0$



6) норма роздвоєних знаків.

$$\lambda_1 > 0, \quad \lambda_2 < 0$$

$$u_2 \cdot (u_1) = \text{const}$$

W^s - stable.
 W^u - unstable

В ахороні шагає
послідовно поступово аналогично.
Sp. σ експоненційні.

$$\kappa_1 = \frac{c}{a-\lambda_1}, \quad \kappa_2 = \frac{c}{a-\lambda_2}, \quad c \neq 0$$

$$\kappa_1 = \frac{c}{B}, \quad \kappa_2 = 0, \quad c = 0, \quad d \neq 0$$

причому $B\kappa^2 + (a-d)\kappa - c = 0 \rightarrow$ коренями є κ через c та d якоеук.

Конформний важе: єдино негат. по Лапунову.

Приклад аналізу:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 + 3x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\det(A - \lambda E) = 0 \Rightarrow \lambda^2 + 3\lambda - 1 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\Rightarrow \lambda_1 > 0 \quad \text{и} \quad \lambda_2 < 0 \Rightarrow \text{eigen.}$$

Sp. σ експоненційні.

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \lambda_1 \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

→ у перша

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 = \lambda_1 x_1 \\ x_1 - x_2 = \lambda_1 x_2 \end{cases} \rightarrow$$

аналогично для уточнювати.

$$x_2 = \frac{(\lambda_1 + 2)}{3} x_1$$

н-р - є негат. сепар.

Замечание о стационарных состояниях:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \lambda_1 U_1 \\ \dot{U}_2 = \lambda_2 U_2 \end{cases} \quad (1)$$

$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ ~ Замечание, что в случае одинаковых корней, существует две дроби.

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \lambda U_1 \\ \dot{U}_2 = \lambda U_2 \end{cases} \quad (2) \quad \text{а в этом случае с.п. неуст. дифференциальные уравнения}$$

уст. дифр. уравн. ~



$\lambda < 0$

Во (2) случае с.п. неуст. вырожденческое уравнение. ~ у него нет связующего полурешения, "есть ведущее".



$\lambda < 0$

ii) комплексно-сопряженные корни

$$\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta, \text{ где } \beta > 0$$

При выборе ненулевых корней (2) они не делятся на кратных ограничиваются на λ_1 и λ_2 . Вокруг центра сингулярности (2) справедливо "в окрестности к.с. корней, должно ли + ли должно быть комплексно-сопряженным".

$$\begin{cases} U_1 = U + iV \\ U_2 = U - iV \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Пусть } \lambda_1 = \alpha + i\beta$$

$$\Rightarrow ii + iV = (\alpha + i\beta)(U + iV) = \alpha U + i\alpha V + i\beta U - \beta V$$

$$\begin{cases} iU = \alpha U - \beta V \\ V = \beta U + \alpha V \end{cases} \quad (3) \quad \text{~нормализованное уравнение для с.с. корней}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} iU \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & -\beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}$$

Матричное уравнение.

Используя эту связь: можно изобразить все уравнения в виде
перехода к поларным координатам.

$$\begin{cases} U = r \cos \varphi \\ V = r \sin \varphi \end{cases} \quad \text{~переводим в поларную (3)}$$

$$\begin{cases} r \cos \varphi - r \sin \varphi \cdot i\varphi = \alpha r \cos \varphi - \beta r \sin \varphi \\ r \sin \varphi + r \cos \varphi \cdot i\varphi = \beta r \cos \varphi + \alpha r \sin \varphi \end{cases} \quad (4) \quad \begin{matrix} r \cos \varphi \\ r \sin \varphi \end{matrix} \oplus \begin{matrix} \alpha r \cos \varphi \\ \alpha r \sin \varphi \end{matrix}$$

Следует (4) - линейная система относительно r и φ .

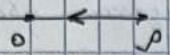
$$\begin{cases} \dot{r} = \alpha r \\ \dot{\varphi} = \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{r}/r = \alpha \\ \dot{\varphi} = \beta \end{cases} \quad (5)$$

$$(6) \Rightarrow \rho = C e^{\frac{-\alpha}{\beta} \varphi}, C=\text{const}$$

Задача обнаружена при $\alpha < 0$.

~ логарифм. спираль.

При $\alpha < 0$



~ спираль вращающаяся спирально
~ равнобежно ~ линия. убывающая
радиуса.

$\alpha > 0$



~ спираль разрушающаяся из-за
радио. ~ неуст. фокус.

при $\alpha = 0$

~ про. плоск. ρ

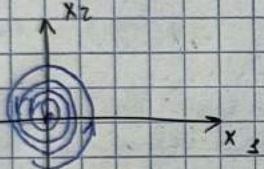
~ окружность, завис. от φ . радио -

стаци.

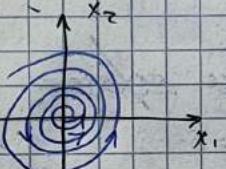
Устойч. фокус - асимптотически устойчив. Нестаб. фокус -
неуст. по Амплитуде.

Четверт. - устойчив по Амплитуде, но не асимптотически.

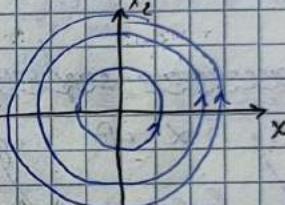
Рассмотрим сеть Вернадского с начальными условиями x_1, x_2 спираль
переходит в спираль. Амплитудость, т.е. четверт. могут
перейти в эллипс, т.е. преобр. амплитуду.



устойчивый фокус.



неуст. фокус.

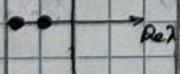


устойчивые центры,
т.к. $\alpha = 0 \Rightarrow \rho = \text{const}$

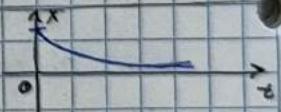
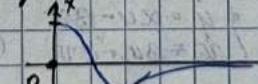
Комплексные вращающиеся
линейки.

Сост. равновесий Коэф. характерист.

Устойч. узел.

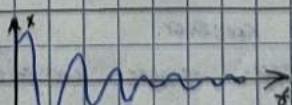
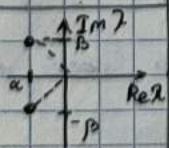


Комплекс.
движ.



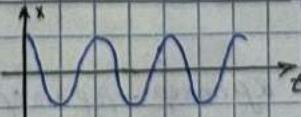
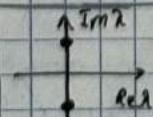
Затухающие однородные колебания.

Устойчивый фокус



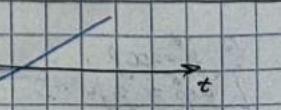
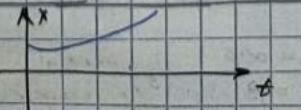
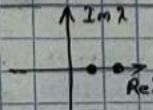
Затухающие однородные колебания.

Четверт.



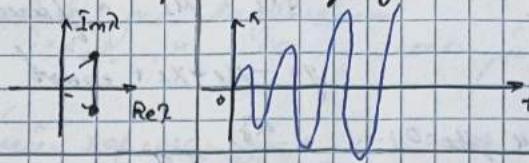
Периодич. колебания.

Неустойчивый
узел.

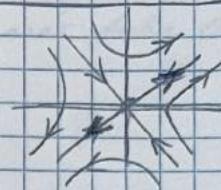
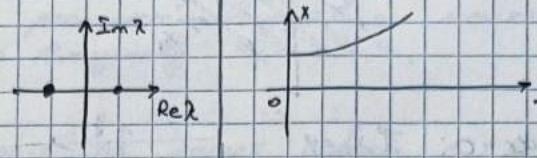


Нараст. апериодич. колебание

Монодром. рокче.



Седло



Несогласованное
равновесие.

Рассмотрим характеристическое уравнение

$$\lambda^2 - (\alpha + \beta)\lambda + \alpha\beta - bc = 0 \quad \text{где } \alpha, \beta, b, c \text{ это характеристики}$$

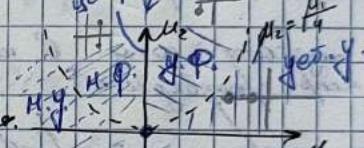
Обозначим через $\mu_1 = -(\alpha + \beta)$

$$\mu_2 = \det A = \alpha\beta - bc$$

то есть $\lambda = \frac{\mu_1}{2} \pm \sqrt{\frac{\mu_1^2}{4} - \mu_2}$

$$\Rightarrow \lambda^2 + \mu_1\lambda + \mu_2 = 0 \quad (7)$$

Хорошо работает правило $b < 0$ (μ_1, μ_2)
но сдвигом вправо



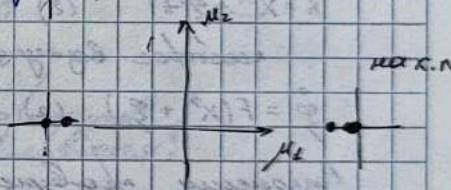
$$\mu_1 = \mu_2 = 0 \quad \text{такое же, рассмотр. седло}$$

(одно и то же равновесие)

$$\text{Люб } \mu_1 = 0; \mu_2 \neq 0 \Rightarrow \lambda_1 = 0, \lambda_2 = -\mu_1 \Rightarrow$$

$$D = \frac{\mu_1^2}{4} + \mu_2 < 0 \quad \text{нестаб. седло. корни}$$

$$\Rightarrow \mu_2 > \frac{\mu_1^2}{4}$$



$$\mu_1 \mu_2 < 0 \Rightarrow \lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0 \Rightarrow \text{бифурк.} \rightarrow \text{седло}$$

Седло всегда имеет одинаковую структуру с узлом.

Рассмотрим случай не прямой
 $\Leftrightarrow \mu_1 = 0$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha x_1 + b x_2 \\ \dot{x}_2 = c x_1 + d x_2 \end{cases} \quad (8)$$

$$\mu_2 = \det A = \alpha d - bc = 0$$

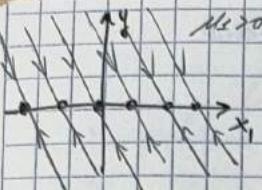
$$\mu_2 \neq 0$$

Второй видимо x_2 подчиняется уравнению: $ax_1 + bx_2 = y$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= y \\ \dot{y} &= ax_1 + bx_2 = ay + b(cx_1 + dx_2) = ay + bcx_2 + \frac{b(dy - ax_1)}{a} = \\ &= (a+d)y + (bc - ad)x_2. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = y \\ \dot{y} = -\mu_1 y \end{cases} \quad (9)$$

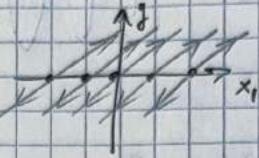
λ_2 следит за (9) вырождается седло-узел равновесия.
 $y=0$ - линия седло-узла равновесия.



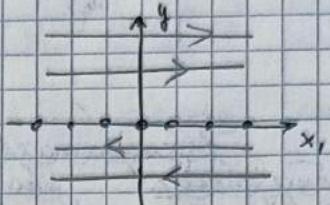
Если $\mu_1 > 0$; $\frac{dy}{dx_1} = \mu_1 > 0$ — убывающее

$$y = -\mu_1 \cdot x_1 + \text{const}$$

Если $\mu_1 < 0$:



Если $\mu_1 = 0$: $\begin{cases} x_1 = y \\ y = 0 \end{cases}$



Характеристика собственных
векторов линейных
однородных систем

$x = F(x)$ (1), где $x \in \mathbb{R}^n$, $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$.

$F(x) \sim$ матрица φ -а в кр. обласи $D \subset \mathbb{R}^n$. (матриця — матриця кр. фундаментальна.)

Найдем собсв. власн. $F(x) = 0 \Rightarrow x = x^*$ єдиниця в.п.

$x = x^* + \xi$ (2) \rightarrow перетавання в (1).
коже відмінення

$$\xi = F(x^* + \xi), (2)$$

Розглянемо графіко цієї в.п. Гілка до ξ

$$\xi = A\xi + \dots (3), \text{де } A \text{ — матриця } n \times n$$

$$A, a_{ik} = \left. \frac{\partial F_i}{\partial x_k} \right|_{x=x^*}$$

Рах. — найменшо елемент, обов'язково зменшує вимірюваного

$$\dot{\xi} = A\xi (3) \quad \text{буде зменшуватися в будь-якому$$

(4) $\dot{\xi} = B \cdot e^{kt}$, де B — вектор старту руха

Припустимо, зміни цег. ур-ні одн. собсв. B . Оскільки це одн. собсв. розв'язання, тоді її одн. собсв. B .

$$\det(A - kE) = 0$$

17.10.22.

Если цю матрицю характеризує ядро:

$$a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n = 0 \quad (5)$$

λ — характеристичний собсв. власн. ядро

Далі з даної матриці матриці ядро $a_0 \neq 0$ (матриця ядро

Рассмотрим линейную сист. (3).

Справедливое устб-е док. Платоновски:

1) Если $\operatorname{Re} \lambda_i < 0$, $i = 1, 2, \dots, n$, то сист. stab. асимптотически устойчива.

2) Если среди корней характерист. ур-я (5) есть хотя бы один с положительной реальной частью и чисто, то сист. stab. О неустойчива по Платонову.

3) Если характерист. ур-е не имеет корней с ... но имеет чисто-реальные корни с чистой веществ. частью, то сист. stab. поскольку бывает устойчиво (но не асимптотически), тогда в неустойчивом.

Если $\operatorname{Re} \lambda_i \neq 0$, $i = 1, n$, то характерист. ур-е устойчиво если рабл. имеет чисто-реальные корни с чистой веществ. частью.

Если $\operatorname{Re} \lambda_i < 0$ - асимпт. stab. и в неустойчивой системе.

Метод линеаризации (эти метод Платонова)

Удобн. опр. линеариз. устойчивость \rightarrow линеариз. система \rightarrow отбросить линейный член \rightarrow и заменять члены по схеме устойчивости.

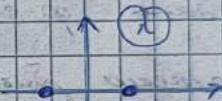
Пример $\begin{cases} \dot{x} = x - y \\ \dot{y} = 1 - e^x \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = 0 \\ 1 - e^x = 0 \end{cases} \rightarrow (0, 0) \quad x = 0 \\ y = 0$

Линеариз. устойч. (если дифр. уравнение) в т. 0

$$\det(A - \lambda E) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 1^2 - 2 - 1 = 0$$

$\Rightarrow 0$ - устойч.

Но это члены, где работает метод линеаризации?
Только в линейной однородности сист. рабл. устойчивы!



Критерий Райса - Гельфанд?

Сформулируем для характерист. ур-я (5). Составляется матрица Гельфанд в виде строке все члены-столбцы с чист. членами, а если

$$A_k = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ a_0 & a_1 & a_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_2 & \dots & \ddots & \\ & & & & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-2} & a_n \end{pmatrix} \quad \text{то } k > n \\ a_0 = 0, a_k = 0$$

то сист. устойчивая иначе первое на 1. и т.д. аналогично, но при членах чист. $\Rightarrow 0$, то работают a_1, a_2 .

Расс. выполнимый члены дифр. уравнения линеариз.

$$\Delta_1 = a_1, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}, \dots, \quad \Delta_n = a_n \Delta_{n-1}$$

и для того чтобы все корни характерист. ур-я (5) с чист. веществ. членами были. чисты ($\operatorname{Re} \lambda_i < 0$) необходимо, что бы, чтобы все члены дифр. уравнения были положительными \rightarrow значит сист. рабл. асимптотически устойчива.

Случай $n=3$: $\alpha_0 \lambda^3 + \alpha_1 \lambda^2 + \alpha_2 \lambda + \alpha_3 = 0 \quad | : \alpha_0$

$$\lambda^3 + \frac{\alpha_1}{\alpha_0} \lambda^2 + \frac{\alpha_2}{\alpha_0} \lambda + \frac{\alpha_3}{\alpha_0} = 0$$

$\underbrace{}_a \quad \underbrace{}_b \quad \underbrace{}_c$

$$\Rightarrow \lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c = 0 \quad (6)$$

матрица коэффициентов:

$$A_c = \begin{pmatrix} a & c & 0 \\ 1 & b & 0 \\ 0 & a & c \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = a, \quad \Delta_2 = ab - c, \quad \Delta_3 = c(ab - c)$$

$$\Rightarrow \text{условие: } \begin{cases} a > 0 \\ ab - c > 0 \\ c > 0 \end{cases} \rightarrow \operatorname{Re} \lambda_i < 0, \quad i=1, 2, 3$$

не каждая из линеек может иметь условие не параллельности

Второй метод Падчевского

в основании по сути-же устанавливается следующее

эквивалентное определение:

$$V(x_1, x_2, \dots, x_n) = \varphi\text{-изо Парчевского}$$

$$V(x) = \varphi\text{-изо Парчевского}$$

Такой есть критерий параллельности в обл. D . Для этого нужно

ищет для φ -изо Парчевского.

1) должна быть непрерывной, иначе перв. начн. приведение

в обл. D .



2) Зависимость от производных не

имеет.

Оп/ $V(x)$ назыв. производ. в обл. D , если она оп. в D и имеет

всю D и имеет производную функцию. этого производ. в D

всех других точках имеет производную в той же форме.

Пример: $V_1(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \rightarrow V(0, 0, 0) = 0, V(x_1, x_2, x_3) \neq 0$

для точек

$x_1 > 0, x_2 \neq x_3$

$$V_2(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_3)^2 + x_2^2$$

производ.

Если φ -изо. опред-ется, то поб-тии уровня $V(x) = C = \text{const}$, всегда замкнутые, и они C сра-зу же становятся и равновесными.

C^* , $C < C^*$, поб-тии C авт. замкнуты и имеют только внешнее

связь-во снаружки C^* , внешнее зеркало этого областя пересек.

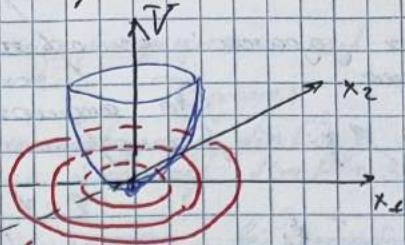
Задача.

Поб-тии не могут быть через полуплоск.

рабе. функция обл. Было такое пересечение

$$V(x_1, x_2, x_3)$$

$$\text{Возможен } g = 0 \quad V(x_1, x_2) = \frac{x_1^2}{a} + \frac{x_2^2}{b}$$



Что? Понимаю - уравнение
как число ненулевое
беско. производная производная.

число уровня.

Надо выбрать производную по V .

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \cdot x_i = \sum_{i=1}^n F_i(x) = (\operatorname{grad} V \cdot F)$$

Теорема 1.10 (устойчивость - goes to)
- Если функция V в \mathbb{R}^n симпл. и гладкая, то т. в. существует V для каждого x ,
знача производная. значение V для x есть V , то есть V есть рабе. 1.0
усл. по Панчукову.

Однако это не означает что оно устойчиво.

Теорема (не доказано. утвержд.)
- Если функция V в \mathbb{R}^n симпл. и гладкая,

знача производная. значение V , то есть рабе. Для каждого
производной производной. значение производной производной
и т.д.)

$$\begin{cases} x_1' = -x_1 + x_2 - x_1^3 \\ x_2' = -x_1 - x_2 - x_2^3 \end{cases}$$



Согласно Панчукову (однако это не означает что оно устойчиво
или нет, но в общем смысла решения нет.)

$$O(x_1 = x_2 = 0)$$

$$V = \frac{x_1^2}{a} + \frac{x_2^2}{b} \rightarrow V = x_1 \cdot x_1 + x_2 \cdot x_2 = x_1(-x_1 + x_2 - x_1^3) + x_2(-x_1 - x_2 - x_2^3) = -x_1^2 + x_1 x_2 - x_1^4 + x_2 x_2 - x_2^4 - x_2^4 = -x_1^2 - x_2^2 - x_1^4 - x_2^4 \leq 0$$

или 0 или 0 рабе.

$\Rightarrow O(x_1 = x_2 = 0)$ является устойчивым движением во всей плоскости

Это значит говорит об устойчивости во всей плоскости, что
это сложнейшее явление, и.т.д. и не существует до-ин Панчукова.

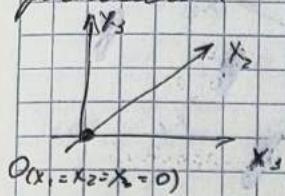
14

Приданое симпл. и гладкая в
3x производных производных.

Рассмотрим систему $\dot{x}_i = f_i(x)$ $(i=1, 2, 3)$
Пусть наши производные первые x_1, x_2, x_3 уп-я.

$$n=3, \lambda_i, i=1, 2, 3$$

Наша задача: построить на графике пр-во в об-ве трех физических.



По аналогии с одномерным есть наш расщепление спектра членами друг другом.

$$\vec{y} = A \vec{x}, \text{ где } A: 3 \times 3 \text{ матрица}$$

Множество правых и левых собственных ф-в.

$$U = M \vec{x}, \text{ где } \det M \neq 0$$

$$\begin{cases} U_1 = \lambda_1 u_1 \\ U_2 = \lambda_2 u_2 \\ U_3 = \lambda_3 u_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_1 = \lambda_1 u_1 \\ U_2 = \lambda_2 u_2 \\ U_3 = \lambda_3 u_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_1 = \lambda_1 u_1 \\ U_2 = \lambda_2 u_2 \\ U_3 = \lambda_3 u_3 \end{cases}$$

$$u_1(t) = U_1 \cdot e^{\lambda_1 t}; u_2(t) = U_2 \cdot e^{\lambda_2 t}; u_3(t) = U_3 \cdot e^{\lambda_3 t} \quad (8),$$

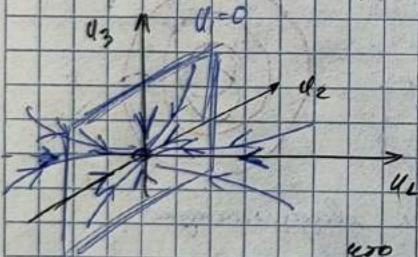
$$\text{т.е. } u_i = \text{const.}$$

\Rightarrow Определим, если $\operatorname{Re} \lambda_i < 0, i=1, 2, 3$ - физическое движение устойчиво.

1. Корни λ_i одного знака.

1) Случай одно корней $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$

$$\partial U = 0 \text{ для решения } y' - g = 0 \quad (7)$$



Если полагаем $y' - g = 0 \Rightarrow$ фиксировано U_1 , но для движения оп-ва $y' - g = 0$ $\lambda_1 < 0$ \Rightarrow физическое с о. движение, но не устойчиво.

Говорим с таким движением устойчиво, т.к. оно не содержит пересечений с нейтральными.

$$\text{Пусть } u_2 \neq 0 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_2^0}{U_1^0} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t}$$

U_2 фиксировано

$$\lambda_2 > \lambda_1 > \lambda_3$$

т.е. y_2 и y_3 ед.

$$\frac{U_3}{U_2} = \frac{U_3^0}{U_2^0} e^{(\lambda_3 - \lambda_2)t}$$

\Rightarrow все остальные фиксированы и имеют одинаковую фазу.

24.10.22

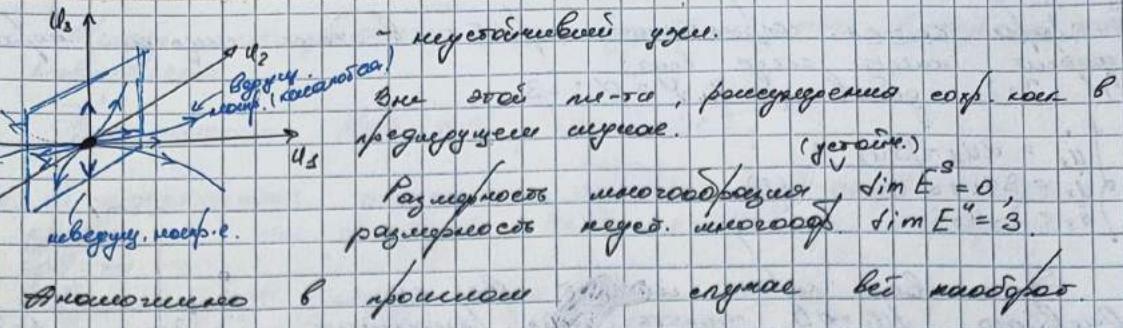
Пусть все корни этого ур-я суть неоднозначные.

т.е.

$$\begin{cases} U_1 = \lambda_1 u_1 \\ U_2 = \lambda_2 u_2 \\ U_3 = \lambda_3 u_3 \end{cases} \quad (5)$$

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \operatorname{Re} \lambda$

Несложно видеть, что не-о. $y' - g = 0$ для решения этого существует. Но это не-о. оп-ва для соответствующих ур-я



II. Рассмотрим $\lambda_1, \lambda_2 < 0, \lambda_3 > 0$

$$\begin{cases} u_3 = \lambda_1 u_1 \\ u_2 = \lambda_2 u_2 \\ u_3 = \lambda_3 u_3 \end{cases}$$

Используя 3 из 4 уравнений, получим

$u_3 = \lambda_3 u_3$ (единственное неустойчивое решение)

Но непосредственно $\delta u_3 + u_3 = 0 \Rightarrow$ нет решений для u_3
 $u_3 = \lambda_3 u_3, \Rightarrow \lambda_3 > 0 \Rightarrow$ градиентный поток отходит
 от равновесия. $\delta u_3 = 0$

При осцилляции векторное поле имеет вид

$$V = \frac{u_1^2}{2} + \frac{u_2^2}{2}, \quad V = u_1 \cdot \lambda_1 u_1 + u_2 \cdot \lambda_2 u_2 = \lambda_1 u_1^2 + \lambda_2 u_2^2 \leq 0 \quad (\text{т.к. } \lambda_1, \lambda_2 < 0)$$

расширяющийся вектор $V = \text{const}$ \rightarrow неустойчивый узел.

Быть может u_3 "пронизывает" по пути первого ограничения.

Но здесь первое ограничение не выполняется.

В конечном первоведении (2) градиентный поток (1) не имеет первых ограничений. V возрастает вдоль и следовательно все равно. При этом градиентный поток стремится к $t \rightarrow \infty$ градиенту с постоянной скоростью $\delta u_3 = 0$ — это равновесие называется "спиралью", градиент $\delta u_3 = 0$ — это же, что и градиент многообразия спиралей (E^s), а $\delta u_3 = 0 \sim$ неустойчивое многообразие спиралей (E^u)

$$\Rightarrow \dim E^s = 2; \dim E^u = 1$$

Линии $u_3 > 0$ и $u_3 < 0$ — касательные к градиенту.

Все неустойчивые многообразия находятся на линии $u_3 = 0$. Если выберем точку в $u_3 = C, u_2 = 0, u_1 = 0$ при $t = 0$, то при $t \rightarrow \infty$ мы получим устойчивое равновесие, если же $u_3 \neq 0$, то при $t \rightarrow \infty$ мы получим неустойчивое равновесие.

Таким образом, неустойчивое равновесие является неустойчивым.

a) Рассмотрим $\lambda_1 < 0, \lambda_2, \lambda_3 > 0$

Все расширяющиеся векторы аналогичны.

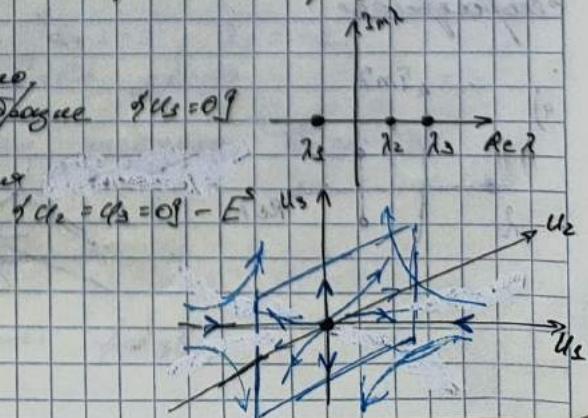
$$\text{т.к. } \lambda_2, \lambda_3 > 0 \Rightarrow \text{сущ. неустойчивое } \delta u_3 = 0$$

Одномерное многообразие задается

Аналогично спирале гиперболической

$$V = \frac{u_1^2}{2} + \frac{u_2^2}{2} \quad \delta u_3 = 0$$

$$\Rightarrow \dim E^u = 2; \dim E^s = 1$$



III. Третий случай - однозначных корней: в этом случае все корни реальны и несинг. симпл. $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$ - действ. , $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta$

$$\begin{aligned} u_3 &= \alpha u_1 - \beta u_2 \\ u_2 &= \beta u_1 + \alpha u_2 , \quad (3) \\ u_3 &= \lambda_3 u_1 \end{aligned}$$

Тогда все корни имеют $\operatorname{Re} < 0$
Одно действ. $\lambda_{1,2} = 0$ - это-то и есть решенное
этой системы
 $\lambda_{1,2} = 0$ - уст. -案子 - это-то и есть фокус.

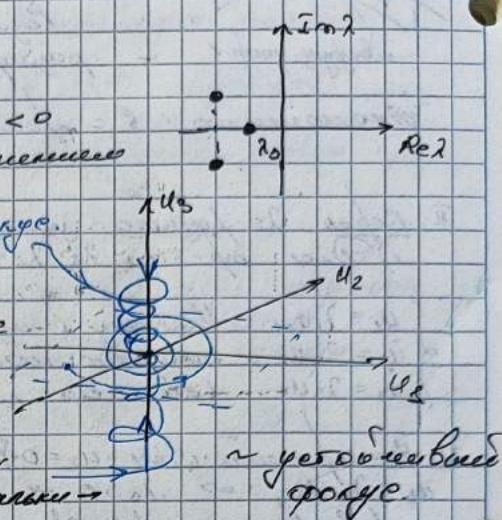
$\dot{u}_1 = 0, u_2 = 0$
Все эллипсы прямые, впереди вправо -
движущиеся:

$$V = \frac{u_1^2 + u_2^2}{2}$$

$\Rightarrow V = \alpha(u_1^2 + u_2^2) < 0$ -> все расходящиеся
спиралей к прямым. (+ к спиралей -
откуда скручив к центру.)

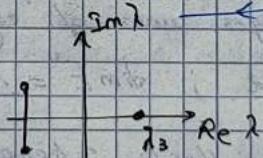
$$\Rightarrow \dim E^3 = 3, \quad \dim E^4 = 0$$

2) Тогда кроме всех имеющихся
-> имеется что звено будет
пере. фокус, право имеющихся
стремясь в пр. сооружу в прямых
движущиеся



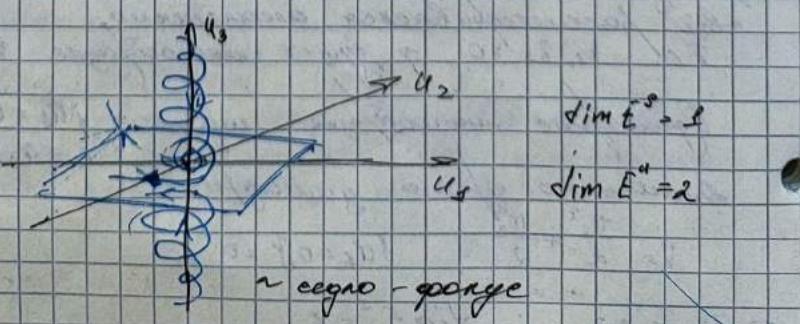
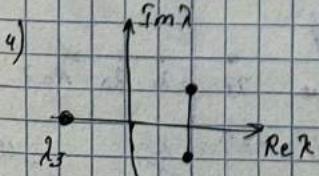
3) Тогда лин. корни $\operatorname{Re} = 0$
-> все узлы симпл. и несинг.

E^4
 u_3
 u_2
 u_1
 E^3
 u_4
стремящиеся



так что эта узла узлов. из $u_3 \rightarrow$
единственные, впереди u_3 звено
имеется. все стремится.

$$\Rightarrow \dim E^3 = 1; \quad \dim E^4 = 2$$



1. Метод ненасыщенных параметров имеет 6 ограничений.

Применим для $\operatorname{Re} \lambda_i \neq 0$, где $i=1, 2, 3$.

2. В нелинейных системах настолько сложный \rightarrow 350 приведен. (не приведен, не подходит) и неподходящий.

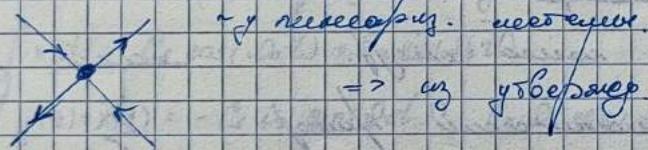
Но существует способ проверки ненасыщенных параметров.

Теорема (Бюффонова - Хардманна).
Если есть одна из трех, то в первом приближении имеется ненасыщенный параметр, имеющий вид
(такие особые значения константных коэффициентов), что ведет к тому, что для каждого из трех первых ненасыщенных параметров, имеющихся в системе, имеется первое приближение из ненасыщенных параметров, соответствующих ненасыщенным системам с одинаковыми коэффициентами.

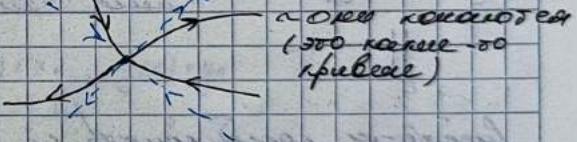
Следует упомянуть, что для первого ненасыщенного параметра имеется более сложный, чем для остальных, способ проверки ненасыщенных параметров. (если $\operatorname{Re} \lambda_1 \neq 0$)

Для этого требуется и убедиться в многосторонней ненасыщенности, а также в том, что система является однозначно определимой ненасыщенной системой.

Пример: доказать ненасыщенность системы



\Rightarrow из утверждения выше для ненасыщенных параметров.



Пример: рассмотрим следующую:

$$\begin{cases} \dot{x} = x - y^2 - z^2 \\ \dot{y} = -y \\ \dot{z} = -2z \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ненасыщенность (циклический спираль).

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & -1-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -2-\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = -1; \quad \lambda_2 = -1; \quad \lambda_3 = -2$$

$$E^S = \{(x=0, (y, z) \in \mathbb{R}^2)\}.$$

В линейных системах всегда W

$$E^U = \{y=0, x \in \mathbb{R}\}$$

$$\Rightarrow W^U \sim \text{одн. сист.}$$

$$W^S = \{x = \frac{-y^2}{3} + \frac{2z^2}{5}\} \quad \sim \text{циклический спираль.}$$

Лекция

$$x - \frac{y^2}{3} - \frac{z^2}{5} = 0$$

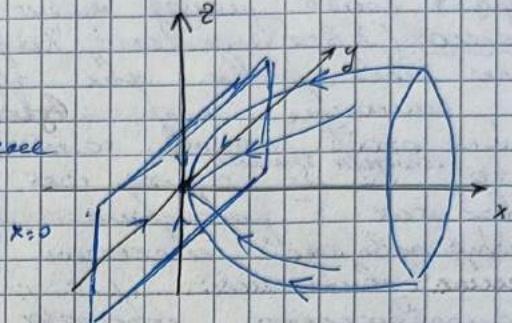
$$x - \frac{2}{3}y \cdot y - \frac{2}{5}z \cdot z = 0$$

$$x - y^2 - z^2 + \frac{2}{3}y^2 + \frac{4}{5}z^2 = 0 ?$$

$$\text{Всегда } x = \frac{y^2}{3} + \frac{z^2}{5}$$

$$\frac{y^2}{3} + \frac{z^2}{5} - \frac{1}{3}y^2 - \frac{2}{5}z^2 = 0$$

\rightarrow 6 членов. исключить по циркулю
один из эллипсов.

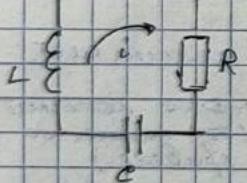


31.10.22.

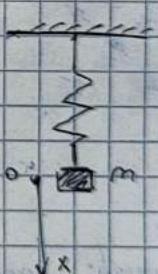
Линейный и нелинейный демпферы

Демпфер - приспособление для смягчения вибрации, возникшей при работе. С демпфером можно уменьшить амплитуду колебаний. Пример с демпфером смягчения: резинка (например, резиновые конусы, кутиры, гусиные лапки и т.д.), винты, поглощающие удары, а также резонаторы.)

Демпфинга ненеиной осциллятора.



- приспособление для смягчения колебаний
или демпфинга колебаний.



Рассмотрим конд. контур (i - ток в контуре, q - заряд на конденсаторе.)

$$(1) U_1 + U_R + U_C = 0, \text{ где } U_1 = L \frac{di}{dt}, U_R = Ri, U_C = \frac{q}{C}$$

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (2) \quad \text{Будем предполагать, что} \quad (3)$$

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (4) \quad / : L$$

Представим предположение: $q \rightarrow x$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dx}{dt} + \frac{x}{LC}$$

$$\text{Предположим: } d\omega = \frac{R}{L}, \frac{1}{LC} = \omega_0^2$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2d\omega \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (4)$$

$d\omega$ - собственная частота в контуре.

ω_0 - собственная частота осциллятора

Задача (4) - ур-е механического осциллятора с диссипацией.

Гармонический осциллятор.

Журналистка, что в ур-е имеются свободные коэффициенты. Такие же коэффициенты, где выражены ω_0 - константы.

$$\ddot{x} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \dot{y} = -\omega_0^2 x \\ \dot{x} = y \end{cases} \quad (5) \quad \Rightarrow x(0,0) - \text{e.p.}$$

Коэффициент ω_0 характеризует механическое колебание. (свободное или несвободное.)

$$\omega_0^2 + \omega_0^2 = 0 \quad (6), \quad \text{но физ.-многу} \quad \omega_0 > 0$$

$$\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0 \Rightarrow \text{т.к. несвободное колеб. - гидр. e.p. - осцилл.}$$

Движение ур-я осциллятора: $\frac{\dot{y}}{\sqrt{x}} = -\frac{\omega_0^2 x}{y}$

$$\frac{y^2}{x} + \omega_0^2 \frac{x^2}{y^2} = \text{const} \quad (*) \quad \text{ур-е интегрируется.}$$

$y > 0 \Rightarrow \dot{x} \geq 0 \Rightarrow x - \text{растущий} \rightarrow \text{переход вправо}$

$y < 0 \Rightarrow \dot{x} < 0 \rightarrow x - \text{убывающий} \rightarrow \text{переход влево.}$

Все процессы в таких ф-х осцилляторах \rightarrow периодические колебания.

Старт (x_0, y_0) произв. нач. условия.

$$x(t) = C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t) \quad (8)$$

$$y(t) = \dot{x}(t) = -C_1 \omega_0 \sin(\omega_0 t) + C_2 \omega_0 \cos(\omega_0 t)$$

Нач. нач. у. колеб.

$$x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0$$

$$x_0 = C_1, \quad C_1 \omega_0 = y_0 \Rightarrow C_2 = \frac{y_0}{\omega_0}$$

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{y_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \quad (9)$$

$$y(t) = -\omega_0 x_0 \sin(\omega_0 t) + y_0 \cos(\omega_0 t)$$

Частота колебаний $x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{y_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$

$$y_0 = -\omega_0 x_0 \sin(\omega_0 t) + y_0 \cos(\omega_0 t)$$

- это несвободное колебание. У него отсутствует $\cos(\omega_0 t)$ и $\sin(\omega_0 t)$, решениями являются гармоники.

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_0 & y_0 \\ y_0 & -\omega_0 x_0 \end{vmatrix} = -\omega_0^2 x_0^2 - \frac{y_0^2}{\omega_0^2}, \quad \dots \quad \text{единица колебаний.}$$

$$\cos(\omega_0 t) = 1, \quad \sin(\omega_0 t) = 0 \rightarrow \tau = \frac{\omega_0}{\omega_0}$$

→ Все гармонические движения одинаковы и это есть первое определение.
(период колебаний не зависит от нач. положения.)

Решение этого уравнения можно получить в комплексном виде:

$$a \sin(\omega t) + b \cos(\omega t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$A = \sqrt{a^2 + b^2} ; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a} \quad \text{~---~ амплитуда.}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = A \sin(\omega t + \varphi) \\ y = A \omega \cos(\omega t + \varphi) \end{cases}, \quad \text{где } A = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega_0 x_0}{y_0}$$

След. (13) показывает, что в нач. конфигурации начальное изменение координаты.

Пр-е (9) определяет закон сопротивления движению.

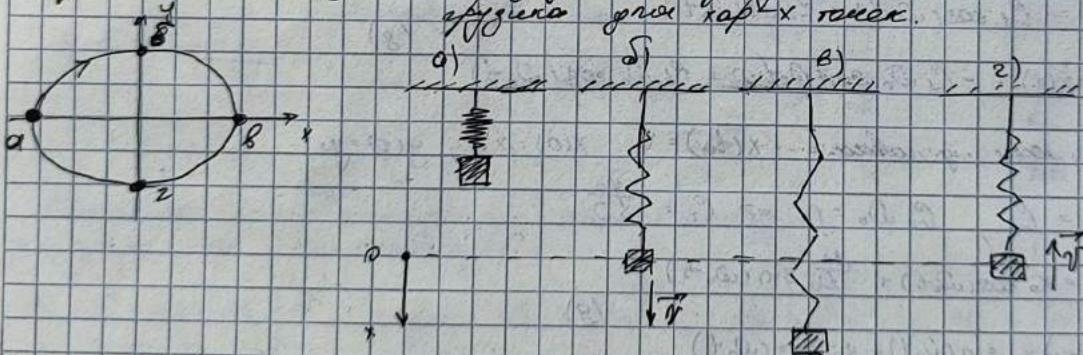
$$\frac{y^2}{2} + \omega_0^2 \frac{x^2}{2} = \text{const}$$

$$E_k = \frac{A^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)}{2} \quad (12)$$

$$E_n = \frac{A^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)}{2}$$

E_k и E_n во времени изменяются, но в сумме они постоянны.

Вспомогательное к физическому явлению выражение



Приобретенный экспериментально факт

В реальных процессах всегда присутствует рассеяние или потери энергии. (погр., трением, вих. звуком в воздухе.)

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\omega_0^2 y - \delta \omega_0 x \end{cases} \quad (13)$$

Решение этого уравнения для $\delta > 0$ (запишем на доске сопротивление)

$$x^2 + \delta^2 x^2 + \omega_0^2 x^2 = 0 \quad (14)$$

$$\delta > 0 : \quad 1) \delta^2 - \omega_0^2 < 0$$

$$\lambda_{1,2} = -\delta \pm i\sqrt{\omega^2 - \delta^2}$$

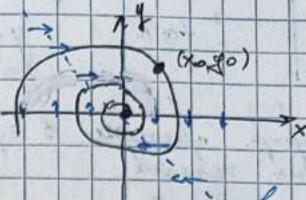
- физ. ус. ооогие.

для краевого вибрации $\omega = \sqrt{\omega^2 - \delta^2}$

Условия - прямая, которую проекция
пересекают под прямым углом или параллельно
в точке пересечения.

$$y=0 \rightarrow \dot{x}=0, \ddot{y} = -\omega^2 x$$

проц. проецирует так, что соответствует
изоклинальным вертикальным линиям.



Условия, при которых исключаются:
прямой пересек. проецирует так, что более горизонтально.

Запись явн. исчезает из-за: для коорд.: $x(0) = x_0$,
 $y(0) = y_0$,

- если нет, получаем:

$$\begin{cases} x = e^{-\delta t} [x_0 \cos(\omega t) + \frac{(y_0 + \delta x_0)}{\omega} \sin(\omega t)], \\ y = e^{-\delta t} [y_0 \cos(\omega t) - \frac{(\omega^2 + \delta^2)x_0 + \delta y_0}{\omega} \sin(\omega t)] \end{cases} \quad (15)$$

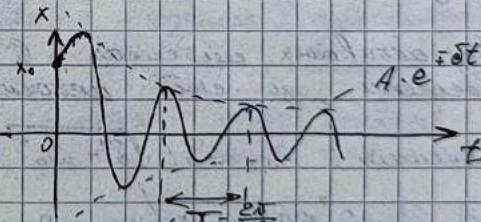
Бес. гр-ки вибрационного процесса: синусоид гр-ки:

$$\begin{cases} x = A e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi), \\ y = \sqrt{\delta^2 + \omega^2} A e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi - \Theta) \end{cases}$$

$$\text{зде } A = \sqrt{x_0^2 + \frac{(y_0 + \delta x_0)^2}{\omega^2}}, \quad \varphi = \frac{\omega x_0}{\delta}, \quad \Theta = -\frac{\omega}{\delta}$$

Дискретный - задерживающий процесс.

Картина амплитуды:



Вибрации называют - нестационарными
периодичностью (1) - гармоническими

Гармоническое движение естественных механических

$$x(t_1) = A e^{-\delta t_1}$$

$$x(t_2) = A e^{-\delta t_2}, \quad t_2 > t_1$$

$$\Rightarrow \frac{x(t_1)}{x(t_2)} = e^{\delta(t_2 - t_1)} = e^{\delta T} = e^{\frac{2\pi\omega}{\delta}}$$

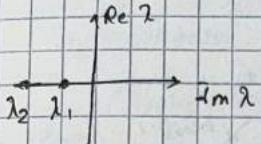
$$\delta = \ln \frac{x(t_1)}{x(t_2)} = \delta \omega - \frac{2\pi}{\omega} \sigma$$

\rightarrow это - движение с постоянной частотой со временем, т.е. члено.

Вибрации называют гармоническими
периодичностью естественных движений
в естественном порядке, т.е. движение в
вибрации можно представить в виде

1) гармо. движении колебаний
одного порядка син. конс.
периодич. в ест.

$$2) \lambda_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} \rightarrow \text{устойчивый узел.}$$

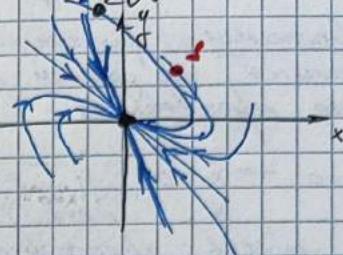
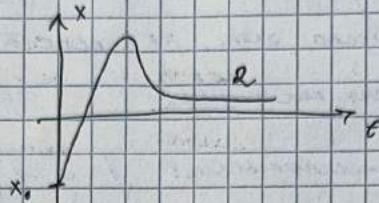
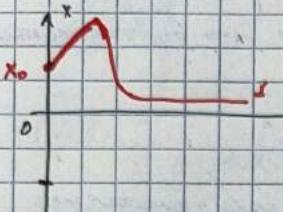


Множество векторов первые и неизвестные шаг-а:

$$\begin{aligned} y &= \lambda_1 x - \text{стаб. н.ф.} \\ f &= \lambda_2 x - \text{неstab.} \end{aligned}$$

Хар-к. приведен
различных генер.

Б. с.п. различий в



ДЛ. 11.20.

Устойчивый осциллятор с
"стаб-и" защелчкой.

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\delta y - \omega_0^2 x \end{cases} \quad (\text{3})$$

если $\delta < 0$. Затем можно описать.

$$E = \frac{y^2}{2} + \omega_0^2 \frac{x^2}{2}$$

$$\frac{dE}{dt} = y \cdot \dot{y} + \omega_0^2 x \cdot \dot{x} = -\delta y^2 - \omega_0^2 x y + \omega_0^2 x y = -\delta y^2$$

тогда $y \neq 0 \rightarrow \frac{dE}{dt} \geq 0 \sim$ расходящийся.

однако пресколько в сторону возр-я

С доз-ой засечки засечка - это некая обработка.

В/активных способах, в которых пресколько засечка засечка
б/о засечки, за счет неизвестных способов.

$$\text{Вспомним: } \lambda_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

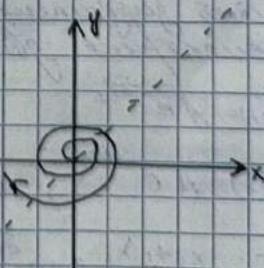
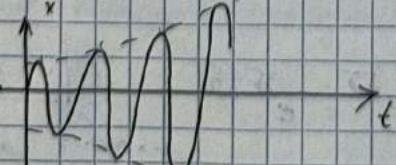
$$1) \delta^2 - \omega_0^2 < 0 \rightarrow \text{стабил. } \lambda_{1,2} = -\delta \pm i\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \rightarrow \text{устойчив. засечка}$$

$$2) \delta^2 - \omega_0^2 > 0 \rightarrow \text{неустойчивый узел.}$$

$$\delta y = -\omega_0^2 x$$

$$y = -\frac{\omega_0^2 x}{\delta} \rightarrow \text{с нач. неизвестн.}$$

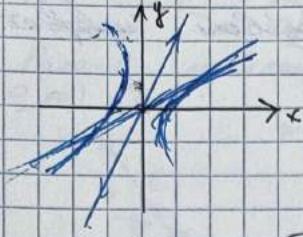
Задача засечка:



Водорущие и неизвестные шаг-а - пресколько

пресколько - неизвестных.

Также входит хар-к. засечка. неизвестное значение начального



$$\dot{x} = -f.$$

Динамическое уравнение первого порядка.

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -\alpha y - f(x) \end{cases} \quad (2) \text{ подобранеие линейного дифференциала, где } f(x) - \text{ неизвестный коэффициент}$$

1) Наиболее изученное с конспектом линейного дифференциала.

$$\dot{x} + f(x) = 0$$

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = f(x) \end{cases} \quad (3) \text{ Классическое уравнение первого порядка, неизвестный коэффициент } f(x)$$

$$t=t_0, \quad t, \quad x(t_0)=x_0, \quad y(t_0)=y_0$$

$$y \dot{y} = -f(x) \dot{x}$$

$$\Rightarrow \frac{y^2}{2} - \frac{y_0^2}{2} = - \int_{x_0}^x f(x) dx = - \int_{x_0}^x f(x) dx - \int_{x_0}^x f(x) dx$$

$$\Rightarrow \frac{y^2}{2} + \int_{x_0}^x f(x) dx = \frac{y_0^2}{2} + \int_{x_0}^x f(x) dx = h$$

const

\Rightarrow Решение в виде

$$\frac{y^2}{2} + \int_{x_0}^x f(x) dx = h$$

$E_n = \frac{y^2}{2}, \quad E_n = \int_{x_0}^x f(x) dx$, если h будет конс., это решението неиз. \rightarrow зондажное уравнение, при котором нет никаких колебаний.

1) Задача, когда все конс. равны нулю. решен. имеет вид $y=0$, а конс. $f(x)=0$. \Rightarrow максимум этого конс. п.

2) Дифф-и по $x \rightarrow E_n$.

$\frac{dE_n}{dx} = f(x) \Rightarrow E_n(x)$ имеет экстремумы, если конс. конс. не конс.

3) $y \rightarrow -y$ ничего не меняется (решение, противоположное решению $y=0$).

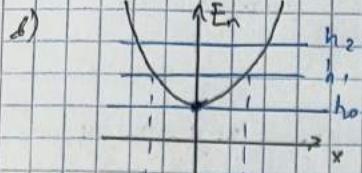
$$4) \sqrt{y} = \sqrt{h - E_n(x)} \Rightarrow h - E_n(x) \geq 0 \Rightarrow E_n(x) \leq h$$

$$5) \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \sqrt{h - E_n(x)} = \frac{\sqrt{E_n(x)}}{\sqrt{h - E_n(x)}} =$$

$\frac{\sqrt{E_n(x)}}{\sqrt{h - E_n(x)}}$

$$\frac{dy}{dx} = \begin{cases} < 0, & \frac{\sqrt{E_n(x)}}{\sqrt{h - E_n(x)}} > 0 \\ > 0, & \frac{\sqrt{E_n(x)}}{\sqrt{h - E_n(x)}} < 0 \end{cases}$$

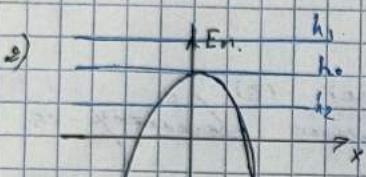
Несимметрическ, крн - $E_n(x)$ \rightarrow процесс дифракции изображ.



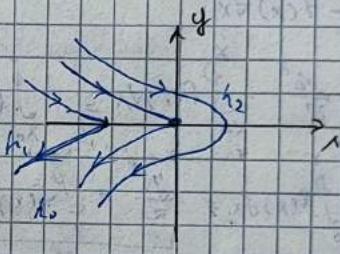
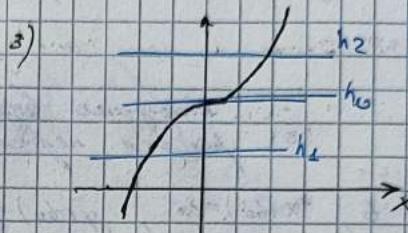
- симметрический изображ.

as симм.

Если несимметрический изображ. \rightarrow форма будет искажена. \rightarrow изображение приобретает искажения.



если



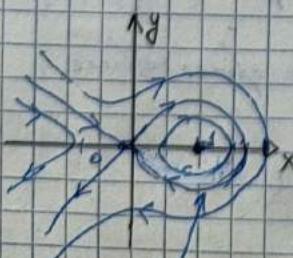
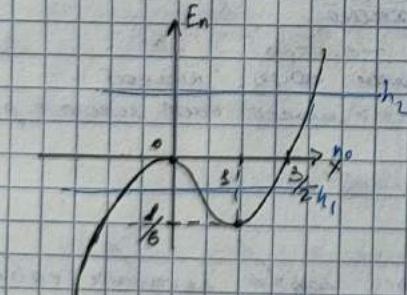
Пример: $\ddot{x} + x^2 - x = 0$

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \ddot{x} = -x^2 + x \end{cases} \quad (4)$$

$$E_n = \int_0^x f(x) dx = \int_0^x (x^2 - x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}$$

$$E_n(0) = 0, \quad E_n\left(\frac{3}{2}\right) = 0$$

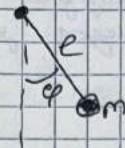
$$\frac{dE}{dx} = x^2 - x(x-3)$$



аналогичные процессы (свободное изображение)
as симм. изображение.

Пас-ио несомненно образует группу с «эти» пасами и.
(см.)

Язык отдален от Верхнелан.



$$J = \frac{V_0}{R} = \frac{2 \pi f L}{k}, \quad J - \text{neuronal response} \approx 0$$

$$J = m e^x, \quad \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Илья - исследователь своих реакций на воздух, (+ свои
формы \sim 25)
Илья исследует воздух своими формами. Он также исследует.

$$M_1 = -mg \sin \phi, \quad M_2 = -\kappa l^2 \dot{\phi}$$

8.11.22. Просовинец в селение где живет.

$$mc^2 \frac{dy}{dt} = -mgC \sin\varphi - kC^2 \frac{y^2}{t^2} \quad (15)$$

$$\frac{mc^2}{mge} \frac{d^2\phi}{dt^2} + \sin\phi r \frac{kc^2}{mge} \frac{d\phi}{dt} = 0$$

сделалась длительной брюховатой.

~~700, 400~~

$$\frac{f_{\text{ep}}}{f_0} = \frac{f_{\text{ep}}}{\sqrt{\Sigma}} \cdot \frac{\sqrt{\Sigma}}{\sqrt{t}} = \frac{f_{\text{ep}}}{\sqrt{\Sigma}} \sqrt{\frac{1}{t}}$$

$$\frac{12}{5} = \sqrt{\frac{9}{4}}$$

~ разо съединяюсь съ всеми

$$\text{одномерное} \quad \mu = \frac{\alpha e}{m q} \cdot \frac{1}{e} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \text{решение} \dots \text{одномерн. дифр. в кв.}$$

$$\ddot{\varphi} + \sin\varphi + \mu \dot{\varphi}^2 = 0 \quad (6) \quad \rightarrow \mu - x \dot{\varphi}^2 - \text{дискриминант}$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = y \quad (7)$$

79

Pazdref. gray np. Eo → 2

а поскольку есть еще ученик, то можно распределить его между двумя группами №№ 1-2.

$$G = S^1 \times R$$

одозн. определены.

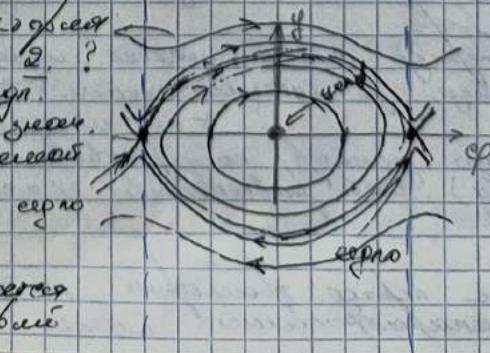
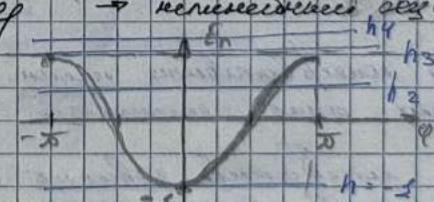
$$1) \text{ Друг } \mu = 0 \Rightarrow f_{ij} = g - \sin \varphi \rightarrow \text{ неизмененное движение}$$

$$E_p(\varphi) = -\cos \varphi$$

при $h < -1$ \Rightarrow есть один
единственный изолированный

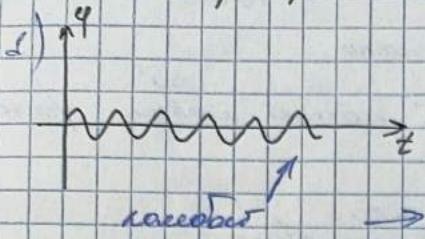
Задачи: какая задача стоит
перед новым сенатором № 2?

Около середи прошлого засіння
з висадкою, т. є. около середи зелені
зразки бородичів зелені в сажанців
також. О) → курп.
зелено зелено подсія.

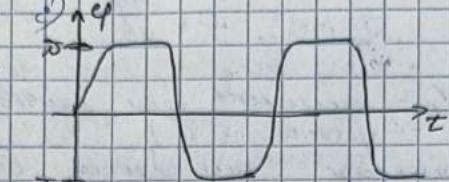


Нарисуй свою роль и расскажи о ней
Было разнесено по всему городу

Возможен $\varphi(0) = \pi$ и $y(0) = 0$ единственный осц. равн. $\rightarrow \sin \varphi \approx \varphi$ \rightarrow переход в нач. состоян. осложнений

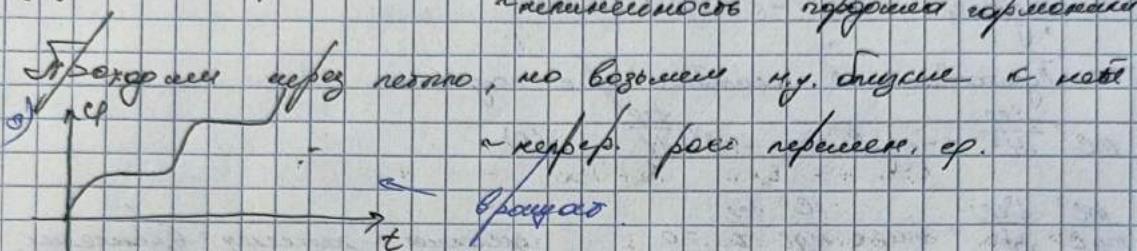


Возможны различные виды колебаний в зависимости от нач. условий.



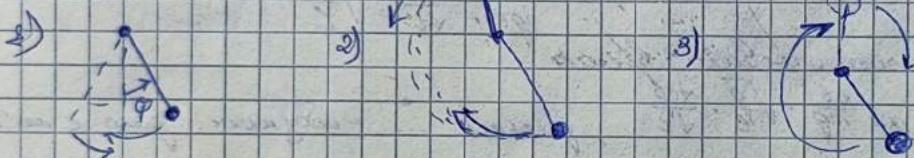
Если будем подгонять k и m , то можно добиться более интересных явлений.

Начальное условие определяет характер движения.



\Rightarrow Виды колебаний \rightarrow классификация движений.

Все виды \rightarrow вращательные.



Осиное колебание называется при высоте h :

$$\frac{y^2}{2} - \cos\varphi = h. \quad \text{рассматриваемое в начальном приближении}$$

$y=0$ (без начального)

$$y = \sqrt{2(h + \cos\varphi)} = \sqrt{2h(1 + \frac{t}{h} \cdot \cos\varphi)} \approx \sqrt{2h}$$

$$\dot{y} = \ddot{y} = \dot{\varphi} \approx \sqrt{2h} \Rightarrow \dot{\varphi}(t) = \sqrt{2h} \cdot t + \varphi_0, \text{ при } h \gg s.$$

Свойства колебаний синусоидальных:

1. Периодичность, гармоничность, линейность, периодичность, гармоничность.

2. Переход колебаний зависит от начальных условий, т.е. нач. конф., нач. осцилл.

3. Решение задачи может изменяться в широких пределах, т.е. нелинейн. диф. ур.

4. Возможны арифметические ошибки начальных условий.

(но малыны) Тогда решение (т.е. общее решение диф. ур.)

5. Разрешение задачи производится на языке с языком программирования.

Нелинейный дифференциал с
периодическим

$$2) \mu \neq 0, \mu > 0$$

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = y \\ \dot{y} = -\sin \varphi - \mu y \end{cases}$$

Записанный настолько просто динамика

$$E = \frac{y^2}{2} + \int_0^y f(\varphi) d\varphi$$

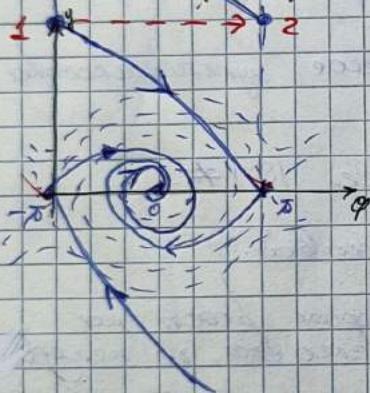
Рассмотрим более подробно выражение:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\mu y - f(x) \end{cases} \quad (3) \quad \Rightarrow E = \frac{y^2}{2} + \int f(x) dx$$

$$\frac{dE}{dt} = y \cdot \dot{y} + f(x) \cdot \dot{x} = -\mu y^2 - f(x)y + f(x)y = -\mu y^2 \leq 0$$

\Rightarrow первоначально вид, все сокращается к единице.

Видимо решение растет вправо (7)



Нарисуем линии уровня полного
энергии $E(\varphi) = \text{const}$ \rightarrow будут сим.
с начальными консерв. состояния
(но это не фазовыми.)
 \Rightarrow в окрестности центра это пред.
сп-ое движение.

Сост. пред. можно видеть при $\mu = 0$
 \Rightarrow в этом все фазодроби превратятся
в соб. пред.

т.к. \rightarrow б.з. (или т.к. \rightarrow б.з.) т.к. уменьшить в фазовом.

\Rightarrow Гомогенное движение в фазовом.

16)

Основное об-во периодич.

периодическое здание в фаз. пространстве.

Периодические точки гомологичных
периодических

$$(d) \bar{X} = F(x), x \in R^m, F: R^m \rightarrow R^m$$

т.е. $\bar{X} = x(n\tau)$, $n \in Z \rightarrow$ кн. временного звукового

$x = x(n) \rightarrow$ звукового поля. точк.

$$x(0) \rightarrow x(\tau) \rightarrow x(2\tau)$$

периодическая. (= периодическая
периодическая.)

Причиной $x(0) = x_0$, $F^{T\tau} x_0 \xrightarrow[x=-\infty]{x=\infty}$, а также фазовый

периодический звук: $x = F(x)$ (2)

Недостаток решения для x из (2) $\rightarrow x = x^*$

Одн. для лин. тела с фиксированной базисной
точкой векторное поле F определяется
одн. вектором ξ .

Исп. метода линеаризации:

$$x = x^* + \xi(n)$$

$$x^* + \xi = F(x^* + \xi) = F(x^*) + \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x=x^*} \cdot \xi + \dots$$

Вспом. (2)

$$\Rightarrow \xi = A\xi \quad (3), \text{ где } A = [m \times m], A_{ik} = \frac{\partial F_i}{\partial x_k} \Big|_{x=x^*}$$

Найдём решение уравнения (3) в виде:

$$\xi = C(s)^n, \text{ где } C - \text{матрица под. вектор.}$$

→ под. вектор и матрица имеют одинаковую
форму, под. имеет кратн. решений

$$\det(A - sE) = 0 \quad (5),$$

где s - число, называемое характеристикой,
 $s_i; i=1, 2, \dots, m$

Неск. реш. будут приводить к $|s_i| \neq 1$

Если $|s_i| < 1$ \Rightarrow будет приводить к устойчивым.

Если $|s_i| > 1$ \Rightarrow будет приводить к неустойчивым.

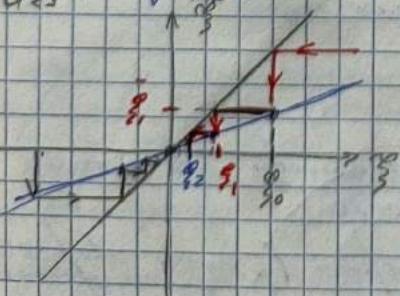
Рассмотрим одн. неустойчивое поле $\vec{x} = \alpha \vec{g}$.

$$\vec{g} = a\vec{g}, \quad a \neq 0$$

$$L(s)^{n \times n} = \alpha(s)^n C \rightarrow s = a$$

Решение $\vec{x}(t) = C(s)^n \vec{g}$ неустойчиво. т.к. $|s| = |a| > 1$ (не устойчиво!).

Случай



1. Консервативный динам. систему

2. Согласно (5) неустойчивое

$$F = \alpha \vec{g}$$

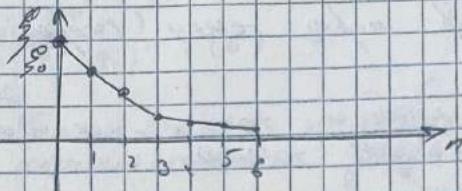
3. берём модуль н.в.

! \vec{g} не конл. и не перп. с направлением вектора \vec{g} в консервативной системе.

4. Воспомнимо правило: если $\vec{g} \perp \vec{F}$ то \vec{g} перп. к \vec{F} \rightarrow

если \vec{g} не перп. к направлению \vec{F} то \vec{g} не перп. к \vec{F} . $\rightarrow \vec{g}$.

Способы сходимости
серий.



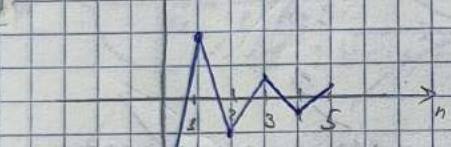
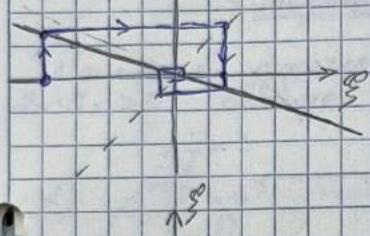
14.11.22.

$$\xi_n = a \cdot r^n \quad (r < 0)$$

$$\xi_n \sim (a)^n$$

1) Денежные расходы сущесвтуют $-1 < a < 0$

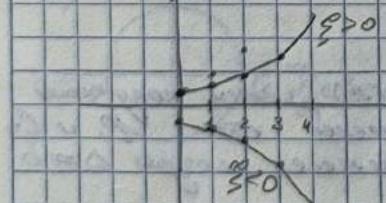
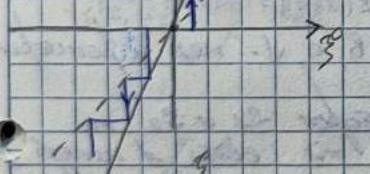
Денеги поступают \rightarrow расходятся в обратном направлении.
 \rightarrow расходы убывающие



2) Пусть $a > 1$.

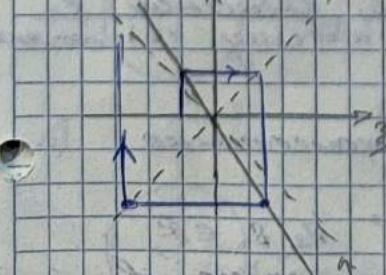
Так как это φ -я последовательность, то расходится. Быстро \rightarrow расходы неограниченные

\rightarrow расходы неограниченные

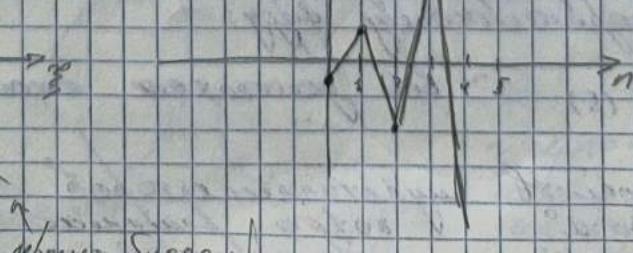


3) Пусть $a < -1$.

\rightarrow расходы неограниченные

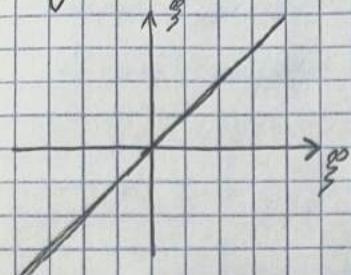


Пример. Быстро



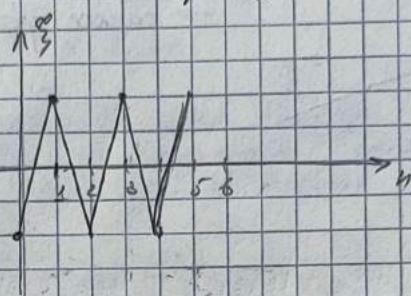
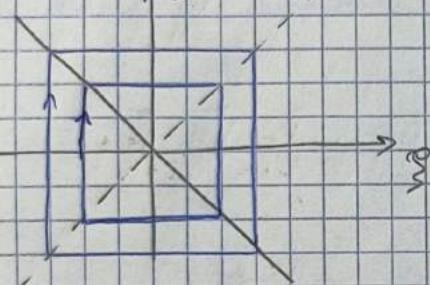
Рассмотримеее для случаев \rightarrow добр. квадр. трансформации?

4) Добр. $\alpha = 1$. $\rightarrow \tilde{g} = g$ \rightarrow любой трансв. на добр. абр. трансв.



Это /Возможен/ случай -
линейно

5) Добр. $\alpha = -1$ \rightarrow периодическая трансв. α .)



\rightarrow Т. линейных дробно-рациональных
трансв.

(7)

Классификация трансв.
линейных дробно-рациональных

Рассл.-и:

$$\begin{cases} \tilde{g}_1 = ag_1 + bg_2 \\ \tilde{g}_2 = cg_1 + dg_2 \end{cases} \quad a-s \quad b \\ c \quad d-2 \quad | = s^2 - ad - bd - ac - bc =$$

$$= s^2 - s(a+d) + (ad - bc) = 0$$

(2), где a, b, c, d - кр. коэффиц.

Будем предполагать, что s_1 и s_2 не
простые. Тогда корни уравнения s_1 и s_2 не
являются кратными. \Rightarrow есть 1 корн.

тогда в кр. коэффиц. $\tilde{g}_1 = \tilde{g}_2 = 0$

$$(3) \begin{cases} \tilde{g}_1 = C_1(s) \\ \tilde{g}_2 = C_2(s) \end{cases} \quad \leftarrow \text{другие способы решения.}$$

представив (3) в (2) или получим
систему лин. уравнений для C_1 и C_2 .
Если имеет недост. решениe, то есть $\Delta = 0$.

$$\Rightarrow s^2 - (a+d)s + (ad - bc) = 0 \quad (4)$$

Проверка выполнения при условии $|s_1| \neq |s_2|$
показывает что при решении с крат. браническ. в
лич. кратн. трансв. трансв. не решим, а иначе (2) можно
решить в корректном виде.

$$\begin{cases} \tilde{g}_1 = s_1 u_1 \\ \tilde{g}_2 = s_2 u_2 \end{cases} \quad (5) \quad \sim \text{без} \text{решения} \text{ не решим.}$$

Случай недост. трансв. с кратн. браническ. $s_1, s_2 \in \mathbb{R}$, и
также $u_1(0) = u_1^0$ $u_2(0) = u_2^0$ \rightarrow для явл. решениe замене в
однородном уравн.

$$\begin{cases} \alpha_1 = 45^\circ (S_1) \\ \alpha_2 = 45^\circ (S_2) \end{cases} \quad (6)$$

26.6.

1. Если $|S_{1,2}| < s$, то $\lim_{t \rightarrow \infty} u_i = 0$ и это означает асимптотическое уединение. $(i=1, 2)$

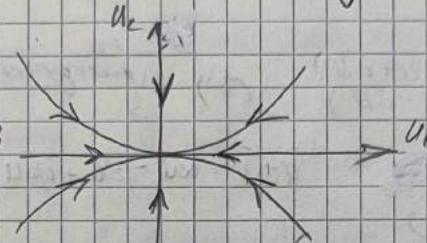
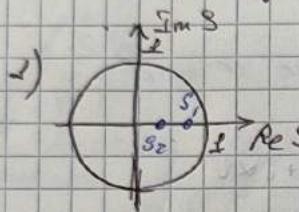
2. Если $|S_{1,2}| > s$, то $\lim_{t \rightarrow \infty} |u_i| = \infty \rightarrow$ это неустойчиво

3. Остальное из упомянутого. $|S_1| < s$ означает $|S_2| > s$, значит здешний дробь уравнение.

(S_1, S_2) - неоск.

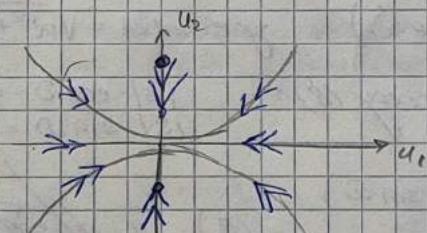
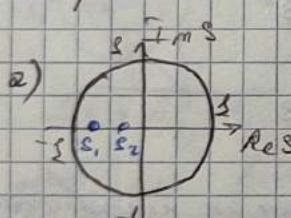
Замечание: негат., симм. с негат. преобразование заменяет уединение на уединение!

Данное дробь процесса-то заменяется на $\frac{1}{s_1-s_2} \geq 0$ (тогда здешний это выражение имеет вид s_1-s_2).



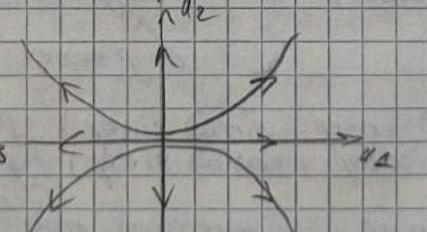
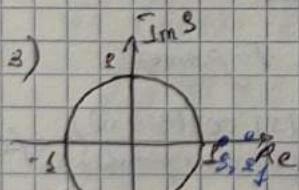
Конечно $u_2 = 0$ конечна
 $u_1 = 0$ и это означает
что уединение
здесь.

~ негат. нег.

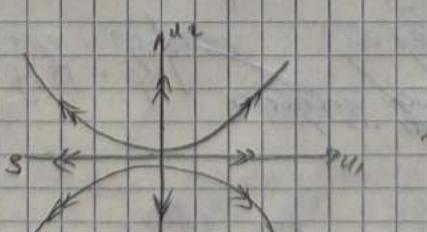
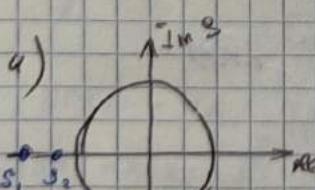


✓ возникает расходжение

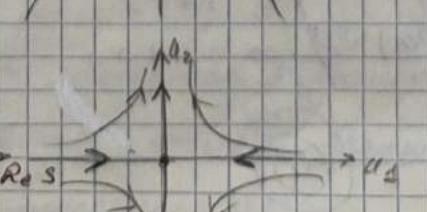
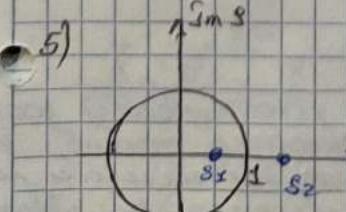
~ негат. нег.



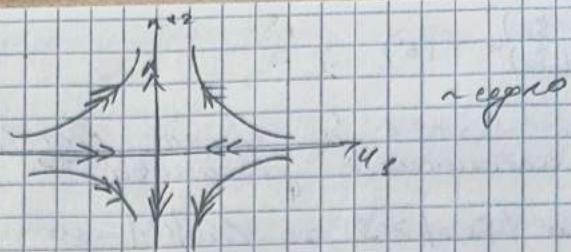
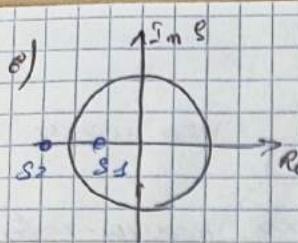
~ неуст. нег.



~ неуст. нег.



~ неуст.
 $u_1 = 0$ и $u_2 = 0$ конечные
единичные



Классический метод. Точки S_1 и S_2 включаются в
окрестности ∞ (т.е. вдоль контурного кольца)

(18)

Тогда $s = \alpha + i\beta$.

Равенство (5) для общего вида, но U_1 и U_2 заменены на U и V

$$\begin{cases} \bar{U}_1 = S_1 U_1 \\ \bar{U}_2 = S_2 U_2 \end{cases} \quad (5) \quad \leftarrow \quad \begin{cases} U_1 = (\alpha + i\beta)U \\ U_2 = (\alpha - i\beta)V \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{U} + i\bar{V} = (\alpha + i\beta)(U + iV) \\ \bar{U} - i\bar{V} = (\alpha - i\beta)(U - iV) \end{cases} \quad (4) \quad \text{множим на } \bar{\alpha} \text{ и } \bar{\beta}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{U} = \alpha U - \beta V \\ \bar{V} = \beta U + \alpha V \end{cases} \quad (8)$$

$$\bar{U} + i\bar{V} = \alpha U - \beta V + i\beta U + i\alpha V$$

Заданный контур. S_1 и S_2 включаются. Тогда:

$$S_{12} = |S| \cdot (\cos \omega \pm i \sin \omega), \text{ где } |S| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

$$\text{представляем в виде } (8) \leftarrow \begin{cases} |S| \cdot \cos \omega = \alpha \\ |S| \cdot \sin \omega = \beta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{U} = |S| \cdot (\cos \omega - \sin \omega) \\ \bar{V} = |S| \cdot (\sin \omega + \cos \omega) \end{cases}$$

(8) в пределах к полосе
распространения

$$U = p \cos \varphi, \quad V = p \sin \varphi$$

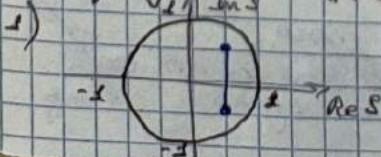
$$\Rightarrow \begin{cases} p \cos \varphi = |S| p (\cos \omega \cdot \cos \varphi + \sin \omega \cdot \sin \varphi) = p |S| \cos(\varphi + \omega) \\ p \sin \varphi = |S| p (\sin \omega \cdot \cos \varphi + \cos \omega \cdot \sin \varphi) = p |S| \sin(\varphi + \omega) \end{cases} \quad (10)$$

Множество выражает \bar{p} в φ \rightarrow множество точек в пол. плоскости.

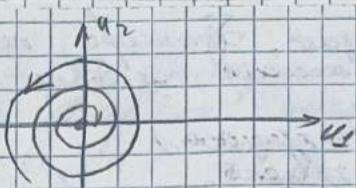
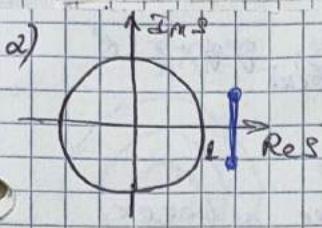
$$\text{также: } \operatorname{ctg} \bar{\varphi} = \operatorname{ctg}(\varphi + \omega) \Rightarrow \begin{cases} \bar{\varphi} = \varphi + \omega \\ \bar{p} = |S| p \end{cases} \quad (11)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{\varphi}(n) = \omega n + \varphi_0 \\ \bar{p}(n) = |S| e^{i\omega n} \end{cases}$$

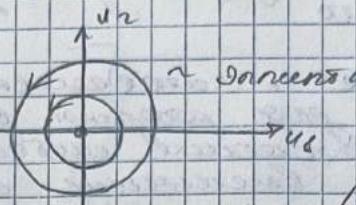
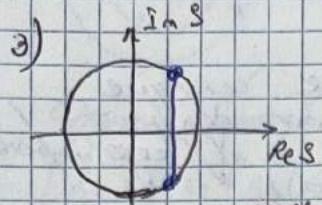
Контурное выражение: $\lim_{n \rightarrow \infty} p(n) = \begin{cases} 0, & |S| = 1 \\ \infty, & |S| > 1 \end{cases}$



~ устойчивый круг
(точка не засчитывается, то она сама же не
засчитана, а ее считают)



~ неустойчивое.



~ дamped un. неустойчивое.

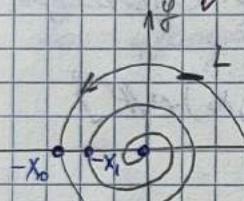
затм.

Прим., что движение с нач. фаза которого не имеет гармонического вида. вибрации. (составляющие Амплитуды)

Рассмотрим однородное уравнение. (18)

$$\begin{cases} \ddot{x} = \varphi \\ \ddot{y} = -\alpha \dot{y} - \omega_0^2 x \end{cases} \quad (18) \quad \text{— неустойчив. с дampeding вид.}$$

Причес. если $\delta^2 > \omega_0^2$ \rightarrow не дamped вид
 $\omega_0 < \delta \rightarrow$ неуст. дamped



Из рассмотрения изображенного

$$N = \delta^2 - \omega_0^2, x < 0 \}$$

Максимум абсолютного значения коэффициентов при дamped виде уменьшается

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

Чтобы при $t=0$: $y=0$; $x=-x_0$ \rightarrow начальное значение коэффициентов

$$\begin{aligned} \Rightarrow x(t) &= -e^{-\delta t} x_0 \left(\cos \omega t + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t \right) \\ y(t) &= e^{-\delta t} x_0 \left(\frac{\delta^2}{\omega} + \omega^2 \right) \sin \omega t \end{aligned} \quad (13)$$

Однородное решени Σ вибраций неустойчивое для $-x_0 < x$.

$$\varphi(\Sigma) = 0, \quad x(\Sigma) = -x_0 \quad \Rightarrow \sin \omega \Sigma = 0$$

$$\Rightarrow \Sigma = \frac{\pi}{\omega} \quad \text{и неподвижное положение в } \Sigma \text{ есть} \quad (13)$$

$$x(\Sigma) = -x_0 \quad -\frac{\delta^2 \omega}{\omega}$$

(14) $\Rightarrow x_\Sigma = e^{-\frac{\delta^2 \omega}{\omega}} x_0$, т.к. x_0 свободное изначальное, то $e^{-\frac{\delta^2 \omega}{\omega}}$ и x_Σ и x_0 однородные.

$$\bar{x} = e^{-\frac{\delta^2 \omega}{\omega}} x \quad \text{— основное уравнение}$$

точка стационарного состояния назыв. стационарное уравнение

$$S = e^{-\frac{\delta^2 \omega}{\omega}}$$

— стационарное.

Задача о том, что существует Пуанкаре период, т.е. τ в
множестве. Рассмотрим, что это, что такое, и что это.

- 1) Установлено (изучено).
- 2) Всегда существует его график.
- 3) Но если график существует, то график пересекает
его график.

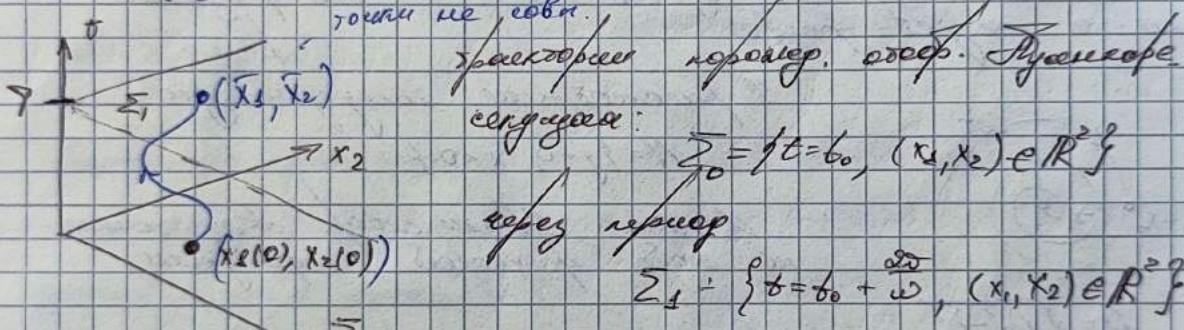
Следует изучить и исследовать симметрию.
Если периодическая траектория имеет форму бесконечной линии, то
ее график имеет симметрию относительно прямой, проходящей
помимо (и параллельно) оси времени (т.е. $x_1 = \text{const}$).

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, t) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, t) \end{cases} \quad \sim f_1, f_2 - \text{период. фун-ки} \in D = \frac{\pi}{\omega}.$$

$$t = \frac{\theta}{\omega}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(\lambda_1, x_2, \frac{\theta}{\omega}) \\ \dot{x}_2 = f_2(\lambda_2, x_2, \frac{\theta}{\omega}) \end{cases} \quad \sim \text{Уравнение Задачи}, \text{ когда } \theta \text{ не является}.$$

$$\lambda_1 = \omega$$



$$\Sigma_0 = \{t = t_0, (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2\}$$

периодич.

$$\Sigma_1 = \{t = t_0 + \frac{2\pi}{\omega}, (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2\}$$

Проф. Пуанкаре $P: \Sigma \rightarrow \Sigma$, (изучение симметрии)

22.11.22. (20) Периодическое движение на плоскости

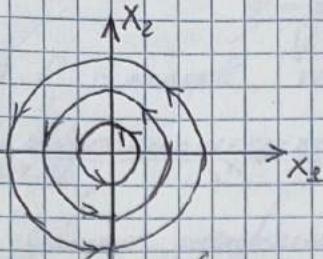
~ это состояние равновесия. (в механике это
одинаковых начальных состояниях во времени.)

Рассмотрим пространственную систему на плоскости и ее:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \mu) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \mu) \end{cases} \quad (2)$$

Оп. Частично замкнутая траектория — замкнутая фигура, на которой можно пройти по ней, не выйдя за ее пределы. Траектория замкнута, если существует путь, который не выходит за ее пределы, но при этом не является траекторией.

$$\text{Например: } \begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 \end{cases} \quad (2) \quad \sim \text{периодическое вращение}. \\ \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = C = \text{const}$$



- это просторечное наименование.
Вспомни круг без центра закрутился.

Несимметричный

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + x_2(1-x_1^2-x_2^2) \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_2(1-x_1^2-x_2^2) \end{cases} \quad (3)$$

reflektivnaya нестационарная коорд.
 $(x_1 = p \cos \varphi, x_2 = p \sin \varphi)$

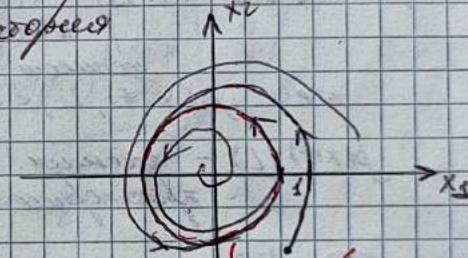
$$\begin{cases} \dot{p} \cos \varphi - p \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} = -p \sin \varphi + p \cos \varphi (1-p^2) \\ \dot{p} \sin \varphi + p \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} = p \cos \varphi + p \sin \varphi (1-p^2) \end{cases} \quad \begin{matrix} \cdot \cos \varphi + \\ \cdot \sin \varphi + \end{matrix} \quad \begin{matrix} -\sin \varphi + \\ \cos \varphi \end{matrix}$$

$$\begin{cases} \dot{p} = p(1-p^2) \\ \dot{\varphi} = \varphi(1-p^2) \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \dot{p} = \frac{1}{p} \\ \dot{\varphi} = \varphi(1-p^2) \end{cases} \quad (4)$$

$$\Rightarrow \varphi(t) = t + \varphi_0 \quad \text{no сильному non. кооф. } p \geq 0$$



do - асимптотически устойчивый трасектории



do - устойчивый цикл

Пр. Прерывистое движение асимптотически устойчивый трасектории.

Видимость нач. состояния: $t=t_0, \varphi(t_0)=0$

$$\Rightarrow x_1 = \int x_2 = \cos(t-t_0), \quad x_2 = \sin(t-t_0)p$$

Записываем прерывистое движение в общем виде период τ :

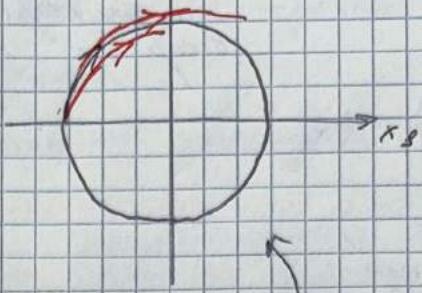
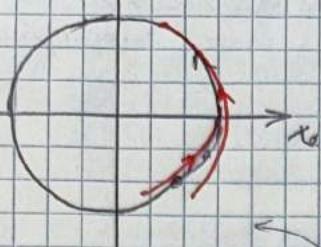
$$x_i = \int x_i = x_i^*(t), \quad x_i^* = x_i^*(t+\tau), \quad \text{т.е. } x_i^*(t+\tau) = x_i^*(t), \quad i=1, 2.$$

$$\tau_0 > 0$$

Нач. прерывистого цикла зависит от начальных условий.

Устойчивый и неустойчивый
прерывистые циклы.

Прерывистые это нестационарные периодические решения.
Прерывистые циклы. В некоторых случаев пер. усткн.
Все трансф. будут пер. усткн. и пер. циклы.



находится, что один изб. в форме цепного колеса (состоит из конечных звеньев), или с генератором фазового пространства. Для них можно говорить о том, что они обладают свойствами, которые не имеют аналогов в других областях науки и техники.

Но! Помимо этого, векторы могут быть сформированы из конечных звеньев, при этом каждое звено имеет свою собственную длину (но конечную), которая неизменна для каждого звена (иначе говоря, это неизменная длина, но конечная).

19) Равномерное движение:

$$x = F(x), x \in R^n$$

$$F: R^n \rightarrow R^n$$

$$L_i = \|x - x^*(t)\|, x^*(t_0 + \Delta t) = x^*(t)$$

Первый график L может выглядеть так, что при $t \rightarrow +\infty$ если для $\forall \varepsilon > 0$ $\exists \delta = \delta(\varepsilon, t_0) > 0$, такое что

что $\|x(t) - x^*(t)\| < \delta$, то $x(t)$ будет находиться в ε -окрестности, т.е.

$\rho(x(t), L) < \varepsilon$ при $t \geq t_0$, где

$$\rho(x, L) = \inf_L \|x(t) - L\|$$

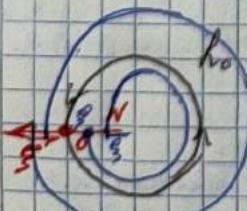
Более того, если при этом расстояние $\rho(x(t), L) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, то говорят об асимптотическом равномерном движении.

20) Характеристики первых циклов на круговых носителях.

Также это производимое движением цикл на круговых носителях.

Рисунок, показывает движение в виде первичного вектора, имеющего конечную длину в окрестности центра.

Второй вектор. Т.е. конечной длины в окрестности центра.



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \mu) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \mu) \end{cases} (2)$$

Когда производится движение вектора.

За определенное время то движение может пройти (N - количество циклов).

Поэтому в кратчайшее время, количество движений будет зависеть от времени, что (2) штурм движение производимое.

$$\xi = g(\xi) \quad , \quad g - \text{нек. однократ. фр-я}$$

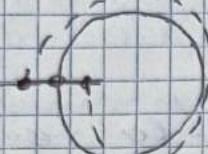
$\tau \cdot 0 \sim \text{непр. точка} \quad 0 = g(0)$

1) однократн. фр-я $\boxed{\xi = g_1'(0)}$ (уравн. в неприведен.

виде)

Следует проверить непр.:

может ли $\dot{\xi} < 0$?



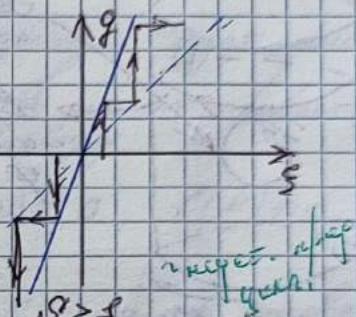
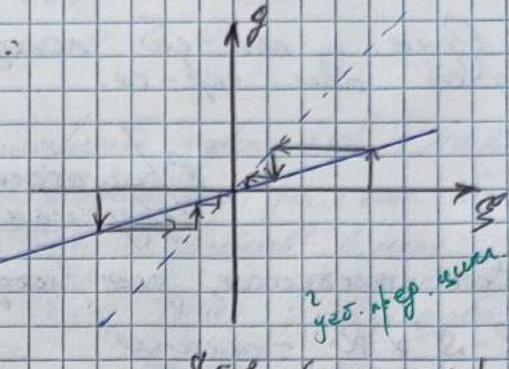
непр. фиксирован

\Rightarrow нек. не-00 $\underline{\underline{\dot{\xi} > 0}}$

Многократн. фр-я можно вывести
по-другому, если увидеть фр-е
предыдущего пункта.

$$S = \exp \left[\int \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right]_{x=x^*(t)} dt \right]$$

$x_1 = x_1^*(t)$
 $x_2 = x_2^*(t)$



2) Характеристический показатель

линейизуемое непр. седло (2) во пределном уравн.

$$x_i = x_i^* + \eta_i(t) \quad , \quad i=1,2$$

линейизуемое седло с перех.
подробнее см. в след. лекц.

$$\dot{\eta}_2 = \sum_{j=1}^2 a_{ij}(t) \eta_j(t) \quad (5)$$

$$a_{ij}(t) = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \Big|_{x=x^*(t)} \quad , \quad a_{ij}(t+T_0) = a_{ij}(t)$$

рассмотрим следующий метод линейн. седло (у
теории Рэнке)

$$\eta_i(t) = \sum_{j=1}^2 c_j \Phi_{ij}(t) e^{\lambda_j t} \quad , \quad j=1,2$$

где Φ_{ij} - ф-ия Рэнке с параметром λ_j .

2-кар-ие показатели неизвестны.

Случ-т непр. Амброзова-Порфирин для автомашин:

$$\lambda_1 = 0 \quad ; \quad \lambda_2 = \frac{1}{T_0} \int \left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Big|_{x^*(t)} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \Big|_{x^*(t)} \right] dt$$

одн. непр.

если $\lambda_2 < 0$ ~ крив. цикл. устойчивый.
 $\lambda_2 > 0$ ~ неустойч.

$$\lambda_2 = \lambda - \frac{1}{T_0} \ln 3$$

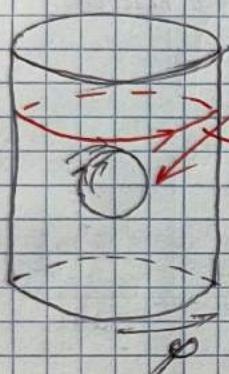
(8) Каждый один член не более единиц по модулю равен 0 при этом всегда есть $S = 1$.

Однако из всех единиц показывает, что цикл засыпчивый, это означает, что цикл засыпчивый.

Вращающееся в коне.
Падающее цикл.

Если следующее, что происходит фазовое пространство + изображим.

$$G = S^1 \times R \sim \text{цилиндр.}$$



Устойчив. конец крив. цикл. если он не выходит из пол. пол. цилиндра.

Вращающееся конец околосолнечной
системы, при котором солнце сбрасывает
частицы. то $\lambda_2 < 0$

Основное движущееся с/
но фазовым не-ст.

Запись устойчивое движение сбрасывания.

Графическое

$$\text{Сост. равн.: } \rightarrow \operatorname{Re} \lambda_i \neq 0, i=1, 2$$

$$\text{Крив. член: } \rightarrow S \neq 1$$

Когда есть засып. λ_1, λ_2 , засып. то нейтральный $\lambda_1(0) = 0$ нейтр. засып. засып. $\lambda_2(0) = 0$ $\lambda_2 = 0$ ~ биф. устойч. (но без биф. засып.)

Но стационарные засыпки:

$$\lambda_1(0) = 0 \sim \text{устойчивое, не вырожденное засып.}$$

$$\lambda_2(0) \neq 0 \sim \text{нейтральное биф. (корене - 1.)}$$

Если засыпка симп.

$$\lambda_{1,2} = \alpha(\mu) \pm i\beta(\mu) \rightarrow \alpha(0) = 0 \sim \text{биф. уст.}$$

$$\beta(\mu) > 0$$

Симп. засыпка всегда имеет свойство засыпчивое, это при этом в него не может вовлечься $\lambda_2 = 0$.

Наш условие $\mu^0 = 3$. ~ Бифуркация.

28.11.22.

Симметрическая бифуркация.
Соединение равновесий (однобокое равновесие)

(27)

Рассмотрим систему:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \mu) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \mu) \end{cases} \quad (1)$$

$\mu = \text{симметрический параметр (НЕР)}$

$\mu = 0$ ~ бифуркация. Ун. имеет одинаков.

Уравнение $\rightarrow 0$ ($x_1 = x_2 = 0$)

корни $\lambda_1(\mu), \lambda_2(\mu)$ ~ бифуркации

уравнение $\lambda_1(0) = 0$ (2) ~ бифуркация

Несимметрическое движение при этом бифуркации будет иметь вид:

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = \mu + L(\mu) u_1^2 + \dots \\ \dot{u}_2 = \lambda_2(\mu) u_2 + \dots \end{cases} \quad (3)$$

~ след. уравн. можно решить
и дальше вид.

Для этого должны быть дол. условия: $\lambda_2(\mu) \neq 0, L(\mu) \neq 0$ (4)

(равенство первоначально не было.)

доп. корень друг.

Все бифуркации неравнозначны ~ 1 - наше основное бифуркации.

Если для 2 корней $\lambda_1(\mu_1), \lambda_2(\mu_2) = 0$ ~ u_2

Берёте корень $\mu = 0$ (всегда $\lambda_2(0) \neq 0$)

У полученных корней неравенство $u_1 < 0$ и $u_1 > 0$

нр. 66 получается $u_1 < 0$

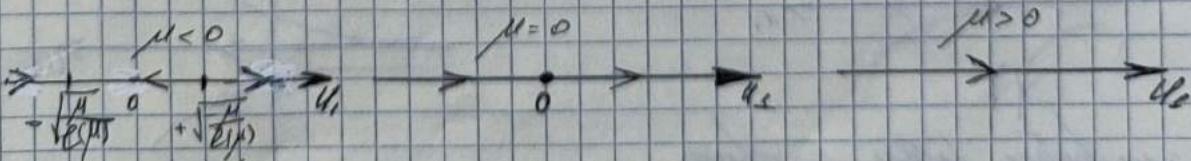
I. График $L(\mu) > 0$,

a) $\lambda_2(\mu) < 0$

Конкретное изображение - это уравнение симметрии, решая $\lambda_2(\mu) = 0$ получим (3):

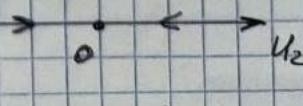
$$\mu + L(\mu) u_1^2 = 0 \Rightarrow u_1^2 = -\frac{\mu}{L(\mu)} \Rightarrow \mu < 0, u_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{\mu}{L(\mu)}}$$

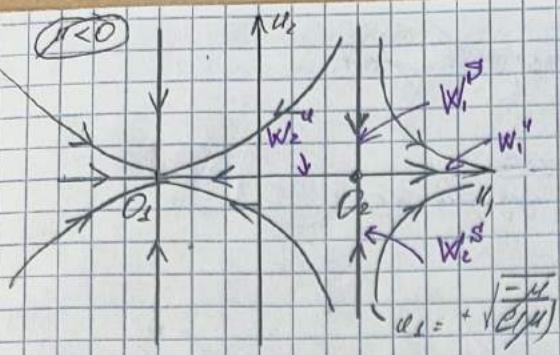
Все наши биф-ки в отрезке $0 < \mu < 0$!



Симметрия есть ли у геометрии?

Рассматриваемый набор.



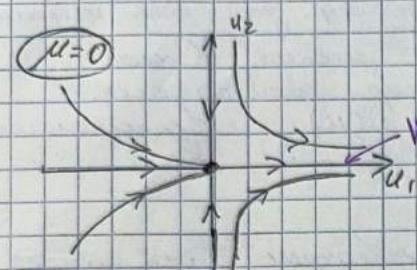


$$\Omega_1 (u_x = -\sqrt{\frac{-A}{C(\mu)}}, u_y = 0)$$

$$\Omega_2 (u_x = +\sqrt{\frac{-A}{C(\mu)}}, u_y = 0)$$

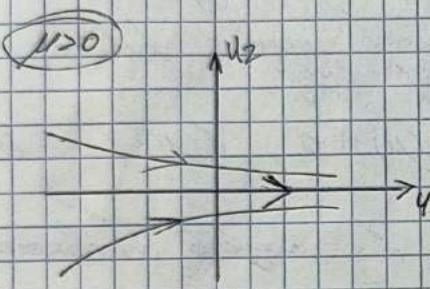
$\Rightarrow \Omega_1$ - узел, - ворот. накрывающее $u_x = 0$ (нас. ворот. накрывающее), накрывающее $u_x = -\sqrt{\frac{-A}{C(\mu)}}$.

Ω_2 - узел; неуст. седлообраз. $u_x = 0$, неуст. сен. $\Rightarrow u_x = +\sqrt{\frac{-A}{C(\mu)}}$



Седлоузел (гексагональное равновесие)

если узел или седло в седлоузеле, то седло, находящееся ближе к седлу, называется первоупомянутым, а седло, ближе к узлу, называется вторым.



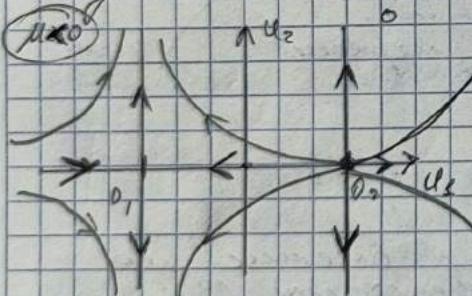
Седлоузел - нестационарное равн. пол., находящее при изменении параметров нест. нестабильность, нестабильность нестабильности нестабильности.

$$\delta) C(\mu) > 0; R_2(\mu) > 0$$

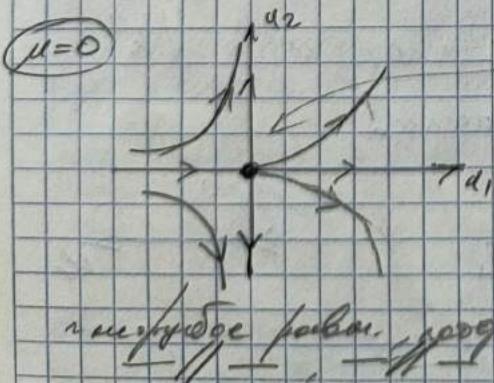
- по прошлой u_x всё исчезает и не исчезает.

\Rightarrow будет пол. ст. седлоузел.

А для u_x :

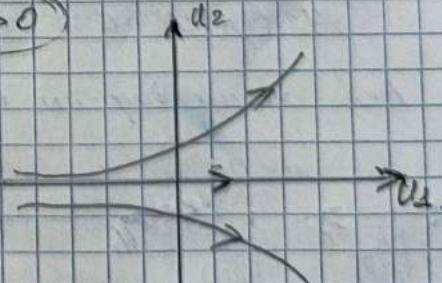


Ω_1 - узел, Ω_2 - неуст. узел.



седло-узел

$u > 0$

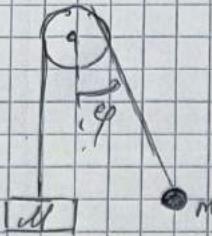


неустабильное пол. узел

II. $\ell(\mu) < 0$ - самосогласовано (если нет экстремума.)

✓

Принцип: равнодействующая массы, находящегося, в горизонтальном движении имеет наибольшую массу.



$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \dot{x} - \lambda y - \sin\varphi \\ \ddot{x} = \ddot{s} - \lambda \ddot{y} - \sin\varphi \end{cases}, \quad \ddot{s}, \ddot{y} > 0$$

\ddot{x} - характеристика движения
 \ddot{y} - характеристика подъема

Решение ур-ва - уравнение (уравнение)
уравнение (уравнение) $G = S \times R$

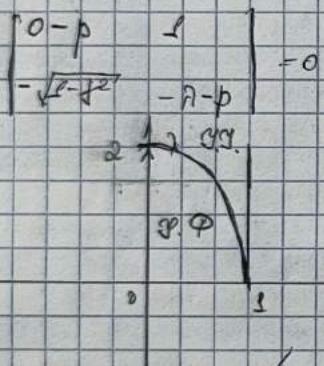
$$\begin{cases} \dot{y} = 0 \\ \ddot{x} - \sin\varphi = 0 \end{cases}, \quad \text{тогда } \ddot{x} > s \text{ и } \varphi \text{ нет.}$$

$$\ddot{x} = s \Rightarrow O_1(\varphi = \frac{\pi}{2}, y = 0)$$

$$x < s \Rightarrow O_2(\varphi = \varphi_2, y = 0)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= \arcsin t \\ O_2 &(\varphi = \varphi_2, y = 0) \\ \varphi_2 &= \pi - \arcsin t \end{aligned}$$

Изменение со временем происходит непрерывно.



$$\begin{aligned} p^2 + 2\ddot{p} + \sqrt{t^2 - \dot{x}^2} &= 0 \\ p_{1,2} &= -\frac{\ddot{x}}{2} \pm \sqrt{\frac{\ddot{x}^2}{4} - 1/t^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\ddot{x}^2}{4} > \sqrt{t^2 - \dot{x}^2} \rightarrow \text{устойчивое положение.}$$

$$\frac{\ddot{x}^2}{4} < \sqrt{t^2 - \dot{x}^2} \rightarrow \text{устойчивое положение.}$$

$$\ddot{x} = 2(t - \dot{x}^2)^{\frac{1}{2}}$$

Задача решена для точки O_2 :

$$\begin{vmatrix} 0-p & -1 \\ -\sqrt{t^2 - \dot{x}^2} & -\lambda - p \end{vmatrix} = 0 \quad p^2 + 2\lambda p - \sqrt{t^2 - \dot{x}^2} = 0 \rightarrow \text{сиро}$$

Сиро - это найти касательное к гиперболической кривой

Но, правило $\lambda = 1$, гиперболический сиро уравнение
дифференциальное уравнение решается.

(21) Биогеометрическое Амфокова - Хорна.

Пуск начального (μ) имеет в начальном состоянии вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \mu) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \mu) \end{cases} \quad \text{и имеет } \alpha(0) = 0, \beta(0) > 0 \quad (6)$$

(6) - биогеометрическое условие.

Константное значение для условия биогеометрии имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = \alpha(\mu) u_1 - \beta(\mu) u_2 + L(\mu) u_1 (u_1^2 + u_2^2) \\ \dot{u}_2 = \beta(\mu) u_1 + \alpha(\mu) u_2 + L(\mu) u_2 (u_1^2 + u_2^2) \end{cases} \quad (7)$$

последнее имеет:

Здесь получим \rightarrow зеркальная форма, когда расщеплен в μ . μ является ненулевым числом, предполагая условие биогеометрии, возможно для условия биогеометрии:

$$L(\mu) \neq 0, \beta(\mu) > 0 ; \quad \frac{\partial L(\mu)}{\partial \mu} \Big|_{\mu=0} \neq 0 \quad (8)$$

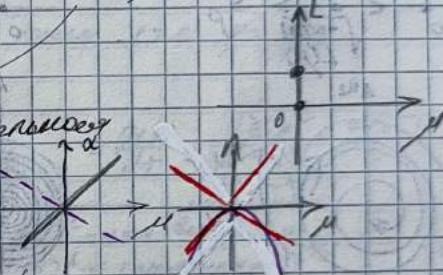
или же для условия $L(0) \neq 0$

но при этом μ не является ненулевым числом.

Для определения биогеометрии:

$$\alpha(\mu) \mu > 0, \mu \neq 0$$

при следующем условии состояния:



$$\rightarrow \rho(t) = \beta(\mu)t + \varphi_0$$

если ρ не является ненулевым.

$$\text{I. } L(\mu) < 0, \beta > 0$$

Составим: $\rho = 0 ; \alpha(\mu) + L(\mu)\rho^2 = 0$

$$\mu < 0$$

$$\mu = 0$$

$$\mu > 0$$

закон изменения.

$$\rho = \sqrt{\frac{-\alpha(\mu)}{L(\mu)}}$$

$$\Rightarrow \rho = \sqrt{\frac{\alpha(\mu)}{L(\mu)}}$$

Следующий переход:

$$\mu < 0$$

$$\mu = 0$$

$$\mu > 0$$

$$\rho = 0$$

$$\rho > 0$$

$$\rho < 0$$

$$\rho > 0$$

$$\rho < 0$$

$$\rho > 0$$

$$\rho^2$$

$$\mu^2$$

$$\mu^2$$

$$\mu^2$$

$$\mu^2$$

$$\mu^2$$

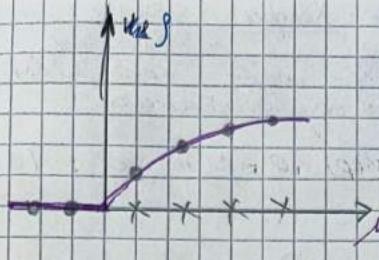
$$\mu^2$$

специальный уз. фокус

заканчивает спираль, но спираль уходит как $\rho^2 \rightarrow$ малыми числами.

Четвертый.

заканчивается
заканчивается



это для $\mu > 0$:
~ за него система уст. состояния.

~ локальное наименее пограничное значение.

~ Супер физическая дифракция
Андронова - Ходра. (встречающаяся в гравитационных дифракциях.)

5.12.22.

ii. Третья полуровня: величина напряжения $L(\mu) > 0$

$$\begin{cases} \dot{\phi} = \beta \\ \ddot{\phi} = \alpha\dot{\phi} + L(\mu)\rho^3 \end{cases} \quad (3)$$

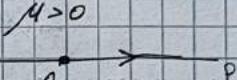
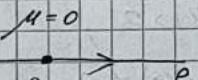
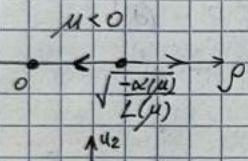
Будем считать, что $\alpha(0) = 0$, $\alpha'(0) > 0$
 $L(\mu) \neq 0$

(22)

установление равновесия $\rho = 0$, $\alpha(\mu) + L(\mu)\rho^2 = 0$

$$\rho^2 = \frac{\alpha(\mu)}{L(\mu)}$$

$$\Rightarrow \rho = \sqrt{\frac{\alpha(\mu)}{L(\mu)}} \text{ при } \mu < 0$$



- это неуст. погр. цикл.

~ локальный линейный
наименее погр. цикл.
(некая приведенная к нему
линейизация)

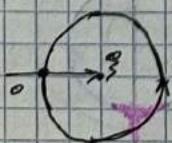
~ неустойчивый фокус

При $\mu < 0$ есть -т. неуст. погр. цикл, при $\mu > 0$ амплитуда
одинаковая для обоих.

Кажд. суперфизической дифракции Андронова - Ходра
(не зонтической физической дифракции.) ~ здесь различия
установившись опасная. (при переходе меняется предел).

(23) Суперзвуковая дифракция
передних упругих волн (гравитационные).
Сформированное дифракционное пределом
условие).

Предположим, что сопровожд. (2) имеет погр. цикл.



Внешний погр. цикл. В конце пересечения с
сущущим погр. циклом.

$$\tilde{\rho} = g(\tilde{\rho}, \mu) \quad (2)$$

$$g(\tilde{\rho}, \mu) = 0 \quad (3)$$

Напомним дифракционное условие:

$$S = g'_z(0,0) = -1 \quad (*) \sim \text{бифуркац. узловое}$$

$$\alpha(0) = \beta(0) = 0$$

Разложение g по степеням ξ и μ

$$g(\xi, \mu) = g(0,0) + g'_z(0,0)\xi + g'_\mu(0,0)\mu + g''_{zz}(0,0)\xi^2 + \frac{1}{2}g''_{zz}(0,0)\xi^2 +$$

$$+ \frac{1}{2}g''_{\mu\mu}(0,0)\mu^2$$

коэффициенты, т.к. находящий в квадрате.

Тогда обобщенное значение ξ :

$$\bar{\xi} = \alpha(\mu) + (\beta + \beta(\mu))\xi + \delta\xi^2 + \dots \quad (5) \quad g(\xi, \mu) \sim \text{неп-е пограничные}$$

Условия нейтрализации: $\delta \neq 0$ " $x'_\mu(0) \neq 0$
или орбитальность δ есть условие $x'_\mu(0) \leq 0$

$$g'_z = 1 + \beta(\mu) + \delta\xi$$

$$g''_{zz} = 2\delta \quad g''_{zz} = 1 + \beta(\mu) + \delta\xi$$

I. $\delta > 0 \Rightarrow g'_z > 0$ \Rightarrow приводит к тому что монотонно
растет.

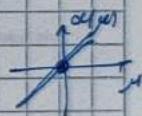
Несколько нейтрализующих точек (т.е. $\bar{\xi} = \xi$)

$$\Rightarrow \alpha(\mu) + \beta(\mu)\xi + \delta\xi^2 = 0$$

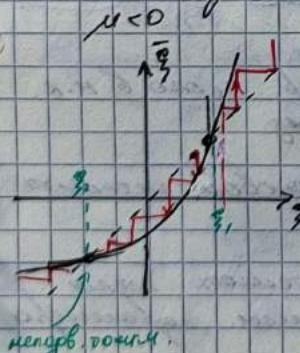
$$\xi^2 + \frac{\beta(\mu)}{\delta}\xi + \frac{\alpha(\mu)}{\delta} = 0 \Rightarrow \xi_{1,2} = -\frac{\beta(\mu)}{2\delta} \pm \sqrt{\frac{\beta^2(\mu)}{4\delta^2} - \frac{\alpha(\mu)}{\delta}}$$

один из них
един. число. Вн. $\beta - \mu$
(числ. число) $^2 <$ (числ. число) 2

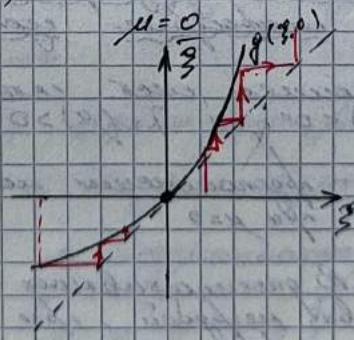
$$\Rightarrow \xi_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{\alpha(\mu)}{\delta}}$$



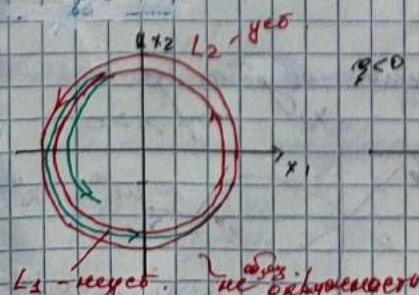
В Рисунке дифракцию Рамзера: (не засыхаю, это все это
в начале орбиты)



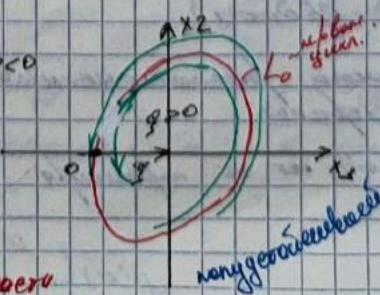
Каждый непр. точек
есть пред. числа.



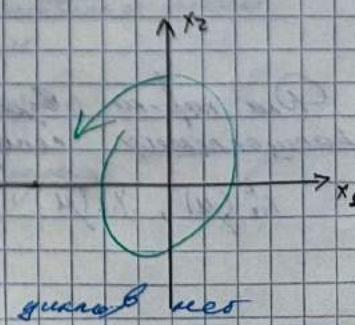
пред. числа нет.



L1 - неуст. не орбитальная



замкнутая

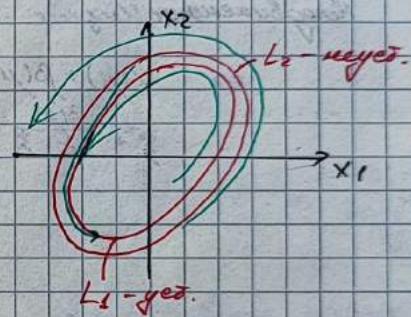
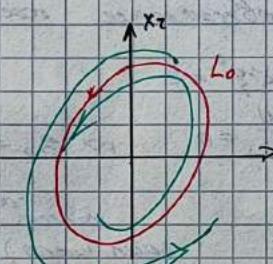
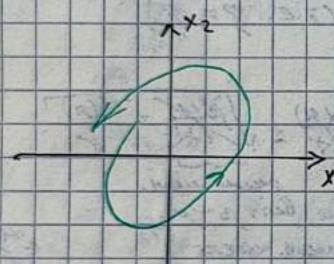
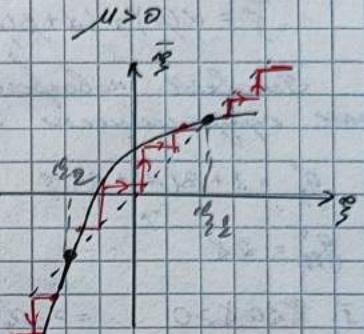
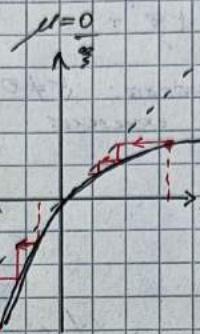
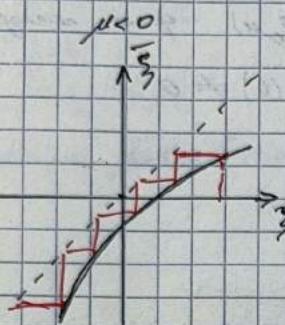


замкнутая

λ_0 - фундаментальный корень унч. ~ нестационарный пред. унч.
Характеристики при смене унч. уравнение $x'' = 0$,
характеристика расщепляется на 2 зеркальных ветви
изменяется.

II. $\lambda < 0 \Rightarrow$ ф-я носит обратную форму μ - пресекает
штатом и распадётся $\lambda'' > 0$ ~ всплеск $\lambda'' < 0$ ~ всплеск

$$\beta_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{\alpha(\mu)}{4}}, \quad \epsilon < 0 \Rightarrow \alpha(\mu) > 0 \text{ дальше идет}$$

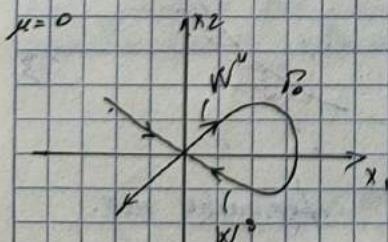


~ фунд. пред. унч.

Бифуркация носит обратную форму.
Первое сопровождение унч.

24/85

Переходящее в начало сист. есть с.ф. этого в Н.Р.
Наш опр-ти $\lambda_2(\mu) < 0$, а $\lambda_1(\mu) > 0$.



← продолжение на фунд. неуст.

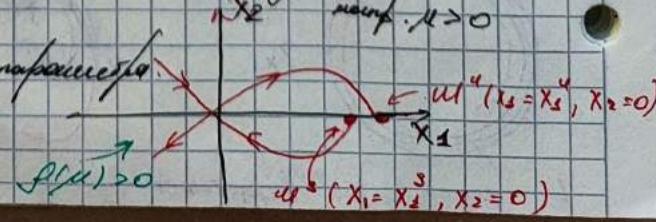
при $\mu = 0$

В неустойчивых системах перед
авт. колебанием, при изм. параметра
они разрушаются.

Г-аассимптотическая (гомоклиническая,
орбиты)

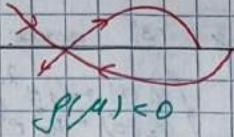
Под хар-ми всплеска расщепления
расщепления сопровождается

$X_1^3(\mu), X_1''(\mu)$ ~ заб-ки об параллеле



о нулю разделилось по фазовому.

Оборот $\varphi=10^\circ$.



$$g(u) = \lambda_2''(u) - \lambda_2^3(u)$$

Второй канонич. хар-кот: неподвиж. величина.

$$\gamma(u) = \lambda_1(u) + \lambda_2(u)$$

12.12.22.

Рассмотрим следующ.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, u) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, u) \end{cases} \quad (2)$$

Предположим, что есть равновесие
($x_1=0, x_2=0$) — это $\gamma(u) \geq 0$, $\gamma_1(u) < 0$

Делаем линейное подобие преобразование (перм. функция), получим:

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = \lambda_1(u) u_2 + g_1(u_1, u_2, u) \\ \dot{u}_2 = \lambda_2(u) u_1 + g_2(u_1, u_2, u) \end{cases} \quad (2)$$

Предположим, что след. (2) имеет замкнутую форму

$$g_1(0, 0, u) = 0, \quad \ell = 3, 2 \quad (u_1=0, u_2=0)$$

Про малых и замкнутых
орбит разбуждаются.

Видим орбиты (секущие),

$$\Sigma_0 = \{u_1 = \delta_1, u_2 > 0, |u_2| < \varepsilon\}$$

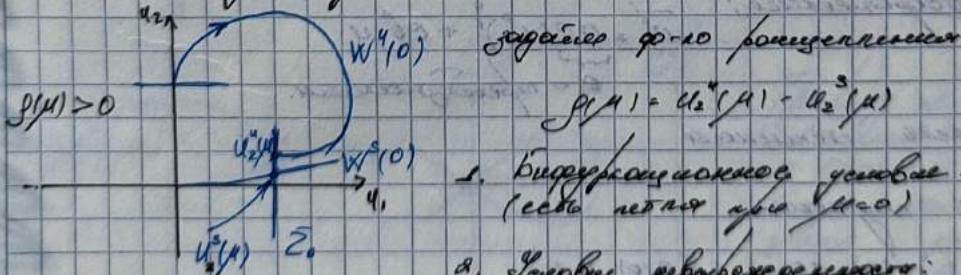
$$\Sigma_1 = \{u_2 = \delta_2, |u_1| < \varepsilon\}, \quad \text{где } \delta_1, \delta_2, \varepsilon - \text{ малые полож. числа}$$

$$T = T_g \cdot T_c \text{ — обобщенное: } \quad T_c : \Sigma_0 \rightarrow \Sigma_1$$

$$T_g : \Sigma_1 \rightarrow \Sigma_0$$

В линейной форме круг седловой вида входит в кас. н.п.п.,
также орб. н.п. синг. (условия $g_1 \neq g_2$)

Видимо два варианта.



$$g(u) = u_2''(u) - u_2^3(u)$$

1. Бифуркационное условие: $g(0) = 0$
(есть н.п. при $u=0$)

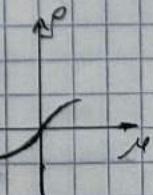
2. Условие невырожденности: $g'(0) \neq 0$,

условие разбуждения якоря
при $g''(0) \neq 0$.

Для определенности будем считать, что $g'(0) > 0$

Локальное обобщенное T_c : в зоне синг.

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = \lambda_1(u) u_2 \\ \dot{u}_2 = \lambda_2(u) u_1 \end{cases} \quad (3)$$



$$t=0: U_1(0) = U_1^0, U_2(0) = U_2^0$$

Задача 13) нужно ищет изохору, а уравнение $t=0$

$$\begin{cases} U_1(t) = U_1^0 e^{\lambda_1 t} \\ U_2(t) = U_2^0 e^{\lambda_2 t} \end{cases} \quad (*)$$

Подставив в исходное уравнение получим уравнение $U_1^0 + U_2^0 = U_1^0 + U_2^0$

$$U_1^0 = U_1^0, U_2^0 = U_2^0$$

$$\Rightarrow U_2 = U_2^0 e^{\lambda_2 t} \Rightarrow \Sigma = \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{U_2}{U_2^0} \quad (\Sigma)$$

$$\text{с обратной стороны: } U_1(t) = U_1^0 e^{\lambda_1 t} = U_1^0 e^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Sigma} = U_1^0 \left(U_2^0 \right)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} = C \cdot (U_2^0)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} =$$

$$= U_1^0 \cdot (U_2^0)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} (U_2^0)^{-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} = C \cdot (U_2^0)^{\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_2}}.$$

$$\Rightarrow U_1^0 = C(U_2^0)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}, \quad \text{т.к. } \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

~ соотношение (*) "задает наш будущий

Σ

Подставив это выражение в Σ : получим, что это выражение, $U_1^0 = C(U_2^0)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}$ то есть Σ предполагает, что $U_2^0 > 0$. Но это выражение (при малых U) описывает фазовую траекторию, при малых U и существует фазоромантия.

Также это

$$U_2 = f(U_1, \mu) \quad (*)$$

-

Σ .

~ квадратичное, однократное, дифференциальное соотношение

различных видах

$$U_2 = f(0,0) + \frac{\partial f}{\partial U_1} \Big|_{(0,0)} U_1 + \frac{\partial f}{\partial \mu} \Big|_{(0,0)} \mu + \dots = a U_1 + b \mu + \dots$$

$$(8) \quad U_2 = a U_1 + b \mu + \dots$$

В соотношении (8) находим a и b такие, что $a > 0$, $a \neq 0$

и b не зависят, что f (переходное значение a и b при $U_1 = 0$?)

($a < 0$ чисто и преследует фазовые траектории)

Полное соотношение:

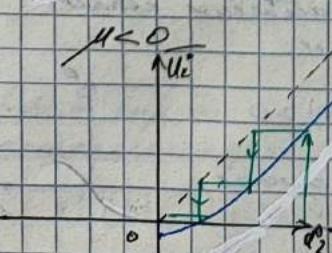
$$U_2 = a C(U_1^0)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} + b \mu$$

a - коэффициент

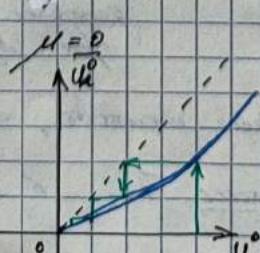
~ величинаность стабильности

Рассмотрим случаи:

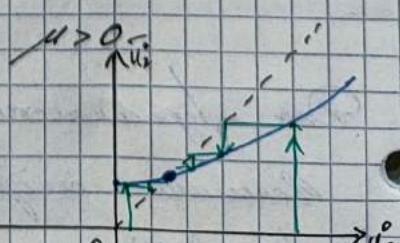
$$1) \quad f(0) = 2_1(0) + 2_2(0) < 0 \quad (g(0) > s) \quad b > 0$$



стаб. узел

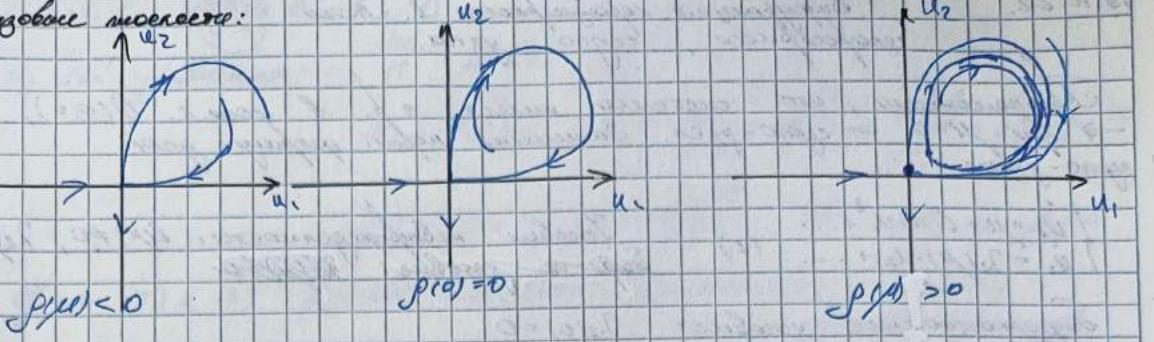


устаб. узел



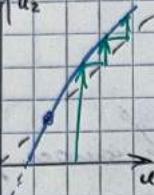
нейтр. узел

Равновесное положение:

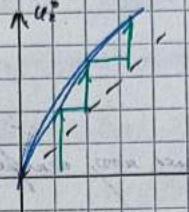


$$\text{d)} \quad \Gamma(0) > 0 \rightarrow g(0) < 0$$

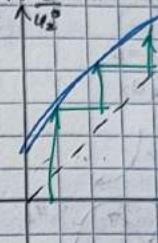
$$\frac{\mu K_0}{\lambda u_2^0}$$



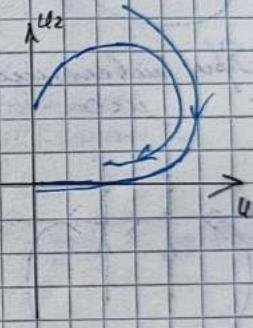
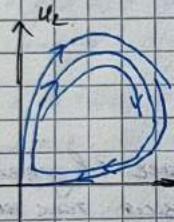
$$\frac{\mu=0}{\lambda u_1^0}$$



$$\frac{\mu > 0}{\lambda u_2^0}$$



и наоборот неустойчив.

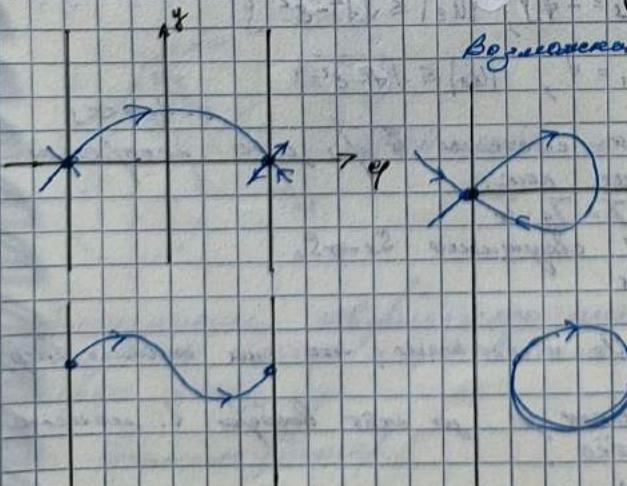


Для $\mu = 0$ и $\lambda < 0$

Замечание: Касающиеся и проникающие
равновесные точки называются граничными.

Для $\mu < 0$ и $\lambda < 0$: $G = S^+ \times R$

Возможные фигуры есть:



Первое что приходит в голову?
Симметрия. Симметрия.
→ Симметрия ∞
Когда мы видим симметрию, то это означает
такое же самое движение
(одинаковы эти два случая).
→ Симметрия ∞

19.12.22.

Бифуркация поверхности 1. Периодическая сингулярность, седло - узел.

(26)

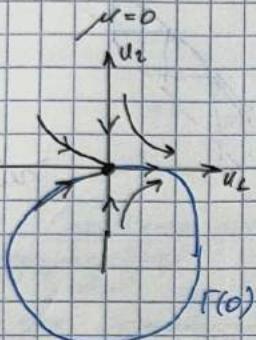
Примечание, что система имеет с.р. в нач. с. $O(0,0)$,
 \rightarrow при $\mu=0 \rightarrow$ седло-узел. Заметим, что дробь дает
 седло-узел:

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = \mu + C(\mu) u_1^2 + \dots \\ \dot{u}_2 = T_2(\mu) \cdot u_2 + \dots \end{cases} \quad (2)$$

Условие неворотимости: $C(\mu) \neq 0, T_2(\mu) \neq 0$

бифуркационное условие: $T_2(0)=0$

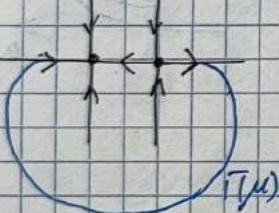
Для одн. с.р.: $T_2(\mu) < 0, C(\mu) > 0$



Следование, что поверхность ф. сингул. дробь.

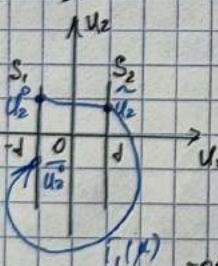
будет промежуточна, и это возможно, то привед.
 $T(0)$ не попадает в сферу (не расщепление).

При неопределенности μ .



Граница $T(\mu)$ приведет туда же (в зону), ~
 сохраняясь, т.е. бифуркация так же поверхн.

Для $\mu > 0$



Введен 2 сектора: S_1 и S_2

$$S_1 = \{u_1 u_2 | u_1 = -\sqrt{\varepsilon}, |u_2| \leq \sqrt{\varepsilon^2 - u_1^2}\}$$

$$S_2 = \{u_1 u_2 | u_1 = \sqrt{\varepsilon}, |u_2| \leq \sqrt{\varepsilon^2 - u_1^2}\}$$

$0 < \varepsilon \ll 1$

Рассмотрим движение в секторах S_1 при $\mu > 0$ неопредел.

гомоинт. обобращение как:

$$T = T_g \cdot t_e$$

так T_g - это обр. маппера следующего $S_2 \rightarrow S_1$,

$$\text{так } T_g = \frac{1}{\lambda} \cdot t_e$$

Логическое обобр. T_e : видимо, что он показывает, что она лежит спереди S_2 .

1) шарнир на (1) . т.е. \rightarrow при подходе к u_1 из её видимой с.р. имеем $u_1^2 \rightarrow u_1^2 + 1 \rightarrow u_1$ раздёл.

2) показывает, что в зоне S_1 переход между $u_1 \rightarrow u_2$ (также с.р.)

имеет

$$u_2(0) = u_2^0, \quad u_2(t) = u_2^0 e^{-\lambda t} \quad (2)$$

$$t=2 \cdot \tilde{u}_2 = u_2 e^{2z^2} \quad (2)$$

u_2 -го уравнения:

$$\frac{du_2}{dt} = \mu + \tilde{u}_1^2$$

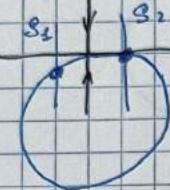
$$\frac{du_2}{dt} = \frac{\tilde{u}_1^2}{u_2^2 + \mu} \Rightarrow \tilde{u}_1^2 = \int_{-\infty}^t \frac{du_2}{u_2^2 + \mu} = \int_{-\infty}^t \frac{d}{e} \cdot \frac{\tilde{u}_1}{u_2^2 + \mu} =$$

$$\Rightarrow \tilde{u}_1^2 = \frac{2}{\sqrt{\mu e}} \arctg \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{t}} \quad (3) \rightarrow \text{коэф. } \mu \rightarrow 0$$

Из (2) и (3) получим логарифмическое соотношение.
с.п. 100., а времена обратно.

Несколько слов об \tilde{u}_1^2 . Предположим, что \tilde{u}_1^2 гладкая, поэтому
переход $u_2 \rightarrow \tilde{u}_2$. При $\mu = 0$ было $\Gamma(0)$ плавущий танк на
всех.

По непрерывности по μ $\Gamma(0) \rightarrow \Gamma(\mu)$.



Логарифмическое соотношение: $\tilde{u}_1^2 = g(u_2, \mu)$ процесс $\mu \rightarrow 0$ -
дифференциальный.

Рассмотрим это движение в \mathbb{R}^2 :

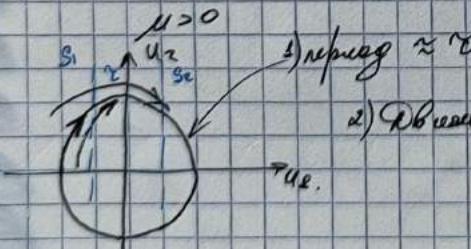
$$g(\tilde{u}_2, \mu) = g(0, 0) + \underbrace{\left. \frac{\partial g}{\partial \tilde{u}_2} \right|_{(0,0)} \tilde{u}_2}_{B} + \underbrace{\left. \frac{\partial g}{\partial \mu} \right|_{(0,0)} \mu}_{C} + \dots$$

$$\Rightarrow \tilde{u}_1^2 = a + b \tilde{u}_2 + c \mu + \dots \quad (4) \quad \text{последнее константа.}$$

значит конст. a, b и c не что не влияет, если $B > 0$ (тогда не
было пересечений, т.е. плава. гравиборей).

$$\begin{cases} \tilde{u}_2 = a + b e^{2z^2} + c \mu + \dots \quad (5) \\ \tilde{u}_1^2 = \frac{2}{\sqrt{\mu e}} \arctg \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{t}} \end{cases} \leftarrow \text{коэф. } \mu \text{ из } \Gamma, \text{ где } \Gamma \text{ из } \text{б.п. } (3)$$

это движение, $a, b, c > 0$, найдено гладким движением:
(один из них, т.к. содержит $B e^{2z^2} < \infty$) и в нем есть устойчивый
пределный цикл. Т.е. можно разбить на две части:
перед цикл.



2) Движение по циклу неравновесное.

\tilde{u}_2 .

Замечание: совершающее движение движется между симметричными
 $a, c > 0$ (или - и 0) и более описано движением между
перед цикл.

Рассмотрим пример:

$$\begin{cases} \dot{p} = p(1-p) \\ \dot{\varphi} = \sin \varphi - \mu \end{cases} \quad (6), \text{ где } \mu > 0$$

и при малом начальном положении

$0 \rightarrow i \leftarrow j$

$\dot{\varphi} = \sin \varphi - \mu$
a.p.: $\sin \varphi = \mu$, $\mu > 0$ - фиксированный

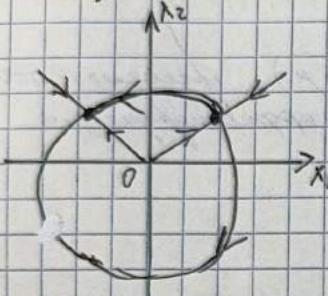
$0 < \mu < 1$: $\varphi_1 = \arcsin \mu$, $\varphi_2 = \pi - \arcsin \mu$.

Неподвижно пок.-то, когда φ_1 - неуст., φ_2 - уст.

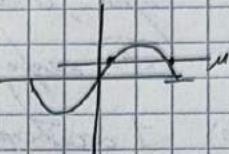
$$\mu = 1: \quad \dot{\varphi} = \frac{\pi}{2}$$

Равновесие коридоров:

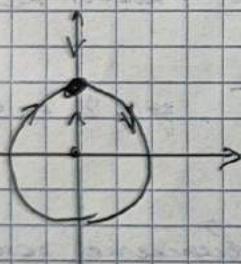
$$0 < \mu < 1$$



$$\sin \varphi = \mu$$



$$\mu = 1$$



$\mu > 1$. неуст. нео.

- неуст. фикс.

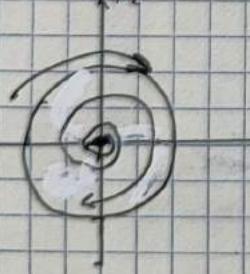


Таблица коридоров

Равновесие коридоров (для каждого из вариантов)

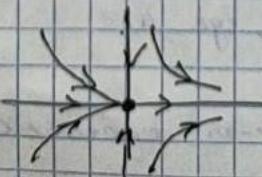
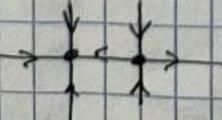
значимое
изображение

$$\mu < 0$$

$$\mu = 0$$

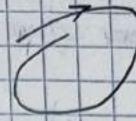
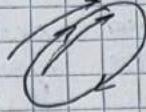
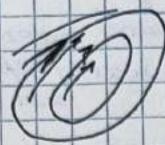
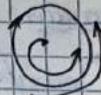
$$\mu > 0$$

Седло-узел
с.р.

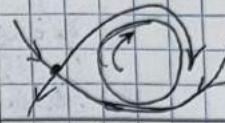
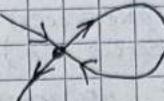
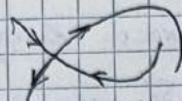


I - ноктевые

2. Ангромотор -
Хенкса.
(лев. - правое.)

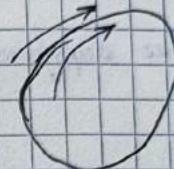
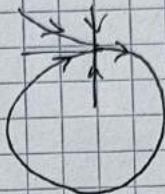
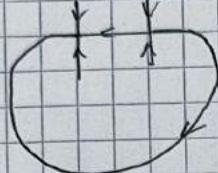


3. Обратный
переворот
шаров.



4. Двойной сепаро-
райс. с.

Симметрич.
с - г.



II -

Контурование:

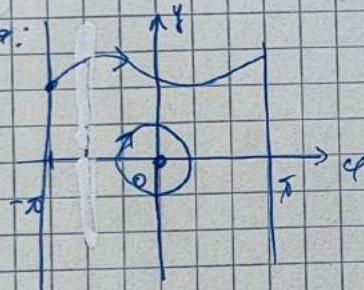
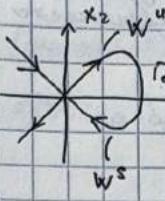


Рисунок вправу. Упрощенное изображение.

24/25



Предположение, что в начальном состоянии есть с.п. - это означает, что в начале координат. Для стабильности $\lambda_1(\mu) < 0$, $\lambda_2(\mu) > 0$

то - замкнутая кривая (свойство асимптотичности к центру)

то авт. колебание, при изменении параметров, она разрывается.

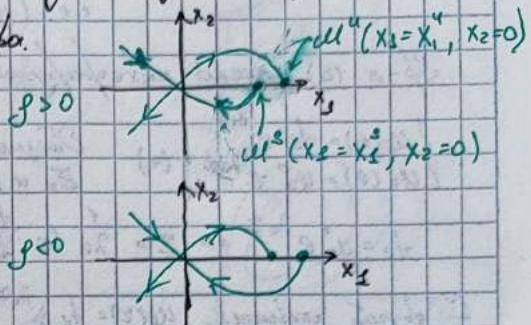
Для характеристики начального расположения вектора динамико расщепления сепаратрисы:

$$x_1^s(\mu), x_2^u(\mu) \sim \text{ зависят от параметра.}$$

$$\boxed{g(\mu) = x_2^u(\mu) - x_2^s(\mu)} \sim \text{ ф-я расщепления } g > 0$$

Вторая базисная характеристика нелинейных сепаратрис:

$$\boxed{f(\mu) = \lambda_2(\mu) + \lambda_1(\mu)}$$



Расщепление сепаратрис:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \mu) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \mu) \end{cases} \quad (2)$$

Предположение, что сепарация равновесий в $\Gamma \cap O(x_1=0, x_2=0)$ - это с.п., т.е. $\lambda_2(\mu) > 0$, $\lambda_1(\mu) < 0$

С помощью линейного метода дифракционного метода приводится к линейному дифференциальному уравнению:

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = \lambda_2(\mu) u_1 + g_2(u_1, u_2, \mu) \\ \dot{u}_2 = \lambda_1(\mu) u_2 + g_1(u_1, u_2, \mu) \end{cases} \quad (2)$$

где линейное диф-ш $g_i(0,0,\mu) = 0$, $i=1,2$.
предположение, что при $\mu=0$ сепарация (2)

имеет замкнутую кривую Го

тогда сепарация и замкнутая кривая Го разрывается:

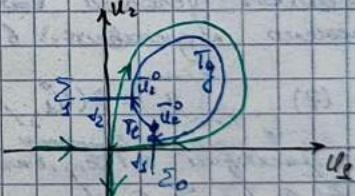
Рассмотрим среза, граничащими с

такой кривой (секущий)

$$\Sigma_0 = \{u_2 = d_1, |u_2| < \varepsilon\}$$

$$\Sigma_1 = \{u_2 = d_2, |u_2| < \varepsilon\}$$

где d_1, d_2, ε - малое линейственное значение.



Создана дифракционное расщепление $g(\mu)$, используя в качестве секущих срезов Σ_0 , определяющих сепарации:

$$g(\mu) = u_2''(\mu) - u_2^s(\mu)$$

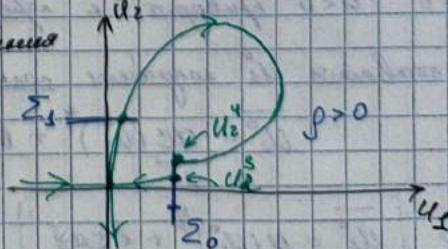
где u_2'' и u_2^s - ordinаты точек первого приближения линейной кривой с сепарацией сепаратрисы сегмента Σ_0 .

Тогда дифракционное условие существования кривой Го можно записать так:

$$1) \quad g(0) = 0 \quad (\text{т.е. линия проходит через } \mu=0)$$

2) Условие невырожденности: $g'(0) \neq 0$,

$$g''(0) \neq 0$$



Начальное расположение кривой Го различно.

Дробь для определения $g''(0) \neq 0$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow U_2'' > U_2^s \quad (\mu > 0) \\ &\quad U_2'' < U_2^s \quad (\mu < 0) \end{aligned}$$

Поведение точечного обобщения в ортогональной плоскости Γ_0 . В виде суперпозиции двух обобщений $T = T_0 \cdot T_1$, где T_0 - действует в ортогональной плоскости Σ_0 , а T_1 - в ортогональной к ней плоскости Σ_1 .

Линейное обобщение T_0 : в этом случае для шеб. (2) определяется в линейной форме:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \lambda_1 U_1 \\ \dot{U}_2 &= \lambda_2 U_2 \quad (3) \end{aligned}$$

$$T_0: \Sigma_0 \rightarrow \Sigma_1$$

т.е. при $t=0$ выполнено условие: $U_1(0) = J_1$

$$U_2(0) = U_2^0 > 0$$

$$\text{т.е. } (U_1(0), U_2(0)) \in \Sigma_1$$

Из (3) легко интегрируется, и получаем $t=0$:

$$\begin{aligned} U_1(t) &= J_1 e^{\lambda_1 t} \\ U_2(t) &= U_2^0 e^{\lambda_2 t} \quad (4) \end{aligned}$$

Обозначим через Z - время движения между Σ_0 и Σ_1 борьба гравитации, т.е.

$$Z = U_2^0 e^{\lambda_2 Z} \Rightarrow Z = \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{J_1}{U_2^0} \quad (5)$$

$$U_1(Z) = J_1, \quad a$$

$$U_2(Z) = U_2^0, \quad a$$

$$\begin{aligned} \text{С другой стороны, } U_1(Z) &= J_1 e^{\lambda_1 Z} = J_1 e^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \ln \left(\frac{J_1}{U_2^0} \right)} = J_1 e^{\ln \left(\frac{J_1}{U_2^0} \right)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}} = \sqrt{J_1 \cdot J_2} \cdot (U_2^0)^{-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} = \\ &= C \cdot (U_2^0)^{-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \Rightarrow U_1^0 = C (U_2^0)^q, \quad \text{где } q = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \end{aligned}$$

Линейное обобщение T_0 : поясним, что гравитация шебетом (2) определяет обобщение

$$T_0: \Sigma_1 \rightarrow \Sigma_0$$

Действительно, если движущееся гравитация Γ_0 при $t=0$ содержит в Σ_1 и Σ_0 . При этом время движения борьбы Γ_0 из Σ_1 в Σ_0 будет линейным. Далее и по теореме о непрерывной зависимости гравитации шебетом (2) от начальных условий выходит существование обобщения T_0 , которое является гравитацией в следующем виде:

$$(7) \quad \overline{U_2^0} = p(U_1^0, \mu) \quad - T_0 \text{ движется дифференциальным обобщением в прямом смысле гравитации в } \Sigma_0, \text{ никаких изгибов и зашагов. дифференциальное обобщение.}$$

Разложение в ряд Тейлора:

$$\overline{U_2^0} = p(0,0) + \frac{\partial p}{\partial U_1^0}(0,0) U_1^0 + \frac{\partial p}{\partial \mu}(0,0) \mu + \dots = a U_1^0 + b \mu$$

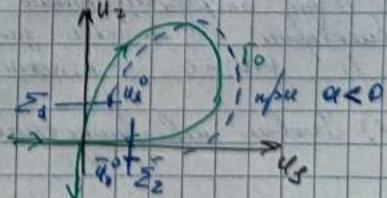
$$\Rightarrow (8) \quad \overline{U_2^0} = a U_1^0 + b \mu + \dots$$

В соответствии с (8) параметр a принципиально > 0 , а b и.д. разделят, но $\neq 0$ ($a < 0$ приводит к пересечению движущих гравитаций)

Подставляя U_1^0 получим полное обобщение:

$$\overline{U_2^0} = \frac{\alpha C}{a} (U_1^0)^q + b \mu$$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{U_2^0} = \alpha (U_1^0)^q + b \mu}$$



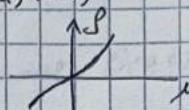
нелинейность спиралей

$$\bar{U}_2^0 = \alpha(U_2^0)^2 + \beta(U_2^0)$$

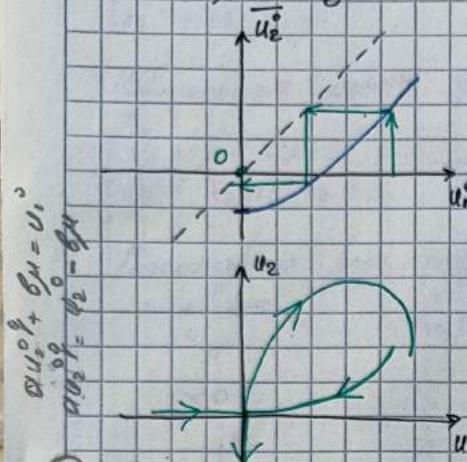
$$\alpha > 0, \quad \beta(\mu) \neq 0, \quad \beta = 0 \\ (+\text{дисл} \quad \lambda_2(\mu) < 0, \quad \lambda_2(\mu) > 0)$$

Рассматриваемые случаи:

1) $\bar{V}(0) = \lambda_1(0) + \lambda_2(0) < 0$ (т.е. $g(0) = -\frac{\lambda_2(0)}{\lambda_1(0)} > 1$)

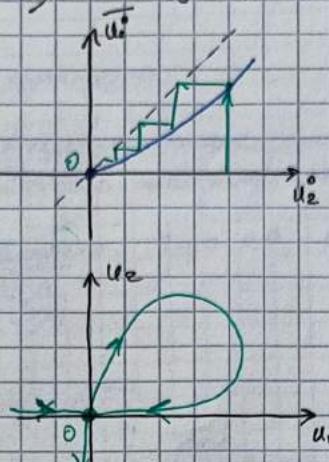


$$\mu < 0 \quad (\rho < 0) \quad U_2^0 < 0$$



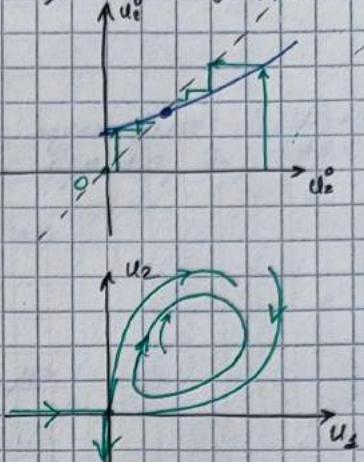
~ неустойчивый открытый ч.п.

$$\mu = 0 \quad (\rho = 0) \quad U_2^0 = 0$$



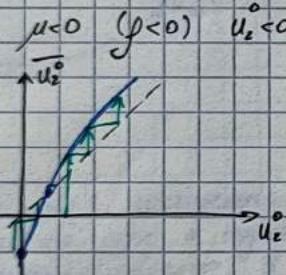
~ особ. замкнутые Г.о.

$$\mu > 0 \quad (\rho > 0) \quad U_2^0 > 0$$

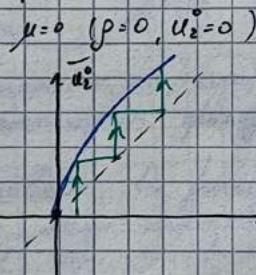


~ неустойчивый замкнутый цикл при $\mu > 0$

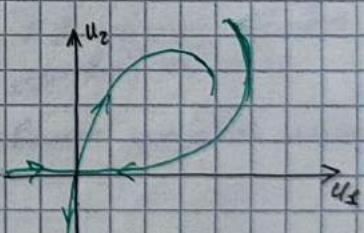
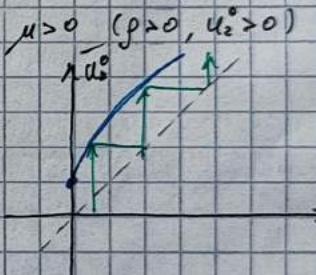
2) $\bar{V}(0) = \lambda_1(0) + \lambda_2(0) > 0$ (т.е. $g(0) = -\frac{\lambda_2(0)}{\lambda_1(0)} < 1$)



~ устойч. пред. цикл.



~ особ. замкнутые Г.о. (но неуст.)



(26) Рассмотрение жесткого члена из полисепарирующим сердо-узлом.

Предположим что система \dot{x}^1 имеет с.р. в начале координат $O(0,0)$
и при $\mu=0 \rightarrow$ сердо-узел.

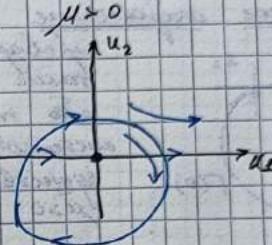
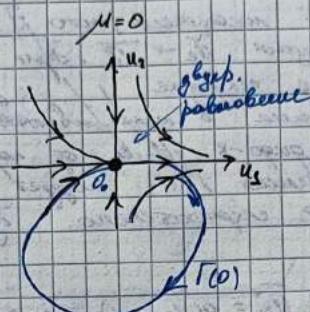
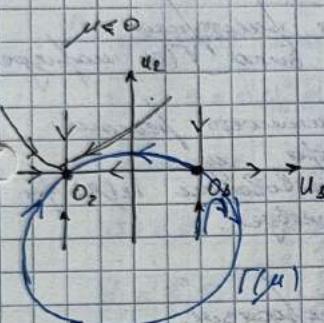
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \mu) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \mu) \end{cases} \quad (2')$$

Нормализация формы для сердо-узла:

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = \mu + l_1(\mu) u_1^2 + \dots \\ \dot{u}_2 = l_2(\mu) \cdot u_2 + \dots \end{cases} \quad (2) \quad \text{Диагональное условие сердо-узла: } l_1(0) = 0 \\ \text{Условие невырожденности: } l_1(\mu) \neq 0, l_2(\mu) \neq 0$$

Рассматриваем при упорядоченности: $l_2(\mu) < 0, l_1(\mu) > 0$

$$\rightarrow \bullet \leftrightarrow u_2 \quad u_{12}^0 = \pm \sqrt{-\frac{\mu}{l_2(\mu)}}$$

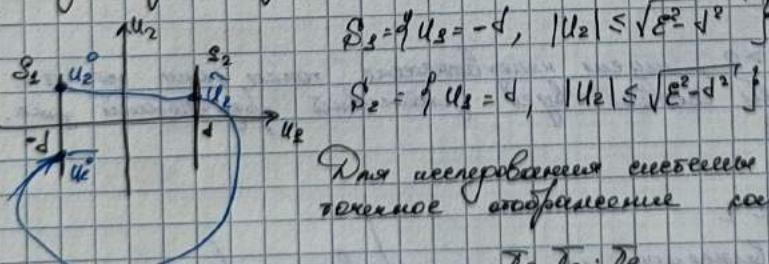


Предположим, что сепаратор от специальных точек.

При $\mu < 0$ состояние равновесия O распарасится на два упорядоченных узла и сердо. При этом специальная точка членом $\Gamma(0)$ записано в $\Gamma(\mu)$, обр. сепаратором серда, а другим в двойной живущий узел. Существование членов $\Gamma(\mu)$ вытекает из условия о том, что $\Gamma(0)$ возвращается в общую форму, т.е. сепаратор $\chi''(0)$ не попадает в "край" узловых областей.

При $\mu > 0$ мы имеем с.р. для несепарированной формы члена в одном сущем месте изображение Буше-Лагаре.

Видим две сущущие S_1 и S_2



$$S_1 = \sqrt{\mu} = -d, |U_2| \leq \sqrt{\varepsilon^2 - d^2}$$

$$0 < d < \varepsilon \ll 1$$

При несепарированном члене $\mu > 0$ появляется точечное расщепление точек:

$$T = T_g \cdot D_\varepsilon$$

где T_g - стаб. множ. $S_1 \rightarrow S_2$.
 T_g - стаб. от $S_2 \rightarrow S_1$

Появление расщепления T_g , выбираем U_2^0 и показали, что он является сердом на S_2 .

?) Сепаратор не является уп-е \rightarrow при множ. μ на кажд. члене принимает $U_1^0 = U_2 \times \mu \Rightarrow U_2 \sim \text{расщ.}$

2) Рассмотрим, что в процессе 2 перехода точки $U_2 \rightarrow \tilde{U}_2$. $U_2(0)$ вышло из зоны $\mu > 0$ $U_2(0) < 0 \Rightarrow U_2$ во времени уменьшается (затухает)

$$\text{Пробел } U_2(t=0) = U_2^0 \rightarrow U_2(t) = U_2^0 e^{-\lambda t}$$

$$\text{при } t=2: \tilde{U}_2 = U_2^0 e^{-2\lambda} \quad (2)$$

$$U_2 \rightarrow 0 \text{ при } \mu \rightarrow 0: \frac{dU_2}{dt} = \mu + U_2^2$$

$$(3) \Rightarrow 2 = \int \frac{dU_2}{U_2^2 + \mu} = \frac{1}{\mu} \int \frac{dU_2}{U_2^2 + \frac{\mu}{\mu}} = \frac{1}{\mu} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\mu}} \arctg \frac{U_2 \sqrt{\mu}}{\sqrt{\mu}} \Big|_0^2 = \frac{2}{\sqrt{\mu}} \arctg \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{\mu}}$$

$$\text{при } \mu \rightarrow 0 \quad 2 \rightarrow \infty$$

т.е. при достаточно малом $\mu > 0$
изображаемая фазовая точка бросается
вдвоем в однозначное движение

Глобальное описание Γ : показано, что Γ такое гладкое
переводящее $U_2 \rightarrow \tilde{U}_2^0$. При $\mu = 0$ было $\Gamma(0)$, нарисован
такие же складки.
Для поиска о конформной зависимости решения
движения $U_2 - \tilde{U}_2^0$ от параметра μ
существование $\Gamma(0)$ избирает существование $\Gamma(\mu)$ при
 $\mu > 0 \Rightarrow$ спроектировано Γ существует.

Найдем член в виде:

$$\tilde{U}_2^0 = g(U_2, \mu) \quad \sim \text{циркулярное}$$

Разложение в ряд в однозначном $(0, 0)$:

$$g(\tilde{U}_2^0, \mu) = g(0, 0) + \left[\frac{\partial g}{\partial \tilde{U}_2}(0, 0), \tilde{U}_2^0 + \frac{\partial g}{\partial \mu}(0, 0) \right] \mu + \dots$$

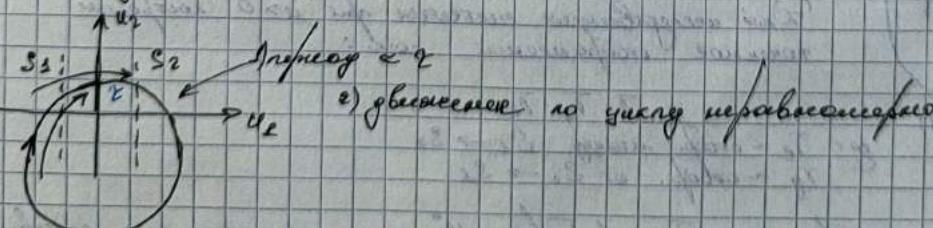
$$\Rightarrow \tilde{U}_2^0 = a + b \tilde{U}_2^0 + c \mu + \dots \quad (*) \quad b > 0, \text{ чтобы не было пересечений}$$

т.е. не есть гладкое

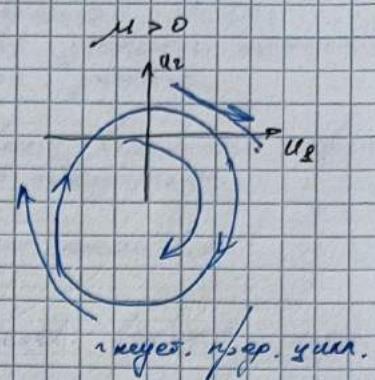
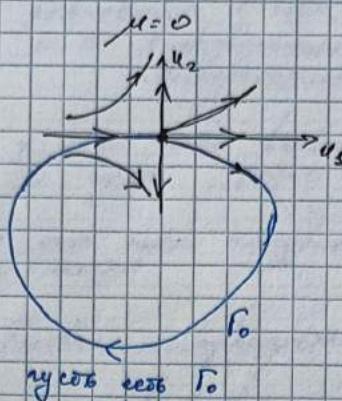
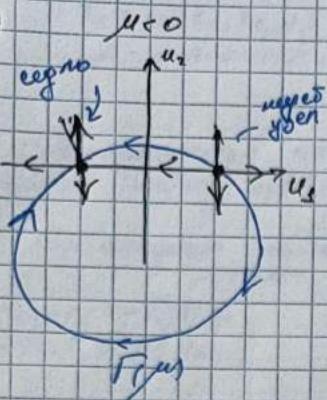
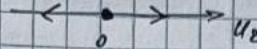
a, b, c мы знаем не много.

$$\begin{cases} \tilde{U}_2^0 = a + b \tilde{U}_2^0 e^{-2\lambda} + c \mu + \dots \\ \Sigma = \frac{2}{\sqrt{\mu}} \arctg \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{\mu}} \end{cases} \quad (5) \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{помимо описания } \Gamma, \text{ где об.} \\ \Sigma \text{ из выражения (3).} \end{array}$$

При определенных $a, b, c > 0$, получим кеплеровское движение точки U_2 т.е.
из-за $b \neq 0 \Leftrightarrow \Sigma$ — это несобственное устойчивое прерывистое движение.



Если расстояние между кольцами $R_2(u) > 0$, $C(u) > 0$



Рассмотрим аналогично:

$$\bar{u}_2^0 = a + b u_2^0 e^{R_2 T} + c \mu + \dots$$

и дополним; $R_2 > 0 \Rightarrow b e^{R_2 T} > 1$.

$$a + b u_2^0 e^{R_2 T} + c \mu = u_2^0 \rightarrow \text{недр. останов.}$$

$b = b e^{R_2 T} > 1 \rightarrow \text{недр. останов.} \Rightarrow \text{недр. останов.}$

12.7) Рассмотрим систему уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \mu) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \mu) \\ \mu - \text{параметр}, \end{cases}$$

Пусть для систему имеет место равновесие в нач. координатах $O(0,0)$, $\mu=0$ ~ дифуродинамическое значение параметра (дифуродинамическое уравнение).

Несовпадение, это и есть собственное равновесие линейное характеристики $\lambda_1(\mu), \lambda_2(\mu)$ и пусть $\lambda_1(0)=0$ ~ в дифуродинам.

Несовпадение показывает такой дифуродинамический член.

$$\begin{cases} u_1 = \mu + l(\mu) u_1 \\ u_2 = r_2(\mu) u_2 \end{cases}$$

Условие несовпадения: $l(\mu) \neq 0, r_2(\mu) \neq 0$

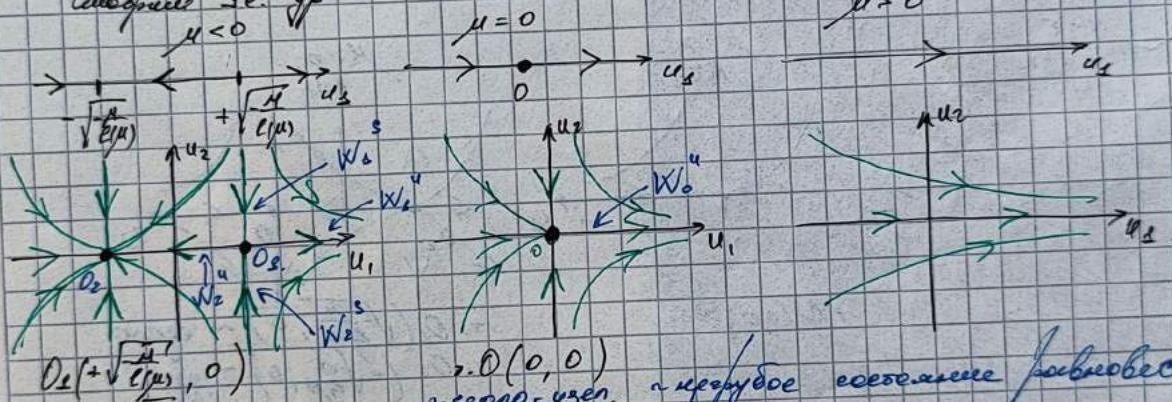
$u_2 \rightarrow \infty$: собственный равновесий.

$$\mu + l(\mu) u_2^2 = 0 \Rightarrow u_2^2 = \pm \sqrt{\frac{\mu}{l(\mu)}} \text{ даёт нелинейные случаи:}$$

i. $l(\mu) > 0$.

a) $r_2(\mu) < 0 \rightarrow$ собс. равн. $u_2 = 0$ из $\rightarrow \infty$.

Собственные значения.



$$O_1(+\sqrt{\frac{\mu}{l(\mu)}}, 0)$$

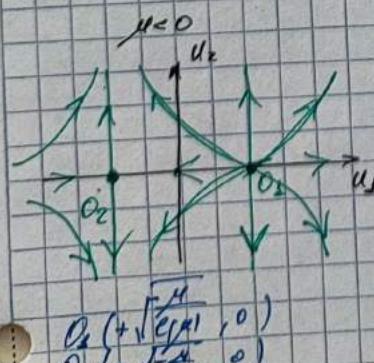
$$O_1(-\sqrt{\frac{\mu}{l(\mu)}}, 0)$$

O_2 - седло; O_1 - узел.

• $O(0,0)$ ~ центр, узел. ~ нелинейное собственное равновесие с.п.
Собственная область и седловая область, касающаяся границы областей, откуда

отрывается фрагмент границы нелинейного дифуродинам.

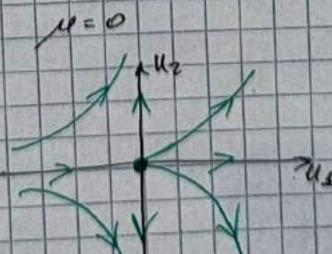
b) $r_2(\mu) > 0 \rightarrow$ при μ неизменен, а меняется u_2 :



$$O_2(+\sqrt{\frac{\mu}{l(\mu)}}, 0)$$

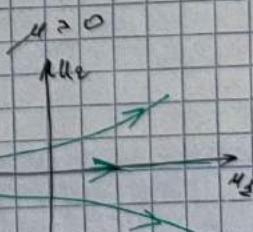
$$O_2(-\sqrt{\frac{\mu}{l(\mu)}}, 0)$$

O_2 - седло
 O_2 - неуст. узел.



$$O(0,0)$$

~ нелинейное с.п.
седло - узел.



$$2. \quad L(\mu) < 0$$

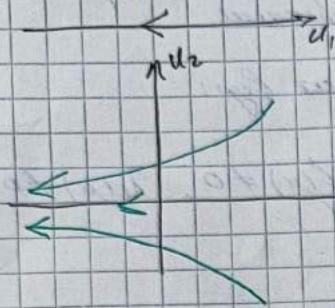
$$\begin{aligned} u_{1,c}^0 &= \pm \sqrt{\frac{\mu}{L(\mu)}} \\ u_2^0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{u}_{1c} &= \mu + L(\mu) u_{1c}^2 \\ \dot{u}_2 &= L_2(\mu) u_2 \end{aligned}$$

$$a) \quad \lambda_2(\mu) < 0 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \bullet \\ \leftarrow \end{array} \quad \begin{array}{c} \rightarrow \\ 0 \\ \leftarrow \end{array} \quad \begin{array}{c} \rightarrow \\ \mu = 0 \\ \leftarrow \end{array}$$

$$\mu < 0$$

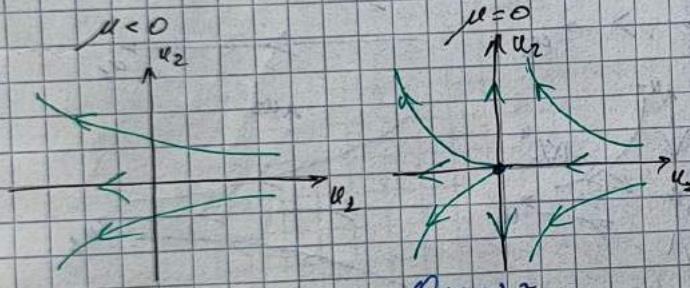


$\therefore (0,0)$ negativ.

$$b) \quad \lambda_2(\mu) > 0$$

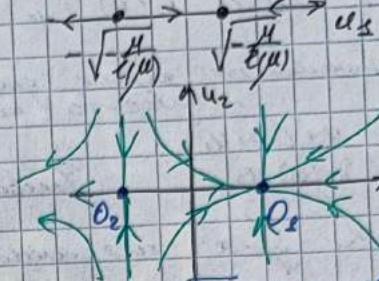
$$\begin{array}{c} \leftarrow \\ \bullet \\ \rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{c} \leftarrow \\ 0 \\ \rightarrow \end{array}$$

$$\mu < 0$$



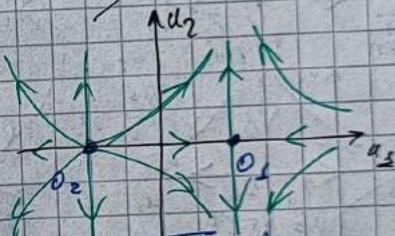
$\therefore (0,0) \sim$

$$\mu > 0$$



$O_2(\sqrt{\frac{\mu}{L(\mu)}}, 0) \sim \text{ggen}$
 $O_2(-\sqrt{\frac{\mu}{L(\mu)}}, 0) \sim \text{egeno}$

$$\mu > 0$$



$\therefore O_2(\sqrt{\frac{\mu}{L(\mu)}}, 0) \sim \text{egeno}$
 $\therefore O_2(-\sqrt{\frac{\mu}{L(\mu)}}, 0) \sim \text{ggen}$