|  |  |
| --- | --- |
| Билет 1   1. Стационарные состояния гармонического осциллятора. Подход дифференциального уравнения. Нахождение собственных значений энергий. 2. Выведите формулы для поправки к энергии в теории возмущений первого и второго порядков. 3. Укажите вид оператора проекции спина *sn* на произвольное направление, задаваемое единичным вектором ***n***. Найти среднее значение проекции спина на ось ***n*** в состоянии с определенной проекцией спина на ось *z*. | Билет 2   1. Операторы рождения и уничтожения в задаче о гармоническом осцилляторе. Вывод выражений для собственных значений энергий и собственных функций. 2. Используя метод Цвана найдите амплитуду и фазу волновой функции, отраженной от линейного потенциала. 3. Найдите волновые функции стационарных состояний и собственные значения энергии плоского ротатора (вращающейся системы из двух жестко связанных друг с другом частиц). Момент инерции ротатора *I=a2*, где ** - приведенная масса частиц, *a* - расстояние между ними. Частицы вращаются в фиксированной плоскости. Какова кратность вырождения уровней. |
| Билет 3   1. Найдите глубину трёхмерной прямоугольной ямы, необходимую для появления связанного состояния. 2. Получите вид волновой функции в классически запрещенной и разрешенной областях в рамках квазиклассического приближения. Оцените локальную точность. 3. Найдите коммутатор операторов *L2*, *L*. | Билет 4   1. Опишите свободное движение частицы в сферической системе координат. Какими квантовыми числами характеризуется движение? 2. С помощью теории возмущений найдите поправки к энергии основного состояния гармонического осциллятора с возмущением вида V=αx3. 3. Найдите коммутатор операторов проекций моментов импульса. |

|  |  |
| --- | --- |
| Билет 5   1. Орбитальный момент, его связь с оператором поворота. Повышающие и понижающие операторы. Матричное представление операторов момента. 2. Примените метод ВКБ к гармоническому осциллятору. Сравните ответы с точными. 3. На частицу, находящуюся при *t=-∞* в основном состоянии в бесконечно глубокой яме с прямоугольными стенками (ширина ямы *a*), накладывается слабое однородное поле, изменяющееся во времени по закону *V(x,t)=-xF0exp(-t2/2)*. Вычислите в первом порядке теории возмущений вероятности возбуждения различных состояний частиц при *t→+∞*. | Билет 6   1. Оператор орбитального момента в декартовых координатах. Преобразование вращения. Коммутационные соотношения. 2. Выведите формулу Золотого правила Ферми. 3. Найдите спектр энергии в атоме водорода. Какими квантовыми числами характеризуются уровни? |
| Билет 7   1. Опишите принцип работы анализатора Штерна-Герлаха. 2. Стационарная теория возмущений в случае вырождения. Задача об электроне в поле двух одинаковых ядер. Правильные функции нулевого приближения. Интегралы перекрытия. 3. Выразите оператор поворота *R*, описывающий преобразование волновой функции частицы при вращении системы координат на угол ** относительно оси, направление которой в пространстве определяется единичным вектором ***n***, через оператор момента импульса. | Билет 8   1. Оператор орбитального момента. Спектр энергий и собственные функции симметричного ротатора. 2. Квазиклассическое приближение. Задача о потенциальной яме. Правила квантования Бора-Зоммерфельда. 3. Найдите расщепление первого возбужденного уровня энергии плоского симметричного гармонического осциллятора под действием возмущения вида *V=xy* в первом порядке теории возмущений. |

|  |  |
| --- | --- |
| Билет 9   1. Спин. Многокомпонентная волновая функция. Опыт Штерна-Герлаха. Спиновая переменная. Инфинитезимальное преобразование вращения и оператор спина. 2. Стационарная теория возмущений в случае вырождения. Секулярное уравнение. Правильные функции нулевого приближения. 3. Найдите значения энергии, при которых частицы не отражаются от потенциального барьера *U(x)=[(x)+(x+a)]*. | Билет 10   1. Преобразование спиновой волновой функции при конечном вращении. Явные выражения для спина ½. 2. Симметрия по отношению к преобразованию инверсии. Истинные и псевдо- скаляры, векторы и тензоры. Четность различных сферических гармоник. 3. Найдите коэффициент прохождения частиц через прямоугольный потенциальный барьер   *U(x)=0; x<0;*  *U(x)=U0; 0<x<a;*  *U(x)=0; x>a.*  Рассмотреть случаи *U0>0* и *U0<0*. |
| Билет 11   1. Спин ½. Матрицы Паули. Коммутационные и антикоммутационные соотношения. Алгебра матриц Паули. Собственные числа и собственные функции операторов проекций спина. 2. С помощью теории возмущений найдите поправки к энергии гармонического осциллятора для возмущения вида V=αx4. 3. Доказать, что для потенциального барьера произвольной формы выполняется соотношение *R(E)+T(E)=1*, *R* и *T* – коэффициенты отражения и прохождения, соответственно. Рассмотрите потенциальный барьер наиболее общей формы:   *lim U(x)=0;*  *x→-∞*  *lim U(x)=U0.*  *x→+∞* | Билет 12   1. Теория возмущений в случае вырождения. Напишите явные формулы для задачи о двукратном вырождении. 2. Оператор спина. Коммутационные соотношения. Собственные числа и собственные функции операторов спина. Матричные элементы. 3. Найти электрический потенциал, создаваемый атомом водорода, находящимся в основном состоянии. |

|  |  |
| --- | --- |
| Билет 13   1. Вам достался билет-джокер. 2. Тяните три билета и выбирайте: на какой из них Вы будете отвечать. | Билет 14   1. Оператор орбитального момента. Спектр энергии и собственные функции плоского ротатора. 2. Нестационарная теория возмущений. Общая теория. 3. Для кулоновского потенциала *U(r)=-/r* (*>0*) оцените энергию основного состояния, пользуясь пробной функцией вида *(r)~exp(-r2/2)*, где ** - вариационный параметр. Сравните результат с точным решением. |
| Билет 15   1. Существование связанного состояния в двумерной мелкой прямоугольной яме. Зависимость энергии связи от глубины ямы. 2. Нестационарная теория возмущений. Золотое правило Ферми. 3. Найдите собственные значения энергии и волновые функции частицы в потенциале (*>0*)   *U(x)=(x); |x|<a;*  *U(x)=∞; |x|>a.*  Отдельно рассмотрите случай *ma/ħ2>>1*. | Билет 16   1. Одномерное уравнение Шредингера. Решение задач с дельта-функцией в потенциале. Граничные условия. 2. Стационарная теория возмущений. Общая теория. 3. Найдите собственные значения оператора *f=aI+****b*** (*a* - число, ***b*** - вектор, ****** - вектор из матриц Паули, *I* – единичная матрица). |

|  |  |
| --- | --- |
| Билет 17   1. Движение в центральном поле. Общие свойства. Центробежная энергия. 2. Теория возмущений в случае периодического воздействия. Найдите вероятности переходов между уровнями в бесконечно глубокой яме под действием однородного гармонического поля. 3. Найти собственные значения и собственные функции операторов проекций спина для частицы со спином *s=½*. | Билет 18   1. Покажите, что произвольная функция от матриц Паули *f(aI+****b*****сводится к линейной и найдите её. 2. Нестационарная теория возмущений. Резонансный случай. 3. Определите коэффициенты отражения и прохождения частиц в случае потенциала *U(x)=(x)*. Рассмотрите предельные случаи *E→∞* и *E→0*. |
| Билет 19   1. С помощью прямого вариационного принципа оцените энергию основного состояния атома водорода. 2. Квазиклассическое приближение. Выведите формулу для набега фазы при отражении от линейного слоя. 3. Для двумерной потенциальной ямы конечной глубины:   *U(r)=-U0; r>R;*  *U(r)=0; r<R,*  оцените энергию основного состояния, используя пробную функцию вида:  *(r)~cos(r/(2R)); r<R;*  *(r)=0; r>R.* | Билет 20   1. С помощью правила Бора-Зоммерфельда найдите уровни энергии в треугольной яме. 2. Сведение задачи двух взаимодействующих между собой тел к движению в центральном поле. 3. На плоский ротатор, имеющий дипольный момент ***p***, наложено однородное электрическое поле, меняющееся во времени по закону ***E****=****E****0 exp(-*|*t|/)*. До включения поля ротатор имел определенное значение проекции момента импульса *m*. Вычислите в первом порядке теории возмущений вероятности измерения различных значений проекции момента импульса и энергии ротатора при *t→+∞*. |

|  |  |
| --- | --- |
| Билет 21   1. По теории возмущений найдите поправку к волновым функциям одномерного гармонического осциллятора из-за наложения однородного поля. Сравните с точным решением. 2. Квазиклассическое приближение. Метод Цвана. Правило сшивки волновых функций на границе классически запрещенной и разрешённой областей. 3. Произвольный линейный оператор *L*, действующий в пространстве спиновых переменных для частиц с *s=½*, является квадратной матрицей 2-го ранга. Какие ограничения накладывает эрмитовость оператора *L* на элементы этой матрицы? Найдите собственные значения такого эрмитова оператора. | Билет 22   1. Покажите, что матрицы Паули антикоммутируют между собой. 2. Связанные состояния электрона в атоме водорода. Спектр и собственные функции. 3. Найдите энергию и волновую функцию локализованного состояния в потенциале *U(x)=-(x)*. |
| Билет 23   1. В явном виде найдите нормированные собственные функции основного и первого возбужденного состояний гармонического осциллятора с помощью операторов рождения и уничтожения. 2. Свободное движение в сферических координатах. Сферические функции Бесселя и их выражения через элементарные функции. 3. Найдите приближенное значение энергии основного состояния частицы в потенциальной яме вида *U(x)=|x|*, используя пробную функцию *(x)~exp(-x2/2)*, где ** - вариационный параметр. | Билет 24   1. Оператор четности. Закон сохранения четности. Связь четности с орбитальным моментом. 2. Двумерный гармонический осциллятор. Собственные функции и спектр энергии. 3. Частица находится внутри непроницаемого эллипсоида вращения, т.е.   *U(****r****)=0; (x2+y2)/a2+z2/b2<1,*  *U(****r****)=∞; (x2+y2)/a2+z2/b2>1,*  причем *=(a-b)/a<<1*. Найдите в первом порядке теории возмущений сдвиг энергии основного состояния частицы по отношению к уровню энергии частицы в непроницаемой сфере радиуса *a*. |

|  |  |
| --- | --- |
| Билет 25   1. Оператор орбитального момента. Пространственный симметричный ротатор. 2. Гармонический осциллятор. Подход операторов рождения и уничтожения. Вычисление нормированных собственных функций и матричных элементов. 3. Найдите приближенное значение энергии основного состояния частицы в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечными стенками используя пробную функцию вида *(x)~x(x-a)*. Сравните результаты с точным решением. | Билет 26   1. Сферические гармоники. Определения, нормировки. Явные выражения для *l=0; 1*. 2. Связанные состояния электрона в атоме водорода. Выражение для собственных значений энергии. Связь главного и радиального квантовых чисел. Степень вырождения. Наличие дополнительного вырождения. 3. Найдите спектр частицы, находящейся в потенциале вида *U(x,y)=k(x2+y2)/2+xy* (*||<k*). |
| Билет 27   1. С помощью представления повышающего оператора  в сферической системе координат, найдите явный вид сферической гармоники 2. Кулоново поле. Безразмерные переменные, кулонова система единиц. Наличие дополнительного вырождения. 3. Найдите приближенное значение энергии основного состояния частицы в потенциальной яме вида *U(x)=kx2/2* (гармонический осциллятор), используя пробную функцию вида *a(x)~(1+x2/a2)-1*, где *a* – вариационный параметр. Сравните результат с точным решением. | Билет 28   1. Как с помощью операторов момента построить выражения для сферических гармоник, 2. Оператор конечных вращений. Определение интенсивностей пучков в опытах Штерна-Герлаха при вращении анализатора. 3. Найти приближенное значение энергии основного состояния частицы в потенциальной яме вида *U(x)=kx2/2* (гармонический осциллятор), используя пробную функцию вида *a(x)~(1+x2/a2)-1*, где *a* – вариационный параметр. Сравните результат с точным решением. |

|  |  |
| --- | --- |
| Билет 29   1. Вариационный принцип. Осцилляционная теорема. Существование связанного состояния в одномерной мелкой яме. 2. Оператор орбитального момента. Собственные функции и числа. Явные выражения для операторов орбитального момента в сферических координатах. 3. На частицу в бесконечно глубокой потенциальной яме ширины *a* наложено возмущение вида *V(x)=V0(a-|2x-a|)/a*. Рассчитайте изменение энергетических уровней частицы в первом порядке теории возмущений. | Билет 30   1. Туннельный эффект. Квазиклассическое приближение. Задача о прохождении через барьер. 2. Какова интенсивность и поляризация выходящих из анализатора Штерна-Герлаха электронных пучков, если падающий пучок поляризован вдоль некоторой оси, не совпадающей с осью анализатора. 3. Для частицы, находящейся в состоянии *lm* с определенными значениями момента *l* и его проекции *m* на ось *z* найдите среднее значение проекции момента на ось *z’*, составляющую угол ** с осью *z*. |
| Билет 31   1. Движение электрона в однородном магнитном поле. Решение задачи в калибровке Ландау. Спектр энергии, влияние спина. 2. Матричные элементы спина *s=1*. 3. Найдите коэффициент отражения от потенциальной ямы с потенциалом *U(x) = -αδ(x)*. |  |