

Ответы на контрольные вопросы

1. **Каковы условия применимости метода Гаусса без выбора и с выбором ведущего элемента?**

Пусть СЛАУ задана в матричном виде как $Ax = b$. Тогда главным условием применимости метода Гаусса в обоих упомянутых в вопросе случаях является неравенство нулю определителя матрицы системы: $\det A \neq 0$.

Если метод Гаусса применяется без выбора ведущего элемента, то необходимо учитывать следующее условие: $a_{ii}^{(i-1)} \neq 0$. Это нужно для того, чтобы избежать деления на ноль и, как следствие, аварийного завершения программы.

В случае выбора главного элемента достаточно неравенства нулю определителя матрицы системы, так как деление производится на наибольший по модулю коэффициент при a_{ii} , что обеспечивает устойчивость вычислений.

2. **что-то там**

3. **В методе Гаусса с полным выбором ведущего элемента приходится не только переставлять уравнения, но и менять нумерацию неизвестных. Предложите алгоритм, позволяющий восстановить первоначальный порядок неизвестных.**

Для метода Гаусса с полным выбором ведущего элемента необходимо завести массив перестановок, который будет учитывать порядок переменных в ответе. То есть изначально он может выглядеть так:

$$\text{permutations} = [0, 1, \dots, n - 1].$$

Если в ходе работы программы меняются местами i -й и j -й столбцы, то меняются местами и числа i и j в массиве перестановок. Затем, когда найден вектор решения \tilde{X} с измененным порядком неизвестных, находим X с правильным порядком переменных.

4. **smth...**

5. **Что такое число обусловленности и что оно характеризует? Имеется ли связь между обусловленностью и величиной определителя матрицы? Как влияет выбор нормы матрицы на оценку числа обусловленности?**

Величину

$$\text{cond}A = \|A^{-1}\| \cdot \|A\|$$

называют числом обусловленности матрицы A . Матрицы с большим числом обусловленности называются плохо обусловленными, в противном случае —

хорошо обусловленными.

Из оценки $\|\delta x\| \leq \|A^{-1}\| \|\delta f\|$ следует, что чем меньше определитель A , тем больше определитель A^{-1} , а значит, больше постоянная при $\|\delta f\|$ и, соответственно, больше влияния погрешностей правой части на погрешности решения.

6. lalala

7. **Применимо ли понятие числа обусловленности к вырожденным матрицам?**

Понятие числа обусловленности не применимо к вырожденным матрицам, так как они не имеют обратных. Из выражения для числа обусловленности

$$\text{cond}A = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$$

следует, что в таком случае посчитать число обусловленности для вырожденной матрицы невозможно, и его принято считать бесконечностью.

8. **тёмная ночь...**

9. **Как можно объединить в одну процедуру прямой и обратный ход метода Гаусса? В чём достоинства и недостатки такого подхода?**

Для того, чтобы объединить прямой и обратный ход метода Гаусса в одну процедуру, можно на каждом шаге прямого хода не только нормировать ведущий элемент, но и занулять остальные элементы этого столбца. Тогда в одном большом цикле мы сможем сразу получить решение системы уравнений.

Достоинства:

- решение получено сразу, без использования обратного хода;
- интуитивно понятный метод, связанный с элементарными преобразованиями строк матрицы.

Недостатки:

- меньше устойчивость численного решения: быстрее накапливается ошибка из-за операций над элементами как под главной диагональю, так и над ней;
- большее число операций: требует примерно в 2 раза больше числа арифметических операций по сравнению с методом Гаусса