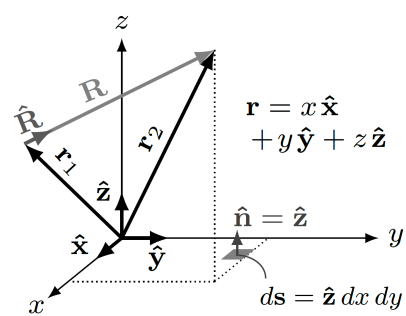
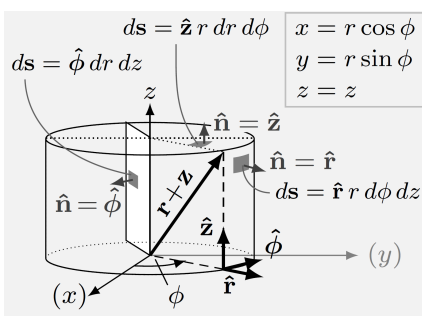
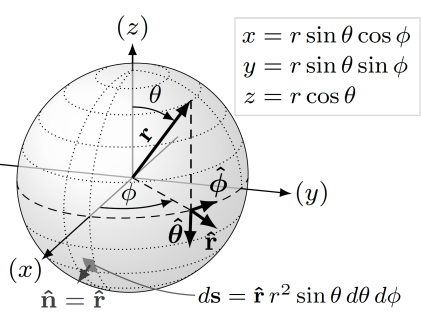


Konstanten	1
Geometrie	1
Allgemeines	1
Wellen	2

Konstanten	<b>Elektrische Feldkonstante</b> Permittivität von Vakuum			$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$	$[\epsilon_0] = \frac{\text{F}}{\text{m}} = \frac{\text{As}}{\text{Vm}} = \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$
	<b>Lichtgeschwindigkeit</b>			$c_0 = 2.99792 \times 10^8 \text{ m/s} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{E_0}{B_0}$	$[c_0] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
	<b>Magnetische Feldkonstante</b> Permeabilität von Vakuum			$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$	$[\mu_0] = \frac{\text{H}}{\text{m}} = \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} = \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$
	<b>Masse des Elektrons</b> (Ruhemasse, $v \ll c_0$ )			$m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$	$[m_e] = \text{kg}$
	<b>Elementarladung</b> (Ladung des Elektrons $q_e = -e$ )			$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$	$[e] = \text{As} = \text{C}$
Geometrie	<b>Kartesische Koordinaten</b>				$\mathbf{r} = x \hat{\mathbf{x}} + y \hat{\mathbf{y}} + z \hat{\mathbf{z}}$ $ds = \hat{\mathbf{z}} dx dy$ Volumenelement: $dv = dxdydz$ Kreis Umfang $U = 2\pi r$ Kreis Fläche $U = 2\pi r^2$
	<b>Zylindrische Koordinaten</b>				$x = r \cos \phi$ $y = r \sin \phi$ $z = z$ $ds = \hat{\phi} r dr dz$ Volumenelement: $dv = r dr d\phi dz$ <b>Oberfläche</b> $A = 2\pi r h + 2\pi r^2$ <b>Volumen</b> $V = \pi r^2 h$
	<b>Sphärische Koordinaten</b>				$x = r \sin \theta \cos \phi$ $y = r \sin \theta \sin \phi$ $z = r \cos \theta$ $ds = \hat{\mathbf{r}} r^2 \sin \theta d\theta d\phi$ Volumenelement: $dv = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$ <b>Oberfläche</b> $A = 4\pi r^2$ <b>Volumen</b> $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
	<b>Vektorprodukt</b> $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$			$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}$	$\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$
	<b>Skalarprodukt</b> $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$			$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = \vec{a} \cdot \vec{b}$	$\cos(\varphi) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a}  \cdot  \vec{b} }$
Allgemein	<b>Arbeit, Energie</b>			$\Delta W = \int_L \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = W_1 - W_2$	$[\Delta W] = [W] = \text{J} = \text{Ws},$ $[F] = \text{N} = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$
	<b>Drehmoment</b>			$\mathbf{T} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ (T auf Drehachse)	$[T] = \text{Nm} = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2, [r] = \text{m}$
	<b>Zentripetalkraft</b>			$\mathbf{F} = \frac{mv^2}{r}(-\hat{\mathbf{r}}) = -m\omega^2 \mathbf{r}$	$[m] = \text{kg}, [r] = \text{m},$ $[v] = \text{m/s}, [\omega] = \text{rad/s}$
	<b>Lorenzkraft</b>			$\mathbf{F}_L = \mathbf{F}_C + \mathbf{F}_A = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$	$[E] = \text{V/m}, [B] = \text{A/m}$ $[v] = \text{m/s}, [l] = \text{m}$
	<b>Drehimpuls</b>			$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$	$[L] = \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$
	<b>Drallsatz</b>			$M = \dot{L}$	

**Wellengleichung** 1 und 3  
Dimensional

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 \vec{\xi}}{\partial t^2} - v^2 \Delta \vec{\xi} = 0$$

Allg. Lösung  $\xi(x, t) = f(x \pm vt)$

Harmonische Lösung:

$$\xi(x, t) = \xi_0 \sin(k(x \pm vt)) = \xi_0 \sin(kx \pm \omega t) = \xi_0 e^{i(kx \pm \omega t)}$$

$-v$  rechtslaufend  $+v$  linkslaufend

**Wellenlänge & Wellenzahl**

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2\pi}{k} = v \cdot T$$

$$k = |\mathbf{k}| = \omega \sqrt{\varepsilon \mu} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$[\lambda] = \text{m}$   $[k] = \text{rad/m}$

**Seilwelle** Transversal  
(Zugspannung  $S$ )

$$v^2 = \frac{S}{\rho} \quad , \quad S = \frac{F}{A} \quad , \quad \rho = \frac{m}{V}$$

$[F] = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$   
Dichte  $[\rho] = \text{kg/m}^3$

**Festkörper** Longitudinalwelle  
( $E$  Elastizitätsmodul)

$$v^2 = \frac{E}{\rho} \quad , \quad E = \sigma \frac{l}{\Delta l}$$

$[E] = \text{N/m}^{-2}$   
Normalspannung  
 $[\sigma] = \frac{dF_{\perp}}{da} \text{N/m}^{-2}$

**Ebene Welle**  
harmonische Welle

$$\vec{\xi}(x, y, z, t) = \vec{A} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

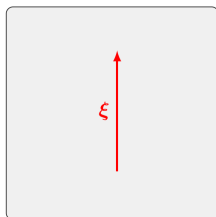
(Die zu  $\vec{k}$  senkrechte Ebene ist  $\vec{k} \cdot \vec{r} = \text{konst.}$ )

**Kugel Welle**  
harmonische Welle

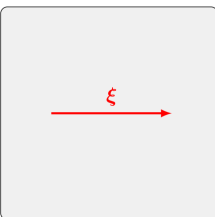
$$\vec{\xi}(\vec{r}, t) = \frac{\vec{A}_1}{r} f_1(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) + \frac{\vec{A}_2}{r} f_2(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)$$

$I = \frac{P}{4\pi r^2}$  Intensität  $I$   
Leistung  $P$  über  $r^2$

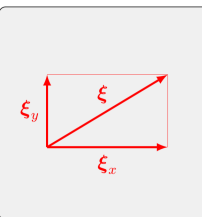
Vertikale Polarisation



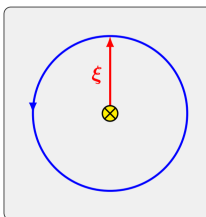
Horizontale Polarisation



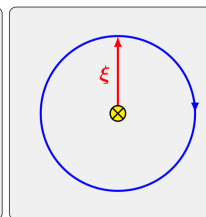
Kombination



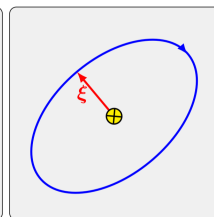
Linkszirkular



Rechtszirkular



Elliptisch



**Gesetz von Malus**  
Polarisationsfilter

$$I = I_0 \cdot \cos^2(\alpha)$$

$\alpha$  Polarisationswinkel  
 $I_0$  Intensität

**Mittlere harmonische Energiedichte** über Periode  $T$

$$\left\langle \frac{dW}{dV} \right\rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{dW}{dV}(x, t) dt = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2$$

Energie pro Zeiteinheit und pro Flächeneinheit

**Mittlere Intensität**  
harmonische Welle

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v = \frac{1}{2} \rho \frac{\omega^3}{k} A^2 = \frac{1}{2} \rho \sqrt{\frac{F}{\rho \pi R^2}} \omega^2 A^2 \propto \sqrt{\rho} A^2$$

Energie pro Zeiteinheit und pro Flächeneinheit

**Poynting-Theorem**  
Poynting-Vektor:

$$\mathbf{S} = \frac{d^2 W}{da dt} \frac{d\vec{a}}{d\vec{a}} \quad , \quad \mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

$$[S] = \frac{W}{m^2}$$

M

$$-\frac{d}{dt} \int_V (w_e + w_m) dv = \int_V p dv + \int_{A=\partial V} \mathbf{S} \cdot d\mathbf{s} \quad I := |\vec{S}| \text{ (Intensität)}$$

**Beispiel** Poynting Vector  
Ohmscher-Widerstand

$$|\mathbf{S}| = |\mathbf{E} \times \mathbf{H}| = \frac{U \cdot I}{2\pi R l} \text{ Integral Mantelfläche}$$

$$P = \oint_M \vec{S} \cdot d\vec{A} = -\frac{U \cdot I}{2\pi R l} \cdot 2\pi R l = -U \cdot I$$

elt. Feldstärke  $|\vec{E}| = \frac{U}{l}$  ,  
mag. Feldstärke  $|\vec{H}| = \frac{I}{2\pi R}$

**Energietransport**  
kinetische Energiedichte

$$\frac{dT}{dV} = \frac{1}{2} \rho \left( \frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 = \frac{1}{2} \rho v^2 \left( \frac{d\xi}{d(x-vt)} \right)^2$$

Energie  $dT$  gilt nur für mechanische Wellen

elastische Energiedichte

$$\frac{dE_{el}}{dV} = \frac{1}{2} E \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 = \frac{1}{2} S \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 = \frac{dT}{dV}$$

Bei Superposition Energien nicht addieren!

Gesamtenergiedichte

$$\frac{dW}{dV} = \frac{dT}{dV} + \frac{dE_{el}}{dV} = \rho v^2 \left( \frac{d\xi}{d(x-vt)} \right)^2 = \rho v^2 f'^2$$

$\xi(x, t) = f(u)$  mit  $u = x - vt$   
 $f'^2 = \frac{\partial f}{\partial u}$

### Superposition

Harmonische Wellen

$$\xi = \underbrace{A \sin(kx - \omega t)}_{\xi_1(x,t)} + \underbrace{A \sin(k(x + \Delta x) - \omega t + \delta)}_{\xi_2(x,t)} =$$

$$2A \cos\left(\frac{1}{2}(\delta + k\Delta x)\right) \underbrace{\sin\left(kx - \omega t + \frac{1}{2}(\delta + k\Delta x)\right)}_{\text{harmonische Welle}}$$

Amplitude

Konstruktive/Destruktive Interferenz

$$\frac{1}{2}(\delta + k\Delta x) = n\pi \quad \frac{1}{2}(\delta + k\Delta x) = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$$

### Reflexion/Transmission

Auftreffend Welle

$$\xi_A = Ae^{i(k_1 x - \omega t)}$$

Transversal

$$k_2 = \omega \sqrt{\frac{\rho_2}{S_2}}, \alpha = \sqrt{\frac{S_2 \rho_2}{S_1 \rho_1}}$$

Reflektierte Welle

$$\xi_R = Re^{i(-k_1 x - \omega t + \delta_R)}$$

Longitudinal

$$k_2 = \omega \sqrt{\frac{\rho_2}{E_2}}, \alpha = \sqrt{\frac{E_2 \rho_2}{E_1 \rho_1}}$$

Transmitierte Welle

$$\xi_T = Te^{i(k_2 x - \omega t + \delta_T)}$$

gesucht:  $R, T, \delta_R, \delta_T, k_2$

Phase

$$\delta_R = 0 \quad \delta_R = \pi \quad \delta_T = 0$$

Amplitude

$$R = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} A \quad R = -\frac{1-\alpha}{1+\alpha} A \quad T = \frac{2A}{1+\alpha} \quad (R \geq 0)$$

**Spezialfall** festes (Seil-)Ende ( $\alpha \rightarrow \infty$ )

$$\underbrace{\delta R = \pi}_{\pi \text{ Phasensprung}} \quad \lim_{\alpha \rightarrow \infty} R = A \quad \lim_{\alpha \rightarrow \infty} T = 0$$

( $\alpha = 0$  nur bei Übergang zu Vakuum. mech. Welle kann nicht ins Vakuum, d.h.  $T = 0$  statt  $T = 2A$ )

loses (Seil-) Ende ( $\alpha \rightarrow 0$ )

$$\underbrace{\delta R = 0}_{\text{kein Phasensprung}}, \quad \lim_{\alpha \rightarrow 0} R = A, \quad \lim_{\alpha \rightarrow 0} T = 0$$

### Stehende Wellen

gegenlaufende Harmonische Wellen

$$\xi(x, t) = \underbrace{A \sin(kx - \omega t)}_{\xi_1(x,t)} + \underbrace{A \sin(kx + \omega t + \delta)}_{\xi_2(x,t)} =$$

$$2A \sin\left(kx + \frac{\delta}{2}\right) \underbrace{\cos\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right)}_{\text{harmonische Welle}}$$

Amplitude

Saite fest-fest ( $n$ -te Normalschwingung)

$$\xi_n(x, t) = A_n \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{l}vt + \varphi_n\right)$$

Saite fest-offen

$$\xi_n(x, t) = A_n \sin\left(\frac{2n+1}{2} \frac{\pi}{l}x\right) \cos\left(\frac{2n+1}{2} \frac{\pi}{l}vt + \varphi_n\right)$$

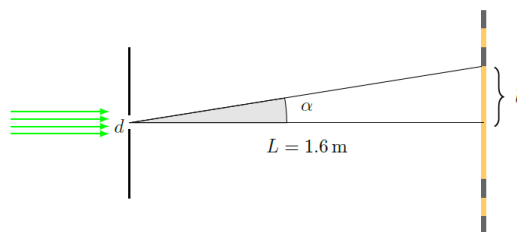
### Prinzip von Huygens

Jeder Punkt einer bestehenden Wellenfläche (bzw. Wellenfront) wird als Zentrum einer neuen kugelförmigen Elementarwelle aufgefasst. Die Umhüllende dieser Elementarwellen ergibt dann die Wellenfront zu einem späteren Zeitpunkt.

### Einzelspalt

$$\langle I \rangle \propto A^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)^2} \quad \text{mit} \quad \Delta\varphi = kd \sin(\alpha) \quad \Delta\varphi \text{ Phasendifferenz}$$

### Beispiel



$$\langle I \rangle \sim A^2 \frac{\sin^2\left(\frac{1}{2}\Delta\varphi\right)}{\left(\frac{1}{2}\Delta\varphi\right)^2}, \quad \text{mit}$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \alpha \quad I \text{ verschwindet}$$

bei  $\frac{1}{2}\Delta\varphi = n\pi, n \in \mathbb{N}$

$$\Rightarrow d = n \frac{\lambda}{\sin \alpha} = n \frac{\lambda}{b/L}$$

Wellen

## Snellius'sche Brechungsgesetz

The diagram illustrates the refraction of a wave at the interface between two media. Medium 1 (blue) is on the left, and Medium 2 (pink) is on the right. A wavefront in Medium 1 is represented by a blue line segment perpendicular to the line AC, where C is a point on the wavefront. The angle of incidence is  $\alpha_1$ . The wavefront in Medium 2 is represented by a red line segment perpendicular to the line AD, where D is a point on the wavefront. The angle of refraction is  $\alpha_2$ . The wavelength in Medium 1 is  $\lambda_1$  and in Medium 2 is  $\lambda_2$ . A green box contains the formula  $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ .

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

## Fermat'sches Prinzip

Nach dem Fermat'schen Prinzip läuft eine Welle bei Reflexion und Brechung, stets jenen Weg, für den die Laufzeit einer Phasenfläche  $\Phi$  zwischen zwei Punkten minimal wird.

## Dopplereffekt

$$f_B = \frac{c + v_b}{c - v_q} f_q \quad c_{\text{Luft}} = 340 \text{ m/s}$$

The diagram shows a source  $q$  moving to the right with velocity  $v_q$  and an observer  $b$  moving to the left with velocity  $v_b$ .

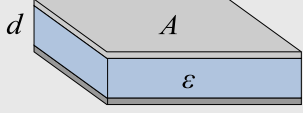
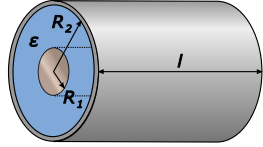
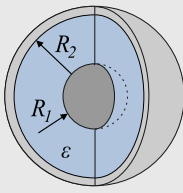
## Schockwelle

$$\vartheta = \arcsin\left(\frac{u}{v_Q}\right)$$

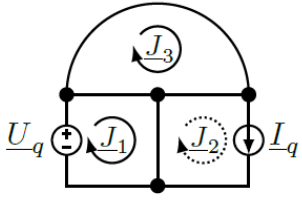
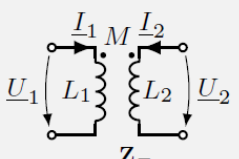
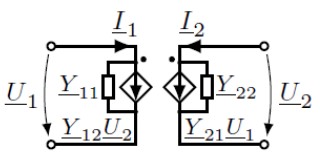
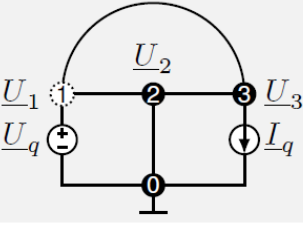
$\vartheta$  Halber Öffnungswinkel  
Machscher Kegel

<b>Elektrische Feldstärke</b>	$\vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q} \quad \vec{F} = q\vec{E} \quad [E] = \frac{V}{m}$
für $n$ Ladungen	$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{ \vec{r} - \vec{r}_i ^3} (\vec{r} - \vec{r}_i)$
Ladungsverteilung	$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{\mathbb{R}^3} \frac{\rho(\vec{r}')}{ \vec{r} - \vec{r}' ^3} (\vec{r} - \vec{r}') \, dx' \, dy' \, dz' \quad (\text{Ladungsdichte } \rho)$
<b>Punktladung</b>	$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\hat{r}}{r^2}$
<b>Kugeloberfläche</b>	$\vec{E}(\vec{r}) = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\hat{r}}{r^2} & r > R \end{cases} \quad \infty\text{-Draht} \quad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$
$\infty$ -Zylinder	$\vec{E}(\vec{r}) = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{\lambda\hat{r}}{2\pi\epsilon_0 r} & r > R \end{cases} \quad \infty\text{-Ebene} \quad \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
<b>Coulombsches Gesetz</b>	$\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$
<b>Earnshaw-Theorem</b>	Kein System stationärer Ladung ist in einem stabilen Gleichgewicht unter der alleinigen Wirkung elektrischer Kräfte
<b>Elektrische Flussdichte</b>	$D = \epsilon E = \epsilon_0 \epsilon_r E \quad (\epsilon_r = 1 + \chi_e) \quad [D] = \frac{C}{m^2}$
<b>Elektrischer Fluss</b>	$\Psi_D = \int_A \vec{D} \cdot d\vec{s} \quad \Psi_E = \int_A \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad [\Psi] = C(\text{Coulomb}) = As$
bei geschlossener Oberfläche	$\Psi_D = \oint_{\text{Hülle}} \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{\text{umschlossen}} \quad \Psi = CU = Q$
<b>Elektrischer Fluss im Vakuum</b>	$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \Phi = \frac{\Psi}{\epsilon_0} = \int_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{a}$
<b>Gaussches Gesetz</b>	$\Phi = \int_{\partial V} \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{a} = \int_V \rho \, dV = \sum_V q = Q \quad \Psi_D = \oint_{\text{Hülle}} \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{\text{frei}}$
<b>Energiedichte</b>	$w = \frac{dW}{dV} = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$
<b>Potentielle Energie</b>	$W = \int_V w \, dV = \int_V \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \, dV$
<b>E-Feld konservativ</b>	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{E} = -\nabla\phi$
<b>Potentialdifferenz</b>	$U_{AB} = \phi(A) - \phi(B) = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad [U] = V$
<b>Potential mehrere Ladungen</b>	$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{\mathbb{R}^3} \frac{\rho(\vec{r}')}{ \vec{r} - \vec{r}' } \, dx' \, dy' \, dz'$
<b>Potentielle Energie einer Ladungsverteilung (<math>\rho</math>)</b>	$W = \frac{1}{2} \iiint_{\mathbb{R}^3} \phi(\vec{r}) \rho(\vec{r}) \, dx \, dy \, dz$
<b>Potentiale einfacher Ladungsverteilung</b>	$U_{BA} = E\Delta z \quad \text{Plattenkondensator}$ $U_{BA} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad \text{Punktladung}$ $U_{BA} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{x^2 + R^2}} \quad \text{Ringladung}$ $U_{BA} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( \sqrt{x^2 + R^2} - x \right) \quad \text{Scheibe}$

Elektrische Leiter	(1) Das elektrische Potential $\phi$ besitzt im Innern und auf der Oberfläche denselben Wert (Oberflächen sind Äquipotentialflächen).
	(2) Das E-Feld verschwindet im Innern und ist ausserhalb orthogonal auf die Oberfläche
	$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \hat{n}$ <p>(<math>\sigma</math> lokale Flächenladungsdichte, <math>\vec{n}</math> Normalenvektor)</p>
	(3) Je kleiner Krümmung der Oberfläche, umso grösser die Oberflächeladungsdichte $\sigma$ . (4) Die Gesamtladung ist durch Integration über die Oberfläche gegeben $q = \int_A \sigma \, da = \varepsilon_0 \int_A E \, da$
Magnetostatik	<b>Magnetische Flussdichte</b> Gesetz von Biot-Savart Ladungsdichte $\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{(\mathbf{J} dv) \times \hat{\mathbf{R}}}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{(I d\mathbf{l}) \times \hat{\mathbf{R}}}{R^2} \quad [B] = \text{T} = \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$
	<b>Magnetische Feldstärke</b> Magnetische Hilfsgrösse $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad [H] = \frac{\text{A}}{\text{m}}$
	<b>Magn. Materialgleichung</b> magn. Permeabilität $\mu$ $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (\mu_r = 1 + \chi_m)$
	<b>Magnet. Vektorpotential</b> $\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J} dv}{R} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_L \frac{I d\mathbf{l}}{R} \quad [A] = \text{Wb/m (nicht Fläche A)}$
	<b>Magnetische Spannung</b> und Umlaufsspannung $\mu$ $V_m = \int_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}, \quad \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \quad [V_m] = \text{A}$
	<b>Magnet. Dipolmoment</b> (einer Stromschleife) $\mathbf{m} = \hat{\mathbf{n}} I A \quad (\hat{\mathbf{n}} \perp A) \Rightarrow \quad \mathbf{T} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \quad [m] = \text{Am}^2$
	<b>Magnetisierung</b> (im linearen Bereich) $\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} = \frac{d}{dv} \left[ \sum_n \mathbf{m}_n \right]_{\text{in } dv} = N_m \mathbf{m} \quad [m] = \frac{\text{A}}{\text{m}}$
	<b>Magnetischer Fluss</b> und magn. Widerstand $R_m$ $\Phi = \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \oint_{C=\partial A} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \frac{V_m}{R_m} = \quad [\Phi] = \text{Wb} = \text{Tm}^2$
	<b>Induktivität</b> Selbst- & Gegeninduktivität $L = \frac{\Phi_1}{I_1} = L_a + L_i, \quad M = \frac{\Phi_2}{I_1} = k \sqrt{L_1 L_2} \quad [L] = [M] = \text{H} \quad (\text{nicht Magnet.M!})$
	<b>Gespeicherte Energie</b> einer Induktivität $W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \frac{\Phi^2}{L} \quad [W_m] = \text{J} = \text{Ws}$
	<b>Energiedichte</b> des magnetischen Felds $w_m = \frac{dW_m}{dv} = \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{B^2}{2\mu} \quad [w_m] = \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$
	<b>Magnetkraft</b> Maxwellsche Zugkraftformel $\mathbf{F} = \frac{dW_m}{dl} \hat{\mathbf{l}} = \frac{B^2 A}{2\mu_0} \hat{\mathbf{n}} \quad (\hat{\mathbf{n}} \perp A) \quad [F] = \text{N}$
	<b>Ampèresche Gesetze</b> Durchflutungssatz $\Theta = \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$ $\oint_{C=\partial A} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_A \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s}, \quad \oint_{C=\partial A} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_A \mathbf{J}_{\text{frei}} \cdot d\mathbf{s} = \Theta$
	<b>Gaussches Gesetz</b> Flusskontinuität $\oint_{\text{Hülle}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sum_n \Phi_n = 0$

Stationäre Strömung	<b>Stromdichte</b> Bewegte Ladungsdichte	$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v} = \sigma \mathbf{E}$	$[J] = \frac{A}{m^2}$
	<b>Elektrische Leitfähigkeit</b> Konduktanz	$\sigma = \underbrace{n_e q_e}_{\rho} \mu_e$	$(+n_p q_p \mu_p) \quad [\sigma] = \frac{S}{m}$
	<b>Elektrischer Strom</b> Elektrische Strömung	$I = \int_A \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} = \frac{dQ}{dt} \Big _{\text{durch } A} \quad (Il = q\mathbf{v})$	$[I] = A = \frac{C}{s}$
	<b>Leitwert</b> (Kehrwert: Widerstand)	$G = \frac{I}{U} \Leftrightarrow R = \frac{1}{G} = \frac{U}{I}$	$[G] = S = \frac{1}{\Omega}$
	<b>Leistung</b> am Widerstand/Leitwert	$P = UI = \frac{U^2}{R} = GU^2 = I^2 R = \frac{I^2}{G}$	$[P] = W = \frac{J}{s}$
	<b>Leistungsdichte</b> des Strömungsfelds	$p = \frac{dP}{dv} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = \sigma E^2$	$[p] = \frac{W}{m^3}$
	<b>Gaussches Gesetz</b> Kirchhoffscher Knotensatz	$\oint_{\text{Holle}} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} = 0 \Leftrightarrow \sum_n I_n = 0$	
Kondensator	<b>Kapazität</b>	$C = \frac{Q}{U}$	$[C] = F = \frac{C}{V}$
	<b>Plattenkondensator</b>	$C = \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{A}{d} \quad E = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r A}$	
	<b>Zylinderkondensator</b>	$C = 2\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \quad E(r) = \frac{Q}{2\pi r l \epsilon_0 \epsilon_r}$	
	<b>Plattenkondensator</b>	$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)^{-1}$ $E(r) = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0 \epsilon_r}$	
	<b>Gespeicherte Energie</b> einer Kapazität	$W_e = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{QU}{2}$	$[W_e] = J = Ws$
	<b>Energiedichte</b> eines Elektrischen Feldes	$w_e = \frac{\delta W_e}{\delta v} = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} = \frac{1}{2} \epsilon E^2$	$[w_e] = \frac{J}{m^3} = \frac{Ws}{m^3}$
	<b>Serie / Parallelschaltung</b>	$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad \text{resp.} \quad C = \sum_{i=1}^n C_i$	
	<b>DGL Kondensator</b>	$\frac{\delta u_c}{\delta t} = \frac{i_c}{C}$	
Induktivität	<b>Lade / Entladestrom</b> Kondensator	$I_L(t) = \frac{U_0}{R} \exp^{-\frac{t}{RC}} = -I_E(t)$	$\tau = RC$ mit $5\tau$ lade/entlade Zeit
	<b>Induktivität</b> Selbst- & Gegeninduktivität	$L = \frac{\Phi_1}{I_1} = L_a + L_i, \quad M = \frac{\Phi_2}{I_1} = k\sqrt{L_1 L_2}$	$[L] = [M] = H \quad (\text{nicht Magnet.M!})$
	<b>Spule</b>	$L = \frac{AN^2}{l} = \mu_0 \frac{AN^2}{l}$	$[C] = F = \frac{C}{V}$
	<b>Gespeicherte Energie</b> einer Induktivität	$W_m = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \frac{\Phi^2}{L}$	$[W_L] = J = Ws$
	<b>Differentialgleichung</b> Dynamik an Induktivitäten	$\frac{di_L}{dt} = \frac{u_L}{L} \quad \text{bzw.} \quad \frac{di_1}{dt} = \frac{u_2}{M}$	(Zeitkonstante: $\tau = L/R$ )



Systematische Netzwerkanalyse	<b>Maschen-/Kreistrommethode</b>  $\underline{Z}\underline{j} = \underline{u}$	<b>Knotenpotentialmethode</b> <b>Transformator U(I)</b>  $\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$ <b>Ersatzschaltung I(U)</b>  $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \underline{Y} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \underline{Z}_T^{-1} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$  $\underline{Y}\underline{u} = \underline{i}$
	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Unbekannte: Maschen- bzw. Kreisströme <math>\underline{j}</math> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Anzahl Unbekannte: <math>m - 1 - i</math></li> </ul> </li> <li>■ Impedanzmatrix <math>\underline{Z}</math>:           <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>Z_{xx} = [\sum_n Z_n]_{\text{in } J_x}</math></li> <li>• <math>Z_{xy} = \pm [\sum_n Z_n]_{\text{in } J_x \cap J_y}</math></li> <li>• Steuerparameter von gesteuerte Quellen</li> </ul> </li> <li>■ (Spannungs-) Quellenvektor <math>\underline{u}</math>:           <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>U_x = \mp [\sum_n U_{q,n}]_{\text{in } J_x}</math> (pos.: <math>U_{q,n}</math> entg. <math>J_x</math>)</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Unbek.: Knotenspannungen <math>\underline{u}</math> (bzw. Potentiale <math>\varphi</math>)           <ul style="list-style-type: none"> <li>• Anzahl Unbekannte: <math>k - 1 - v</math></li> </ul> </li> <li>■ Admittanzmatrix <math>\underline{Y}</math>:           <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>Y_{xx} = [\sum_n Y_n]_{\text{an } U_x}</math></li> <li>• <math>Y_{xy} = - [\sum_n Y_n]_{\text{an } U_x \text{ \&amp; } U_y}</math></li> <li>• Steuerparameter von gesteuerte Quellen</li> </ul> </li> <li>■ (Strom-) Quellenvektor <math>\underline{i}</math>:           <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>I_x = \pm [\sum_n I_{q,n}]_{\text{an } U_x}</math> (positiv: in <math>U_x</math> hinein)</li> </ul> </li> </ul>
Schwingkreise	<b>Kreisgüte</b> Serie-SK: $Q_S$ , Parallel-SK: $Q_P$	$Q = \frac{1}{B_{\text{rel}}} = \frac{\omega_m W}{P} \Rightarrow Q_S = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}, Q_P = \frac{1}{G} \sqrt{\frac{C}{L}}$
	<b>Resonanzfrequenz</b> Eigenfrequenz $\omega_0 = \omega_{r\text{verlustlos}}$	$\omega_r : \text{Im } Z(\omega_r) = 0 \quad \text{bzw.} \quad \text{Im } Y(\omega_r) = 0$
	<b>Extremalfrequenz</b> Bandbreite $B = \omega_m \pm \omega_{3dB}$	$\omega_m = \arg \max_{\omega}  Z(\omega)  \quad \text{bzw.} \quad \omega_m = \arg \max_{\omega}  Y(\omega) $
	<b>Dämpfungsgrad</b> Zeitkonstante $\tau$	$\zeta = \frac{1}{2Q} = \frac{1}{\omega_0 \tau} \quad [\zeta] = 1$
	<b>Natürliche Frequenz</b> Gedämpfte Eigenfrequenz	$\omega_n = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} \quad [\omega_n] = \text{rad/s}$
	<b>Natürliche Schwingung</b> Freies Ausschwingen	$a(t) = a_0 e^{-t/\tau} \sin(\omega_n t + \phi) \quad a(t) = u(t) \text{ bzw. } i(t)$
Maxwell-Gleichungen	<b>Verstimmung</b> normierte(r) Frequenz(gang)	$\nu = \frac{\omega}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega} \quad \Omega = \nu Q \quad \frac{Z}{R} = 1 + j\Omega$
	<b>Faradaysches Gesetz</b> ("Totalinduktion")	$\oint_{C=\partial A} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \quad u_i(t) = -\frac{d\Phi}{dt}(t)$ $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$
	<b>Ampèresches Gesetz</b> (vollst. Durchflutungssatz)	$\oint_{C=\partial A} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_A \left( \mathbf{J}_{\text{frei}} + \frac{d\mathbf{D}}{dt} \right) \cdot d\mathbf{s} \quad \dot{V}_m(t) = \Theta(t) + \frac{d\Psi}{dt}(t)$
	<b>Gaussssches Gesetz</b> (des elektrischen Felds)	$\oint_{A=\partial V} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \int_V \rho_{\text{frei}} dv \quad \dot{\Psi}(t) = Q_{\text{frei}}(t)$
	<b>Gaussssches Gesetz</b> (des Magnetfelds)	$\oint_{A=\partial V} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad \dot{\Phi}(t) = 0$

**Vierervektor**  $x^\mu$   
Kontravarianter Vierervektor

$$x^\mu = \begin{bmatrix} ct \\ \vec{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{bmatrix}$$

$$x_\mu = \begin{bmatrix} ct \\ \vec{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = x^\mu$$

**Metrischer Tensor**  
 $x_\mu$  Kovarianter Vierervektor

$$x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu$$

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Gallileitransformation**

$$x'^\mu = M_G^{\mu\nu} x_\nu$$

$$M_G^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\beta^1 & 1 & 0 & 0 \\ -\beta^2 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta^3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Grundlagen Einstein RT**

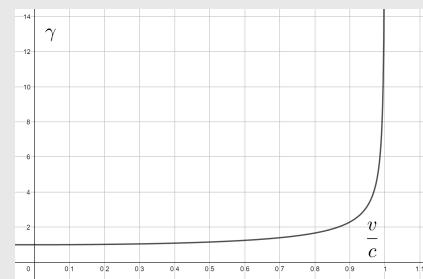
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{v}{c}$$

Zeitdilatation

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

Längenkontraktion

$$l = \frac{l'}{\gamma}$$



**Lorentz-Transformation**

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma \left( t - \frac{v}{c^2} z \right) \\ x \\ y \\ \gamma(z - vt) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma \left( t' + \frac{v}{c^2} z' \right) \\ x \\ y \\ \gamma(z' + vt') \end{bmatrix}$$

( $\mathcal{K} \xrightarrow{v_z} \mathcal{K}'$ : für  $\vec{v} = v\vec{e}_z$  eine Bewegung des Systems  $\mathcal{K}'$  in  $z$ -Richtung)

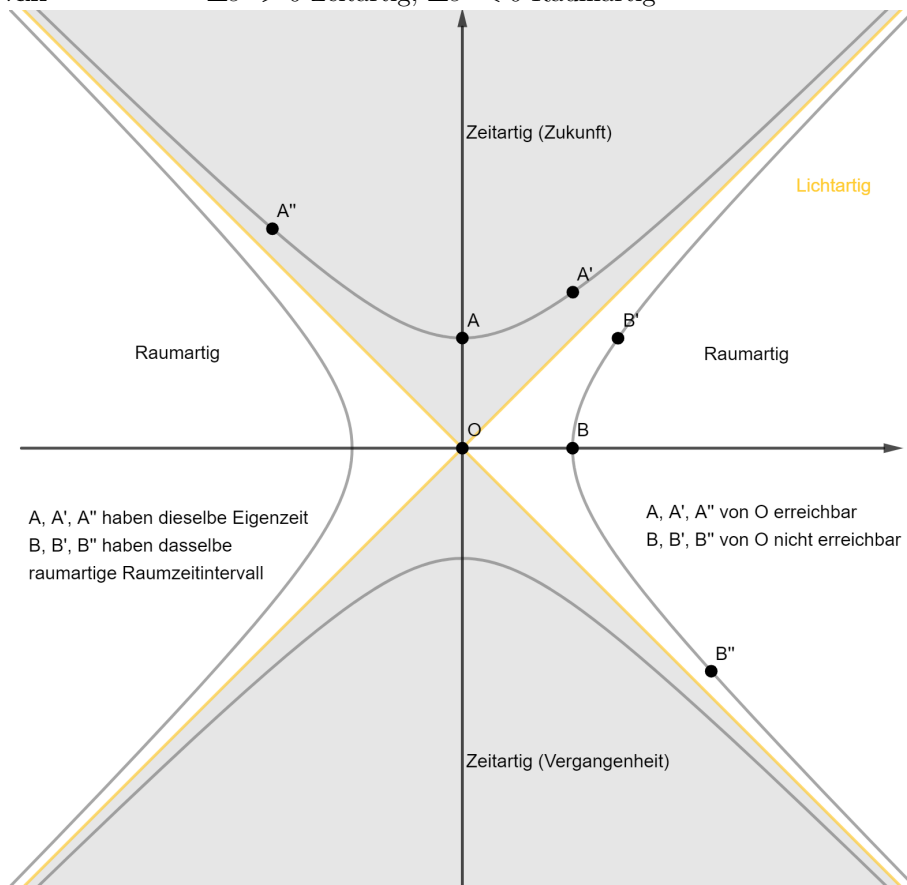
$$x'^\mu = \Lambda_\mu^\nu x^\nu$$

$$\Lambda_\mu^\nu = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix}$$

**Metrischer Tensor**

$$x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu$$

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

**Raumzeit-Intervall**
 $\Delta s^2 > 0$  Zeitartig,  $\Delta s^2 < 0$  Raumartig


$$\Delta s^2 = (c\Delta t)^2 - \Delta \vec{r}^2 = (c\Delta t)^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = \Delta x^\mu \Delta x_\mu$$

**Geschwindigkeitsaddition**

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} \quad \text{und} \quad u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} \quad u' \text{ Geschwindigkeit in } \mathcal{K}', \text{ wobei } \mathcal{K} \xrightarrow{v} \mathcal{K}'$$

**Ruheenergie**

$$E_0 = mc^2$$

**Vierergeschwindigkeit/-impuls**

$$u^\mu = \begin{bmatrix} c\gamma \\ c\gamma\vec{\beta} \end{bmatrix}$$

$$p^\mu = \begin{bmatrix} mc \\ m\vec{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E/c \\ \vec{p} \end{bmatrix}$$

$$E = m\gamma c^2 \quad \text{und}$$

$$\vec{p} = m\vec{v}\gamma$$

**Betragsquadrat des Viererimpulses**

$$p^2 = p^\mu p_\mu = \frac{E^2}{c^2} - \vec{p}^2 = m^2 c^2$$

**Kraft**

$$m\gamma\vec{a} = \vec{F} - \frac{1}{c^2}(\vec{F} \cdot \vec{v})\vec{v}$$

**Allgemeiner Dopplereffekt des Lichts**

$$\cos(\vartheta) = \frac{\cos \vartheta' + \beta}{1 + \beta \cos \vartheta'}$$

$$\frac{f}{f'} = \frac{1}{\gamma(1 - \beta \cos \vartheta)}$$

( $\mathcal{K}'$  bewegt sich mit  $v$  in pos  $z$ -Richtung rel. zu  $\mathcal{K}$  mit  $\vartheta'$  Aussendungswinkel zur  $z$ -Achse)

**Longitudinaler Dopplereffekt des Lichts**

$$\left. \frac{f}{f'} \right|_{\vartheta=0} = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \geq 1$$

**Transversaler Dopplereffekt des Lichts**

$$\left. \frac{f}{f'} \right|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}} = \sqrt{1-\beta^2} < 1$$