$\bar{P}_n(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$

Exemple
SUISSESSES S => $n_1 = 6$ I => $n_3 = 1$
U => $n_2 = 1$ E => $n_4 = 2$

Chapitre 5

Analyse combinatoire et probabilités discrètes

$\bar{P}_{10}(6,1,1,2) = \frac{10!}{6! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 2!} =$
$= 2520$ mots différents qu'on peut former

5.1 Principes de base

5.1 Un étudiant doit choisir un projet de diplôme. Il s'intéresse plus particulièrement aux offres de trois laboratoires qui proposent chacun leur liste de sujets. Si les trois listes comptent, respectivement, 23, 15 et 19 projets. Combien de choix de projets différents peut-il effectuer ?

5.2 Les chaises d'un auditoire sont marquées au moyen d'une lettre majuscule de l'alphabet, suivie de deux chiffres décimaux. Quel est le plus grand nombre de chaises qu'il est ainsi possible de différencier ?

5.3 Dans l'alphabet braille, chaque lettre ou signe est représenté par 6 points (rangés en 3 lignes de 2 colonnes), certains étant en relief. Combien de signes différents peut-on composer en braille ?

5.4 Dans un petit état francophone les plaques d'immatriculation des automobiles sont formées d'une lettre majuscule suivie de quatre chiffres décimaux. Combien de plaques d'immatriculation différentes existe-t-il dans cet état si la lettre majuscule ne peut être ni I ni O et le premier chiffre ne peut pas être 0 ?

5.5 Pour $n \geq 1$ donné, combien y a-t-il de palindromes de taille n sur l'alphabet $\{0, 1\}$?

REMARQUE. Un palindrome est un mot ou un groupe de mots se lisant aussi bien de gauche à droite que de droite à gauche comme *radar* ou *Esope reste ici et se repose.*

5.6 Dans un langage de programmation, les noms des variables doivent vérifier les trois conditions suivantes :

- ▷ être formés de un ou deux caractères alphanumériques (les minuscules et les majuscules n'étant pas distinguées) ;
- ▷ commencer par une lettre ;
- ▷ être différents des cinq mots de deux lettres réservés par le langage.

Combien y a-t-il de noms de variables différents dans ce langage ?

5.7 À partir des 26 lettres de l'alphabet français, combien peut-on former de « mots » de six lettres

a) ne contenant aucune voyelle ?

b) contenant au moins une voyelle ?

c) ne contenant pas deux lettres identiques à la suite ?

5.8 Chaque utilisateur d'un système informatique a un mot de passe formé de six à huit caractères, chaque caractère étant une lettre majuscule ou un chiffre. Si tout mot de passe doit contenir au moins un chiffre, combien existe-t-il de mots de passe différents ?

5.9 Dans un tiroir il y a 8 chaussettes bleues et 7 chaussettes rouges, toutes étant des pièces séparées. Combien une personne doit-elle, dans l'obscurité, prendre de chaussettes si elle veut être certaine d'avoir au moins une paire de la même couleur ? Même question si la personne souhaite cette fois être certaine d'avoir une paire de chaussettes rouges.

5.10 Quelle doit être la taille minimum d'un groupe de personnes où l'on veut être sûr que deux d'entre elles au moins sont nées le même jour (mais pas forcément la même année) ?

5.11 Quelle doit être la taille minimum d'une classe où l'on veut être sûr qu'il y aura au moins 3 personnes recevant la même note ? On supposera que les notes sont mises au demi-point et qu'elles s'échelonnent entre 1 et 6.

5.12 Quelle est la valeur de la variable k, une fois chacun des codes suivants exécutés ? (m et n_i, $i = 1, \ldots, m$, sont des entiers positifs donnés)

a)
```
Poser k := 0
Pour i1 de 1 à n1 faire
    Poser k := k + 1
Fin Pour
Pour i2 de 1 à n2 faire
    Poser k := k + 1
Fin Pour
⋮
Pour im de 1 à nm faire
    Poser k := k + 1
Fin Pour
```

b)
```
Poser k := 0
Pour i1 de 1 à n1 faire
    Pour i2 de 1 à n2 faire
        ⋮
            Pour im de 1 à nm faire
                Poser k := k + 1
            Fin Pour
        ⋮
    Fin Pour
Fin Pour
```

5.2 Permutations, arrangements et combinaisons

5.2.1 Permutations et arrangements sans répétitions

5.13 Combien de mots peut-on écrire en utilisant une et une seule fois chaque lettre du mot YVERDON

a) au total ?

b) si les voyelles et les consonnes doivent alterner ?

c) si les lettres doivent apparaître dans l'ordre alphabétique ?

5.14 De combien de façons peut-on ranger 7 livres sur une étagère de bibliothèque

a) sans aucune restriction sur l'ordre ?

b) si 2 livres particuliers doivent prendre les positions extrêmes ?

c) si les 3 tomes d'une trilogie doivent toujours rester ensemble ? (Distinguer les cas où leur ordre est (i) fixé ou (ii) libre)

5.15 À l'issue d'une conférence internationale, les représentants de huit pays doivent s'aligner pour la photo d'usage. De combien de manières les huit personnes peuvent-elles se mettre en rang

a) si aucune restriction n'est mise ?

b) si deux personnes tiennent à être côte à côte ?

c) si le groupe compte quatre femmes et quatre hommes et que les hommes ne doivent avoir que des voisines et inversement ?

5.16 De combien de façon peut-on asseoir 8 personnes autour d'une table ronde ? (Seule la place relative de ces personnes importe)

5.17 Dans une école, les numéros d'immatriculation sont formés de 6 chiffres décimaux. Quelle est la proportion de ces numéros qui comprennent une ou plusieurs répétitions, c'est-à-dire un ou plusieurs chiffres apparaissant plus d'une fois ?

5.2.2 Combinaisons sans répétitions

5.18 Combien de sous-ensembles de cardinalité 4 possède l'ensemble $A = \{1, 2, \ldots, 9\}$?

5.19 Pour une présentation, un étudiant doit choisir trois sujets dans une liste qui en comprend dix-huit. Combien de choix différents peut-il effectuer ? (L'ordre de présentation des sujets choisis est fixé par l'enseignant.)

5.20 Combien de comités différents de six membres peut-on former à partir d'une association qui comprend 13 femmes et 11 hommes ?

5.21 On dispose des 7 chiffres : 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7. Combien peut-on former de nombres à 4 chiffres :

a) si les répétitions sont possibles ?

b) si aucun chiffre ne peut être répété ?

c) si les répétitions sont possibles et le nombre pair ?

d) si les répétitions sont interdites et le nombre pair ?

5.22 Un comité de 3 personnes est choisi parmi 4 couples mariés. Combien y a-t-il de comités différents :

a) s'il n'y a aucune restriction sur la composition du comité ?

b) si le comité doit compter deux femmes et un homme ?

c) si le comité doit être formé de personnes ne vivant pas ensemble ?

5.23 Combien de suites strictement croissantes de longueur 7 peut-on former avec les entiers compris entre 1 et 100 (bornes incluses) ?

5.24 Combien de fonctions différentes d'un ensemble non vide A à n éléments vers un ensemble non vide B à m éléments est-il possible de définir ? Combien d'entre elles sont injectives ?

5.2.3 Binôme de Newton, coefficients binomiaux et multinomiaux

5.25 Développer complétement

a) $(a+b)^6$ b) $(2x_1 - x_2)^5$ c) $(1+x)^7$

5.26 Déterminer le coefficient de x^9 dans le développement de $(2-x)^{14}$.

5.27 Déterminer le terme constant (c.-à-d. celui où la puissance de x est nulle) dans le développement de

a) $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$ b) $\left(3x - \frac{2}{x^2}\right)^9$ c) $\left(3x^2 - \frac{2}{x}\right)^{20}$ d) $\left(2x^3 - \frac{1}{2x}\right)^{20}$

5.28 En utilisant la formule du binôme de Newton, simplifier les expressions suivantes :

a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$, $n \geq 0$ b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k}$, $n \geq 1$ c) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} x^k \binom{n}{k}$, $n \geq 0$

5.29 Combien de nombres différents peut-on former en utilisant une et une seule fois chacun des neuf chiffres du nombre 811 322 322 ?

5.30 Combien de mots différents peut-on former en utilisant une et une seule fois chacune des onze lettres du mot « abracadabra » ?

5.31 De combien de façon peut-on répartir 11 personnes dans 3 voitures (distinguables) si dans une des voitures 3 personnes peuvent prendre place alors que dans les deux autres il en va 4 ?

5.2.4 Combinaisons avec répétitions

5.32 Dans une boulangerie on y trouve des croissants au beurre, au chocolat, aux amandes, aux noisettes, à la vanille et des croissants au pavot qui sont la spécialité de la maison. Une personne en ressort avec un cornet à la main contenant 12 croissants. Combien de choix y a-t-il pour le contenu du cornet :

a) s'il n'y a pas de restriction sur le choix des croissants ?

b) si la personne a choisi au moins 9 croissants au pavot ?

c) si la personne a choisi au moins un croissant de chaque sorte ?

5.33 L'oncle Picsou rencontre ses trois petits-neveux, Riri, Fifi et Loulou, et, dans un excès de générosité qui lui est peu commun, décide de leur distribuer les 6 pièces de 1 franc qu'il a en poche. Combien de répartitions différentes existe-t-il

a) au total ?

b) si chaque petit-neveu reçoit au moins un franc ?

c) si l'oncle Picsou ne distribue pas forcément toutes les pièces ?

5.34 Combien y a-t-il de solutions entières *non négatives* à l'équation

$$x_1 + x_2 + x_3 = 11.$$

Autrement dit, quel est le cardinal de l'ensemble $\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{N}^3 \mid x_1 + x_2 + x_3 = 11\}$?

5.35 Combien y a-t-il de solutions entières *strictement positives* à l'équation

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 17.$$

5.36 Combien y a-t-il de solutions entières *non négatives* à l'inéquation

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 17.$$

5.37 Combien de suites croissantes de longueur 7 peut-on former avec les entiers compris entre 1 et 100 (bornes incluses) ?

REMARQUE. Une suite est dite *croissante* si chaque terme est supérieur ou égal au précédent.

5.3 Principe d'inclusion-exclusion

5.38 Quel est le nombre d'éléments de $A_1 \cup A_2$ s'il y a 12 éléments dans A_1, 18 dans A_2 et

a) $A_1 \cap A_2 = \varnothing$? b) $|A_1 \cap A_2| = 1$? c) $|A_1 \cap A_2| = 6$? d) $A_1 \subseteq A_2$?

5.39 Une école compte 1807 étudiants. Parmi ceux-ci, 453 suivent au moins un cours d'informatique, 567 au moins un cours de mathématiques et 299 au moins un cours dans chacune de ces deux branches. Combien d'étudiants ne suivent de cours ni en informatique ni en mathématiques ?

5.40 Combien y a-t-il d'entiers positifs ne dépassant pas 1000 divisibles par 7 ou 11 (ou les deux) ?

5.41 Calculer le nombre de mots de longueur 5 construits sur un alphabet de 3 lettres où chaque lettre apparaît au moins une fois.

5.42 Calculer le nombre de mots de longueur n sur un alphabet de 4 lettres où chaque lettre apparaît au moins une fois.

5.43 Calculer le nombre de mots binaires de longueur 4 dans lesquels figure au moins deux 1 consécutifs.

5.44 Combien existe-t-il de mots binaires de longueur 10 commençant par 000 ou finissant par 00, voire les deux ?

5.4 Probabilités discrètes

5.45 On choisit un nombre au hasard entre 1 et 1000 (bornes incluses). Quelle est la probabilité qu'il soit divisible par 7 ou 11 ?

5.46 Quelle est la probabilité qu'un mot binaire de longueur 4, tiré au hasard, ne contienne pas deux 0 consécutifs ?

5.47 On choisit au hasard un mot binaire sur 32 bits que l'on interprète comme la représentation en base 2 d'un entier non négatif.

a) Quelle est la probabilité que cet entier soit divisible par 8 ?

b) Quelle est la probabilité que le mot commence par 10, se termine par 01 et que l'entier qu'il représente soit divisible par 4 ?

5.48 On tire quatre cartes au hasard dans un jeu de jass (36 cartes). Quelle est la probabilité de tirer

a) quatre as,
b) quatre piques,
c) un dix et un seul,
d) au moins un dix,
e) deux as et trois rois,
f) deux as et aucun cœur ?

REMARQUE. Pour la dernière question, distinguer le cas où on aimerait tirer exactement deux as et aucun cœur de celui où on aimerait tirer au moins deux as et aucun cœur. Quelle que soit l'alternative, l'as de cœur est et reste à la fois un as et un cœur.

5.49 Une main de poker est formée de 5 cartes tirées au hasard dans un jeu de 52 cartes. Quelle est la probabilité de recevoir

a) un carré servi (quatre cartes de même valeur),

b) un full servi (une paire plus un brelan) ?

REMARQUE. Un brelan correspond à trois cartes de même valeur.

5.50 On choisit successivement 6 nombres différents au hasard entre 1 et 100 (bornes incluses). Quelle est la probabilité qu'ils forment une suite strictement croissante ?

5.51 Combien y a-t-il de mains de poker (5 cartes tirées dans un jeu de 52 cartes) contenant au moins une paire ? En déduire la probabilité de recevoir au moins une paire au poker.

REMARQUE. Si une main contient un brelan ou un carré, elle contient *a fortiori* une paire.

5.52 Un couple a trois enfants dont deux garçons. Si les cinq membres de la famille s'alignent au hasard pour une photo, quelle est la probabilité que les deux garçons soient côte à côte ?

5.53 On lance deux dés équilibrés à six faces. Quelle est la probabilité d'obtenir un double ?

5.54 On lance deux dés équilibrés à douze faces. Quelle est la probabilité que leur somme vale

a) 1, b) 2, c) 3, d) 10, e) 23, f) 24 ?

5.55 On lance trois dés équilibrés à six faces. Quelle est la probabilité que leur somme vale

a) 3, b) 18, c) 1, d) 7, e) 14, f) 9 ?

5.56 Quatre personnes choisissent chacune un entier entre 1 et 100 au hasard (bornes incluses). Quelle est la probabilité que la somme des nombres choisis soit égale à 300 ?

5.57 Si on mélange aléatoirement les lettres du mot YVERDON, quelle est la probabilité que dans le mot obtenu

a) les lettres soient dans l'ordre alphabétique ?

b) E vienne avant Y (pas forcément immédiatement avant) ?

c) les voyelles soient dans l'ordre alphabétique ?

5.58 Vous jouez une grille à la loterie suisse romande (6 numéros tirés au hasard parmi 45). Quelle est la probabilité que vous ayez coché exactement quatre bons numéros ?

5.59 Quelle est la probabilité que deux personnes aient leur anniversaire le même jour ? (Quelle hypothèse faites-vous pour calculer cette probabilité ?)

5.60 Dans une classe de n étudiants, quelle est la probabilité qu'au moins 2 personnes aient leur anniversaire le même jour ? Quelle est la valeur minimale de n pour que cette probabilité soit supérieure ou égale à $1/2$?

5.5 Exercices supplémentaires et récapitulatifs

5.61 L'accès à un site bancaire en ligne nécessite l'introduction d'un code formé d'une suite de cinq couples de deux caractères. Chaque caractère est soit une lettre majuscule soit un chiffre décimal.

a) Combien de codes d'accès formés de caractères tous différents existe-t-il ?

b) Combien de codes d'accès sans deux caractères identiques à la suite existe-t-il ?

5.62 Le petit Tom joue avec 10 cubes bleus et 4 cubes jaunes (mis à part leur couleur, les cubes ne sont pas distinguables les uns des autres).

a) De combien de manières différentes peut-il tous les empiler ?

b) De combien de manières différentes peut-il tous les empiler sans que deux cubes jaunes ne se touchent ?

c) De combien de manières différentes peut-il tous les empiler si les cubes jaunes sont toujours séparés par au moins deux cubes bleus ?

5.63 De combien de manières différentes pouvez-vous ranger sur une étagère quatre livres de programmation C++, trois livres de mathématiques discrètes, cinq livres de programmation Java et trois livres de programmation C si les ouvrages traitant d'un même sujet doivent être placés consécutivement ?

5.64 Combien y a-t-il de mots binaires de longueur 8 qui ne contiennent pas 6 zéros consécutifs ou plus ?

5.65 On considère n points dans $\mathbb{R}^2$ en position générale (c.-à-d. sans 3 points colinéaires). Déterminer en fonction de n, que l'on supposera plus grand ou égal à 3, le nombre de polygones ayant ces n points comme sommets.

5.66 Combien y a-t-il d'éléments dans l'union de quatre ensembles s'ils ont, respectivement, 50, 60, 70 et 80 éléments, que toutes les paires d'ensembles distincts partagent 5 éléments, que tous les triplets d'ensembles distincts ont un élément en commun et qu'aucun élément n'appartient aux quatre ensembles ?

5.67 Déterminer le coefficient de x^8 dans le développement de $(x-2)^{11}$.

5.68 On lance quatre dés à huit faces, le premier rouge, le deuxième vert, le troisième bleu et le quatrième jaune. Combien existe-t-il de possibilités d'obtenir un total d'au moins 26 sur les quatre dés ?

5.69 Une classe de 18 garçons part en camp de ski. Le centre qui les héberge a réservé trois dortoirs : un de cinq, un de six et un de sept lits. De combien de manières peut-on répartir les 18 élèves dans les trois dortoirs ?

5.70 Combien y a-t-il de mots binaires de longueur 8 commençant par un 0 et contenant exactement deux 1 ?

5.71 On lance quatre dés à six faces de couleurs différentes. Combien existe-t-il de possibilités d'obtenir un total de 19 sur les quatre dés ?

5.72 Gaston a, une fois encore, oublié le code de sa carte bancaire. Il se souvient cependant que son code est formé de 6 chiffres dont les parités alternent. À supposer qu'il puisse faire autant d'essais qu'il le souhaite et que chaque tentative lui prenne une minute, combien de temps lui faudra-t-il, dans le pire des cas, pour retrouver son code ?

5.73 On considère un ordre quelconque des lettres de l'alphabet français. Que peut-on dire de la taille de la plus longue séquence de consonnes consécutives qu'il contient ?

5.74 En C les noms des variables sont des chaînes de caractères formées de lettres minuscules et majuscules, de chiffres et du caractère souligné « _ ». De plus un nom de variable ne peut pas commencer par un chiffre. En supposant un instant que seuls les quatre premiers caractères soient retenus pour identifier un nom de variable (ce qui est loin d'être le cas), combien de noms de variable différents existe-t-il en C ?

5.75 Combien y a-t-il d'entiers positifs inférieurs à 1 000 000 dont les chiffres somment à 10 ?

5.76 Parmi les entiers positifs inférieurs à 10 000,

a) combien sont divisibles par 5 ?

b) combien sont impairs et divisibles par 5 ?

5.77 Lors d'une session d'une conférence, cinq chercheurs, notés A, B, C, D et E, doivent présenter leurs résultats.

a) Combien d'ordres de passage est-il possible de définir si le chercheur B ne doit pas parler avant le chercheur A ?

b) Même question si B doit parler immédiatement après A.

5.78 Combien de diagonales possède un polygone convexe à $n \geq 3$ côtés ?

RAPPEL. Un polygone est *convexe* si pour toute paire de points A et B du polygone, le segment AB appartient entièrement au polygone.

Polygone non convexe — Polygone convexe

5.79 La société NOTRUST vient de sortir son dernier logiciel dont l'activation nécessite une clef de la forme : `XX-YYY-ZZZZ` où `XX` est une suite de deux chiffres, `YYY` une suite de trois lettres majuscules et `ZZZZ` une suite de quatre chiffres.

Les codes d'activation utilisés par la société vérifient les restrictions suivantes :

1) les deux chiffres du groupe `XX` sont de parité différente ;
2) les trois lettres majuscules du groupe `YYY` contiennent au moins une voyelle ;
3) les quatre chiffres du groupe `ZZZZ` ne sont pas tous nuls et définissent un multiple de 4.

Combien de codes d'activation valides existe-t-il ?

5.80 a) Dans combien d'ordres différents peut-on ranger les lettres du mot « TANGARA » ?

b) Combien d'entre eux commencent et finissent par A ?

c) Combien d'entre eux ont les trois A à la suite ?

5.81 Un code d'accès est formé de cinq chiffres décimaux. Quelle proportion d'entre eux contiennent trois mêmes chiffres ou plus à la suite ?

5.82 On considère un championnat complet entre 8 équipes, chaque équipe jouant une fois contre chacune des autres. S'il n'y a pas de match nul et si chaque équipe gagne au moins un match, est-il vrai que, dans le classement final, il y a au moins deux équipes avec le même nombre de victoires ? Justifier votre réponse par un argument (convaincant) ou un contre-exemple.

5.83 Un train est formé d'une motrice (en tête) suivie de huit wagons de deuxième classe et de quatre wagons de première classe.

a) De combien de manières différentes est-il possible d'accrocher les douze wagons derrière la motrice ?

b) De combien de manières différentes est-il possible d'accrocher les douze wagons derrière la motrice si les wagons de première doivent aller par deux et s'il doit y avoir au moins un wagon de deuxième avant, entre et après les groupes de wagons de première ?

5.84 a) Combien de mots différents de longueur onze peut-on former à partir des lettres du mot « MARSUPILAMI » ?

b) Même question si les deux M doivent être côte à côte mais ni en début ni en fin de mot.

5.85 Lors d'un travail écrit un étudiant doit répondre à 6 questions parmi 10.

a) Combien de choix différents a-t-il ?

b) Combien lui en reste-t-il s'il doit impérativement répondre aux deux premières questions ?

c) Combien lui en reste-t-il s'il doit répondre à au moins trois questions parmi les cinq premières ?

5.86 De combien de manières peut-on parquer cinq Z3 (toutes identiques) et huit TT (toutes identiques) côte à côte si on ne veut pas avoir deux Z3 à la suite ?

5.87 Pour $n \geq 0$ entier, simplifier l'expression

$$\sum_{k=0}^{n} 2^k \binom{n}{k}.$$

5.88 a) On considère un canal de transmission par lequel transitent des mots de longueur $n \geq 1$ construits sur l'alphabet binaire $\mathbb{F} = \{0, 1\}$. Chaque mot transmis est donc un élément de $\mathbb{F}^n = \{0, 1\}^n$.

Pour deux mots $x = (x_1, \ldots, x_n)$ et $y = (y_1, \ldots, y_n)$ on définit la distance de Hamming entre x et y par

$$d(x, y) = \left|\{i \in \{1, \ldots, n\} \mid x_i \neq y_i\}\right|.$$

La distance de Hamming entre x et y est donc le nombre de composantes différentes entre les deux n-uples.

Pour $r \in \{0, 1, \ldots, n\}$ et $x \in \mathbb{F}^n$ on définit la sphère de Hamming de centre x et de rayon r par

$$S(x, r) = \{y \in \mathbb{F}^n \mid d(x, y) = r\}.$$

La sphère de Hamming de centre x et de rayon r est donc l'ensemble de tous les éléments y de $\mathbb{F}^n$ dont exactement r composantes sont différentes de celles de x.

Déterminer le cardinal de $S(x, r)$.

b) Même question si les mots sont construits sur un alphabet $\mathbb{F}$ comportant $q \geq 2$ symboles.

5.89 Dans un jeu de foire, une balle est lancée du haut d'un plan incliné au bas duquel sont disposées neuf fentes numérotées de 1 à 9 (dans le désordre). La surface du plan est irrégulière et les fentes très étroites si bien que les joueurs ne peuvent pas contrôler vers quelle fente se dirigent leurs balles. Un prix est gagné si la somme des résultats obtenus lors de trois lancers consécutifs est inférieure ou égale à 10. Calculer la probabilité de gagner un prix.

5.90 On génère un mot de passe en choisissant 8 lettres minuscules différentes au hasard. Quelle est la probabilité que les lettres du mot généré apparaissent dans l'ordre alphabétique ?

5.91 On tire 5 cartes au hasard dans un jeu de 52 cartes. Quelle est la probabilité de tirer

a) 5 cartes de la même couleur ?

b) au moins une carte de chaque couleur ?

5.92 Si on lance 5 dés équilibrés à 10 faces, quelle est la probabilité d'obtenir une somme supérieure ou égale à 40 ?

5.93 À la fin d'un sommet du G20, les vingt chefs d'État s'alignent pour la photo d'usage. Si on suppose qu'ils s'alignent dans un ordre aléatoire, quelle est la probabilité que les présidents américain et russe se retrouvent côte à côte ?

5.94 On mélange (parfaitement) un jeu de jass (36 cartes). Quelle est la probabilité que les 4 as se retrouvent dans la première moitié du paquet de cartes ?

5.95 Le code secret d'une carte bancaire est formé d'une suite de six chiffres décimaux.

a) Combien existe-t-il de codes dont la suite des chiffres est strictement décroissante ?

b) Combien existe-t-il de codes comptant le chiffre 7 ?

c) Combien existe-t-il de codes formés de chiffres tous différents et comptant autant de chiffres pairs que de chiffres impairs ?

d) Combien existe-t-il de codes comptant au moins deux fois le chiffre 7 ?