Thème : les dérivées Série 8

Exercice 1

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 2x - \dfrac{1}{x^2}$

b) $f(x) = \sqrt{x}\tan(x)\ln(x)$

c) $f(x) = x \cdot e^x$

d) $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2}$

e) $f(x) = \dfrac{x}{\ln(x)}$

f) $f(x) = x \cdot \sin(x)$

g) $f(x) = \dfrac{\sin(x)+\cos(x)}{\cos(x)-\sin(x)}$

h) $f(x) = x\ln(x) + \ln(B), \quad B \in \mathbb{R}$

Exercice 2

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

a) $f(x) = e^{-\alpha x}$, $\alpha \in \mathbb{R}$

b) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

c) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

d) $f(x) = \left(\dfrac{x+1}{x^2}\right)^{10}$

e) $f(x) = \ln\left(\dfrac{1}{x}\right)$

f) $f(x) = \ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$

g) $f(x) = x \cdot e^{-x^2}$

h) $f(x) = x^x$

i) $f(x) = e^{-x} \cdot \sin(x)$

j) $f(x) = Ae^{-\alpha x}\sin(\omega x + \phi)$

k) $f(x) = (1-2x)^5$

l) $f(x) = (1 - 2\sin(x))^5$

m) $f(x) = (1 - 2\sin(3x+1))^5$

n) $f(x) = (1 - 2\sin^2(3x+1))^5$

Exercice 3

a) Evaluer approximativement $\sqrt[4]{17}$ et $\sqrt[3]{10}$

b) Montrer que la fonction $y(x) = xe^{-x}$ satisfait l'équation:

$$xy'(x) = (1-x)y(x)$$

Exercice 4

Calculer les limites suivantes. Si elle n'existe pas; expliquez pourquoi:

a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x^3 \sin(2x)}{\sin(3x)^2}$

b) $\lim_{x\to 1} \dfrac{1}{\ln(x)} - \dfrac{x}{x-1}$

c) $\lim_{x\to 7} \dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$

d) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[4]{1+x}}$

e) $\lim_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2x^2+3}{x-2} - 2x\right)$

f) $\lim_{x\to \pi/4} \dfrac{x-\pi/4}{\sqrt{2}\sin(x)-1}$

g) $\lim_{x\to -1_+} (x+1)\cdot \ln(x+1)$

h) $\lim_{x\to 0_+} \lfloor x \rfloor \cdot \sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$