
Thème : Rappels

Série 1

Exercice 1

Factoriser

a) $a^2 - b^2$

c) $a^3 + b^3$

b) $a^3 - b^3$

d) $a^4 - b^4$

Exercice 2

Développer et/ou simplifier les expressions suivantes:

a) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

e) $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}$

b) $(\sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{7}})^2$

f) $\sqrt[3]{(1 - \sqrt{2})^3}$

c) $(\sqrt[3]{4} - 1)^3$

g) $(\frac{1+\sqrt{m}}{2})(1 - \frac{1+\sqrt{m}}{2})$

d) $(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

Exercice 3

Simplifier les fractions suivantes:

a) $\frac{14 b^4 5 ay}{15 a^2 x 7 b^3 y}$

c) $\frac{a - 3}{2a^2 - 18}$

b) $\frac{axy - bxy}{ab - b^2}$

d) $\frac{(a + b)^2(a^3 - b^3)}{(a^2 - b^2)^2}$

Exercice 4

Résoudre les équations suivantes:

a) $x^2 - 8x + 12 = 0$

c) $4y^2 + 9 = 0$

b) $-3t^2 + t + 1 = 0$

d) $\sqrt{x + 11} = \sqrt{x^2 - 9}$

Exercice 5

Simplifier les expressions suivantes:

a) $\frac{a - x}{a^2 - ax - \frac{(a-x)^2}{1 - \frac{a}{x}}}$

c) $\frac{\frac{3}{x-1} - \frac{3}{a-1}}{x - 1}$

b) $\frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^n - 4^{n-1})^3}$

d) $\frac{2x + 1}{x^2 + 4x + 4} - \frac{6x}{x^2 - 4} + \frac{3}{x - 2}$

Exercice 6

Vérifier cette identité

$$2^{4n+2} + 1 = (2^{2n+1} - 2^{n+1} + 1)(2^{2n+1} + 2^{n+1} + 1).$$

En déduire une factorisation de $2^{58} + 1$

Exercice 7

On veut factoriser $N = 10001$. Poser $x_k = \lfloor \sqrt{N} \rfloor + k$ pour $k = 1, 2, \dots$.

Trouver l'entier k tel que $x_k^2 - N$ soit un carré parfait. En déduire une factorisation de N .

Exercice 8

a) Montrer l'identité suivante

$$x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + y^{n-1})$$

b) Montrer que si $2^p - 1$ est premier (nombres de Mersenne), alors p est premier. La réciproque est-elle vraie?