

---

**TE 3**

---

Durée : 90 minutes

- Les téléphones sont interdits.
- La machine à calculer n'est pas autorisée.

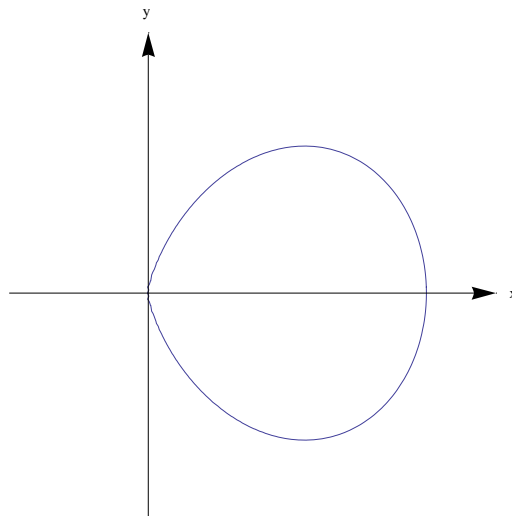
**Exercice 1** (6 pts). Calculer l'inverse de la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

---

**Exercice 2** (12 pts). La courbe d'équation cartésienne

$$(x^2 + y^2)^2 = 4x^3$$

est un œuf de Kepler dont la représentation graphique est donnée ci-contre.



- Calculer  $y' = dy/dx$  en dérivant implicitement l'équation de la courbe.
- Calculer ensuite la largeur et la hauteur de l'œuf.

**Exercice 3** (14 pts). On considère le système linéaire suivant dépendant du paramètre  $m$  :

$$\begin{cases} mx_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + mx_2 + x_3 = m \\ x_1 + x_2 + mx_3 = m^2 \end{cases}$$

- a) Pour quelles valeurs du paramètre  $m$  ce système est-il régulier?
  - b) Dans le cas singulier, utiliser la méthode de Gauss pour calculer la solution générale de ce système.
  - c) Utiliser la méthode de Cramer pour résoudre ce système linéaire lorsque  $m = 2$ .
- 

**Exercice 4** (8 pts). On veut construire une boîte de conserve cylindrique d'un décimètre cube. Trouver les dimensions de la boîte de conserve qui utilise le moins de fer-blanc possible.