Thème : Développement de Taylor Série 15

Exercice 1. Déterminer une solution approchée de l'équation $\cos(x) = x$ en utilisant une approximation d'ordre 2 de la fonction $f(x) = \cos(x) - x$

a) autour de $x_0 = 0$,

b) autour de $x_0 = \dfrac{\pi}{4}$.

Exercice 2.
Établir le développement de Taylor d'ordre n de la fonction $f(x)$ au point $x_0 = 0$

a) $f(x) = e^x$

b) $f(x) = e^{-2x}$

c) $f(x) = \sin(x)$

d) $f(x) = (1+x)^a,\ a \neq 0$

Exercice 3.
Établir le développement de Taylor d'ordre 3 du polynôme $p(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 7$ en $x_0 = 1$.

Exercice 4.
Établir le développement de Taylor d'ordre 3 de la fonction $f(x)$ au point $x_0 = 0$, à partir des développements donnés dans la tabelle.

a) $f(x) = e^{-x^2}$

b) $f(x) = e^x + \sin(x)$

c) $f(x) = e^x \sin(x)$

d) $f(x) = e^{\sin(x)}$

Exercice 5.
Lever les indéterminations suivantes en utilisant les développements de Taylor

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x - \sin(x)}{x^2}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x - \sin(x)}{x^3}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x - \sin(x)}{x^4}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\ln(\cos(x)) + \frac{x^2}{2}}{e^{x^2} - (1+x^2)}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(\cos(2x) - \cos(x))\sin(x)}{\tan(x) - \sin(x)}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \sqrt[3]{x^3 + x} - \sqrt[3]{x^3 - x}$