

---

**TE 2**

---

Durée : 90 minutes

- Les téléphones sont interdits.
- La machine à calculer n'est pas autorisée.

**Exercice 1** (12 pts). Calculer, lorsqu'elles existent, les limites suivantes:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{8 + x^2}}{x(x + 1)}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 7\pi} \frac{\sin^2(\frac{x}{7})}{1 + \cos(\frac{x}{7})}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x - 1 - x \ln(x)}{x^2 \ln(x)}$

**Exercice 2** (12 pts). Calculer les dérivées des fonctions suivantes et simplifier les résultats:

a)  $a(x) = \frac{-x^2 + 1}{2x^2 + 3},$

b)  $b(x) = \ln(1 - x) \sin(3x)$

c)  $c(x) = \tan\left(\frac{\pi}{x}\right) \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)$

d)  $d(x) = \frac{\sqrt{-x^2 + 1}}{x + 2},$

**Exercice 3** (12 pts). Soit la fonction  $f(x) = x(\ln(x))^2$ .

- (a) Donner le domaine de définition de  $f$ .
- (b) Calculer les limites aux bornes du domaine de définition.
- (c) Calculer  $f'$ , étudier son signe et préciser sur quels intervalles  $f$  est croissante ou décroissante.

**Exercice 4** (10 pts). Soit la matrice

$$M(a, b, c, d) = \begin{pmatrix} a & -b & -c & -d \\ b & a & -d & c \\ c & d & a & -b \\ d & -c & b & a \end{pmatrix}.$$

a) Calculer  $M(a, b, c, d) \cdot M(a, b, c, d)^T$ .

b) Pour quelles valeurs des paramètres réels  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  la matrice  $M(a, b, c, d)$  est-elle inversible? et dans ce cas, calculer son inverse.

**Exercice 5** (6 pts). Calculer le déterminant suivant:  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ .