Binôme de Newton

On note a, b deux nombres réels et n un entier naturel non nul.

$$\boxed{(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \ldots + \binom{n}{n}b^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^{n-k}b^k}$$

Triangle de Pascal

Coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$ pour $0 \leq k \leq n \leq 12$

$\binom{8}{5} = 56$

n \ k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	1												
1	1	1											
2	1	2	1										
3	1	3	3	1									
4	1	4	6	4	1								
5	1	5	10	10	5	1							
6	1	6	15	20	15	6	1						
7	1	7	21	35	35	21	7	1					
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1				
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1	
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1

Dénombrement

Arrangement simple

Si, parmi n éléments distincts, on choisit k éléments distincts ($k \leq n$) en les classant dans un ordre particulier, on forme un *arrangement simple* (de k éléments choisis parmi n).
Le nombre A_k^n d'arrangements simples est

$$\boxed{A_k^n = n(n-1)\ldots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}}$$

Arrangement avec répétitions

Si, parmi n éléments distincts, on choisit k éléments distincts ou non (on peut choisir plusieurs fois le même) en les classant dans un ordre particulier, on forme un *arrangement avec répétitions* (de k éléments choisis parmi n).
Le nombre $\overline{A_k^n}$ d'arrangements avec répétitions est

$$\boxed{\overline{A_k^n} = n^k}$$

Permutation simple

Si on classe dans un ordre particulier n éléments distincts, on forme une *permutation simple* (de ces n éléments).
Le nombre P_n de permutations simples est

$$\boxed{P_n = n!}$$

Permutation avec répétitions

Si on classe dans un ordre particulier n éléments dont n_1 sont identiques de type 1, n_2 identiques de type 2, …, n_p identiques de type p ($n_1 + n_2 + \ldots + n_p = n$), on forme une *permutation avec répétitions* (de ces n éléments).
Le nombre $\overline{P}(n_1, n_2, \ldots, n_p)$ de permutations avec répétitions est

$$\boxed{\overline{P}(n_1, n_2, \ldots, n_p) = \frac{n!}{n_1!\,n_2!\,\ldots\,n_p!}}$$

Combinaison simple

Si, parmi n éléments distincts, on choisit k éléments distincts ($k \leq n$) sans les classer dans un ordre particulier, on forme une *combinaison simple* (de k éléments choisis parmi n).
Le nombre C_k^n de combinaisons simples est

$$\boxed{C_k^n = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \binom{n}{k}}$$

Combinaison avec répétitions

Si, parmi n éléments distincts, on choisit k éléments distincts ou non (on peut choisir plusieurs fois le même) sans les classer dans un ordre particulier, on forme une *combinaison avec répétitions* (de k éléments choisis parmi n).
Le nombre $\overline{C_k^n}$ de combinaisons avec répétitions est

$$\boxed{\overline{C_k^n} = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!} = \binom{n+k-1}{k}}$$

Calcul financier

Intérêts simples et composés

Capital initial (valeur actuelle)	C_0
Valeur acquise après n années	C_n
Taux d'intérêt annuel	i
Intérêt produit après n années	I_n
Facteur de capitalisation annuel	$r = 1 + i$
Facteur d'actualisation annuel	$v = \frac{1}{r}$

Intérêts simples	Intérêts composés
$I_n = C_0\,i\,n$	$I_n = C_0(r^n - 1)$
$C_n = C_0\,(1 + i\,n)$	$C_n = C_0\,r^n$
$C_0 = \dfrac{C_n}{1 + i\,n}$	$C_0 = C_n v^n$