
Thème : limites de fonctions réelles

Série 6

Exercice 1

La fonction signe

$$f : x \mapsto \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

a-t-elle une limite en 0 ?

Exercice 2

Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

a) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 - \sqrt{16 + h}}{h}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 + x^2}}{x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{x-1}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

Exercice 3

Étudier la limite à gauche et la limite à droite de la fonction $f(x)$ dans chacun des cas suivants :

a) $f(x) = x - [x] \quad x = 0$ où $[\]$ désigne la fonction partie entière

b) $f(x) = \frac{3 \cdot |x - 2|}{x - 2}, \quad x = 2$

Exercice 4

Calculer les limites suivantes ; si elle n'existe pas expliquer pourquoi:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^3 - 1}$

b) $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{t} - 1}{t - 1}$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + x^3)}{x + 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(2x)}{x + \sin(3x)}$

g) $\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{1}{x} - \frac{2}{[x]}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 1} + x$

h) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x - 2|}{x - 2}$

Exercice 5

Calculer, si elles existent, les limites suivantes en distinguant s'il le faut les cas $+\infty$ et $-\infty$:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 7x + 1}{3x^3 - 2x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{6x^4 - 3x^2 + 2}{x^3 - 27}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 4}}{4x + 5}$

d) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - x - 1}{(x - 1)(|x| - 2)}$

e) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{x^2 - 4x + 3} - \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(x)}{x}$