
TE 4

Durée : 90 minutes

- Les téléphones sont interdits.
- La machine à calculer n'est pas autorisée.

Exercice 1 (12 pts). Soit la matrice suivante:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & -6 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Trouver les valeurs propres de la matrice A .
- (b) Trouver les vecteurs propres associés aux valeurs propres de la matrice A .
- (c) Montrer que la matrice A est inversible et en déduire les valeurs et vecteurs propres de la matrice A^{-1} .

Exercice 2 (6 pts). Un cerf-volant situé à une altitude de 30 m file horizontalement à une vitesse de 2.5 m/s. L'angle que fait la corde avec l'horizontale diminue à mesure que la corde est débobinée. À quelle vitesse diminue cet angle lorsque 60 m de corde ont été débobinés?

Exercice 3 (6 pts). Soient Δf l'accroissement et df la différentielle de la fonction $f(x) = x^3$. Évaluer $\delta = |\Delta f - df|$ aux points $x = 0$ et $x = 100$ pour un accroissement de $\Delta x = \frac{1}{10}$.

Exercice 4 (12 pts). Soit la fonction

$$f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{x}$$

- (a) Donner le domaine de définition de f .
- (b) Calculer f' , étudier son signe et préciser sur quels intervalle f est croissante ou décroissante.
- (c) Calculer f'' , étudier son signe et préciser sur quels intervalle f est convexe ou concave.
- (d) Donner le(s) abscisse(s) éventuelle(s) de(s) point(s) d'inflexion de f .
- (e) Trouver le(s) asymptote(s) éventuelle(s) de f .
- (f) Tracer le graphe de f .