Université du Québec à Montréal

INF5130 : Algorithmique

Devoir 1

Hiver 2023

Nom : OUEYEYA — Code permanent : OUEG82330306

Nom : Gaëtan — Code permanent : OUEG82330306

Exercice 1

I. $Tab =$

1	2	0	0	0	4	2	0

II.

III.

IV. a)

b)

Exercice 2

a)

$$\sum_{i=2}^{n-1} \sum_{j=3}^{i+3} \left(36j^2 + 24j + 18i\right) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}, n \geq 3.$$

b)

$$\sum_{i=5}^{n} \sum_{j=0}^{i} \sum_{k=0}^{j} 3^k \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}, n \geq 5.$$

Exercice 3 On suppose que $f(n) = \omega\left(g(n)\right)$. Démontrer **à l'aide des définitions formelles** que $5g(n) + 3f(n) = \omega\left(2g(n)\right)$.

Exercice 4 On suppose que $f(n) = O\left(h(n)\right)$ et $g(n) = \Omega\left(1\right)$. Démontrer **à l'aide des définitions formelles** que $7f(n) = O\left(h(n)g(n)\right)$.

Exercice 5

On considère l'équation de récurrence $T(n) = 4T(n-1) + 5T(n-2) + 1$ pour tout entier $n \geq 3$, $T(1) = 0$, $T(2) = 1$.

a) Calculer $T(3)$, $T(4)$ et $T(5)$ à l'aide de l'équation de récurrence.

b) Démontrer **par récurrence** que $T(n) \geq 5^{n-2}$ pour tout entier $n \geq 2$.

Exercice 6

a) $T(n) = 8T\left(\lceil \frac{n}{4} \rceil\right) + 5n\sqrt{n}$

b) $T(n) = 9T\left(\lceil \frac{n}{3} \rceil\right) + 7n^6$

c) $T(n) = 6T\left(\lceil \frac{n}{36} \rceil\right) + \sqrt[3]{n}\,\lg(n)$

Exercice 7

$$n\lg^2(5n),\ \sqrt[3]{n^7},\ \frac{3n^5+5n}{2n^2+1},\ 2^{2\log_{16}(n)},\ \sqrt{n^2\lg^5\left(\sqrt{n}\right)},\ 5^{\lg(n)},\ n\lg(n^3),\ \frac{\sqrt{n}}{\lg(n)}$$

$$\frac{\sqrt{n}}{\lg(n)},\ \sqrt[3]{n^7},\ n\lg(n^3),\ \frac{3n^5+5n}{2n^2+1},\ 2^{2\log_{16}(n)},\ 5^{\lg(n)},\ n\lg^2(5n),\ \sqrt{n^2\lg^5\left(\sqrt{n}\right)}$$

Exercice 8

$T(n) = n^2\, 32^{2\log_4(n)} \lg^3\left(\sqrt[3]{n}\right)\, \log_5\left(\frac{n^4}{\sqrt{n}}\right).$

$=$

$=$

$=$

$=$