Université du Québec à Montréal

${\it INF5130}: Algorithmique$

Devoir 1

Hiver 2023

Nom : $\underline{OUEYEYA}$ Code permanent : $\underline{OUEG82330306}$

Nom : $\underline{\text{Ga\"{e}tan}}$ Code permanent : $\underline{\text{OUEG82330306}}$

Exercice 1

I.
$$Tab = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

II.

III.

IV. a)

b)

Exercice 2

a)

$$\sum_{i=2}^{n-1} \sum_{j=3}^{i+3} \left(36j^2 + 24j + 18i\right) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}, n \ge 3.$$

b)

$$\sum_{i=5}^{n} \sum_{j=0}^{i} \sum_{k=0}^{j} 3^k \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}, n \ge 5.$$

Exercice 3 On suppose que $f(n) = \omega(g(n))$. Démontrer à l'aide des définitions formelles que $5g(n) + 3f(n) = \omega(2g(n))$.

Exercice 4 On suppose que f(n) = O(h(n)) et $g(n) = \Omega(1)$. Démontrer à l'aide des définitions formelles que 7f(n) = O(h(n)g(n)).

Exercice 5

On considère l'équation de récurrence T(n)=4T(n-1)+5T(n-2)+1 pour tout entier $n\geq 3,$ T(1)=0, T(2)=1.

- a) Calculer T(3), T(4) et T(5) à l'aide de l'équation de récurrence.
- b) Démontrer par récurrence que $T(n) \ge 5^{n-2}$ pour tout entier $n \ge 2$.

Exercice 6

a)
$$T(n) = 8T(\lceil \frac{n}{4} \rceil) + 5n\sqrt{n}$$

b)
$$T(n) = 9T\left(\left\lceil \frac{n}{3}\right\rceil\right) + 7n^6$$

c)
$$T(n) = 6T\left(\lceil \frac{n}{36} \rceil\right) + \sqrt[3]{n} \lg(n)$$

Exercice 7

$$n \lg^{2}(5n), \sqrt[3]{n^{7}}, \frac{3n^{5} + 5n}{2n^{2} + 1}, 2^{2 \log_{16}(n)}, \sqrt{n^{2} \lg^{5}(\sqrt{n})}, 5^{\lg(n)}, n \lg(n^{3}), \frac{\sqrt{n}}{\lg(n)}$$

Exercice 8

$$T(n) = n^2 32^{2\log_4(n)} \lg^3(\sqrt[3]{n}) \log_5\left(\frac{n^4}{\sqrt{n}}\right).$$