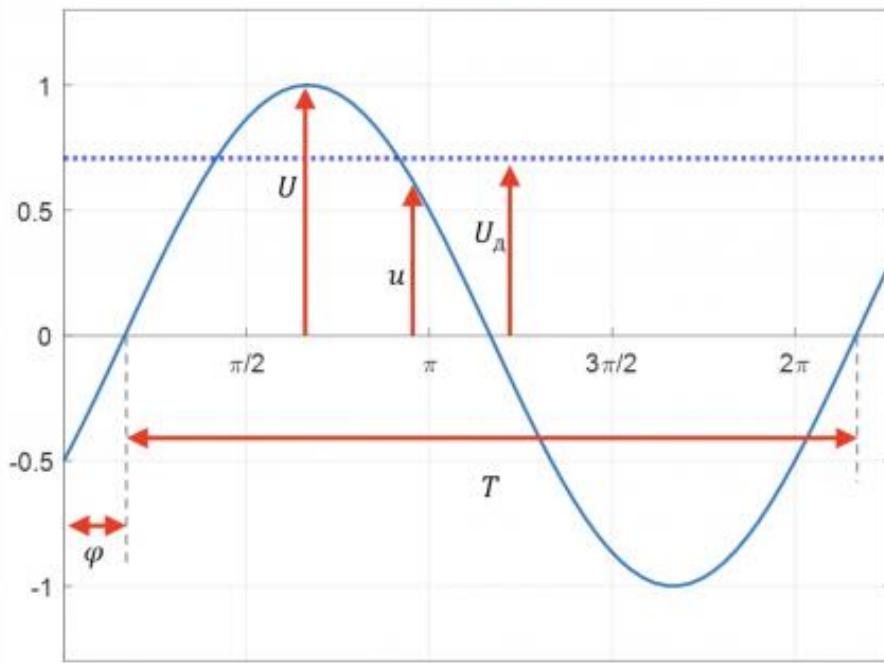


Лекция №2. Электрические цепи переменного тока



$$u = U \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

u – мгновенное значение;

U – амплитудное значение;

$U_{\text{д}}$ – действующее значение;

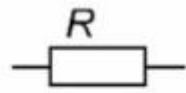
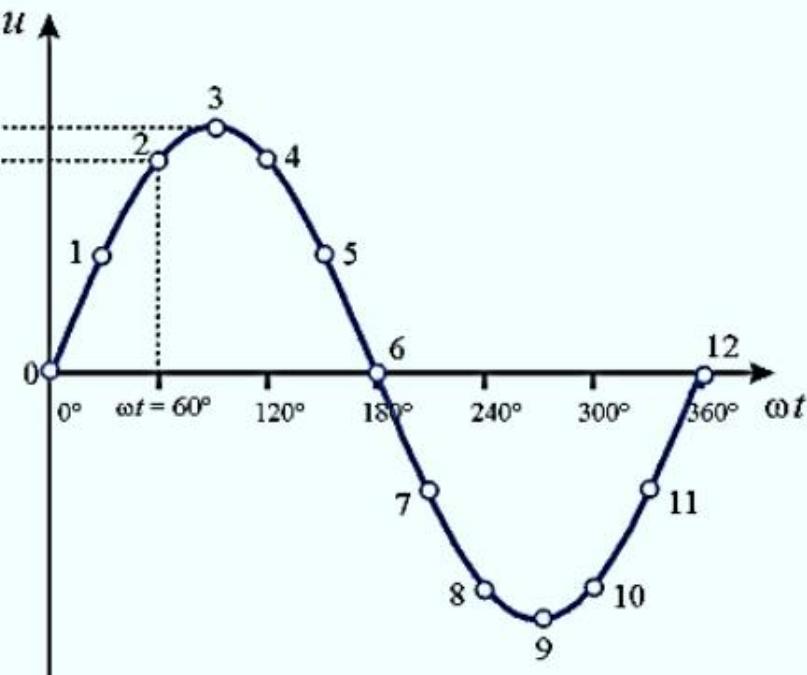
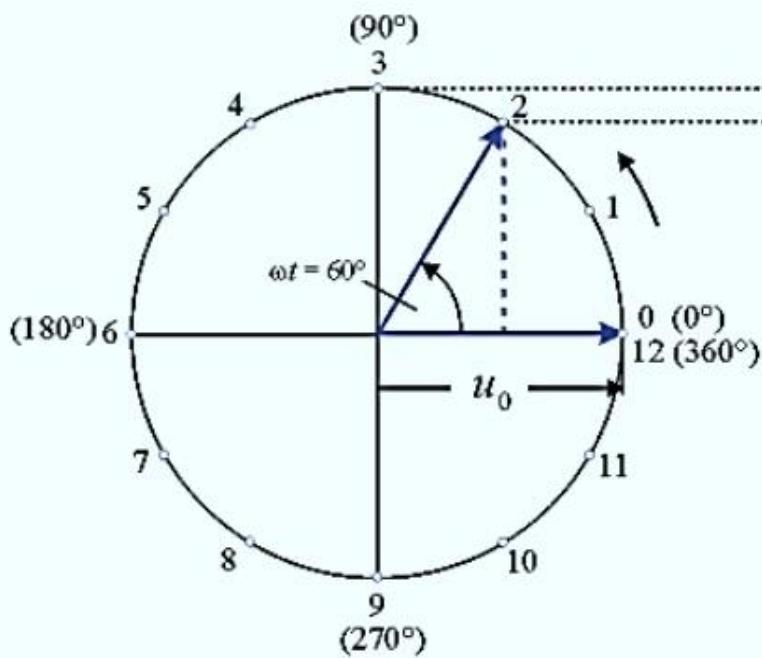
T – период;

$f = \frac{1}{T}$ – линейная частота;

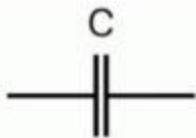
$\omega = 2\pi f$ – угловая частота;

φ – фаза.

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cdot \sin^2 \omega t \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cdot \frac{(1 - \cos 2\omega t)}{2} \cdot dt} = \\ &= \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sqrt{\int_0^T dt - \int_0^T \cos 2\omega t \cdot dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$



Резистор
(сопротивление)



Конденсатор
(ёмкость)



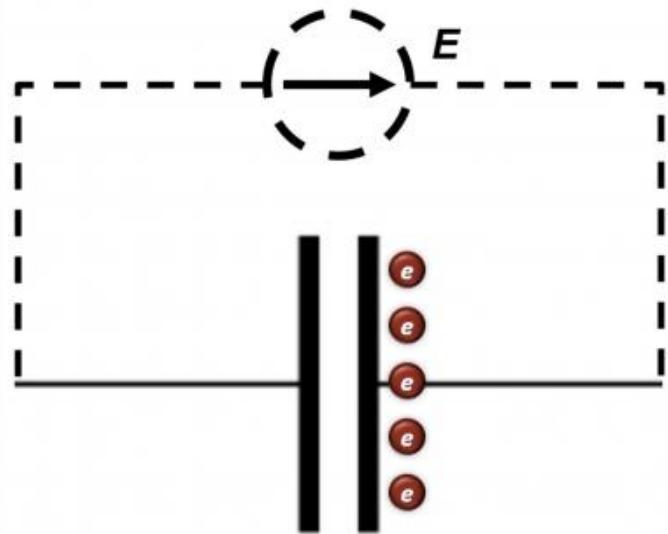
Катушка
(индуктивность)



Активное сопротивление



Реактивное сопротивление



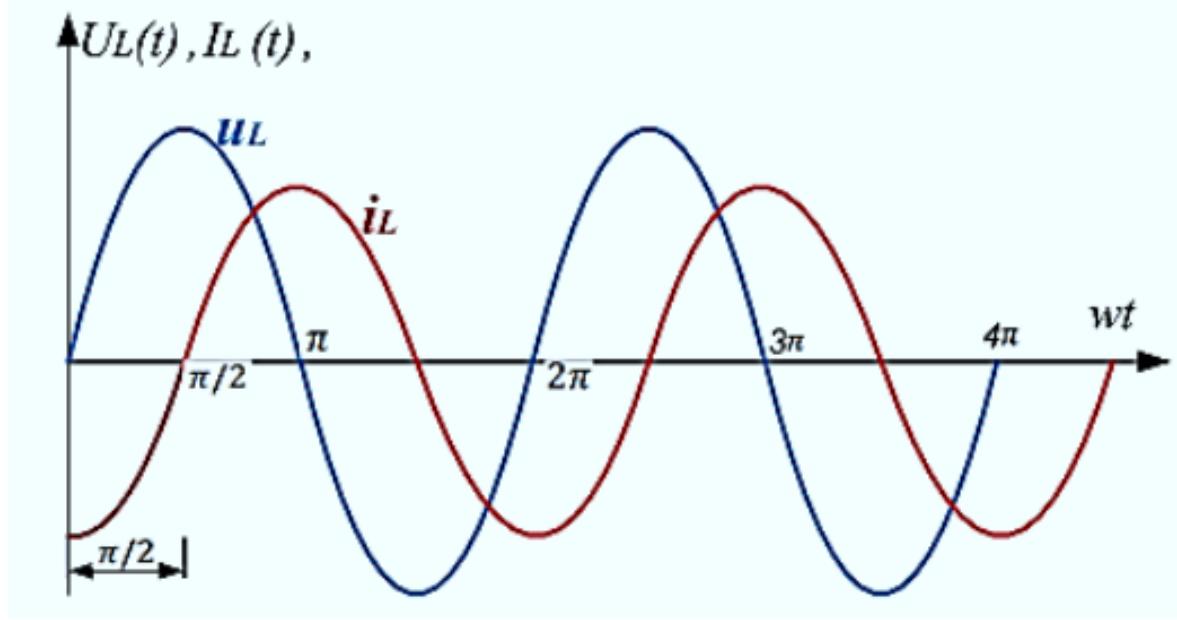
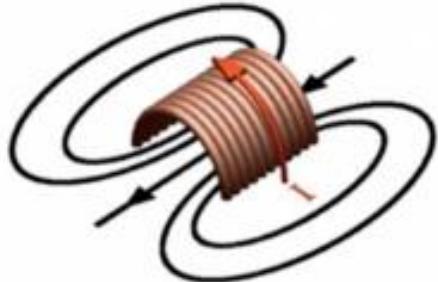
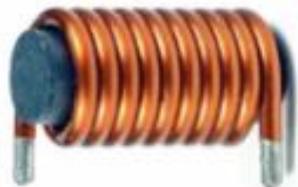
$$C = \frac{q}{U} \quad i = \frac{dq}{dt}$$

$$i = C \frac{du}{dt}$$

$$i = \omega C U \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$



$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

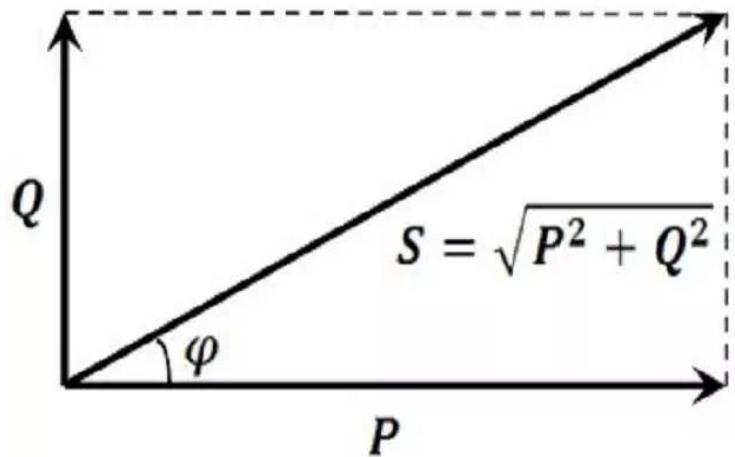


$$L = \frac{\Phi}{I} \quad u = \frac{d\Phi}{dt}$$

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

$$u = L \frac{di}{dt}$$

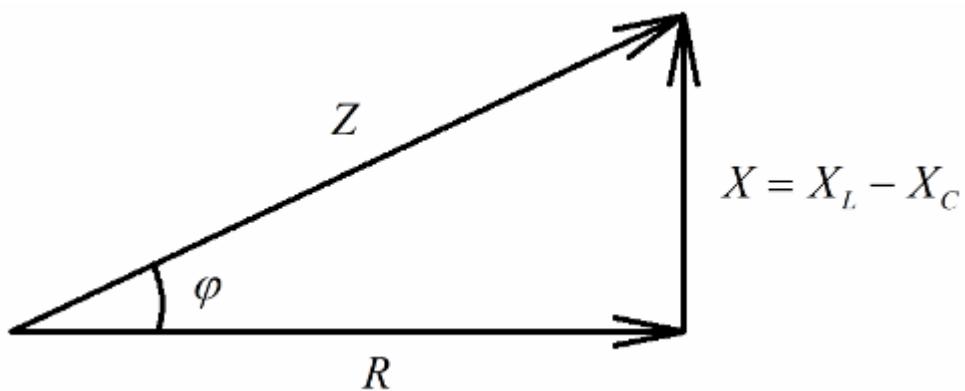
$$u = \omega L I \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$



$$S=I \bullet U;$$

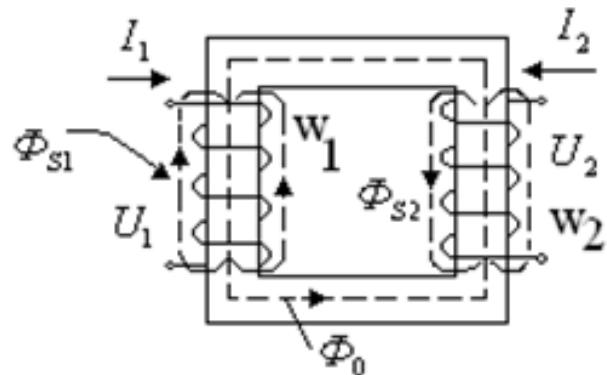
$$P=S \bullet \cos\varphi; S=P/\cos\varphi;$$

$$Q=U \bullet I \sin\varphi.$$



Трансформаторы

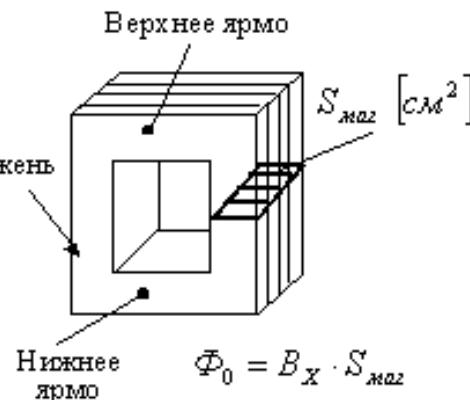
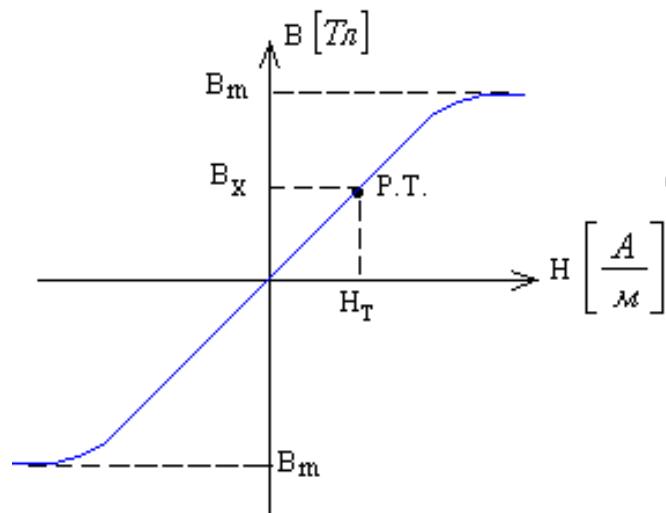
Конструкция и принцип действия трансформатора



$$U_1 \xrightarrow{1} I_1 \xrightarrow{2} H \xrightarrow{3} B_m, \Phi_0 \xrightarrow{4} e_1$$

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_{ex}}; \quad H = \frac{I_1 \cdot W_1}{l_{cp}} = \frac{F}{l_{cp}} \left[\frac{A \cdot \epsilon}{M} \right],$$

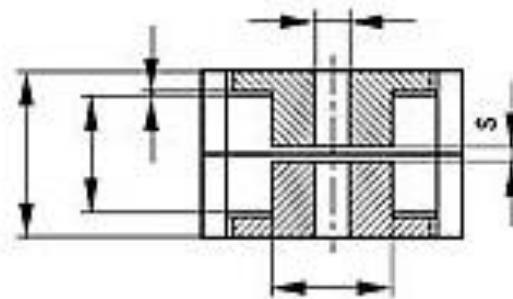
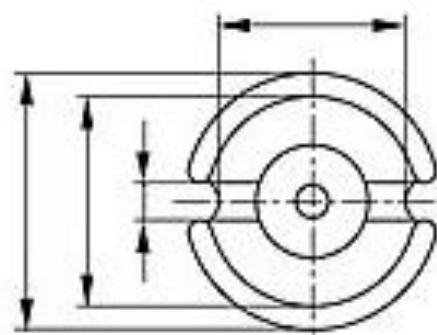
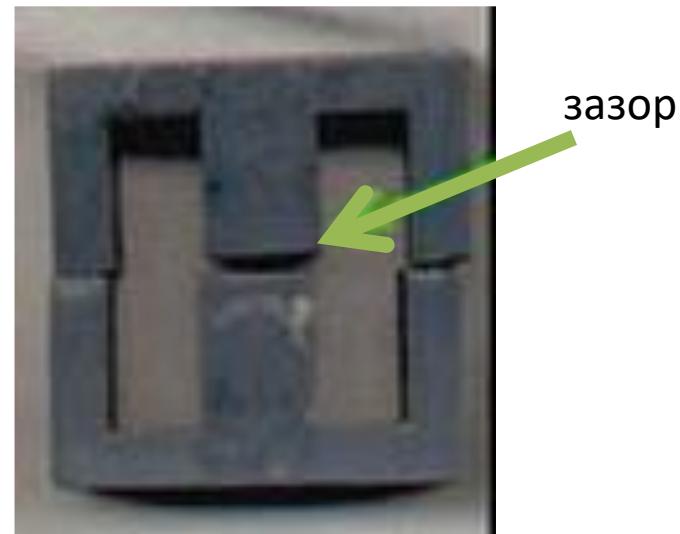
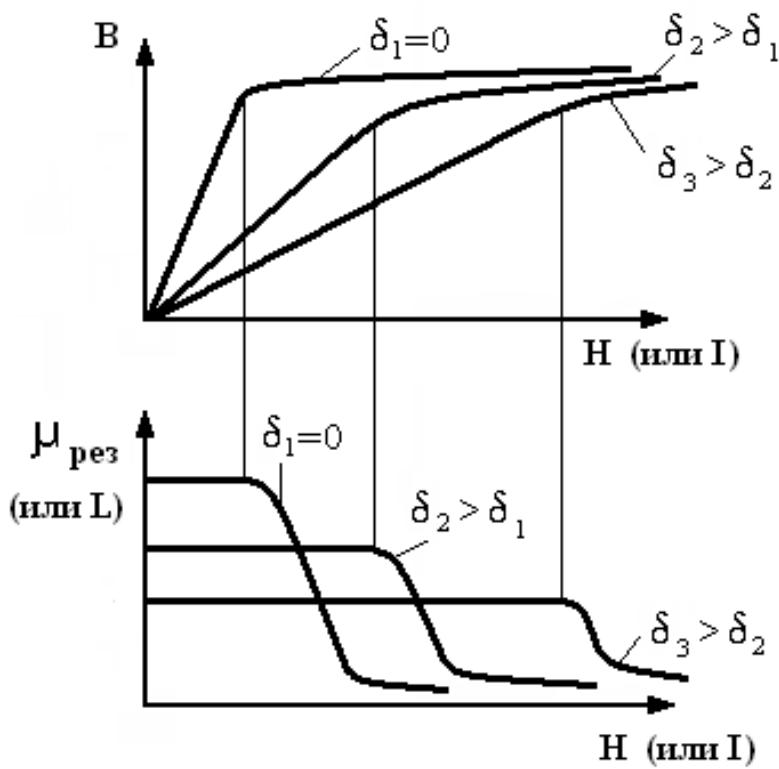
$$\xrightarrow{\hspace{1cm}} e_2$$



$$e = -\frac{d\psi}{dt} = -W \frac{d\Phi}{dt},$$

$$I_2 \uparrow \rightarrow \Phi_p \rightarrow e_1 \downarrow \rightarrow I_1 \uparrow \rightarrow \Phi_0 = const$$

$$I_1 \cdot W_1 + I_2 \cdot W_2 = I_0 \cdot W_1$$



Уравнение ЭДС трансформатора

$$F = F_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$e_1 = -W_1 \frac{d\Phi}{dt} = -W_1 \cdot \Phi_m \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) = W_1 \cdot \Phi_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}),$$

$$e_2 = -W_2 \frac{d\Phi}{dt} = -W_2 \cdot \Phi_m \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) = W_2 \cdot \Phi_m \cdot \omega + W_2 \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}).$$

Из уравнения следует, что ЭДС e_1 , e_2 отстают по фазе от потока Φ на угол $\pi/2$. Максимальное значение ЭДС $E_{1m} = \omega W_1 \Phi_m$.

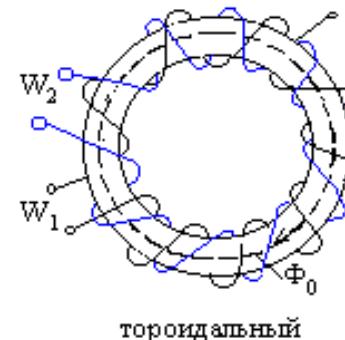
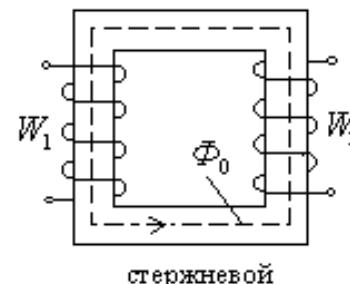
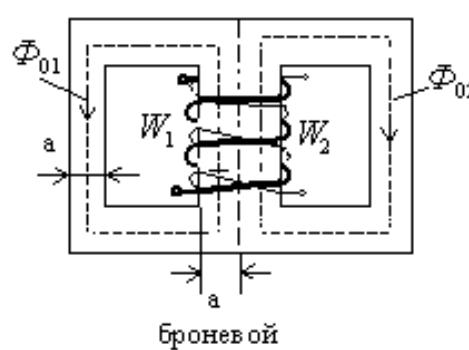
Разделив E_{1m} на $\sqrt{2}$ и, подставив $\omega = 2\pi f$, получим действующее значение первичной ЭДС (В):

$$E_1 = E_{1m} / \sqrt{2} = (2\pi / \sqrt{2}) \cdot W_1 \cdot f \cdot \Phi_m = 4,44 \cdot W_1 \cdot f \cdot \Phi_m.$$

$$E = 4 \cdot K_\Phi \cdot K_{mag} \cdot B_m \cdot f \cdot W \cdot S_{mag}.$$

Форма напряжения			
K_Φ	1,0	1,11	1,16

Конструктивные особенности трансформатора



Планарный
трансформатор

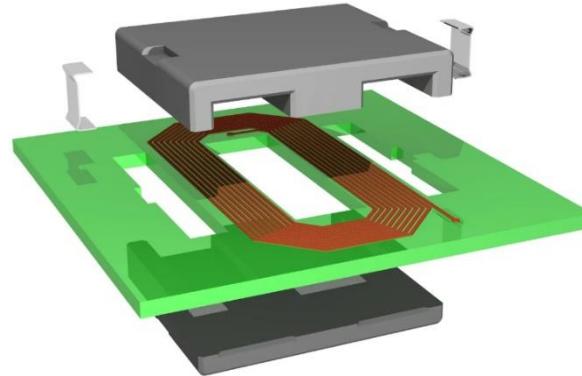
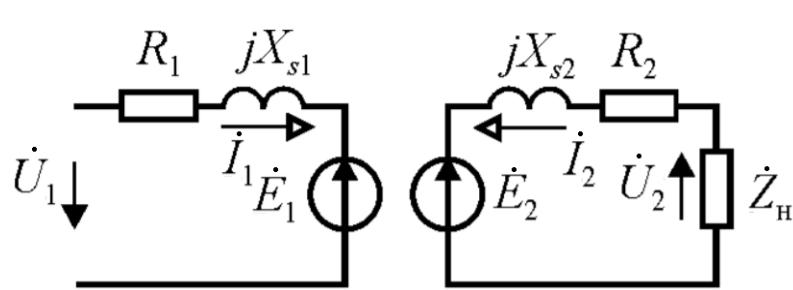
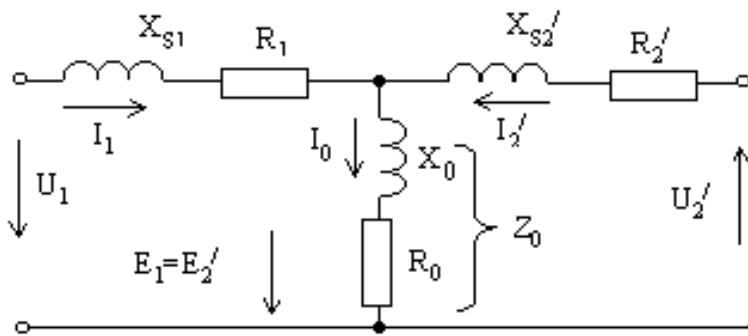


Схема замещения трансформатора



$$\begin{cases} \dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 \dot{Z}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 \cdot (jX_{s1} + R_1) \\ \dot{U}_2 = \dot{E}_2 - \dot{I}_2 \dot{Z}_2 = \dot{E}_2 - \dot{I}_2 \cdot (jX_{s2} + R_2) \\ \dot{I}_1 W_1 + \dot{I}_2 W_2 = \dot{I}_0 W_1 \end{cases}$$

$$n = \frac{W_1}{W_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{E'_1}{E'_2}.$$



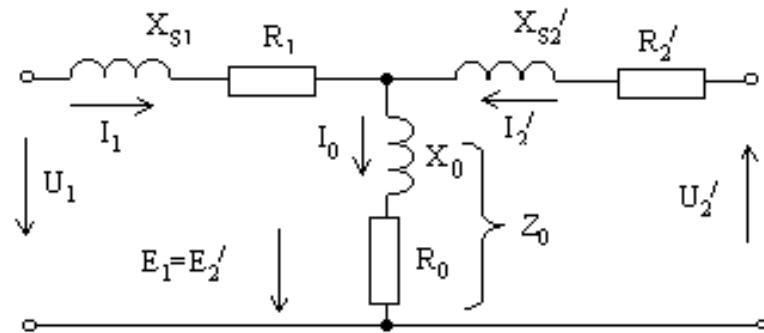
Для получения соотношения между реальными и приведенными параметрами, воспользуемся равенством полных мощностей, активных мощностей и углов потерь: $S_2 = S'_2$, $\Delta P_2 = \Delta P'_2$, $\varphi_2 = \varphi'_2$

$$1. E'_2 I_2 = E'_2 \cdot I'_2 \Rightarrow I'_2 = \frac{I'_2}{n}, \quad 2. U'_2 I_2 = U'_2 I'_2 \Rightarrow U'_2 = n \cdot U_2, \quad \Delta P_2 = I'_2^2 \cdot R_2 = (I'_2)^2 \cdot R'_2, \quad R'_2 = n^2 \cdot R_2,$$

$$3. \varphi_2 = \varphi'_2, \quad \frac{X_{s2}}{R_2} = \frac{X'_{s2}}{R'_2} \Rightarrow X'_{s2} = n^2 X_{s2}$$

Запишем систему уравнений для Т-образной схемы замещения:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 Z_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 \cdot (jX_{S1} + R_1) \\ \dot{U}_2 = \dot{E}_2 - \dot{I}_2 Z_2 = \dot{E}_2 - \dot{I}_2 \cdot (jX_{S2}' + R_2') \\ \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}_0. \end{cases}$$



Для определения основных параметров трансформатора и Т-образной схемы замещения проводят два опыта: холостого хода (ХХ) и короткого замыкания (КЗ).

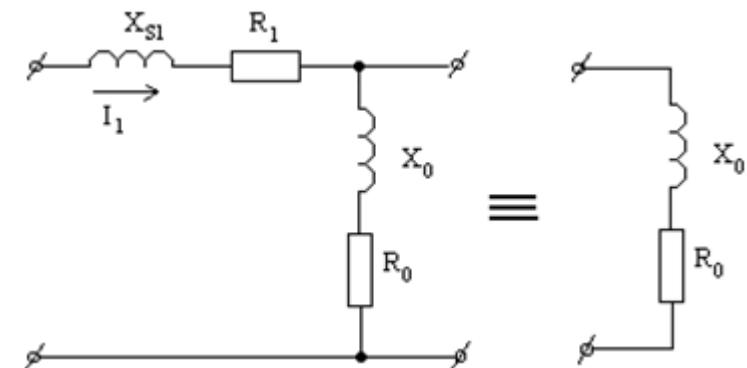
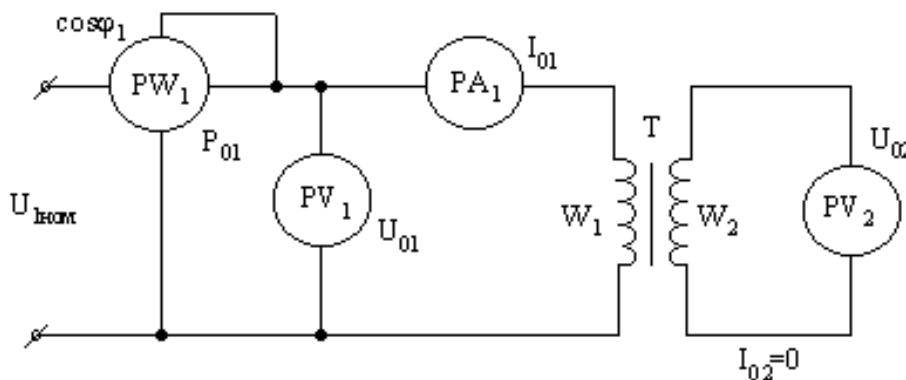
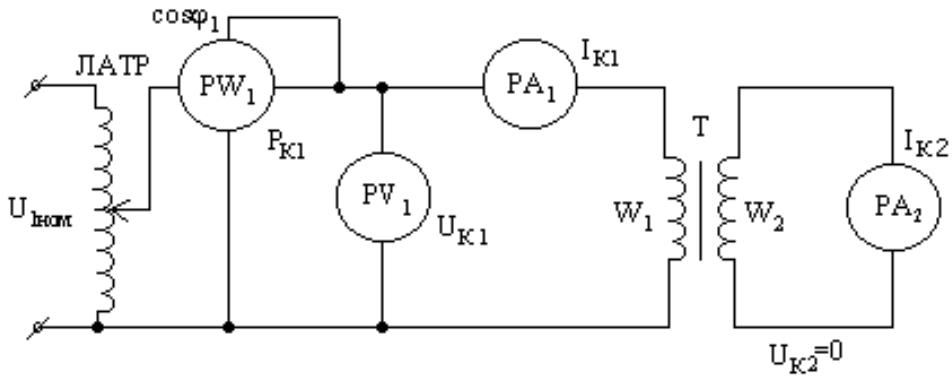


Схема экспериментальной установки
для проведения опыта ХХ

$$P_{01} = S_{01} \cdot \cos \varphi_1$$

$$i_{01}(\%) = \frac{I_{01}}{I_{1nom}} \cdot 100\% < 30\%$$

$$Z_0 = \frac{U_{01}}{I_{01}}, \quad R_0 = \frac{P_{01}}{I_{01}^2}, \quad x_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = Z_0 \cdot \sin \varphi_1$$

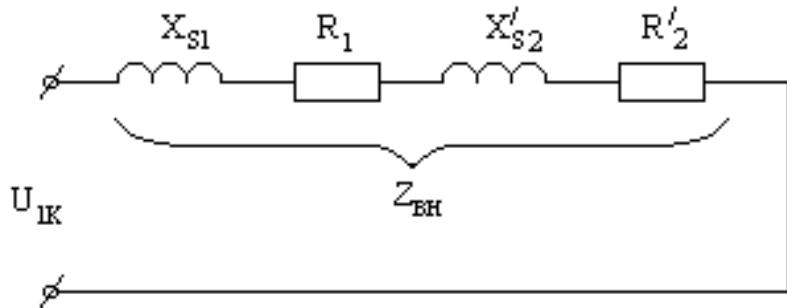


$$P_{K1} = S_1 \cdot \cos \varphi_1 = U_{K1} \cdot I_{K1} \cdot \cos \varphi_1.$$

$$u_{K1}(\%) = \frac{U_{K1}}{U_{1HOM}} \cdot 100\% \leq (5...7)\%$$

Схема экспериментальной установки для проведения опыта КЗ

$$Z_K = \frac{U_{1K}}{I_{1K}}, \quad R_K = R_1 + R_2' = \frac{P_{K1}}{I_{K1}^2},$$

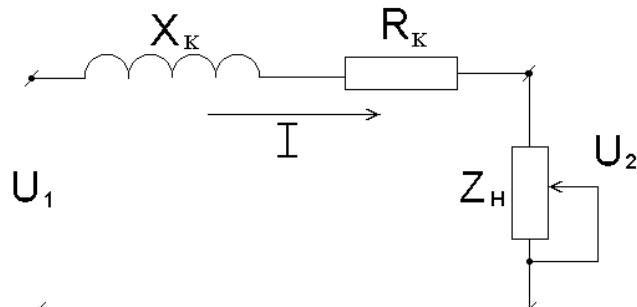


$$Z_K = \frac{U_{1K}}{I_{1K}}, \quad R_K = R_1 + R_2' = \frac{P_{K1}}{I_{K1}^2},$$

$$R_1' = R_2' = R_K / 2 \quad \text{и} \quad X_{S1}' = X_{S2}' = X_K / 2$$

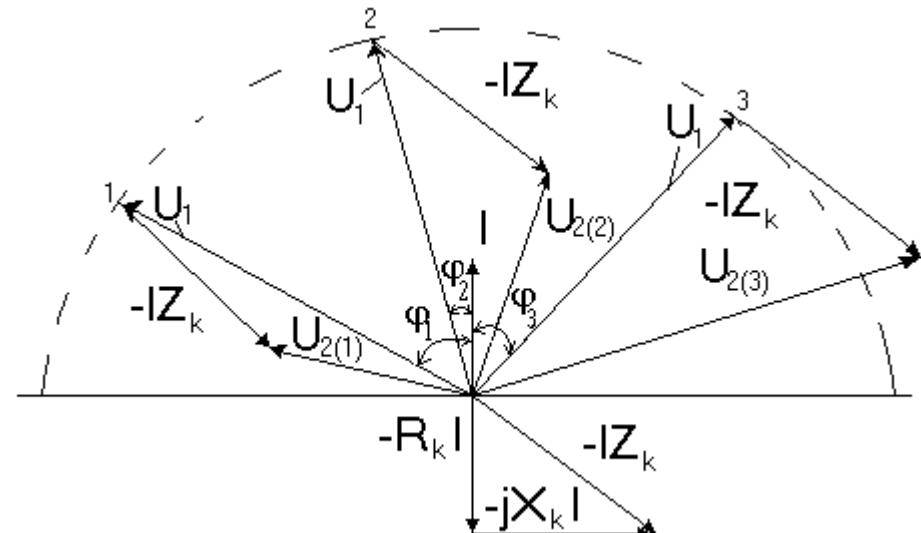
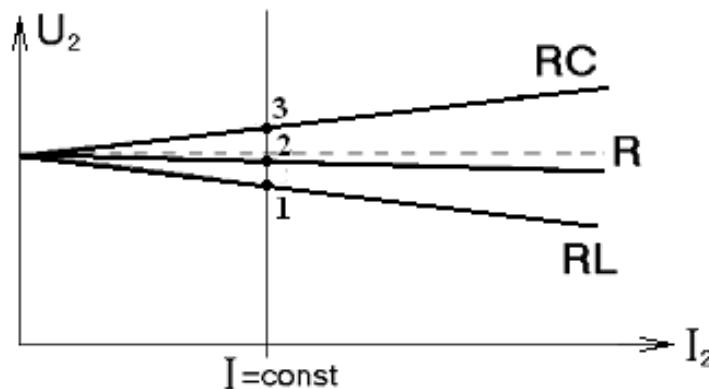
Т-образная схема замещения для опыта КЗ

Внешняя характеристика трансформатора

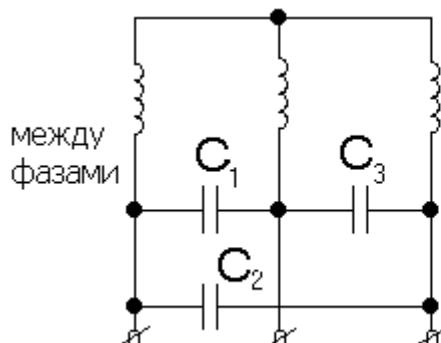


По второму закону Кирхгофа запишем уравнение для схемы замещения трансформатора:

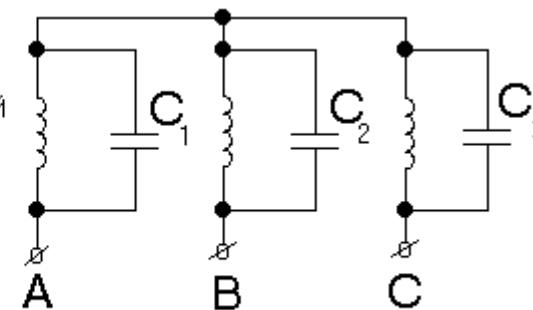
$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 - \dot{I} \cdot \dot{Z}_K = \dot{U}_1 - \dot{I} \cdot (jX_K + R_K)$$



Векторная диаграмма для внешней характеристики трансформатора



между фазами



к каждой фазе

A

B

C

Энергетические показатели трансформатора

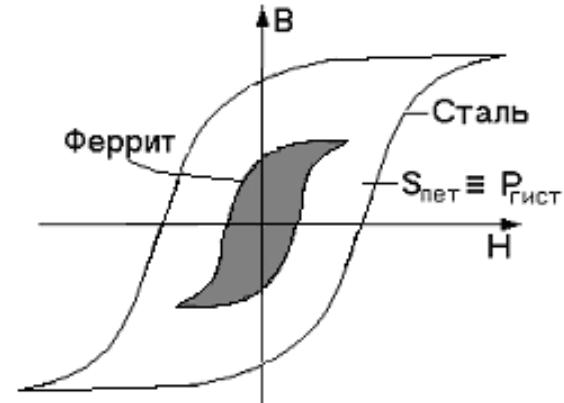
$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{MAG} + P_{OB}}; \quad P_{mag} = P_{гист} + P_{вих.токи}, \quad P_{MAG} = \sigma_1 \cdot B_x^2 \cdot f_x^2 \cdot G,$$

где σ_1 - коэффициент, зависящий от типа ферромагнитного материала;

B_x – величина магнитной индукции (определенная положением рабочей точки на кривой намагничивания трансформатора);

f – частота (Гц);

G - вес магнитопровода (кг).

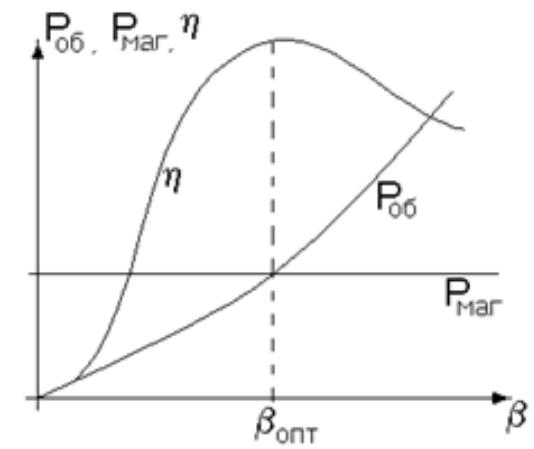


$$P_2 = S_2 \cos \varphi = U_{2HOM} \cdot I_2 \frac{I_{2HOM}}{I_{2HOM}} \cos \varphi = S_{2HOM} \cdot \beta \cdot \cos \varphi,$$

$$P_{ob} = I_2^2 \cdot R_{ob} = I_2^2 \cdot R_{ob} \cdot \frac{I_{2HOM}^2}{I_{2HOM}^2} = P_{1K} \cdot \beta^2,$$

$$\eta = \frac{S_{2HOM} \cdot \beta \cdot \cos \varphi}{S_{2HOM} \cdot \beta \cdot \cos \varphi + P_{10} + P_{1K} \cdot \beta^2}.$$

$$P_{10} + P_{1K} \cdot \beta_{onm}^2 = 0. \quad \beta_{onm} = \sqrt{\frac{P_{10}}{P_{1K}}}.$$



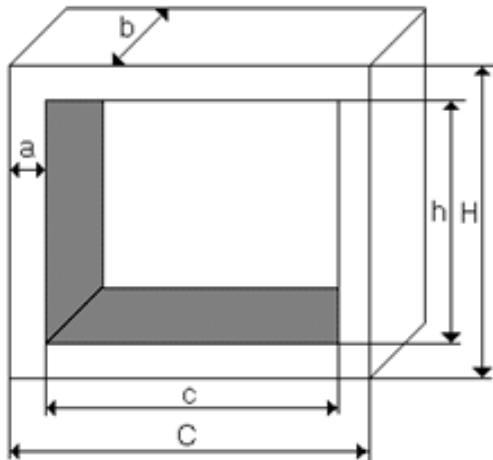
Электромагнитная мощность трансформатора

$$P_{\mathcal{E}M} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n E_i I_i = E_1 I_1 = \sum_{i=2}^n E_i I_i.$$

$$E = 4 \cdot K_{\Phi} \cdot K_{MAG} \cdot f \cdot W \cdot B_m \cdot S_{MAG}, (1);$$

$$j = \frac{I}{S_{np}}, (2)$$

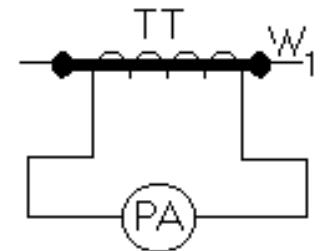
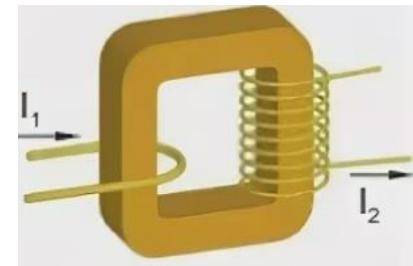
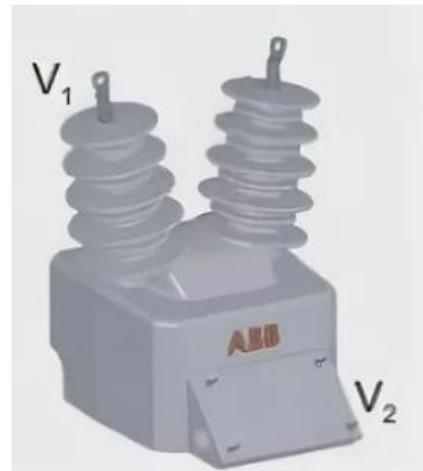
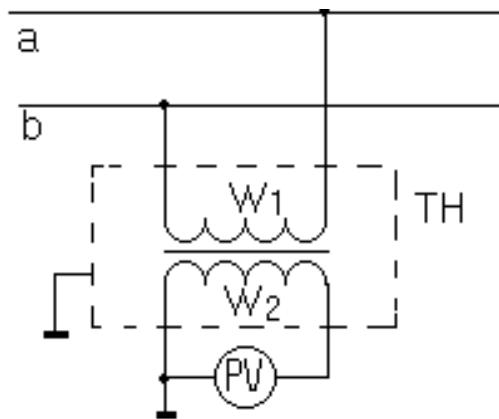
$$W = \frac{K_{OK} \cdot S_{OK}}{2S_{np}}, (3);$$



$$P_{\text{раб}} = 2 K_{\Phi} K_{\text{маг}} K_{\text{ок}} B_m f j S_{\text{маг}} S_{\text{ок}}.$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} = I_m \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt},$$

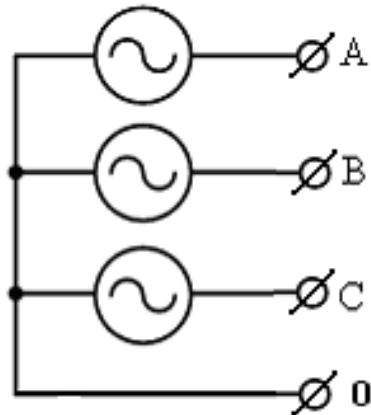
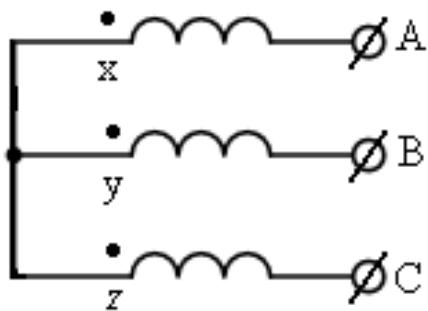
и так как $\int_0^T dt = T$, а $\int_0^T \cos 2\omega t dt = 0$, то $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$.



$$U_1 = \frac{W_1}{W_2} \cdot U_2.$$

$$n = \frac{W_1}{W_2} = \left| -\frac{I_2}{I_1} \right|.$$

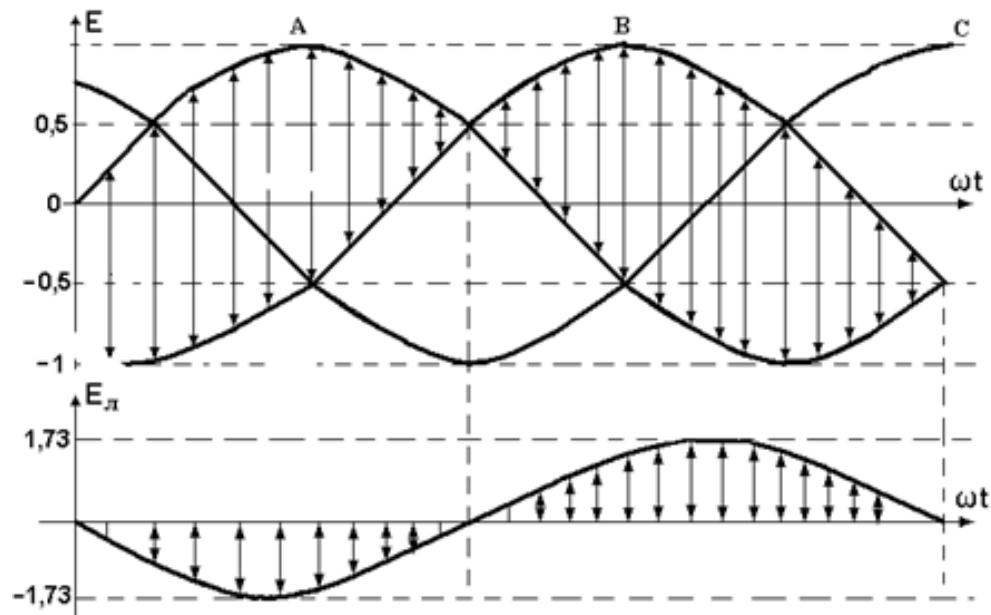
Трехфазные трансформаторы



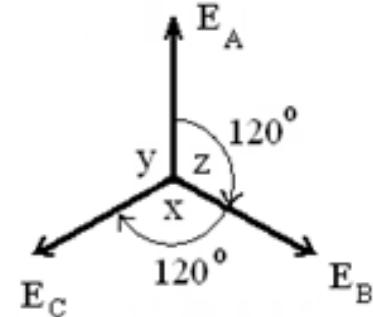
$$e_a = E_m \cdot \sin \omega \cdot t$$

$$\begin{aligned} e_b &= E_m \cdot \sin \omega(t - \frac{T}{3}) = \\ &= E_m \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}) \end{aligned}$$

$$e_c = E_m \cdot \sin \omega(t - \frac{2 \cdot T}{3}) = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3})$$



$$e_a + e_b + e_c = 0$$



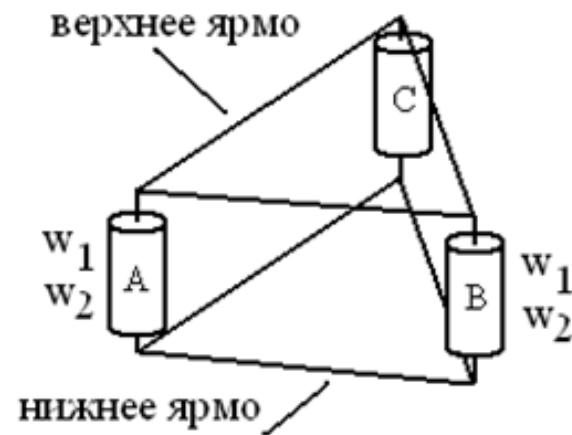
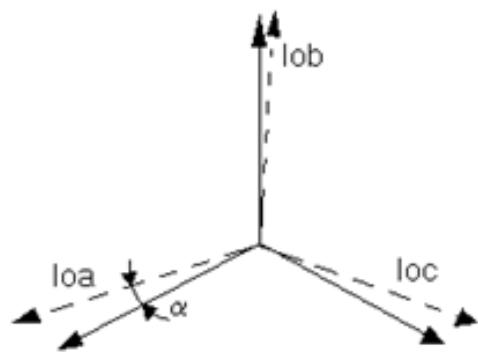
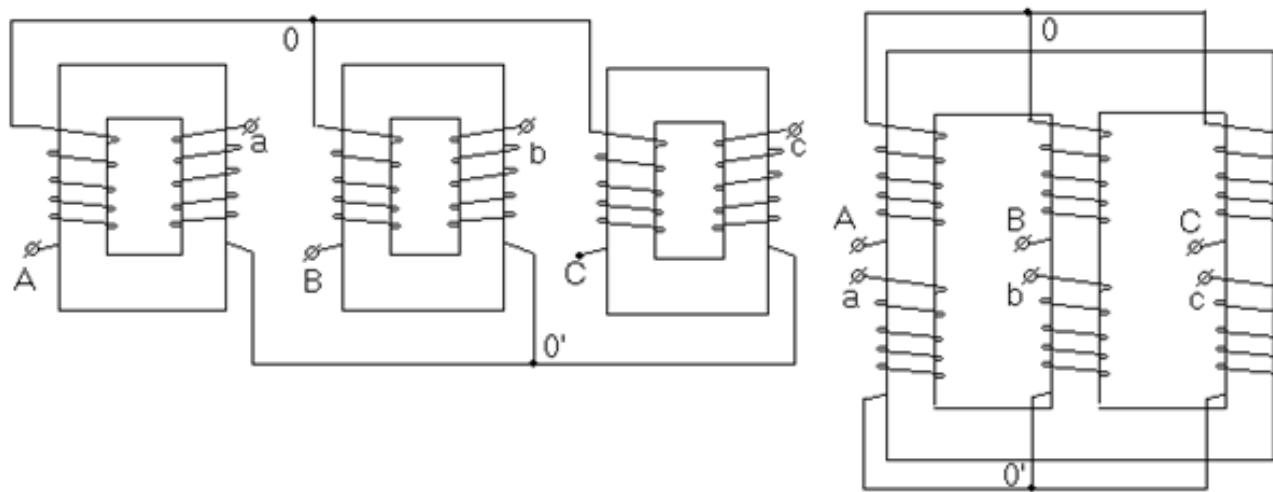
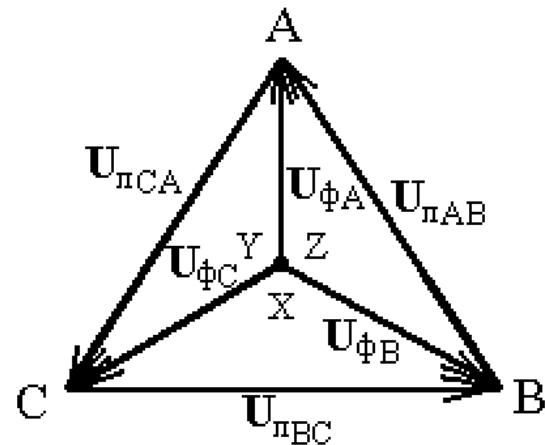
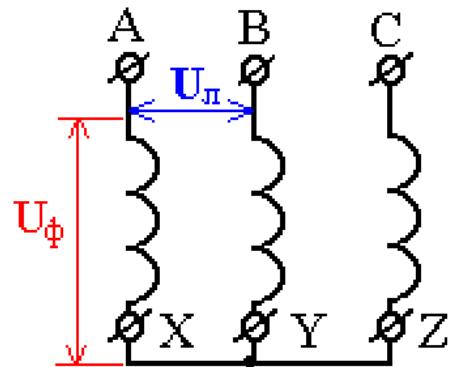
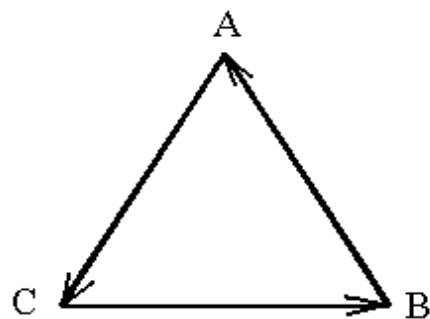
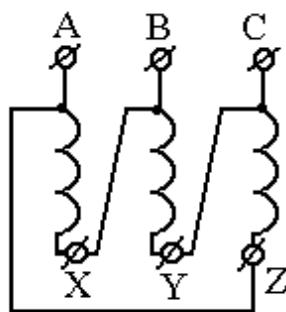


Схема соединения обмоток	Y/Y	Δ/Y	Δ/Δ	Y/ Δ
Отношение линейных напряжений	w_1/w_2	$w_1/(\sqrt{3}w_2)$	w_1/w_2	$\sqrt{3}w_1/w_2$



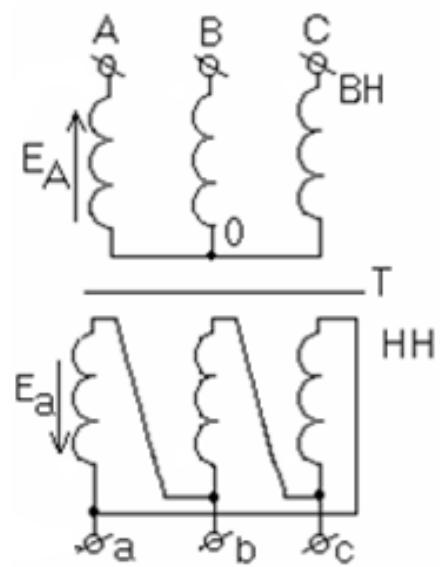
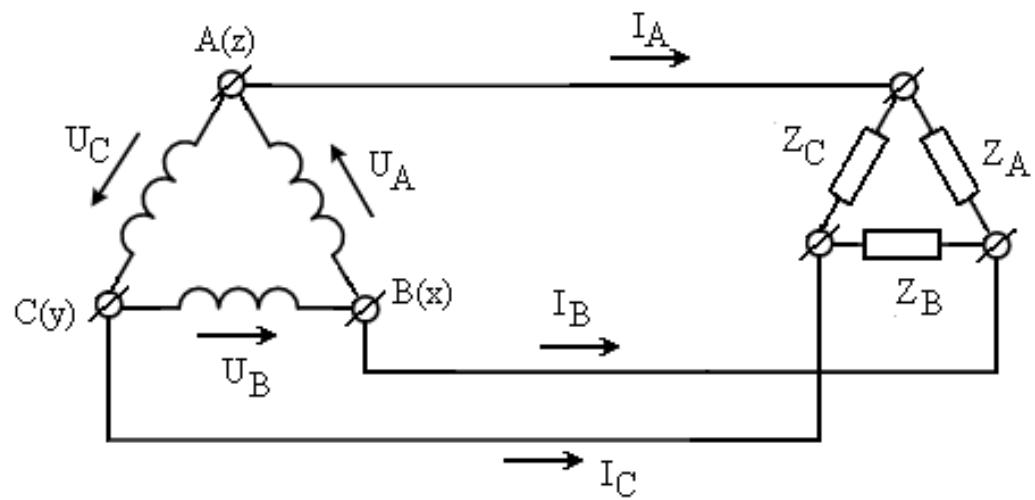
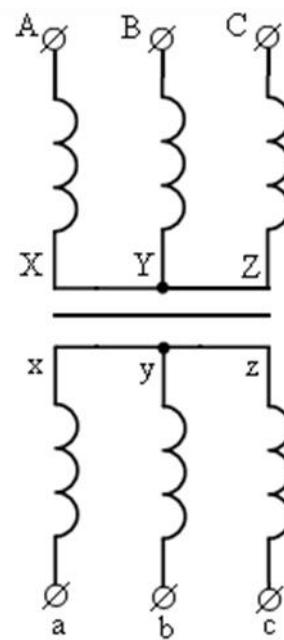
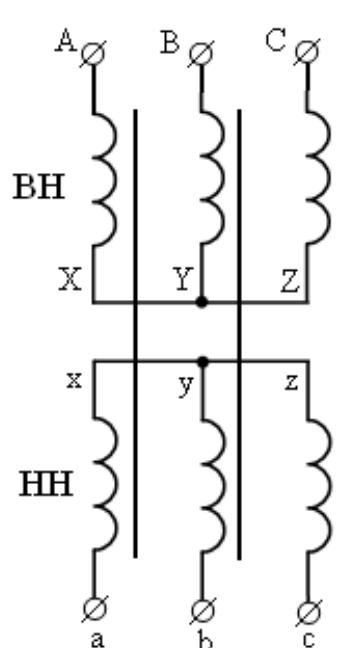
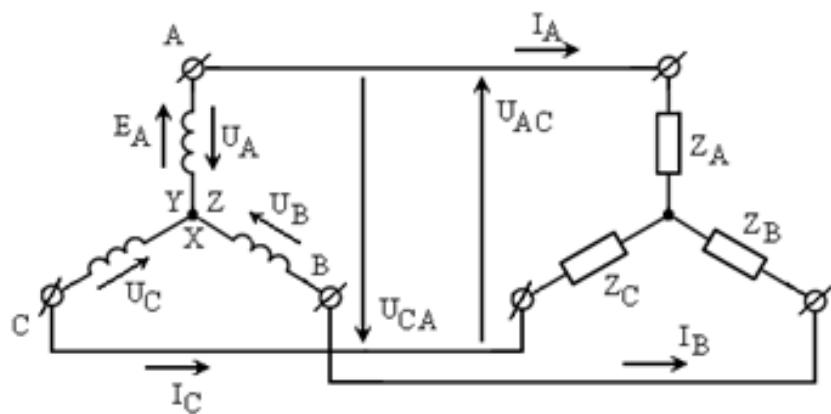
$$U_L = \sqrt{3}U_\phi; I_\phi = I_L.$$



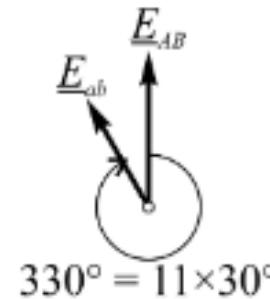
$$S = m \cdot S_\phi = 3 \cdot U_\phi \cdot I_\phi = \sqrt{3}U_L I_L, [BA]$$

$$P = \sqrt{3}U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi,$$

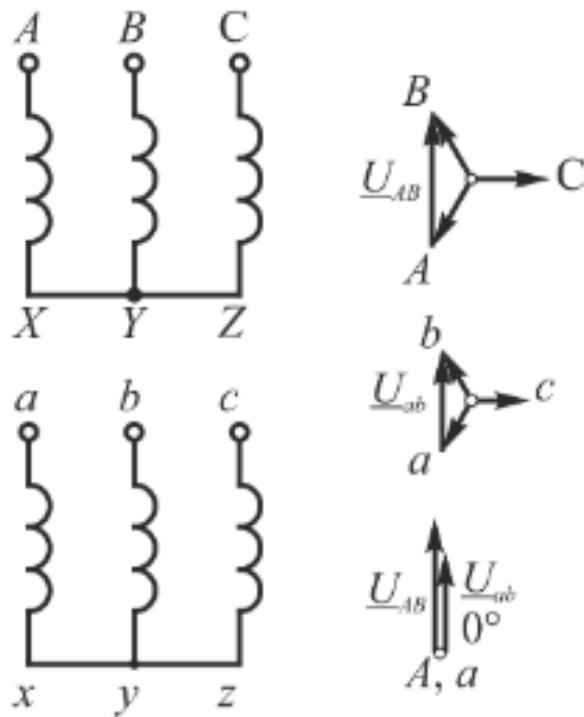
$$Q = \sqrt{3}U_L \cdot I_L \cdot \sin \varphi,$$



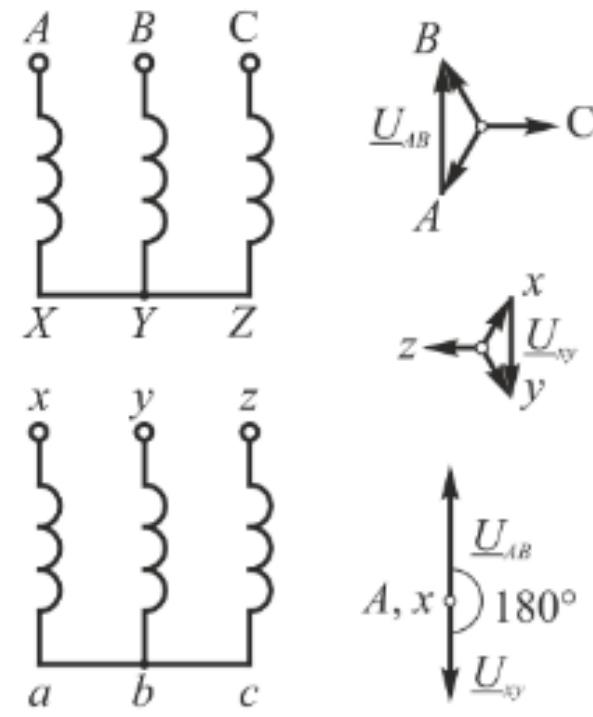
Группа соединения обмоток трехфазного трансформатора



Y/Y-0

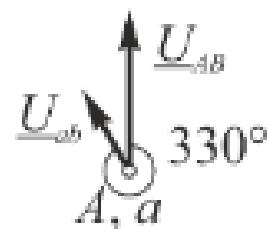
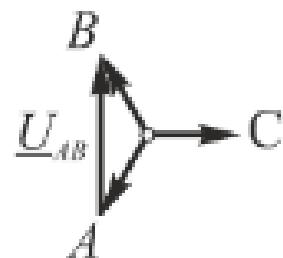
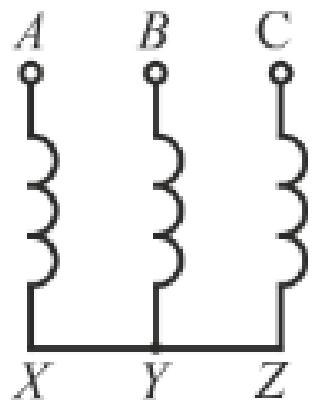


Y/Y-6

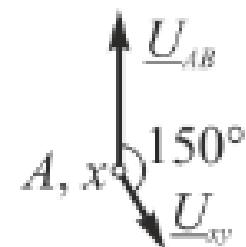
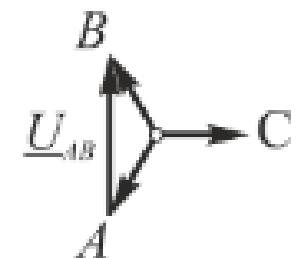
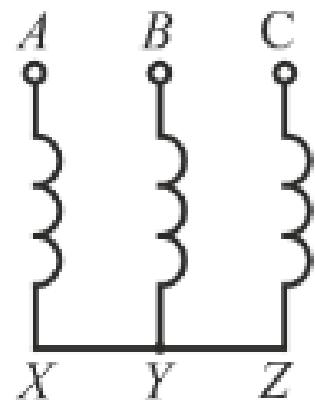


Группа соединения обмоток трехфазного трансформатора

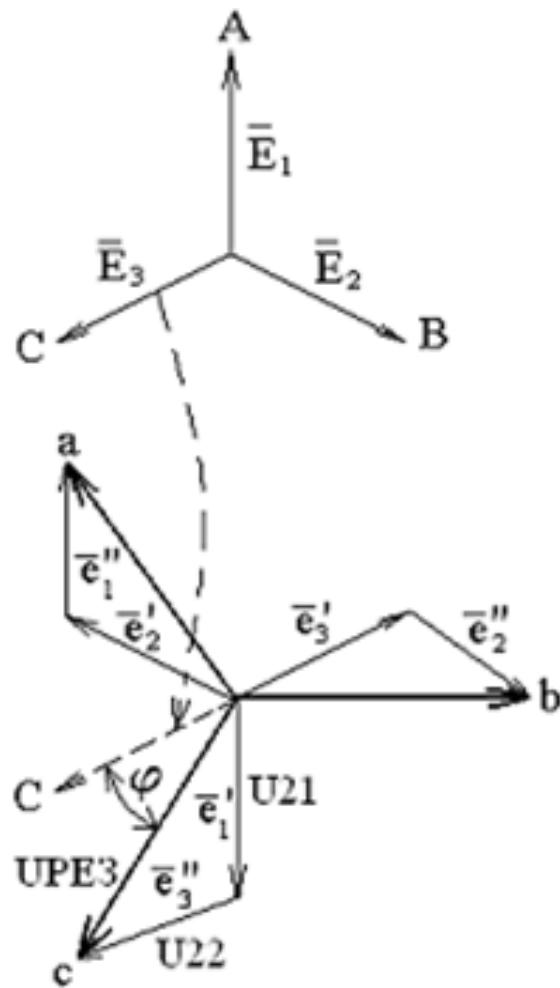
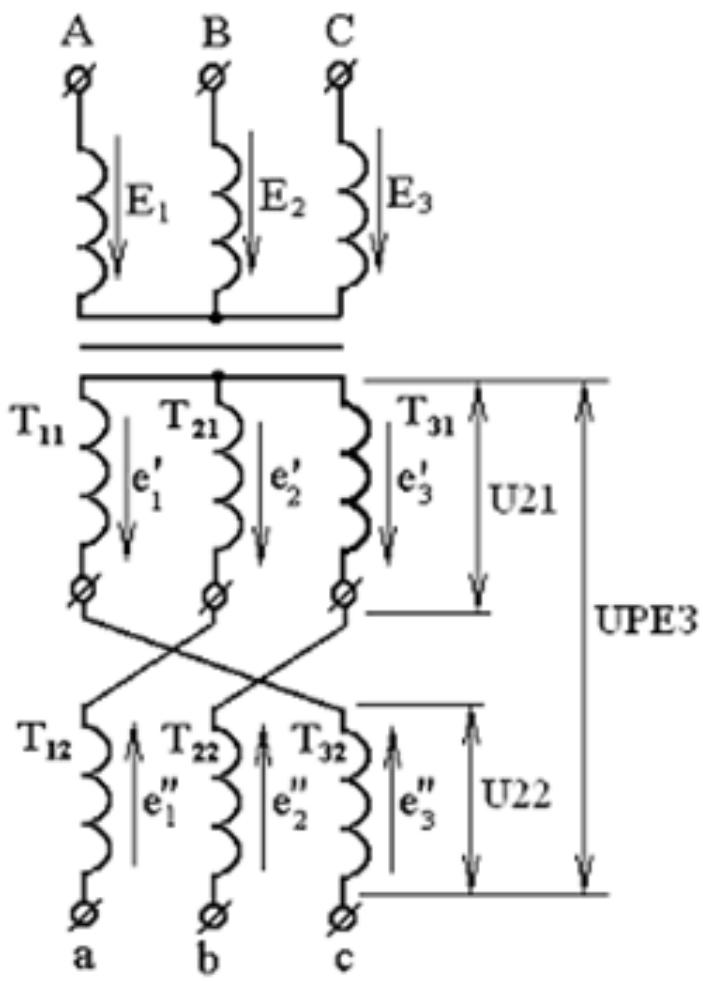
Y/Δ-11



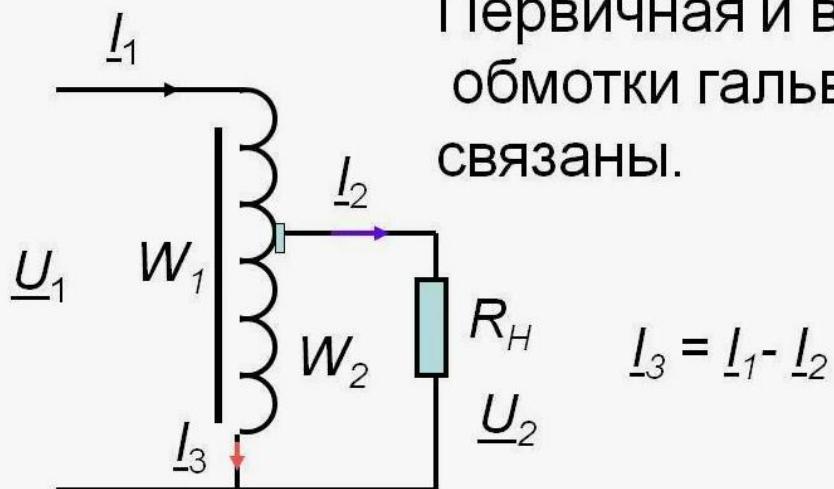
Y/Δ-5



Соединение зигзагом



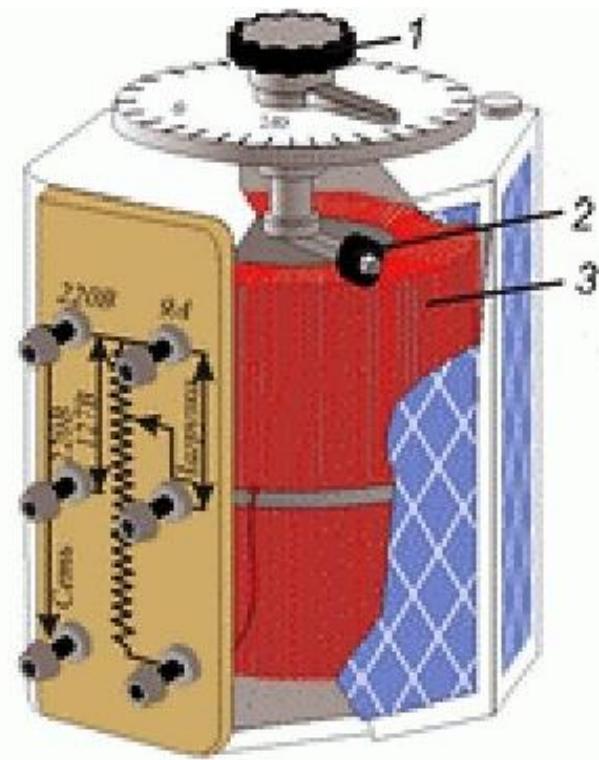
Автотрансформатор



Первичная и вторичная обмотки гальванически связаны.

$$I_3 = I_1 - I_2$$

$$n = W_1 / W_2 \approx I_2 / I_1 \approx U_1 / U_2$$



Общий вид лабораторного автотрансформатора

- 1 – ручка скользящего контакта;
- 2 – скользящий контакт;
- 3 – обмотка.