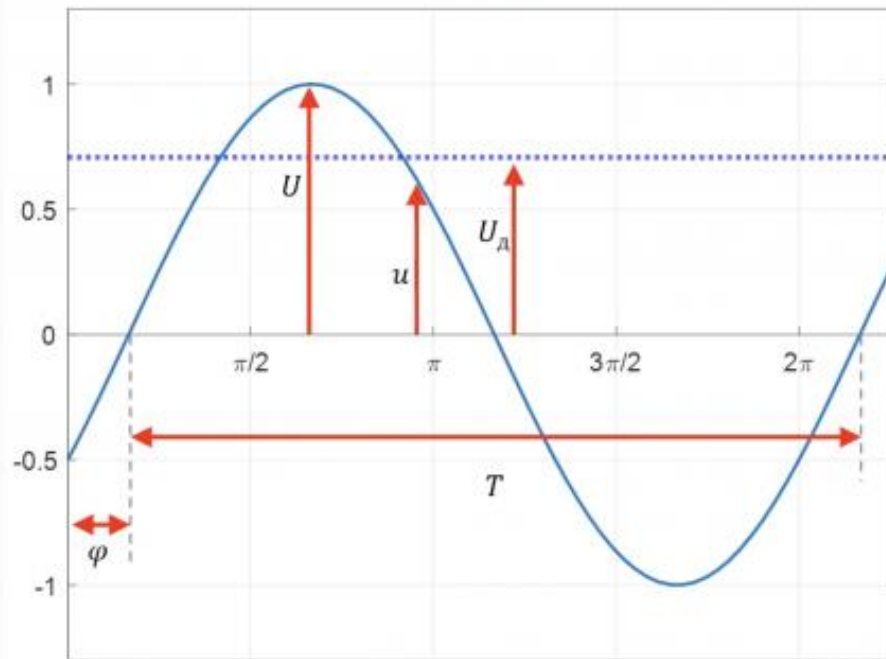


# Лекция №2. Электрические цепи переменного тока



$$u = U \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

$u$  – мгновенное значение;

$U$  – амплитудное значение;

$U_d$  – действующее значение;

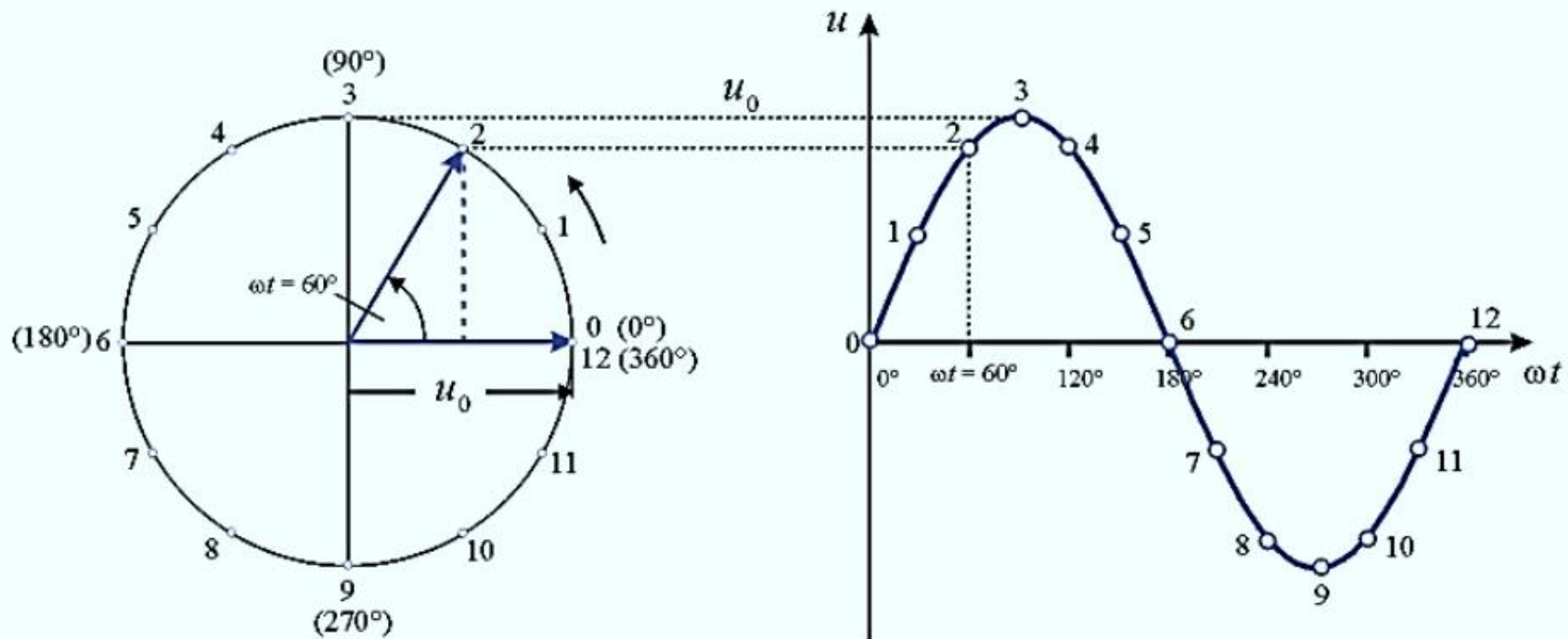
$T$  – период;

$f = \frac{1}{T}$  – линейная частота;

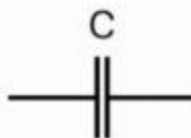
$\omega = 2\pi f$  – угловая частота;

$\varphi$  – фаза.

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cdot \sin^2 \omega t \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cdot \frac{(1 - \cos 2\omega t)}{2} \cdot dt} = \\ &= \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sqrt{\int_0^T dt - \int_0^T \cos 2\omega t \cdot dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$



Резистор  
(сопротивление)



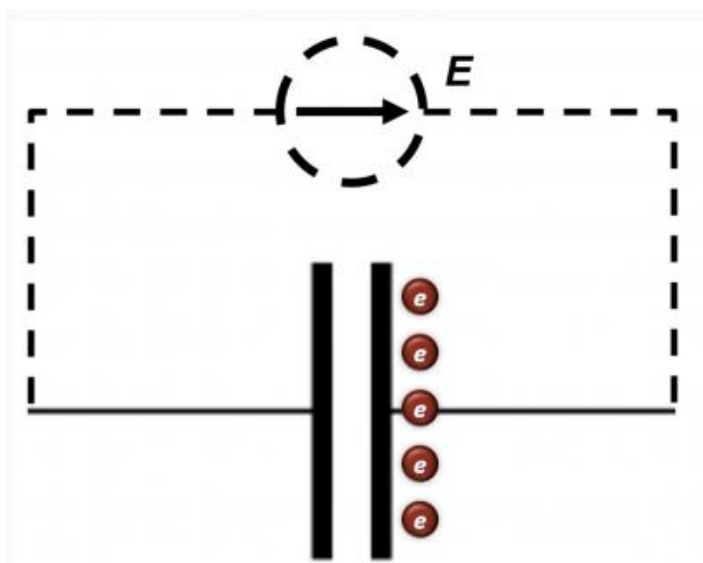
Конденсатор  
(ёмкость)



Катушка  
(индуктивность)

Активное сопротивление

Реактивное сопротивление



$$C = \frac{q}{U} \quad i = \frac{dq}{dt}$$

$$i = C \frac{du}{dt}$$

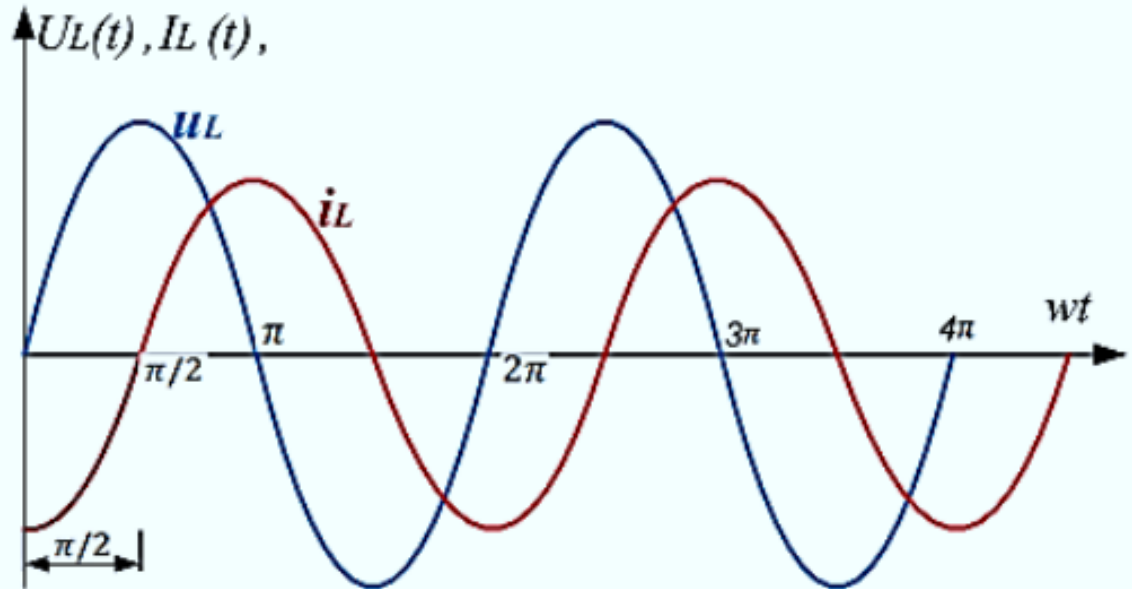
$$i = \omega C U \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$



$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$



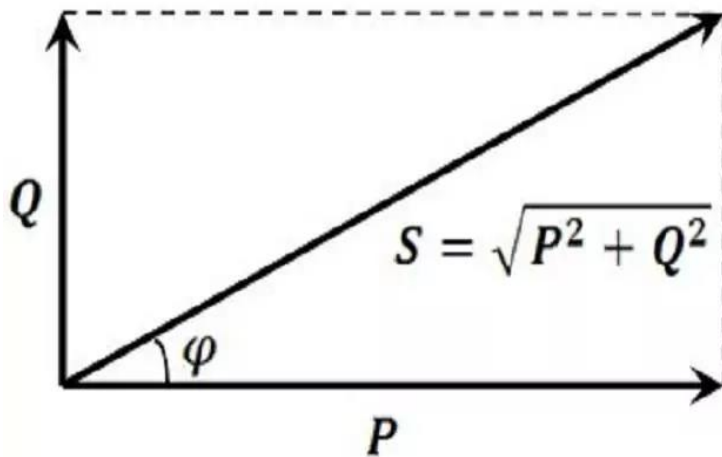
$$X_L = \omega L = 2\pi fL$$



$$L = \frac{\Phi}{I} \quad u = \frac{d\Phi}{dt}$$

$$u = L \frac{di}{dt}$$

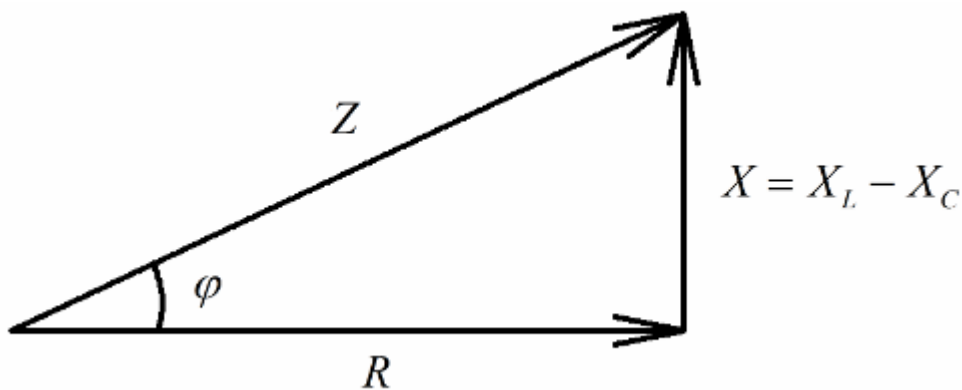
$$u = \omega L I \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$



$$S = I \cdot U;$$

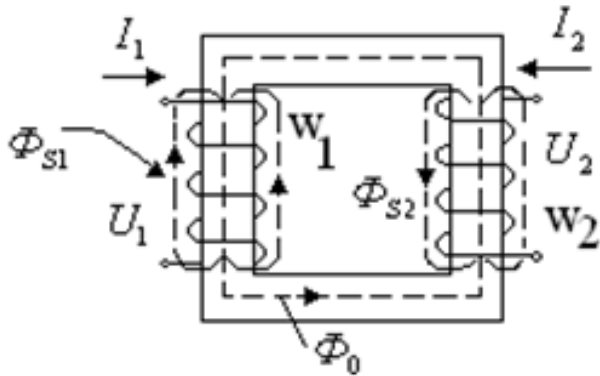
$$P = S \cdot \cos \varphi; S = P / \cos \varphi;$$

$$Q = U \cdot I \sin \varphi.$$



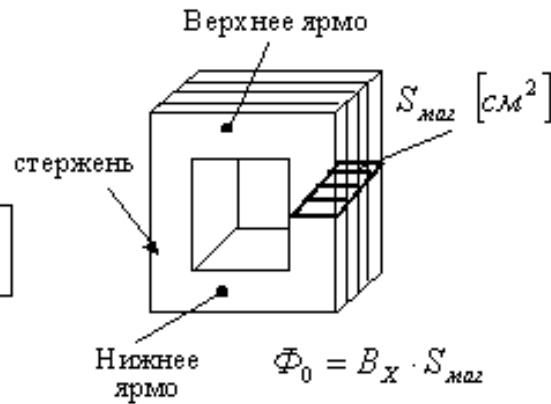
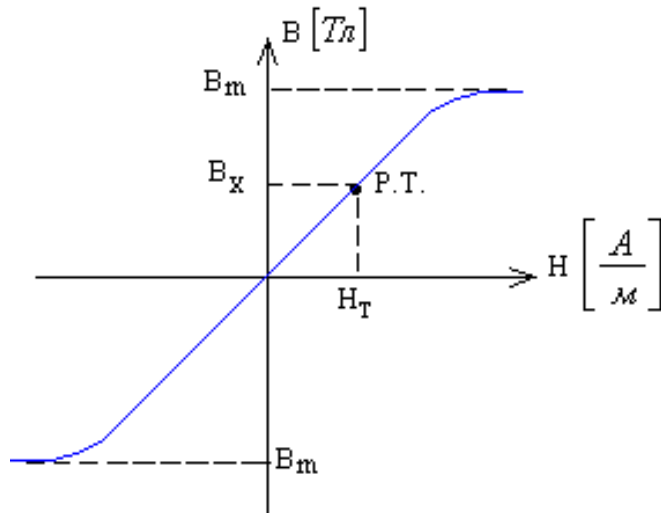
# Трансформаторы

## Конструкция и принцип действия трансформатора



$$U_1 \xrightarrow{1} I_1 \xrightarrow{2} H \xrightarrow{3} B_m, \Phi_0 \xrightarrow{4} \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \end{matrix}$$

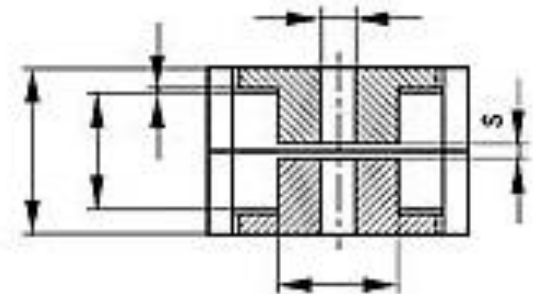
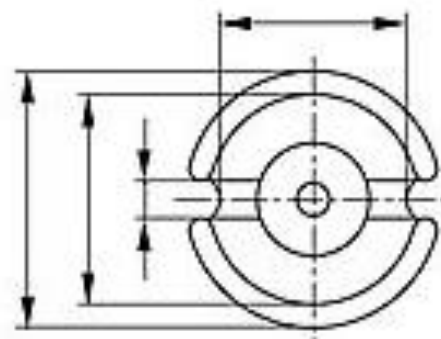
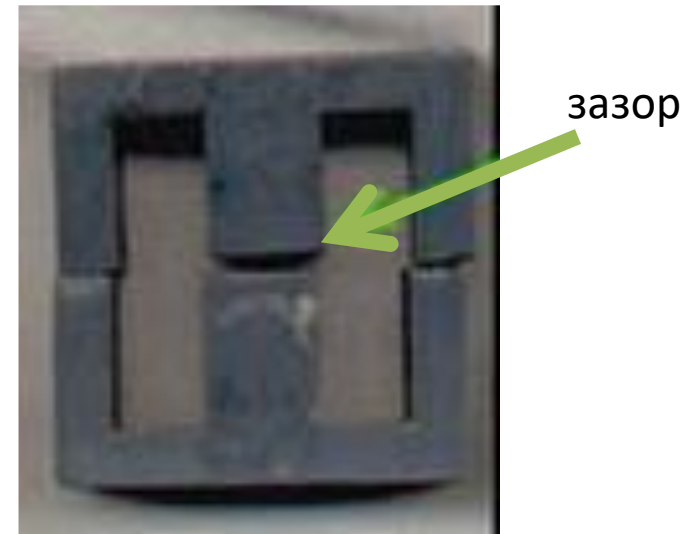
$$I_1 = \frac{U_1}{Z_{ex}}; \quad H = \frac{I_1 \cdot W_1}{l_{cp}} = \frac{F}{l_{cp}} \left[ \frac{A \cdot e}{m} \right],$$



$$e = -\frac{d\psi}{dt} = -W \frac{d\Phi}{dt},$$

$$I_2 \uparrow \rightarrow \Phi_p \rightarrow e_1 \downarrow \rightarrow I_1 \uparrow \rightarrow \Phi_0 = const$$

$$I_1 \cdot W_1 + I_2 \cdot W_2 = I_0 \cdot W_1$$



## Уравнение ЭДС трансформатора

$$F = F_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$e_1 = -W_1 \frac{d\Phi}{dt} = -W_1 \cdot \Phi_m \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) = W_1 \cdot \Phi_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}),$$

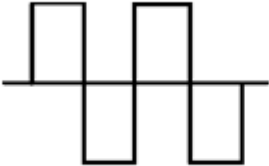
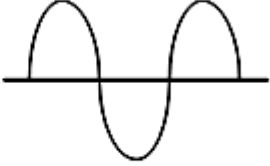

$$e_2 = -W_2 \frac{d\Phi}{dt} = -W_2 \cdot \Phi_m \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) = W_2 \cdot \Phi_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}).$$

Из уравнения следует, что ЭДС  $e_1$ ,  $e_2$  отстают по фазе от потока  $\Phi$  на угол  $\pi/2$ . Максимальное значение ЭДС  $E_{1m} = \omega W_1 \Phi_m$ .

Разделив  $E_{1m}$  на  $\sqrt{2}$  и, подставив  $\omega = 2\pi f$ , получим действующее значение первичной ЭДС (В):

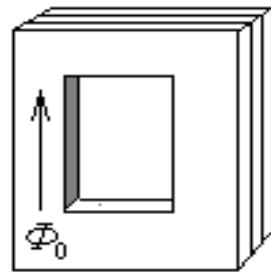
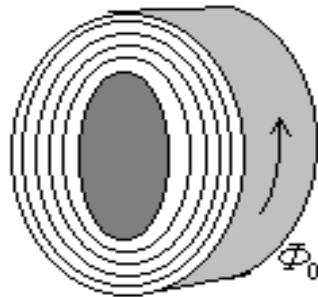
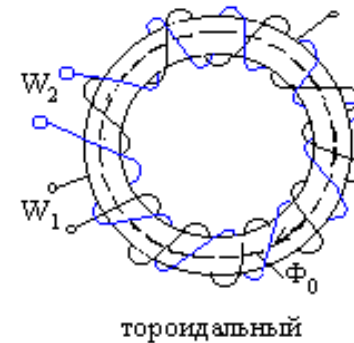
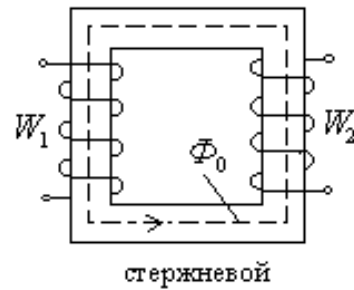
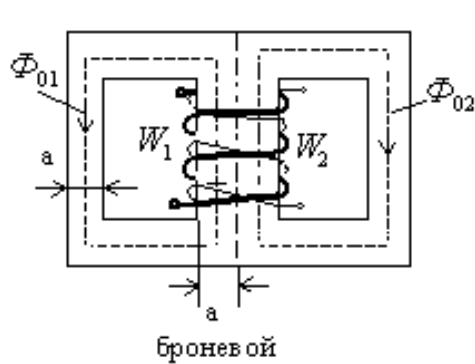
$$E_1 = E_{1m} / \sqrt{2} = (2\pi / \sqrt{2}) \cdot W_1 \cdot f \cdot \Phi_m = 4,44 \cdot W_1 \cdot f \cdot \Phi_m.$$

$$E = 4 \cdot K_\Phi \cdot K_{mag} \cdot B_m \cdot f \cdot W \cdot S_{mag}.$$

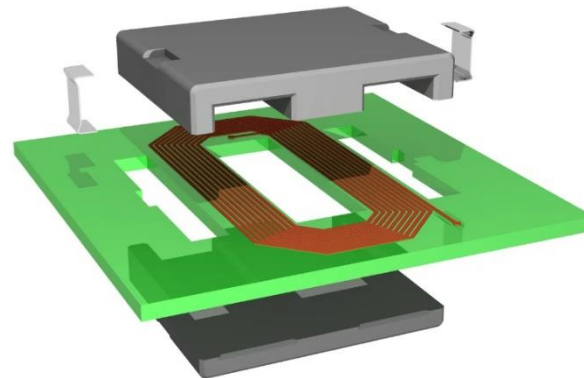
Форма напряжения			
$K_\Phi$	1,0	1,11	1,16



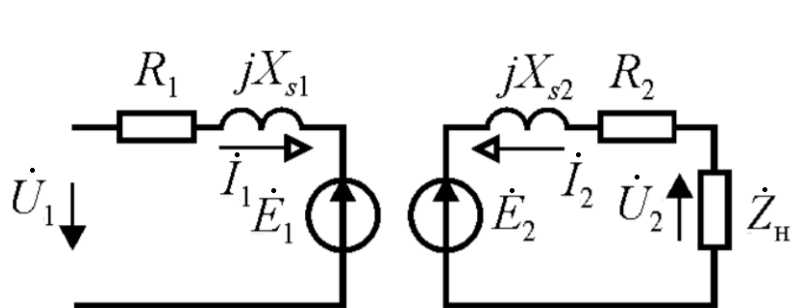
# Конструктивные особенности трансформатора



Планарный трансформатор

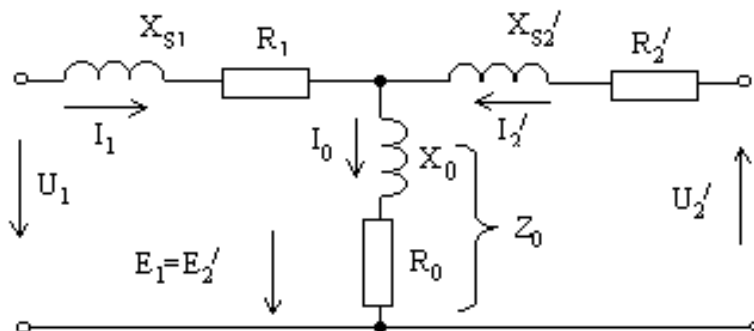


## Схема замещения трансформатора



$$\begin{cases} \dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 \dot{Z}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 \cdot (jX_{s1} + R_1) \\ \dot{U}_2 = \dot{E}_2 - \dot{I}_2 \dot{Z}_2 = \dot{E}_2 - \dot{I}_2 \cdot (jX_{s2} + R_2) \\ \dot{I}_1 W_1 + \dot{I}_2 W_2 = \dot{I}_0 W_1 \end{cases}$$

$$n = \frac{W_1}{W_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{E'_2}{E_2}$$



Для получения соотношения между реальными и приведенными параметрами, воспользуемся равенством полных мощностей, активных мощностей и углов потерь:

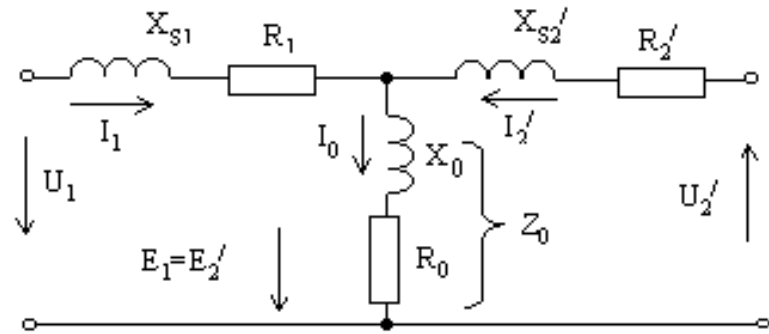
$$S_2 = S'_2, \quad \Delta P_2 = \Delta P'_2, \quad \varphi_2 = \varphi'_2$$

$$1. E_2 I_2 = E'_2 \cdot I'_2 \Rightarrow I'_2 = \frac{I_2}{n}, \quad 2. U_2 I_2 = U'_2 I'_2 \Rightarrow U'_2 = n \cdot U_2, \quad \Delta P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = (I'_2)^2 \cdot R'_2, \quad R'_2 = n^2 \cdot R_2,$$

$$3. \varphi_2 = \varphi'_2, \quad \frac{X_{s2}}{R_2} = \frac{X'_{s2}}{R'_2} \Rightarrow X'_{s2} = n^2 X_{s2}$$

Запишем систему уравнений для Т-образной схемы замещения:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 \dot{Z}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 \cdot (jX_{s1} + R_1) \\ \dot{U}_2 = \dot{E}_2 - \dot{I}_2 \dot{Z}_2 = \dot{E}_2 - \dot{I}_2 \cdot (jX_{s2}' + R_2') \\ \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}_0. \end{cases}$$



Для определения основных параметров трансформатора и Т-образной схемы замещения проводят два опыта: холостого хода (ХХ) и короткого замыкания (КЗ).

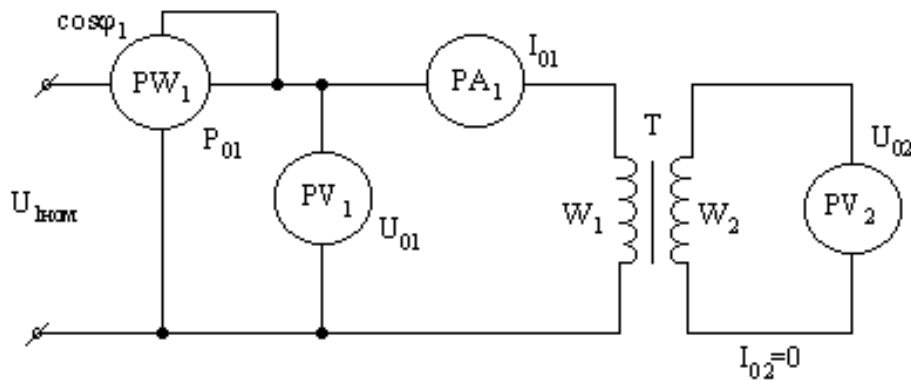
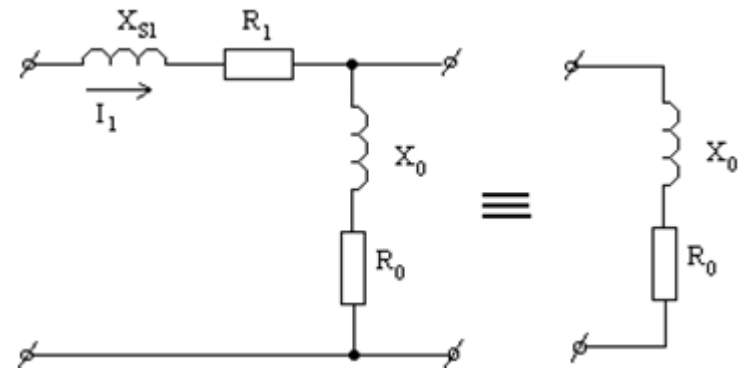


Схема экспериментальной установки для проведения опыта ХХ



$$P_{01} = S_{01} \cdot \cos \varphi_1$$

$$i_{01}(\%) = \frac{I_{01}}{I_{1ном}} \cdot 100\% < 30\%$$

$$Z_0 = \frac{U_{01}}{I_{01}}, \quad R_0 = \frac{P_{01}}{I_{01}^2}, \quad x_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = Z_0 \cdot \sin \varphi_1$$

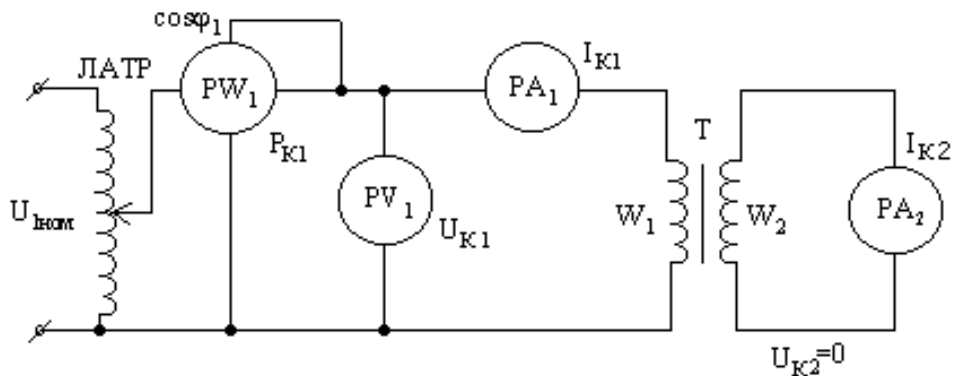
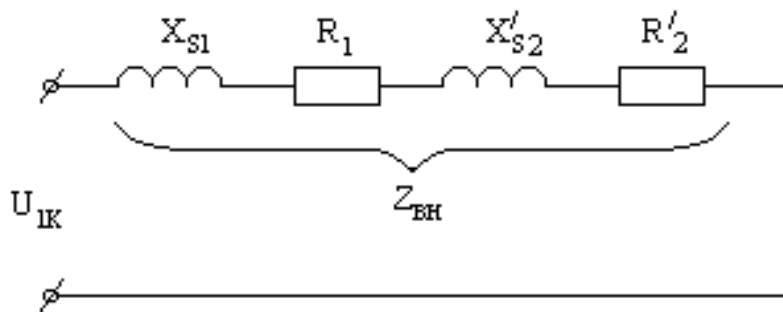


Схема экспериментальной установки для проведения опыта К3



Т-образная схема замещения для опыта К3

$$P_{K1} = S_1 \cdot \cos \varphi_1 = U_{K1} \cdot I_{K1} \cdot \cos \varphi_1.$$

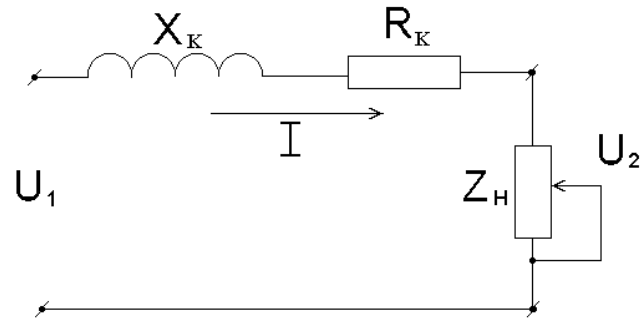
$$u_{K1}(\%) = \frac{U_{K1}}{U_{1HOM}} \cdot 100\% \leq (5...7)\%$$

$$Z_K = \frac{U_{1K}}{I_{1K}}, \quad R_K = R_1 + R'_2 = \frac{P_{K1}}{I_{K1}^2},$$

$$Z_K = \frac{U_{1K}}{I_{1K}}, \quad R_K = R_1 + R'_2 = \frac{P_{K1}}{I_{K1}^2},$$

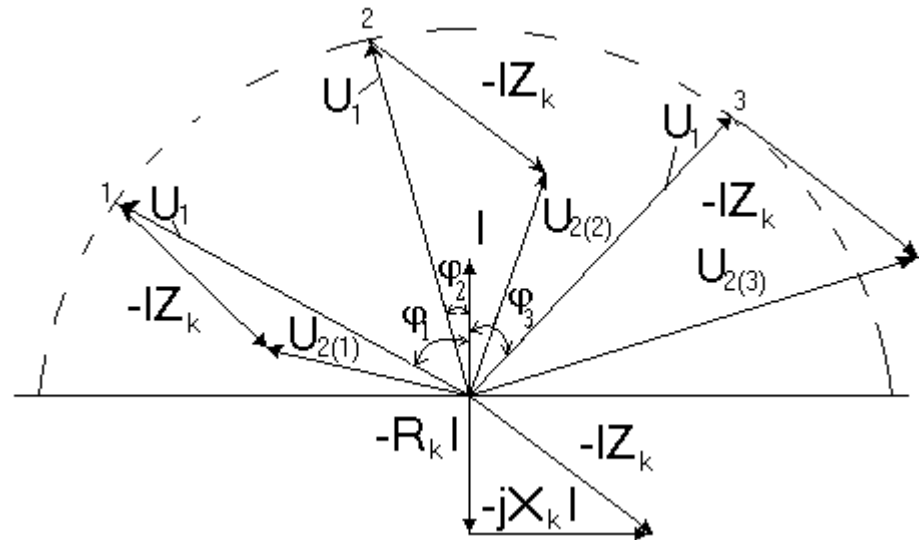
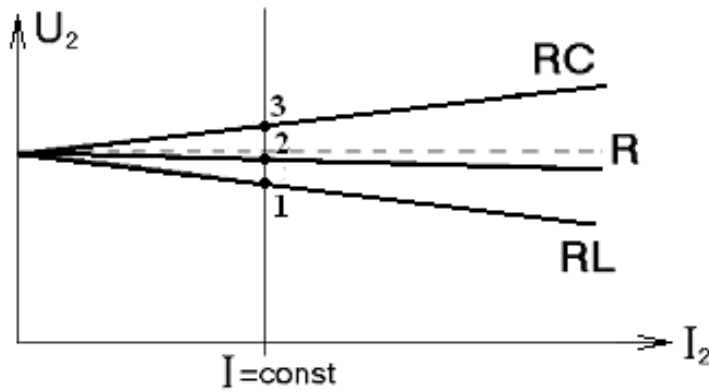
$$R_1 = R'_2 = R_K / 2 \text{ и } X_{S1} = X'_{S2} = X_K / 2$$

# Внешняя характеристика трансформатора

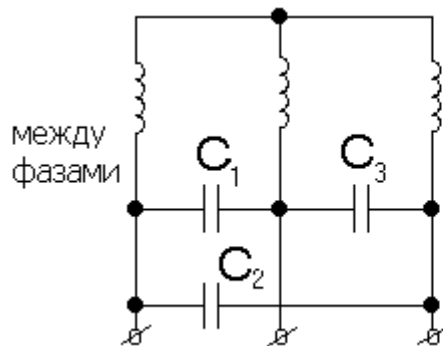


По второму закону Кирхгофа запишем уравнение для схемы замещения трансформатора:

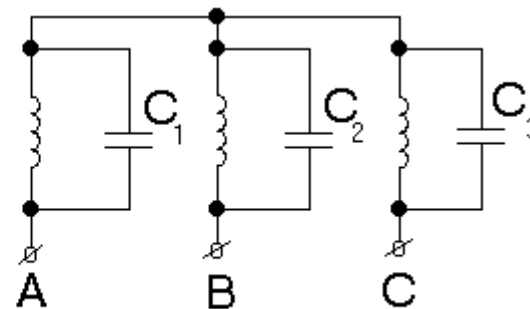
$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 - \dot{I} \cdot \dot{Z}_K = \dot{U}_1 - \dot{I} \cdot (jX_K + R_K)$$



Векторная диаграмма для внешней характеристики трансформатора



к каждой фазе



## Энергетические показатели трансформатора

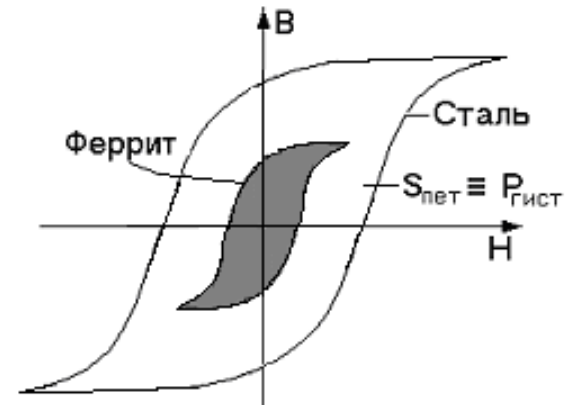
$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{МАГ} + P_{ОБ}}; \quad P_{МАГ} = P_{ГИСТ} + P_{ВИХ.ТОКИ}, \quad P_{МАГ} = \sigma_1 \cdot B_X^2 \cdot f_X^2 \cdot G,$$

где  $\sigma_1$  - коэффициент, зависящий от типа ферромагнитного материала;

$B_X$  – величина магнитной индукция (определяемая положением рабочей точки на кривой намагничивания трансформатора);

$f$  – частота (Гц);

$G$  - вес магнитопровода (кг).

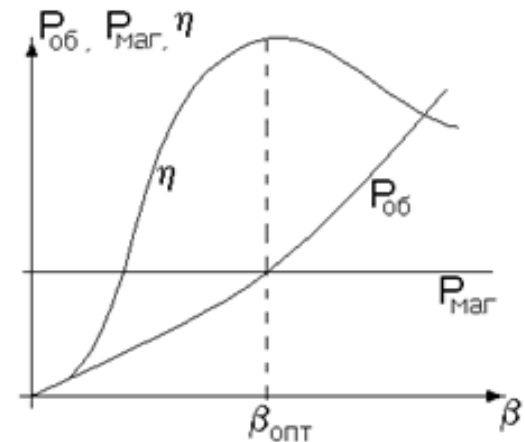


$$P_2 = S_2 \cos \varphi = U_{2НОМ} \cdot I_2 \frac{I_{2НОМ}}{I_{2НОМ}} \cos \varphi = S_{2НОМ} \cdot \beta \cdot \cos \varphi,$$

$$P_{об} = I_2^2 \cdot R_{об} = I_2^2 \cdot R_{об} \cdot \frac{I_{2НОМ}^2}{I_{2НОМ}^2} = P_{1К} \cdot \beta^2,$$

$$\eta = \frac{S_{2НОМ} \cdot \beta \cdot \cos \varphi}{S_{2НОМ} \cdot \beta \cdot \cos \varphi + P_{10} + P_{1К} \cdot \beta^2}.$$

$$P_{10} + P_{1К} \cdot \beta_{онм}^2 = 0. \quad \beta_{онм} = \sqrt{\frac{P_{10}}{P_{1К}}}.$$



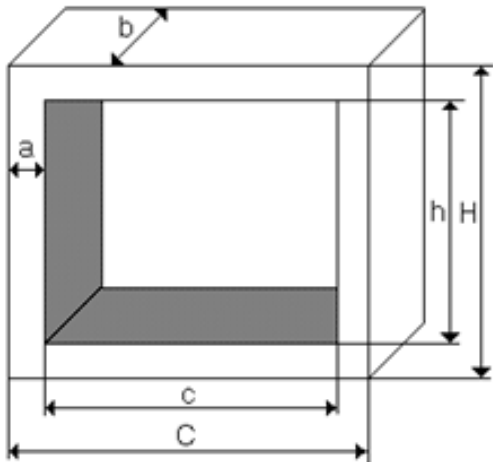
## Электромагнитная мощность трансформатора

$$P_{\Sigma M} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n E_i I_i = E_1 I_1 = \sum_{i=2}^n E_i I_i.$$

$$E = 4 \cdot K_{\phi} \cdot K_{MA\Gamma} \cdot f \cdot W \cdot B_m \cdot S_{MA\Gamma}, (1);$$

$$j = \frac{I}{S_{np}}, (2)$$

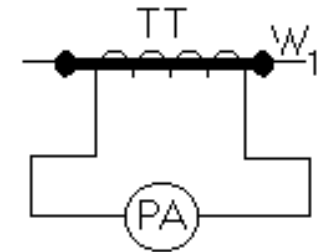
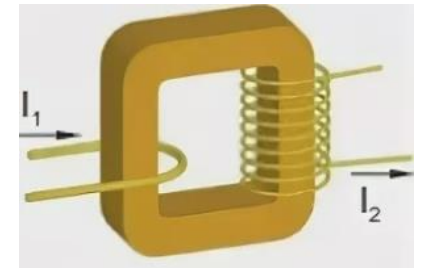
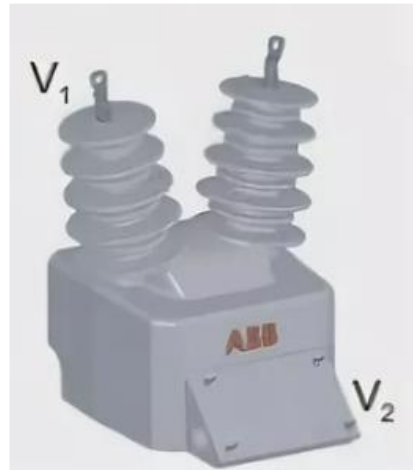
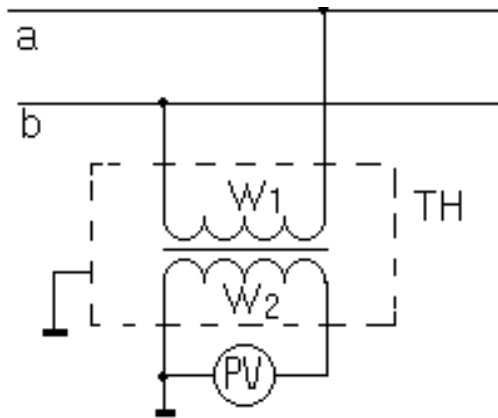
$$W = \frac{K_{OK} \cdot S_{OK}}{2S_{np}}, (3);$$



$$P_{\text{габ}} = 2 K_{\phi} K_{\text{маг}} K_{\text{ок}} B_m f j S_{\text{маг}} S_{\text{ок}}.$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} = I_m \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt},$$

и так как  $\int_0^T dt = T$ , а  $\int_0^T \cos 2\omega t dt = 0$ , то  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ .

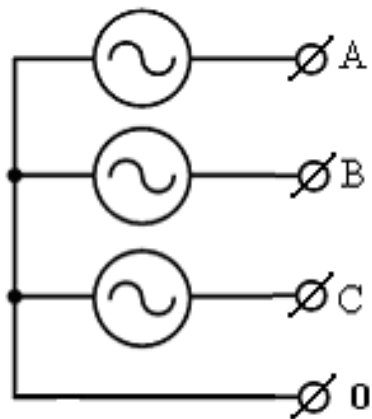
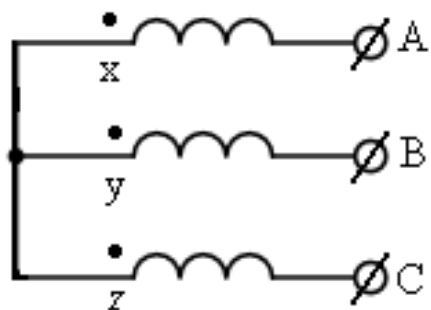


$$U_1 = \frac{W_1}{W_2} \cdot U_2.$$

$$n = \frac{W_1}{W_2} = \left| - \frac{I_2}{I_1} \right|.$$



## Трёхфазные трансформаторы

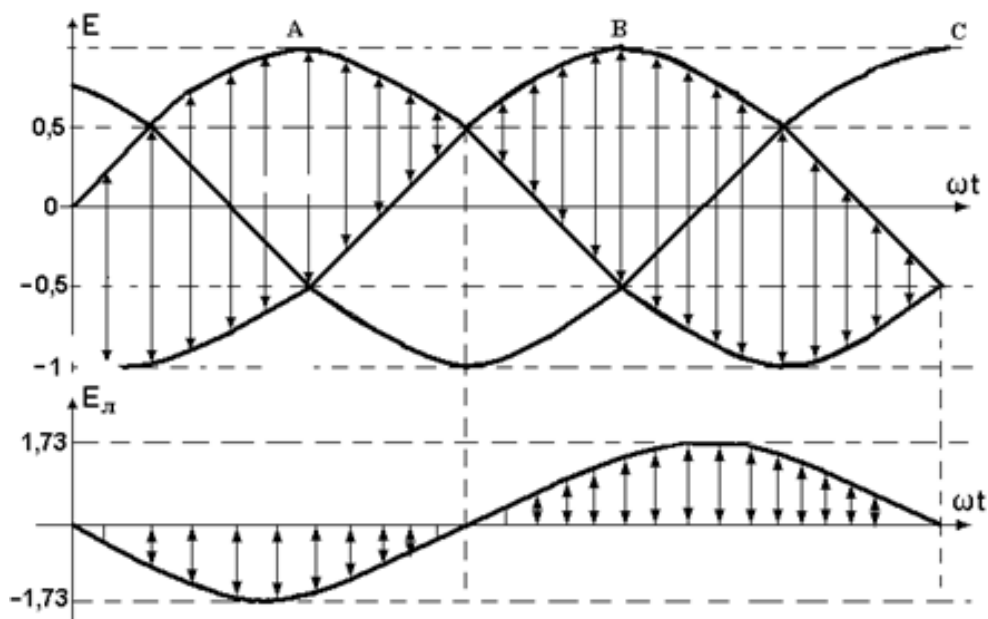


$$e_a = E_m \cdot \sin \omega \cdot t$$

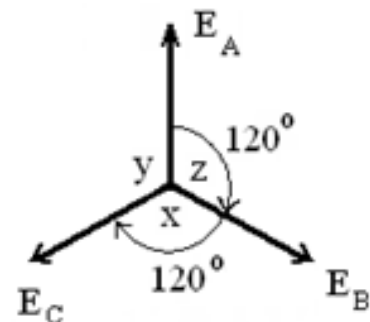
$$e_b = E_m \cdot \sin \omega(t - \frac{T}{3}) =$$

$$= E_m \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3})$$

$$e_c = E_m \cdot \sin \omega(t - \frac{2 \cdot T}{3}) = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3})$$



$$e_a + e_b + e_c = 0$$



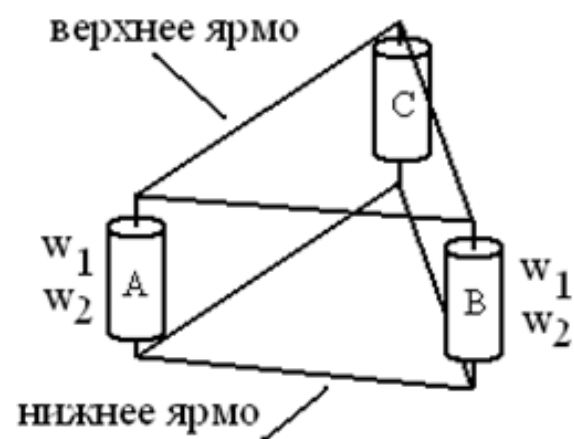
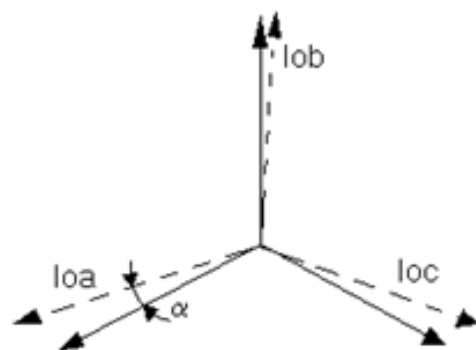
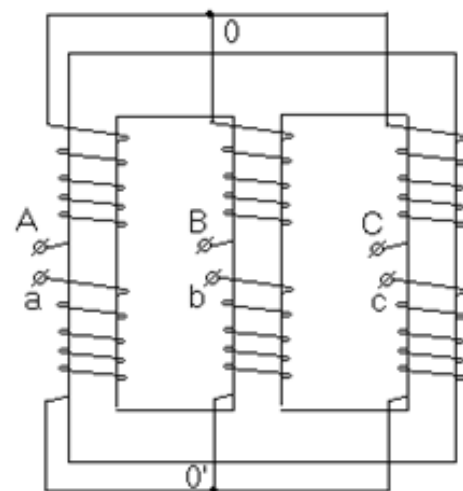
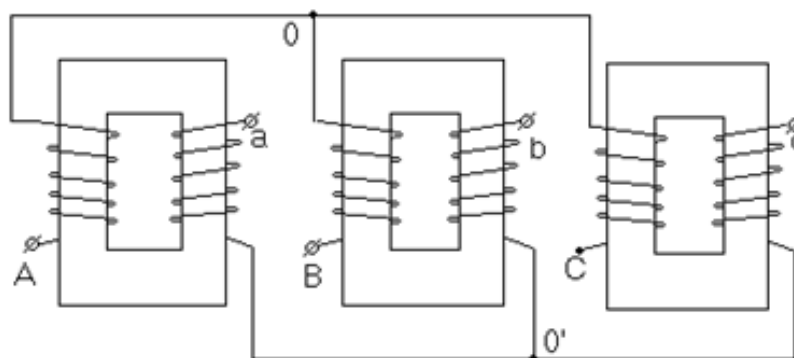
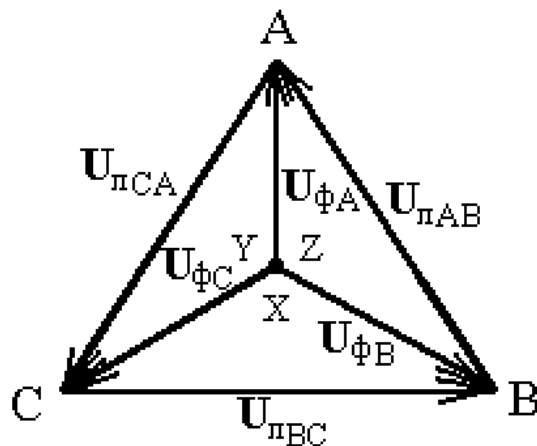
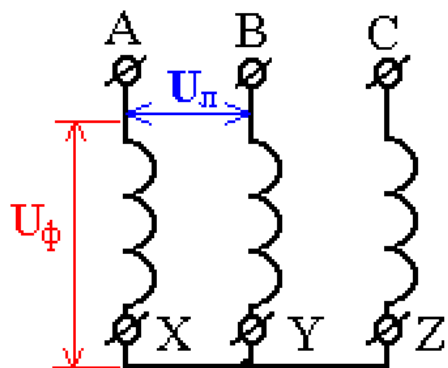
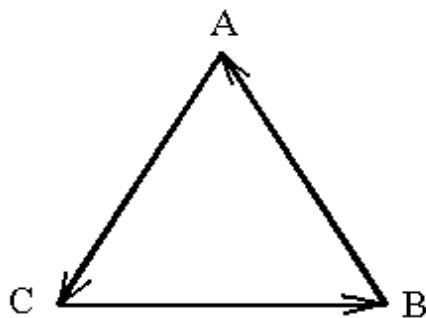
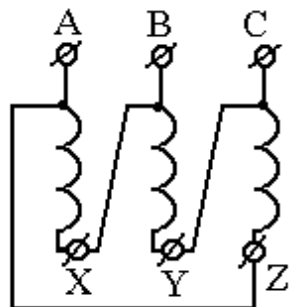


Схема соединения обмоток	Y/Y	$\Delta/Y$	$\Delta/\Delta$	Y/ $\Delta$
Отношение линейных напряжений	$w_1/w_2$	$w_1/(\sqrt{3} w_2)$	$w_1/w_2$	$\sqrt{3} w_1/w_2$



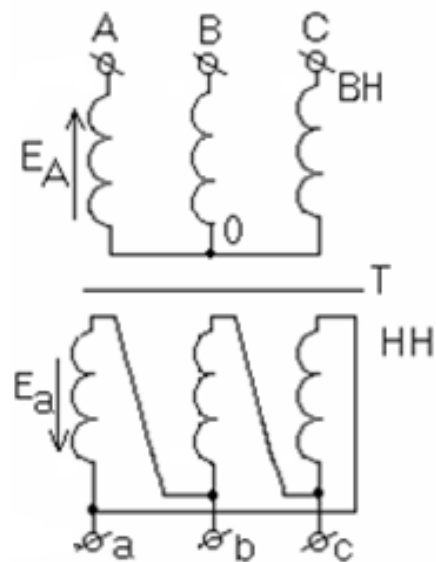
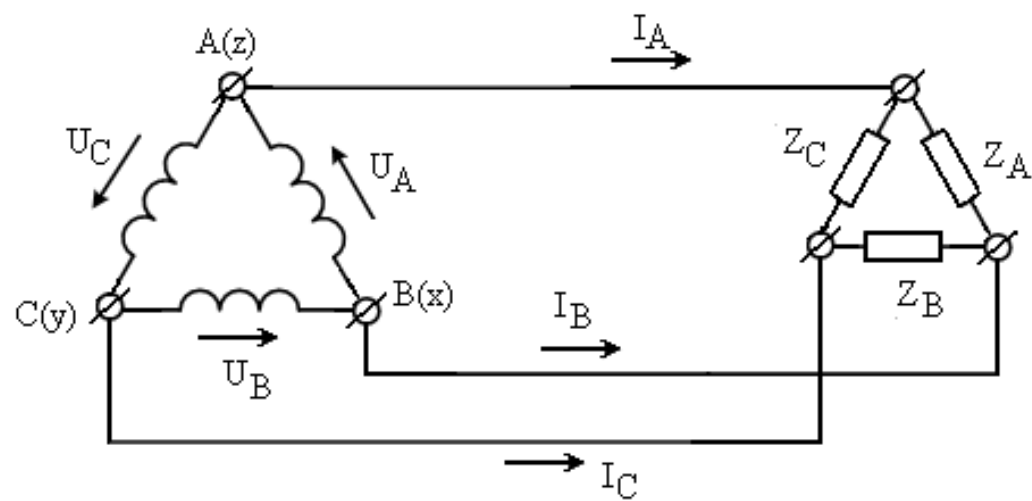
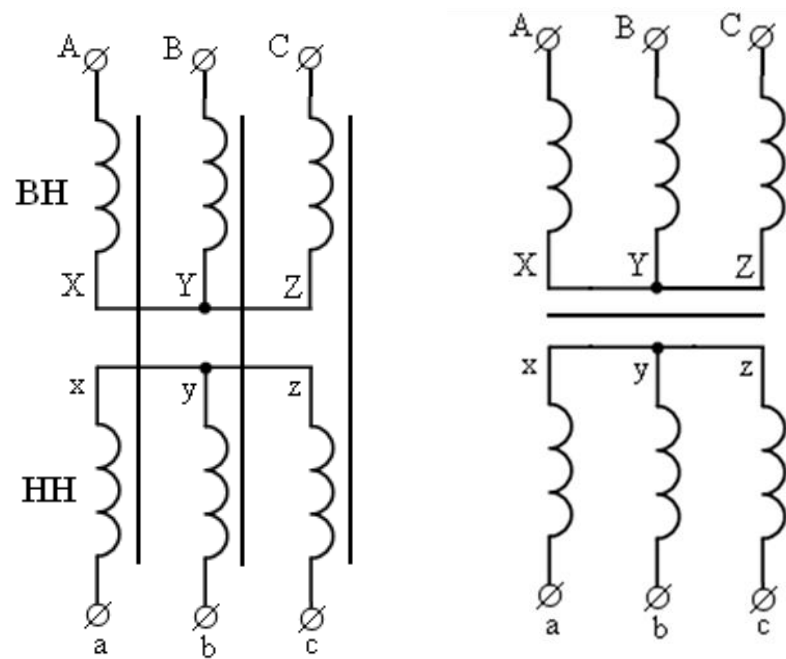
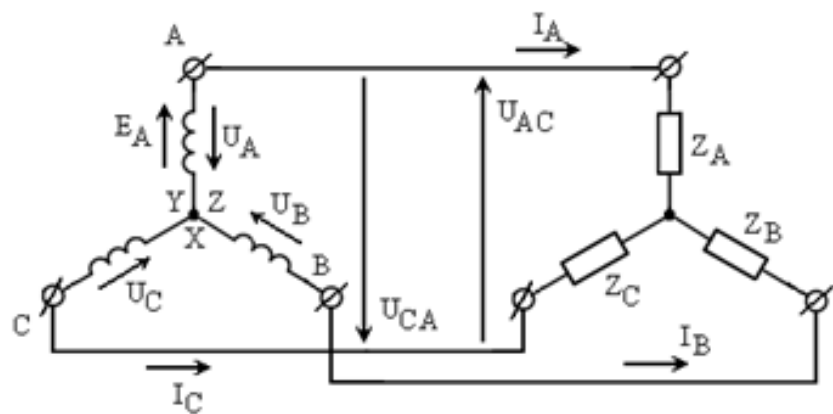
$$U_{\pi} = \sqrt{3} U_{\phi}; I_{\phi} = I_{\pi}.$$



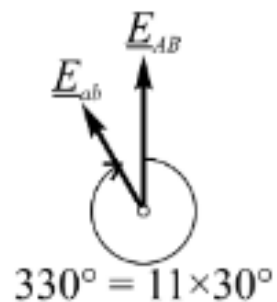
$$S = m \cdot S_{\phi} = 3 \cdot U_{\phi} \cdot I_{\phi} = \sqrt{3} U_{\pi} I_{\pi}, [BA]$$

$$P = \sqrt{3} U_{\pi} \cdot I_{\pi} \cdot \cos \varphi,$$

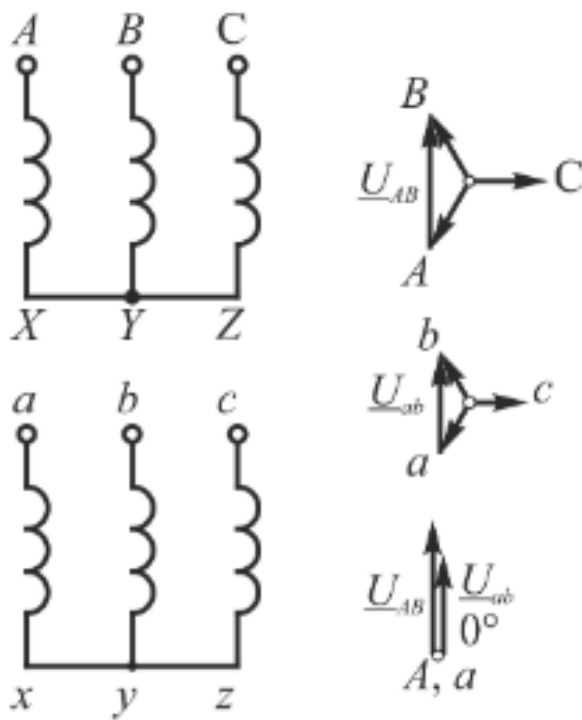
$$Q = \sqrt{3} U_{\pi} \cdot I_{\pi} \cdot \sin \varphi,$$



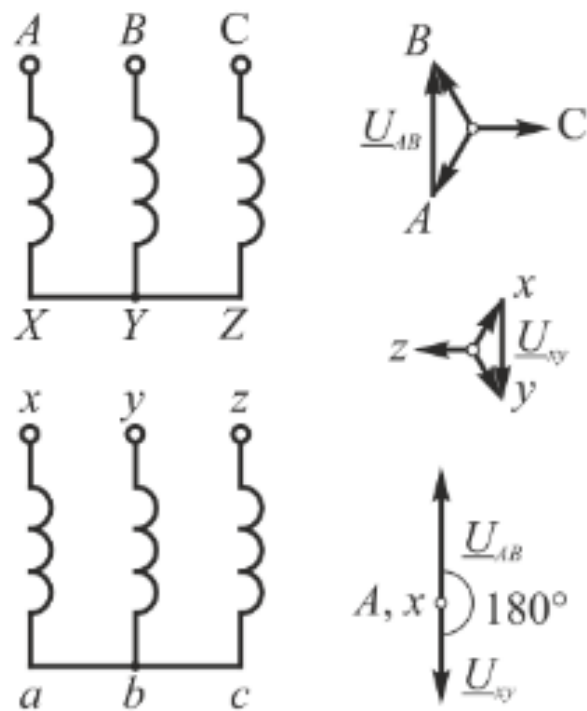
# Группа соединения обмоток трехфазного трансформатора



Y/Y-0

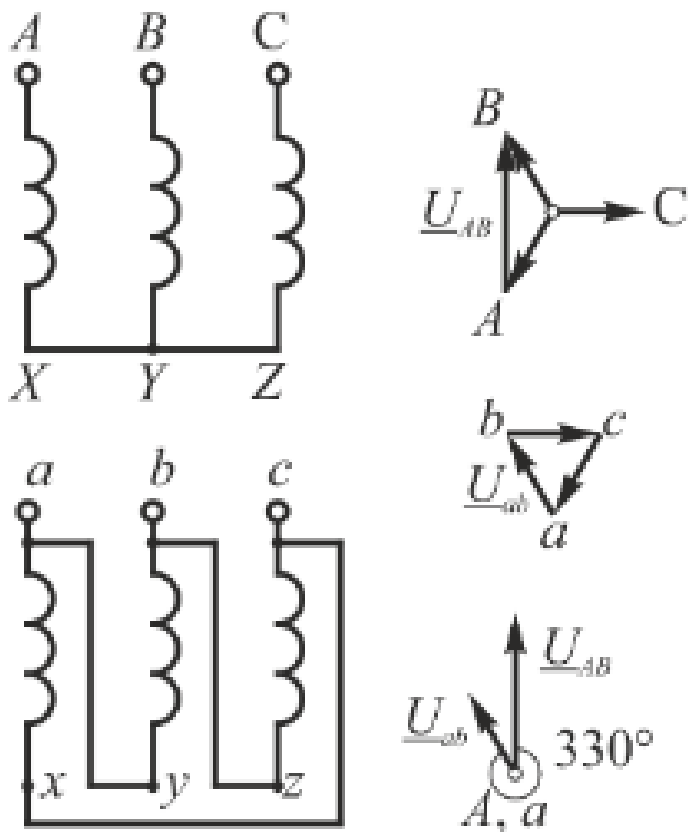


Y/Y-6

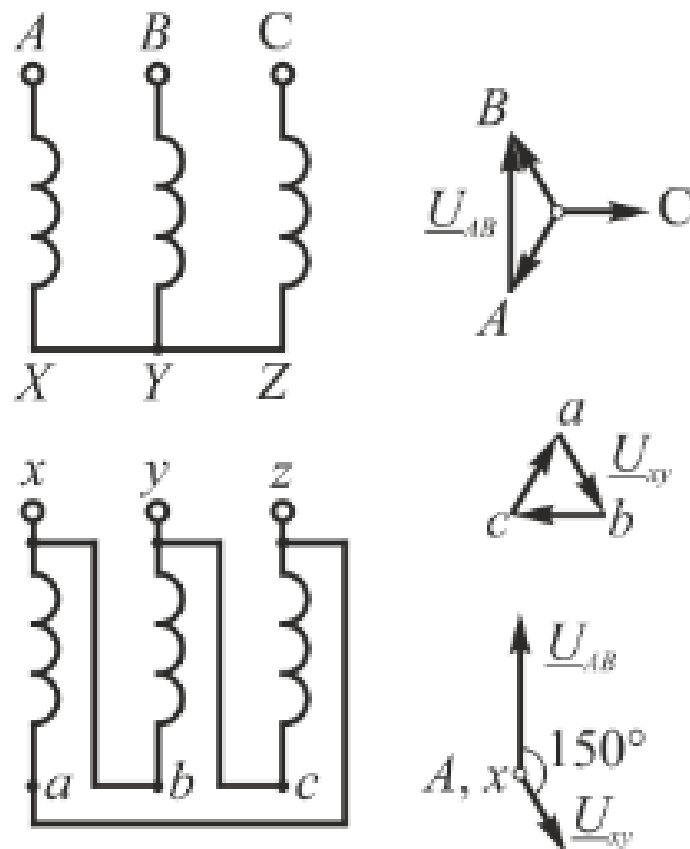


# Группа соединения обмоток трехфазного трансформатора

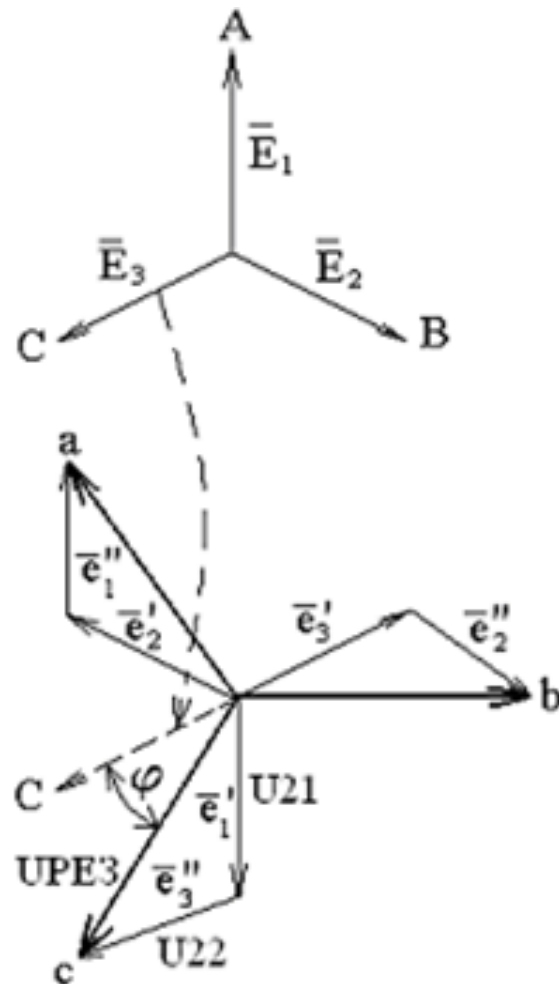
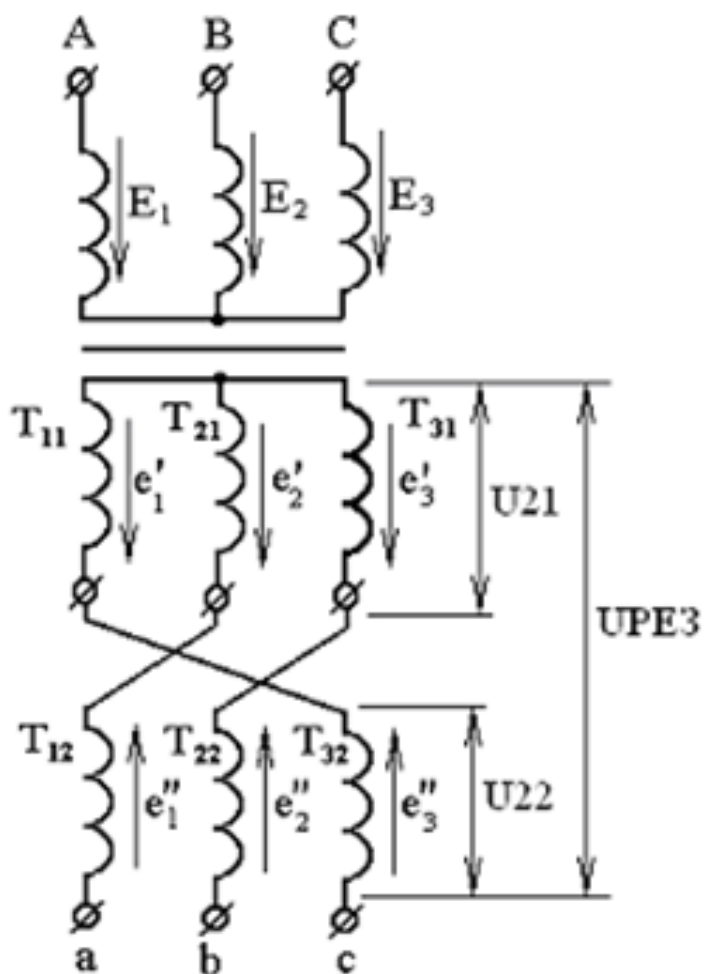
Y/Δ-11



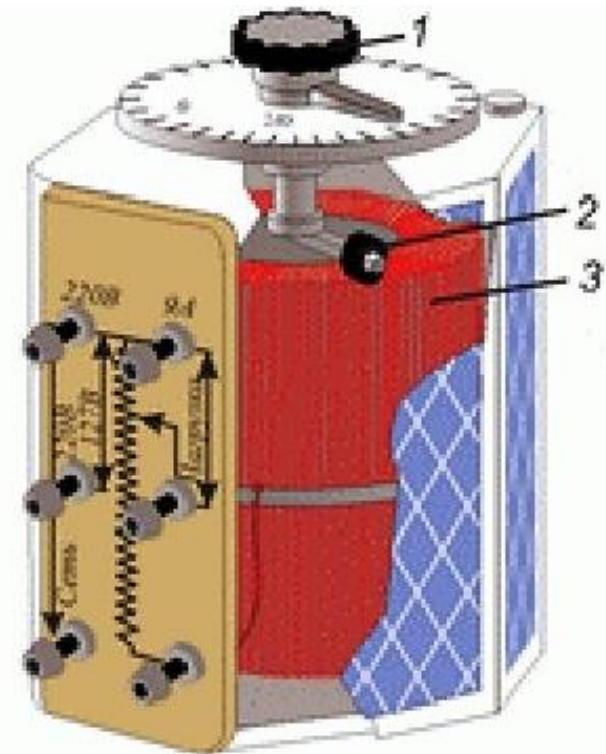
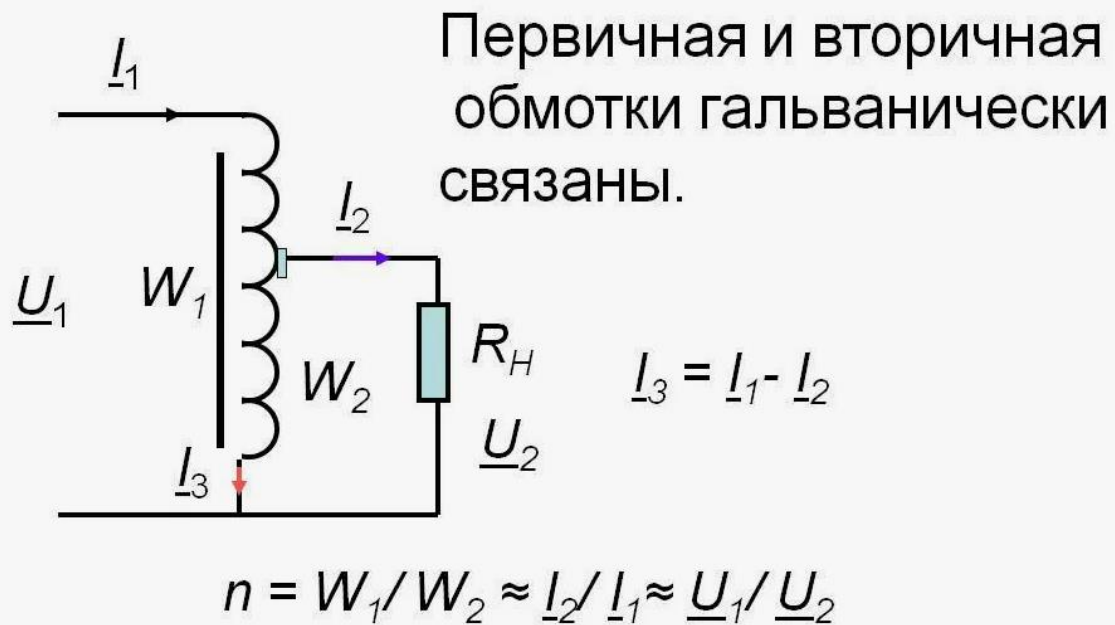
Y/Δ-5



## Соединение зигзагом



## Автотрансформатор



Общий вид лабораторного автотрансформатора

- 1 – ручка скользящего контакта;
- 2 – скользящий контакт;
- 3 – обмотка.