1 수열의 극한

1.1 정의

(1) $\lim_{n\to\infty}\left(3-\frac{1}{n}\right)$

(2) $\lim_{n\to\infty}\frac{1+2+3+\cdots+n}{n^2+1}$

1.2 기본성질

(1) $\{a_n\}$이 수렴하고 c가 실수이면 $\{ca_n\}$이 수렴한다.

(2) $\{a_n\}$이 수렴하고 $\{b_n\}$이 수렴하면 $\{a_n+b_n\}$이 수렴한다.

(3) $\{a_n\}$이 수렴하고 $\{b_n\}$이 수렴하면 $\{a_nb_n\}$이 수렴한다.

(4) $a_n < b_n$이고 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 수렴하면 $\lim_{n\to\infty} a_n \boxed{} \lim_{n\to\infty} b_n$이다.

(5) $\{a_n+b_n\}$, $\{a_n-b_n\}$이 각각 수렴하면 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$도 수렴한다. (T, F)

(6) $\lim_{n\to\infty} a_nb_n = 0$이면 $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ 또는 $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$이다. (T, F)

(7) $\lim_{n\to\infty} {a_n}^2 = \alpha^2$이면 $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$ 또는 $\lim_{n\to\infty} a_n = -\alpha$이다. (T, F)

(8) $a_{n+1} = \sqrt{a_n}$이면 $\lim_{n\to\infty} a_n = \boxed{}$이다.

2 함수의 극한

2.1 정의

(1) $\lim_{x\to 3} f(x)$가 존재한다. $\iff \lim_{\boxed{}} f(x) = \lim_{\boxed{}} f(x)$

(2) $\lim_{x\to -1}(x+3)$

(3) $\lim_{x\to 0+}\frac{1}{x}$

2.2 기본성질

(1) $\lim_{x\to 2} f(x)$가 존재하고 $\lim_{x\to 2} g(x)$가 존재하면 $\lim_{x\to 2}(f(x)-g(x))$가 존재한다.

(2) $\lim_{x\to\infty} f(x)$가 존재하고 $\lim_{x\to\infty} g(x)$가 존재하면 $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)}$가 존재한다. $\left(\text{단, } \boxed{}\right)$

(3) $f(x) < g(x)$이고 $\lim_{x\to 4} f(x)$, $\lim_{x\to 4} g(x)$가 존재하면 $\lim_{x\to 4} f(x) \boxed{} \lim_{x\to 4} g(x)$이다.

(4) $\lim_{x\to a} f(x)$와 $\lim_{x\to a} f(x)g(x)$의 값이 존재하면 $\lim_{x\to a} g(x)$의 값도 존재한다. (T, F)

(5) $\lim_{x\to a} f(x)$와 $\lim_{x\to a}\frac{g(x)}{f(x)}$의 값이 존재하면 $\lim_{x\to a} g(x)$의 값도 존재한다. (T, F)

3 함수의 연속

3.1 정의

(1) 함수 $f(x)$가 $x = 3$에서 연속이다. $\Longleftrightarrow$ $\boxed{} = \boxed{}$ (2) 함수 $f(x) = |x-1|$는 $x = 1$에서 연속이다. (T, F)
(3) 함수 $f(x) = |x|$는 $x = 1$에서 연속이다. (T, F)
(4) 최대·최소의 정리 : 함수 $f(x)$가 (열린구간 (a, b) / 닫힌구간 $[a, b]$)에서 (연속 / 불연속)이면 최댓값과 최솟값을 가진다.
(5) 사이값 정리 : 함수 $f(x)$가 연속이고, $f(1) = 5$, $f(4) = 2$일 때, $f(c) = 3$을 만족시키는 실수 c가 존재한다. (단, $\boxed{} < c < \boxed{}$)

3.2 기본성질

(1) $f(x)$가 $x = a$에서 연속이고 $g(x)$도 $x = a$에서 연속이면 함수 $f(x) + g(x)$도 $x = a$에서 연속이다.

(2) 모든 다항함수는 연속이다. (T, F)

(3) $f(x)$가 $x = a$에서 연속이고 $g(x)$가 $x = f(a)$에서 연속이면 함수 $(g \circ f)(x)$도 $x = a$에서 연속이다.

4 문제들

문제 1)

수열 $\{a_n\}$이 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{3a_n-2}{2a_n+1}=3$을 만족시킬 때, a_n의 값은?

답 : $-\frac{5}{3}$

문제 2)

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{5}{n+2}\left[\frac{n}{5}\right]$의 값을 구하여라.

답 : 1

문제 3)

수열 $\{a_n\}$이

$$a_1=7,\quad a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n+3\qquad(n=1,2,3,\cdots)$$

답 : 6

문제 4)

$\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{x-3}{\sqrt{x^2-5}-2}$의 값은?

답 : $\frac{2}{3}$

문제 5)

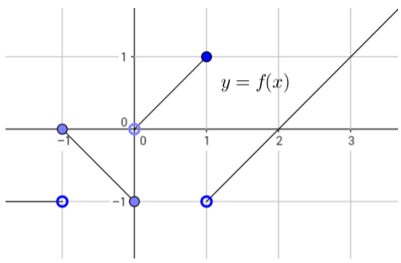
$\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{x-2}{x^2+ax+b}=1$일 때, 상수 a, b에 대하여 $b-a$의 값은?

답 : 5

문제 6)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같고, $g(x)=(x-2)^2$일 때,

$\displaystyle\lim_{x\to0+}g(f(x))+\lim_{x\to1+}g(f(x))$의 값은?



답 : 13

문제 7)

함수 $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-ax-2}{x-1} & (x\neq1)\\ b & (x=1)\end{cases}$ 실수 전체에서 연속이려면 a^2+b^2의 값은?

답 : 10