

해령 10 - 기하와 벡터[수능특강]

9단원 : 도형의 방정식

2016년 6월 26일

차 례

차 례	1
1 09-예제 2	3
2 09-유제 3	3
3 09-유제 4	3
4 09-예제 3	3
5 09-예제 4	4
6 09-유제 8	4
7 09-기초 3	4
8 09-기초 3-1	4
9 09-기초 3-2	5
10 09-기본 1	5
11 09-기본 2	5
12 09-기본 3	5
13 09-기본 5	6
14 09-기본 6	6
15 09-기본 7	6
16 09-기본 8	7
17 09-실력 1	8
18 09-실력 2	8
19 09-실력 3	9

20	09-실력5	10
21	09-기출	10

1 09-예제2

좌표공간의 점 A 에서 만나는 두 직선 $l: -x + 3 = \frac{y}{5} = z - 2$, $m: x - 2 = y + 1 = -z + 3$ 이 있다. 직선 l 위의 점 P 에서 직선 m 에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\overline{PH} = 4$ 이다. 선분 AP 의 길이는?

- ① $\sqrt{15}$ ② 4 ③ $\sqrt{17}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{19}$

2 09-유제3

좌표공간에서 직선 $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{a} = -z$ 가 직선 $-x = -\frac{1}{2}y + 3 = bz + 1$ 에 평행하고 직선 $\frac{x+2}{2} = \frac{-y+3}{2} = \frac{z}{c}$ 와 수직일 때, 세 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값은? (단, $abc \neq 0$)

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

3 09-유제4

좌표공간의 점 $A(1, 3, -2)$ 에서 직선 $x = \frac{y-5}{2} = \frac{z-10}{2}$ 에 내린 수선의 발을 $H(a, b, c)$ 라고 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

4 09-예제3

좌표공간에서 점 $A(2, -3, 1)$ 를 지나고 두 평면 $x + y + z = 5$, $2x + y + z = 6$ 에 각각 수직인 평면을 α 라고 하자. 점 $P = (3, 0, k)$ 가 평면 α 위의 점일 때, k 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5 09-예제4

좌표 공간의 두 점 $A = (1, 5, -4)$, $B(3, 1, 2)$ 와 임의의 점 P 의 위치벡터를 각각 \vec{a} , \vec{b} , \vec{x} 라고 할 때, 다음 조건을 만족시키는 점 P 가 나타내는 도형을 S 라고 하자.

$$(\vec{x} - \vec{a}) \cdot (\vec{x} - \vec{b}) = 0$$

도형 S 와 평면 $x - z + 1 = 0$ 이 만나서 생기는 도형의 넓이는?

- ① 6π ② 8π ③ 10π ④ 12π ⑤ 14π

6 09-유제8

좌표공간의 두 점 $A(3, -4, 1)$, $B(1, 0, 3)$ 에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$ 을 만족시키는 점 P 가 나타내는 도형을 T 라고 하고, 원점 O 를 지나는 직선이 도형 T 와 한 점에서만 만날 때 그 점을 Q 라고 하자. 선분 OQ 의 길이를 l 이라고 할 때, l^2 의 값을 구하시오.

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

7 09-기초3

좌표공간에서 매개변수 t 로 나타낸 직선 $x = 3t - 1$, $y = t$, $z = \frac{1}{2}t + 5$ (t 는 실수)에 수직이고 점 $(3, -1, 2)$ 를 지나는 평면의 방정식은 $6x + ay + bz + c = 0$ 이다. 세 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하시오.

- ① -18 ② -15 ③ -12 ④ -9 ⑤ -6

8 09-기초3-1

좌표공간에서 점 $A(3, -2, -1)$ 와 법선벡터가 $(4, -4, 7)$ 인 평면 α 사이의 거리가 3일 때, 평면 α 는 z 축과 점 $P(0, 0, -k)$ 에서 만난다. 양수 k 의 값을 구하시오.

- ① 2 ② 6 ③ 10 ④ 14 ⑤ 18

9 09-기초3-2

좌표공간에서 점 $A(2, 5, 0)$ 의 위치벡터를 \vec{a} 라고 하자. 벡터 $\vec{u} = (1, -1, 2)$ 에 대해 $\vec{p} = \vec{a} + t\vec{u}$ (t 는 실수)를 만족시키는 점 P 가 나타내는 직선과 x 축이 이루는 각도를 θ 라고 할 때 $\cos^2 \theta$ 의 값을 구하여라. (단, \vec{p} 는 점 P 의 위치벡터이다.)

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

10 09-기본1

좌표공간에서 직선 $\frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{3} = -\frac{z}{6}$ 의 $y \geq 0, z \geq 0$ 인 부분의 길이는?

- ① $3\sqrt{5}$ ② $\sqrt{46}$ ③ $\sqrt{47}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ 7

11 09-기본2

좌표공간에서 점 $A(1, 1, 0)$ 을 지나는 직선 l 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선 l 의 xy 평면 위로의 정사영의 방정식은 $x + y = 2, z = 0$ 이다.
(나) 직선 l 과 z 축이 이루는 예각의 크기는 $\frac{\pi}{6}$ 이다.

직선 l 이 yz 평면과 만나는 점을 P 라고 할 때, 삼각형 OAP 의 넓이는? (단 O 는 원점이고, P 의 z 좌표는 양수이다.)

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ 5

12 09-기본3

좌표공간에 점 $A(1, -3, 5)$ 과 임의의 점 P 가 있다. $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OP} = \vec{x}$ 라고 할 때, 방정식 $(\vec{x} - \vec{a}) \cdot (\vec{x} - \vec{a}) = 6$ 을 만족시키는 점 P 와 직선 $x - 6 = \frac{y-8}{4} = -\frac{z+2}{2}$ 사이의 거리의 최댓값은? (단, O 는 원점이다.)

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{6}$ ⑤ $5\sqrt{6}$

13 09-기본5

좌표공간의 두 점 $A(4, -3, -5)$, $B(3, 5, -1)$ 에서 같은 거리에 있는 점 P 가 나타내는 도형이 평면 $x = 3$ 와 이루는 각의 크기를 $\theta(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2})$ 라고 할 때, $\cos \theta$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

14 09-기본6

좌표공간에서 두 직선 $\frac{x-1}{3} = -y = z + 5$, $\frac{x+5}{2} = y - 3 = \frac{z}{4}$ 을 포함하는 평면을 α 라고 하자. y 축과 평면 α 가 이루는 각의 크기를 $\theta(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2})$ 라고 할 때, $\sin \theta$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{3}$

15 09-기본7

좌표공간에서 높이가 3인 원기둥의 두 밑면이 각각 평면 $2x - 6y + 3z = 0$, $ax + by + cz + 21 = 0$ 위에 놓여 있다. 세 상수 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하시오.

- ① 16 ② 25 ③ 36 ④ 49 ⑤ 64

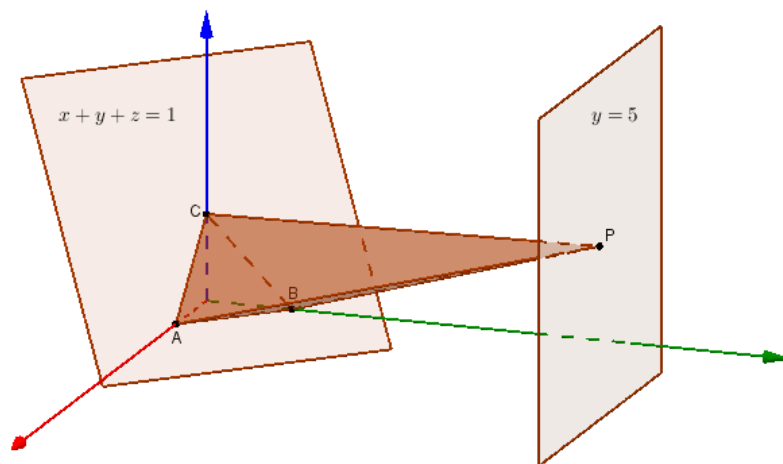
16 09-기본8

좌표공간에서 평면 $x + y + z = 1$ 이 x 축, y 축, z 축과 만나는 점을 각각 A , B , C 라고 할 때, 평면 $y = 5$ 위의 점 $P(a, 5, b)$ 에 대하여 사면체 $PABC$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 삼각형 PCA 와 PCB 의 넓이가 서로 같다.

(나) 사면체 $PABC$ 의 부피는 9이다.

$\frac{b}{a}$ 의 최댓값은?



①6

②7

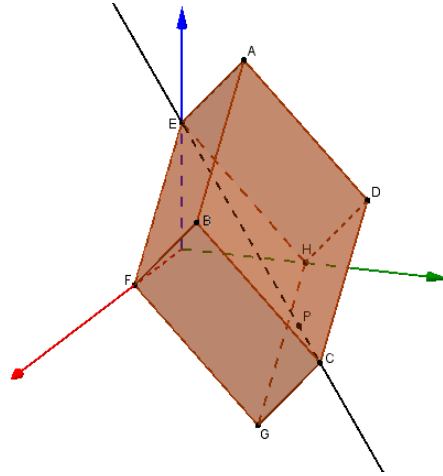
③8

④9

⑤10

17 09-실력1

그림과 같이 두 밑면 $ABCD$, $EFGH$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 마름모이고 네 옆면은 정사각형인 육면체 $ABCD-EFGH$ 를 세 점 E , F , H 의 좌표가 각각 $E(0,0,1)$, $F(1,0,0)$, $H(0,1,0)$ 이 되도록 좌표공간에 놓았다. 두 점 BC 를 지나는 직선이 xy 평면과 만나는 점을 $P(a,b,0)$ 이라고 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, 점 A 의 좌표는 양수이다.)



- ① $\frac{8+\sqrt{6}}{5}$ ② $\frac{8+2\sqrt{6}}{5}$ ③ $\frac{8+3\sqrt{6}}{5}$ ④ $\frac{4+\sqrt{6}}{5}$ ⑤ $\frac{4+2\sqrt{6}}{5}$

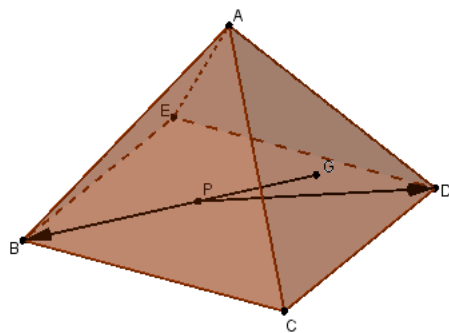
18 09-실력2

좌표평면에서 xy 평면, yz 평면, zx 평면에 동시에 접하면서 반지름의 길이가 1인 구를 S_1 이라고 하고, xy 평면, yz 평면, 구 S_1 에 동시에 접하면서 반지름의 길이가 2인 구를 S_2 라고 하자. 두 구 S_1 , S_2 의 중심을 각각 A , B 라 하고 점 C 의 좌표가 $(0,0,2)$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는? (단, 두 점 A , B 의 x 좌표, y 좌표, z 좌표는 모두 양수이다.)

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

19 09-실력3

그림과 같이 모든 모서리의 길이가 2인 사각뿔 $A-BCDE$ 에서 삼각형 ACD 의 무게중심을 G 라고 하자. 점 P 가 선분 BG 위의 점일 때, $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PD}$ 의 최솟값은?



① $-\frac{1}{9}$

② $-\frac{4}{9}$

③ -1

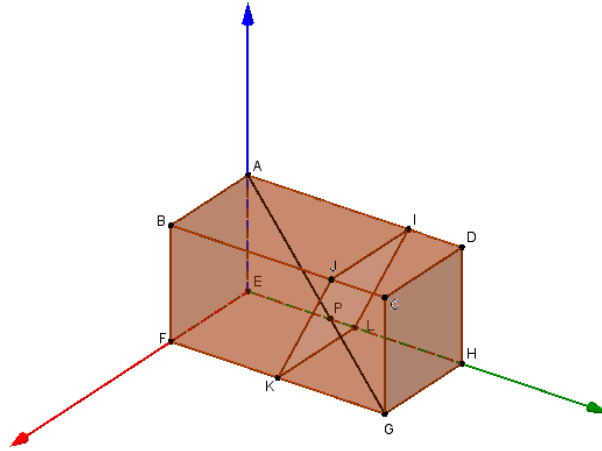
④ $-\frac{16}{9}$

⑤ $-\frac{25}{9}$

20 09-실력5

그림과 같이 $\overline{AB} = 1$, $\overline{AD} = 2$, $\overline{AE} = 1$ 인 직육면체 $ABCD - EFGH$ 를 세 점 A, F, H 의 좌표가 각각 $A(0, 0, 1)$, $F(1, 0, 0)$, $H(0, 2, 0)$ 이 되도록 좌표공간에 놓았다.

두 선분 AD, BC 를 3:1로 내분하는 점을 각각 I, J 라고 하고 두 선분 FG, EH 의 중점을 각각 K, L 이라고 하자. 직선 AG 와 평면 $IJKL$ 이 만나는 점을 P 라고 할 때, 직선 DP 와 xy 평면이 만나는 점의 좌표를 (a, b, c) 라고 하자. $a + b + c$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

21 09-기출

좌표공간에서 직선 $l : x = \frac{y-2}{3} = \frac{3-z}{2}$ 와 평면 α 가 점 $P(2, 8, -1)$ 에서 수직으로 만난다. 직선 l 위의 점 $A(a, b, c)$ 와 평면 α 위의 점 Q 에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = 14$ 일 때 $a + b + c$ 의 값은? (단, $c > 0$)

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

1	④	2	③	3	①	4	⑤
5	①	6	②	7	②	8	①
9	⑤	10	⑤	11	④	12	②
13	①	14	④	15	④	16	④
17	③	18	⑤	19	④	20	⑤
21	⑤						