

# 수학 II : 01 함수의 극한과 연속

김선중

August 26, 2024

# 목차

## 함수의 극한

- 함수의 그래프
- 좌극한과 우극한
- 함수의 극한
- 함수의 극한(무한대)
- 극한의 성질

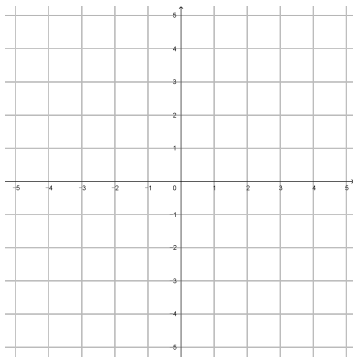
## 연속

- 한 점에서의 연속
- 구간
- 구간에서의 연속
- 연속함수의 성질
- 최대·최소의 정리
- 사잇값 정리

# 함수의 그래프

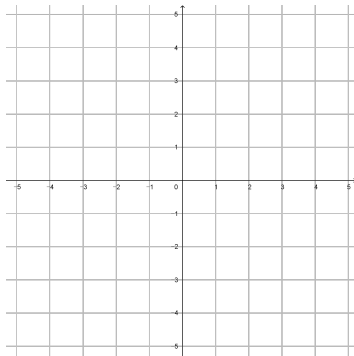
문제 1) 다음 함수의 그래프를 그리고 함수값을 구하여라.

(1)  $f(x) = x + 2$



$f(0) = \square$      $f(2) = \square$

(2)  $f(x) = 4 - \frac{1}{2}x$

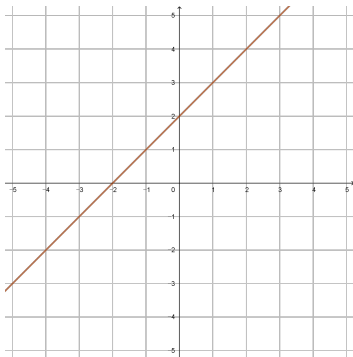


$f(0) = \square$      $f(2) = \square$

## 함수의 그래프

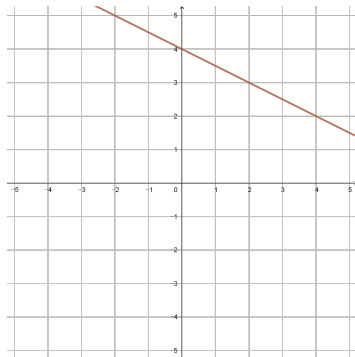
문제 1) 다음 함수의 그래프를 그리고 함수값을 구하여라.

(1)  $f(x) = x + 2$



$$f(0) = \boxed{2} \quad f(2) = \boxed{4}$$

(2)  $f(x) = 4 - \frac{1}{2}x$

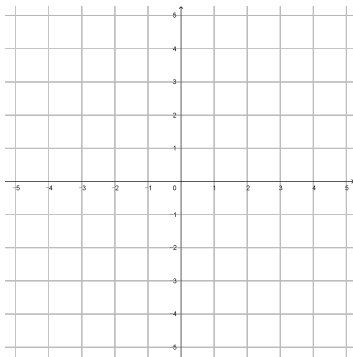


$$f(0) = \boxed{4} \quad f(2) = \boxed{3}$$

## 함수의 그래프

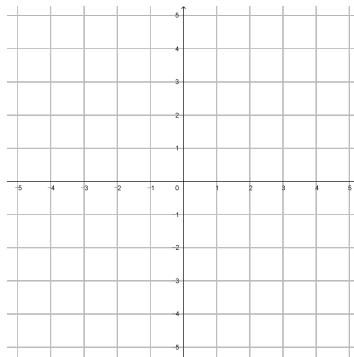
문제 1) 다음 함수의 그래프를 그리고 함수값을 구하여라.

(3)  $f(x) = x^2 + 1$



$f(0) = \square$      $f(1) = \square$

(4)  $f(x) = -x^2 + 3$

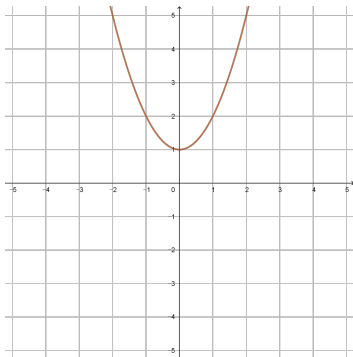


$f(0) = \square$      $f(2) = \square$

## 함수의 그래프

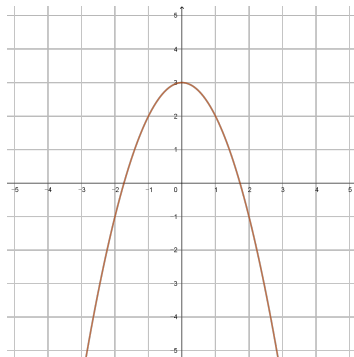
문제 1) 다음 함수의 그래프를 그리고 함수값을 구하여라.

(3)  $f(x) = x^2 + 1$



$f(0) =$       $f(1) =$

(4)  $f(x) = -x^2 + 3$

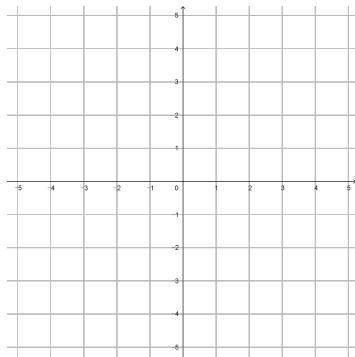


$f(0) =$       $f(2) =$

## 함수의 그래프

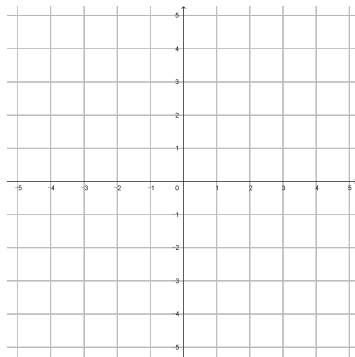
문제 1) 다음 함수의 그래프를 그리고 함수값을 구하여라.

$$(5) f(x) = \begin{cases} x & (x < 2) \\ x - 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$



$$f(0) = \square \quad f(2) = \square$$

$$(6) f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 1) \\ -x + 3 & (x > 1) \end{cases}$$

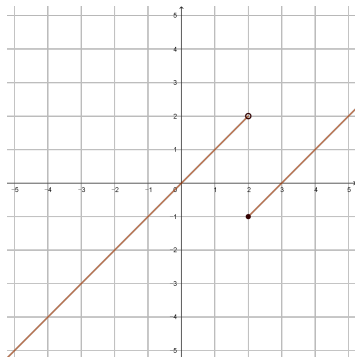


$$f(1) = \square \quad f(4) = \square$$

## 함수의 그래프

문제 1) 다음 함수의 그래프를 그리고 함수값을 구하여라.

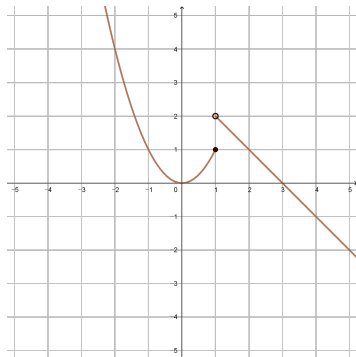
$$(5) f(x) = \begin{cases} x & (x < 2) \\ x - 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$



$$f(0) = \boxed{0}$$

$$f(2) = \boxed{1}$$

$$(6) f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 1) \\ -x + 3 & (x > 1) \end{cases}$$



$$f(1) = \boxed{1}$$

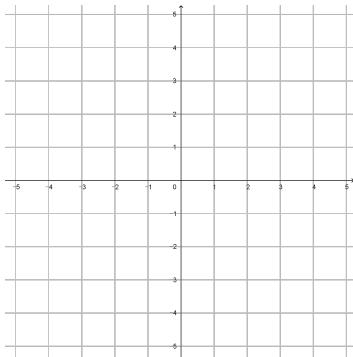
$$f(4) = \boxed{-1}$$



# 함수의 그래프

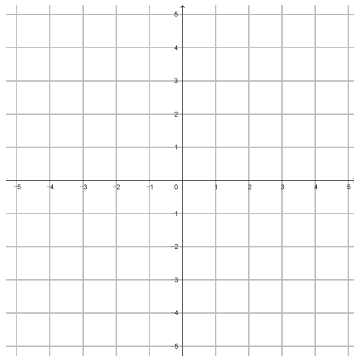
문제 1) 다음 함수의 그래프를 그리고 함수값을 구하여라.

(7)  $f(x) = |x|$



$f(-2) = \square$        $f(0) = \square$

(8)  $f(x) = \frac{|x|}{x}$

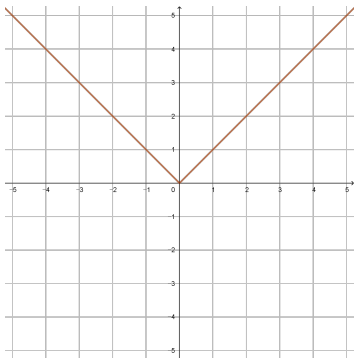


$f(-2) = \square$        $f(0) = \square$

## 함수의 그래프

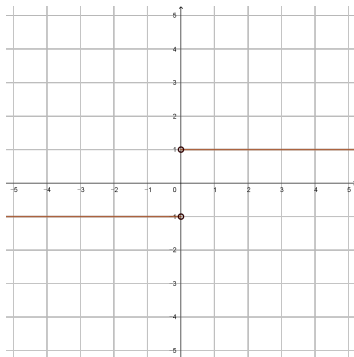
문제 1) 다음 함수의 그래프를 그리고 함수값을 구하여라.

(7)  $f(x) = |x|$



$$f(-2) = \boxed{2} \quad f(0) = \boxed{0}$$

(8)  $f(x) = \frac{|x|}{x}$

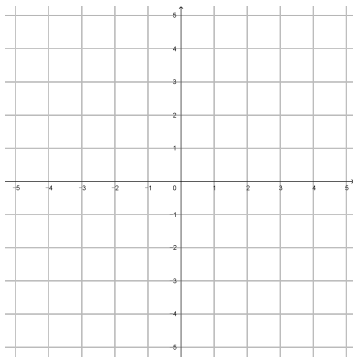


$$f(-2) = \boxed{-1} \quad f(0) = \boxed{\times}$$

## 함수의 그래프

문제 1) 다음 함수의 그래프를 그리고 함수값을 구하여라.

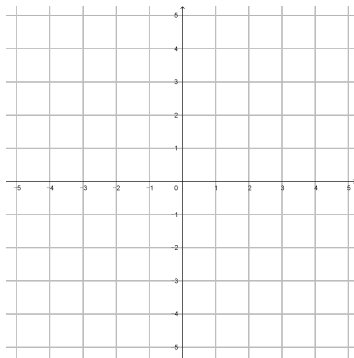
(9)  $f(x) = \frac{1}{x}$



$$f(1) = \square \quad f(3) = \square$$

$$f(0) = \square \quad f(-2) = \square$$

(10)  $f(x) = \sqrt{x}$



$$f(1) = \square \quad f(2) = \square$$

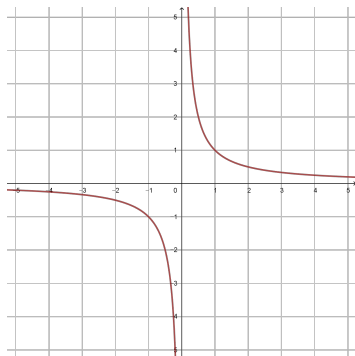
$$f(4) = \square \quad f(0) = \square$$

$$f(-1) = \square$$

## 함수의 그래프

문제 1) 다음 함수의 그래프를 그리고 함수값을 구하여라.

(9)  $f(x) = \frac{1}{x}$



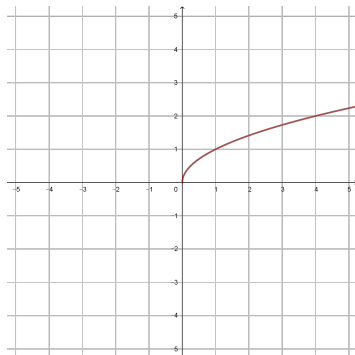
$$f(1) = \boxed{1}$$

$$f(3) = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$f(0) = \boxed{\times}$$

$$f(-2) = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

(10)  $f(x) = \sqrt{x}$



$$f(1) = \boxed{1} \quad f(2) = \boxed{\sqrt{2}}$$

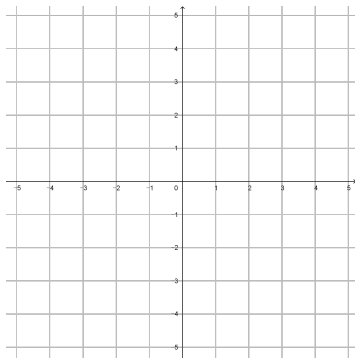
$$f(4) = \boxed{2} \quad f(0) = \boxed{0}$$

$$f(-1) = \boxed{\times}$$

## 좌극한과 우극한

문제 2) 다음 함수의 좌극한과 우극한을 계산하여라.

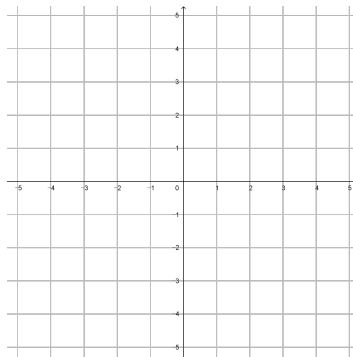
(1)  $f(x) = x + 2$



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \square$$

(2)  $f(x) = 4 - \frac{1}{2}x$



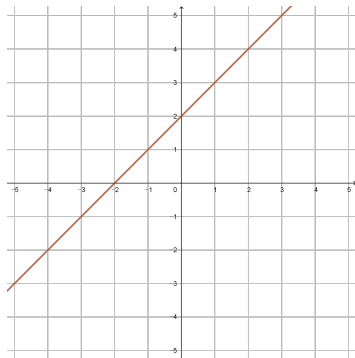
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \square$$

## 좌극한과 우극한

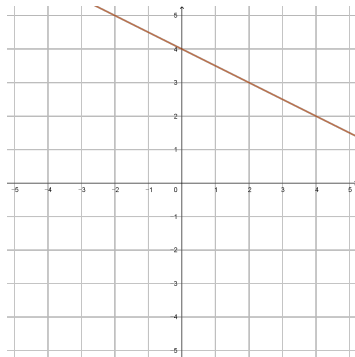
문제 2) 다음 함수의 좌극한과 우극한을 계산하여라.

(1)  $f(x) = x + 2$



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \boxed{4} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \boxed{4}$$

(2)  $f(x) = 4 - \frac{1}{2}x$

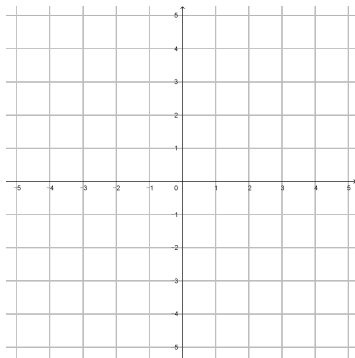


$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \boxed{3} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \boxed{3}$$

## 좌극한과 우극한

문제 2) 다음 함수의 좌극한과 우극한을 계산하여라.

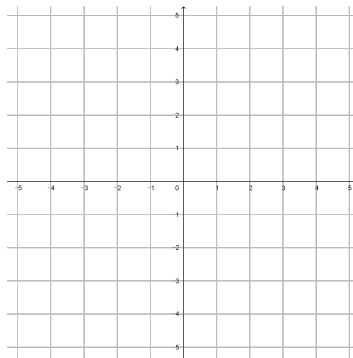
$$(3) f(x) = x^2 + 1$$



$$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = \square$$

$$(4) f(x) = -x^2 + 3$$



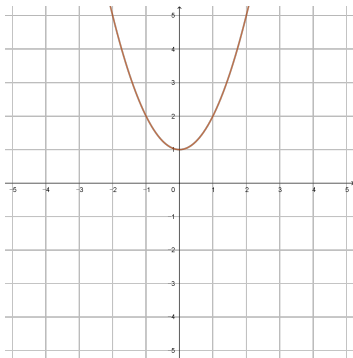
$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \square$$

## 좌극한과 우극한

문제 2) 다음 함수의 좌극한과 우극한을 계산하여라.

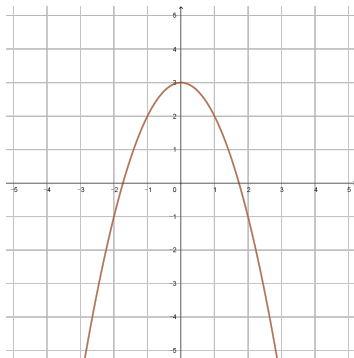
(3)  $f(x) = x^2 + 1$



$$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = \boxed{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = \boxed{2}$$

(4)  $f(x) = -x^2 + 3$



$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \boxed{3}$$

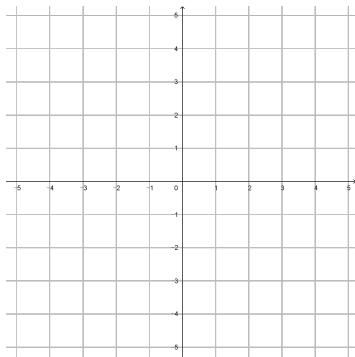
$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \boxed{3}$$



## 좌극한과 우극한

문제 2) 다음 함수의 좌극한과 우극한을 계산하여라.

$$(5) f(x) = \begin{cases} x & (x < 2) \\ x - 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$



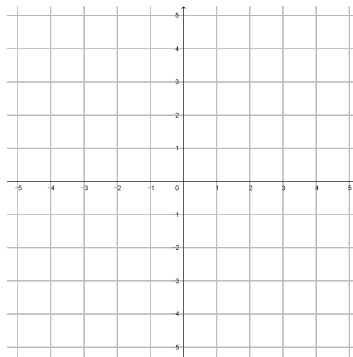
$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \square$$

$$(6) f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 1) \\ -x + 3 & (x > 1) \end{cases}$$



$$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = \square$$

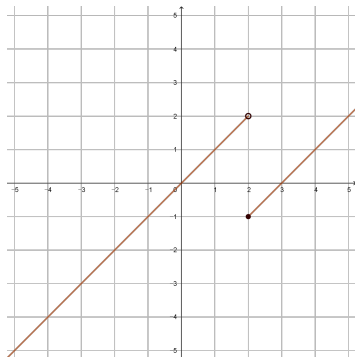
$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \square$$

## 좌극한과 우극한

문제 2) 다음 함수의 좌극한과 우극한을 계산하여라.

$$(5) f(x) = \begin{cases} x & (x < 2) \\ x - 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$



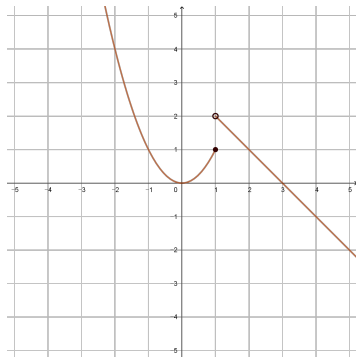
$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \boxed{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \boxed{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \boxed{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \boxed{-1}$$

$$(6) f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 1) \\ -x + 3 & (x > 1) \end{cases}$$



$$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = \boxed{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = \boxed{1}$$

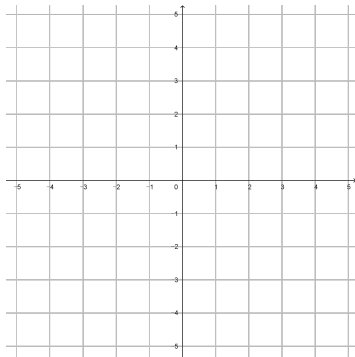
$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \boxed{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \boxed{2}$$

## 좌극한과 우극한

문제 2) 다음 함수의 좌극한과 우극한을 계산하여라.

(7)  $f(x) = |x|$



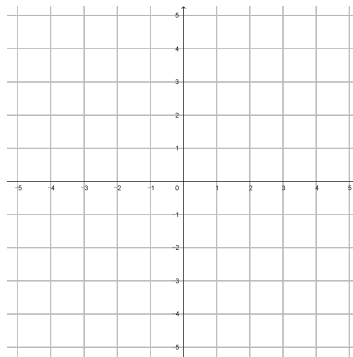
$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = \square$$

(8)  $f(x) = \frac{|x|}{x}$



$$\lim_{x \rightarrow -2-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow -2+} f(x) = \square$$

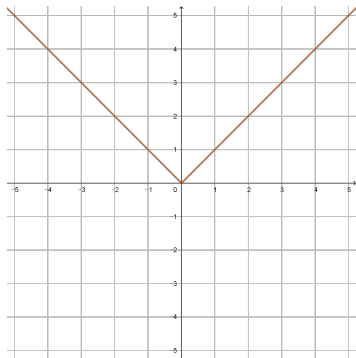
$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \square$$

## 좌극한과 우극한

문제 2) 다음 함수의 좌극한과 우극한을 계산하여라.

(7)  $f(x) = |x|$



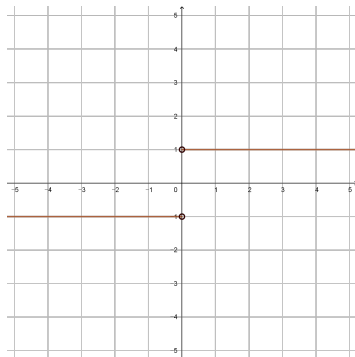
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \boxed{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \boxed{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \boxed{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \boxed{2}$$

(8)  $f(x) = \frac{|x|}{x}$



$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \boxed{-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \boxed{-1}$$

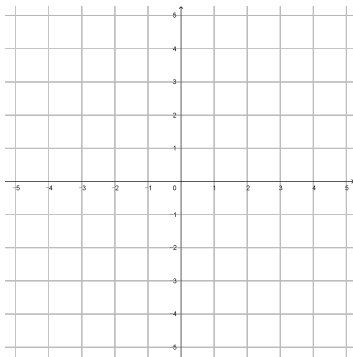
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \boxed{-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \boxed{1}$$

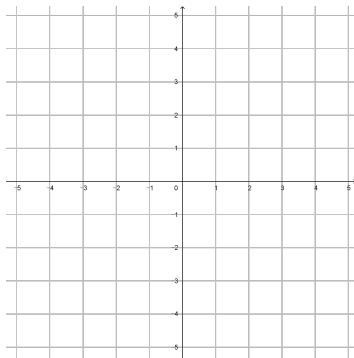
## 좌극한과 우극한

문제 2) 다음 함수의 좌극한과 우극한을 계산하여라.

(9)  $f(x) = \frac{1}{x}$



(10)  $f(x) = \sqrt{x}$



$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \square$$

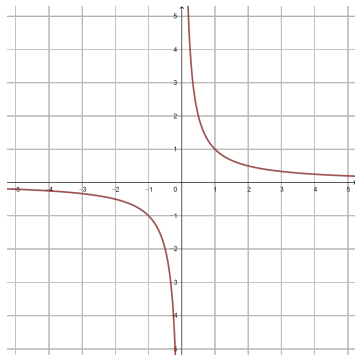
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \square$$

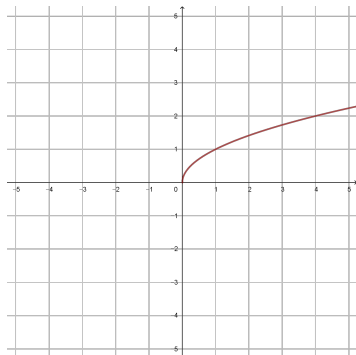
## 좌극한과 우극한

문제 2) 다음 함수의 좌극한과 우극한을 계산하여라.

(9)  $f(x) = \frac{1}{x}$



(10)  $f(x) = \sqrt{x}$



$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \boxed{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \boxed{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \boxed{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \boxed{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \boxed{-\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \boxed{\infty}$$

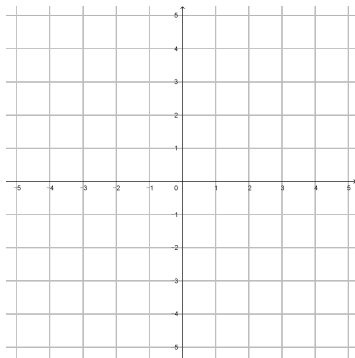
$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \boxed{\times}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \boxed{0}$$

# 함수의 극한

문제 3) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

(1)  $f(x) = x + 2$

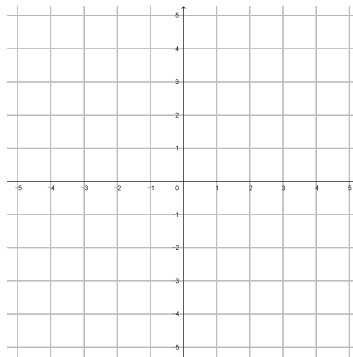


$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \square$$

(2)  $f(x) = 4 - \frac{1}{2}x$



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \square$$

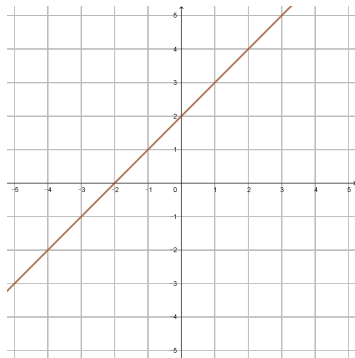
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \square$$

# 함수의 극한

문제 3) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

(1)  $f(x) = x + 2$

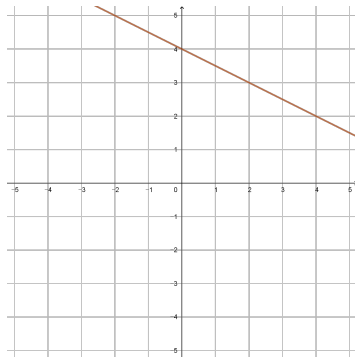


$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \boxed{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \boxed{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \boxed{4}$$

(2)  $f(x) = 4 - \frac{1}{2}x$



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \boxed{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \boxed{3}$$

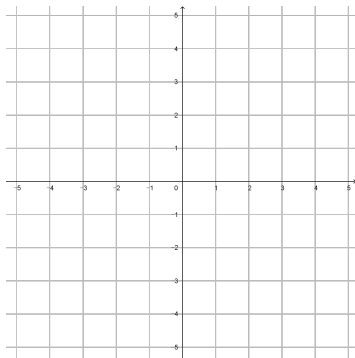
$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \boxed{3}$$



# 함수의 극한

문제 3) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

(3)  $f(x) = x^2 + 1$

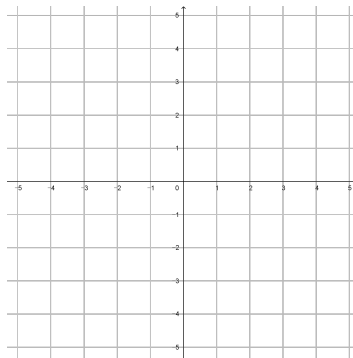


$$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \square$$

(4)  $f(x) = -x^2 + 3$



$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \square$$

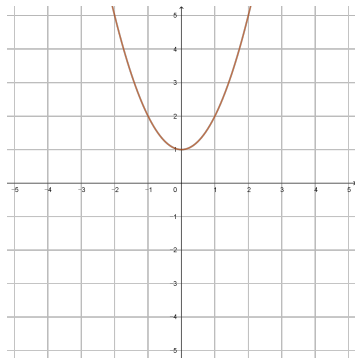
$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \square$$

## 함수의 극한

문제 3) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

(3)  $f(x) = x^2 + 1$

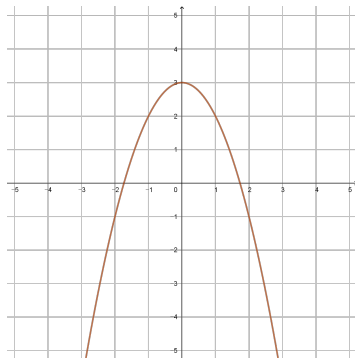


$$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) = \boxed{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) = \boxed{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \boxed{2}$$

(4)  $f(x) = -x^2 + 3$



$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = \boxed{3}$$

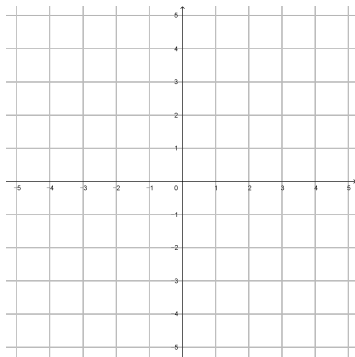
$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \boxed{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \boxed{3}$$

## 함수의 극한

문제 3) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

$$(5) f(x) = \begin{cases} x & (x < 2) \\ x - 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$

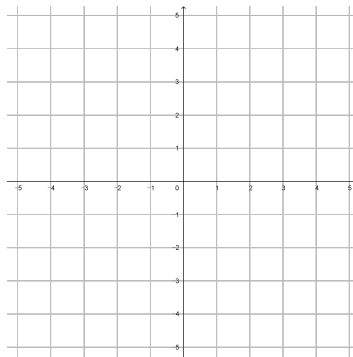


$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \square$$

$$(6) f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 1) \\ -x + 3 & (x > 1) \end{cases}$$



$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \square$$

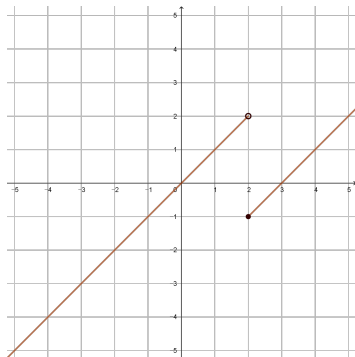
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \square$$

## 함수의 극한

문제 3) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

$$(5) f(x) = \begin{cases} x & (x < 2) \\ x - 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$

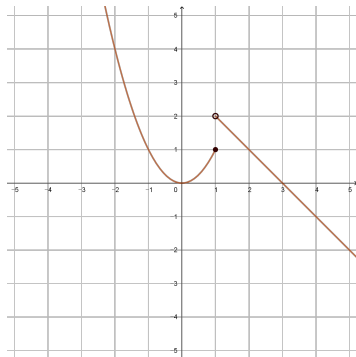


$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \boxed{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \boxed{-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \boxed{\times}$$

$$(6) f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 1) \\ -x + 3 & (x > 1) \end{cases}$$



$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \boxed{1}$$

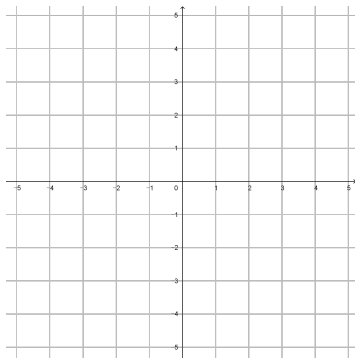
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \boxed{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \boxed{\times}$$

# 함수의 극한

문제 3) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

$$(7) f(x) = |x|$$

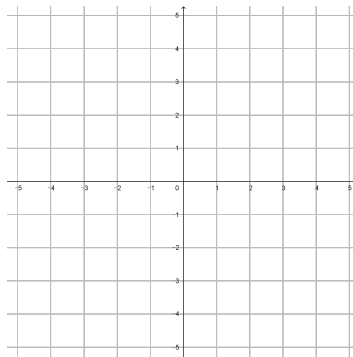


$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \square$$

$$(8) f(x) = \frac{|x|}{x}$$



$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \square$$

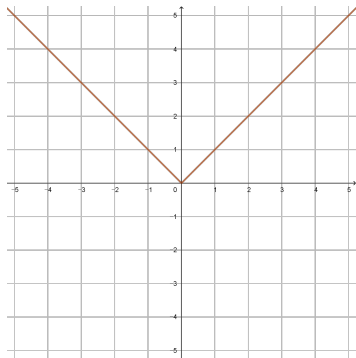
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \square$$

# 함수의 극한

문제 3) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

(7)  $f(x) = |x|$

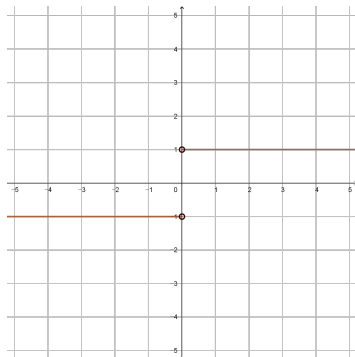


$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \boxed{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \boxed{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \boxed{0}$$

(8)  $f(x) = \frac{|x|}{x}$



$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \boxed{-1}$$

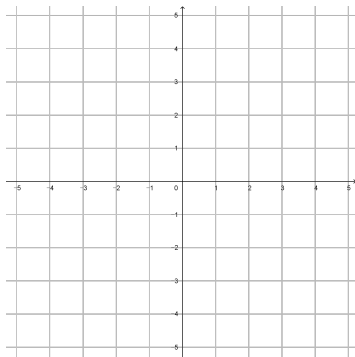
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \boxed{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \boxed{\times}$$

# 함수의 극한

문제 3) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

(9)  $f(x) = \frac{1}{x}$

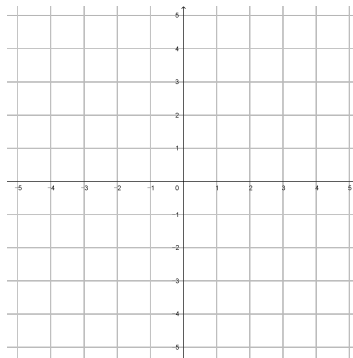


$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \boxed{\phantom{000}}$$

(10)  $f(x) = \sqrt{x}$



$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \boxed{\phantom{000}}$$

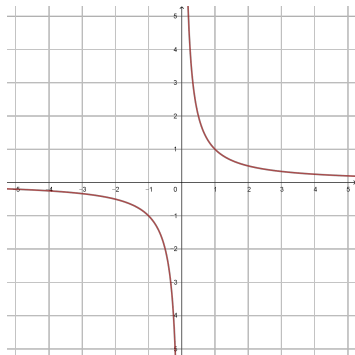
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \boxed{\phantom{000}}$$

# 함수의 극한

문제 3) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

(9)  $f(x) = \frac{1}{x}$

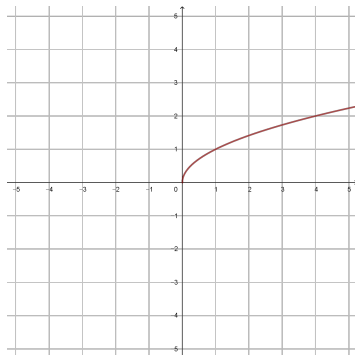


$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \boxed{-\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \boxed{\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \boxed{\times}$$

(10)  $f(x) = \sqrt{x}$



$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \boxed{\times}$$

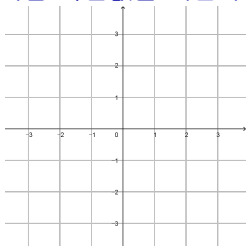
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \boxed{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \boxed{\times}$$

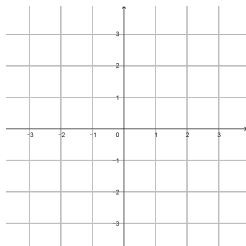


# 함수의 극한

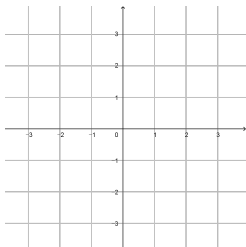
문제 4) 다음 극한값을 계산하여라.



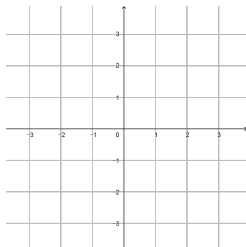
$$(1) \lim_{x \rightarrow -1} (2x + 3) = \square$$



$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 4x + 2) = \square$$



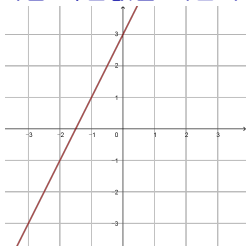
$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x - 1|}{x - 1} = \square$$



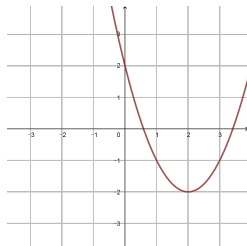
$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} (|x| - 2) = \square$$

# 함수의 극한

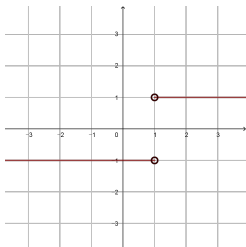
문제 4) 다음 극한값을 계산하여라.



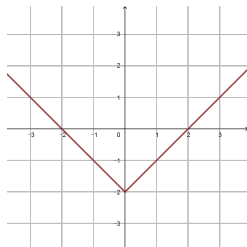
$$(1) \lim_{x \rightarrow -1} (2x + 3) = \boxed{1}$$



$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 4x + 2) = \boxed{-1}$$



$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x - 1|}{x - 1} = \boxed{\times}$$



$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} (|x| - 2) = \boxed{-2}$$

# 함수의 극한

좌극한과 우극한이 같으면 극한값이 존재한다.

- ▶ 좌극한이 존재하고 :  $\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = L_1$
- ▶ 우극한이 존재하고 :  $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = L_2$
- ▶ 좌극한과 우극한이 같으면 :  $L_1 = L_2 = L$

극한값  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 이 존재하고, 그 값은  $L$ 이다.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

## 정의 5) 함수의 극한

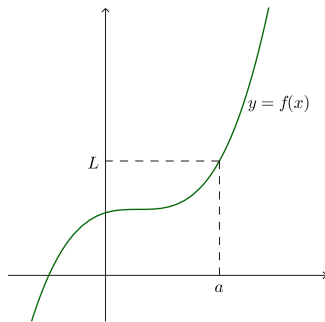
함수  $f(x)$ 에서  $x$ 의 값이  $x \neq a$ 을 만족시키면서 한없이  $a$ 에 가까워질 때,  $f(x)$ 의 값이 일정한 값  $L$ 에 한없이 가까워지면

$x$ 가  $a$ 에 가까워질 때,  $f(x)$ 는  $L$ 에 수렴한다.

라고 말하고 기호로

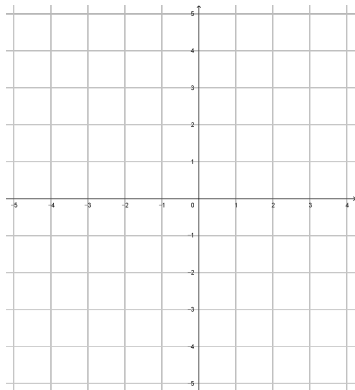
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

로 나타낸다. 이때  $L$ 을  $f(x)$ 의 극한값이라고 부른다.



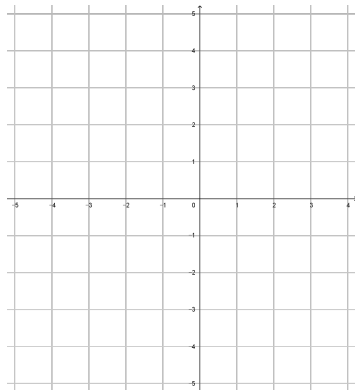
# 함수의 극한(무한대)

문제 6) 다음 함수의 극한을 조사하여라.



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2}{x} + 1 \right) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2}{x} + 1 \right) = \square$$

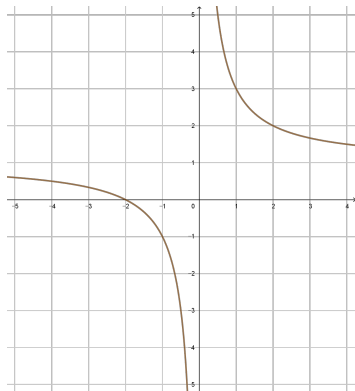


$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x-2} - 1 \right) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{1}{x-2} - 1 \right) = \square$$

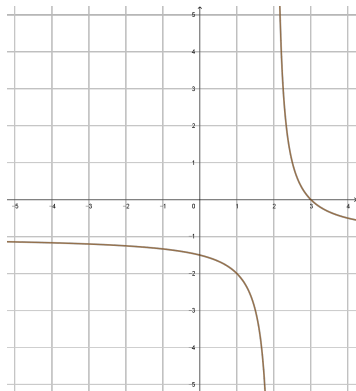
## 함수의 극한(무한대)

문제 6) 다음 함수의 극한을 조사하여라.



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2}{x} + 1 \right) = \boxed{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2}{x} + 1 \right) = \boxed{1}$$

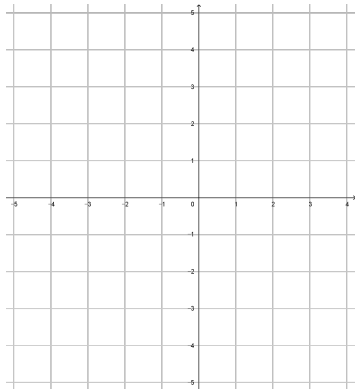


$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x-2} - 1 \right) = \boxed{-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{1}{x-2} - 1 \right) = \boxed{-1}$$

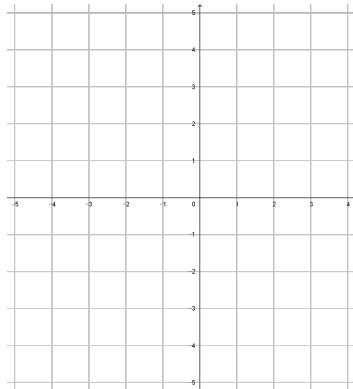
# 함수의 극한(무한대)

문제 6) 다음 함수의 극한을 조사하여라.



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = \square$$

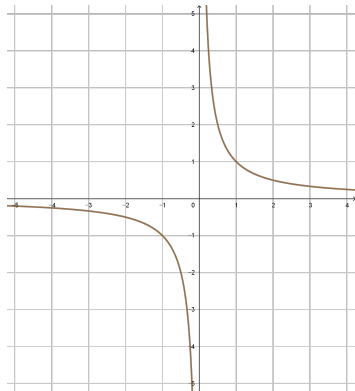


$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x-1} + 2 \right) = \square$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{1}{x-1} + 2 \right) = \square$$

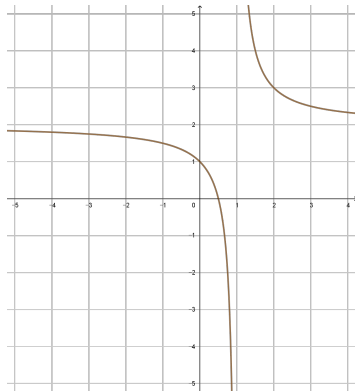
## 함수의 극한(무한대)

문제 6) 다음 함수의 극한을 조사하여라.



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = \boxed{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = \boxed{0}$$

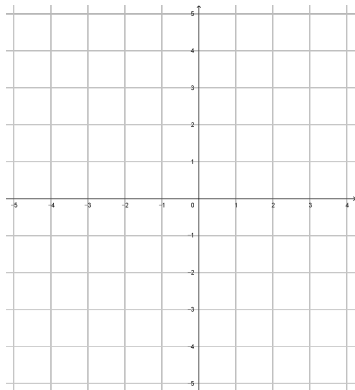


$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x-1} + 2 \right) = \boxed{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{1}{x-1} + 2 \right) = \boxed{2}$$

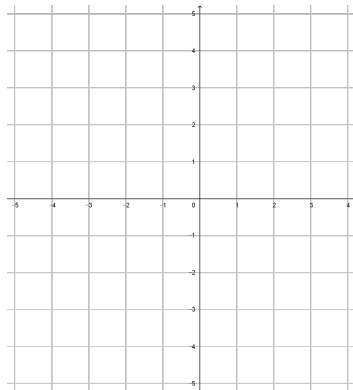
# 함수의 극한(무한대)

문제 6) 다음 함수의 극한을 조사하여라.



$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 2) = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 2) = \boxed{\phantom{000}}$$



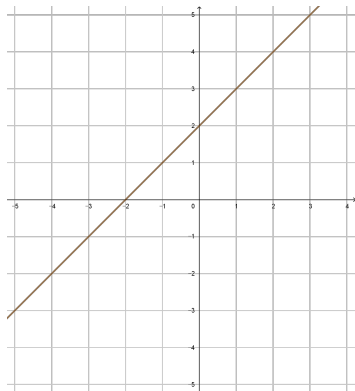
$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \boxed{\phantom{000}}$$



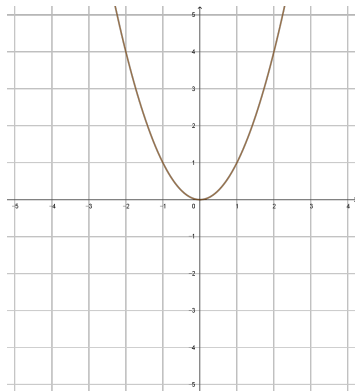
# 함수의 극한(무한대)

문제 6) 다음 함수의 극한을 조사하여라.



$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 2) = \boxed{\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 2) = \boxed{-\infty}$$

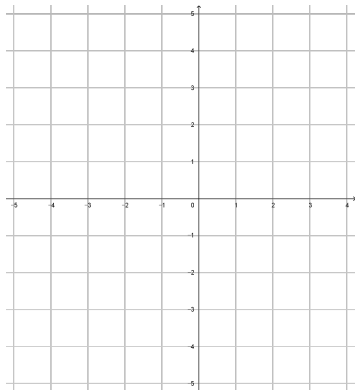


$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 = \boxed{\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \boxed{\infty}$$

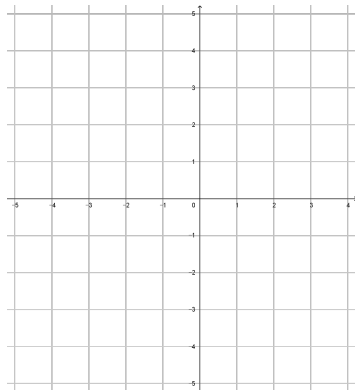
## 함수의 극한(무한대)

문제 6) 다음 함수의 극한을 조사하여라.



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 4 - \frac{1}{2}x \right) = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 4 - \frac{1}{2}x \right) = \boxed{\phantom{00}}$$

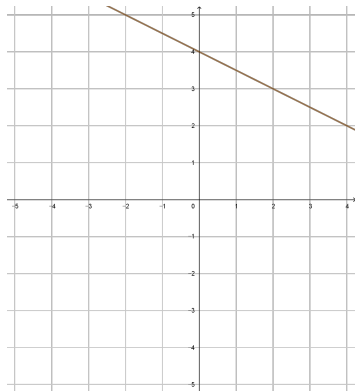


$$\lim_{x \rightarrow \infty} 3 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 3 = \boxed{\phantom{00}}$$

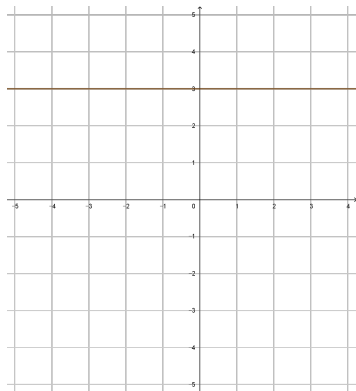
## 함수의 극한(무한대)

문제 6) 다음 함수의 극한을 조사하여라.



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(4 - \frac{1}{2}x\right) = \boxed{-\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(4 - \frac{1}{2}x\right) = \boxed{\infty}$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} 3 = \boxed{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 3 = \boxed{3}$$

# 극한의 성질(1)

## 정리 7) 극한의 성질(1)

두 극한  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 가 모두 수렴하면 다음 식이 성립한다.

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

# 극한의 성질(1)

## 정리 7) 극한의 성질(1)

두 극한  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 가 모두 수렴하면 다음 식이 성립한다.

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

## 문제 8

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2$ 와  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -5$ 일 때, 다음 값들을 계산하시오.

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} 5f(x)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)]$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow a} [3f(x) + 4g(x)]$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow a} [3 + 2g(x)]$$

# 극한의 성질(1)

## 정리 7) 극한의 성질(1)

두 극한  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 가 모두 수렴하면 다음 식이 성립한다.

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

## 문제 8

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2$ 와  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -5$ 일 때, 다음 값들을 계산하시오.

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} 5f(x) = 10$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = -3$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow a} [3f(x) + 4g(x)] = -14$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow a} [3 + 2g(x)] = -7$$

# 극한의 성질(1)

## 정리 7) 극한의 성질(1)

두 극한  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 가 모두 수렴하면 다음 식이 성립한다.

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

문제 9) 다음 극한값을 계산하여라.

$$(1) \lim_{x \rightarrow -1} (2x + 3)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + x + 3)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 2}{2x + 1}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3)(x^2 - 4x + 5)$$

# 극한의 성질(1)

## 정리 7) 극한의 성질(1)

두 극한  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 가 모두 수렴하면 다음 식이 성립한다.

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

문제 9) 다음 극한값을 계산하여라.

$$(1) \lim_{x \rightarrow -1} (2x + 3) = 1$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + x + 3) = 15$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 2}{2x + 1} = \frac{8}{5}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3)(x^2 - 4x + 5) = 8$$



# 극한의 성질(1)

## 정리 7) 극한의 성질(1)

두 극한  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 가 모두 수렴하면 다음 식이 성립한다.

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

문제 10) 다음 극한값을 계산하여라.

$$\text{Hint : } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 5}{x + 2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{x^2 + x - 2}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6x + 3}{4x - 2}$$

# 극한의 성질(1)

## 정리 7) 극한의 성질(1)

두 극한  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 와  $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ 가 모두 수렴하면 다음 식이 성립한다.

$$(1) \lim_{x \rightarrow a} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

문제 10) 다음 극한값을 계산하여라.

$$\text{Hint : } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 5}{x + 2} = 3$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1} = \frac{1}{2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{x^2 + x - 2} = 0$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 6x + 3}{4x - 2} = \infty$$

## 극한의 성질(2)

### 정리 11) 극한의 성질(2)

$$f(x) \leq g(x) \implies \lim_{x \rightarrow a} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

## 극한의 성질(2)

### 정리 11) 극한의 성질(2)

$$f(x) \leq g(x) \implies \lim_{x \rightarrow a} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

### 예시 12

$x > 0$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$4 - x \leq f(x) \leq \frac{4}{x}$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 를 구하여라.

위의 식의 세 변에 모두  $x \rightarrow 2$ 인 극한을 씌우면

$$\lim_{x \rightarrow 2} (4 - x) \leq \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{x}$$

$$2 \leq \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \leq 2$$

이다. 따라서

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2.$$

## 극한의 성질(2)

### 정리 11) 극한의 성질(2)

$$f(x) \leq g(x) \implies \lim_{x \rightarrow a} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

### 문제 13

모든 실수  $x$ 에 대하여

$$4x - 1 \leq f(x) \leq x^2 + 3$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 를 구하여라.

위의 식의 세 변에 모두  $x \rightarrow 2$ 인 극한을 씌우면

$$\boxed{\phantom{000}} \leq \boxed{\phantom{000}} \leq \boxed{\phantom{000}}$$

$$\boxed{\phantom{00}} \leq \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \leq \boxed{\phantom{00}}$$

이다. 따라서

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \boxed{\phantom{00}}.$$

## 극한의 성질(2)

### 정리 11) 극한의 성질(2)

$$f(x) \leq g(x) \implies \lim_{x \rightarrow a} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

### 문제 13

모든 실수  $x$ 에 대하여

$$4x - 1 \leq f(x) \leq x^2 + 3$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 를 구하여라.

위의 식의 세 변에 모두  $x \rightarrow 2$ 인 극한을 씌우면

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow 2} (4x - 1)} \leq \boxed{\lim_{x \rightarrow 2} f(x)} \leq \boxed{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 3)}$$

$$\boxed{7} \leq \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \leq \boxed{7}$$

이다. 따라서

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \boxed{7}.$$

# 목차

## 함수의 극한

함수의 그래프

좌극한과 우극한

함수의 극한

함수의 극한(무한대)

극한의 성질

## 연속

한 점에서의 연속

구간

구간에서의 연속

연속함수의 성질

최대·최소의 정리

사잇값 정리

## 한 점에서의 연속

함숫값과 극한값이 같으면 연속이다.

- ▶ 함숫값 =  $f(a)$
- ▶ 극한값 =  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

### 정의 14

함수  $f(x)$ 와 실수  $a$ 에 대하여,

$$f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

가 성립하면

함수  $f(x)$ 가  $x = a$ 에서 연속이다

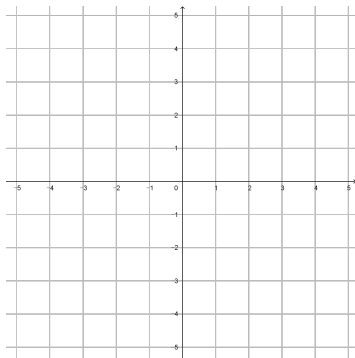
라고 말한다.



## 한 점에서의 연속

문제 15) 다음 함수의 연속성을 조사하여라.

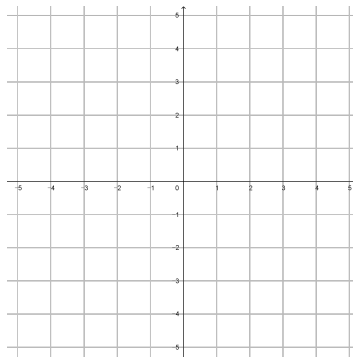
$$(1) f(x) = x + 2$$



$$f(2) = \square \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \square$$

$f(x)$ 는  $x = 2$ 에서 (연속/불연속)이다.

$$(2) f(x) = 4 - \frac{1}{2}x$$



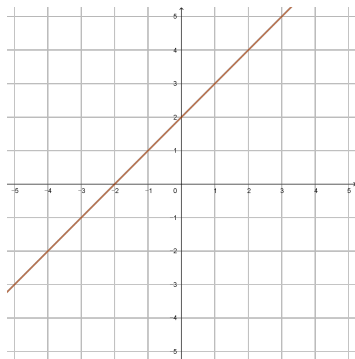
$$f(2) = \square \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \square$$

$f(x)$ 는  $x = 2$ 에서 (연속/불연속)이다.

## 한 점에서의 연속

문제 15) 다음 함수의 연속성을 조사하여라.

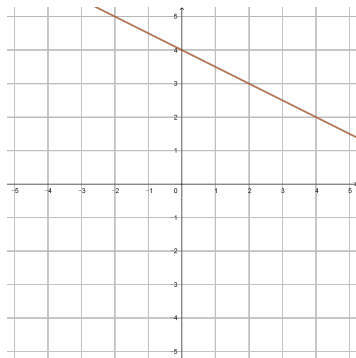
(1)  $f(x) = x + 2$



$$f(2) = \boxed{4} \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \boxed{4}$$

$f(x)$ 는  $x = 2$ 에서 (연속/불연속)이다.

(2)  $f(x) = 4 - \frac{1}{2}x$



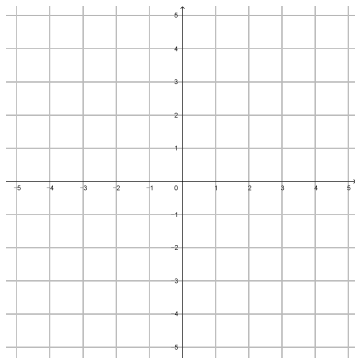
$$f(2) = \boxed{4} \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \boxed{4}$$

$f(x)$ 는  $x = 2$ 에서 (연속/불연속)이다.

## 한 점에서의 연속

문제 15) 다음 함수의 연속성을 조사하여라.

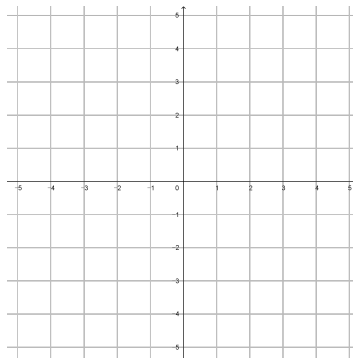
(3)  $f(x) = x^2 + 1$



$$f(-1) = \square \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \square$$

$f(x)$ 는  $x = -1$ 에서 (연속/불연속)이다.

(4)  $f(x) = -x^2 + 3$



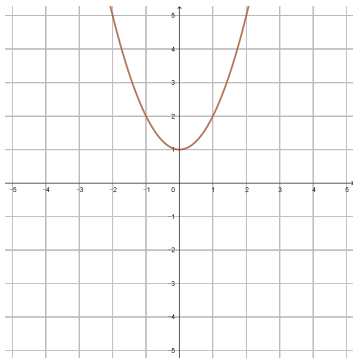
$$f(0) = \square \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \square$$

$f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 (연속/불연속)이다.

## 한 점에서의 연속

문제 15) 다음 함수의 연속성을 조사하여라.

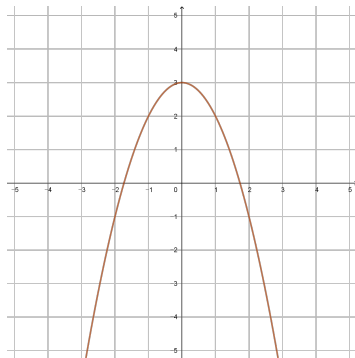
(3)  $f(x) = x^2 + 1$



$$f(-1) = \boxed{2} \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \boxed{2}$$

$f(x)$ 는  $x = -1$ 에서 (연속/불연속)이다.

(4)  $f(x) = -x^2 + 3$



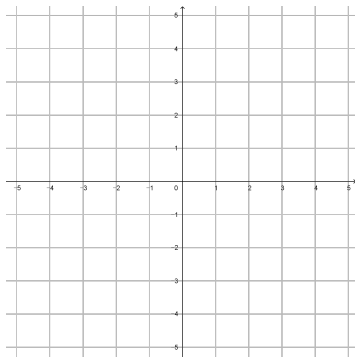
$$f(0) = \boxed{3} \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \boxed{3}$$

$f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 (연속/불연속)이다.

## 한 점에서의 연속

문제 15) 다음 함수의 연속성을 조사하여라.

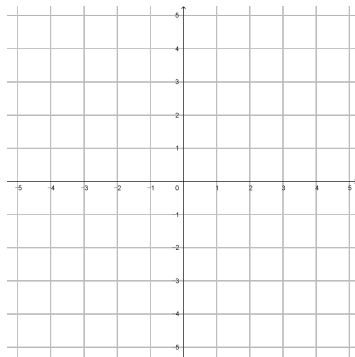
$$(5) f(x) = \begin{cases} x & (x < 2) \\ x - 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$



$$f(2) = \square \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \square$$

$f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 (연속/불연속)이다.

$$(6) f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 1) \\ -x + 3 & (x > 1) \end{cases}$$



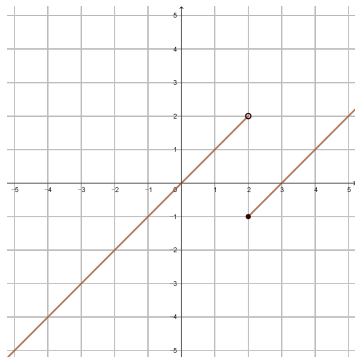
$$f(1) = \square \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \square$$

$f(x)$ 는  $x = 1$ 에서 (연속/불연속)이다.

## 한 점에서의 연속

문제 15) 다음 함수의 연속성을 조사하여라.

$$(5) f(x) = \begin{cases} x & (x < 2) \\ x - 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$

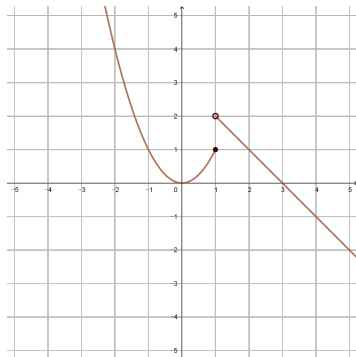


$$f(2) = \boxed{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \boxed{\times}$$

$f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 (연속/불연속)이다.

$$(6) f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 1) \\ -x + 3 & (x > 1) \end{cases}$$



$$f(1) = \boxed{1}$$

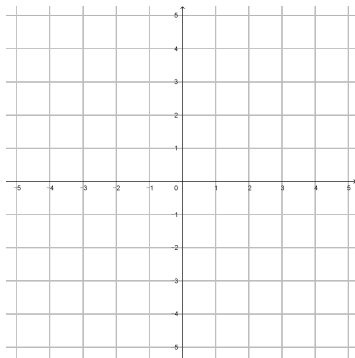
$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \boxed{\times}$$

$f(x)$ 는  $x = 1$ 에서 (연속/불연속)이다.

## 한 점에서의 연속

문제 15) 다음 함수의 연속성을 조사하여라.

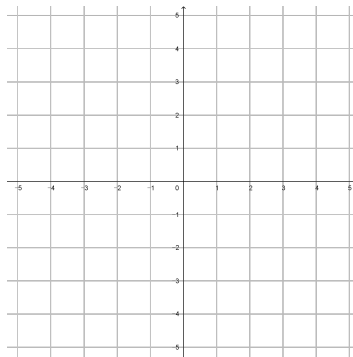
$$(7) f(x) = |x|$$



$$f(0) = \square \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \square$$

$f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 (연속/불연속)이다.

$$(8) f(x) = \frac{|x|}{x}$$



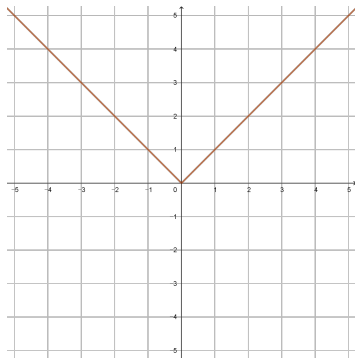
$$f(0) = \square \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \square$$

$f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 (연속/불연속)이다.

## 한 점에서의 연속

문제 15) 다음 함수의 연속성을 조사하여라.

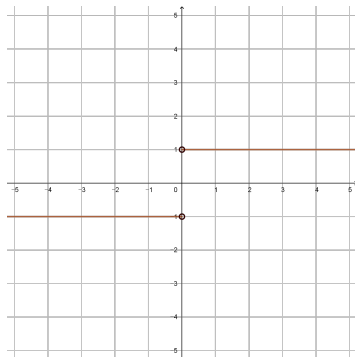
(7)  $f(x) = |x|$



$$f(0) = \boxed{0} \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \boxed{0}$$

$f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 (연속/불연속)이다.

(8)  $f(x) = \frac{|x|}{x}$



$$f(0) = \boxed{\times} \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \boxed{\times}$$

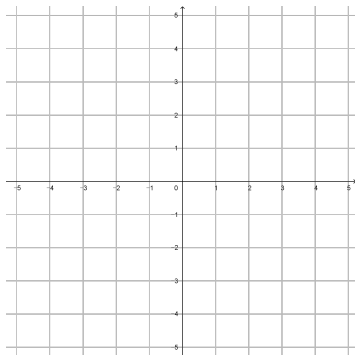
$f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 (연속/불연속)이다.



## 한 점에서의 연속

문제 15) 다음 함수의 연속성을 조사하여라.

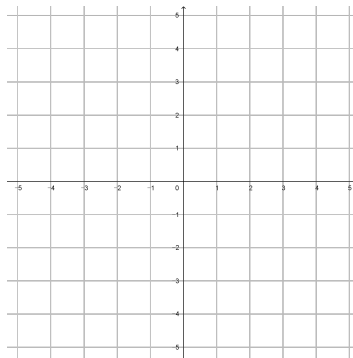
(9)  $f(x) = \frac{1}{x}$



$$f(0) = \square \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \square$$

$f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 (연속/불연속)이다.

(10)  $f(x) = \sqrt{x}$



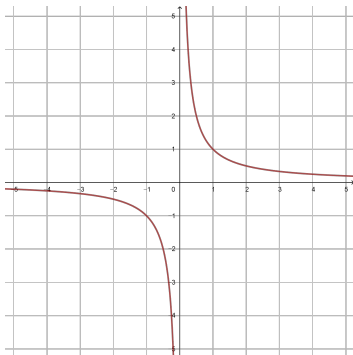
$$f(0) = \square \quad \lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \square$$

$f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 (연속/불연속)이다.

## 한 점에서의 연속

문제 15) 다음 함수의 연속성을 조사하여라.

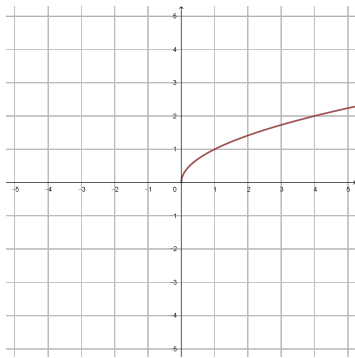
(9)  $f(x) = \frac{1}{x}$



$$f(0) = \boxed{\times} \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \boxed{\times}$$

$f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 (연속/불연속)이다.

(10)  $f(x) = \sqrt{x}$



$$f(0) = \boxed{0} \quad \lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \boxed{\times}$$

$f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 (연속/불연속)이다.

# 구간

## 정의 16) 구간

두 실수  $a, b$  ( $a < b$ )에 대하여 다음과 같은 기호를 쓴다.

$$(a, b) = \{x \mid a < x < b\} \quad \dots\dots \text{열린 구간}$$

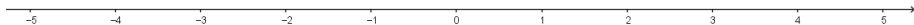
$$[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\} \quad \dots\dots \text{닫힌 구간}$$

$$[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$$

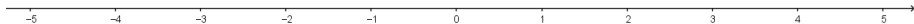
$$(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$$

문제 17) 다음 구간들을 그림으로 나타내어라.

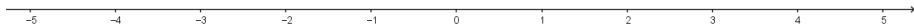
(1)  $[1, 4]$



(2)  $(-1, 3)$



(3)  $(2, 5]$



# 구간

## 정의 16) 구간

두 실수  $a, b$  ( $a < b$ )에 대하여 다음과 같은 기호를 쓴다.

$$(a, b) = \{x \mid a < x < b\} \quad \dots\dots \text{열린 구간}$$

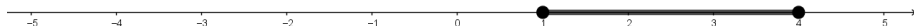
$$[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\} \quad \dots\dots \text{닫힌 구간}$$

$$[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$$

$$(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$$

문제 17) 다음 구간들을 그림으로 나타내어라.

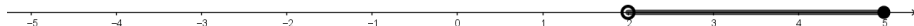
(1)  $[1, 4]$



(2)  $(-1, 3)$



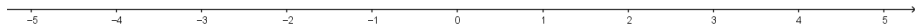
(3)  $(2, 5]$



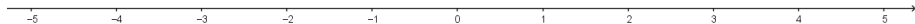
# 구간

문제 17) 다음 구간들을 그림으로 나타내어라.

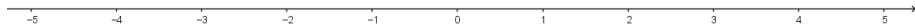
(4)  $[-3, 2)$



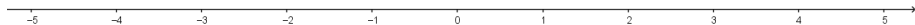
(5)  $(1, \infty)$



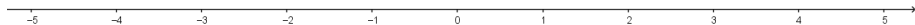
(6)  $[-2, \infty)$



(7)  $(-\infty, 3)$



(8)  $(-\infty, \infty)$



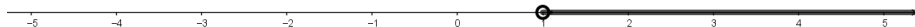
# 구간

문제 17) 다음 구간들을 그림으로 나타내어라.

(4)  $[-3, 2)$



(5)  $(1, \infty)$



(6)  $[-2, \infty)$



(7)  $(-\infty, 3)$



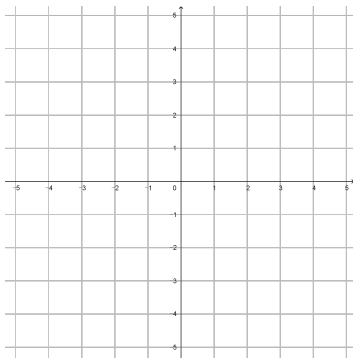
(8)  $(-\infty, \infty)$



## 구간에서의 연속

문제 18) 다음 물음에 답하여라.

(1)  $f(x) = x + 2$



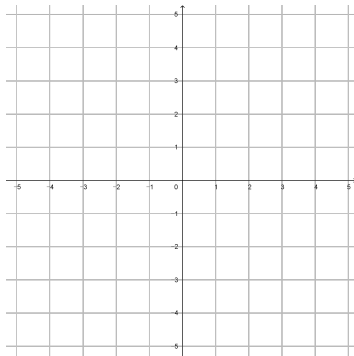
$f(x)$ 는  $x = 2$ 에서 (연속/불연속)이다.

$f(x)$ 는  $x = 3$ 에서 (연속/불연속)이다.

$f(x)$ 는  $x = 4$ 에서 (연속/불연속)이다.

$f(x)$ 는 구간  $[2, 4]$ 에서 (연속/불연속)이다.

(2)  $f(x) = 4 - \frac{1}{2}x$



$f(x)$ 는  $x = -2$ 에서 (연속/불연속)이다.

$f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 (연속/불연속)이다.

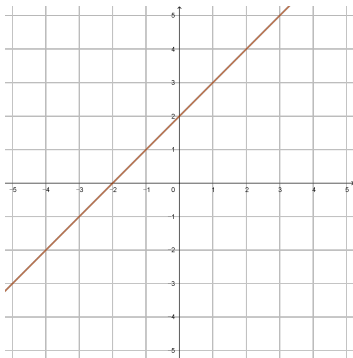
$f(x)$ 는  $x = 2$ 에서 (연속/불연속)이다.

$f(x)$ 는 구간  $(-3, 3)$ 에서 (연속/불연속)이다.

## 구간에서의 연속

문제 18) 다음 물음에 답하여라.

(1)  $f(x) = x + 2$



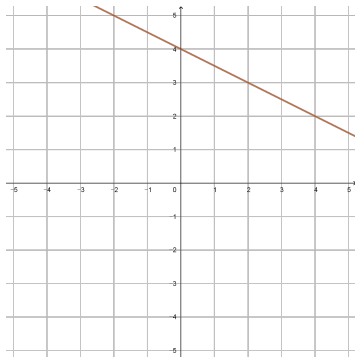
$f(x)$ 는  $x = 2$ 에서 (연속/불연속)이다.

$f(x)$ 는  $x = 3$ 에서 (연속/불연속)이다.

$f(x)$ 는  $x = 4$ 에서 (연속/불연속)이다.

$f(x)$ 는 구간  $[2, 4]$ 에서 (연속/불연속)이다.

(2)  $f(x) = 4 - \frac{1}{2}x$



$f(x)$ 는  $x = -2$ 에서 (연속/불연속)이다.

$f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 (연속/불연속)이다.

$f(x)$ 는  $x = 2$ 에서 (연속/불연속)이다.

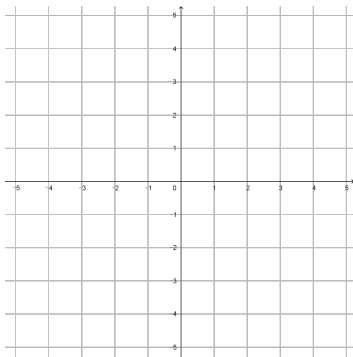
$f(x)$ 는 구간  $(-3, 3)$ 에서 (연속/불연속)이다.



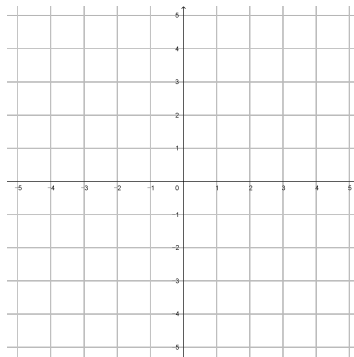
## 구간에서의 연속

문제 18) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

(3)  $f(x) = x^2 + 1$



(4)  $f(x) = -x^2 + 3$

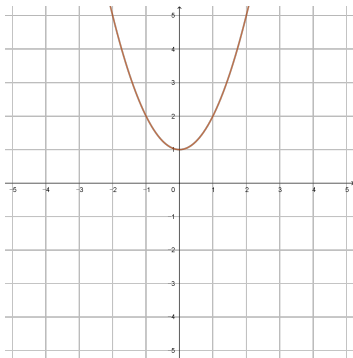


$f(x)$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.  $f(x)$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.

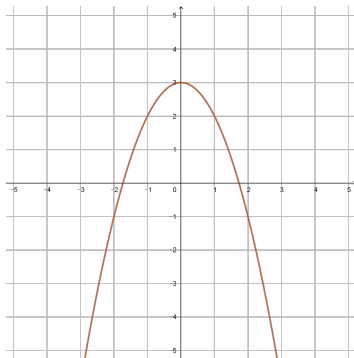
## 구간에서의 연속

문제 18) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

(3)  $f(x) = x^2 + 1$



(4)  $f(x) = -x^2 + 3$

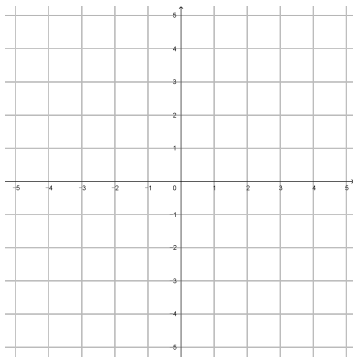


$f(x)$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.  $f(x)$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.

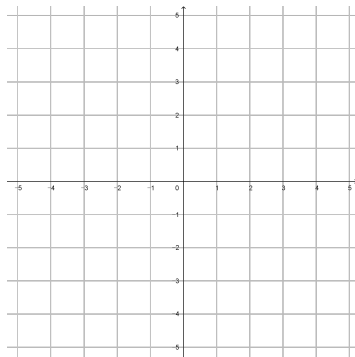
## 구간에서의 연속

문제 18) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

$$(5) f(x) = \begin{cases} x & (x < 2) \\ x - 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$



$$(6) f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 1) \\ -x + 3 & (x > 1) \end{cases}$$



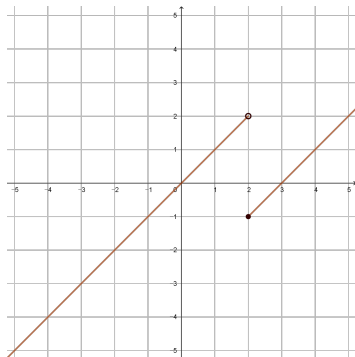
$f(x)$ 는 구간  $(-\infty, 1)$ 에서 (연속/불연속)이다.  $f(x)$ 는 구간  $[0, 2]$ 에서 (연속/불연속)이다.

$f(x)$ 는 구간  $[0, 3]$ 에서 (연속/불연속)이다.  $f(x)$ 는 구간  $[2, 4]$ 에서 (연속/불연속)이다.

## 구간에서의 연속

문제 18) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

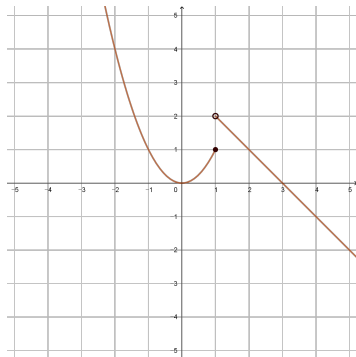
$$(5) f(x) = \begin{cases} x & (x < 2) \\ x - 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$



$f(x)$ 는 구간  $(-\infty, 1)$ 에서 (연속/불연속)이다.

$f(x)$ 는 구간  $[0, 3]$ 에서 (연속/불연속)이다.

$$(6) f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 1) \\ -x + 3 & (x > 1) \end{cases}$$



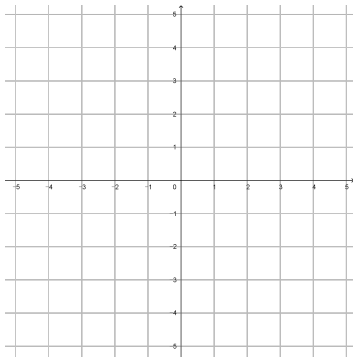
$f(x)$ 는 구간  $[0, 2]$ 에서 (연속/불연속)이다.

$f(x)$ 는 구간  $[2, 4]$ 에서 (연속/불연속)이다.

## 구간에서의 연속

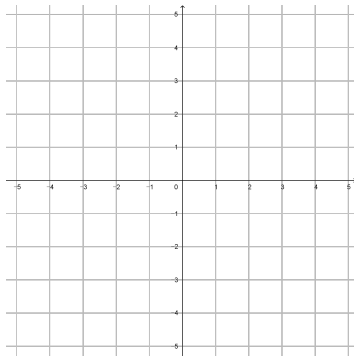
문제 18) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

(7)  $f(x) = |x|$



$f(x)$ 는 구간 에서 연속이다.

(8)  $f(x) = \frac{|x|}{x}$



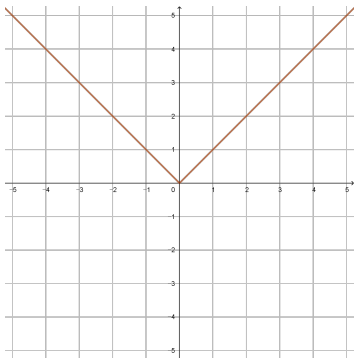
$f(x)$ 는 구간  $(-2, 2)$ 에서 (연속/불연속)이다.

$f(x)$ 는 구간  $[2, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.

## 구간에서의 연속

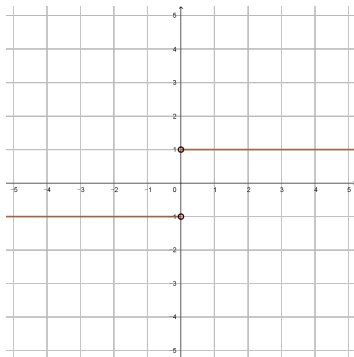
문제 18) 다음 함수의 극한값을 계산하여라.

(7)  $f(x) = |x|$



$f(x)$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 연속이다.

(8)  $f(x) = \frac{|x|}{x}$



$f(x)$ 는 구간  $(-2, 2)$ 에서 (연속/불연속)이다.

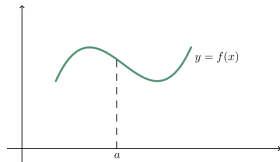
$f(x)$ 는 구간  $[2, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.

# 연속함수의 성질

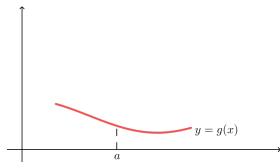
## 정리 19

함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 가  $x = a$ 에서 연속이면

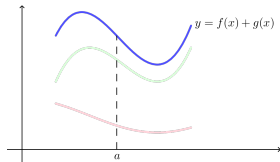
- (1)  $kf(x)$ 도  $x = a$ 에서 연속이다.
- (2)  $f(x) + g(x)$ 도  $x = a$ 에서 연속이다.
- (3)  $f(x) - g(x)$ 도  $x = a$ 에서 연속이다.
- (4)  $f(x)g(x)$ 도  $x = a$ 에서 연속이다.
- (5)  $\frac{f(x)}{g(x)}$ 도  $x = a$ 에서 연속이다. (단,  $g(x) \neq 0$ )



+



||



## 연속함수의 성질

### 문제 20

- (1)  $y = 2x$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (2)  $y = 4$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (3)  $y = 2x - 4$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (4)  $y = x^2$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (5)  $y = 4x$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (6)  $y = 3$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (7)  $y = x^2 - 4x + 3$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (8)  $y = \frac{x^2-4x+3}{2x-4}$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (9)  $y = \frac{x^2-4x+3}{2x-4}$ 는 점  $x = \square$ 에서 불연속이다.
- (10)  $y = \frac{x^2-4x+3}{2x-4}$ 는 구간  $\square$ ,  $\square$ 에서 연속이다.
- (11)  $y = \frac{2x-4}{x^2-4x+3}$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (12)  $y = \frac{2x-4}{x^2-4x+3}$ 는 점  $x = \square$ ,  $x = \square$ 에서 불연속이다.
- (13)  $y = \frac{2x-4}{x^2-4x+3}$ 는 구간  $\square$ ,  $\square$ ,  $\square$ 에서 연속이다.



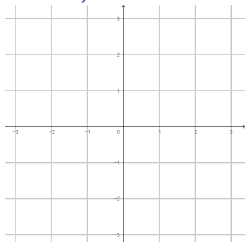
## 연속함수의 성질

### 문제 20

- (1)  $y = 2x$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (2)  $y = 4$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (3)  $y = 2x - 4$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (4)  $y = x^2$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (5)  $y = 4x$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (6)  $y = 3$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (7)  $y = x^2 - 4x + 3$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (8)  $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{2x - 4}$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (9)  $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{2x - 4}$ 는 점  $x = \boxed{2}$ 에서 불연속이다.
- (10)  $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{2x - 4}$ 는 구간  $\boxed{(-\infty, 2)}$ ,  $\boxed{(2, \infty)}$ 에서 연속이다.
- (11)  $y = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 3}$ 는 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 (연속/불연속)이다.
- (12)  $y = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 3}$ 는 점  $x = \boxed{1}$ ,  $x = \boxed{3}$ 에서 불연속이다.
- (13)  $y = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 3}$ 는 구간  $\boxed{(-\infty, 1)}$ ,  $\boxed{(1, 3)}$ ,  $\boxed{(3, \infty)}$ 에서 연속이다.

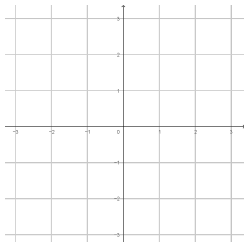
# 최대·최소의 정리

문제 21) 다음 함수들의 최댓값과 최솟값을 구하여라..



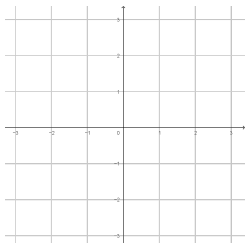
최댓값 :   
최솟값 :

(1)  $y = x^2 - 1$   $[-1, 2]$



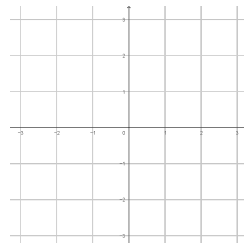
최댓값 :   
최솟값 :

(2)  $y = x^2 - 1$   $(-1, 2)$



최댓값 :   
최솟값 :

(3)  $y = -2x + 3$   $[0, 3]$

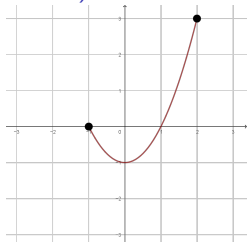


최댓값 :   
최솟값 :

(4)  $y = -2x + 3$   $(0, 3)$

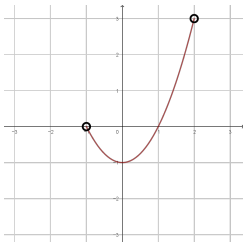
# 최대·최소의 정리

문제 21) 다음 함수들의 최댓값과 최솟값을 구하여라..



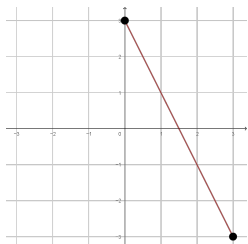
최댓값 :   
최솟값 :

(1)  $y = x^2 - 1$   $[-1, 2]$



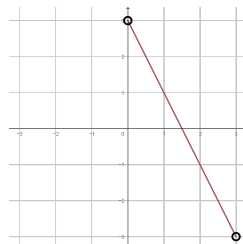
최댓값 :   
최솟값 :

(2)  $y = x^2 - 1$   $(-1, 2)$



최댓값 :   
최솟값 :

(3)  $y = -2x + 3$   $[0, 3]$

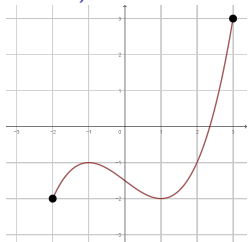


최댓값 :   
최솟값 :

(4)  $y = -2x + 3$   $(0, 3)$

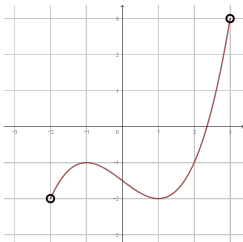
# 최대·최소의 정리

문제 22) 다음 함수들의 최댓값과 최솟값을 구하여라..



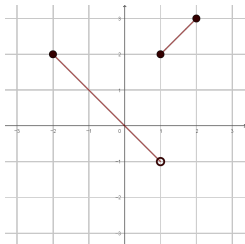
최댓값 :   
최솟값 :

(5)  $y = \frac{1}{4} (x^3 - 3x - 6)$   $[-2, 3]$



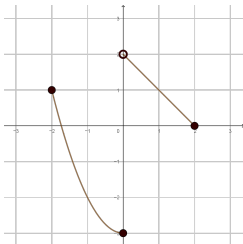
최댓값 :   
최솟값 :

(6)  $y = \frac{1}{4} (x^3 - 3x - 6)$   $(-2, 3)$



최댓값 :   
최솟값 :

(7)  $y = \begin{cases} -x & (x < 1) \\ x + 1 & (x \geq 1) \end{cases}$   $[-3, 2]$

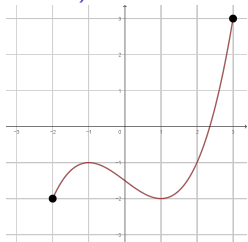


최댓값 :   
최솟값 :

(8)  $y = \begin{cases} x^2 - 3 & (x \leq 0) \\ -x + 2 & (x > 0) \end{cases}$   $[-2, 2]$

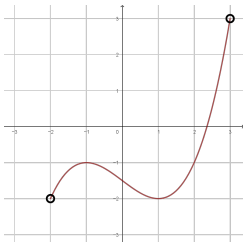
## 최대·최소의 정리

문제 22) 다음 함수들의 최댓값과 최솟값을 구하여라..



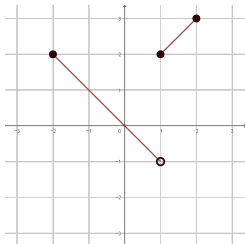
최댓값 : 3  
최솟값 : -2

(5)  $y = \frac{1}{4} (x^3 - 3x - 6)$   $[-2, 3]$



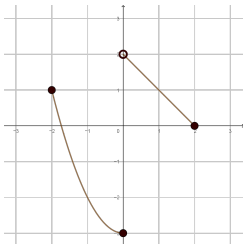
최댓값 : ×  
최솟값 : -2

(6)  $y = \frac{1}{4} (x^3 - 3x - 6)$   $(-2, 3)$



최댓값 : 3  
최솟값 : ×

(7)  $y = \begin{cases} -x & (x < 1) \\ x + 1 & (x \geq 1) \end{cases}$   $[-3, 2]$



최댓값 : ×  
최솟값 : -3

(8)  $y = \begin{cases} x^2 - 3 & (x \leq 0) \\ -x + 2 & (x > 0) \end{cases}$   $[-2, 2]$

## 최대·최소의 정리

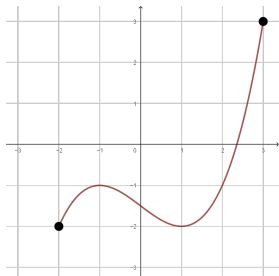
### 정리 23) 최대 · 최소의 정리

함수  $f(x)$ 가 닫힌 구간  $[a, b]$ 에서 연속이면,  $f(x)$ 는 이 구간에서 최댓값과 최솟값을 가진다.

# 최대·최소의 정리

## 정리 23) 최대·최소의 정리

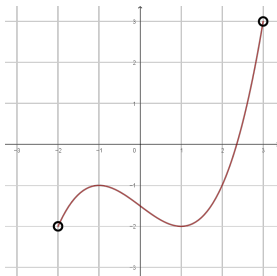
함수  $f(x)$ 가 닫힌 구간  $[a, b]$ 에서 연속이면,  $f(x)$ 는 이 구간에서 최댓값과 최솟값을 가진다.



닫힌구간

연속

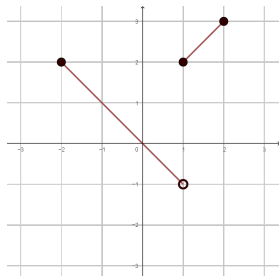
최대·최소 존재 O



열린구간

연속

최대·최소 존재 X



닫힌구간

불연속

최대·최소 존재 X

# 사잇값 정리

## 정리 24) 사잇값 정리

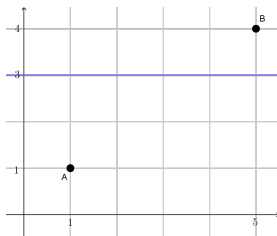
함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속이고  $f(a) < k < f(b)$ 이면

$$f(c) = k$$

를 만족시키는 실수  $c$ 가 적어도 하나 존재한다. (단,  $a < c < b$ )

## 예시 25

다음 그림은  $a = 1$ ,  $b = 5$ ,  $f(a) = 1$ ,  $f(b) = 4$ ,  $k = 3$ 인 상황이다.

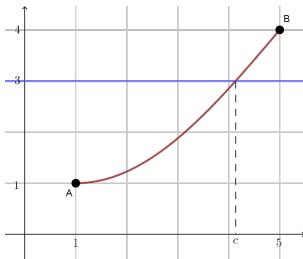
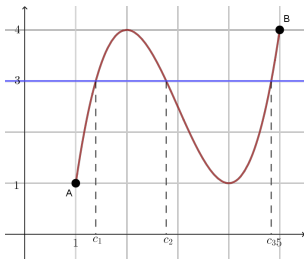
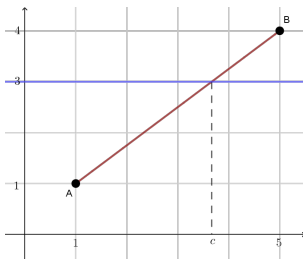
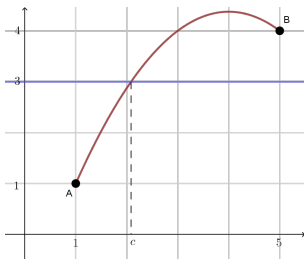


두 점  $A(1, 1)$ ,  $B(5, 4)$ 를 연속적으로 이어서 함수  $y = f(x)$ 를 만들고, 그때의  $c$ 값을 표시하여라.



## 사잇값 정리

두 점  $A$ 와  $B$ 를 연속적으로 이어서  $y = f(x)$ 의 그래프를 그리면, 반드시 파란 선 ( $y = 3$ )과 만난다.  
이 만나는 점의  $x$ 좌표가  $c$ 의 값이 된다.



## 사잇값 정리

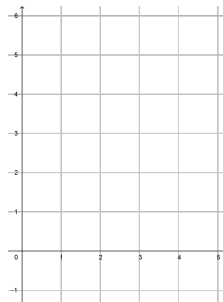
### 문제 26

실수 전체에서 연속인 함수  $f(x)$ 에 대하여

$$f(2) = 1, f(3) = 5, f(5) = 3 \text{ 일 때,}$$

다음 중 옳은 것을 골라라.

- ㄱ.  $f(x) = 2$ 를 만족시키는  $x$ 가 적어도 하나 존재한다.
- ㄴ.  $f(x) = 4$ 를 만족시키는  $x$ 가 두 개 이상 존재한다.
- ㄷ. 방정식  $f(x) = -1$ 의 해가 적어도 하나 존재한다.



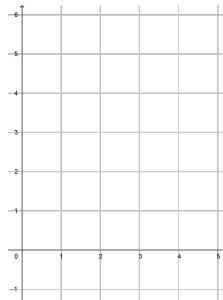
### 문제 27

실수 전체에서 연속인 함수  $f(x)$ 에 대하여

$$f(1) = 3, f(3) = -1, f(5) = 1 \text{ 일 때,}$$

다음 중 옳은 것을 골라라.

- ㄱ.  $f(x) = 2$ 를 만족시키는  $x$ 가 적어도 하나 존재한다.
- ㄴ.  $f(x) = 4$ 를 만족시키는  $x$ 가 적어도 하나 존재한다.
- ㄷ. 방정식  $f(x) = 0$ 의 해가 적어도 두 개 이상 존재한다.



## 사잇값 정리

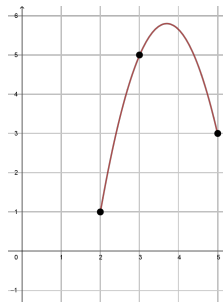
### 문제 26

실수 전체에서 연속인 함수  $f(x)$ 에 대하여

$$f(2) = 1, f(3) = 5, f(5) = 3 \text{ 일 때,}$$

다음 중 옳은 것을 골라라.

- ㉠.  $f(x) = 2$ 를 만족시키는  $x$ 가 적어도 하나 존재한다.
- ㉡.  $f(x) = 4$ 를 만족시키는  $x$ 가 두 개 이상 존재한다.
- ㉢. 방정식  $f(x) = -1$ 의 해가 적어도 하나 존재한다.



### 문제 27

실수 전체에서 연속인 함수  $f(x)$ 에 대하여

$$f(1) = 3, f(3) = -1, f(5) = 1 \text{ 일 때,}$$

다음 중 옳은 것을 골라라.

- ㉠.  $f(x) = 2$ 를 만족시키는  $x$ 가 적어도 하나 존재한다.
- ㉡.  $f(x) = 4$ 를 만족시키는  $x$ 가 적어도 하나 존재한다.
- ㉢. 방정식  $f(x) = 0$ 의 해가 적어도 두 개 이상 존재한다.

