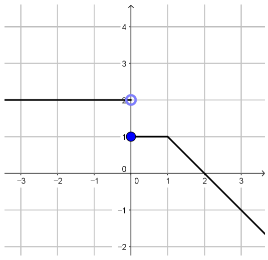
준영, 미니테스트 14

날짜 : 2017년 $\square$ 월 $\square$ 일 $\square$ 요일 ,　　제한시간 : $\square$ 분 ,　　점수 : $\square$ / $\square$

문제 1)



함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그래프와 같을 때,
다음 <보기> 중 옳은 것을 골라라.

<보기>

ㄱ. $f(x)$ 는 두 곳에서 불연속이다.

ㄴ. $f(x)$ 는 두 곳에서 미분 불가능하다.

ㄷ. $f(x)$ 는 $x = 1$ 에서 미분가능하다.

ㄹ. $xf(x)$ 는 $x = 0$ 에서 미분가능하다.

ㅁ. $x^2 f(x)$ 는 $x = 0$ 에서 미분가능하다.

문제 2)

함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (x \geq 1) \\ ax + b & (x < 1) \end{cases}$ 가 실수 전체에서 미분가능할 때, 상수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

문제 3)

다음 두 과정을 따라 포물선 $y = x^2 + 4x + 2$ 위의 점 $(1, 7)$ 에서의 접선의 방정식을 구하여라.

$\boxed{\text{과정1 : 수학1에서의 방법}}$

(1) 이 접선의 기울기를 m 이라고 할 때, 이 접선 l 은 기울기가 m 이고 $(1, 7)$ 를 지나는 직선이므로

$$\begin{aligned} l : y &= m(x - \square) + \square \\ &= \square x + \square \end{aligned}$$

(2) 직선 l 과 포물선이 접하므로, 직선 l 과 포물선은 $\square$ 개의 점에서 만난다. 그러므로 다음 연립방정식

$$\begin{cases} y = x^2 + 4x + 2 \\ y = \square x + \square \end{cases}$$

은 $\square$ 개의 근을 가진다. 연립방정식을 풀어보면,

$$x^2 + 4x + 2 = \square x + \square$$

$$x^2 + \square x + \square = 0$$

(3) 이 이차방정식이 중근을 가져야 한다. 따라서 $D = 0$이다.

$$D = \boxed{}^2 - 4\boxed{} = 0$$
$$m^2 - \boxed{}m + 36 = 0$$
$$m = \boxed{}$$

(4) 따라서 구하는 접선 l의 방정식은

$$l : y = \boxed{}x + 1$$

과정2 : 미적분1에서의 방법

(1) $f(x)$를 $f(x) = x^2 + 4x + 2$라고 하자. 도함수인 $f'(x)$를 계산하면

$$f'(x) = \boxed{}$$

(2) $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$에서의 기울기는 $f'(1)$인데 이것을 계산하면

$$f'(1) = \boxed{}$$

(3) 따라서 접선 l은 $(\boxed{}, \boxed{})$을 지나고 기울기가 $\boxed{}$인 직선이다;

$$l : y = \boxed{}(x - \boxed{}) + \boxed{}$$
$$l : y = 6x + \boxed{}$$

문제 4)

다음 두 과정을 따라 기울기가 2인 포물선 $y = x^2 + 4x + 2$의 접선의 방정식을 구하여라.

과정1 : 수학1에서의 방법

(1) 이 접선의 y절편을 n이라고 하면, 이 접선 l은 기울기가 2이고 y절편이 n인 직선이므로

$$y = 2x + n$$

로 놓을 수 있다.

(2) 직선 l과 포물선이 접하므로, 직선 l과 포물선은 $\boxed{}$개의 점에서 만난다. 그러므로 다음 연립방정식

$$\begin{cases} y = x^2 + 4x + 2 \\ y = 2x + n \end{cases}$$

은 $\boxed{}$개의 근을 가진다. 연립방정식을 풀어보면,

$$x^2 + 4x + 2 = 2x + n$$

$$x^2 + \boxed{}x + \boxed{} = 0$$

(3) 이 이차방정식이 중근을 가져야 한다. 따라서 $D=0$이다.

$$D = \boxed{}^2 - 4\boxed{} = 0$$
$$n = \boxed{}$$

(4) 따라서 구하는 접선 l의 방정식은

$$l : y = \boxed{}x + 1$$

과정2 : 미적분1에서의 방법

(1) $f(x)$를 $f(x) = x^2 + 4x + 2$라고 하자. 도함수인 $f'(x)$를 계산하면

$$f'(x) = \boxed{}$$

(2) 이 접선의 접점을 $(t, f(t))$라고 하면, 이 접선의 기울기는 $f'(t)$이다. 이것이 $\boxed{}$와 같아야 하므로

$$f'(t) = \boxed{}$$

$$2t + 4 = 2$$

$$t = -1$$

(3) 따라서 접선 l은 $(\boxed{}, \boxed{})$을 지나고 기울기가 $\boxed{}$인 직선이다;

$$l : y = \boxed{}(x - \boxed{}) + \boxed{}$$
$$l : y = 2x + \boxed{}$$

문제 5)

다음 두 과정을 따라 포물선 $y = x^2 + 4x + 2$ 밖의 한 점 $(0, 1)$에서 그은 접선의 방정식을 모두 구하여라.

과정1 : 수학1에서의 방법

(1) 이 접선의 기울기를 m이라고 할 때, 이 접선 l은 기울기가 m이고 $(0, 1)$를 지나는 직선이므로

$$l : y = m(x - \boxed{}) + \boxed{}$$
$$= \boxed{}x + \boxed{}$$

(2) 직선 l과 포물선이 접하므로, 직선 l과 포물선은 $\boxed{}$개의 점에서 만난다. 그러므로 다음 연립방정식

$$\begin{cases} y = x^2 + 4x + 2 \\ y = \boxed{}x + \boxed{} \end{cases}$$

은 $\boxed{}$개의 근을 가진다. 연립방정식을 풀어보면,

$$x^2 + 4x + 2 = \boxed{}x + \boxed{}$$

$$x^2 + \boxed{}x + \boxed{} = 0$$

(3) 이 이차방정식이 중근을 가져야 한다. 따라서 $D = 0$ 이다.

$$D = \boxed{}^2 - 4\boxed{} = 0$$

$$m^2 - \boxed{}m + 12 = 0$$

$$m = \boxed{}, \qquad m = \boxed{}$$

(4) 따라서 구하는 접선은 $\boxed{}$ 이고, 이 접선들을 각각 l_1, l_2 라고 하면

$$l_1 : y = 2x + \boxed{}, \qquad l_2 : y = 6x + \boxed{}$$

$\boxed{\text{과정2 : 미적분1에서의 방법}}$

(1) $f(x)$ 를 $f(x) = x^2 + 4x + 2$ 라고 하자. 도함수인 $f'(x)$ 를 계산하면

$$f'(x) = \boxed{}$$

(2) 이 접선의 접점을 $(t, f(t))$ 라고 하면, 이 접선은 $(t, f(t))$ 를 지나고 기울기가 $f'(t)$ 인 직선이다. 따라서

$$l : y = f'(t)(x - t) + f(t)$$

$$l : y = \boxed{}(x - t) + \boxed{} \qquad (*)$$

이다. 이 직선이 $(0, 1)$ 을 지나야 하므로

$$\boxed{} = \boxed{}(\boxed{} - t) + \boxed{}$$

$$t^2 = \boxed{}$$

$$t = \boxed{}, \qquad t = \boxed{}$$

(3) $t = \boxed{}$ 일 때의 직선을 l_1, $t = 1$ 일 때의 직선을 l_2 라고 하면, $(*)$ 로부터

$$l_1 : y = \boxed{}(x - \boxed{}) + \boxed{}$$
$$l_1 : y = \boxed{}x + 1$$

$$l_1 : y = \boxed{}(x - \boxed{}) + \boxed{}$$
$$l_1 : y = \boxed{}x + 1$$

문제 6)

문제 3–5에서의 접선들과 $y = x^2 + 4x + 2$ 의 그래프를 오른쪽 모눈에 모두 그리시오.