수학 I : 02 로그

2018년 11월 22일

차 례

차	례	1
	로그의 뜻	
	로그의 성질	
	상용로그	
	상용로그의 활용	
	답	18
*	요약	20

1 로그의 뜻

문제 1) 다음 등식을 만족시키는 x의 값을 각각 구하여라.

- (1) $2^x = 8$
- (2) $2^x = \frac{1}{2}$
- (3) $2^x = 1$
- (4) $2^x = 2\sqrt{2}$

예시 2) 등식 $2^x = 7$ 를 만족시키는 x는 어떤 값인지 알아보자. 계산기를 사용해 계산하면,

$$2^2=4$$
 이고 $2^3=8$ 이므로 $2< x<3$ 이다.
$$2^{2.8}=6.964\cdots$$
이고 $2^{2.9}=7.464\cdots$ 이므로 $2.8< x<2.9$ 이다.
$$2^{2.80}=6.964\cdots$$
이고 $2^{2.81}=7.012\cdots$ 이므로 $2.80< x<2.81$ 이다.
$$2^{2.807}=6.998\cdots$$
이고 $2^{2.808}=7.003\cdots$ 이므로 $2.807< x<2.808$ 이다.

따라서, $x = 2.807 \cdots$ 이다. 이 값 $x = \log_2 7$ 로 표시한다.

$$2^x = 7 \qquad \iff \qquad x = \log_2 7$$

위의 계산에서 $\log_2 7$ 을 소수점 둘째자리까지 구하면,

$$\log_2 7 \approx 2.81$$

인 것이다.

문제 3) 등식 $3^x = 5$ 를 만족시키는 x의 값을 로그로 표시하고, 소수점 둘째자리까지 구하여라(계산기).

정의 4) 로그의 정의

 $a > 0, a \neq 1, N > 0$ 일 때,

$$a^x = N \qquad \iff \qquad x = \log_a N$$

이때 a를 \mathbb{Q} , N을 \mathbb{Q} 수 라고 부른다.

예시 5) 다음 등식들을 만족시키는 x의 값을 생각해보자.

$$(1) 2^x = -7$$

$$(2) (\frac{1}{2})^x = 7$$

$$(3) (-2)^x = 7$$

$$(4) 1^x = 7$$

(5)
$$1^x = 1$$

(6)
$$0^x = 7$$

- (1) $2^x > 0$ 이므로 (1)을 만족시키는 실수 x는 존재하지 않는다.
- (2) $(\frac{1}{2})^x = (2^{-1})^x = 2^{-x}$ 이다. $2^{-x} = 7$ 에서 $-x = 2.807 \cdots$ 이다. 따라 서 $x = -2.807 \cdots$ 이다.
- (3) x는 정수가 아니다. 정수가 아닌 지수가 정의되려면 밑은 음수여야 하는데 이 경우에 밑은 -2이다. 따라서 위 등식을 만족시키는 x는 존재하지 않는다.
- (4) $1^x = 1$ 이므로 위 등식을 만족시키는 x는 존재하지 않는다.
- (5) x의 값에 관계없이 $1^x = 1$ 이 성립하므로 x는 모든 실수가 가능하다.
- (6) $0^x = 0$ 이므로 위 등식을 만족시키는 x는 존재하지 않는다.

위의 예시에서 보듯 $a \le 0$, a = 1, $N \le 0$ 이면 $a^x = N$ 를 만족시키는 x의 값이 존재하지 않거나 유일하지 않다. 한편, a > 0, $a \ne 1$ 이고 N > 0이면 x의 값은 유일하게 하나 존재한다는 것이 알려져 있다.

문제 6) 다음 등식들을 만족시키는 x의 값을 소수점 둘째자리까지 구하여라.

(1)
$$3^x = \frac{1}{5}$$

(2)
$$9^x = 5$$

예시 7)

- (1) $2^3 = 8$ 을 로그를 사용하여 나타내어라.
- (2) $-2 = \log_3 \frac{1}{9}$ 를 $a^x = N$ 의 꼴로 나타내어라.

답: (1)
$$3 = \log_2 8$$
 (2) $3^{-2} = \frac{1}{9}$

$$(2) \ 3^{-2} = \frac{1}{2}$$

문제 8) 다음 등식을 로그를 사용하여 나타내어라.

$$(1) 5^3 = 125$$

(2)
$$3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

문제 9) 다음 등식을 $a^x = N$ 의 꼴로 나타내어라.

$$(1)\,\log_3 1 = 0$$

(2)
$$\log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$$

예시 10) $\log_{\frac{1}{2}} 27$ 의 값을 구하여라.

 $x = \log_{\frac{1}{3}} 27$ 로 두면 $(\frac{1}{3})^x = 27$ 이다.

$$(3^{-1})^x = 3^3, 3^{-x} = 3^3$$
에서 $-x = 3, x = -3$ 이다.

답: -3

문제 11) 다음 값을 구하여라.

- $(1) \log_5 25$
- (2) $\log_7 \frac{1}{49}$ (3) $\log_{\frac{1}{4}} 8$

예시 12) 다음 등식을 만족시키는 N, a의 값을 각각 구하여라.

$$(1)\,\log_2 N = -5$$

(2)
$$\log_a 81 = 4$$

- (1) $N = 2^{-5}$ 이므로 $N = \frac{1}{32}$.
- (2) $a^4=81$ 이다. $a^4-81=0$, (a+3)(a-3)(a+3i)(a-3i)=0에서 $a=\pm 3, \pm 3i$ 이다. 이때, a>0, $a\ne 1$ 이므로 a=3이다.

답: (1)
$$N = \frac{1}{32}$$
 (2) $a = 3$

문제 13) 다음 빈 칸에 알맞은 수를 넣어라.

- $(1) \log_3 \square = 3$
- (2) $\log_8 \Box = \frac{1}{6}$
- (3) $\log_{\frac{2}{3}} \Box = -2$
- (4) $\log_{\square} 64 = 3$
- (5) $\log_{\square} 25 = 2$
- $(6) \log_2(\log_3\square) = 2$

2 로그의 성질

예시 14)

(1) $3^0 = 1$ 이고 $(\frac{1}{5})^0 = 1$ 이다. 따라서

$$\log_3 1 = 0$$

$$\log_{\frac{1}{5}} 1 = 0$$

한편, $3^1 = 3$ 이고 $(\frac{1}{5})^1 = \frac{1}{5}$ 이다. 따라서

$$\log_3 3 = 1$$

$$\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{5} = 1$$

(2) $\log_2 8 = 3$, $\log_2 4 = 2$, $\log_2 32 = 5$ 이다. 3 + 2 = 5에서

$$\log_2 8 + \log_2 4 = \log_2 32$$

(3) 또, $\log_2 2 = 1$ 이므로 3 - 2 = 1에서

$$\log_2 8 - \log_2 4 = \log_2 2$$

(4) $\log_2 32 = 5$, $\log_2 2 = 1$ 이므로

$$\log_2 2^5 = 5\log_2 2$$

정의 15) 로그의 성질(1)

a>0, $a \neq 1$, M>0, N>0일 때,

- (a) $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$
- (b) $\log_a M + \log_a N = \log_a MN$
- (c) $\log_a M \log_a N = \log_a \frac{M}{N}$
- (d) $\log_a M^k = k \log_a M$ (단, k는 실수)

문제 16) 다음은 위의 정리를 증명하는 과정이다. 빈 칸을 완성하여라.

- (a) $a^{(7)}=1$ 이고 $a^1=a$ 이다. 따라서 $\log_a 1=$ (7)이고 $\log_a a=1$ 이다.
- (b) $\log_a M = m$, $\log_a N = n$ 이라고 하면,

$$a^m = M, \quad a^n = N \tag{*}$$

이다. 두 식을 곱하면

$$MN = a^m \times a^n = a^{m+n}$$

이다. 따라서

$$m + n = \log_a MN$$

이고, (b)가 성립한다.

(c) (*)의 두 식을 나누면

$$\frac{M}{N} = \frac{a^m}{a^n} = a^{\text{(L+)}}$$

이다. 따라서

$$\boxed{(\mbox{$\mbox{}\mbox{$\mbo$$

이고, (c)가 성립한다.

(d) (*)의 첫번째식의 양변을 k제곱하면,

$$(a^m)^k = M^k$$

$$a^{\text{\tiny [th)}}=M^k$$

이다. 따라서 $(\Gamma) = \log_a M^k$ 이고 (d)가 성립한다.

예시 17) 다음 식을 간단히 하시오.

(1)
$$\log_6 12 + \log_6 3$$

(2)
$$\log_3 \sqrt{27}$$

(3)
$$\log_2 3 - 2 \log_2 \sqrt{6}$$

(4)
$$\log_{10} \sqrt{5} + \frac{1}{2} \log_{10} 2$$

(1)
$$\log_6 12 + \log_6 3 \stackrel{(b)}{=} \log_6 36 = 2$$

(2)
$$\log_3 \sqrt{27} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} \stackrel{(d)}{=} \frac{3}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2}$$

(3)
$$\log_2 3 - 2\log_2 \sqrt{6} \stackrel{(d)}{=} \log_2 3 - \log_2 6 \stackrel{(b)}{=} \log_2 \frac{1}{2} = -1$$

(4)
$$\log_{10} \sqrt{5} + \frac{1}{2} \log_{10} 2 \stackrel{(d)}{=} \log_{10} \sqrt{5} + \log_{10} \sqrt{2} \stackrel{(b)}{=} \log_{10} \sqrt{10} = \frac{1}{2}$$

문제 18) 다음 식을 간단히 하시오.

(1)
$$\log_3 \sqrt[3]{81}$$

(2)
$$\log_7 98 - \log_7 2$$

(3)
$$\log_{\frac{2}{3}} 27 - \log_{\frac{2}{3}} 8$$

$$(4) \ \log_3 \frac{\sqrt{3}}{5} + \log_3 45$$

(5)
$$\log_2 12 + \log_2 6 - 2\log_2 3$$

(6)
$$\frac{1}{2}\log_3\frac{9}{5} + \log_3\sqrt{5}$$

문제 19) $\log_5 2 = a$, $\log_5 3 = b$ 라고 할 때, 다음을 a와 b로 나타내어라.

(1)
$$\log_5 18 = \log_5(2 \times 3^2) = \log_5 2 + 2\log_5 3 = a + 2b$$

$$(2)~\log_5 60$$

(3)
$$\log_5 \frac{8}{9}$$

(4)
$$\log_5 \sqrt{1000}$$

문제 20) 다음 값들을 구하여라.

$$(1) \log_{16} 256$$

(2)
$$\frac{\log_2 256}{\log_2 16}$$
 (3) $\frac{\log_4 256}{\log_4 16}$

$$(3) \frac{\log_4 256}{\log_4 16}$$

예시 21)

(1) 위의 문제에서의 세 값은 서로 같다. 즉,

$$\log_{16} 256 = \frac{\log_2 256}{\log_2 16} \qquad \log_{16} 256 = \frac{\log_4 256}{\log_4 16}$$

$$\log_{16} 256 = \frac{\log_4 256}{\log_4 16}$$

이다. $\log_{16} 256$ 의 밑은 16이었지만, 밑을 2로 변환할 수 있고 4로도 변환할 수 있는 것이다. 일반적으로는 다음 공식이 성립한다.

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \tag{*}$$

이것을 '밑의 변환 공식'이라고 부른다.

(2) 밑의 변환 공식을 이용하여 $\log_2 3$ 과 $\log_3 2$ 를 곱해보자. 밑을 5로 통일하면,

$$\log_2 3 \stackrel{(*)}{=} \frac{\log_5 3}{\log_5 2}, \quad \log_3 2 \stackrel{(*)}{=} \frac{\log_5 2}{\log_5 3}$$

이다. 따라서

$$\log_2 3 \times \log_3 2 = \frac{\log_5 3}{\log_5 2} \times \frac{\log_5 2}{\log_5 3} = 1$$

즉 $\log_2 3$ 과 $\log_3 2$ 는 서로 역수관계이다.

$$\log_2 3 = \frac{1}{\log_3 2}$$

(3) 한편 밑의 변환 공식을 두 번 적용하여 다음과 같은 계산을 할 수도 있다.

$$\log_8 25 \stackrel{(*)}{=} \frac{\log_7 25}{\log_7 8} = \frac{2\log_7 5}{3\log_7 2} \stackrel{(*)}{=} \frac{2}{3}\log_2 5$$

따라서

$$\log_{2^3} 5^2 = \frac{2}{3} \log_2 5$$

정리 22) 로그의 성질(2)

(e) a > 0, $a \neq 1$, b > 0, c > 0, $c \neq 1$ 일 때,

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$
 (밑의 변환 공식)

(f) a > 0, $a \neq 1$, b > 0, $b \neq 1$ 일 때,

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

(g) $a>0,\,a\neq 1,\,b>0$ 이고 $m,\,n$ 이 실수일 때,

$$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$$

예시 23) 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_3 6}$

- $(2) \log_9 27$
- (1) $\frac{1}{\log_2 6} + \frac{1}{\log_3 6} \stackrel{(f)}{=} \log_6 2 + \log_6 3 \stackrel{(b)}{=} \log_6 6 = 1$
- (2) $\log_9 27 = \log_{3^2} 3^3 \stackrel{(g)}{=} \frac{3}{2} \log_3 3$

답: (1) 1 (2) $\frac{3}{2}$

문제 24) 다음 식을 간단히 하시오.

- (1) $\log_8 \frac{1}{16}$
- (2) $\log_2 20 \frac{1}{\log_5 2}$
- $(3) \log_5 2 \cdot \log_2 25$
- $(4) \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 4$
- $(5) (\log_3 8 + \log_9 4) \cdot \log_2 3$
- $(6)\ \log_2(\log_2 3) + \log_2(\log_3 4)$

문제 25) $\log_7 2 = a$, $\log_7 3 = b$ 라고 할 때, 다음을 a와 b로 나타내어라.

- $(1) \log_2 3$
- $(2) \log_6 28$

문제 26) 다음은 밑의 변환 공식를 증명하는 과정이다. 빈칸을 완성하여라.

(7) = x, (4) = y라고 하면

$$a^x = b, \qquad c^y = a$$

이다. 지수의 성질에 따라

$$b = a^x = (c^y)^x = c^{\text{(th)}}$$

이다. 그러면 로그의 정의에 의해

$$\boxed{(다)} = \log_c b$$

이다. 따라서

$$[(7)] \times [(나)] = \log_c b$$

이다. 그런데 $a \neq 1$ 로부터 $\boxed{ () } \neq 0$ 이므로 위의 식의 양변을 $\boxed{ () }$ 로 나누면

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

이 얻어진다.

예시 27)

(1) $2^x=5$ 라고 하자. 그러면 $x=\log_2 5$ 이다. 두 번째 식의 x를 첫 번째 식의 x에 대입하면

$$2^{\log_2 5} = 5$$

이다.

(2) 지수와 로그의 성질을 사용하여 $8^{\log_3 2}$ 를 계산하면

$$8^{\log_3 2} = (2^3)^{\log_3 2} = 2^{3\log_3 2} = 2^{\log_3 8}$$

따라서

$$8^{\log_3 2} = 2^{\log_3 8}$$

이다. 즉 $8^{\log_3 2}$ 에서 8과 2의 위치를 바꿀 수 있다.

정리 28) 로그의 성질(3)

a, b, c가 1이 아닌 양수일 때,

- $(h) \ a^{\log_a b} = b$
- (i) $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

문제 29) 다음은 위의 정리를 증명하는 과정이다. 빈칸을 완성하여라.

먼저 (i)를 증명하자. $a^{\log_b c} = x$ 라 하면 로그의 정의에 의해

$$\log_b c = \boxed{ (7 \mbox{$\mbox{$\mbox{$\mbox{$}$}}$} \label{eq:constraint} } \tag{*}$$

$$(*)$$
의 양변을 각각 c 를 밑으로 하는 로그로 바꾸면 $\log_b c = \frac{1}{(\mathsf{L})}, \overline{(\mathsf{L})} = \frac{\log_c x}{(\mathsf{L})}$ 이므로

$$\frac{1}{\boxed{(나)}} = \frac{\log_c x}{\boxed{(다)}}$$

따라서

$$\log_c x = \frac{\boxed{(\mathbf{r})}}{\boxed{(\mathbf{r})}} = \log_b a$$

로그의 정의에 의해

$$x = c^{\log_b a}$$

그러므로

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

가 성립한다.

(i)의 식에 b 대신 (라)를, c대신 (마)를 대입하면 (h)가 나온다.

문제 30) 다음 식을 간단히 하시오.

- (1) $3^{\log_3 10} + 7^{\log_7 2}$
- $(2) 27^{\log_3 5}$

3 상용로그

밑이 10인 로그를 $\boxed{$ 상용로그 라고 한다. 양수 N의 상용로그 $\log_{10} N$ 은 보통 밉을 생략하여

 $\log N$

과 같이 나타낸다.

문제 31) 다음 상용로그의 값을 구하시오.

- $(1) \log 100$
- (2) $\log \sqrt{10}$
- (3) $\log \frac{1}{1000}$

상용로그표란 1.00부터 9.99까지의 수에 대한 상용로그의 값을 표시해놓은 표이다. 이 표를 사용하면 유효숫자가 최대 세 자리인 모든 양수 N에 대한 상용로그의 값을 계산할 수 있다.

예시 32) 상용로그표를 이용하여 다음 값들을 구하여라.

 $(1) \log 3.12$

- $(2) \log 312$
- (1) 상용로그표에서 $\log 3.12$ 의 값을 구하려면 3.1의 가로줄과 2의 세로 줄이 만나는 곳에 있는 .4942를 찾으면 된다. 즉 $\log 3.12 = 0.4942$ 이다.

수 	0	1	2	3
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531
÷	i	÷	÷	÷
3.1	.4914	.4928	.4942	.4955
3.2	.5051	.5065	.5079	.5092

(2) $\log 312 = \log(3.12 \times 100) = \log 3.12 + \log 100 = 0.4942 + 2 = 2.4942$

문제 33) 상용로그표를 이용하여 다음 값들을 구하여라.

- $(1) \log 8.02$
- $(2) \log 8020$
- $(3) \log 0.00802$
- (4) $\log \sqrt[3]{8.02}$

문제 34) 상용로그표를 이용하여 다음 값들을 구하여라

 $(1) \log 41$

 $(2) \log 0.007$

예시 35) 실수 x의 정수부분을 [x], 소수부분을 $\langle x \rangle$ 이라고 하자. 이때, 다음 값의 정수부분과 소수부분을 각각 계산하여라.

 $(1) \log 3240$

 $(2) \log 0.324$

log 3.24 = 0.5105이다. 따라서

(1) log 3240 = 3 + log 3.24 = 3.5105 그러므로

 $[\log 3240] = 3, \qquad \langle \log 3240 \rangle = 0.5105$

(2) log 0.324 = -1 + log 3.24 = -0.4895 그러므로

 $[\log 0.324] = -1, \qquad \langle \log 0.324 \rangle = 0.5105$

문제 36) 다음 값의 정수부분과 소수부분을 각각 계산하여라.

 $(1) \log 52000$

 $(2) \log 0.052$

문제 37) $a = \log 2$, $b = \log 3$ 이라고 하자. 이때, 다음 수들을 a와 b로 각각 나타내어라.

- $(1) \log 12$
- $(2) \log 5$
- $(3) \log_4 3$

4 상용로그의 활용

예시 38)

(1) 365는 세자리수이다. 왜냐하면 365은 100 이상 1000 미만인 수이기 때 문이다.

$$100 \leq 365 < 1000$$

이 식의 양변에 상용로그를 취하면

$$2 \le \log 365 < 3$$

이다. 즉

$$[\log 365] = 2$$

인 것이다.

$$A$$
가 n 자리수이다. \iff $[\log A] = n - 1$

(2) 0.00032는 소수 넷째자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다. 왜 나하면 0.00032는 0.0001 이상 0.001 미만인 수이기 때문이다.

$$0.0001 \leq 0.00032 < 0.001$$

이 식의 양변에 상용로그를 취하면

$$-4 \leq \log 0.00032 < -3$$

이다. 즉

$$[\log 0.00032] = -4$$

인 것이다.

A가 소수 n째자리에서 처음으로 \iff $[\log A] = -n$ 0이 아닌 수가 나타난다.

예시 39) log 2 = 0.3010, log 3 = 0.4771로 계산할 때,

- (1) 6¹⁰⁰은 몇 자리수인가?
- (2) 5-30는 소수 몇째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타나는가?
 - (1) 6¹⁰⁰에 상용로그를 취하면

log
$$6^{100} = 100 \log 6 = 100 (\log 2 + \log 3) = 100 (0.3010 + 0.4771) = 77.81$$

따라서 $[\log 6^{100}] = 77$ 이고 6^{100} 은 78자리 수이다.

(2) 5⁻³⁰ 에 상용로그를 취하면

$$\log 5^{-30} = -30 \log 5 = -30 (1 - \log 2) = -30 (1 - 0.3010) = -20.97$$

따라서 $[\log 5^{-30}] = -21$ 이고 5^{-30} 은 소수 21번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.

문제 40) log 2 = 0.3010, log 3 = 0.4771로 계산할 때,

- (1) $2^{100} \times 3^{10}$ 은 몇 자리수인가?
- (2) 3^{-20} 는 소수 몇째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타나는가?

답

1. 로그의 뜻

문제 1)

- $(1) \ 3$
- (2) -1
- $(3) \ 0$
- $(4) \frac{3}{2}$

문제 3)

 $x = \log_3 5 \approx 1.46$

문제 6)

- (1) $x \approx -1.46$
- (2) $x \approx 1.23$

문제 8)

- (1) $3 = \log_5 125$
- (2) $\frac{1}{2} = \log_3 \sqrt{3}$

문제 9)

- $(1) 3^0 = 1$
- $(2) \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$

문제 11)

- (1) 2
- (2) -2
- $(3) \frac{3}{2}$

문제 13)

- (1) 27
- $(2)\sqrt{2}$
- $(3) \frac{9}{4}$
- (4) 4
- (5) 5
- (6) 81

2. 로그의 성질

문제 16)

- (7) = 0
- (나) = m n
- (닥) = km

문제 18)

- $(1) \frac{4}{3}$
- (2) 2
- (3) -3
- $(4) \frac{5}{2}$
- (5) 3
- (6) 1

문제 19)

- (2) 2a + b + 1
- (3) 3a 2b
- $(4) \frac{3}{2}a + \frac{3}{2}$

문제 20)

- $(1) 2 \qquad (2) 2$
 - 2 (3) 2

문제 24)

- $(1)-\frac{4}{3}$
- (2) 2
- (3) 2
- (4) 1
- (5) 4
- (6) 1

문제 25)

- $(1) \frac{b}{a}$
- $(2) \ \frac{2a+1}{a+b}$

문제 26)

- $(7) = \log_a b$
- $(나) = \log_c a$
- (다) = xy

문제 29)

- $(7) = \log_a x$
- $(나) = \log_c b$
- $(나) = \log_c a$
- (라) = a
- $(\Box f) = b$

문제 30)

- (1) 12
- (2) 125

3. 상용로그

문제 31)

- (1) 2
- $(2) \frac{1}{2}$ (3) -3

문제 33)

- (1) 0.9042
- (2) 3.9042
- (3) -2.0958
- (4) 0.3014

문제 34)

- (1) 1.6128
- (2) -2.1549

문제 36)

- (1) 정수부분: 4
 - 소수부분 : 0.7160
- (2) 정수부분: -2
 - 소수부분: 0.7160

문제 37)

- (1) 2a + b
- (2) 1-a
- $(3) \ \frac{b}{2a}$

4. 상용로그의 활용

문제 40)

- (1) 35
- (2) 소수 10째자리

요약

1. 로그의 정의

$$a > 0$$
, $a \neq 1$, $N > 0$ 일 때,

$$a^x = N \qquad \iff \qquad x = \log_a N$$

2. 로그의 성질

(a)
$$\log_a 1 = 0$$
, $\log_a a = 1$

(b)
$$\log_a M + \log_a N = \log_a MN$$

(c)
$$\log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N}$$

(d)
$$\log_a M^k = k \log_a M$$

$$\text{(e) } \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \qquad (밑의 변환 공식)$$

(f)
$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

(g)
$$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$$

(h)
$$a^{\log_a b} = b$$

(i)
$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

3. 상용로그

$$\log N = \log_{10} N$$

4. 상용로그의 활용 : 자릿수문제