

1 수열의 극한

문제 1)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2}{n(1 + 2 + 3 + \cdots + n)} =$$

문제 2)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n+3}}{\sqrt{n} - \sqrt{n-3}} =$$

문제 3)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n+2)^2}{4-3n^2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n+1}{\sqrt{n^2+1}+2n} =$$

문제 4)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{an}}{n(\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n})} = 4 \text{ 일 때, 상수 } a \text{ 의 값은?}$$

문제 5)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 9^{n+1}}{3^{n+2} + 9^n}$$

문제 6)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^n}{3^{n+1} + 4^{n+1}}$$

문제 7)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1}(5^n + 1)}{5^n(3^{n+1} + 1)}$$

문제 8)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3^n + 2)(2^n + 1)}{6^{n+1} + 3^n}$$

문제 9)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{15^{n+1}}{(3^n + 1)(5^n - 1)}$$

문제 10)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{n-1}}{2^n}$$

문제 11)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 6 + 12 + \cdots + 3 \cdot 2^{n-1}}{2^n}$$

문제 12)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^n}{3^n}$$

문제 13)

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_n + b_n = 3^n, \quad a_n - b_n = 4^{n+1}$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$ 의 값은?

문제 14)

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_n + b_n = 3^{2n}, \quad a_n - b_n = 2^{3n+1}$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$ 의 값은?

문제 15)

등비수열 $\left\{ \left(\frac{4x-1}{5} \right)^n \right\}$ 이 수렴하도록 하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

문제 16)

등비수열 $\left\{\left(\frac{1}{3}x + 2\right)^n\right\}$ 이 수렴하도록 하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

문제 17)

등비수열 $\left\{\left(\frac{6-x}{3}\right)^n\right\}$ 이 수렴하도록 하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

문제 18)

수열

$$(x+5), (x-3)(x+5), (x-3)(x+5)^2, \dots$$

이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 합을 구하여라.

문제 19)

수열

$$(x+3), (x+3)(7-x), (x+3)(7-x)^2, \dots$$

이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 합을 구하여라.

문제 20)

수열

$$(x-5), (x-5)\left(\frac{x}{3}\right), (x-5)\left(\frac{x}{3}\right)^2, \dots$$

이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 합을 구하여라.

2 급수

$$3 + 6 + 12 + 24 + 48 =$$

문제 21)

$$2 + 4 + 8 + 16 + 32 =$$

문제 22)

$$3 + 6 + 12 + 24 + 48 =$$

문제 23)

$$1 + 3 + 9 + 27 + 81 =$$

문제 24)

$$2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$$

문제 25)

$$1 + (-2) + 4 + (-8) + 16 =$$

등비수열의 합 공식

첫항이 a 이고 공비가 r 인 등비수열의 합은

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

문제 29)

$$1 + 3 + 9 + 27 + 81 =$$

예시 30)

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \frac{2}{81} + \frac{2}{243} &= \frac{\frac{2}{3}(1 - (\frac{1}{3})^5)}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}(1 - (\frac{1}{3})^5)}{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{2}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^5 \right) \div \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^5 \right) \times \frac{3}{2} \\ &= 1 - \left(\frac{1}{3} \right)^5 \end{aligned}$$

문제 31)

$$2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$$

문제 32)

$$1 + (-2) + 4 + (-8) + 16 =$$

예시 26)

$$1 + 4 + 16 + 64 + 256 = \frac{1(4^5 - 1)}{4 - 1} = \frac{1023}{3} = 341$$

문제 27)

$$2 + 4 + 8 + 16 + 32 =$$

문제 28)