영석 : 09 기말고사(1학년 1학기) 대비 개념 요약

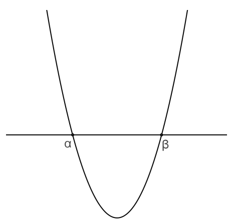
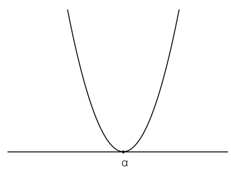
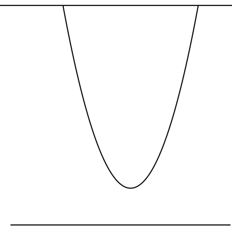
June 16, 2015

Contents

1 여러 가지 부등식

요약 1)

1. 부등식의 양변에 같은 값을 더하거나 빼더라도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.
2. 부등식의 양변에 같은 값을 곱하거나 나눌 때에는, 곱하거나 나누는 수가 양수이면 부등호의 방향이 바뀌지 않고, 음수이면 부등호의 방향이 바뀐다.
3. 양수 a 에 대해,
   (a) $|x| < a$ 이면 $-a < x < a$ 이다.
   (b) $|x| > a$ 이면 $x < -a$ 또는 $x > a$ 이다.
4. 이차부등식의 해는 다음과 같이 구한다($a > 0$).

	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프			
$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해	$x < \alpha$ 또는 $x > \beta$	$x \neq \alpha$ 인 모든 실수	모든 실수
$ax^2 + bx + c \geq 0$ 의 해	$x \leq \alpha$ 또는 $x \geq \beta$	모든 실수	모든 실수
$ax^2 + bx + c < 0$ 의 해	$\alpha < x < \beta$	없다.	없다.
$ax^2 + bx + c \leq 0$ 의 해	$\alpha \leq x \leq \beta$	$x = \alpha$	없다.

2 평면좌표

요약 2)

1. 수직선 상의 두 점 $A(x_1)$, $B(x_2)$ 사이의 거리는 $|x_1 - x_2|$ 이다.
2. 좌표 평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ 이다.

3. 수직선 상의 두 점 $A(x_1)$, $B(x_2)$에 대해 $m:n$ 내분점 P와 외분점 Q의 좌표는 $P=(\frac{mx_2+nx_1}{m+n})$, $Q=(\frac{mx_2-nx_1}{m-n})$ 이다.

4. 좌표평면 상의 두 점 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$에 대한 $m:n$ 내분점 P와 외분점 Q의 좌표는 $P=(\frac{mx_2+nx_1}{m+n},\frac{my_2+ny_1}{m+n})$, $Q=(\frac{mx_2-nx_1}{m-n},\frac{my_2-ny_1}{m-n})$ 이다.

5. 두 점 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$가 이루는 선분 AB의 중점 M의 좌표는 $M=(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$ 이다.

6. 세 점 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$가 이루는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표는 $G=(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3})$ 이다.

3 직선의 방정식

요약 3)

1. $y=mx+n$은 기울기가 m이고 y절편이 n인 직선이다. 하지만 평면 위의 모든 직선이 $y=mx+n$꼴로 표현될 수는 없다. y축에 평행한 $x=1$과 같은 직선은 $y=mx+n$꼴로 표현할 수 없기 때문이다. 따라서 $ax+by+c=0$으로 직선을 표시하면 모든 형태의 직선의 방정식을 포괄할 수 있다.

2. 기울기가 m이고 한 점 (x_1,y_1)을 지나는 직선의 방정식은 $y-y_1=m(x-x_1)$이다.

3. $x_1\neq x_2$일 때, 두 점(x_1,y_1), (x_2,y_2)을 지나는 직선의 방정식은 $y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$이다.

4. 두 직선 $y=mx+n$과 $y=m'x+n'$에 대해
   (a) $m=m'$, $n=n'$이면 두 직선은 일치한다.
   (b) $m=m'$, $n\neq n'$이면 두 직선은 평행하다.
   (c) $m\neq m'$이면 두 직선은 한 점에서 만난다.
   (d) $mm'=-1$이면 두 직선은 서로 수직이다.

5. 점 $A(x_1,y_1)$와 직선 $l:ax+by+c=0$ 사이의 거리는 A에서 l에 그은 수선의 길이로 정의하며 (그림 1), 그 값 d는 다음과 같다.
$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

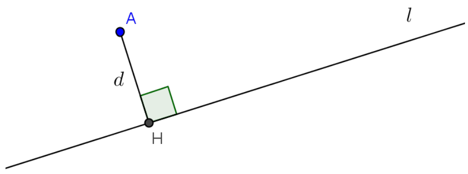


그림 1: 점과 직선 사이의 거리

4 원의 방정식

요약 4)

1. 중심이 $C(a, b)$ 이고 반지름이 r 인 원의 방정식은 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 이다.
2. 원 $x^2+y^2=r^2$ 에 접하고 기울기가 m 인 접선의 방정식은 $y=mx\pm r\sqrt{m^2+1}$ 이다.
3. 원 $x^2+y^2=r^2$ 위의 점 (x_1, y_1) 에서 그은 접선의 방정식은 $x_1x+y_1y=r^2$ 이다.

요약 5) 원과 직선 사이의 위치관계

1. 직선과 원의 교점은 최대 두 개까지 존재할 수 있다. 교점이 2개면 이 직선을 할선이라고 부른다, 교점이 1개면 이 직선을 접선이라고 부르며, 이때의 교점을 접점이라고 부른다.
2. 원 $x^2+y^2=r^2$ 과 직선 $ax+by+c=0$ 의 교점의 개수는 다음 두 방법을 사용해 판별할 수 있다(그림 2).
   (a) 판별식을 이용하는 방법 : 두 도형 사이의 교점의 갯수는 두 식으로 만들어지는 연립방정식의 해의 갯수와 같으므로, 두 식을 연립하여 푼다. 연립할 때에 나타나는 이차방정식에서 (1) $D>0$ 이면 교점의 갯수가 두 개이고, (2) $D=0$ 이면 교점의 갯수가 한 개이며, (3) $D<0$ 이면 교점이 없다.

(b) 점과 직선사이의 거리를 이용하는 방법 : 원의 중심과 직선사이의 거리를 d 라고 하자. (1) $d < r$ 이면 교점의 갯수가 두 개이고, (2) $d = r$ 이면 교점의 갯수가 한 개이며, (3) $d < r$ 이면 교점이 없다.

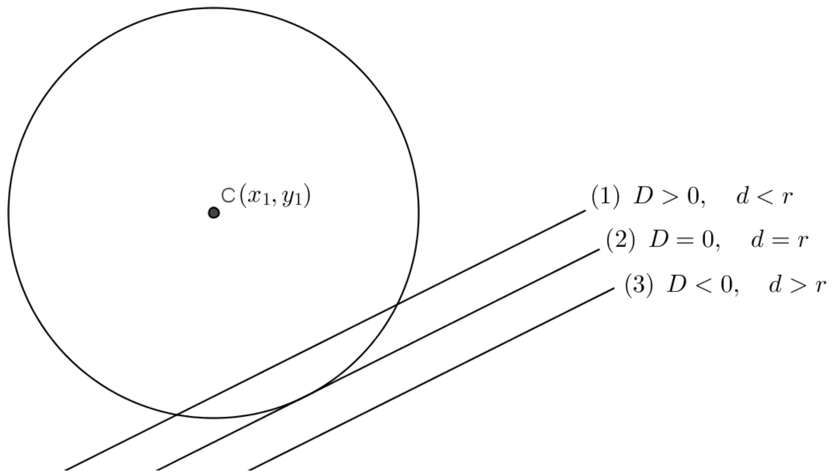


그림 2: 원과 직선 사이의 위치 관계

5 도형의 이동

요약 6)

1. 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$ 를
   (a) x 축으로 a 만큼, y 축으로 b 만큼 평행이동 시키면 $(x+a, y+b)$ 이 된다.
   (b) x 축에 대해 대칭이동시키면 $(x, -y)$ 가 된다.
   (c) y 축에 대해 대칭이동시키면 $(-x, y)$ 가 된다.
   (d) 원점에 대해 대칭이동시키면 $(-x, -y)$ 가 된다.
   (e) $y = x$ 에 대해 대칭이동시키면 (y, x) 가 된다.
2. 좌표평면 위의 도형 $f(x, y) = 0$ 을

(a) x축으로 a만큼, y축으로 b만큼 평행이동 시키면 $f(x-a, y-b)=0$이 된다. (x 대신에 $x-a$를 대입하고 y 대신에 $y-b$를 대입한다.)

(b) x축에 대해 대칭이동시키면 $f(x,-y)=0$가 된다. (y 대신에 $-y$를 대입한다.)

(c) y축에 대해 대칭이동시키면 $f(-x,y)=0$가 된다. (x 대신에 $-x$를 대입한다.)

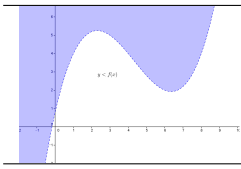
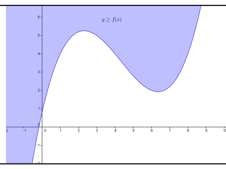
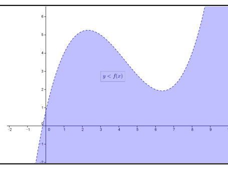
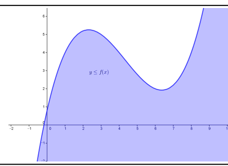
(d) 원점에 대해 대칭이동시키면 $f(-x,-y)=0$가 된다. (x 대신에 $-x$를 대입하고 y 대신에 $-y$를 대입한다.)

(e) $y=x$에 대해 대칭이동시키면 $f(y,x)=0$가 된다. (x 대신에 y를 대입하고 y 대신에 x를 대입한다.)

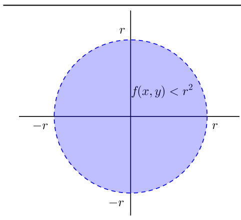
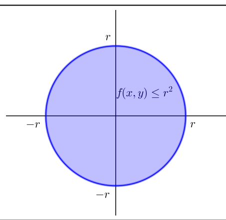
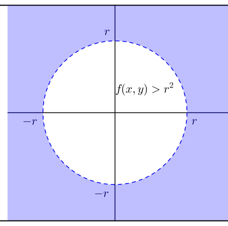
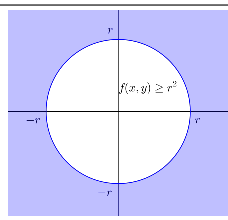
6 부등식의 영역

요약 7)

1. 함수 f에 대해 부등식이 나타내는 영역은 다음과 같이 표시된다.

$y > f(x)$	$y \geq f(x)$	$y < f(x)$	$y \leq f(x)$
			

2. 경계선이 원인 경우의 부등식의 영역은 다음과 같이 표시된다.

$x^2+y^2 < r^2$	$x^2+y^2 \leq r^2$	$x^2+y^2 > r^2$	$x^2+y^2 \geq r^2$
			

3. 연립부등식의 경우, 두 부등식의 영역이 겹쳐지는 부분이 연립 부등식의 영역이다.