

수학(상) : 06 원의 방정식

2018년 7월 8일

차 례

차 례	1
1 자취문제	2

1 자취문제

...를 만족시키는 점 P 의 자취를 구하여라.

...를 만족시키는 점 P 의 자취의 방정식을 구하여라.

...를 만족시키는 점 P 가 그리는 도형의 방정식을 구하여라.

...를 만족시키는 점 P 가 그리는 궤적을 구하여라.

와 같은 수학문제가 있다. 이것을 ‘자취문제’라고 하자.

예시 1)

예를 들어,

두 점 $A(1, 0)$, $B(5, 0)$ 에 대해 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 을 만족시키는 점 P 의 자취를 구하여라.

라는 문제가 있다고 하자.

P 가 어떤 점일 때 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 가 성립할까? 만약 $P = (2, 0)$ 이거나 $P = (5, 2)$ 이면 $\overline{PA} \neq \overline{PB}$ 이 되어 주어진 조건이 성립하지 않는다. 하지만 $P = (3, 0)$ 이거나 $P = (3, 2)$ 같은 점이면 주어진 조건 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 가 성립한다. 조금만 더 생각해보면 점 P 가 A 와 B 의 수직이등분선인 $x = 3$ 위에 있으면 된다는 것을 알 수 있다.

이 문제는 다음 두 방법으로 설명할 수 있다.

풀이1

점 P 가 A 와 B 의 수직이등분선 l 위에 있으면 주어진 조건 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 가 성립한다. 하지만 점 P 가 직선 l 보다 왼쪽에 있으면 $\overline{PA} < \overline{PB}$ 이고 오른쪽에 있으면 $\overline{PA} > \overline{PB}$ 이다.

즉 P 가 l 위에 있지 않으면 주어진 조건 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 가 성립하지 않는다. 따라서 P 의 자취는 A 와 B 의 수직이등분선이다.

점 P 가 A 와 B 의 수직이등분선 l 위에 있으면 주어진 조건 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 가 성립한다. 하지만 점 P 가 직선 l 보다 왼쪽에 있으면 $\overline{PA} < \overline{PB}$ 이고 오른쪽에 있으면 $\overline{PA} > \overline{PB}$ 이다.

즉 P 가 l 위에 있지 않으면 주어진 조건 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 가 성립하지 않는다. 따라서 P 의 자취는 A 와 B 의 수직이등분선이다.

점 P 가 A 와 B 의 수직이등분선 l 위에 있으면 주어진 조건 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 가

성립한다. 하지만 점 P 가 직선 l 보다 왼쪽에 있으면 $\overline{PA} < \overline{PB}$ 이고 오른쪽에 있으면 $\overline{PA} < \overline{PB}$ 이다.

즉 P 가 l 위에 있지 않으면 주어진 조건 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 가 성립하지 않는다. 따라서 P 의 자취는 A 와 B 의 수직이등분선이다.