준영 : 05 수열 (3)

2016년 12월 23일

차 례

1 합의 기호 Σ

정의 1) 합의 기호 Σ

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 $a_1+a_2+\cdots+a_n$은 합의 기호 Σ를 통해 다음과 같이 나타낸다.

$$a_1+a_2+\cdots+a_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$$

이때 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$는 a_k의 k에 1, 2, 3, $\cdots$, n을 차례로 대입하여 얻은 항 a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_n의 합을 뜻한다.

예시 2)

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}(2k-1)$은 $2k-1$의 k에 1, 2, 3, $\cdots$, n을 차례로 대입하여 얻은 항의 합이므로

$$\sum_{k=1}^{10}(2k-1)=1+3+5+\cdots+19$$

(2) $2+4+8+\cdots+2^{10}$은 수열의 제 i항 2^i의 i에 1, 2, 3, $\cdots$, 10을 차례로 대입하여 얻은 항을 모두 더한 것이므로 기호 Σ를 사용하여 나타내면,

$$2+4+8+\cdots+2^{10}=\sum_{i=1}^{10} 2^i$$

문제 3)

다음을 합의 기호 Σ를 사용하지 않은 합의 꼴로 나타내어라.

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{10} 2k=2+4+6+8+\cdots+20$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{7} 3^k=$

(3) $\displaystyle\sum_{k=3}^{8} \sqrt{k}=$

(4) $\displaystyle\sum_{m=1}^{5} \frac{1}{2m+1} =$

문제 4)

다음을 합의 기호 Σ를 사용하여 나타내시오.

(1) $4 + 7 + 10 + \cdots + 31 = \displaystyle\sum_{k=1}^{10}(3k+1)$

(2) $3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^8 =$

(3) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{15} =$

(4) $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots + n^2 =$

(5) $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \cdots + \frac{1}{15\cdot 16} =$

문제 5)

다음을 계산하시오.

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}(4k+2) = 6 + 10 + 14 + 18 + \cdots + 42 = \frac{10(6+42)}{2} = 240$

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{10} n =$

(3) $\displaystyle\sum_{j=1}^{10} 2^j =$

2 수열의 성질

예시 6)

다음 계산을 해보자.

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} 2^k =$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} k =$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} (2^k + k) =$

(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} (2^k - k) =$

(5) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} (3 \cdot 2^k) =$

(6) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} 4 =$

위의 계산에서 (1)의 결과와 (2)의 결과를 더하면 (3)의 결과가 나오고, 빼면 (4)의 결과가 나온다. 또 (5)는 (1)의 결과에 3을 곱한 값이다. 이상을 정리하면 다음 정리를 얻을 수 있다.

정리 7) 수열의 기본성질

수열 $\{a_n\}$과 $\{b_n\}$, 실수 c에 대해 다음이 성립한다.

(a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k$

(b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (a_k - b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k - \sum_{k=1}^{n} b_k$

(c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} ca_k = c\sum_{k=1}^{n} a_k$

(d) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} c = cn$

증명)

(a)

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k) &= (a_1+a_2+\cdots+a_n)+(b_1+b_2+\cdots+b_n)\\ &= (a_1+b_1)+(a_2+b_2)+\cdots+(a_n+b_n)\\ &= \sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k) &= (a_1+a_2+\cdots+a_n)-(b_1+b_2+\cdots+b_n)\\ &= (a_1-b_1)+(a_2-b_2)+\cdots+(a_n-b_n)\\ &= \sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{n}b_k\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n}ca_k &= ca_1+ca_2+\cdots+ca_n\\ &= c(a_1+a_2+\cdots+a_n)\\ &= c\sum_{k=1}^{n}a_k\end{aligned}$$

(d) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}c=\underbrace{c+c+\cdots+c}_{n\text{개}}=cn$

문제 8)

$\sum_{k=1}^{10} a_k = 30$, $\sum_{k=1}^{10} b_k = 50$ 일 때, 다음을 계산하여라.

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}(2a_k + b_k) \overset{(a)}{=} \sum_{k=1}^{10} 2a_k + \sum_{k=1}^{10} b_k \overset{(c)}{=} 2\sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} b_k = 2 \cdot 30 + 50 = 110$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}(3a_k - b_k) =$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(2a_k + 5) =$

문제 9)

다음 $a_n = n$, $b_n = 2^{n-1}$ 일 때, 다음을 각각 계산하고 물음에 답하여라.

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} a_k =$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} {a_k}^2 =$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} {a_k}^2$ 와 $\displaystyle\left(\sum_{k=1}^{3} a_k\right)^2$ 는 서로 (같다, 다르다).

(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} a_k b_k =$

(5) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} b_k =$

(6) $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} a_k b_k$ 와 $\displaystyle\sum_{k=1}^{3} a_k \times \sum_{k=1}^{3} b_k$ 는 서로 (같다, 다르다).

3 자연수의 거듭제곱의 합

정리 10)

$$(a)\ \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(b)\ \sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$(c)\ \sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$$

증명)

(1) 등차수열의 합 공식을 이용하면

$$\sum_{k=1}^{n} k = 1+2+3+\cdots+n = \frac{n(a+l)}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

(2) 식 $(k+1)^3 - k^3 = 3k^2+3k+1$에 k 대신 1, 2, $\cdots$, n을 차례로 대입하고

$$\begin{aligned}
2^3 - 1^3 &= 3\cdot 1^2 + 3\cdot 1 + 1 \\
3^3 - 2^3 &= 3\cdot 2^2 + 3\cdot 2 + 1 \\
4^3 - 3^3 &= 3\cdot 3^2 + 3\cdot 3 + 1 \\
&\vdots \\
(n+1)^3 - n^3 &= 3\cdot n^2 + 3\cdot n + 1
\end{aligned}$$

이것들을 모두 더하면,

$$\begin{aligned}
(n+1)^3 - 1^3 =& 3(1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2) + 3(1+2+3+\cdots+n) \\
&+ (1+1+1+\cdots+1) \\
n^3+3n^2+3n =& 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3\sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=1}^{n} 1 \\
n^3+3n^2+3n =& 3\sum_{k=1}^{n} k^2 + 3\cdot\frac{n(n+1)}{2} + n
\end{aligned}$$

이다. 이것을 정리하면

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

이 된다.

(3) (생략, (2)와 같은 방법을 적용하면 된다.)

문제 11)

다음을 구하여라.

(1) $1+2+3+\cdots+10 = \frac{10\times 11}{2} = 55$

(2) $1^2+2^2+3^2+\cdots+10^2 =$

(3) $1^3+2^3+3^3+\cdots+10^3 =$

문제 12)

(1) $2^2+4^2+6^2+\cdots+14^2 = \sum_{k=1}^{7}(2k)^2 = \sum_{k=1}^{7} 4k^2 = 4\sum_{k=1}^{7} k^2$
$= 4 \times \frac{7\times 8\times 15}{6} = 560$

(2) $2^3+4^3+6^3+\cdots+12^3 =$

문제 13)

다음을 간단히 하여라.

(1) $\sum_{k=1}^{n}(2k-1)$

$$= 2\sum_{k=1}^{n} k - \sum_{k=1}^{n} 1 = 2\cdot\frac{n(n+1)}{2} - n = n^2$$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k(k+1)$

$$= \sum_{k=1}^{n}(k^2+k) = \sum_{k=1}^{n} k^2 + \sum_{k=1}^{n} k$$
$$= \tfrac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \tfrac{n(n+1)}{2} = \tfrac{n(n+1)}{6}\{(2n+1)+3\}$$
$$= \tfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(k+1)^2$

(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k-1)$

4 여러 가지 수열의 합

정리 14) 부분분수

자연수 k 와, 실수 A, B 에 대해 $(A \neq B)$

(1) $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$

(2) $\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right)$

예시 15)

(1) $\frac{1}{6}$ 은 $\frac{1}{2\times 3}$ 이므로 $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ 이다. 마찬가지로 $\frac{1}{12} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$, $\frac{1}{20} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ 이다.

(2) $\frac{1}{15}$ 은 $\frac{1}{3\times 5}$ 이므로 $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)$ 이다.

문제 16)

다음 합을 구하여라.

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$

$$= \frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$
$$= 2\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) + 2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + 2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) + \cdots + 2\left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right)$$
$$= 2\left[\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right)\right]$$
$$= 2\left[\frac{1}{1} - \frac{1}{2n+1}\right] = 2 \times \frac{2n}{2n+1} = \frac{4n}{2n+1}$$

(2) $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$

(3) $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+2)}$

문제 17)

다음 합을 구하여라.

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}$

$= \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$
$= \frac{1\times(\sqrt{2}-\sqrt{1})}{(\sqrt{2}+\sqrt{1})\times(\sqrt{2}-\sqrt{1})} + \frac{1\times(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})\times(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$
$+ \frac{1\times(\sqrt{4}-\sqrt{3})}{(\sqrt{4}+\sqrt{3})\times(\sqrt{4}-\sqrt{3})} + \cdots + \frac{1\times(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}{(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})\times(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}$
$= (\sqrt{2}-\sqrt{1}) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + (\sqrt{4}-\sqrt{3}) + \cdots + (\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$
$= \sqrt{n+1}-1$

(2) $\frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{121}-\sqrt{119}}$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{32} \frac{1}{\sqrt{3k+4}-\sqrt{3k+1}}$

5 군수열

문제 18)
다음 수열 $\{a_n\}$의 110번째 항을 구하여라.

$$1,\ 1,\ 2,\ 1,\ 2,\ 3,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \cdots$$

이 수열을 다음과 같이 제 1군, 제 2군, 제 3군, $\cdots$ 등으로 나누자.

$$\underbrace{\overset{a_1}{1}}_{\text{제1군}},\ \underbrace{\overset{a_2}{1},\ \overset{a_3}{2}}_{\text{제2군}},\ \underbrace{\overset{a_4}{1},\ \overset{a_5}{2},\ \overset{a_6}{3}}_{\text{제3군}},\ \underbrace{\overset{a_7}{1},\ \overset{a_8}{2},\ \overset{a_9}{3},\ \overset{a_{10}}{4}}_{\text{제4군}},\ \underbrace{\overset{a_{11}}{1},\ \overset{a_{12}}{2},\ \overset{a_{13}}{3},\ \overset{a_{14}}{4},\ \overset{a_{15}}{5}}_{\text{제5군}},\ \cdots$$

제 1군의 마지막 항은 1번째, 제 2군의 마지막 항은 $(1+2)$번째, 제 3군의 마지막 항은 $(1+2+3)$번째, $\cdots$ 제 n군의 마지막 항은 $1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ 번째이다.

그 중 $\frac{13\times14}{2} = 91 < 110 < 105 = \frac{14\times15}{2}$이므로 110번째 항은 제 13군의 마지막 항보다 뒤에 있고 제 14군의 마지막 항보다 앞쪽에 있다. 따라서 110번째 항은 제 14군에 속해있으며, 제 14군의 $110-91=19$번째 항이다. 제 14군의 19번째 항은 19이므로 $a_{110}=19$이다.

문제 19)
다음 수열 $\{a_n\}$의 100번째 항을 구하여라.

$$\frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ \frac{1}{4},\ \frac{2}{4},\ \frac{3}{4},\ \frac{1}{5},\ \frac{2}{5},\ \frac{3}{5},\ \frac{4}{5},\ \cdots$$

6 보충 · 심화 문제

문제 20)

다음 중 옳은 것은?

① $\sum_{k=1}^{n}(a_k+1) = \sum_{k=1}^{n}a_k + 1$

② $\sum_{k=1}^{n}k^2 = \sum_{k=0}^{n}k^2$

③ $\sum_{k=1}^{n}2^k = \sum_{k=0}^{n}2^k$

④ $\left(\sum_{k=1}^{n}k\right)^2 = \sum_{k=1}^{n}k^2$

⑤ $\left(\sum_{k=1}^{n}a_k\right)\left(\sum_{k=1}^{n}b_k\right) = \left(\sum_{k=1}^{n}a_kb_k\right)$

문제 21)

$\sum_{k=1}^{10}a_k = 6$, $\sum_{k=1}^{10}{a_k}^2 = 10$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10}(2a_k-3)^2$ 의 값을 구하여라.

① 46 ② 50 ③ 54 ④ 58 ⑤ 62

문제 22)

다음 합을 구하여라.

$$\sum_{k=1}^{10}(2^k + 4k)$$

① 2260 ② 2266 ③ 2272 ④ 2278 ⑤ 2284

문제 23)

다음 합을 구하여라.

$$\sum_{k=1}^{10}(k+1)^2 - \sum_{k=1}^{10}(2k+1)$$

① 55 ② 165 ③ 275 ④ 385 ⑤ 495

문제 24)

다음 합을 구하여라.

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + 9 \cdot 10$$

① 240 ② 330 ③ 440 ④ 560 ⑤ 660

문제 25)

다음 합을 구하여라.

$$1 \cdot 14 + 2 \cdot 13 + 3 \cdot 12 + \cdots + 14 \cdot 1$$

① 240　　② 330　　③ 440　　④ 560　　⑤ 660

문제 26)

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{n}(a_{2k-1}+a_{2k}) = n^2+3n$일 때, $\sum_{k=1}^{12} a_k$의 값을 구하여라.

① 46　　② 50　　③ 54　　④ 58　　⑤ 62

문제 27)

자연수 n에 대하여 이차방정식 $x^2 - nx + 2n - 1 = 0$의 두 근을 a_n, b_n이라고 할 때, $\sum_{k=1}^{10} \left({a_k}^2 + {b_k}^2\right)$의 값을 구하여라.

① 175　　② 180　　③ 185　　④ 190　　⑤ 195

문제 28)

다음 합을 구하여라.

$$\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{(k+2)(k+3)}$$

① $\frac{21}{23}$ ② $\frac{22}{23}$ ③ $\frac{19}{66}$ ④ $\frac{23}{66}$ ⑤ $\frac{20}{69}$

문제 29)

다음 합을 구하여라.

$$\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{1+2+3+\cdots+k}$$

① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{20}{21}$ ③ $\frac{30}{21}$ ④ $\frac{40}{21}$ ⑤ $\frac{50}{21}$

문제 30)

$\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2 + 2n$ 일 때, $\sum_{k=1}^{n} k \cdot a_{2k}$ 의 값을 구하여라.

① $\frac{1}{3}n(n+1)(4n+7)$ ② $\frac{1}{3}n(n+1)(8n+7)$
③ $\frac{1}{6}n(n+1)(4n+7)$ ④ $\frac{1}{6}n(n+1)(8n+7)$
⑤ $\frac{1}{12}n(n+1)(4n+7)$

문제 31)

$\sum_{k=1}^{n} ka_k = n(n+1)(n+2)$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하여라.

① $n+1$ ② $2n+2$ ③ $3n+3$ ④ $4n+4$ ⑤ $5n+5$

문제 32)

다음 식의 값을 구하여라.

$$S = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + \cdots + n \cdot 3^n$$

풀이 : 주어진 식과 이 식의 양 변에 3를 곱한 식을 나란히 놓고,

$$\begin{array}{rcl} S &=& 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + \cdots + (n-1) \cdot 3^{n-1} + n \cdot 3^n \\ 3S &=& 1 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + \cdots + (n-2) \cdot 3^{n-1} + (n-1) \cdot 3^n + n \cdot 3^{n+1} \end{array}$$

두 식을 빼자.

$$\begin{aligned} S - 3S &= 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{n-1} + 3^n - n \cdot 3^{n+1} \\ -2S &= \frac{3(3^n - 1)}{3 - 1} - n \cdot 3^{n+1} \\ S &= \frac{n}{2} \cdot 3^{n+1} - \frac{3}{4}(3^n - 1) \\ S &= \frac{n}{2} \cdot 3^{n+1} - \frac{1}{4} \cdot 3^{n+1} + \frac{3}{4} \\ S &= \frac{2n - 1}{4} \cdot 3^{n+1} + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

따라서 $S = \frac{2n-1}{4} \cdot 3^{n+1} + \frac{3}{4}$ 이다

문제 33)

다음 식의 값을 구하여라.

$$S = 3 \cdot 2 + 6 \cdot 2^2 + 9 \cdot 2^3 + 12 \cdot 2^4 + \cdots + 3n \cdot 2^n$$

① $(3n-3) \times 2^n + 3$ ② $(3n-6) \times 2^n + 3$

③ $(3n-3) \times 2^n + 6$ ④ $(3n-6) \times 2^n + 6$

⑤ $(3n-3) \times 2^n + 9$

문제 34)

수열 $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \cdots$에서 $\frac{5}{8}$은 몇 번째 항인지 구하여라.

① 30번째 ② 31번째 ③ 32번째 ④ 33번째 ⑤ 34번째

문제 35)

수열 $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1}, \cdots$에서 50번째 항을 구하여라.

① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{6}{5}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

문제 36)

다음 식을 간단히 하여라.

$$1+(1+2)+(1+2+3)+(1+2+3+4)+\cdots+(1+2+3+\cdots+n)$$

① $\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$　② $\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$　③ $\frac{1}{12}n(n+1)(n+2)$
④ $\frac{1}{3}n(n-1)(n+1)$　⑤ $\frac{1}{6}n(n-1)(n+1)$

문제 37)

다음 식을 간단히 하여라.

$$1+(1+2)+(1+2+2^2)+(1+2+2^2+2^3)+\cdots+(1+2+2^2+\cdots+2^{n-1})$$

① $2^{n+1}-(n+1)$　② $2^{n+1}-(n+2)$　③ $2^{n+1}-(n+3)$
④ $2^{n+2}-(n+1)$　⑤ $2^{n+2}-(n+2)$

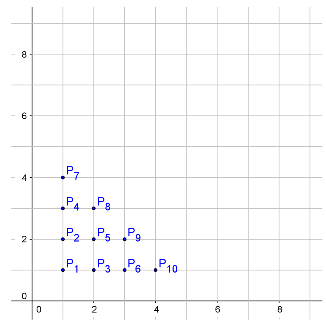
문제 38)

다음을 계산하여라.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}+\cdots+\frac{1}{50}+\cdots+\frac{49}{50}$$

① 600　② $\frac{1225}{2}$　③ 625　④ $\frac{1275}{2}$　⑤ 650

(문제 39–40)
좌표 평면 위에 점 $P_1(1,1)$, $P_2(1,2)$, $P_3(2,1)$, $P_4(1,3)$, $P_5(2,2)$, $P_6(3,1)$, $\cdots$을 순서대로 나타낸 때, 다음 물음에 답하여라.



문제 39)

P_{62}의 좌표를 구하여라.

① $(7,5)$　② $(8,4)$　③ $(9,3)$　④ $(10,2)$　⑤ $(11,1)$

문제 40)

$P_m=(4,11)$을 만족시키는 m의 값을 구하여라.

① 101　② 102　③ 103　④ 104　⑤ 105