

문제 4)

x 에 대한 다항식 $f(x) = ax - b$ 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a, b 는 $a \neq b$ 인 상수이다.)

(가) $f(x^3)$ 을 $f(x)$ 로 나눈 나머지는 $8a - b$ 이다.

(나) $f(x^4)$ 을 $f(x^2)$ 으로 나눈 나머지는 4이다.

문제 5)

다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) - 2$, $(x - 1)f(x) + 6$ 이 일차식 $x - \alpha$ 로 나누어 떨어질 때, 상수 α 의 값은?

답 : -2

문제 6)

x 에 대한 이차식 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(3)$ 의 값은?

(가) $x^3 + 3x^2 + 4x + 2$ 를 $f(x)$ 로 나눈 나머지는 $g(x)$ 이다.

(나) $x^3 + 3x^2 + 4x + 2$ 를 $g(x)$ 로 나눈 나머지는 $f(x) - x^2 - 2x - 1$ 이다.

답 : 4

문제 7)

1000개의 이차식

$$f_n(x) = x^2 + 2x - n \quad (n = 1, 2, 3, \dots, 1000)$$

중에서 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해되는 $f_n(x)$ 의 개수를 구하시오.

답 : 30

문제 8)

$$a + b = -1, b + c = -2,$$

$$(a + b + c)(bc + ca + ab) - abc = -18$$

일 때, $a + c$ 의 값은?

답 : -9

문제 9)

$x + y + z = 3$, $xy + yz + zx = 5$, $xyz = 8$ 일 때, $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값은?

답 : 7

문제 10)

다항식 $x^4 - 2(a^2 + b^2)x^2 + (a^2 - b^2)^2$ 을 인수분해 하시오.

답 : $(x + a + b)(x - a - b)(x + a - b)(x - a + b)$

문제 11)

세 실수 a, b, c 에 대하여

$$a + b + c = 0, \quad a^2 + b^2 + c^2 = 9$$

일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값을 구하시오.

답 : $\frac{81}{4}$

문제 12)

x 에 대한 이차식 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0) = 0$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $\{f(x)\}^2 = f(x^2)$ 이다.

다항식 $\{f(x) - 1\}^3$ 의 상수항을 포함한 모든 계수의 합은?

답 : 0

문제 13)

$x - y = 1$ 을 만족시키는 모든 실수 x, y 에 대하여

$$ax^2 + bxy + cy^2 = 3$$

이 성립하도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a - b - c$ 의 값을 구하시오.

답 : 6

문제 14)

두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 는 $x + 1$ 로 나누어떨어지고, $f(x) - g(x)$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지가 4이다. $x + 1$ 로 나누어떨어지는 다항식인 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

㉠. $f(x) + 2x$

㉡. $f(x)g(x)$

㉢. $\{f(x)\}^2g(x) - 4g(x)$

답 : 7, 8

문제 15)

x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)^3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $2x^2 - x + 7$ 이고, 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $px + q$ 일 때, 두 상수 p, q 에 대하여 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.

답 : 34

문제 16)

계수가 모두 정수인 일차 이상의 두 다항식 $f(x), g(x)$ 가 등식 $f(x)g(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ 을 만족시킨다. 다항식 $f(x) + g(x)$ 중에서 차수가 가장 낮은 다항식을 $F(x)$, 가장 높은 다항식을 $G(x)$ 라고 할 때, $F(2) - G(2)$ 의 값은?

답 : 0

문제 17)

다항식 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 9$ 에 대하여 $f(103)$ 의 값은?

답 : 1040000

문제 18)

모든 실수 x 에 대하여

$$x^4 + 2x^3 - x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$$

이 성립할 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하시오.

답 : -2

문제 19)

복소수 $(i-1)x + 2(-3+2i)$ 를 제공하면 음의 실수가 된다고 할 때, 실수 x 의 값을 구하시오.

답 : -6

문제 20)

$z \neq 0$ 인 모든 복소수 z 에 대하여 항상 실수인 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $z + \bar{z}$

ㄴ. $z^2 - \bar{z}^2$

ㄷ. $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}}$

답 : ㄱ, ㄷ

문제 21)

두 등식 $\sqrt{a+1}\sqrt{a-2} = -\sqrt{(a+1)(a-2)}$, $\frac{\sqrt{-a+3}}{\sqrt{-a-4}} = -\sqrt{\frac{-a+3}{-a-4}}$ 을 만족시키는 정수 a 의 개수는?

답 : 4

문제 22)

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (k+2)x + 18 = 0$ 의 한 근이 다른 근의 2배일 때, 모든 실수 k 의 값의 합은?

답 : -4

문제 23)

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (a+3)x + 3a + 2 = 0$ 의 두 근이 연속된 자연수일 때, 자연수 a 의 값은?

답 : 6

문제 24)

두 유리수 a, b 에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $3 + \sqrt{2}$ 일 때, 이차방정식 $x^2 + bx + a = 0$ 의 두 근을 구하시오.

답 : $x = -3$ 또는 $x = 2$

문제 25)

x 에 대한 이차방정식 $2x^2 + (k-1)x + k - 2 = 0$ 이 한 개의 양의 실근과 한 개의 음의 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하시오.

답 : $k < 2$

문제 26)

이차방정식 $x^2 + x - 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 + 2\alpha - 1)(\beta^2 + 2\beta - 1)$ 의 값을 구하시오.

답 : 7

문제 27)

이차함수 $y = x^2 + 2ax + ak + 4k - 2b$ 의 그래프가 실수 k 의 값에 관계없이 항상 x 축에 접할 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

답 : 32

문제 28)

이차함수 $y = x^2 - 2ax + b$ 의 그래프가 x 축에 접하고, 직선 $y = 3x$ 와 만나지 않을 때, 실수 b 값의 범위는?

답 : $b > \frac{9}{16}$

문제 29)

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (2 - a)x - 4 = 0$ 의 한 근이 -2 와 -1 사이에 존재하고, 다른 한 근은 2 와 3 사이에 존재하도록 하는 정수 a 의 값을 구하시오.

답 : 3

문제 30)

$x \geq 2$ 에서 이차함수 $y = x^2 - 2kx + 1$ 의 최솟값이 -8 일 때, 상수 k 의 값은?

답 : 3

문제 31)

어느 과일 가게에서 포도 한 송이를 2000원에 판매하면 하루에 200송이를 팔 수 있다. 가격을 100원 내릴 때마다 판매량이 20송이씩 증가한다고 할 때, 하루 총 판매 금액을 최대로 하기 위해서는 포도 한송이의 가격을 얼마로 정해야 하는지 구하시오.

답 : 1500원

문제 32)

이차함수 $y = 2x^2 + (3a + 4)x + 2 - a^2$ 의 그래프와 직선 $y = a^2x - 5a$ 가 서로 다른 두 점에서 만나고 두 교점의 x 좌표가 절댓값이 같을 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

답 : -1

문제 33)

x 에 대한 사차방정식 $2x^4 - 2kx^2 + 2k - 9 = 0$ 이 서로 다른 두 실근과 서로 다른 두 허근을 갖도록 하는 자연수 k 의 개수를 구하시오.

답 : 4개

문제 34)

x 에 대한 사차방정식 $x^4 + px^3 + 4x^2 + px + 1 = 0$ 의 한 근 α 가 등식 $\alpha + \frac{1}{\alpha} = 1$ 을 만족시킬 때, 상수 p 의 값은?

답 : -3

문제 35)

이차방정식 $x^2 - x - 3 = 0$ 의 서로 다른 두 실근이 x 에 대한 사차방정식 $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 의 두 중근일 때, 네 상수 a, b, c, d 의 합 $a + b + c + d$ 의 값은?

답 : 8

문제 36)

삼차방정식 $x^3 = -1$ 의 한 허근을 ω 라고 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $\omega - \frac{1}{\bar{\omega}^2} = 1$

ㄴ. $\omega^2 + \bar{\omega}^2 = 0$

ㄷ. $\frac{1}{1 - \omega} + \frac{1}{1 - \bar{\omega}} = 1$

답 : ㄱ, ㄷ

문제 37)

연립방정식
$$\begin{cases} kx + y + z = 3 \\ x + ky + z = 3 \\ x + y + kz = 3 \end{cases}$$
의 해가 존재하지 않을 때의 k 의 값을 α , 무수히 많을 때의 k 의 값을 β 라고 하자. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 실수이다.)

답 : -1

문제 38)

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (m - 5)x + m - 3 = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 모든 정수 m 의 값의 합은?

답 : 14

문제 39)

x, y 에 대한 방정식

$$2x^2 - 4xy + 5y^2 - 4x - 2y + 5 = 0$$

을 만족시키는 두 실수 x, y 가 존재할 때, $x + y$ 의 값을 구하시오.

문제 40)

모든 실수 x 에 대하여 부등식 $a^2x - 4a > 4x - 3$ 이 성립할 때, 상수 a 의 값은?

답 : -2

문제 41)

부등식 $x^2 - 4|x| - 5 > 0$ 의 해가 부등식 $2x^2 + ax + b > 0$ 의 해와 서로 같을 때, 두 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

답 : -50

문제 42)

x 에 대한 이차부등식 $f(x) < 0$ 의 해가 $-3 < x < 3$ 일 때, 부등식 $f(2014 - x) \geq 0$ 의 해는?

답 : $x \leq 2011$ 또는 $x \geq 2017$

문제 43)

세 변의 길이가 $x - 3, 2x - 1, 2x + 3$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 자연수 x 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M - m$ 의 값을 구하시오.

답 : 13