2017학년도 6월 고1 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수학 영역 •

정 답

1	②	2	③	3	③	4	①	5	④
6	②	7	①	8	①	9	③	10	③
11	④	12	⑤	13	④	14	②	15	⑤
16	④	17	③	18	⑤	19	⑤	20	②
21	①	22	9	23	17	24	3	25	24
26	46	27	50	28	32	29	16	30	27

해 설

1. [출제의도] 복소수 계산하기

$-2i+(2+3i)=2+(-2+3)i=2+i$

2. [출제의도] 다항식 계산하기

$(2x-y)(x+2y+3)=2x^2-2y^2+3xy+6x-3y$

이므로 xy항의 계수는 3이다.

3. [출제의도] 나머지정리를 이용하여 나머지 계산하기

$P(x)=x^3+3x^2+a$라 하자.

$P(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는

$$P(1)=1+3+a=a+4$$

이다. $P(1)=7$이므로 $a+4=7$이고

따라서 $a=3$이다.

4. [출제의도] 이차부등식 이해하기

$$x^2-7x+12\geq 0$$
$$(x-3)(x-4)\geq 0$$
$$x\leq 3 \text{ 또는 } x\geq 4$$

이므로 $\alpha=3,\ \beta=4$이다.

따라서 $\beta-\alpha=1$이다.

5. [출제의도] 조립제법 이해하기

조립제법에 의하여

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -3 & 5 & -5 \\ & & 2 & -2 & 6 \\ \hline & 1 & -1 & 3 & \boxed{1} \end{array}$$

$a=-1,\ b=3,\ c=1$이므로 $abc=-3$이다.

6. [출제의도] 인수분해 이해하기

$$\begin{aligned} 11^4-6^4 &= (11^2-6^2)(11^2+6^2) \\ &=(11-6)(11+6)\times 157 \\ &=5\times 17\times 157 \end{aligned}$$

이므로 $a=5,\ b=17$이다.

따라서 $a+b=5+17=22$이다.

7. [출제의도] 고차다항식 인수분해 이해하기

다항식 x^4+7x^2+16을 인수분해하면

$$\begin{aligned} x^4+7x^2+16 &=(x^4+8x^2+16)-x^2 \\ &=(x^2+4)^2-x^2 \\ &=(x^2+x+4)(x^2-x+4) \end{aligned}$$

이므로 $a=1,\ b=4$이다.

따라서 $a+b=5$이다.

8. [출제의도] 절댓값을 포함한 일차부등식 이해하기

$|x-2|<a$에서

$$-a<x-2<a$$
$$2-a<x<2+a$$

이다. 이 범위에 속하는 모든 정수 x의 개수가

$$2+a-(2-a)-1=2a-1=19$$

이므로 $a=10$이다.

9. [출제의도] 삼차방정식 이해하기

조립제법에 의하여

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & -5 & 6 \\ & & 1 & -1 & -6 \\ \hline 3 & 1 & -1 & -6 & \boxed{0} \\ & & 3 & 6 & \\ \hline & 1 & 2 & \boxed{0} & \end{array}$$

$$x^3-2x^2-5x+6=(x-1)(x-3)(x+2)=0$$

이므로

$$\alpha=-2,\ \beta=1,\ \gamma=3$$

이다. 따라서

$$\alpha+\beta+2\gamma=-2+1+2\times 3=5$$

이다.

10. [출제의도] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이용하여 문제 해결하기

이차함수 $y=-2x^2+5x$의 그래프와 직선 $y=2x+k$가 적어도 한 점에서 만나기 위해 방정식

$$-2x^2+5x=2x+k$$
$$2x^2-3x+k=0$$

의 판별식 D가 $D\geq 0$이어야 한다.

$$D=(-3)^2-4\times 2\times k\geq 0$$
$$k\leq \frac{9}{8}$$

이므로 실수 k의 최댓값은 $\frac{9}{8}$이다.

11. [출제의도] 연립방정식 이해하기

$x=y+2$를

$$x^2-xy-y^2=5$$

에 대입하면

$$(y+2)^2-y(y+2)-y^2=5$$
$$y^2-2y+1=0$$
$$(y-1)^2=0$$

이므로 $y=1,\ x=3$, 즉 $\alpha=3,\ \beta=1$이다. 따라서

$$\alpha+\beta=3+1=4$$

이다.

12. [출제의도] 곱셈 공식을 이용하여 도형 문제 해결하기

두 정사각형의 넓이의 합은 $a^2+(2b)^2$이고 직사각형의 넓이는 ab이므로

$$a^2+4b^2=5ab$$

이다. $ab=4$이고 $(a+2b)^2=a^2+4b^2+4ab$이므로

$$(a+2b)^2=9ab=36$$

이다.

13. [출제의도] 사차방정식 이해하기

주어진 사차방정식의 한 근이 -2이므로

$x=-2$를 대입하면

$$4a+28=0$$
$$a=-7$$

조립제법에 의하여

$$\begin{array}{r|rrrrr} -2 & 1 & -1 & -7 & 1 & 6 \\ & & -2 & 6 & 2 & -6 \\ \hline -1 & 1 & -3 & -1 & 3 & \boxed{0} \\ & & -1 & 4 & -3 & \\ \hline 1 & 1 & -4 & 3 & \boxed{0} & \\ & & 1 & -3 & & \\ \hline & 1 & -3 & \boxed{0} & & \end{array}$$

$$x^4-x^3-7x^2+x+6=(x+2)(x+1)(x-1)(x-3)=0$$

이므로

$$x=-2,\ -1,\ 1,\ 3$$

이다. 따라서 $a=-7,\ b=3$이므로 $a+b=-4$이다.

14. [출제의도] 복소수 연산을 통해 식의 값 문제 해결하기

$\alpha=\frac{1+i}{2i}$에서

$$\alpha^2=\frac{2i}{-4}=-\frac{i}{2}$$

이고, $\beta=\frac{1-i}{2i}$에서

$$\beta^2=\frac{-2i}{-4}=\frac{i}{2}$$

이므로 $2\alpha^2=-i,\ 2\beta^2=i$이다.

따라서

$$(2\alpha^2+3)(2\beta^2+3)=(3-i)(3+i)=10$$

이다.

[다른 풀이]

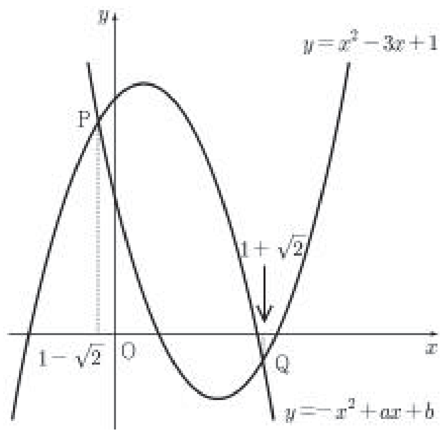
$\alpha+\beta=\frac{2}{2i}=\frac{1}{i}=-i,\ \alpha\beta=\frac{2}{-4}=-\frac{1}{2}$이고

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=0$이므로

$$\begin{aligned} (2\alpha^2+3)(2\beta^2+3)&=4(\alpha\beta)^2+6(\alpha^2+\beta^2)+9 \\ &=4\times\frac{1}{4}+6\times 0+9=10 \end{aligned}$$

이다.

15. [출제의도] 실수의 성질을 이용하여 이차방정식 문제 해결하기



이차함수 $y=-x^2+ax+b$의 그래프와 이차함수 $y=x^2-3x+1$의 그래프의 교점의 x좌표는 이차방정식

$$-x^2+ax+b=x^2-3x+1$$
$$2x^2-(3+a)x+1-b=0$$

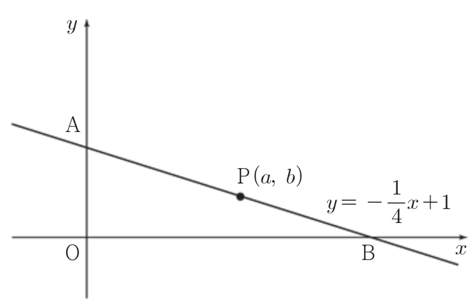
의 두 실근이다. $a,\ b$는 유리수이므로 한 근이 $1-\sqrt{2}$이면 나머지 한 근은 $1+\sqrt{2}$이다.

따라서 $2x^2-(3+a)x+1-b=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha+\beta=\frac{3+a}{2}=2,\ \alpha\beta=\frac{1-b}{2}=-1$$

이다. $a=1,\ b=3$이므로 $a+3b=10$이다.

16. [출제의도] 이차함수의 그래프를 이용하여 최대 최소 문제 해결하기



점 $P(a, b)$는 직선 $y=-\frac{1}{4}x+1$ 위의 점이므로

$b=-\frac{1}{4}a+1$이다.

$b=-\frac{1}{4}a+1$을 주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} a^2+8b &= a^2+8\left(-\frac{1}{4}a+1\right) \\ &= a^2-2a+8 \\ &= (a-1)^2+7 \end{aligned}$$

이다. 그런데 $A(0, 1)$, $B(4, 0)$이므로 $0 \le a \le 4$이다.

따라서 $a=1$일 때, a^2+8b의 최솟값은 7이다.

[다른 풀이]

$a=-4b+4$를 주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} a^2+8b &= (-4b+4)^2+8b \\ &= 16b^2-32b+16+8b \\ &= 16b^2-24b+16 \\ &= 16\left(b^2-\frac{3}{2}b+\frac{9}{16}\right)+7 \\ &= 16\left(b-\frac{3}{4}\right)^2+7 \end{aligned}$$

이다. 그런데 $A(0, 1)$, $B(4, 0)$이므로 $0 \le b \le 1$이다.

따라서 $b=\frac{3}{4}$일 때, a^2+8b의 최솟값은 7이다.

17. [출제의도] 다항식을 이용하여 통합 교과적 문제 해결하기

별 A의 반지름의 길이를 R_A, 별 B의 반지름의 길이를 R_B, 별 A의 표면 온도를 T_A, 별 B의 표면 온도를 T_B라 하자.

별 A의 반지름의 길이는 별 B의 반지름의 길이의 12배이므로

$$R_A=12R_B,$$

별 A의 표면 온도는 별 B의 표면 온도의 $\frac{1}{2}$배이므로

$$T_A=\frac{1}{2}T_B$$

이다.

그러므로

$$\begin{aligned} \frac{L_A}{L_B} &= \frac{4\pi {R_A}^2 \times \sigma {T_A}^4}{4\pi {R_B}^2 \times \sigma {T_B}^4} \\ &= \frac{4\pi (12R_B)^2 \times \sigma\left(\frac{1}{2}T_B\right)^4}{4\pi {R_B}^2 \times \sigma {T_B}^4} \\ &= 144 \times \frac{1}{16} \\ &= 9 \end{aligned}$$

따라서 $\frac{L_A}{L_B}=9$이다.

18. [출제의도] 복소수의 성질 추론하기

$z=a+bi$에 대하여 $iz=i(a+bi)=-b+ai$, $\bar{z}=a-bi$인데 $iz=\bar{z}$이므로 $a=-b$이다. 따라서

$$z=a-ai$$

이다.

ㄱ. $z+\bar{z}=(a-ai)+(a+ai)=2a=-2b$이다. (참)

ㄴ. $iz=\bar{z}$의 양변에 i를 곱하면 $i\bar{z}=-z$이다. (참)

ㄷ. $iz=\bar{z}$이므로 $\frac{\bar{z}}{z}=i$이고 $i\bar{z}=-z$이므로 $\frac{z}{\bar{z}}=-i$

이다. 따라서 $\frac{\bar{z}}{z}+\frac{z}{\bar{z}}=0$이다. (참)

그러므로 ㄱ, ㄴ, ㄷ이 모두 옳다.

[다른 풀이 1]

ㄴ. $i\bar{z}=i(a+ai)=ai-a=-(a-ai)=-z$

ㄷ. $\frac{\bar{z}}{z}+\frac{z}{\bar{z}}=\frac{a+ai}{a-ai}+\frac{a-ai}{a+ai}=\frac{(a+ai)^2+(a-ai)^2}{(a-ai)(a+ai)}=0$

[다른 풀이 2]

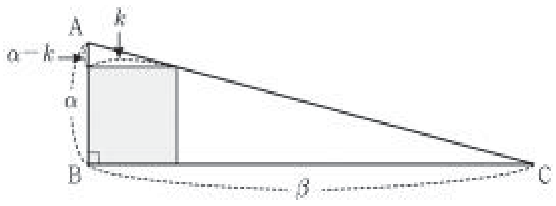
ㄷ. $iz=\bar{z}$의 양변을 제곱하면 $z^2+(\bar{z})^2=0$이고

$z\bar{z}=2a^2 \ne 0$이므로 $\frac{\bar{z}}{z}+\frac{z}{\bar{z}}=\frac{z^2+(\bar{z})^2}{z\bar{z}}=0$이다.

19. [출제의도] 근과 계수의 관계를 이용하여 이차방정식 문제 해결하기

근과 계수의 관계에 따라 $\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=2$이다.

직각삼각형에 내접하는 정사각형의 한 변의 길이를 k라 하면



$$\alpha : \beta = \alpha-k : k$$

$$k=\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}=\frac{1}{2}$$

이다. 따라서 정사각형의 넓이 $k^2=\frac{1}{4}$과 둘레의 길이 $4k=2$를 두 근으로 하는 이차방정식은

$$4(x-2)\left(x-\frac{1}{4}\right)=4x^2-9x+2=0$$

이다. 따라서 $m+n=-9+2=-7$이다.

[다른 풀이]

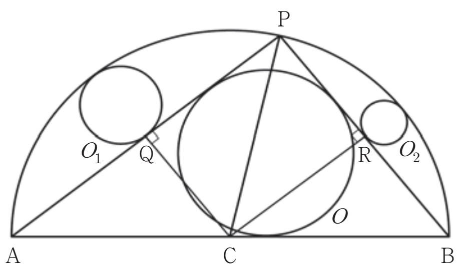
정사각형의 넓이 $k^2=\frac{1}{4}$과 둘레의 길이 $4k=2$를 두 근으로 하는 이차방정식은 근과 계수의 관계에 의해 두 근의 합이 $\frac{9}{4}$이고 곱이 $\frac{1}{2}$이므로

$$x^2-\frac{9}{4}x+\frac{1}{2}=0$$

$$4x^2-9x+2=0$$

따라서 $m+n=-9+2=-7$이다.

20. [출제의도] 이차함수와 도형의 관계 추론하기



그림과 같이 두 현 AP, BP의 중점을 각각 Q, R라 하고 선분 AB의 중점을 C라 하면 사각형 PQCR는 직사각형이다. $\overline{PQ}=a$, $\overline{PR}=b$라 하면 $a^2+b^2=\boxed{25}$이다.

원 O_1의 반지름의 길이를 r_1, 원 O_2의 반지름의 길이를 r_2, 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{CQ}=5-2r_1$, $\overline{CR}=5-2r_2$이다.

이때 $\overline{CQ}=\overline{PR}$, $\overline{CR}=\overline{PQ}$이므로

$b=5-2r_1$, $a=5-2r_2$이고, $r_1=\frac{5-b}{2}$, $r_2=\frac{5-a}{2}$

이다. 한편, 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로 $(2a-r)+(2b-r)=10=2\times\boxed{5}$이다.

따라서

$$r=a+b-\boxed{5}$$

이다. 그러므로 세 원 O_1, O_2, O의 넓이의 합은

$$\begin{aligned} &\pi({r_1}^2+{r_2}^2+r^2) \\ &=\pi\left\{\left(\frac{5-b}{2}\right)^2+\left(\frac{5-a}{2}\right)^2+\left(a+b-\boxed{5}\right)^2\right\} \cdots ① \end{aligned}$$

이다. $a+b=t$ $(5<t\le 5\sqrt{2})$라 하면 식 ①은

$$\pi\left(t-\boxed{\frac{25}{4}}\right)^2+\frac{75}{16}\pi$$

이므로 세 원 O_1, O_2, O의 넓이의 합의 최솟값은

$\frac{75}{16}\pi$이다.

따라서 $\alpha=25$, $\beta=5$, $\gamma=\frac{25}{4}$이므로

$$(\alpha-\beta)\times\gamma=125$$

이다.

21. [출제의도] 연립부등식의 해 추론하기

$$x^2-a^2x=x(x-a^2)\ge 0$$

에서 $x \le 0$ 또는 $x \ge a^2$이고

$$x^2-4ax+4a^2-1=(x-(2a-1))(x-(2a+1))<0$$

에서 $2a-1<x<2a+1$이다.

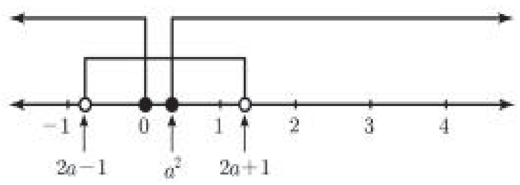
ⅰ) $0<a<\frac{1}{2}$일 때

연립부등식의 해는

$$-1<2a-1<x\le 0 \text{ 또는 } a^2 \le x<2a+1<2$$

인데 $0<a^2<\frac{1}{4}$이고 $1<2a+1<2$이므로

$x=0, 1$의 2개 정수해가 존재한다.



ⅱ) $a=\frac{1}{2}$일 때

연립부등식의 해는

$$\frac{1}{4}=a^2\le x<2a+1=2$$

이므로 $x=1$의 1개 정수해가 존재한다.

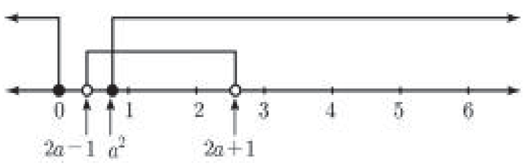
ⅲ) $\frac{1}{2}<a<1$일 때

연립부등식의 해는

$$a^2 \le x<2a+1$$

인데 $\frac{1}{4}<a^2<1$이고 $2<2a+1<3$이므로

$x=1, 2$의 2개 정수해가 존재한다.



ⅳ) $a=1$일 때

연립부등식의 해는

$$1=a^2=2a-1<x<2a+1=3$$

이므로 $x=2$의 1개 정수해가 존재한다.

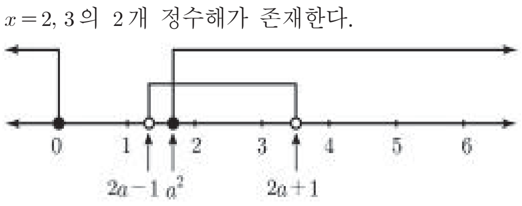
ⅴ) $1<a<\sqrt{2}$일 때

연립부등식의 해는

$$a^2 \le x<2a+1$$

인데 $1<a^2<2$이고 $3<2a+1<1+2\sqrt{2}<4$이므로

$x=2, 3$의 2개 정수해가 존재한다.



그러므로 ⅰ) ~ ⅴ)에 의해

$a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=1$일 때, 1개 정수해가 존재한다.

따라서 모든 실수 a의 값의 합은 $\frac{3}{2}$이다.

22. [출제의도] 복소수 계산하기

두 복소수가 서로 같을 조건에 의해

$$(a+1)+3i=7+bi$$

$$a+1=7, \ 3=b$$

이다. 따라서 $a=6$, $b=3$이고 $a+b=9$이다.

23. [출제의도] 다항식 계산하기

$$\begin{aligned} (x-y)^2 &= (x+y)^2-4xy \\ &= 5^2-4\times 2 \end{aligned}$$

따라서 $(x-y)^2=17$이다.

24. [출제의도] 연립부등식 이해하기

부등식 $2x+1<x-3$의 해는 $x<-4$이고

$x^2+6x-7=(x-1)(x+7)<0$의 해는

$-7<x<1$

이므로 연립부등식의 해는

$-7<x<-4$

이다. 따라서 $\alpha=-7,\ \beta=-4$이므로

$\beta-\alpha=-4-(-7)=3$

이다.

25. [출제의도] 이차방정식의 해를 이용하여 문제 해결하기

이차방정식 $x^2+4x-3=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha^2+4\alpha-3=0$

$\beta^2+4\beta-3=0$

이 성립한다. 따라서

$\alpha^2+4\alpha-4=-1$

$\beta^2+4\beta-4=-1$

이므로

$$\frac{6\beta}{\alpha^2+4\alpha-4}+\frac{6\alpha}{\beta^2+4\beta-4}=-6(\beta+\alpha)$$

이다. 근과 계수의 관계에 따라 $\alpha+\beta=-4$이므로

$$\frac{6\beta}{\alpha^2+4\alpha-4}+\frac{6\alpha}{\beta^2+4\beta-4}=-6(\alpha+\beta)=24$$

이다.

26. [출제의도] 나머지정리를 이용하여 다항식의 나눗셈 문제 해결하기

다항식의 나눗셈에 의해

$P(x)=(x^2-x-1)(ax+b)+2\cdots$ ①

$P(x+1)=(x^2-4)Q(x)-3$

$=(x-2)(x+2)Q(x)-3\cdots$ ②

$x=2$를 ②에 대입하면

$P(3)=-3$

$x=-2$를 ②에 대입하면

$P(-1)=-3$

이 된다. ①의 식에 $x=3$, $x=-1$을 대입하여 정리하면 $3a+b=-1$, $-a+b=-5$이고

$a=1$, $b=-4$

이다. 따라서

$50a+b=50-4=46$

이다.

27. [출제의도] 이차함수의 성질 추론하기

이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=4ax-10$의 교점의 x좌표가 1, 5이므로

이차방정식 $f(x)=4ax-10$의 두 실근은 1, 5이다.

$f(x)$의 이차항의 계수가 a이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$f(x)-4ax+10=a(x^2-6x+5)$

로 둘 수 있다. 따라서

$f(x)=ax^2-6ax+5a+4ax-10$

$=ax^2-2ax+5a-10$

$=a(x-1)^2+4a-10$

이다. 한편, $a>0$이고 $1\le x\le 5$에서 $f(x)$의 최솟값이 -8이므로 $f(1)=-8$이다.

$f(1)=4a-10=-8$에서 $a=\frac{1}{2}$이다.

따라서 $100a=50$이다.

28. [출제의도] 미지수가 3개인 연립일차방정식을 이용하여 실생활 문제 해결하기

$a<b<c$이므로 두 변의 길이의 차의 최댓값은

$c-a$

이다. 그러므로 (가)에 의해

$c-a=16$

이다. 또한 (나)에 의해

$b-a=2$ 또는 $c-b=2$

이다.

i) $b-a=2$ 인 경우

$b-a=2$이고 $c-a=16$이므로 두 식을 더하면

$-2a+b+c=18\cdots\cdots$ ①

철사의 총 길이가 60㎝이므로

$a+b+c=60\cdots\cdots$ ②

이다. ②−①을 하면 $3a=42$이다.

따라서

$a=14,\ b=16,\ c=30$

이다. 그러나 $c=a+b$이므로 삼각형의 결정조건에 위배된다.

ii) $c-b=2$인 경우

$c-b=2$이고 $c-a=16$이므로 두 식을 더하면

$-a-b+2c=18\cdots\cdots$ ③

철사의 총 길이가 60㎝이므로

$a+b+c=60\cdots\cdots$ ④

이다. ③+④를 하면 $3c=78$이다.

따라서

$a=10,\ b=24,\ c=26$

이고

$c^2=a^2+b^2$

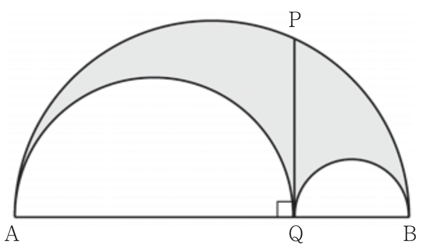
이므로 이 삼각형은 직각삼각형이다.

그러므로

$3a-b+c=30-24+26=32$

이다.

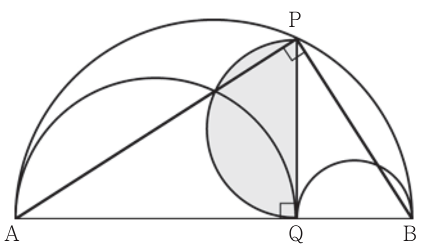
29. [출제의도] 곱셈 공식을 이용하여 도형 문제 해결하기



$\overline{AQ}=x$, $\overline{QB}=y$라 하자.

$$S_1=\frac{\pi}{2}\left(\frac{x+y}{2}\right)^2-\frac{\pi}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^2-\frac{\pi}{2}\left(\frac{y}{2}\right)^2=\frac{\pi}{4}xy$$

이다.



$\triangle AQP \backsim \triangle PQB$ 이므로

$\overline{AQ}:\overline{PQ}=\overline{PQ}:\overline{BQ}$

이다. 따라서

$\overline{PQ}^2=\overline{AQ}\times\overline{BQ}=xy$

이다. 그러므로 $S_2=\frac{\pi}{2}\left(\frac{\overline{PQ}}{2}\right)^2=\frac{\pi}{8}xy$ 이다.

$S_1-S_2=\frac{\pi}{8}xy=2\pi$ 에서

$xy=16$

이고 $\overline{AQ}-\overline{QB}=8\sqrt{3}$ 에서

$x-y=8\sqrt{3}$

이므로

$$\begin{aligned}(\overline{AB})^2&=(\overline{AQ}+\overline{QB})^2\\&=(x+y)^2\\&=(x-y)^2+4xy\\&=192+64=256\end{aligned}$$

이다. 따라서 $\overline{AB}=16$ 이다.

[다른 풀이]

$\angle APB=90^\circ$ 이므로

$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2=(x+y)^2\cdots\cdots$ ①

$\angle AQP=90^\circ$, $\angle PQB=90^\circ$ 이므로

$\overline{PQ}^2=\overline{AP}^2-x^2=\overline{BP}^2-y^2\cdots\cdots$ ②

①을 ②에 대입하면

$2\overline{BP}^2=(x+y)^2+y^2-x^2=2xy+2y^2$

이므로

$\overline{BP}^2=xy+y^2\cdots\cdots$ ③

③을 ②에 대입하면 $\overline{PQ}^2=xy$이다.

30. [출제의도] 나머지정리를 이용하여 이차다항식 추론하기

i) $P(1)=0,\ P(2)=0$ 인 경우

$P(x)$는 이차다항식이므로 조건 (나)에 의해

$P(0)=3,\ P(3)=3$

이다. 따라서

$P(x)=\frac{3}{2}(x-1)(x-2)$

이다.

ii) $P(1)=0,\ P(2)\neq 0$ 인 경우

$P(x)$는 이차다항식이므로 조건 (나)에 의해 아래와 같이 세 가지 경우만 생각하면 된다.

① $P(0)=0$, $P(3)=3$일 때,

$P(1)=0,\ P(0)=0,\ P(3)=3$

이다. 따라서

$P(x)=\frac{1}{2}x(x-1)$

이다.

② $P(0)=3$, $P(3)=0$일 때,

$P(1)=0,\ P(0)=3,\ P(3)=0$

이다. 따라서

$P(x)=(x-1)(x-3)$

이다.

③ $P(0)=3$, $P(3)=3$일 때,

$P(1)=0,\ P(0)=3,\ P(3)=3$

이다. 따라서

$P(x)=\frac{3}{2}(x-1)(x-2)$

이다. 그런데 $P(2)=0$이므로 모순이다.

iii) $P(1)\neq 0,\ P(2)=0$인 경우

$P(x)$는 이차다항식이므로 조건 (나)에 의해 아래와 같이 세 가지 경우만 생각하면 된다.

① $P(0)=0$, $P(3)=3$일 때,

$P(2)=0,\ P(0)=0,\ P(3)=3$

이다. 따라서

$P(x)=x(x-2)$

이다.

② $P(0)=3$, $P(3)=0$일 때,

$P(2)=0,\ P(0)=3,\ P(3)=0$

이다. 따라서

$P(x)=\frac{1}{2}(x-2)(x-3)$

이다.

③ $P(0)=3$, $P(3)=3$일 때,

$P(2)=0,\ P(0)=3,\ P(3)=3$

이다. 따라서

$P(x)=\frac{3}{2}(x-1)(x-2)$

이다. 그런데 $P(1)=0$이므로 모순이다.

그러므로 i), ii), iii)에 의해

$$\begin{aligned}Q(x)&=\frac{3}{2}(x-1)(x-2)+\frac{1}{2}x(x-1)\\&\quad+(x-1)(x-3)+x(x-2)\\&\quad+\frac{1}{2}(x-2)(x-3)\end{aligned}$$

이다. 따라서 $Q(x)$를 $x-4$로 나눈 나머지는 $Q(4)=27$이다.