

$$\text{February 22, 2018} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 5} - n) =$$

## 1 수열의 극한

### 1.1 계산

문제 1)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 4n + 3}{-3n + 5} =$$

문제 2)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 4n + 3}{2n^2 - 3n + 5} =$$

문제 3)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 4n + 3}{n^3 + 2n^2 - 3n + 5} =$$

문제 4)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 3 + \cdots + n}{(n-2)(2n-1)} =$$

문제 5)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2}{\frac{1}{4}n^2 + 1} =$$

문제 6)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n-1}}{n+1} =$$

문제 7)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + \sqrt{9n^2 + 4}}{\sqrt{2n^2 + 3}} =$$

문제 9)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + 3n + 1}{6n^2 + 3} = 1 \text{ 일 때, 상수 } a \text{ 의 값을 구하}$$

여라.

문제 10)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n - 2}{an^2 + 2n + 5} = b \text{ 일 때, 상수 } a, b \text{ 의 값을 구하}$$

여라.

문제 11)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + 3n + 3}{bn - 1} = -3 \text{ 일 때, 상수 } a, b \text{ 의 값을}$$

구하여라.

문제 12)

$$\text{수열 } \{a_n\} \text{ 이 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n + 3}{a_n + 1} = 2 \text{ 를 만족시킬 때,}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  의 값은?

문제 13)

$$\text{수열 } \{a_n\} \text{ 이 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n - 6}{3a_n - 4} = -1 \text{ 를 만족시킬 때,}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  의 값은?

### 1.2 식 변형하기

문제 14)

$$\text{수열 } a_n \text{ 이 } \lim_{n \rightarrow \infty} (3n - 1)a_n = 2 \text{ 을 만족시킬 때,}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} (6n + 1)a_n$  의 값은?

**문제 15)**

수열  $a_n$  이  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 + 5n - 1)a_n = 5$  을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (6n^2 - 5n + 3)a_n$  의 값은?

**문제 16)**

수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$  이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n+1)a_n = 2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (3n+1)b_n = 2$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (6n^2 + 4n + 5)a_nb_n$  의 값은?

**문제 17)**

수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$  이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n-1)a_n = 3, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2+1)b_n = 7$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(6n+1)b_n}{a_n}$  의 값은?

**문제 18)**

수렴하는 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$  에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 7, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_nb_n = 12$$

일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + b_n^2)$  의 값은?

**문제 19)**

수렴하는 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$  에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = -5, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_nb_n = -6$$

일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + b_n^2)$  의 값은?

**문제 20)**

수렴하는 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$  에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + b_n^2) = 41, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = -1$$

일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_nb_n$  의 값은?

**문제 21)**

수렴하는 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$  에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + b_n^2) = 29, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = -7$$

일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_nb_n$  의 값은?

**1.3 부등식과 수열의 극한****문제 22)**

수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$  에 대하여 부등식

$$\frac{3n-1}{n+2} < a_n < \frac{3n+5}{n+2}$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  의 값을 구하여라.

**문제 23)**

수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$  에 대하여 부등식

$$2 + \frac{2}{n+1} < a_n < 2 + \frac{2}{n-1}$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  의 값을 구하여라.

**문제 24)**

수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$  에 대하여 부등식

$$n \leq a_n < n+1$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3n-1}$  의 값을 구하여라.

**문제 25)**

수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$  에 대하여 부등식

$$n \leq \frac{a_n}{3n+1} < n+1$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2+1}$  의 값을 구하여라.

**문제 26)**

수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$  에 대하여 부등식

$$\sqrt{4n^2-1} < (n+1)a_n < \sqrt{4n^2+1}$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하여라.

문제 27)

수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 부등식

$$n^2 - n + 1 < (2n^2 + 1)a_n < n^2 + n + 1$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하여라.

## 1.4 등비수열

문제 28)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} =$$

문제 29)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 2^{n+1} =$$

문제 30)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 0.9^{n-1} =$$

문제 31)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{3}\right)^{n-2} =$$

문제 32)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 3^n}{1 + 3^n}$$

문제 33)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2 + 2^n}{4 + 2^n}$$

문제 34)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} + 2}{3^n + 5}$$

문제 35)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^{n+1} + 4}{7^{n-1} - 4}$$

문제 36)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{2n+1} + 4}{3^n + 1}$$

문제 37)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n-1} + 4}{4^{n-1} + 1}$$

문제 38)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 5^n}{5^n}$$

문제 39)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} + 3^{n-1}}{5^n + 3^n}$$

## 2 급수

### 2.1 등비급수

문제 40)

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \cdots =$$

문제 41)

$$2 + \frac{4}{3} + \frac{8}{9} + \cdots =$$

문제 42)

$$9 + 3 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \cdots =$$

문제 43)

$$1 + 0.4 + 0.16 + 0.064 + \cdots =$$

문제 44)

$$0.6 + 0.36 + 0.216 + \cdots =$$

문제 45)

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \cdots =$$

문제 46)

$$2 - \frac{4}{3} + \frac{8}{9} - \frac{16}{27} + \cdots =$$

문제 47)

$$1 + 3 + 9 + 27 + \cdots =$$

문제 48)

$$6 + 8 + \frac{32}{3} + \frac{128}{9} + \cdots =$$

문제 49)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n =$$

문제 50)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n =$$

문제 51)

$$\sum_{n=1}^{\infty} 6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n =$$

문제 52)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n =$$

문제 53)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n =$$

문제 54)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^n =$$

문제 55)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(\frac{3}{4}\right)^n + \left(\frac{2}{3}\right)^n \right\} =$$

문제 56)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^n + \left(-\frac{2}{3}\right)^n \right\} =$$

문제 57)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3^n} - \frac{1}{4^n}\right) =$$

문제 58)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4^n} - \frac{4}{3^n}\right) =$$

문제 59)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{10^n} =$$

문제 60)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n + 4^n}{5^n} =$$

## 2.2 부분분수를 사용한 급수의 계산

문제 61)

$$\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots$$

문제 62)

$$\frac{3}{1 \cdot 2} + \frac{3}{2 \cdot 3} + \frac{3}{3 \cdot 4} + \cdots$$

문제 63)

$$\frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 8} + \cdots$$

문제 64)

$$\frac{6}{1 \cdot 4} + \frac{6}{4 \cdot 7} + \frac{6}{7 \cdot 10} + \cdots$$

문제 65)

$$\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \cdots$$

문제 66)

$$\frac{3}{3 \cdot 5} + \frac{3}{4 \cdot 6} + \frac{3}{5 \cdot 7} + \cdots$$

문제 67)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(n+2)(n+3)}$$

문제 68)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+1)(n+3)}$$

문제 69)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{1+2+3+\cdots+n}$$

문제 70)

$$\frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{4^2-1} + \frac{1}{6^2-1} + \cdots$$

문제 71)

$$\frac{4}{5^2-1} + \frac{4}{7^2-1} + \frac{4}{9^2-1} + \cdots$$

## 2.3 제곱근을 사용한 급수의 계산

문제 72)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

문제 73)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n+1})$$

문제 74)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}}$$

문제 75)

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{n^2-1}}$$

문제 76)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n+2} - \sqrt{2n}}{\sqrt{4n^2+4n}}$$