

현빈 : 10 이차방정식의 근의 위치

February 8, 2015

a, b, c 가 실수이고 $a \neq 0$ 일 때 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근의 위치는 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프를 그린 후 다음 세 가지 조건을 확인함으로써 결정될 수 있다.

- (i) 판별식 D 의 부호
- (ii) 경계에서의 함수값의 부호
- (iii) 축의 위치

따라서 이차방정식의 두 실근 α, β 와 상수 $p, q (p < q)$ 사이의 대소관계의 조건을 이차함수의 그래프를 이용하여 판별하면 다음과 같다.

| 두 근이 모두 p 보다 크다. | 두 근이 모두 p 보다 작다. | 두 근 사이에 p 가 있다. | 두 근이 모두 p, q 사이에 있다. |
|--|--|-------------------|--|
| | | | |
| (i) $D \geq 0$ (ii) $f(p) > 0$ (iii) $-\frac{b}{2a} > p$ | (i) $D \geq 0$ (ii) $f(p) > 0$ (iii) $-\frac{b}{2a} < p$ | $f(p) > 0$ | (i) $D \geq 0$ (ii) $f(p) > 0, f(q) > 0$ (iii) $p < -\frac{b}{2a} < q$ |

————— 예 제 —————

34. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 4a - 3 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 클 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

35. 이차방정식 $2x^2 + 3x + 5m = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 작을 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하여라.

36. 이차방정식 $3x^2 - 5ax + a^2 + 1 = 0$ 의 두 근 사이에 1이 있을 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

37. 이차방정식 $x^2 - (m+2)x - (m-1) = 0$ 의 두 근이 모두 0과 2 사이에 있을 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하여라.

38. 이차방정식 $ax^2 - (a+1)x - 4 = 0$ 의 한 근은 -1 과 0 사이에 있고, 다른 한 근은 2 와 3 사이에 있을 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

39. 이차방정식 $x^2 + (m^2 - 1)x + m - 2 = 0$ 의 한 근은 1보다 크고 다른 한 근은 -1 보다 작을 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하여라.

————— 연습 문제 —————

233. 이차방정식 $x^2 - kx + k + 3 = 0$ 의 두 근이 모두 -3 보다 클 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

234. 이차방정식 $x^2 + 2ax + 3a$ 의 두 근이 모두 -2 보다 작을 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

235. 이차방정식 $x^2 - 2(m-4)x + 2m = 0$ 의 두 근 사이에 2가 있을 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하여라.

236. 이차방정식 $x^2 - 4x + k - 1 = 0$ 의 두 근이 모두 0과 3 사이에 있을 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

237. 이차방정식 $x^2 + 2(a+1)x + a + 2 = 0$ 의 한 근은 -1 과 1 사이에 있고, 다른 한 근은 1보다 클 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

238. 이차방정식 $x^2 + ax + 2a - 4 = 0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $-3 < \alpha < 0 < \beta < 2$ 를 만족시키는 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

————— 추가 문제 —————

258. 이차방정식 $x^2 - 2(a+1)x + 3 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 크도록 하는 실수 a 값의 범위는?

259. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + a^2 - 9 = 0$ 의 두 근 사이에 1이 있도록 하는 정수 a 의 개수를 구하여라.

260. 이차방정식 $2x^2 - ax + 2a - 1 = 0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $-1 < \alpha < 0 < \beta < 1$ 을 만족시키는 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

261. 이차방정식 $ax^2 - (a+1)x - 3 = 0$ 의 한 근은 -1 과 0 사이에 있고, 다른 한 근은 2 와 3 사이에 있을 때, 정수 a 의 값은?

262. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + (k-3)x + k^2 - 3k = 0$ 의 두 근이 모두 -1 과 1 사이에 있을 때, 실수 k 값의 범위는?

263. 이차방정식 $x^2 - 2kx + k + 2 = 0$ 의 근 중 적어도 한 개가 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근 사이에 있을 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

266. x 에 관한 두 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$, $x^2 + (a-1)x + a^2 = 0$ 중 적어도 하나가 실근을 가질 때, 실수 a 값의 범위를 구하여라.