2016학년도 6월 고1 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수학 영역 •

정 답

1	①	2	④	3	⑤	4	①	5	①
6	②	7	③	8	④	9	①	10	②
11	③	12	④	13	④	14	⑤	15	④
16	②	17	⑤	18	⑤	19	③	20	③
21	②	22	7	23	36	24	34	25	27
26	25	27	54	28	32	29	12	30	394

해 설

[출제의도] 다항식 계산하기

$A-B=(2x^2+3xy+1)-(2x^2+2xy-3)$
$\quad =xy+4$

[출제의도] 복소수 계산하기

$(4+2i)+(1-3i)=(4+1)+(2-3)i$
$\quad =5-i$

[출제의도] 나머지 계산하기

$f(x)=x^3-ax+6$이라 하면
$f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지 $f(1)=0$이다.
따라서 $f(1)=1-a+6=0$이므로 $a=7$이다.

[출제의도] 이차부등식 이해하기

해가 $-1<x<5$이고 이차항의 계수가 1인
이차부등식을 구하면
$\quad (x+1)(x-5)<0$
$\quad x^2-4x-5<0$
이므로 $a=-4$, $b=-5$이다.
따라서 $ab=20$이다.

[출제의도] 항등식의 성질 이해하기

등식을 정리하면 $x^2+(a-1)x-a=bx^2-3x+2$
이고, 항등식의 성질에 의해
$\quad a=-2,\ b=1$
이다.
따라서 $a+b=-1$이다.

[다른풀이]

등식 $(x-1)(x+a)=bx^2-3x+2$의 양변에
$x=0$을 대입하면 $-a=2$이므로 $a=-2$이다.
$x=1$을 대입하면 $b-1=0$이므로 $b=1$이다.
따라서 $a+b=-1$이다.

[출제의도] 인수분해 이해하기

$2016=x$라 하면

$$\frac{2016^3+1}{2016^2-2016+1}=\frac{x^3+1}{x^2-x+1}$$
$$=\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1}$$
$$=x+1$$
$$=2017$$

이다.

[출제의도] 절댓값을 포함한 일차부등식 이해하기

$|x-a|<5$의 해는 $a-5<x<a+5$이므로
정수 x의 최댓값이 12가 되기 위해서는
$12<a+5\le 13$ 즉, $7<a\le 8$이다.
따라서 정수 a의 값은 8이다.

8. [출제의도] 인수분해 이해하기

$x^2-x=t$라 두면

$$(x^2-x)^2+2x^2-2x-15=t^2+2t-15$$
$$=(t+5)(t-3)$$
$$=(x^2-x+5)(x^2-x-3)$$

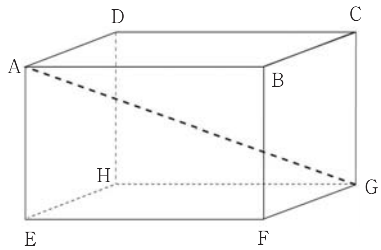
이므로
$\quad a=-1,\ b=5,\ c=-3$
또는
$\quad a=-1,\ b=-3,\ c=5$
이다.
따라서 $a+b+c=1$이다.

9. [출제의도] 삼차방정식 이해하기

1	1	1	1	-3
		1	2	3
	1	2	3	0

조립제법에 의하여
$x^3+x^2+x-3=(x-1)(x^2+2x+3)=0$이다.
주어진 삼차방정식의 두 허근 α, β는
이차방정식 $x^2+2x+3=0$의 두 근이므로
$\quad \alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=3$
이다. 따라서 $(\alpha-1)(\beta-1)=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1$
$\quad =6$
이다.

10. [출제의도] 곱셈공식 이용하여 도형 문제 해결하기



이웃하는 세 모서리의 길이를 각각 a, b, c라 하자
$\overline{AG}=\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{13}$ 이므로
$\quad a^2+b^2+c^2=13$
이다.
모든 모서리의 길이의 합은 $4(a+b+c)=20$이므로
$\quad a+b+c=5$
이다.
따라서 직육면체의 겉넓이는

$$2(ab+bc+ca)=(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)$$
$$=25-13$$
$$=12$$

이다.

11. [출제의도] 연립방정식 이해하기

주어진 연립일차방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} x+y=8 \cdots\cdots ① \\ y-z=2 \cdots\cdots ② \\ z-x=4 \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

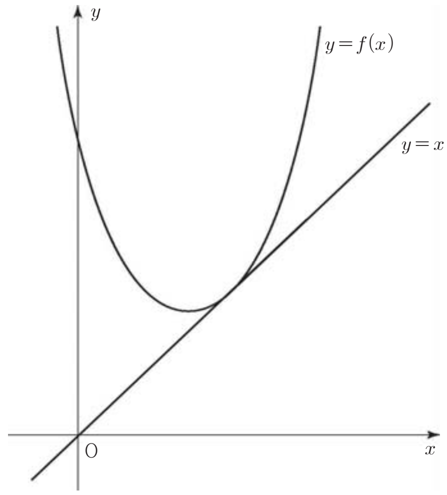
①−②에서
$\quad x+z=6 \cdots\cdots ④$
이다.
③+④에서
$\quad 2z=10$ 즉, $z=5$이므로
②와 ③에 대입하면
$\quad x=1,\ y=7$
이다.
따라서 $a=1$, $b=7$, $c=5$이므로

12. [출제의도] 사차방정식 이해하기

1	1	-5	5	5	-6
		1	-4	1	6
-1	1	-4	1	6	0
		-1	5	-6	
	1	-5	6	0	

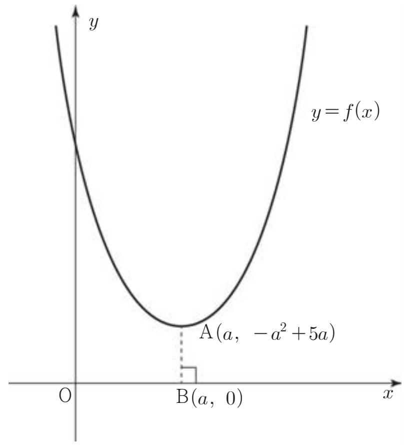
조립제법에 의하여
$x^4-5x^3+5x^2+5x-6=(x+1)(x-1)(x^2-5x+6)$
$\quad =(x+1)(x-1)(x-2)(x-3)=0$
이므로 해는 -1, 1, 2, 3이다.
따라서 $\alpha=-1$, $\beta=3$이므로 $\beta-\alpha=4$이다.

13. [출제의도] 이차함수와 직선과의 위치관계 이
하기



이차함수 $y=x^2-2ax+5a$의 그래프와 직선 $y=x$
그래프가 오직 한 점에서 만나므로
$x^2-2ax+5a=x$가 중근을 가져야 한다.
따라서 이차방정식 $x^2-(2a+1)x+5a=0$의 판별식
D라 하면
$\quad D=(2a+1)^2-20a$
$\quad =4a^2-16a+1=0$
이다.
근과 계수의 관계에 의해 모든 실수 a의 값의 합
4이다.

14. [출제의도] 이차함수의 그래프를 이용하여 최대최
문제 해결하기



$y=x^2-2ax+5a$
$\quad =(x-a)^2-a^2+5a$이므로 A$(a,\ -a^2+5a)$이다.
따라서 $0<a<5$이므로 $\overline{OB}=a$, $\overline{AB}=-a^2+5a$이다.
$\overline{OB}+\overline{AB}=g(a)$라 하면
$g(a)=-a^2+6a$이다.

. [출제의도] 복소수 이해하기

$z^2 = z\cdot z = -i$

$z^3 = z^2\cdot z = -\frac{1+i}{\sqrt{2}}$

$z^4 = (z^2)^2 = -1$

$z^5 = z^4\cdot z = -\frac{1+i}{\sqrt{2}\,i}$

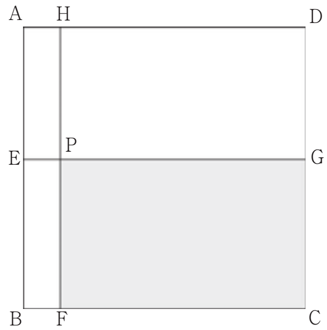
$z^6 = z^4\cdot z^2 = i$

$z^7 = z^6\cdot z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$

$z^8 = (z^4)^2 = 1$

따라서 $z^n = 1$이 되도록 하는 자연수 n의 최솟값은 8이다.

. [출제의도] 근과 계수의 관계를 이용하여 이차방정식 문제해결하기



$\overline{AH}=\alpha$, $\overline{AE}=\beta$라 하면

$\overline{PG}=10-\alpha$, $\overline{PF}=10-\beta$이다.

직사각형 PFCG의 둘레의 길이는

$2(10-\alpha)+2(10-\beta)=28$이므로

$\alpha+\beta=6$이다.

직사각형 PFCG의 넓이는

$(10-\alpha)(10-\beta)=46$이므로

$\alpha\beta=6$이다.

따라서 α, β를 두 근으로 하는 이차방정식은

$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$에서

$x^2-6x+6=0$이다.

. [출제의도] 복소수의 성질 추론하기

ㄱ. z^2-z는 실수이므로 $\overline{z^2-z}$도 실수이다. (참)

ㄴ. $z=a+bi\,(b\neq 0)$에 대하여

$z^2-z=a^2+2abi-b^2-a-bi$

$=(a^2-a-b^2)+(2a-1)bi$

이고

z^2-z가 실수이고, $b\neq 0$이므로 $a=\frac{1}{2}$이다.

따라서 $z=\frac{1}{2}+bi$이고 $\bar{z}=\frac{1}{2}-bi$이므로

$z+\bar{z}=1$이다. (참)

ㄷ. $z=\frac{1}{2}+bi$이고 $\bar{z}=\frac{1}{2}-bi$이므로

$z\bar{z}=\frac{1}{4}+b^2$이고 $b\neq 0$이므로 $z\bar{z}>\frac{1}{4}$이다. (참)

<참고> ㄴ은 다음과 같은 두 방법으로 풀 수도 있다.

(1) $\overline{z^2-z}$가 실수이고, $\overline{z^2-z}=(\bar{z})^2-\bar{z}$이므로

$z^2-z=(\bar{z})^2-\bar{z}$가 성립한다.

$z^2-z-\{(\bar{z})^2-\bar{z}\}=0$에서

인수분해하면

$(z-\bar{z})(z+\bar{z}-1)=0$이고

z는 실수가 아니므로 $z\neq\bar{z}$이다.

따라서 $z+\bar{z}=1$이다. (참)

(2) $z^2-z=k$(단, k는 실수)라 하면 $(\bar{z})^2-\bar{z}=k$이므로

z, $\bar{z}$는 이차방정식 $x^2-x-k=0$의 두 근이다.

18. [출제의도] 이차함수를 이용하여 통합교과적 문제 해결하기

행성 A와 A의 위성 사이의 거리와 행성 B와 B의 위성 사이의 거리를 각각 r_A, r_B라 하면

$r_A=45r_B$ ······ ①

이다.

행성 A의 위성의 공전 속력과 행성 B의 위성의 공전 속력을 각각 v_A, v_B라 하면

$v_A=\frac{2}{3}v_B$ ······ ②

이다.

①과 ②에 의해

$$M_A=\frac{r_A{v_A}^2}{G}=\frac{45r_B\left(\frac{2}{3}v_B\right)^2}{G}=20\times\frac{r_B{v_B}^2}{G}=20M_B$$

이다.

따라서 $\frac{M_A}{M_B}=20$이다.

19. [출제의도] 실수의 성질을 이용하여 이차방정식 문제해결하기

$2+\sqrt{3}$은 방정식 $ax^2+\sqrt{3}bx+c=0$의 한 근이므로

$a(2+\sqrt{3})^2+\sqrt{3}b(2+\sqrt{3})+c=0$이다.

정리하면 $(7a+3b+c)+(4a+2b)\sqrt{3}=0$이고

a, b, c가 유리수이므로

$7a+3b+c=0$, $4a+2b=0$이다. 따라서

$b=-2a$, $c=-a$

이다.

그러므로 주어진 방정식은

$a(x^2-2\sqrt{3}x-1)=0$이고

이 이차방정식의 두 근은 $x=\sqrt{3}\pm 2$이다.

따라서 $\beta=-2+\sqrt{3}$이므로

$a+\frac{1}{\beta}=2+\sqrt{3}+\frac{1}{-2+\sqrt{3}}=0$이다.

[다른 풀이1]

$t=\sqrt{3}x$라 두면 주어진 방정식은

$\frac{a}{3}t^2+bt+c=0$ 즉, $at^2+3bt+3c=0$이다.

이 방정식은 한 근이 $t=\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$

$=3+2\sqrt{3}$

이고 계수가 모두 유리수이므로 다른 한 근은

$t=3-2\sqrt{3}$이다.

따라서 주어진 방정식의 다른 한 근

$\beta=\frac{t}{\sqrt{3}}=\frac{3-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=-2+\sqrt{3}$이므로

$a+\frac{1}{\beta}=2+\sqrt{3}+\frac{1}{-2+\sqrt{3}}=0$이다.

[다른 풀이2]

$\alpha=2+\sqrt{3}$에서 $\alpha-\sqrt{3}=2$이고 양변을 제곱하여 정리하면 $\alpha^2-2\sqrt{3}\alpha-1=0$이다.

따라서 α는 이차방정식 $a(x^2-2\sqrt{3}x-1)=0$의 근이다.

근과 계수의 관계에 의해 $2+\sqrt{3}+\beta=2\sqrt{3}$이므로

$\beta=-2+\sqrt{3}$이다.

따라서 $a+\frac{1}{\beta}=2+\sqrt{3}+\frac{1}{-2+\sqrt{3}}=0$이다.

<참고> 아래와 같은 방법으로 풀 수도 있다.

두 유리수 p, q에 대하여

$\overline{p+q\sqrt{3}}=p-q\sqrt{3}$이라 하자.

$f(x)=ax^2+\sqrt{3}bx+c$이라 하고

$\alpha=2+\sqrt{3}$이라 하면 $f(\alpha)=0$이다.

즉, $a\alpha^2+\sqrt{3}b\alpha+c=0$이다.

$\overline{a\alpha^2}+\overline{\sqrt{3}\,b\alpha}+\bar{c}=\bar{0}$

$\bar{a}\bar{\alpha}^2+\overline{\sqrt{3}}\,\bar{b}\,\bar{\alpha}+\bar{c}=\bar{0}$

$a\bar{\alpha}^2-\sqrt{3}\,b\bar{\alpha}+c=0$

$a(-\bar{\alpha})^2+\sqrt{3}\,b(-\bar{\alpha})+c=0$

이므로 $f(-\bar{\alpha})=0$이다.

따라서 $-\bar{\alpha}=-(2-\sqrt{3})$

$=-2+\sqrt{3}$

은 이 방정식의 다른 한 근이다.

따라서 $\beta=\sqrt{3}-2$이므로

$a+\frac{1}{\beta}=2+\sqrt{3}+\frac{1}{-2+\sqrt{3}}=0$이다.

20. [출제의도] 다항식의 나눗셈 추론하기

$p+q=1$, $pq=-1$이므로

$p^2+q^2=(p+q)^2-2pq=3$이고

$p^4+q^4=(p^2+q^2)^2-2p^2q^2=7$이다.

따라서 $r=3$, $s=7$이다.

$a=\frac{p^8-q^8}{p-q}=(p^4+q^4)(p^2+q^2)(p+q)$

$=7\times3\times1$

$=21$

이므로 $t=21$이다.

따라서 $r+s+t=31$이다.

<참고>

x에 대한 다항식 ax^9+bx^8+1이 x^2-x-1로 나누어 떨어지므로 $ax^9+bx^8+1=(x^2-x-1)Q(x)$의 꼴로 나타낼 수 있다.

양변에 $x=p$, $x=q$를 각각 대입하면 ①, ②를 얻을 수 있다.

①, ②의 양변에 각각 q^8, p^8을 곱하면

$ap(pq)^8+b(pq)^8=-q^8$이고

$aq(pq)^8+b(pq)^8=-p^8$이므로

$pq=-1$을 대입하여 정리하면 ③, ④를 얻을 수 있다.

21. [출제의도] 연립부등식 문제 해결하기

모든 실수 x에 대하여 $-x^2+3x+2\le mx+n$이므로

$x^2+(m-3)x+n-2\ge 0$이다.

$x^2+(m-3)x+n-2=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(m-3)^2-4n+8\le 0$이다.

따라서

$4n\ge m^2-6m+17$ ······ ①

이다.

모든 실수 x에 대하여 $mx+n\le x^2-x+4$이므로

$x^2-(m+1)x+4-n\ge 0$이다.

$x^2-(m+1)x+4-n=0$의 판별식을 D'라 하면

$D'=(m+1)^2-16+4n\le 0$이다.

따라서

$4n\le -m^2-2m+15$ ······ ②

이다.

따라서 ①, ②에 의해

$m^2-6m+17\le 4n\le -m^2-2m+15$ ······ ③

$m^2-6m+17\le -m^2-2m+15$

$2m^2-4m+2\le 0$이다.

$2(m-1)^2\le 0$이므로 $m=1$이고

③에서 $12\le 4n\le 12$이므로 $n=3$이다.

따라서 $m^2+n^2=10$이다.

<참고>

$f(x)=x^2-x+4$, $g(x)=-x^2+3x+2$, $h(x)=mx+$

이라 하면 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\le h(x)\le f($

가 성립하면 된다.

$f(x)-g(x)=2x^2-4x+2=2(x-1)^2$이므로 $y=f($

의 그래프와 $y=g(x)$의 그래프는 서로 접한다.

따라서 $g(x)\le h(x)\le f(x)$가 성립하기 위해서는

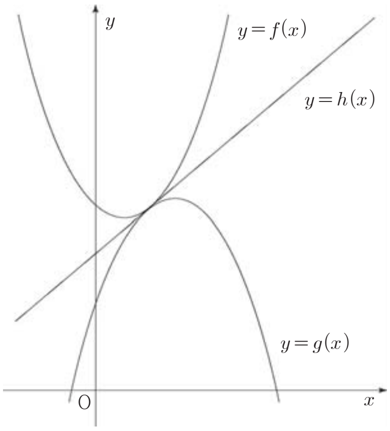
림과 같이 $y=h(x)$의 그래프가 $y=g(x)$와

$y=f(x)$의 그래프에 동시에 접해야 한다.

따라서 $f(x)=h(x)$에서

$x^2-(m+1)x+4-n=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(m+1)^2-4(4-n)=0$ ······ ①



$g(x)=h(x)$ 에서

$x^2+(m-3)x+n-2=0$ 의 판별식을 D'라 하면

$$D' = (m-3)^2-4(n-2)=0 \cdots\cdots ②$$

이다.

①과 ②를 연립하면 $m=1$, $n=3$이므로

$m^2+n^2=10$이다.

. [출제의도] 복소수 계산하기

복소수가 서로 같을 조건에 의해

$a+2i=4+(b-1)i$ 에서

$a=4$, $b-1=2$이다.

따라서 $a=4$, $b=3$이고

$a+b=7$이다.

. [출제의도] 다항식 계산하기

곱셈공식에 의하여

$(6x+y-2z)^2=36x^2+y^2+4z^2+12xy-4yz-24zx$

이므로 x^2 의 계수는 36이다.

. [출제의도] 연립부등식 이해하기

부등식 $x-1\ge 2$의 해는

$$x\ge 3$$

이고

$x^2-5x=x(x-5)\le 0$의 해는

$$0\le x\le 5$$

이다. 그러므로 주어진 연립부등식의 해는

$$3\le x\le 5$$

이다. 따라서 $\alpha=3$, $\beta=5$이므로

$\alpha^2+\beta^2=34$이다.

. [출제의도] 이차방정식 이해하기

α는 이차방정식 $x^2+5x-2=0$의 한 근이므로

$\alpha^2+5\alpha-2=0$에서

$$\alpha^2 = -5\alpha+2$$

이다.

근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta= -5$이므로

$$\begin{aligned}\alpha^2-5\beta &= (-5\alpha+2)-5\beta\\ &= -5(\alpha+\beta)+2\\ &=27\end{aligned}$$

이다.

[출제의도] 나머지정리를 이용하여 다항식의 나눗셈 문제 해결하기

다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 몫은 $Q(x)$,

나머지는 5이므로

$$f(x)=(x-1)Q(x)+5$$

이다.

$Q(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는 10이므로

$$Q(x)=(x-2)Q'(x)+10$$

이다.

따라서 $$\begin{aligned}f(x)&=(x-1)\{(x-2)Q'(x)+10\}+5\\ &=(x-1)(x-2)Q'(x)+10(x-1)+5\\ &=(x-1)(x-2)Q'(x)+10x-5\end{aligned}$$

이므로 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지는 $10x-5$

이다. 따라서 $a=10$, $b= -5$이므로

27. [출제의도] 이차함수의 성질 추론하기

조건 (가)에서 $f(x)=a(x+2)(x-4)$라 두면

$f(x)=a(x-1)^2-9a$이다. (단, a는 상수)

조건 (나)에서

ⅰ) $a>0$이면 $x=8$에서 최댓값 80을 가지므로

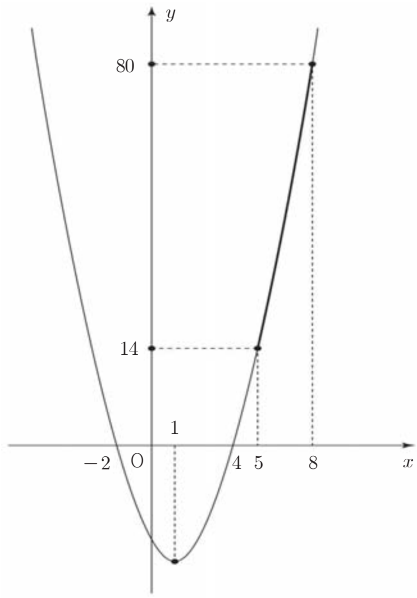
$40a=80$ 즉, $a=2$이다.

ⅱ) $a<0$이면 $x=5$에서 최댓값 80을 가지므로

$7a=80$ 즉, $a=\dfrac{80}{7}$이다. (부적합)

ⅰ), ⅱ)에 의해 $a=2$이다.

따라서 $f(x)=2(x+2)(x-4)$이고, $f(-5)=54$이다.



28. [출제의도] 연립방정식을 이용하여 실생활 문제 해결하기

(단계1)에서 학생 A, B, C가 갖게 된 사탕의 개수는 각각 $\frac{1}{2}p$, $\frac{1}{4}p$, $\frac{1}{4}p$이다.

(단계2)에서 학생 A, B, C가 갖게 된 사탕의 개수는 각각 $\frac{1}{3}q$, $\frac{1}{3}q$, $\frac{1}{3}q$이다.

(단계3)에서 학생 A, B, C가 갖게 된 사탕의 개수는 각각 $\frac{3}{8}r$, $\frac{3}{8}r$, $\frac{1}{4}r$이다.

그러므로 학생 A가 갖게 된 사탕의 개수는

$$\frac{p}{2}+\frac{q}{3}+\frac{3r}{8}=14\cdots\cdots ①$$

이고 학생 B가 갖게 된 사탕의 개수는

$$\frac{p}{4}+\frac{q}{3}+\frac{3r}{8}=12\cdots\cdots ②$$

이고 학생 C가 갖게 된 사탕의 개수는

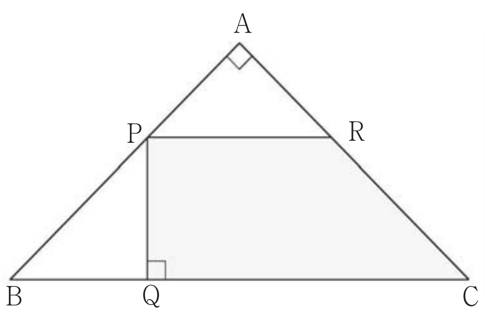
$$\frac{p}{4}+\frac{q}{3}+\frac{r}{4}=10\cdots\cdots ③$$

이다. ①, ②, ③을 연립하면

$$p=8,\ q=12,\ r=16$$

이다. 따라서 $p+2q=32$이다.

29. [출제의도] 이차함수의 성질을 이용하여 도형 문제 해결하기



$\overline{BQ}=a$라 하면 $\triangle PBQ$는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BP}=\sqrt{2}a$이다.

$\overline{PR}=\sqrt{2}(6-\sqrt{2}a)$이고 $\overline{CQ}=\overline{BC}-\overline{BQ}=6\sqrt{2}-a$이다

따라서 $\square PQCR=\frac{1}{2}\times(6\sqrt{2}-2a+6\sqrt{2}-a)\times a$

$$\begin{aligned}&=6\sqrt{2}a-\frac{3}{2}a^2\\ &=-\frac{3}{2}(a^2-4\sqrt{2}a+8-8)\\ &=-\frac{3}{2}(a-2\sqrt{2})^2+12\end{aligned}$$

이다.

따라서 $\overline{BQ}=2\sqrt{2}$일 때,

$\square PQCR$의 넓이의 최댓값은 12이다.

[다른풀이]

$\overline{PA}=2x$라 하면

삼각형 APR의 넓이는 $2x^2$이다.

$\overline{PB}=6-2x$에서

$\overline{BQ}=\overline{PQ}=3\sqrt{2}-\sqrt{2}x$이므로

삼각형 PBQ의 넓이는 $(3-x)^2$이다.

따라서 사각형 PQCR의 넓이가 최대가 되기 위해서

두 삼각형 APR와 PBQ의 넓이의 합이 최소가 되어

한다.

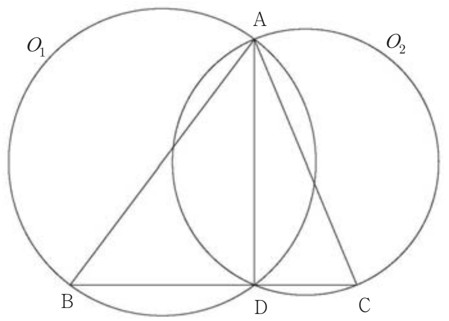
따라서 두 삼각형 APR와 PBQ의 넓이의 합은

$3x^2-6x+9$이므로 $x=1$일 때, 넓이의 최솟값이 6이

따라서 삼각형 ABC의 넓이가 18이므로 사각

PQCR의 넓이의 최댓값은 $18-6=12$이다.

30. [출제의도] 연립방정식을 이용하여 도형 문제 해결하기



$\overline{AD}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{AB}$는 이 순서대로 네 개의 연속

짝수이므로 $\overline{AD}=2n$, $\overline{AC}=2n+2$, $\overline{BC}=2n+$

$\overline{AB}=2n+6$(단, n은 자연수)이라 두자.

$\overline{BD}=x$, $\overline{CD}=y$라 두면

$$x+y=2n+4\cdots\cdots ①$$

두 삼각형 ABD와 ACD는 직각삼각형이므로

$\overline{AD}^2=\overline{AB}^2-\overline{BD}^2$, $\overline{AD}^2=\overline{AC}^2-\overline{CD}^2$이다.

$$(2n+6)^2-x^2=(2n+2)^2-y^2\cdots\cdots ②$$

②에서 $8(2n+4)=(2n+4)(x-y)$이므로

$$x-y=8\cdots\cdots ③$$

이다.

①과 ③을 연립하여 풀면

$$x=n+6,\ y=n-2$$

이고 직각삼각형 ACD에서 $(2n+2)^2=4n^2+(n-2$

이다.

이 식을 정리하면 $n^2-12n=0$에서

$$n=12$$

이다. 따라서 $\overline{AB}=30$, $\overline{AC}=26$이므로

두 원의 넓이의 합 S는

$$S=15^2\pi+13^2\pi=394\pi$$

이다. 그러므로 $\frac{S}{\pi}=394$이다.