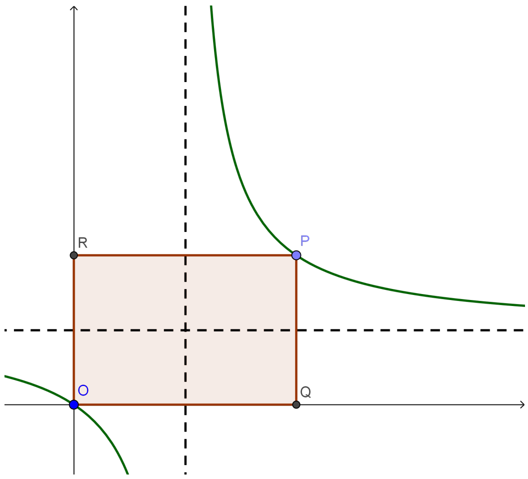
# 유리함수와 산술-기하 부등식

유리함수 $y = \dfrac{6}{x-3} + 2$의 그래프 점 $P$에 대하여, $P$에서 $x$축에 내린 수선의 발을 $Q$, $y$축에 내린 수선의 발을 $R$이라고 할 때 직사각형 $OQPR$의 넓이의 최솟값을 구하여라. (단 $O$는 원점이고 $P$는 제 1사분면 위에 있다.)

방법 1)



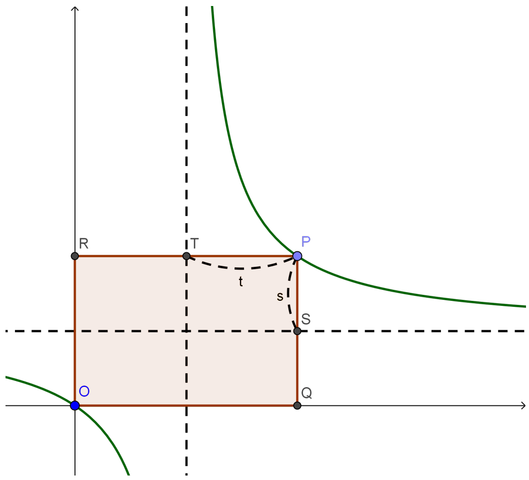

$P = (a, b)$라고 하면 $\overline{PR} = a$, $\overline{PQ} = b$이고

$$b = \frac{6}{a-3} + 2$$

이다. $(a > 3,\ b > 2)$ 그러면,

$$\begin{aligned}\square OQPR &= ab \\ &= a\left(\frac{6}{a-3} + 2\right) \\ &= \frac{6a}{a-3} + 2a \\ &= \frac{6(a-3)+18}{a-3} + 2a \\ &= 6 + \frac{18}{a-3} + 2(a-3) + 6 \\ &= \frac{18}{a-3} + 2(a-3) + 12 \\ &\geq 2\sqrt{\frac{18}{a-3} \cdot 2(a-3)} + 12 \\ &= 12 + 12 = 24\end{aligned}$$

방법 2)




$\overline{PT} = t$, $\overline{PS} = s$라고 하면 $t > 0$, $s > 0$이고, $P = (3+t, 2+s)$에서

$$ts = 6.$$

그러면,

$$\begin{aligned}\square OQPR &= (3+t)(2+s) \\ &= 6 + 2t + 3s + ts \\ &= 6 + 2t + 3s + 6 \\ &= 12 + 2t + 3s \\ &\geq 12 + 2\sqrt{2t \cdot 3s} \\ &= 12 + 2\sqrt{6ts} \\ &= 12 + 2\sqrt{36} \\ &= 24\end{aligned}$$

# 유리함수와 산술-기하 부등식

유리함수 $y = \dfrac{8}{x-2} + 1$ 의 그래프 점 $P$ 에 대하여, $P$ 에서 $x$ 축에 내린 수선의 발을 $Q$, $y$ 축에 내린 수선의 발을 $R$ 이라고 할 때 직사각형 $OQPR$ 의 넓이의 최솟값을 구하여라. (단 $O$ 는 원점이고 $P$ 는 제 1사분면 위에 있다.)

| 방법 1) | 방법 2) |
| --- | --- |
| | |