윤영 : 07 집합(2)

2018년 7월 19일

차 례

1 집합의 연산

정의 1) 교집합과 합집합

집합 A와 B에 대해, 두 집합에 공통적으로 들어있는 원소들로 이루어진 집합을 'A와 B의 **교집합**'이라고 하고, 기호로

$$A \cap B$$

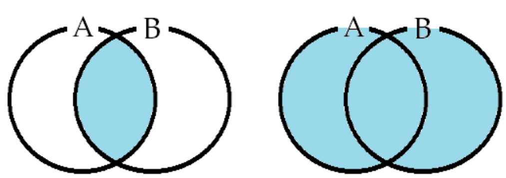
로 쓴다. 또, 두 집합 중 하나에라도 속해있는 원소들로 이루어진 집합을 'A와 B의 **합집합**'이라고 하고, 기호로

$$A \cup B$$

라고 쓴다. 조건제시법으로 표현하면

$$A \cap B = \{x \,|\, x \in A \text{ 그리고 } x \in B\}$$
$$A \cup B = \{x \,|\, x \in A \text{ 혹은 } x \in B\}$$

이고, 벤다이어그램으로 표현하면



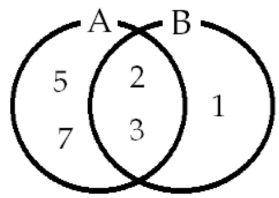
$A \cap B$ $\qquad$ $A \cup B$

이다.

예시 3)

두 집합 $A=\{2,3,5,7\}$, $B=\{1,2,3\}$ 에서

$$A\cap B=\{2,3\}$$
$$A\cup B=\{1,2,3,5,7\}$$



문제 4)

다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A\cap B$ 와 $A\cup B$ 를 구하여라.

(1) $A=\{x\,|\,x$는 6의 약수$\}$, $B=\{x\,|\,x$는 10보다 작은 소수$\}$

$A\cap B=$

$A\cup B=$

(2) $A=\{x\,|\,1\le x\le 10,\ x$는 홀수$\}$, $B=\{2,5,8\}$

$A\cap B=$

$A\cup B=$

(3) $A=\{x\,|\,-3\le x\le 4\}$, $B=\{x\,|\,1<x<9\}$

$A\cap B=$

$A\cup B=$

정의 5) 여집합과 차집합

전체집합 U 의 부분집합 A 에 대해서, A 에 속하지 않는 U 의 원소들로 이루어진 집합을 'A 의 **여집합**' 이라고 하고, 이것을 기호로

$$A^C$$

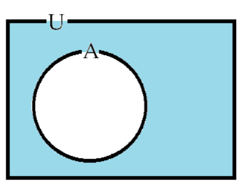
로 쓴다. 또, 두 집합 A, B 에 대하여 A 에는 속하지만 B 에는 속하지 않는 원소들로 이루어진 집합을 'A 에 대한 B 의 **차집합**' 이라고 하고, 기호로

$$A - B$$

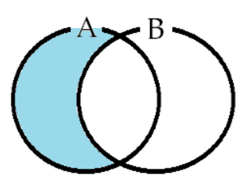
라고 쓴다. 조건제시법으로 표현하면

$$A^C = \{x \,|\, x \in U \text{ 그리고 } x \notin A\}$$
$$A - B = \{x \,|\, x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$$

이고, 벤다이어그램으로 표현하면



A^C



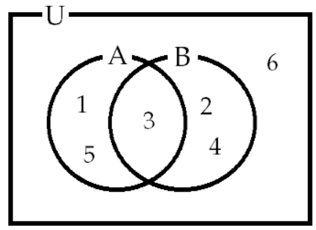
$A - B$

이다.

예시 7)

전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ 에 대하여

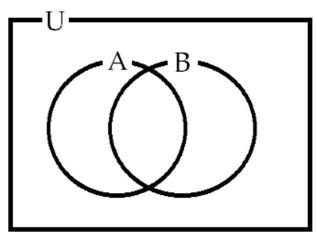
$$A^C = \{2, 4, 6\}$$
$$A - B = \{1, 5\}$$
$$B - A = \{2, 4\}$$



문제 9)

전체집합 $U = \{1, 2, 4, 8, 16, 20\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$$A \cup B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$
$$A \cap B = \{1\}$$
$$A - B = \{2, 4\}$$



일 때 오른쪽 벤 다이어그램을 채우고, A^C 와 $B - A$를 구하여라.

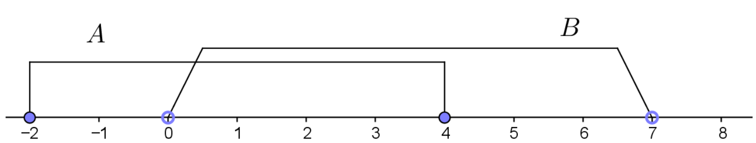
$A^C =$

$B - A =$

문제 10)

전체집합 $U = \{x \,|\, -2 \le x \le 8\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{x \,|\, -2 \le x \le 4\}, \quad B = \{x \,|\, 0 < x < 7\}$$



에 대하여 다음을 구하여라.

(1) $A^C =$

(2) $A - B =$

(3) $A - B^C =$

정의 11) 서로소

두 집합 A와 B에 대해, A와 B가 공통된 원소를 가지고 있지 않으면, 즉

$$A \cap B = \varnothing$$

이면, 'A와 B가 **서로소**'라고 한다.

예시 12)

(1) 두 집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$와 $B = \{4, 6, 8, 9\}$에 대하여 $A \cap B = \varnothing$이므로 A와 B는 서로소이다.

(2) 어느 버스에 타고 있는 남자의 집합을 A, 여자의 집합을 B라고 하면 $A \cap B = \varnothing$이므로 A와 B는 서로소이다.

문제 13)

전체집합 U와 두 부분집합 A, B에 대하여 다음 중 두 집합이 서로소인 것을 모두 찾아라. (단, $A \neq \varnothing$, $B \neq \varnothing$)

(1) A와 A^C

(2) $A \cup B$와 A

(3) $A - B$와 B

(4) $A - B$와 $B - A$

문제 14)

다음 세 집합 A, B, C에 대하여 서로소인 두 집합을 모두 찾아라.

$$A = \{x \,|\, 0 \leq x < 2\}, \quad B = \{x \,|\, x < 0\}, \quad C = \{x \,|\, (x-1)(x-3) \leq 0\}$$

2 집합의 원소의 개수

정의 15) 집합의 원소의 개수
집합 A의 원소의 개수를 기호로

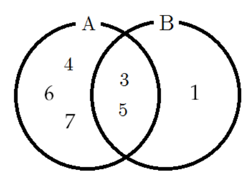
$$n(A)$$

로 나타낸다.

예시 16)
$A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, \cdots, 100\}$, $C = \varnothing$이면 $n(A) = 3$, $n(B) = 100$, $n(C) = 0$이다.

예시 17)
$N = \{x \mid x$는 자연수$\}$, $R = \{x \mid x$는 실수$\}$의 경우, 원소의 개수가 셀 수 없이 많다. 이런 집합에 대해서는 원소의 개수를 생각하지 않는다.

예시 19)
두 집합 $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{1, 3, 5\}$에 대해 $A \cap B = \{3, 5\}$, $A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$이다. 따라서



$$n(A) = 5$$
$$n(B) = 3$$
$$n(A \cap B) = 2$$
$$n(A \cup B) = 6$$

이다. 이때

$$n(A \cup B) = 6 = 5 + 3 - 2 = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

이다.

정리 20)
두 집합 A, B에 대해

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

이다.

문제 21)
다음 값을 구하여라.

(1) $n(A) = 7$, $n(B) = 4$, $n(A \cap B) = 3$일 때, $n(A \cup B)$의 값

(2) $n(A) = 5$, $n(B) = 11$, $n(A \cup B) = 13$일 때, $n(A \cap B)$의 값

문제 22)

어느 컴퓨터 동호회 회원 40명 중 데스크톱을 가진 회원이 16명, 노트북을 가진 회원이 25명이고, 두 가지 모두 가진 회원이 6명이라고 한다. 데스크톱 또는 노트북을 가진 회원 수를 구하여라.

전체 컴퓨터 동호회 회원의 집합을 U, 데스크톱을 가진 회원의 집합을 A, 노트북을 가진 회원의 집합을 B라고 하면

$$n(U) = 40, \quad n(A) = 16, \quad n(B) = 25, \quad n(A \cap B) = 6$$

이므로

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 16 + 25 - 6 = 35$$

이다. 따라서 데스크톱 또는 노트북을 가진 회원 수는 35명이다.

답 : (35명)

문제 23)

어느 회사에서 올 여름 휴가 때에 다녀온 곳을 국내, 국외로 나누어 조사하였다. 직원 60명 중에서 국내 여행을 다녀온 직원은 36명, 국외 여행을 다녀온 직원은 30명, 두 곳을 모두 다녀온 직원은 18명일 때, 어느 곳도 다녀오지 않은 직원의 수를 구하여라.

답 : ( )

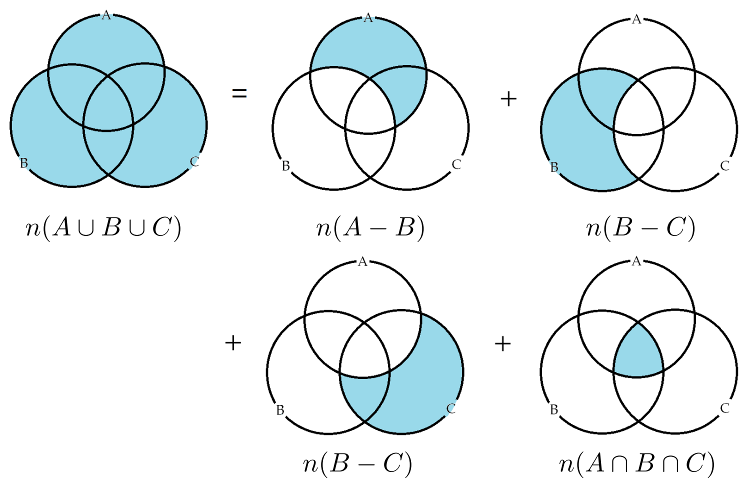
예시 24)

집합 A, B, C 에 대해 $n(A) = 15$, $n(B) = 17$, $n(C) = 10$, $n(A \cap B) = 5$, $n(B \cap C) = 3$, $n(A \cap C) = 2$, $n(A \cap B \cap C) = 1$ 이다. $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

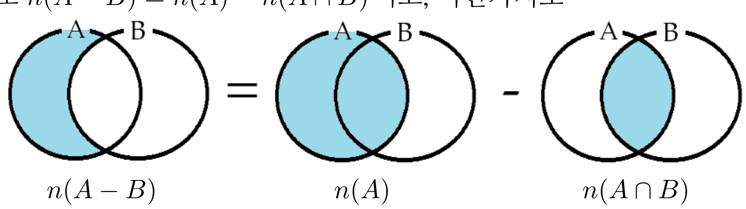
아래 그림에서

$$n(A \cup B \cup C) = n(A - B) + n(B - C) + n(C - A) + n(A \cap B \cap C) \quad (1)$$

이다.



또 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$ 이고, 마찬가지로



$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) = 15 - 5 = 10 \\ n(B - C) &= n(B) - n(B \cap C) = 17 - 3 = 14 \\ n(C - A) &= n(C) - n(C \cap A) = 10 - 2 = 8 \end{aligned} \quad (2)$$

따라서 $n(A \cup B \cup C) = n(A - B) + n(B - C) + n(C - A) + n(A \cap B \cap C) = 10 + 14 + 8 + 1 = 33$

답 : (33)

정리 25)
세 집합 A, B, C에 대해

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) = &\; n(A) + n(B) + n(C) \\ &- n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

이다.

증명)
예시 24의 식 (1), (2)를 사용하면

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &\overset{(1)}{=} n(A - B) + n(B - C) + n(C - A) + n(A \cap B \cap C) \\ &\overset{(2)}{=} (n(A) - n(A \cap B)) + (n(B) - n(B \cap C)) + (n(C) - n(C \cap A)) \\ &\quad + n(A \cap B \cap C) \\ &= n(A) + n(B) + n(C) \\ &\quad - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

예시 26)
K 중학교 학생을 대상으로 a, b, c 세 종류의 책을 읽었는가를 조사하였더니 그 결과가 다음과 같았다.

a를 읽은 학생 : 28명,
b를 읽은 학생 : 30명,
c를 읽은 학생 : 42명,
a, b를 모두 읽은 학생 : 8명,
b, c를 모두 읽은 학생 : 5명,
c, a를 모두 읽은 학생 : 10명,
a, b, c를 모두 읽은 학생 : 3명

이때, a, b, c 중 적어도 하나를 읽은 학생은 몇 명인가?

답 : (   )

3 교집합과 차집합의 성질

예시 27)

두 집합 $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{1,3,5,7,9\}$에 대하여 $A \cap B$와 $B \cap A$를 각각 구해보면

$$A \cap B = \{1,3\}$$
$$B \cap A = \{1,3\}$$

이다. 따라서

$$A \cap B = B \cap A$$

이다. 또 $A \cup B$와 $B \cup B$를 각각 구해보면

$$A \cup B = \{1,2,3,4,5,7,9\}$$
$$B \cup A = \{1,2,3,4,5,7,9\}$$

따라서

$$A \cup B = B \cup A$$

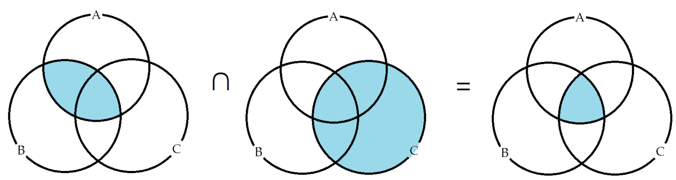
이다. 즉, A와 B를 교환해도 그 결과는 같다.

문제 28)

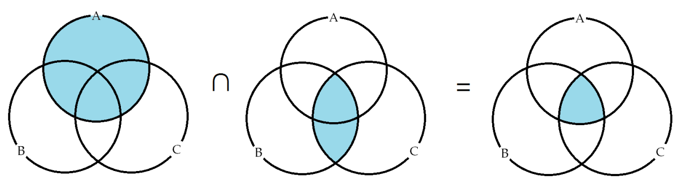
세 집합 A, B, C에 대하여 다음 등식이 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 확인하여라.

(1) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

좌변과 우변을 각각 벤 다이어그램으로 표현하면



$A \cap B$ $\quad$ C $\quad$ $(A \cap B) \cap C$

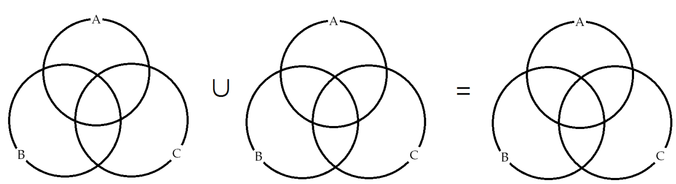


A $\quad$ $B \cap C$ $\quad$ $A \cap (B \cap C)$

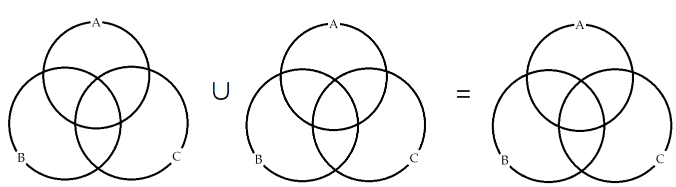
이다. 따라서 좌변과 우변이 같다.

(2) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

좌변과 우변을 각각 벤 다이어그램으로 표현하면



$A \cup B$ $\quad$ C $\quad$ $(A \cup B) \cup C$

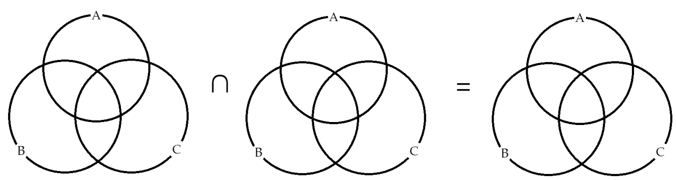


A $\quad$ $B \cup C$ $\quad$ $A \cup (B \cup C)$

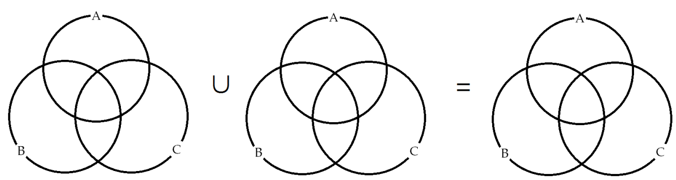
이다. 따라서 좌변과 우변이 같다.

(3) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

좌변과 우변을 각각 벤 다이어그램으로 표현하면



A $\quad$ $B \cup C$ $\quad$ $A \cap (B \cup C)$

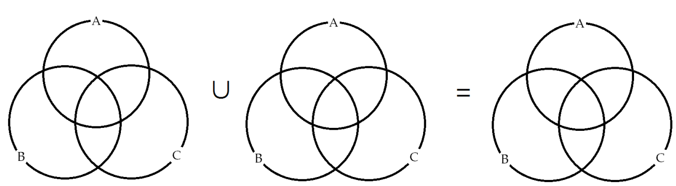


$A \cap B$ $\quad$ $A \cap C$ $\quad$ $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

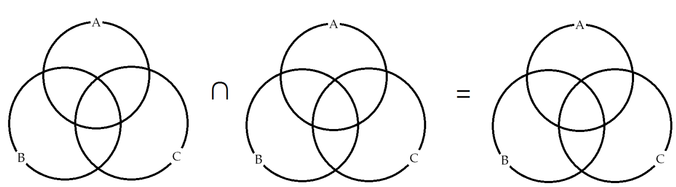
이다. 따라서 좌변과 우변이 같다.

(4) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

좌변과 우변을 각각 벤 다이어그램으로 표현하면



A $\quad$ $B \cap C$ $\quad$ $A \cup (B \cap C)$



$A \cup B$ $\quad$ $A \cup C$ $\quad$ $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

이다. 따라서 좌변과 우변이 같다.

예제 27와 문제 28를 종합하면 다음 정리를 얻는다.

정리 29) 집합의 연산법칙
세 집합 A, B, C에 대해 다음 법칙들이 성립한다.

(1) 교환법칙
$A \cap B = B \cap A$
$A \cup B = B \cup A$

(2) 결합법칙
$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

(3) 분배법칙
$A \cap (B \cup C) = (A \cap C) \cup (A \cap C)$
$A \cup (B \cap C) = (A \cup C) \cap (A \cup C)$

다음의 '수의 연산법칙'과 비교하여 기억하자.

정리 30) 수의 연산법칙
숫자 a, b, c에 대해 다음 법칙들이 성립한다.

(1) 교환법칙
$a + b = b + a$
$a \times b = b \times a$

(2) 결합법칙
$(a + b) + c = a + (b + c)$
$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

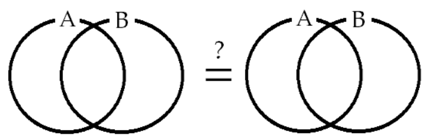
(3) 분배법칙
$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

문제 31)

차집합에 대한 교환법칙과 결합법칙은 성립하는지 확인하여라.

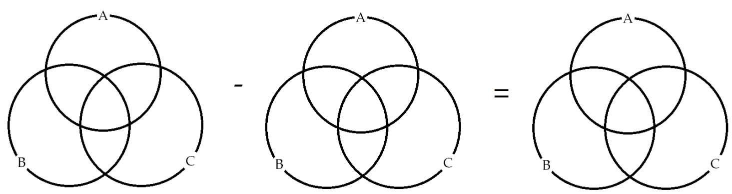
$$\text{교환법칙 : } A - B = B - A$$
$$\text{결합법칙 : } A - (B - C) = (A - B) - C$$

교환법칙 :

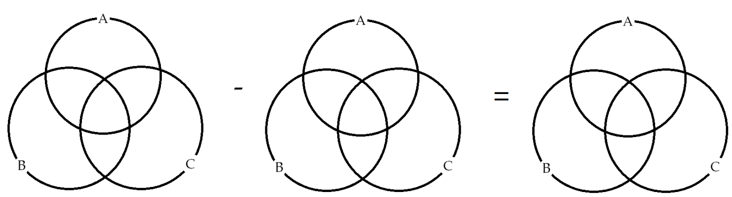


$A - B$ $\qquad$ $B - A$

결합법칙 :



A $\qquad$ $B - C$ $\qquad$ $A - (B - C)$



$A - B$ $\qquad$ C $\qquad$ $(A - B) - C$

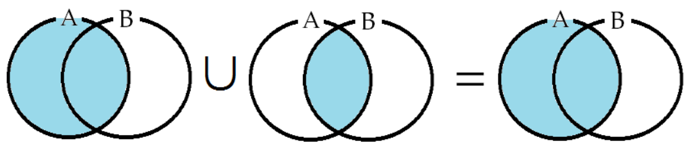
답 : 교환법칙이 (성립한다 / 성립하지 않는다.)
결합법칙이 (성립한다 / 성립하지 않는다.)

문제 32) 흡수법칙

두 집합 A, B에 대하여 다음 등식이 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 확인하여라.

(1) $A \cup (A \cap B) = A$

좌변을 벤 다이어그램으로 표현하면

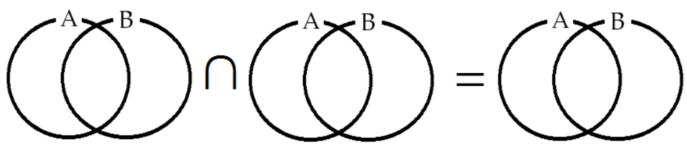


A $\qquad$ $A \cap B$ $\qquad$ $A \cup (A \cap B)$

이다. 따라서 우변인 A와 같다.

(2) $A \cap (A \cup B) = A$

좌변을 벤 다이어그램으로 표현하면



A $\qquad$ $A \cup B$ $\qquad$ $A \cap (A \cup B)$

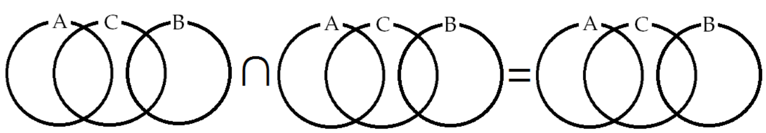
이다. 따라서 우변인 A와 같다.

문제 33)

세 집합 A, B, C에 대하여 A와 B가 서로소일 때, 다음 등식이 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 확인하여라.

$$A \cap (B \cup C) = A \cap C$$

A와 B가 서로소인 것을 감안해 벤 다이어그램을 그리고 좌변을 표현하면



A $\qquad$ $B \cup C$ $\qquad$ $A \cap (B \cup C)$

이다. 따라서 우변인 $A \cap C$와 같다.

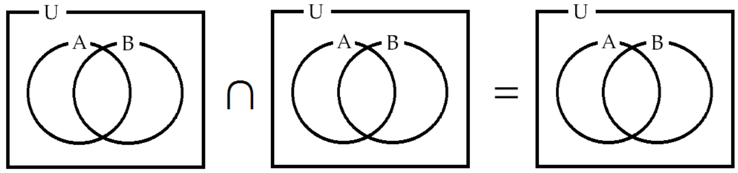
4 여집합과 차집합의 성질

문제 34)

두 집합 A, B에 대하여 다음 등식이 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 확인하여라.

$$A \cap B^C = A - B$$

좌변을 벤 다이어그램으로 표현하면



A $\qquad$ B^C $\qquad$ $A \cap B^C$

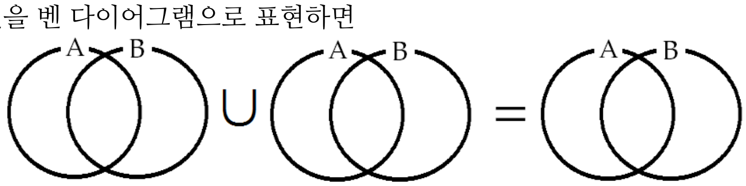
이다. 따라서 우변인 $A - B$와 같다.

문제 35)

두 집합 A, B에 대하여 다음 등식이 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 확인하여라.

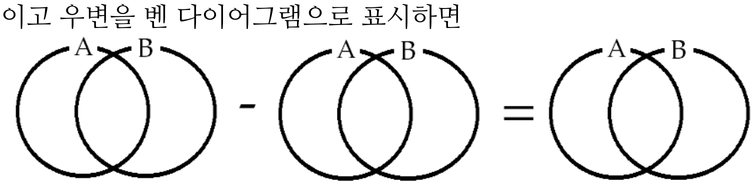
$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

좌변을 벤 다이어그램으로 표현하면



$A - B$ $\qquad$ $B - A$ $\qquad$ $(A - B) \cup (B - A)$

이고 우변을 벤 다이어그램으로 표시하면



$A \cup B$ $\qquad$ $A \cap B$ $\qquad$ $(A \cup B) - (A \cap B)$

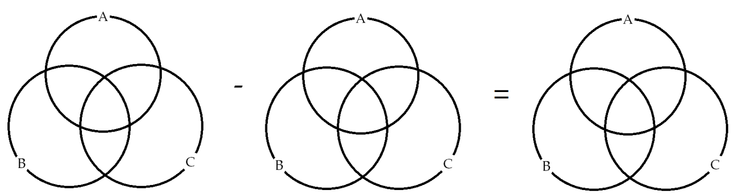
이다. 따라서 좌변과 우변은 같다.

문제 36)

세 집합 A, B, C 에 대하여 다음 등식이 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 확인하여라.

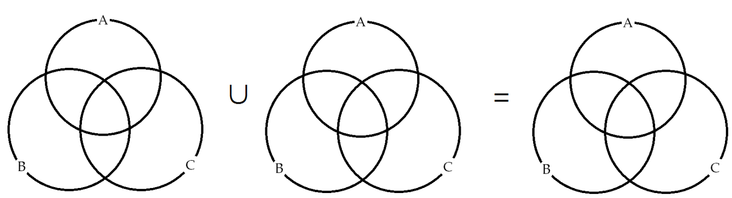
$$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$$

좌변을 벤 다이어그램으로 표현하면



A $\qquad$ $B \cap C$ $\qquad$ $A - (B \cap C)$

이고 우변을 벤 다이어그램으로 표시하면

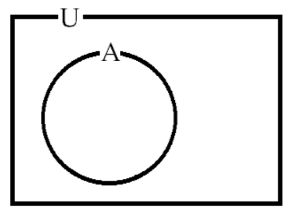


$A - B$ $\qquad$ $A - C$ $\qquad$ $(A - B) \cup (A - C)$

이다. 따라서 좌변과 우변은 같다.

문제 38)

전체집합 U의 부분집합 A에 대하여 다음 등식이 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 확인하여라.



(1) $(A^C)^C = A$

(2) $A \cup A^C = U$

(3) $A \cap A^C = \varnothing$

이상에서 여집합과 차집합에 대하여 다음 등식이 성립함을 알 수 있다.

정리 39) 여집합과 차집합의 성질

(1) $U^C = \varnothing$, $\varnothing^C = U$

(2) $A - B = A \cap B^C$

(3) $(A^C)^C = A$

(4) $A \cap A^C = \varnothing$, $A \cup A^C = U$

(5) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

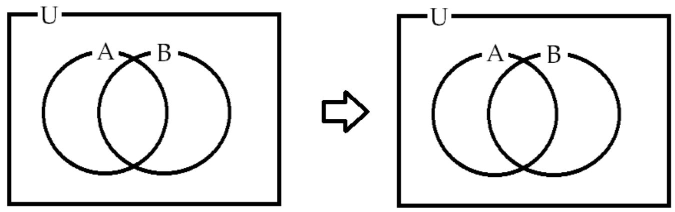
(6) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

문제 40)

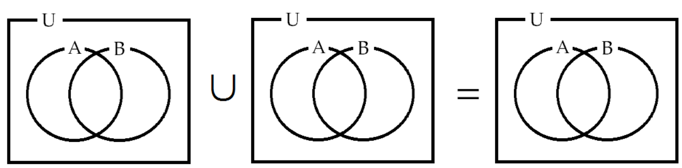
두 집합 A, B에 대하여 다음 등식이 성립함을 벤 다이어그램을 이용하여 확인하여라.

(1) $(A\cap B)^C = A^C \cup B^C$

좌변과 우변을 각각 벤 다이어그램으로 표현하면



$A\cap B$ $\qquad\qquad$ $(A\cap B)^C$

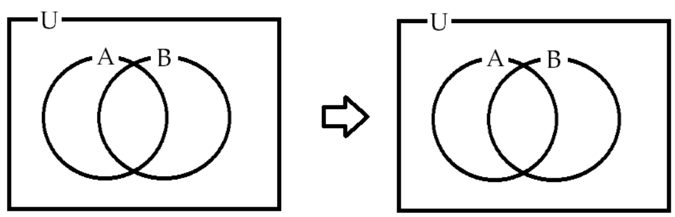


A^C $\qquad\qquad$ B^C $\qquad\qquad$ $A^C \cup B^C$

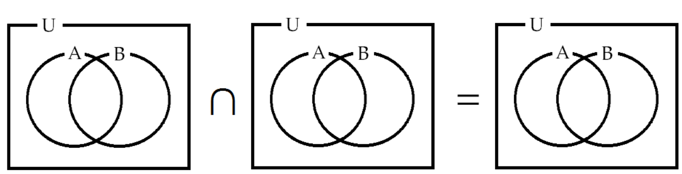
이다. 따라서 좌변과 우변이 같다.

(2) $(A\cup B)^C = A^C \cap B^C$

좌변과 우변을 각각 벤 다이어그램으로 표현하면



$A\cup B$ $\qquad\qquad$ $(A\cup B)^C$



A^C $\qquad\qquad$ B^C $\qquad\qquad$ $A^C \cap B^C$

이다. 따라서 좌변과 우변이 같다.

이상을 정리하면 다음 정리를 얻는다.

정리 41) 드모르간의 법칙

두 집합 A, B에 대해

(1) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

(2) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

문제 42)

전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여, 다음 등식들이 성립함을 집합의 연산법칙들을 이용하여 확인하여라.

(1) $(A - B)^C = A^C \cup B$

$$\begin{aligned} (A - B)^C &= (A \cap B^C)^C && \text{(차집합의성질)} \\ &= A^C \cup (B^C)^C && \text{(드모르간의법칙)} \\ &= A^C \cup B && \text{(여집합의성질)} \end{aligned}$$

(2) $(A - B) - C = A - (B \cup C)$

5 보충 · 심화 문제

문제 43)

전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 다음을 구하여라.

(1) $A \cap B =$

(2) $A \cup B =$

(3) $A - B =$

(4) $A^C =$

문제 44)

전체집합 $U = \{x \,|\, x\text{는 12 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합

$$A = \{x \,|\, x\text{는 짝수}\}, \quad B = \{x \,|\, x\text{는 4의 배수}\}, \quad C = \{x \,|\, x\text{는 12의 약수}\}$$

에 대하여 다음을 구하여라.

(1) $A \cap B^C =$

(2) $(A \cap C)^C =$

(3) $(A \cap B) \cup C =$

(4) $(A - B) \cap (A - C) =$

문제 45)

A와 B가 서로소일 때, 다음을 간단히 하여라.

$$(A \cap B) \cup C$$

① $A \cap B$ ② $A \cup B$ ③ $A \cap C$ ④ $A \cup C$ ⑤ C

문제 46)

A와 B가 서로소일 때, 다음을 간단히 하여라.

$$A \cap (B \cup C)$$

① $A \cap B$ ② $A \cup B$ ③ $A \cap C$ ④ $A \cup C$ ⑤ C

문제 47)

전체집합 $U = \{1, 2, 3, \cdots, 10\}$의 두 부분집합

$$A = \{x \,|\, x\text{는 } 2\text{의 배수}\}, \quad B = \{3, 5, 7, 9\}$$

에 대하여 $n(A^C \cup B^C)$를 구하여라.

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

문제 48)

전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 다음 등식이 성립함을 집합의 연산법칙을 사용하여 보여라.

(1) $(A \cup B) \cap (A^C \cup B) = B$

(2) $(A \cap B) \cup (A - B) = A$

(3) $(A - B) \cap (B - A) = \varnothing$

(4) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

문제 49)

전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 다음 등식이 성립함을 벤 다이어그램을 사용하여 보여라.

$$(A \cup B) \cap (A^C \cap B^C) = \varnothing$$

문제 50)

두 집합 $A=\{a-3, a-1, a\}$, $B=\{0, 2, a^2-3a\}$ 에 대하여 $A\cap B=\{-2, 0\}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

문제 51)

다음 중 $A\subset B$ 인 경우가 아닌 것을 고르시오.

① $A\cap B=A$　② $A\cup B=A$　③ $A-B=\varnothing$　④ $B^C\subset A^C$　⑤ $A=B$

문제 52)

두 집합 $A=\{1, 2, 4, 8\}$, $B=\{2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하시오.

(1) $A\cap X=X$

(2) $(A-B)\cup X=X$

① 1　② 2　③ 4　④ 8　⑤ 16

문제 53)

전체집합 $U=\{2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 다음 두 조건을 만족한다.

(1) $A \cup B = U$

(2) $A \cap B = \{2, 3, 5\}$

집합 X 의 원소의 합을 $f(X)$ 라고 할 때, $f(A) \times f(B)$ 의 최댓값을 구하여라.

문제 54)

60 명의 학생을 대상으로 축구와 야구 중 좋아하는 스포츠를 조사하였다. 축구를 좋아하는 학생은 37 명이고, 야구를 좋아하는 학생은 42 명이며, 축구와 야구를 모두 좋아하는 학생은 k 명일 때, k 의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

답

문제 4)

(1) $A \cap B = \{2, 3\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$

(2) $A \cap B = \{5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$

(3) $A \cap B = \{x \,|\, 1 < x \leq 4\}$, $A \cup B = \{x \,|\, -3 \leq x < 9\}$

문제 9)

$A^C = \{8, 16, 20\}$

$B - A = \{8, 16\}$

문제 10)

(1) $A^C = \{x \,|\, x > 4\}$

(2) $A - B = \{x \,|\, -2 \leq x \leq 0\}$

(3) $A - B^C = \{x \,|\, 0 < x \leq 4\}$

문제 13)

(1), (3), (4)

문제 14)

A와 B가 서로소

B와 C가 서로소

문제 21)

(1) 8

(2) 3

문제 23)

12명

문제 26)

80명

문제 31)

교환법칙이 성립하지 않는다

결합법칙이 성립하지 않는다.

문제 42)

(2)

$$\begin{aligned}(A-B)-C &= (A\cap B^C)-C && \text{(차집합의 성질)}\\ &= (A\cap B^C)\cap C^C && \text{(차집합의 성질)}\\ &= A\cap (B^C\cap C^C) && \text{(교집합의 결합법칙)}\\ &= A\cap (B\cup C)^C && \text{(드모르간의 법칙)}\\ &= A-(B\cup C) && \text{(차집합의 성질)}\end{aligned}$$

문제 43)

(1) $\{3,5\}$

(2) $\{1,2,3,4,5,7\}$

(3) $\{2,4\}$

(4) $\{1,6,7\}$

문제 44)

(1) $\{2,6,10\}$

(2) $\{1,3,5,7,8,9,10,11\}$

(3) $\{1,2,3,4,6,8,12\}$

(4) $\{10\}$

문제 45)

⑤

문제 46)

③

문제 47)

⑤

문제 48)

(1)

$$
\begin{aligned}
(A \cup B) \cap (A^C \cup B) &= (B \cup A) \cap (B \cup A^C) && \text{(합집합의 교환법칙)} \\
&= B \cup (A \cap A^C) && \text{(분배법칙)} \\
&= B \cup \varnothing \\
&= B
\end{aligned}
$$

(2)

$$
\begin{aligned}
(A \cap B) \cup (A - B) &= (A \cap B) \cup (A \cap B^C) && \text{(차집합의 성질)} \\
&= A \cap (B \cup B^C) && \text{(분배법칙)} \\
&= A \cup U \\
&= A
\end{aligned}
$$

(3)

$$
\begin{aligned}
(A - B) \cap (B - A) &= (A \cap B^C) \cap (B \cap A^C) && \text{(차집합의 성질)} \\
&= (A \cap A^C) \cap (B \cap B^C) && \text{(교집합의 결합법칙, 교환법칙)} \\
&= \varnothing \cap \varnothing = \varnothing
\end{aligned}
$$

(4)

$$
\begin{aligned}
A - (B \cup C) &= A \cap (B \cup C)^C && \text{(차집합의 성질)} \\
&= A \cap (B^C \cap C^C) && \text{(드모르간의 법칙)} \\
&= (A \cap A) \cap (B^C \cap C^C) \\
&= (A \cap B^C) \cap (A \cap C^C) && \text{(교집합의 결합법칙, 교환법칙)} \\
&= (A - B) \cap (A - C) && \text{(차집합의 성질)}
\end{aligned}
$$

문제 49)
생략

문제 50)
④

문제 51)

②

문제 52)

③

문제 53)

224

문제 54)

최댓값 : 37, 최솟값 : 19