혜령 : 01 복습(1)

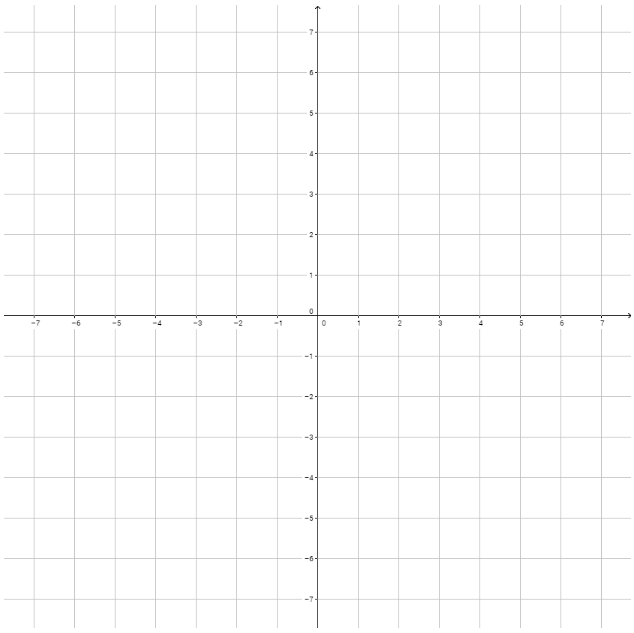
March 26, 2016

Contents

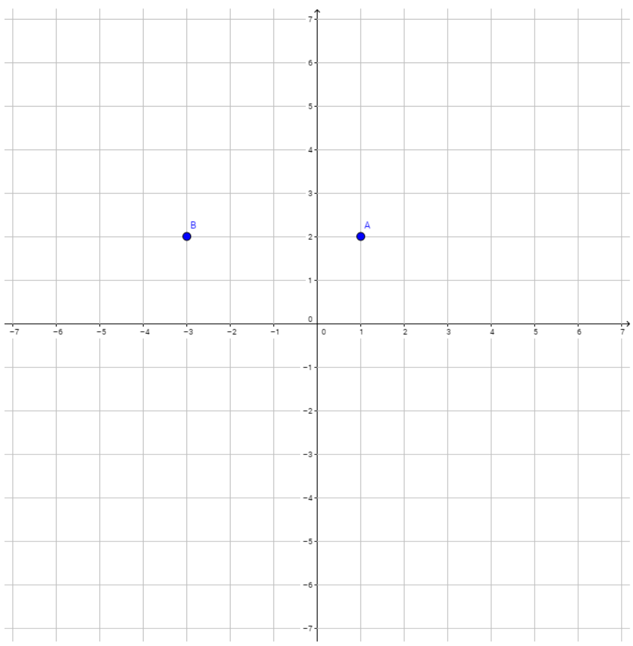
1 좌표평면과 점

요약 1)

1. 아래 그림과 같이 왼쪽에서 오른쪽으로 뻗은 반직선을 x축, 아래에서 위로 뻗은 반직선을 y축이라고 한다.
2. x축과 y축의 교점을 원점이라고 하고, $O(0,0)$으로 표시한다.
3. x축과 y축, 원점을 포함한 2차원 평면을 '좌표평면'이라고 부른다.

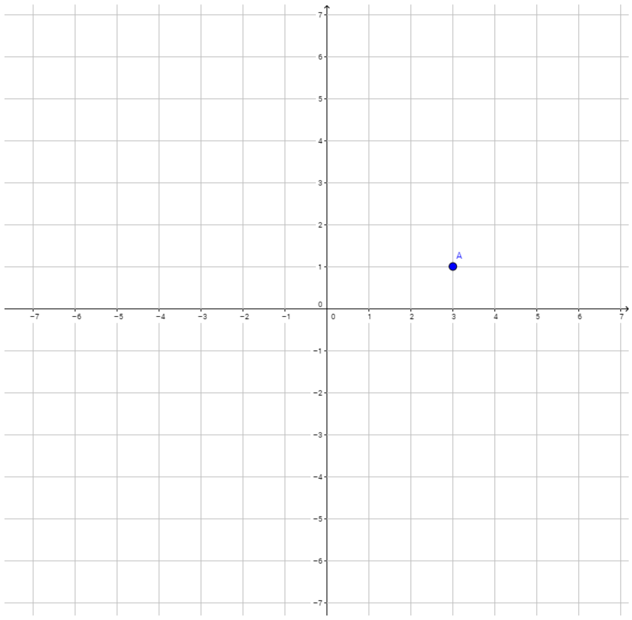


예제 2)
아래 그림에서 $A = (1,2)$, $B = (-3,2)$이다.



문제 3) 점의 평행이동과 대칭이동

아래 그림을 보고 다음 물음에 답하시오.



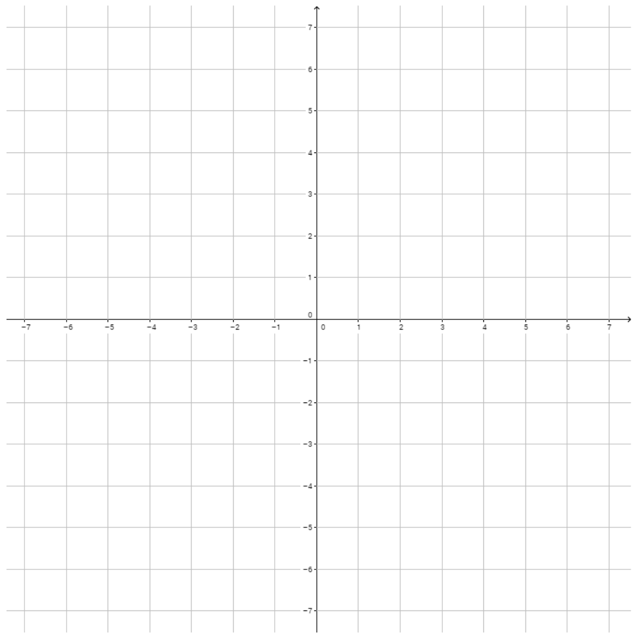
1. A점의 좌표를 구하시오

2. A를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동 시킨 점을 A_1이라고 할 때, A_1의 좌표를 구하고 좌표평면 위에 나타내시오.

3. A를 x축을 기준으로 대칭이동 시킨 점을 A_2, y축을 기준으로 대칭이동 시킨 점을 A_3, 원점을 기준으로 대칭이동 시킨 점을 A_4라고 할 때, A_2, A_3, A_4의 좌표를 구하고 좌표평면 위에 나타내시오.

문제 4) 점의 평행이동과 대칭이동 (2)

$B = (-2, 3)$ 일 때 다음 물음에 답하시오.



1. B 점을 좌표평면 내에 표시하시오.
2. B를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동 시킨 점을 B_1 이라고 할 때, B_1 의 좌표를 구하고 좌표평면 위에 나타내시오.
3. B를 x축을 기준으로 대칭이동 시킨 점을 B_2, y축을 기준으로 대칭이동 시킨 점을 B_3, 원점을 기준으로 대칭이동 시킨 점을 B_4 라고 할 때, B_2, B_3, B_4 의 좌표를 구하고 좌표평면 위에 나타내시오.

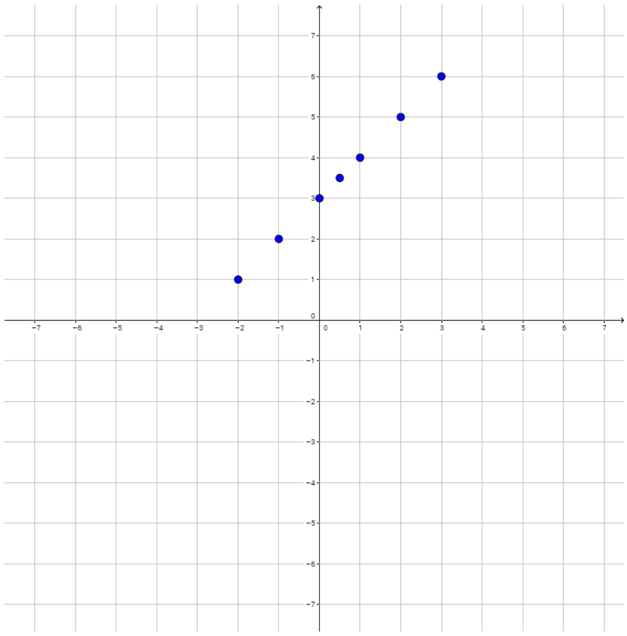
2 직선

예제 5)

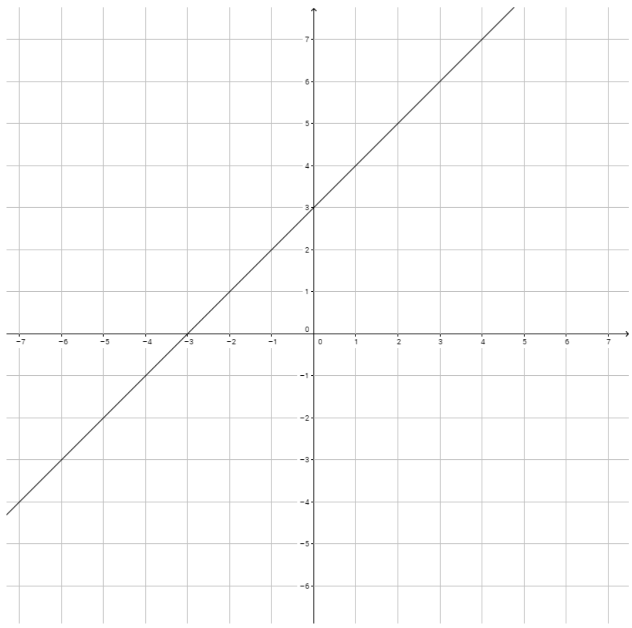
식 $y = x + 3$의 그래프를 그려보자. 즉 $y = x + 3$를 만족하는 모든 (x, y)를 좌표 평면 내에 표시해보자.

- 만약 $x = 0$ 이면 $y = 3$ 이어야 한다. 그러므로 $(0, 3)$를 표시하자.
- 만약 $x = 1$ 이면 $y = 4$ 이어야 한다. 그러므로 $(1, 4)$를 표시하자.
- 만약 $x = 2$ 이면 $y = 5$ 이어야 한다. 그러므로 $(2, 5)$를 표시하자.
- 만약 $x = 3$ 이면 $y = 6$ 이어야 한다. 그러므로 $(3, 6)$를 표시하자.
- 만약 $x = -1$ 이면 $y = 2$ 이어야 한다. 그러므로 $(-1, 2)$를 표시하자.
- 만약 $x = -2$ 이면 $y = 1$ 이어야 한다. 그러므로 $(-2, 1)$를 표시하자.
- 만약 $x = 0.5$ 이면 $y = 3.5$ 이어야 한다. 그러므로 $(0.5, 3.5)$를 표시하자.

이 일곱 개의 점들을 모두 좌표 평면 위에 표시하면 아래 그림과 같다.



따라서 $y = x + 3$을 만족하는 모든 (x, y)들을 모두 표시하면 한 개의 직선이 만들어진다는 것을 추정할 수 있다. 다음은 $y = x + 3$의 그래프이다.



문제 6)

다음 식의 그래프를 그려라.

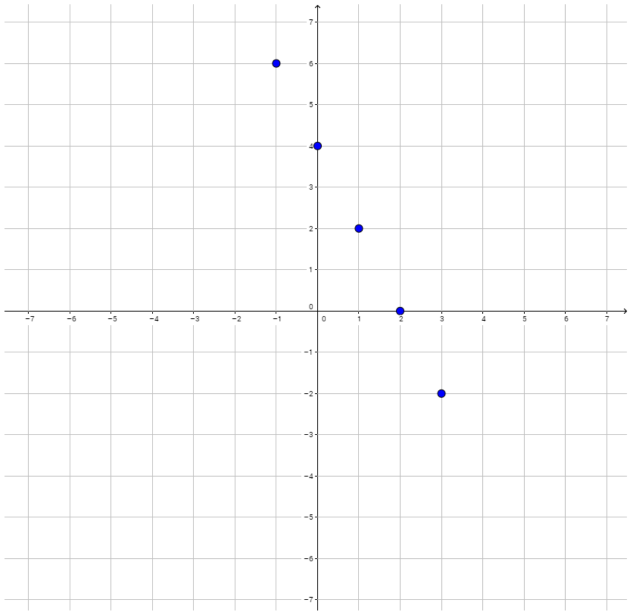
1. $y = x$
2. $y = x + 1$
3. $y = x - 2$
4. $y = x - \frac{1}{2}$

예제 7)

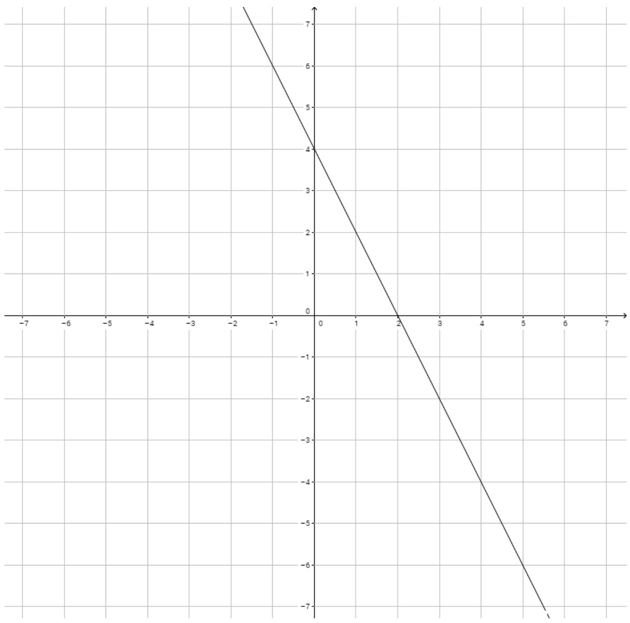
식 $y=-2x+4$의 그래프를 그려보자. 즉 $y=-2x+4$를 만족하는 모든 (x,y)를 좌표 평면 내에 표시해보자.

- 만약 $x=0$이면 $y=4$이어야 한다. 그러므로 $(0,4)$를 표시하자.
- 만약 $x=1$이면 $y=2$이어야 한다. 그러므로 $(1,2)$를 표시하자.
- 만약 $x=2$이면 $y=0$이어야 한다. 그러므로 $(2,0)$를 표시하자.
- 만약 $x=3$이면 $y=-2$이어야 한다. 그러므로 $(3,-2)$를 표시하자.
- 만약 $x=-1$이면 $y=6$이어야 한다. 그러므로 $(-1,6)$를 표시하자.

이번에는 다섯 개의 점들만을 찍었다. 이 다섯 개의 점들을 좌표 평면 위에 나타내면 아래 그림과 같고,



따라서 $y=-2x+4$을 만족하는 모든 (x,y)들을 모두 표시하면 한 개의 직선이 만들어진다는 것을 추정할 수 있다. 다음은 $y=-2x+4$의 그래프이다.



문제 8)

다음 식의 그래프를 그려라.

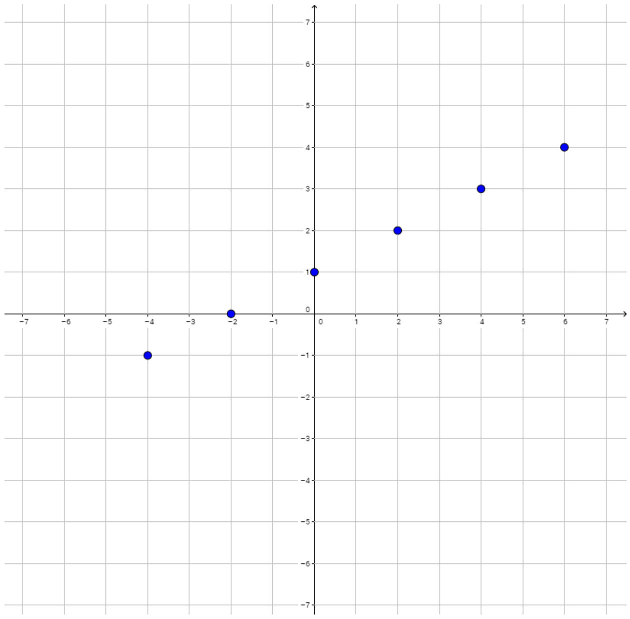
1. $y = 2x$
2. $y = 2x - 2$
3. $y = 3x + 1$
4. $y = -x + 4$
5. $y = -2x + 6$
6. $y = -3x$

예제 9)

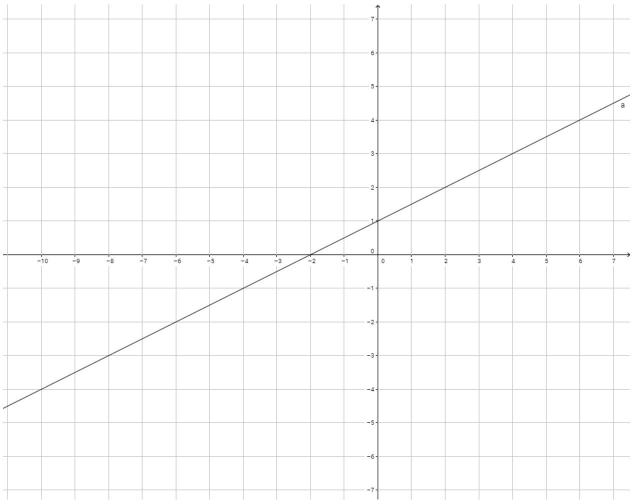
식 $y = \frac{1}{2}x + 1$의 그래프를 그려보자. 즉 $y = \frac{1}{2}x + 1$를 만족하는 모든 (x, y)를 좌표 평면 내에 표시해보자.

- 만약 $x = 0$이면 $y = 1$이어야 한다. 그러므로 $(0, 1)$를 표시하자.
- 만약 $x = 2$이면 $y = 2$이어야 한다. 그러므로 $(2, 2)$를 표시하자.
- 만약 $x = 4$이면 $y = 3$이어야 한다. 그러므로 $(4, 3)$를 표시하자.
- 만약 $x = 6$이면 $y = 4$이어야 한다. 그러므로 $(6, 4)$를 표시하자.
- 만약 $x = -2$이면 $y = 0$이어야 한다. 그러므로 $(-2, 0)$를 표시하자.
- 만약 $x = -4$이면 $y = -1$이어야 한다. 그러므로 $(-4, -1)$를 표시하자.

계산을 편하게 하기 위해 y값을 정수로 만들려고 일부러 x에 짝수만을 넣었다. 이 점들을 좌표 평면 위에 나타내면 아래 그림과 같고,



따라서 $y = \frac{1}{2}x + 1$을 만족하는 모든 (x, y)들을 모두 표시하면 한 개의 직선이 만들어진다는 것을 추정할 수 있다. 다음은 $y = \frac{1}{2}x + 1$의 그래프이다.



문제 10)

다음 식의 그래프를 그려라.

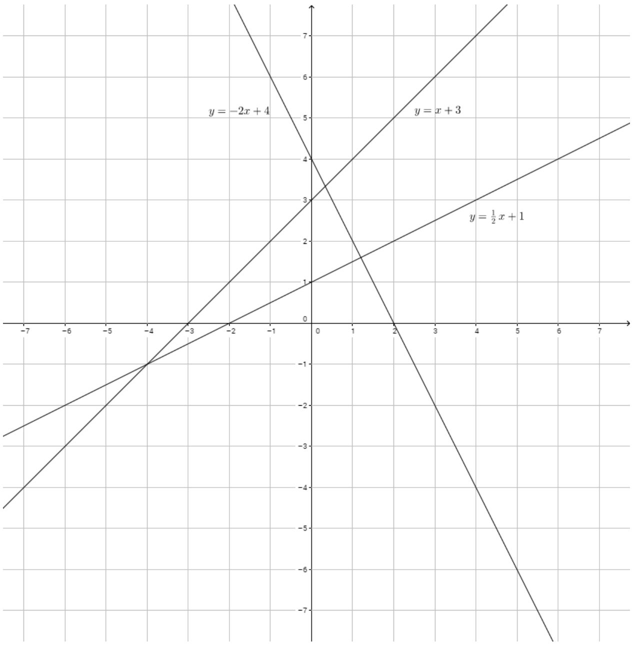
1. $y = -\frac{1}{2}x + 2$
2. $y = \frac{1}{3}x - 1$
3. $y = \frac{3}{2}x$

예제 11) 기울기

세 식

$$y = x + 3$$
$$y = -2x + 4$$
$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

의 그래프를 아래와 같이 한 그림에 그려보았다.

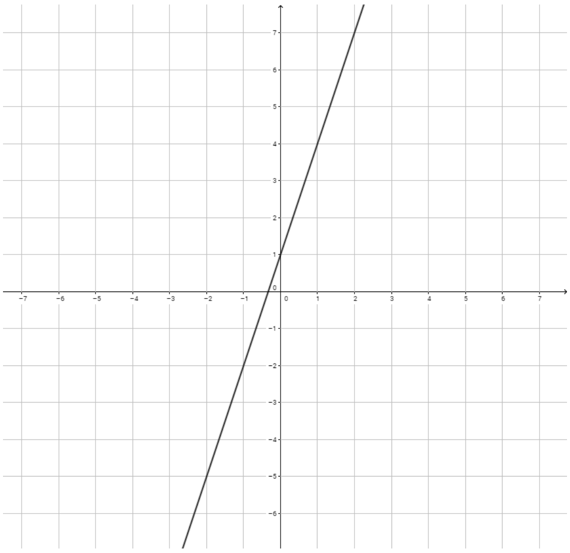


$y = x + 3$ 의 그래프는 x축 방향으로 1만큼 증가할 때마다 y의 값이 1만큼 증가한다. $y = -2x + 4$ 의 그래프는 x축 방향으로 1만큼 증가할 때마다 y의 값이 2만큼 감소한다.

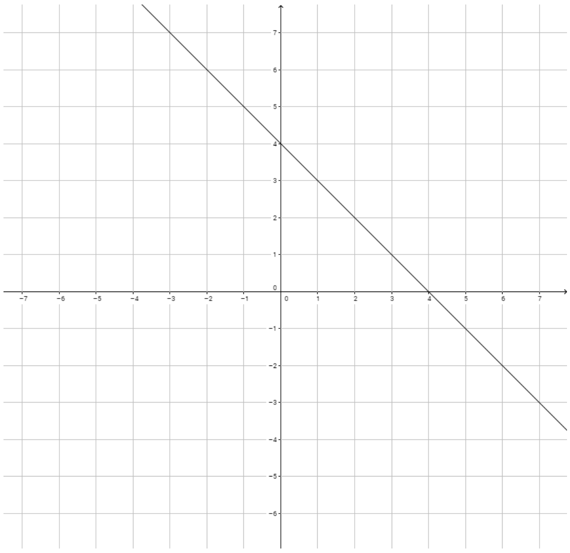
이와 같이, 직선에서 x축 방향으로 1만큼 증가할 때, y증가 혹은 감소량을 '기울기' 라고 부른다.

$y = \frac{1}{2}x + 1$ 의 경우 x축 방향으로 2만큼 증가할 때마다 y의 값이 1만큼 증가한다. 따라서 x축 방향으로 1만큼 증가할 때마다 $\frac{1}{2}$만큼 증가하며, 기울기는 $\frac{1}{2}$이다.

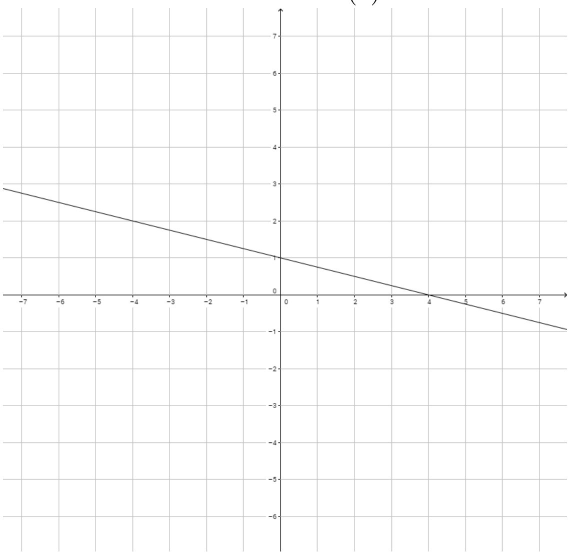
예제 12)



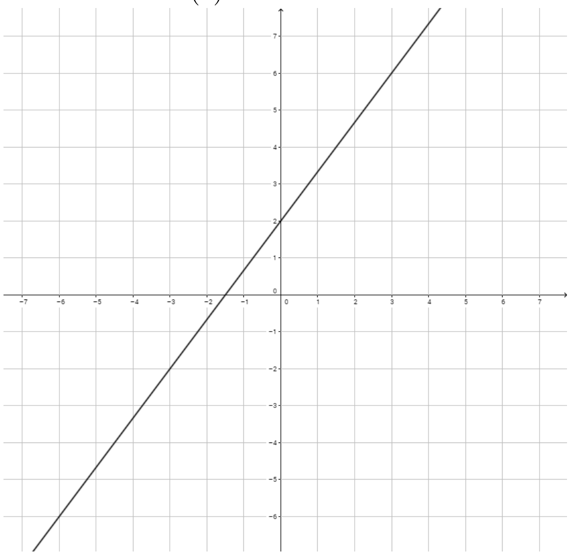
(1)



(2)



(3)



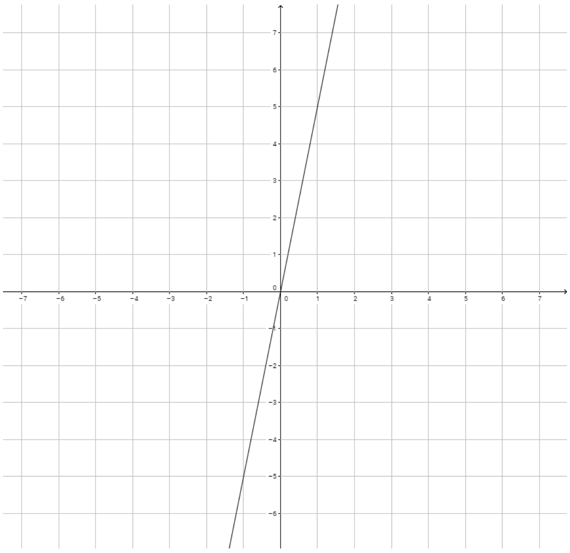
(4)

위 그림에서 (1) 의 기울기는 3이고, (2) 의 기울기는 -1 이다.

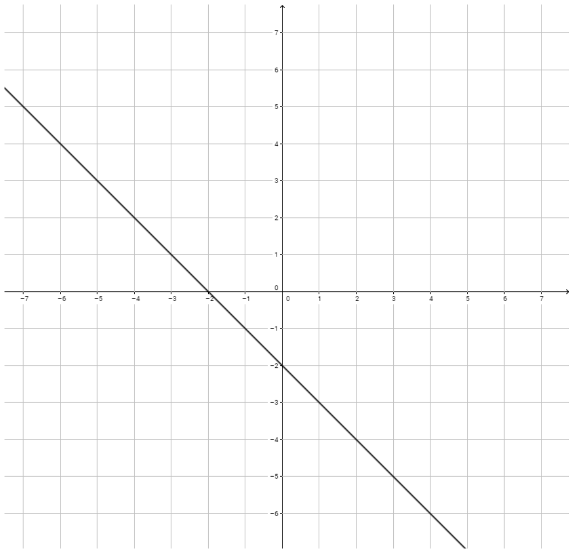
(3) 에서, x가 0 에서 4 로 4만큼 증가하면, y는 1 에서 0 으로 -1 만큼 감소한다. 즉 x가 1만큼 증가할 때 y는 $\frac{1}{4}$ 만큼 감소한 셈이다. 따라서 기울기는 $-\frac{1}{4}$ 이다.

(4) 에서 x가 0 에서 3 으로 3만큼 증가하면, y는 2 에서 6 으로 4만큼 증가한다. 즉 x가 1만큼 증가할 때 y는 $\frac{4}{3}$ 만큼 증가한 셈이다. 따라서 기울기는 $\frac{4}{3}$ 이다.

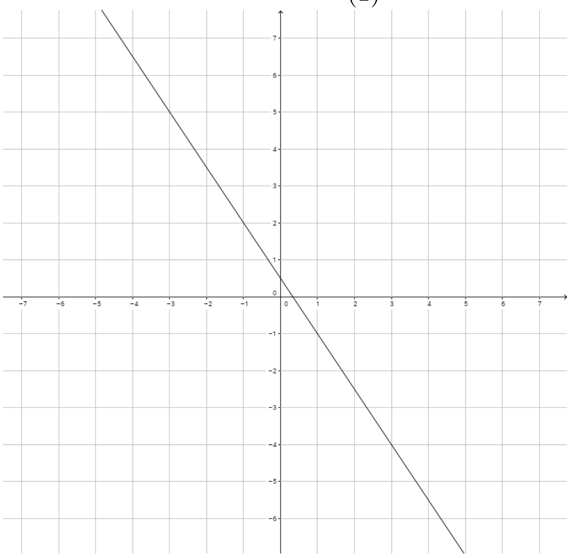
문제 13)



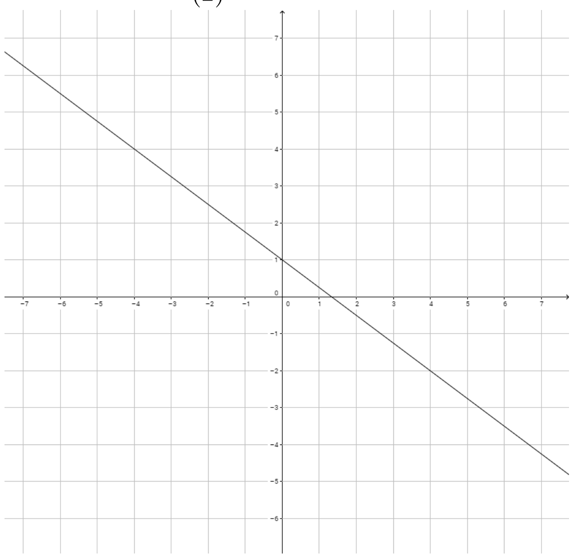
(1)



(2)



(3)



(4)

다음 직선들의 기울기를 구하시오.

요약 14)

1. 그래프와 x축이 만나는 점의 x좌표를 x절편이라고 부른다.
2. 그래프와 y축이 만나는 점의 y좌표를 y절편이라고 부른다.
3. 식 $y = mx + n$의 그래프는 기울기가 m이고, y절편이 n인 직선이다.
4. $y = mx + n$와 같은 x와 y 사이의 대응관계를 '일차함수' 라고 부른다.
5. 함수 $y = x$는 특별히 '항등함수' 라고 부른다.
6. $y = mx+n$와 같은 식을 '직선의 방정식' 이라고 부른다. m이 유리수일 경우 이 식을 변형해 $ax+by+c = 0$ 꼴로 만들기도 한다.

예제 15)

예제 12에서 (1) 의 기울기는 3이고 y절편이 1이므로 직선의 방정식은 $y = 3x + 1$이다. (2) 의 기울기는 -1이고 y절편이 4이므로 직선의 방정식은 $y = -x + 4$이다. (3) 의 기울기는 $-\frac{1}{4}$이고 y절편이 1이므로 직선의 방정식은 $y = -\frac{1}{4}x + 1$이다. (4) 의 기울기는 $\frac{4}{3}$이고 y절편이 2이므로 직선의 방정식은 $y = \frac{4}{3}x + 2$이다.

(3) 과 (4) 의 경우, 식을 정리해 $x + 4y - 4 = 0$과 $4x - 3y + 6 = 0$으로 나타내기도 한다.

문제 16)

문제 13에 나타난 직선들의 방정식을 구하시오.

문제 17)

다음 직선의 방정식들을 좌표 평면 위에 나타내시오.

1. $y = 2x + 5$
2. $y = -x - 4$
3. $y = \frac{1}{2}x$
4. $y = -\frac{3}{2}x + 2$
5. $2x + 3y - 6 = 0$
6. $3x + 4y - 20 = 0$
7. $-3x + y = 0$
8. $x + y = 2$
9. $x - y = 3$
10. $x + 2y = 4$

예제 18)

식 $y = 0$를 생각하자. 이 식은 $y = 0 \cdot x + 0$이라고 해석될 수 있다. 즉, 기울기가 0이고, y절편도 0인 직선이므로, x축이다. 한편 $y = 0$인 모든 점들 (x, y)을 표시하면, x축을 이룬다. 어떤 의미로 해석하건, 식 $y = 0$이 나타내는 직선은 x축이다.

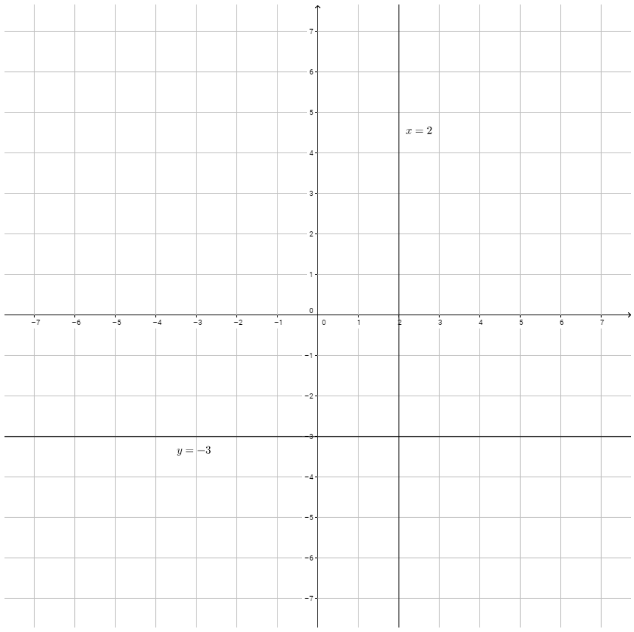
반대로 $x = 0$이 나타내는 직선은 y축이다.

요약 19)

1. $x = a$가 나타내는 직선은 $(a, 0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이다.
2. $y = b$가 나타내는 직선은 $(0, b)$을 지나고 x축에 평행한 직선이다.

요약 20)

다음은 각각 $x = 2$, $y = -3$을 나타낸 직선이다.



3 두 직선 사이의 교점

예제 21)

두 직선 $y = x + 3$과 $y = -2x + 6$ 사이의 교점을 구해보자. 직선 $y = x + 3$는 $y = x + 3$를 만족시키는 모든 (x, y)를 의미하고 직선 $y = -2x + 6$는 $y = -2x + 6$를 만족시키는 모든 (x, y)를 의미하므로 두 식을 연립하여 두 식을 모두 만족시키는 (x, y)를 찾아냄으로써 교점을 구해낼 수 있다.

$$x + 3 = y = -2x + 6$$

이므로

$$3x = 3$$

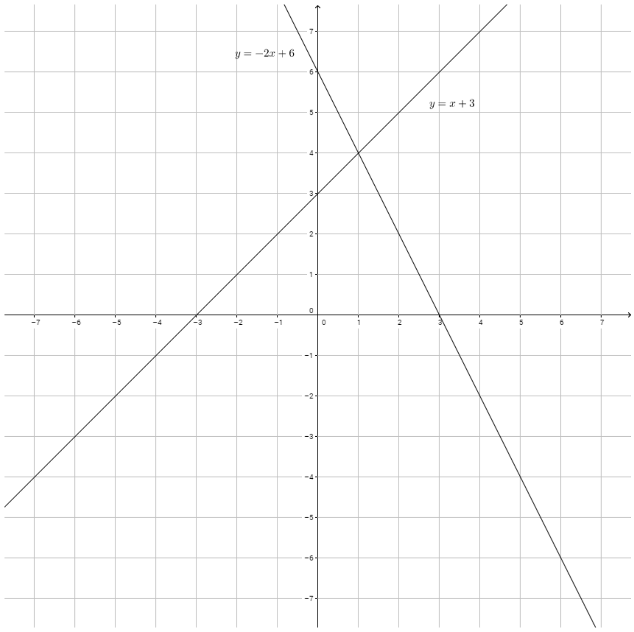
이고, 따라서

$$x = 1$$

이다. 이것을 첫 번째 식에 대입하면(두 번째 식에 대입해도 된다.)

$$y = 4$$

를 얻는다. 따라서 구하는 교점은 $(1, 4)$이다. 이것은 두 직선의 방정식을 연립함으로써 얻어진다. 실제 그림을 그려봐도 두 직선의 교점이 $(1, 4)$임을 확인할 수 있다.



문제 22)

다음 두 직선의 교점을 구하시오.

1. $y = 2x + 1$, $y = \frac{1}{2}x + 4$
2. $y = x + 3$, $y = 3x - 1$
3. $y = x - 3$, $x + y = 7$
4. $2x + y = 5$, $2x - y = 1$
5. $x + 2y = -3$, $3x - y = -2$
6. $x = 3$, $y = 3x - 4$