

## 종현, 추가과제 08

날짜 : 2017년 월 일 요일,    제한시간 : 분,    점수 :  /

### 5 함수의 뜻과 그래프

#### 문제 1)

두 집합  $X = \{-1, 0, 1\}$ ,  $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 중 집합  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수가 아닌 것은?

①  $f(x) = x + 1$

②  $f(x) = x^2 + 2$

③  $f(x) = |x|$

④  $f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ 2 & (x > 0) \end{cases}$

⑤  $f(x) = \sqrt{1-x}$

#### 문제 2)

함수  $f$ 가 실수 전체의 집합에서

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & (x \text{는 유리수}) \\ 1+x & (x \text{는 무리수}) \end{cases}$$

로 정의될 때,  $f(2) + f(1 - \sqrt{2})$ 의 값은?

①  $1 - \sqrt{2}$

②  $2 - \sqrt{2}$

③  $\sqrt{2}$

④ 2

⑤  $2\sqrt{2}$

#### 문제 3)

집합  $X = \{x \mid 1 \leq x \leq 7, \ x \text{는 자연수}\}$ 를 정의역으로 하는 함수  $f$ 에 대하여

$$f(x) = \begin{cases} 2-x & (x \text{는 홀수}) \\ x-3 & (x \text{는 짝수}) \end{cases}$$

일 때, 함수  $f$ 의 치역의 모든 원소의 합은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

문제 4)

집합  $X = \{a, b\}$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 5, \quad g(x) = x^2 + 3x + 7$$

이 서로 같을 때, 서로 다른 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

- ① -2                      ② -1                      ③ 0                      ④ 1                      ⑤ 2

문제 5)

두 집합  $X = \{x \mid -1 \leq x \leq 5\}$ ,  $Y = \{y \mid -7 \leq y \leq 5\}$ 에 대하여 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로의 함수  $f(x) = ax + b (a > 0)$ 가 일대일대응일 때,  $f(3)$ 의 값은?(단,  $a, b$ 는 실수이다.)

- ① -5                      ② -3                      ③ -1                      ④ 1                      ⑤ 3

문제 6)

집합  $X = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f(x), g(x), h(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$f(x) = \left\lceil \frac{x^2}{10} \right\rceil$$
$$g(x) = \frac{|x+1| + |x-1|}{2}$$
$$h(x) = (x \text{를 } 4 \text{로 나누었을 때의 나머지})$$

일대일 함수의 개수를  $a$ , 항등함수의 개수를  $b$ , 상수함수의 개수를  $c$ 라고 할 때,  $a - 2b + 3c$ 의 값은? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

문제 7)

집합  $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수 중 일대일대응의 개수를  $p$ , 항등함수의 개수를  $q$ , 상수함수의 개수를  $r$ 라고 할 때,  $p + q + r$ 의 값은?

- ① 7                      ② 8                      ③ 9                      ④ 10                      ⑤ 11

## 6 합성함수와 역함수

문제 8)

$$f(x) = \begin{cases} 12 - 4x & (x \geq 2) \\ 4 & (x < 2) \end{cases}, \quad g(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2$$

에 대하여  $(g \circ f)(1) + (f \circ g)(6)$  의 값은?

- ① -14                  ② -12                  ③ -10                  ④ -8                  ⑤ -6

문제 9)

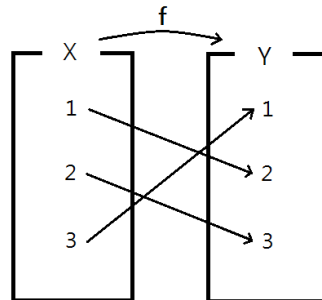
두 함수  $f(x) = 2x + k$ ,  $g(x) = -3x + 4$ 에 대하여  $f \circ g = g \circ f$  일 때,  $f(3)$  의 값은?  
(단,  $k$ 는 상수이다.)

- ① 1                  ② 3                  ③ 5                  ④ 7                  ⑤ 9

문제 10)

집합  $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수  
 $f: X \rightarrow X$ 의 대응관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f^1(x) &= f(x), \\ f^{n+1}(x) &= f(f^n(x)) \\ (n &= 1, 2, 3, \dots) \end{aligned}$$



이라고 할 때,  $f^{100}(1) - f^{200}(3)$  의 값은?

- ① -2                  ② -1                  ③ 0                  ④ 1                  ⑤ 2

**문제 11)**

정의역과 공역이 실수 전체인 함수  $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & (x \leq 0) \\ (a-1)x + a^2 - 4 & (x > 0) \end{cases}$$

함수  $f(x)$ 의 역함수가 존재하도록 하는 상수  $a$ 의 값은?

- ①  $-\sqrt{3}$       ②  $-\sqrt{2}$       ③ 0      ④  $\sqrt{2}$       ⑤  $\sqrt{3}$

**문제 12)**

두 함수  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g(x) = -3x + 5$ 에 대하여  $(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(k) = 5$ 를 만족시키는 상수  $k$ 의 값은?

- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

**문제 13)**

함수  $f(x) = mx + n$ 의 역함수가  $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ 일 때, 상수  $m, n$ 에 대하여  $m^2 + n^2$ 의 값은?

- ① 9      ② 16      ③ 25      ④ 32      ⑤ 41

**문제 14)**

함수  $f(x) = x^2 - 2x + 2$  ( $x \geq 1$ )의 역함수를  $f^{-1}(x)$ 라고 할 때, 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리는?

- ①  $\sqrt{2}$       ②  $\sqrt{3}$       ③ 2      ④  $\sqrt{5}$       ⑤  $\sqrt{6}$

## 7 유리함수

문제 15)

$\frac{2x^2-3x-2}{x^2-6x+9} \times \frac{x^3-27}{x^2-4} \div \frac{2x^2+7x+3}{x^2-x-6}$ 을 간단히 한 것은?

①  $x + 1$

$$\textcircled{2} \quad \frac{(2x+1)(x-3)}{x+2}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{(2x+1)(x^2+3x+9)}{x-2}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{(x-2)(x^2+3x+9)}{x-3}$$

⑤  $\frac{x^2 + 3x + 9}{x + 3}$

문제 16)

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{3}{(x+1)(x+4)} + \frac{5}{(x+4)(x+9)} = \frac{a}{x(x+b)}$$

가 항상 성립할 때, 두 상수  $a, b$ 의 합  $a + b$ 의 값은?

① 18

② 20

③ 22

④ 24

⑤ 26

문제 17)

유리함수  $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 그래프의 식만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

$$\neg. y = \frac{2-x}{x}$$

$$\perp. \ y = \frac{2x}{x-1}$$

$$\sqcup. y = \frac{4x + 4}{2x + 1}$$

①  $\neg$

② L

③  $\sqsubset$

④  $\neg, \perp$

⑤  $\neg, \perp, \sqsubset$

문제 18)

유리함수  $y = \frac{ax+3}{2x+4}$  의 그래프의 점근선의 방정식은  $x = b, y = 3$ 이다.

두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 20

② 30

③ 40

④ 50

⑤ 60

**문제 19)**

함수  $y = \frac{1-3x}{x-2}$  의 그래프가 점  $(a, b)$  의 직선  $y = x + c$ 에 대하여 각각 대칭일 때,  
세 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $a + b + c$ 의 값은?

- ①  $-6$                       ②  $-4$                       ③  $-2$                       ④  $0$                       ⑤  $2$

**문제 20)**

$2 \leq x \leq 4$  일 때, 함수  $y = \frac{3x-2}{x-1}$  의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라고 하자.  $Mm$ 의  
값은?

- ①  $\frac{10}{3}$                       ②  $\frac{20}{3}$                       ③  $10$                       ④  $\frac{40}{3}$                       ⑤  $\frac{50}{3}$

**문제 21)**

함수  $f(x) = \frac{x-\sqrt{3}}{\sqrt{3}x+1}$  에 대하여

$$f^1 = f, \quad f^2 = f \circ f, \quad f \circ f^2, \quad \dots, \quad f^n = f \circ f^{n-1} \quad (\text{단, } n = 2, 3, 4, \dots)$$

로 정의할 때,  $f^{101}(\sqrt{3})$ 의 값은?

- ①  $-\sqrt{3}$                       ②  $-1$                       ③  $0$                       ④  $1$                       ⑤  $\sqrt{3}$

**문제 22)**

함수  $f(x) = \frac{bx+1}{x-a}$  에 대하여

$$f^{-1}(3) = 1, \quad f(f(1)) = 5$$

일 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $b - a$ 의 값은?

- ①  $4$                       ②  $6$                       ③  $8$                       ④  $10$                       ⑤  $12$

## 8 무리함수

### 문제 23)

다음 식을 간단히 한 것은?

$$\frac{2}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x^2}} + \frac{2}{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2}}$$

- ①  $\sqrt{x^2+1}+x$                       ②  $\sqrt{x^2+1}-x$                       ③  $4x$   
 ④  $4\sqrt{x^2+1}$                       ⑤  $-4\sqrt{x^2+1}$

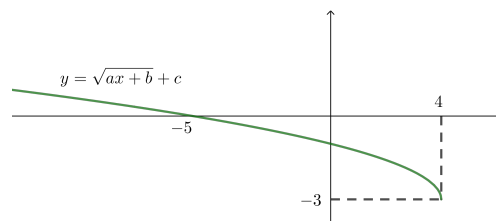
### 문제 24)

무리함수  $y = \sqrt{4-2x} + 3$ 의 정의역이  $\{x | x \leq a\}$ 이고 치역이  $\{y | y \geq b\}$ 일 때, 두 실수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

### 문제 25)

무리함수  $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 세 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $a-b+c$ 의 값은?



- ① -10                      ② -8                      ③ -6                      ④ -4                      ⑤ -2

**문제 26)**

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 함수  $y = 4 - \sqrt{5 - 2x}$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라고 할 때,  $M + m$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

**문제 27)**

함수  $y = \sqrt{x-2}$ 의 그래프와 직선  $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 범위가  $a \leq k < b$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은?

- ①  $-\frac{7}{2}$                       ②  $-\frac{3}{4}$                       ③ 1                      ④  $\frac{5}{4}$                       ⑤  $\frac{7}{2}$

**문제 28)**

두 함수  $y = \sqrt{x-1} + 1$ ,  $y = x^2 - 2x + 2$  ( $x \geq 1$ )의 그래프가 두 점에서 만날 때, 이 두 점 사이의 거리는?

- ① 1                      ②  $\sqrt{2}$                       ③  $\sqrt{3}$                       ④ 2                      ⑤  $\sqrt{5}$