

대회, 미니테스트 07

날짜 : 2018년 월 일 요일 , 제한시간 : 분 , 점수 : /

문제 1) 두 함수 $f(x) = x + k$, $g(x) = 2x + 3$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립할 때, 실수 k 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

문제 2) 함수 $f(x) = |x - 3| + kx - 6$ 의 역함수가 존재하는 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $k < -1$ 또는 $k > 1$ ② $-1 < k < 1$ ③ $0 < k < 1$
④ $k < 0$ 또는 $k > 1$ ⑤ $-3 < k < 2$

문제 3) $f(x) = 2|x - 1| + ax + b$ 로 정의된 함수 f 가 일대일대응일 때, 정수 a 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

문제 4) 두 집합 $X = \{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$, $Y = \{y \mid a \leq y \leq b\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = -x + 2$ 의 역함수가 존재할 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

문제 5) 두 집합 $X = \{x \mid a \leq x \leq 1\}$, $Y = \{y \mid -4 \leq y \leq 4\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = -x^2 - 4x + b$ 의 역함수가 존재할 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수)

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

문제 6) 집합 $X = \{x \mid x \geq 1\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 가

$$f(x) = x^2 - 2x + 2$$

이다. 방정식 $f(x) = f^{-1}(x)$ 의 모든 근의 합은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

문제 7) 함수 $f(x) = \frac{1}{4}(x^2 + 3)(x \geq 0)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리는?

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

문제 8) 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x + 3 & (x \geq 0) \\ \frac{5}{2}x + 3 & (x < 0) \end{cases}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① 4 ② 9 ③ 10 ④ 18 ⑤ 20

문제 9) 함수 $f(x) = x + 1 - |\frac{1}{2}x - 1|$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 9 ⑤ 18

문제 10) 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = x + 6$ 에 대하여

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(-6) = -4, \quad (f \circ g^{-1})(7) = -2$$

일 때, ab 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수)

문제 11) 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 역함수가 존재하고 $(f \circ f)(1) = 3$ 을 만족시킬 때, $f(1) + 2f(2) + 3f(3)$ 의 값을 구하여라.

문제 12) 두 함수 $f(x) = x^2 - 6x + 12$, $g(x) = -2x^2 + 4x + k$ 에 대하여 합성함수 $(g \circ f)(x)$ 의 최댓값이 10이 되도록 하는 상수 k 의 값을 구하여라.

문제 13) 집합 $S = \{n | 1 \leq n \leq 100, n \text{은 } 9 \text{의 배수}\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 X 와 집합 $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를

$$f(n) \text{은 } n \text{을 } 7 \text{로 나누었을 때의 나머지}$$

로 정의하자. 함수 $f(n)$ 의 역함수가 존재하도록 하는 집합 X 의 개수를 구하여라.