

해령 06 - 기하와 벡터[수능특강]

4단원 : 평면벡터의 성분과 내적

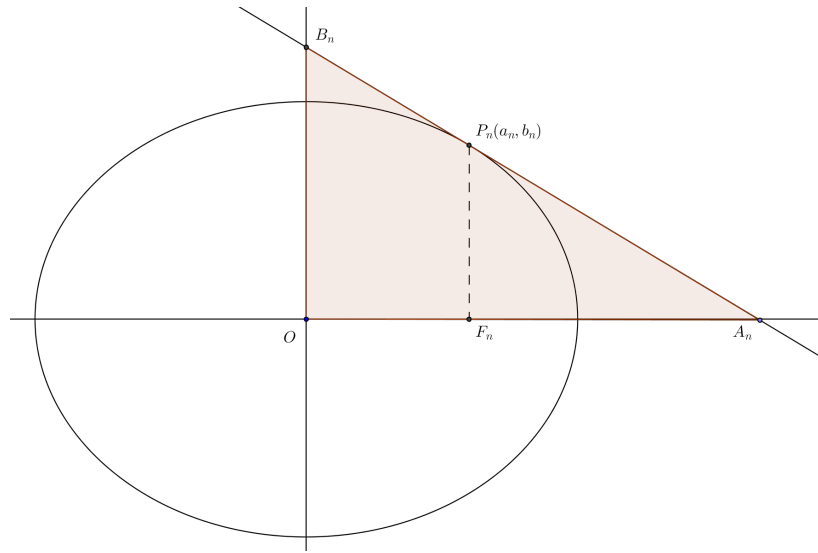
2016년 6월 23일

차 례

차 례	1
1 02-실력2	2
2 03-실력2	3
3 04-예제 1-1	3
4 04-예제 1-2	4
5 04-예제 3-1	5
6 04-예제 3-2	5
7 04-예제 4	6
8 04-예제 8	6
9 04-기초3	6
10 04-기초5	6
11 04-기본1	7
12 04-기본2	7
13 04-기본4	8
14 04-실력 1-1	8
15 04-실력 1-2	8
16 04-실력 1-3	9
17 04-실력 1-4	9
18 04-실력2	10
19 04-실력3	11
20 04-기출	12

1 02-실력2

그림과 같이 자연수 n 에 대하여($n > 1$) 타원 $\frac{x^2}{(n^2+1)^2} + \frac{y^2}{4n^2} = 1$ 의 초점 중 x 좌표가 양수인 점을 $F_n(a_n, 0)$ 이라 하고, 타원 위의 점 $P_n(a_n, b_n)$ ($b_n > 0$)에서의 접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A_n, B_n 이라고 할 때, 삼각형 OA_nB_n 의 넓이를 S_n 이라고 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^4}$ 의 값은? (단 O 는 원점이다.)



① $\frac{1}{8}$

② $\frac{1}{4}$

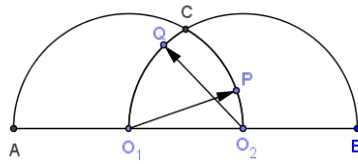
③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ 2

2 03-실력2

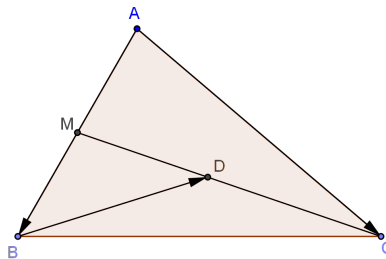
그림과 같이 선분 AB 위의 두 점 O_1, O_2 에 대하여 $\overline{AO_1} = \overline{O_1O_2} = \overline{O_2B} = 1$ 일 때, 두 선분 AO_2, O_1B 를 각각 지름으로 하는 두 반원의 호 AO_2, O_1B 가 만나는 점을 C 라고 하자. 호 O_2C 위를 움직이는 점 P 와 호 O_1C 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $|\overrightarrow{O_1P} + \overrightarrow{O_2Q}|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, Mm 의 값은?



- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

3 04-예제 1-1

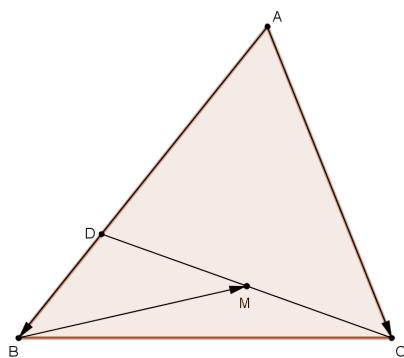
그림과 같이 삼각형 ABC 에서 변 AB 의 중점을 M 이라 하고, 선분 CM 을 4:3으로 내분하는 점을 D 라고 하자. $\overrightarrow{BD} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$ 를 만족시키는 두 실수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값은?



- ① $-\frac{2}{7}$ ② $-\frac{3}{14}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{14}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

4 04-예제 1-2

그림과 같이 삼각형 ABC 에서 선분 AB 를 2:1로 내분하는 점을 D 라고 하고, 선분 CD 의 중점을 M 이라고 하자. $\overrightarrow{BM} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$ 를 만족시키는 두 실수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값은?



① $-\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{6}$

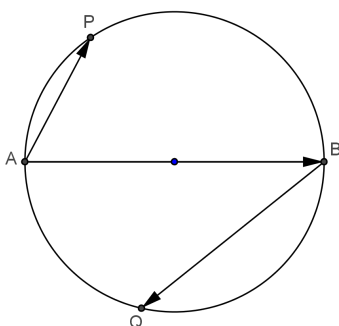
③ 0

④ $\frac{1}{6}$

⑤ $\frac{1}{3}$

5 04-예제 3-1

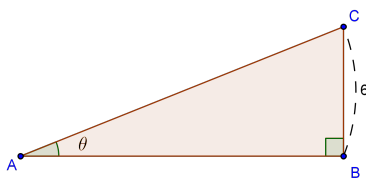
그림과 같이 지름이 선분 AB 인 원 위의 두 점 P, Q 에 대하여 $\overline{AP}=3, \overline{BQ}=5$ 일 때, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BQ}$ 의 값은?(단, $\overline{AB} > 5$ 이다.)



- ①-32 ②-28 ③-24 ④-20 ⑤-16

6 04-예제 3-2

그림과 같이 $\overline{BC}=6, \angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A = \theta$ 라고 하자. $\cos \theta = \frac{2\sqrt{10}}{7}$ 일 때, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ 의 값은?



- ①144 ②169 ③196 ④225 ⑤256

7 04-예제4

세 단위벡터 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 가 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ 을 만족시킨다. 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 이루는 각의 크기를 θ 라고 할 때 $\cos \theta$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ 0

8 04-예제8

한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC 에 대해 M 은 선분 AB 의 중점이고 $\vec{a} = \overrightarrow{AC}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AM}$ 이라고 하자. $\vec{c} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ 일 때, $|\vec{c}|$ 의 값은?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

9 04-기초3

두 벡터 $\vec{a} = (k, 1)$, $\vec{b} = (k - 2, -3)$ 가 서로 수직일 때, k 의 값은? (단 $|\vec{a}| \neq |\vec{b}|$ 이다.)

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

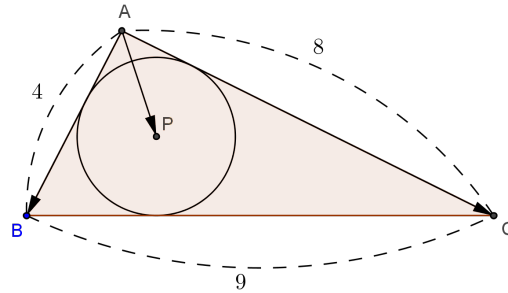
10 04-기초5

좌표평면에서 두 직선 $\frac{x+1}{9} = \frac{y}{2}$, $\frac{x-4}{7} = \frac{y-2}{6}$ 가 이루는 각의 크기를 $\theta (0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2})$ 라고 할 때, $\cos \theta$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{17}$ ② $\frac{3}{17}$ ③ $\frac{7}{17}$ ④ $\frac{11}{17}$ ⑤ $\frac{15}{17}$

11 04-기본1

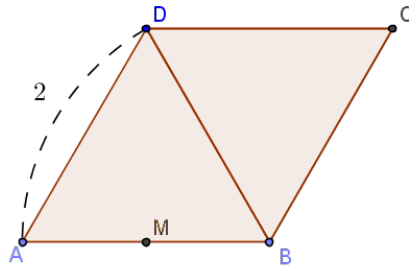
그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CA}=8$ 인 삼각형 ABC 의 내접원의 중심을 P 라고 하자. $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$ 를 만족시키는 두 실수 m, n 에 대하여 $m-n$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{4}{21}$ ③ $\frac{5}{21}$ ④ $\frac{6}{21}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

12 04-기본2

그림과 같이 한 평면 위에 길이가 2인 두 정삼각형 ABD , BCD 가 있다. 선분 AB 의 중점을 M 이라고 할 때 $\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC}$ 의 값을 구하시오.



- ① $\sqrt{3}$ ② 3 ③ $3\sqrt{3}$ ④ 9 ⑤ $9\sqrt{3}$

13 04-기본4

좌표평면에서 직선 $\frac{x}{2} = y - 3$ 위의 점 $P(a, b)$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q , y 축에 내린 수선의 발을 R 이라고 할 때, 직선 $\frac{x}{2} = y - 3$ 와 직선 QR 은 서로 수직이다. $a + b$ 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

14 04-실력1-1

선분 AB 내부의 점 P 에 대하여

$$2\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \vec{0}$$

가 성립한다. 선분 AB 의 길이가 12일 때, 선분 AP 의 길이를 구하시오.

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

15 04-실력1-2

선분 AB 내부의 점 P 에 대하여

$$3\overrightarrow{AP} + 5\overrightarrow{BP} = \vec{0}$$

가 성립한다. 선분 AB 의 길이가 24일 때, 선분 AP 의 길이를 구하시오.

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

16 04-실력1-3

삼각형 ABC 의 내부의 한 점 P 에 대하여

$$3\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \vec{0}$$

가 성립한다. 삼각형 ABP 의 넓이가 2일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하시오.

- ①4 ②8 ③12 ④16 ⑤20

17 04-실력1-4

삼각형 ABC 의 내부의 한 점 P 에 대하여

$$\overrightarrow{AP} + 3\overrightarrow{BP} + 4\overrightarrow{CP} = \vec{0}$$

가 성립한다. 삼각형 ACP 의 넓이가 3일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하시오.

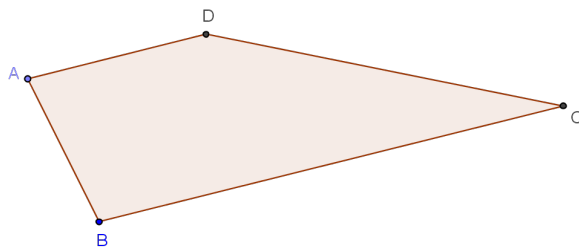
- ①6 ②8 ③10 ④12 ⑤14

18 04-실력2

좌표평면 위에 세 점 A, B, D 가 있다. 두 선분 AD, BC 가 평행하도록 점 C 를 잡을 때,

$$\overrightarrow{AB} = (1, -2), \quad \overrightarrow{BC} = (x, y), \quad \overrightarrow{CD} = (-5, 1)$$

이다. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OP}$ 를 만족시키는 점 P 에 대하여 $4 \leq x \leq 8$ 일 때, 점 P 가 나타내는 도형의 길이는? (단, O 는 원점이고, $xy \neq 0$ 이다.)



① $\sqrt{5}$

② $\sqrt{10}$

③ $\sqrt{13}$

④ $\sqrt{17}$

⑤ 5

19 04-실력3

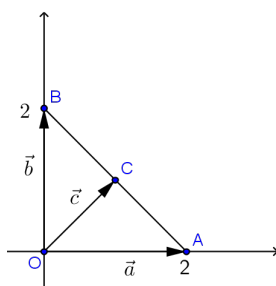
그림과 같이 원점이 O 인 좌표평면 위의 두 점 $A(2, 0)$, $B(0, 2)$ 에 대하여 선분 AB 중점을 C 라고 하고, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ 라고 하자.

$$\vec{p} = \vec{a} + \vec{c}, \quad \vec{q} = 2\vec{b} - \vec{c}$$

라고 할 때, 등식

$$|x\vec{p} + y\vec{q}| = 2\sqrt{10}$$

이 성립하도록 하는 두 실수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 를 좌표로 하는 점 P 가 그리는 도형의 길이를 구하시오.



① π

② 2π

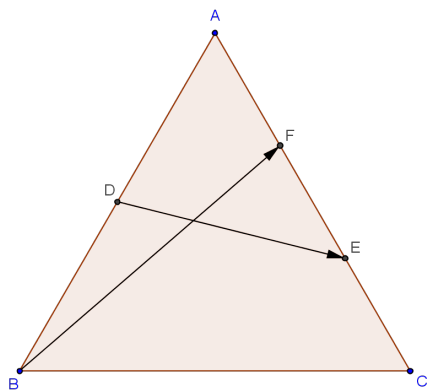
③ 3π

④ 4π

⑤ 5π

20 04-기출

한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC 에서 변 AB 의 중점을 D 라고 하고, 변 AC 를 2:1과 1:2로 내분하는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $|\vec{BF} + \vec{DE}|^2$ 의 값은?



①3

②4

③5

④6

⑤7

1	③	2	③	3	①	4	②
5	⑤	6	③	7	④	8	③
9	②	10	⑤	11	②	12	②
13	⑤	14	④	15	⑤	16	③
17	②	18	④	19	④	20	⑤