현빈 17 : 메넬라우스의 정리, 체바의 정리

2015년 11월 15일

정리 1) 메넬라우스의 정리

그림 1과 같이 한 직선 l 이 $\triangle ABC$ 의 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$(또는 그 연장선)를 잘랐을 때의 교점이 각각 D, E,F 이면

$$\frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} \cdot \frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \cdot \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} = 1$$

이다.

증명 :

정리 2) 메넬라우스의 정리의 역

$\triangle ABC$ 의 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$(또는 그 연장선) 위에서

$$\frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} \cdot \frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \cdot \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} = 1$$

이 되게 각각 D, E, F 를 취하면 D, E, F 는 한 직선 위에 있다.

증명 :

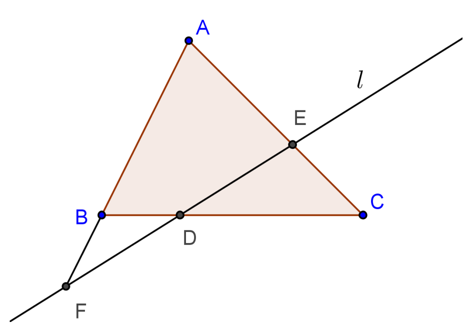


그림 1: 메넬라우스의 정리

정리 3) 체바의 정리

그림 2과 같이 $\triangle ABC$의 세 꼭짓점과 그 대변(또는 그 연장선) 위의 한 점 D, E, F를 연결하여 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$가 한 점 P에서 만나면

$$\frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} \cdot \frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \cdot \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} = 1$$

이다.

증명 :

정리 4) 체바의 정리의 역

$\triangle ABC$의 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$(또는 그 연장선) 위에서

$$\frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} \cdot \frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \cdot \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} = 1$$

이 되게 각각 D, E, F를 취하면 D, E, F는 한 직선 위에 있다.

증명 :

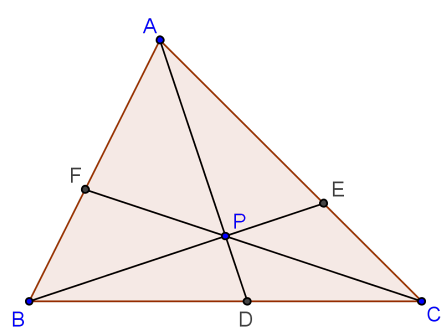
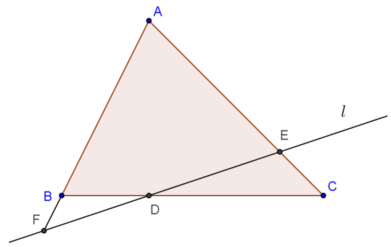


그림 2: 체바의 정리

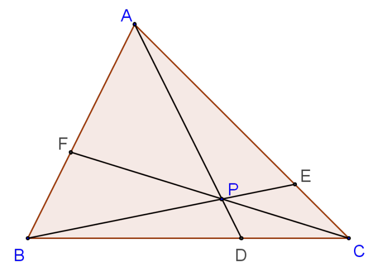
문제 1)

$\overline{BD}$=4, $\overline{CD}$=8, $\overline{AE}$=9, $\overline{CE}$=3, $\overline{AB}$=10 일 때, $\overline{BF}$의 값을 구하시오.



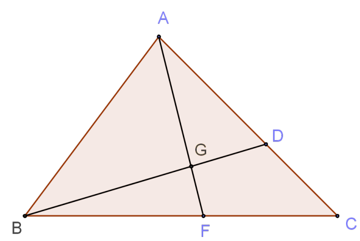
문제 2)

$\overline{BD}$=6, $\overline{CD}$=3, $\overline{AE}$=6, $\overline{CE}$=2, $\overline{BF}$=3 일 때, $\overline{AF}$의 값을 구하시오.



문제 3)

오른쪽 그림의 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=5$, $\overline{BF}=4$, $\overline{CF}$=3이다. $\overline{AD}:\overline{CD}$=3 : 2일 때, $\frac{\overline{AG}}{\overline{GF}}$의 값은?



문제 4)

오른쪽 그림의 사다리꼴 $ABCD$에서 $\overline{BC}=12$, $\overline{DE}=4$, $\overline{AB}$=10이다. $\overline{DF}$의 값은?