수학(하) : 05 직선의 방정식

2018년 8월 7일

차 례

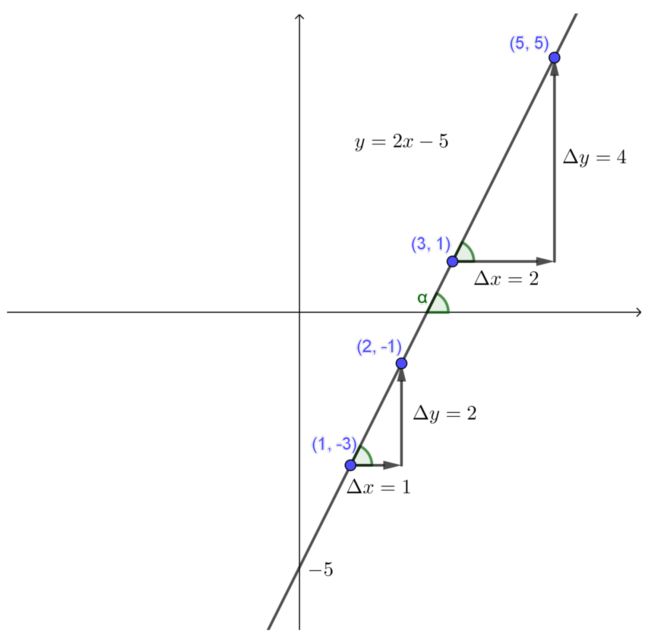
1 직선의 방정식 $y = mx + n$

예시 1) $y = 2x - 5$의 그래프를 그려보자.

$x = 1$을 식에 대입하면 $y = 2 \cdot 1 - 5 = -3$이다.
$x = 2$을 대입하면 $y = 2 \cdot 2 - 5 = -1$이다. 마찬가지로

$$x = 1 \longrightarrow y = -3$$
$$x = 2 \longrightarrow y = -1$$
$$x = 3 \longrightarrow y = 1$$
$$x = 4 \longrightarrow y = 3$$
$$x = 5 \longrightarrow y = 5$$
$$\vdots$$

등이다. 따라서 이 그래프는 $(1, -3)$, $(2, -1)$, $(3, 1)$, $(4, 3)$, $(5, 5)$ 등을 지난다.
$y = 2x - 5$의 그래프는 이 점들을 지나는 직선이 된다.



$\boxed{\text{기울기} = 2}$

$(1,-3)$에서 $(2,-1)$로의 변화를 살펴보면

$$\Delta x = x\text{의 변화량} = 2 - 1 = 1$$

$$\Delta y = y\text{의 변화량} = (-1) - (-3) = 2$$

이므로

$$\text{기울기} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{1} = 2$$

이다.

$(3,1)$에서 $(5,5)$로의 변화를 살펴보아도

$$\Delta x = 5 - 3 = 2$$

$$\Delta y = 5 - 1 = 4$$

이므로

$$\text{기울기} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4}{2} = 2$$

이다.

한편, 직선과 x축의 양의 방향이 이루는 각도를 α라고 하면 $\tan\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$이므로

$$\text{기울기} = \tan\alpha$$

이기도 하다.

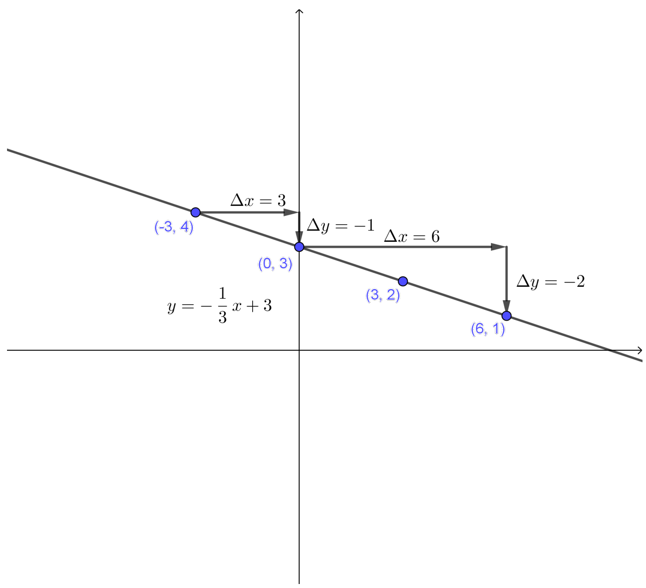
$\boxed{y\text{절편} = -1}$

이 그래프가 y축과 만나는 점은 $(0,-5)$이다. 따라서 y절편은 -5이다.

문제 2) $y = -\frac{1}{3}x + 3$의 그래프를 그려보자.

$$x = -3 \longrightarrow y = 4$$
$$x = 0 \longrightarrow y = 3$$
$$x = 3 \longrightarrow y = \boxed{}$$
$$x = 6 \longrightarrow y = \boxed{}$$
$$\vdots$$

따라서 이 그래프는 $(-3, 4)$, $(0, 3)$, $(3, \boxed{})$, $(6, \boxed{})$ 등을 지난다.



$\boxed{\text{기울기} = \boxed{}}$

$(-3, 4)$에서 $(0, 3)$로의 변화를 살펴보면

$$\Delta x = 0 - (-3) = 3$$
$$\Delta y = 3 - 4 = -1$$
$$\text{기울기} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \boxed{}$$

이다.

$(0,3)$에서 $(6,1)$로의 변화를 살펴보아도 기울기의 값은 같다.

$$\Delta x = 6 - 0 = 6$$
$$\Delta y = 1 - 3 = -2$$
$$\text{기울기} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \boxed{}$$

$\boxed{y\text{절편} = \boxed{}}$

이 그래프가 y축과 만나는 점은 $(0, \boxed{})$이다. 따라서 y절편은 $\boxed{}$이다.

정리 3) $y = mx + n$의 그래프

함수 $y = mx + n$의 그래프는 기울기가 m이고, y절편이 n인 직선이다. 이때,

- 기울기는 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 을 의미한다. ($\Delta x = x$의 변화량, $\Delta y = y$의 변화량)
- 직선과 x축의 양의 방향이 이루는 각도를 α라고 하면

$$\text{기울기} = \tan \alpha$$

  이기도 하다. (단, 기울기 > 0)
- y절편은 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표를 의미한다.

참고 4)

예시 1)와 문제 2)에서, 단순히 기울기와 y절편을 가지고 그려도 된다.

(1) $y = 2x - 5$의 그래프를 그리려면 $(0, -5)$에서부터 출발해 기울기가 2가 되도록 직선을 그리면 된다.

(2) $y = -\frac{1}{3}x + 3$의 그래프를 그리려면 $(0, -3)$에서부터 출발해 기울기가 $-\frac{1}{3}$이 되도록 직선을 그리면 된다.

문제 5)

x축의 양의 방향과 $60°$의 각도를 이루고 y절편이 1인 직선의 방정식을 구하여라.

2 직선의 방정식 $ax + by + c = 0$

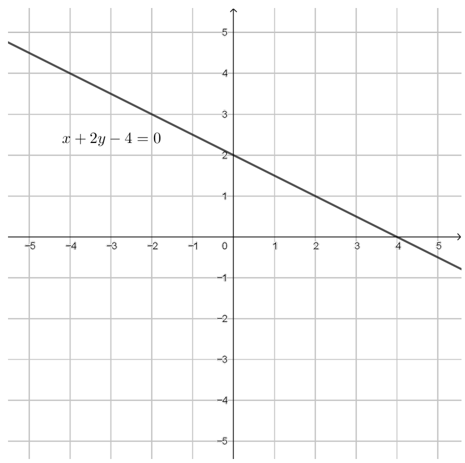
예시 6)

(1) $x + 2y - 4 = 0$의 그래프를 그려보자. ($a = 1$, $b = 2$, $c = -4$)

이 식을 변형하면

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$

이 된다. 따라서 기울기가 $-\frac{1}{2}$이고 y절편이 2인 직선이다.

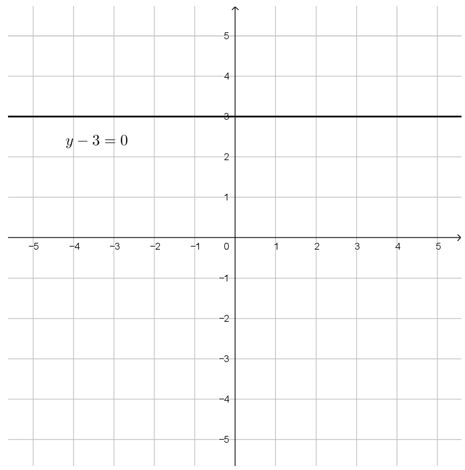


(2) $y - 3 = 0$의 그래프를 그려보자. ($a = 0$, $b = 1$, $c = -3$) $y = 3$을 만족시키는 모든 점 (x, y)를 찍으면 된다.

$$(-1, 3), (0, 3), (1, 3), (2, 3), \cdots$$

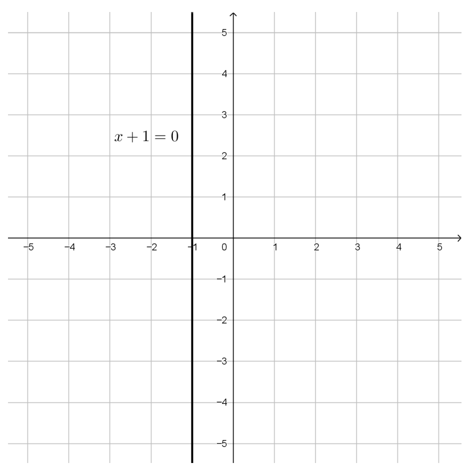
등을 잇는 직선을 그리면 다음과 같다. *

*$y = 0x + 3$ 로 해석하여 기울기가 0이고 y절편이 3인 직선을 그려도 된다.



(3) $x+1=0$의 그래프를 그려보자. ($a=1$, $b=0$, $c=1$)

$x=-1$인 모든 점 (x,y)들을 찍으면 다음 직선이 된다.



정리 7) $ax+by+c=0$**의 그래프**

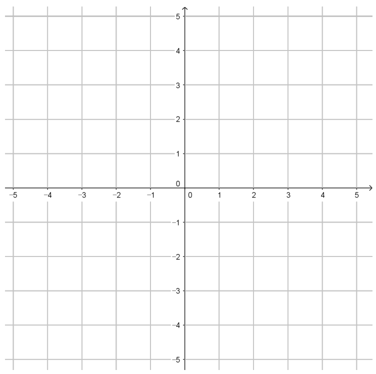
$b=0$인 경우 $x=k$ 꼴로 변형시킬 수 있다.

$a=0$인 경우 $y=k$ 꼴로 변형시킬 수 있다.

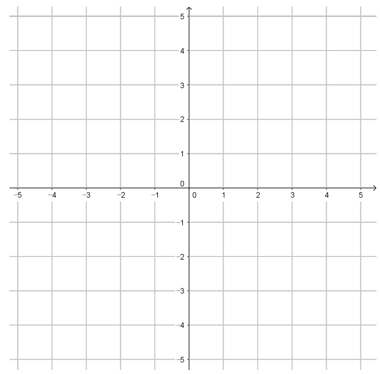
- $x=k$의 그래프는 x절편이 k이고 y축과 평행한 직선이다.
- $y=k$의 그래프는 y절편이 k이고 x축과 평행한 직선이다.

문제 8) 다음 식들의 그래프를 그려라

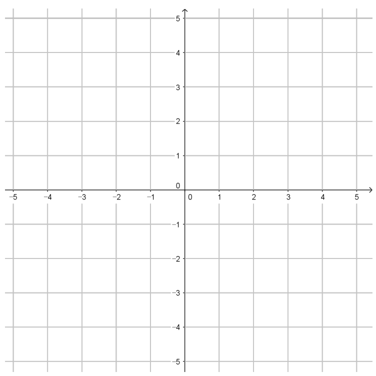
$y = x + 2$



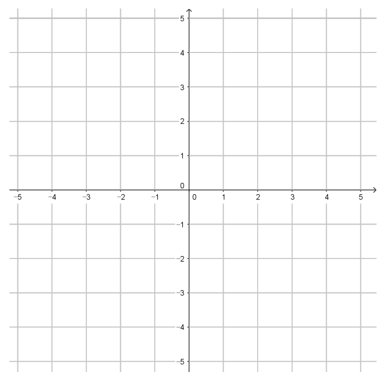
$y = 3x - 3$



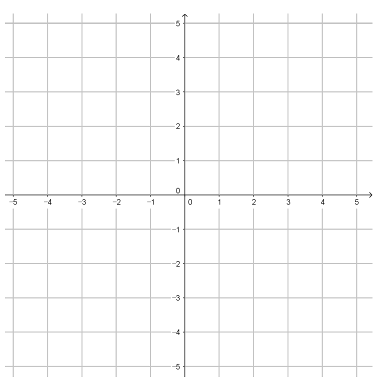
$y = -3x + 5$



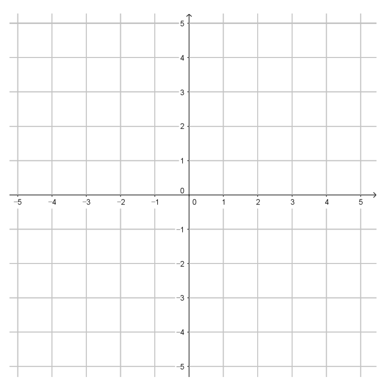
$y = -2x$



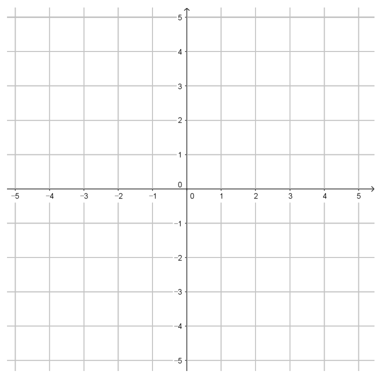
$y = \frac{1}{2}x - 2$



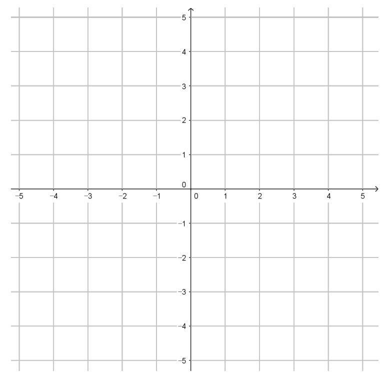
$y = -\frac{2}{3}x + 1$



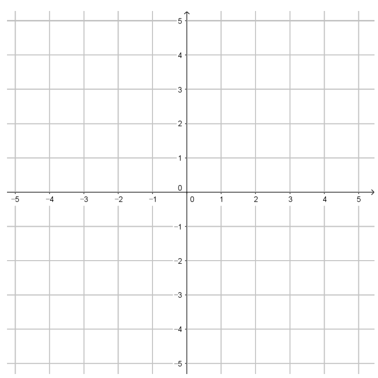
$2x + y - 1 = 0$



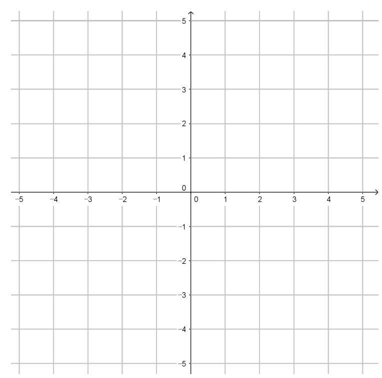
$2x + 3y + 6 = 0$



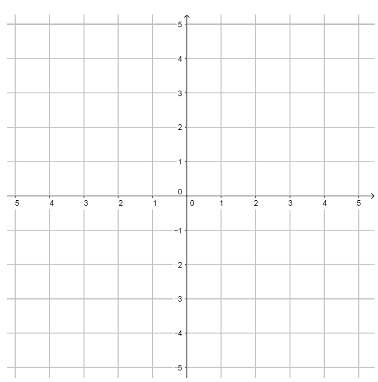
$x + y = 2$



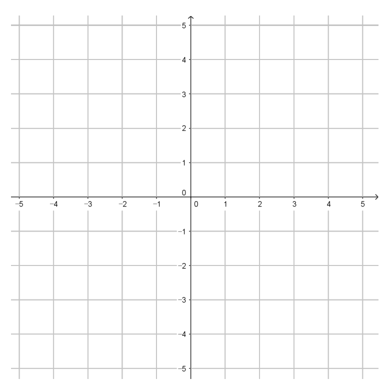
$y = -1$



$x = -1$

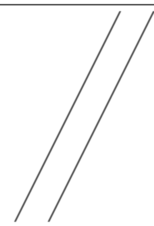
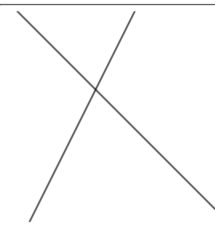


$x = 0$



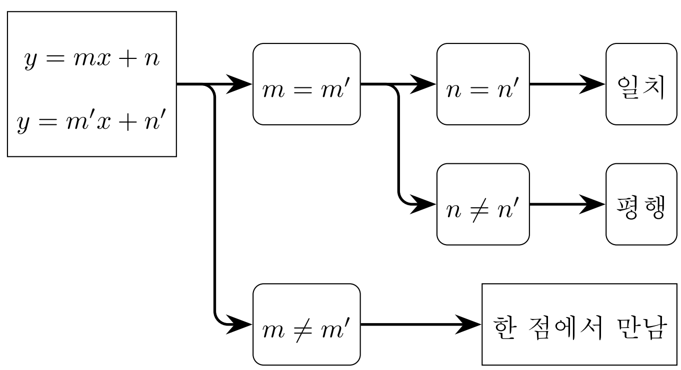
3 두 직선의 위치관계

평면 위에 두 직선이 있다면 다음의 세 경우 중 하나이다.

일치한다	평행하다	한 점에서 만난다
		

이 위치관계는 두 직선의 기울기와 y절편에 의해 결정된다.

(1) 두 직선이 $y = mx + n$과 $y = m'x + n'$일 때
m과 m'은 기울기, n과 n'은 y절편을 나타내므로,



정리 9)

두 직선 $y = mx + n$과 $y = m'x + n'$은

- $m = m'$, $n = n'$이면 두 직선은 일치한다.
- $m = m'$, $n \neq n'$이면 두 직선은 평행하다.
- $m \neq m'$이면 두 직선은 한 점에서 만난다.

(2) 한편, 두 직선이 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$일 때,

$$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$
$$y=-\frac{a'}{b'}x-\frac{c'}{b'}$$

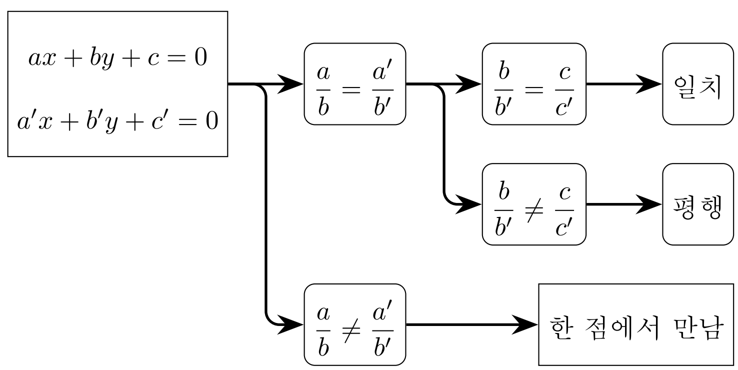
으로부터 기울기가 같으려면 $\frac{a}{b}=\frac{a'}{b'}$이어야 한다. 즉

$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}$$

이면 된다. 또 y절편이 같으려면 $\frac{c}{b}=\frac{c'}{b'}$이어야 한다. 즉

$$\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$$

이면 된다. 따라서



정리 10)

두 직선 $ax+by+c=0$과 $a'x+b'y+c'=0$은

- $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$이면 두 직선은 일치한다.
- $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$이면 두 직선은 평행하다.
- $\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$이면 두 직선은 한 점에서 만난다.

문제 11)

두 직선 $y = -2x+5$, $y = (a-2)x+3$이 서로 평행하기 위한 a의 값을 구하여라.

문제 12)

두 직선 $y = ax-2$, $y = (6-2a)x+1$이 한 점에서 만나기 위한 a의 조건을 구하여라.

문제 13)

두 직선 $ax+2y+3=0$, $2x+(5-a)y+6=0$이 서로 일치하기 위한 a의 값을 a_1, 서로 평행하기 위한 a의 값을 a_2라고 할 때, a_2-a_1의 값을 구하여라.

문제 14)

연립방정식

$$\begin{cases} x+y+3=0 \\ ax-3y+2=0 \end{cases}$$

의 해가 존재하지 않을 때 a의 값을 구하여라.

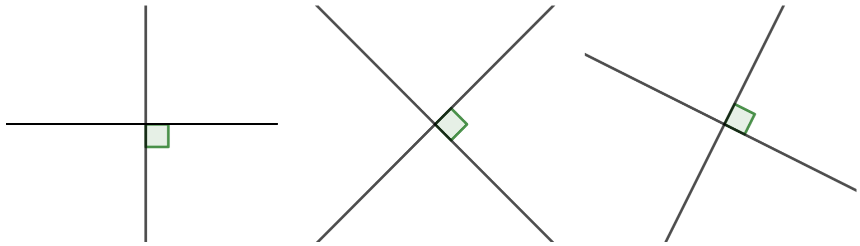
문제 15)

연립방정식

$$\begin{cases} ax+6y-2=0 \\ x-3y+b=0 \end{cases}$$

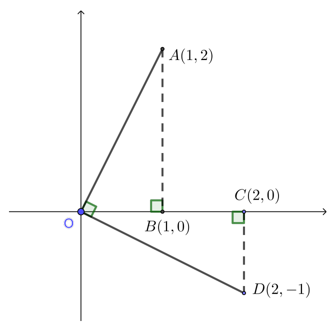
의 해가 무수히 많을 때 $a+b$의 값을 구하여라.

두 직선이 한 점에서 만나는 경우 중 서로 수직인 경우가 있을 수 있다.



예시 16)

좌표평면 위에 $A(1,2)$, $B(1,0)$, $C(2,0)$, $D(2,-1)$을 생각하자.



그러면

$$\triangle AOB \equiv \triangle DOC(SSS\text{합동})$$

따라서

$$\begin{aligned}\angle AOD &= \angle AOB + \angle DOC \\ &= \angle AOB + \angle OCB \\ &= 90^\circ\end{aligned}$$

$\overline{OA}$의 기울기는 2이고, $\overline{OD}$의 기울기는 $-\frac{1}{2}$이므로

$$\boxed{\text{기울기가 } 2\text{와 } -\tfrac{1}{2}\text{인 두 직선은 서로 수직이다.}}$$

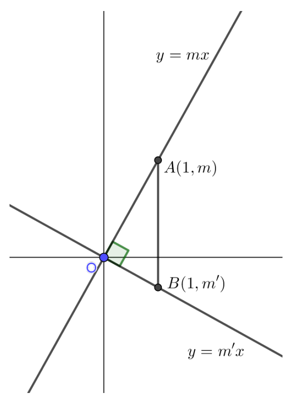
정리 17) 두 직선이 서로 수직일(직교할) 조건

(1) 두 직선 $y = mx + n$, $y = m'x + n'$ 이 수직이면 $mm' = -1$ 이다.

(2) 두 직선 $ax + by + c = 0$, $a'x + b'y + c' = 0$ 이 수직이면 $aa' + bb' = 0$ 이다.

증명)

(1) 기울기가 같으면 방향도 같으므로, $y = mx$ 와 $y = m'x$ 가 수직일 조건을 구해도 된다. 따라서 두 직선 $y = mx$ 와 $y = m'x$ 를 고려하자.



두 직선 위의 점 $A(1, m)$, $B(1, m')$ 을 잡으면, $\angle AOB = 90°$ 이고 $O = (0, 0)$ 이므로 피타고라스의 정리에 의해,

$$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2$$

에서

$$(1 + m^2) + (1 + m'^2) = (m - m')^2$$
$$m^2 + m'^2 + 2 = m^2 - 2mm' + m'^2$$
$$2 = -2mm'$$
$$mm' = -1$$

(2) 두 직선의 기울기는 각각 $-\frac{a}{b}$, $-\frac{a'}{b'}$ 이므로

$$\left(-\frac{a}{b}\right)\left(-\frac{a'}{b'}\right) = -1$$
$$\frac{a}{b} \times \frac{a'}{b'} = -1$$
$$aa' = -bb'$$
$$aa' + bb' = 0$$

□

문제 18)
두 직선 $y = -3x+5$ 와 $y = (a+1)x-1$ 이 서로 수직할 때, a 의 값을 구하여라.

문제 19)
두 직선 $y = (a+2)x+1$, $y = (a-2)x-2$ 이 서로 수직할 때, 가능한 모든 a 값의 곱을 구하여라.

문제 20)
두 직선 $y = (a+3)x-1$, $y = \left(a+\frac{1}{2}\right)x+4$ 이 $(2,3)$ 에서 수직으로 만날 때 a 의 값을 구하여라.

문제 21)
두 직선 $3x + (a+4)y + 4 = 0$, $ax - 2y - 3 = 0$ 가 서로 수직할 때, a 의 값을 구하여라.

4 세 가지 공식

예시 22) 기울기가 2이고 점 $A(4,5)$을 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

기울기가 2인 직선은 $y = 2x + n$으로 표현될 수 있다. 이 직선이 $A(4,5)$을 지나므로,

$$5 = 2 \cdot 4 + n$$

$n = -3$이다. 따라서 우리가 구하는 직선은

$$y = 2x - 3$$

이다.

문제 23) 기울기가 $\frac{1}{2}$이고 점 $A(-2,3)$를 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

정리 24)
기울기가 m이고 $A(x_1, y_1)$을 지나는 직선의 방정식은

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

이다.

증명)
기울기가 m인 직선은 $y = mx+n$으로 표현될 수 있다. 이 직선이 $A(x_1, y_1)$을 지나므로,

$$y_1 = mx_1 + n$$

$$n = -mx_1 + y_1$$

이다. 따라서 우리가 구하는 직선은

$$y = mx - mx_1 + y_1$$

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

이다. □

예시 25)
예시 22)를 정리 24)의 공식을 적용해 구하면

$$y = 2(x - 4) + 5$$

$$y = 2x - 3$$

이다.

문제 26)
문제 23)을 정리 24)의 공식을 적용해 구하여라.

정리 27)
두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$를 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

이다. $(x_1 \neq x_2)$

증명)
두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

이다. 따라서 정리 24)의 공식을 적용하면 위의 식이 나온다. □

예시 28) 두 점 $A(-2, 1)$, $B(4, 3)$을 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

$$y = \frac{3 - 1}{4 - (-2)}\,(x - (-2)) + 1$$

에서

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$

이다.

문제 29) 두 점 $A(3, -1)$, $B(4, 4)$를 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

정리 30)
x절편이 a이고 y절편이 b인 직선의 방정식은

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

이다. $(a \neq 0,\, b \neq 0)$

증명)
이 직선은 $(a, 0)$, $(0, b)$를 지난다. 따라서 정리 27)의 공식을 적용하면,

$$\begin{aligned} y &= \frac{b-0}{0-a}(x-a) + 0 \\ y &= -\frac{b}{a}x + b \\ \frac{y}{b} &= -\frac{x}{a} + 1 \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} &= 1 \end{aligned}$$

□

예시 31) x절편이 2이고 y절편이 -5인 직선의 방정식을 구하여라.

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{-5} = 1$$

에서

$$5x - 2y - 10 = 0$$

이다.

문제 32) x절편이 3이고 y절편이 $\frac{1}{2}$인 직선의 방정식을 구하여라.

5 두 직선의 교점을 지나는 직선

예시 33)
평면 위의 두 직선

$$l_1 : 2x + y - 8 = 0$$

$$l_2 : x - 3y + 3 = 0$$

을 생각하자. 두 식을 연립하면 $x = 3$, $y = 2$이므로 두 직선 l_1, l_2의 교점은 $(3, 2)$이다.

이제 새로운 식

$$l_3 : (2x + y - 8) + m(x - 3y + 3) = 0$$

을 생각하면 이 식은 $ax + by + c = 0$의 형태이므로 직선의 방정식이다. 또, $(3, 2)$를 l_3에 대입하면

$$0 + m \cdot 0 = 0$$

이 되어 성립한다. 따라서 l_3은

$$\boxed{\text{직선 } l_1 \text{과 직선 } l_2 \text{의 교점을 지나는 직선의 방정식}}$$

이다.

정리 34)
두 직선 $ax + by + c = 0$, $a'x + b'y + c' = 0$의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(ax + by + c) + m(a'x + b'y + c') = 0$$

이다.

예시 35)

두 직선 $x + 2y + 5 = 0$, $2x - y - 4 = 0$의 교점을 지나고 기울기가 $-\frac{4}{3}$인 직선의 방정식을 구하여라.

두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(x + 2y + 5) + m(2x - y - 4) = 0$$

이고 이것을 정리하면

$$y = \frac{1 + 2m}{m - 2}x + \frac{5 - 4m}{m - 2}$$

이다. 기울기가 $-\frac{4}{3}$이므로

$$\frac{1 + 2m}{m - 2} = -\frac{4}{3}$$

에서

$$m = \frac{1}{2}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$(x + 2y + 5) + \frac{1}{2}(2x - y - 4) = 0$$

$$2(x + 2y + 5) + (2x - y - 4) = 0$$

$$4x + 3y + 6 = 0$$

이다.

문제 36)

두 직선 $x + y + 1 = 0$, $x - y - 1 = 0$의 교점을 지나고 기울기가 2인 직선의 방정식을 구하여라.

문제 37)

두 직선 $y = 3$, $x = 1$의 교점을 지나고 기울기가 -3인 직선의 방정식을 구하여라.

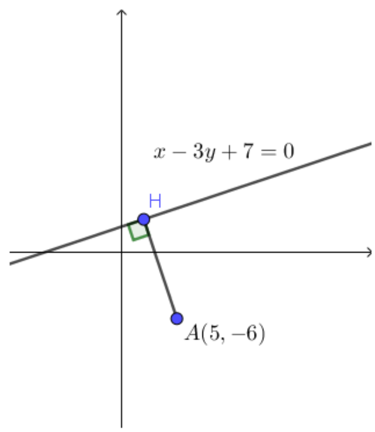
6 점과 직선 사이의 거리

예시 38)

점 $A(5,-6)$와 직선

$$l : x - 3y + 7 = 0$$

을 생각하자. 점 A에서 직선 l에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, 선분 AH의 길이 d를 구해보자.



A를 지나고 l에 수직한 직선의 방정식을 $m : a'x + b'y + c' = 0$이라고 하자. $aa' + bb' = 0$, 즉 $a' - 3b' = 0$을 만족시키게 하기 위해 $a' = 3$, $b' = 1$로 잡으면

$$m : 3x + y + c' = 0$$

이 된다. 이 직선은 $A(5,-6)$을 지나므로 $3 \cdot 5 + (-6) + c' = 0$으로부터 $c' = -9$이다. 즉

$$m : 3x + y - 9 = 0$$

이다. l과 m을 연립하기 위해 m의 식에 3을 곱해 l의 식과 더하면 $10x - 20 = 0$, $x = 2$이다. 또 l의 식에 $x = 2$를 대입하면 $y = 3$이다. 즉 수선의 발 H의 좌표는 $H = (2,3)$이다. 따라서 수선 $\overline{AH}$의 길이는

$$d = \overline{AH} = \sqrt{(5-2)^2 + (-6-3)^2} = 3\sqrt{10}$$

이다.

문제 39)

점 $A(1, 2)$과 직선 $2x - y - 5 = 0$ 사이의 거리 d를 구하여라.

정리 40)

점 $A(x_1, y_1)$과 직선 $ax + by + c = 0$사이의 거리 d는

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

이다.

예시 41)

예시 38)을 정리 40)의 공식을 적용해 구하면

$$d = \frac{|5 - 3(-6) + 7|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \frac{30}{\sqrt{10}} = 3\sqrt{10}$$

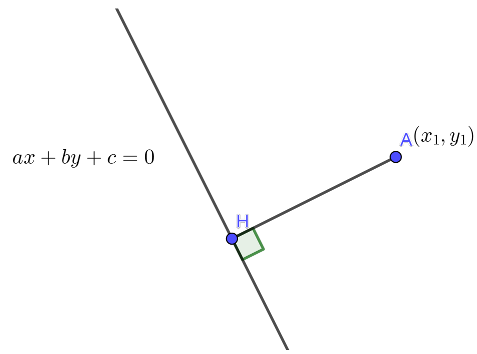
이다.

문제 42)

문제 39)를 정리 40)의 공식을 적용해 구하여라.

정리 40의 증명)

예시 38)에서 사용한 방법을 그대로 쓰면 증명할 수 있긴 하지만 점 H의 좌표를 구하는 부분과 그 이후가 아주 복잡하다. 따라서 H를 조금 다른 방법으로 구하여 증명하겠다.



$A(x_1, y_1)$을 지나고 $l : ax + by + c = 0$에 수직한 직선의 방정식을

$$m : a'x + b'y + c' = 0$$

이라고 하자. $aa' + bb' = 0$을 만족하도록 a'과 b'을 $a' = b$, $b' = -a$로 잡으면

$$m : bx - ay + c' = 0$$

이다. 이 직선은 $A(x_1, y_1)$을 지나므로 $bx_1 - ay_1 + c' = 0$으로부터 $c' = -bx_1 + ay_1$이다. 즉,

$$m : bx - ay - bx_1 + ay_1 = 0$$

이 된다. 이것을 정리하면

$$m : b(x - x_1) = a(y - y_1)$$

으로 쓸 수도 있다.

A에서 l에 내린 수선의 발을 H라고 하자. H의 x좌표를 $x_1 + at$로 잡으면

H는 직선 m 위의 점이므로

$$\begin{gathered} b\left((x_1 + at) - x_1\right) = a(y - y_1) \\ abt = a(y - y_1) \\ bt = y - y_1 \end{gathered}$$

가 성립해야 한다. 즉

$$y = y_1 + bt$$

이다. 따라서

$$H = (x_1 + at, y_1 + bt)$$

로 놓을 수 있다.

H는 직선 l 위의 점이기도 하므로

$$\begin{gathered} a(x_1 + at) + b(y_1 + bt) + c = 0 \\ (a^2 + b^2)t + (ax_1 + by_1 + c) = 0 \\ t = -\frac{ax_1 + by_1 + c}{a^2 + b^2} \end{gathered}$$

이다.

이제 d를 구하면

$$\begin{aligned} d &= \overline{AH} \\ &= \sqrt{\left(x_1 - (x_1 + at)\right)^2 + \left(y_1 - (y_1 + bt)\right)^2} \\ &= \sqrt{(a^2 + b^2)t^2} \\ &= |t|\sqrt{a^2 + b^2} \\ &= \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{a^2 + b^2}\sqrt{a^2 + b^2} \\ &= \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{aligned}$$

이다. □

답

문제 2)

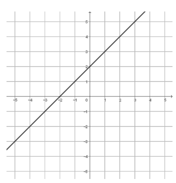
$2, 1, 2, 1, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, 3, 3, 3$

문제 5)

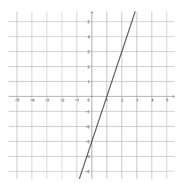
$y = \sqrt{3}x + 1$

문제 8)

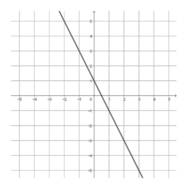
$y = x + 2$



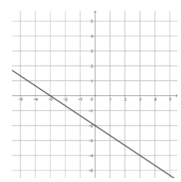
$y = 3x - 3$



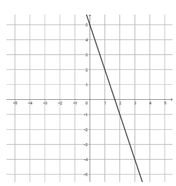
$2x + y - 1 = 0$



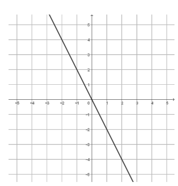
$2x + 3y + 6 = 0$



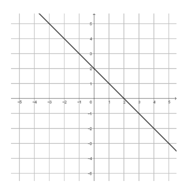
$y = -3x + 5$



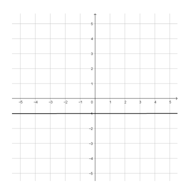
$y = -2x$



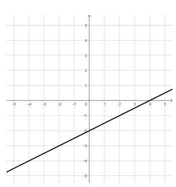
$x + y = 2$



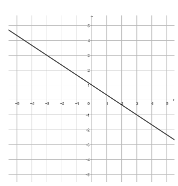
$y = -1$



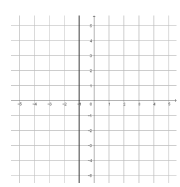
$y = \frac{1}{2}x - 2$



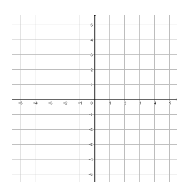
$y = -\frac{2}{3}x + 1$



$x = -1$



$x = 0$



문제 11)

0

문제 12)

$a \neq 2$

문제 13)

3

문제 14)

-3

문제 15)

-1

문제 18)

$-\frac{2}{3}$

문제 19)

-3

문제 20)

-1

문제 21)

8

문제 23)

$y = \frac{1}{2}x + 4$

문제 26)

생략

문제 29)

$y = 5x - 16$

문제 32)

$x + 6y - 3 = 0$

문제 36)

$2x - y - 1 = 0$

문제 37)

$y = -3x + 6$

문제 39)

$\sqrt{5}$

문제 41)

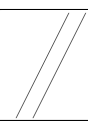
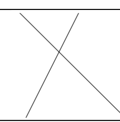
생략

요약

1. $y = mx + n$
   - $m =$ 기울기 $= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan\alpha$
   - $n = y$절편

2. $ax + by + c = 0$
   - $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$
   - $a = 0$이면 x축에 평행한 그래프
   - $b = 0$이면 y축에 평행한 그래프

3. 두 직선의 위치관계

일치한다	평행하다	한 점에서 만난다
		
$m = m'$, $n = n'$	$m = m'$, $n \neq n'$	$m \neq m'$
$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$	$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

4. 세 가지 공식
   - $y = m(x - x_1) + y_1$
   - $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$
   - $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

5. 두 직선의 교점을 지나는 직선

$$(ax + by + c) + m(a'x + b'y + c') = 0$$

6. 점과 직선 사이의 거리

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$