

대회, 미니테스트 11

날짜 : 2018년 □월 □일 □요일 , 제한시간 : □분 , 점수 : □ / □

문제 1) 다음 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $a < b < c < d$ 일 때, $ad + bc > ac + bd$

ㄴ. 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 5y^2 + 2y + 1 \geq 4xy$

ㄷ. 실수 a, b 에 대하여 $|a + 2b| + 2|b| \geq |a|$

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제 2) $x^2 + y^2 + z^2 = 18$ 일 때, $x + 2y - 2z$ 의 최댓값을 구하여라.

① $6\sqrt{2}$

② $7\sqrt{2}$

③ $8\sqrt{2}$

④ $9\sqrt{2}$

⑤ $10\sqrt{2}$

문제 3) 함수 $f(x) = 3x - \frac{1}{2}$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(7)$ 의 값을 구하여라.

① $-\frac{3}{2}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{5}{2}$

④ $\frac{9}{2}$

⑤ $\frac{13}{2}$

문제 4) $4^a + 4^{-a} = 7$ 일 때, $\frac{2^{5a} + 2^{-a}}{2^{3a} + 2^a}$ 의 값을 구하시오.

문제 5) 두 집합 $X = \{x \mid 3 \leq x \leq 6\}$, $Y = \{y \mid a \leq y \leq b\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = 3^{x-2} + 1$ 의 역함수가 존재할 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수)

① 6

② 8

③ 14

④ 32

⑤ 86

문제 6) $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = \frac{x+2}{x+1}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

문제 7) $f(x) = \frac{x+2}{3x+a}$ 에 대하여 $f = f^{-1}$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

문제 8) 두 함수 $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = \sqrt{2x-5}$ 에 대하여 $((f \circ g^{-1})^{-1} \circ f)(3)$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

문제 9) 함수 $y = \sqrt{1-x}$ 의 그래프와 직선 $y = -x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $k \geq 1$ ② $k \leq \frac{5}{4}$ ③ $0 < k < \frac{5}{4}$ ④ $1 < k \leq \frac{5}{4}$ ⑤ $1 \leq k < \frac{5}{4}$

문제 10) 글자 \boxed{A} 를 어떤 비율로 확대 복사하여 큰 글자 \boxed{A} 를 만들었다. 확대한 \boxed{A} 를 같은 비율로 확대 복사하여 더 큰 글자 \boxed{A} 를 만들었다. 이와 같은 작업을 계속해 나갔더니 5회째의 복사본은 처음의 원본보다 글자의 크기가 2배가 되었다. 13회째의 복사본의 글자의 크기는 3회째의 복사본의 글자의 크기의 몇 배인지 구하여라.

문제 11) 어떤 방사능 물질이 시간이 지남에 따라 일정한 비율로 붕괴되어 a 년 후에는 처음 양의 $\frac{1}{2}$ 이 된다고 할 때, a 년을 이 물질의 반감기라고 한다. 반감기가 a 년인 방사능 물질의 처음의 양을 m_0 라고 할 때, t 년 후 이 방사능 물질의 양 $m(t)$ 는

$$m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{a}}$$

인 관계가 성립한다. 반감기가 300년인 방사능 물질의 양이 현재 m 이라고 할 때, 이 물질의 양이 $\frac{m}{16}$ 이 되는 것은 지금으로부터 약 몇 년 후인지 구하여라.