



$B_1B_2 = 1$, $MN = 1$, $\therefore B_1B_2 = MN$. 또 $B_2M \parallel B_1N$. 한 쌍의 대변의 길이가 같고 다른 한 쌍의 대변이 서로 평행하므로 $\square MNB_1B_2$ 는 평행사변형이거나 등변사다리꼴이다. 그런데 등변사다리꼴은 아니므로 평행사변형이다. 따라서 $B_1N = 1$ 이다. 마찬가지로 $C_1K = 1$ 이다. 그러므로 $NK = 1$ 이고 따라서 삼각형 MNK 는 정삼각형이다.

S_1 을 계산해보면

$$\text{부채꼴 } NMK = \frac{1}{2} \times 1^2 \times \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}.$$

$$\triangle NMK = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

$$S_1 = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

한편 $\triangle AB_1C_1 \sim \triangle AB_2C_2$ 이고 이 때의 닮음비는 3:2이다. 따라서 $(S_1 \text{의 모양}) \sim (S_2 \text{의 모양})$ 이고 이 때의 닮음비도 3:2이다. 그러므로 $\frac{S_2}{S_1} = \frac{4}{9}$. $\{S_n\}$ 은 첫항이 $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ 이고 공비가 $\frac{4}{9}$ 인 등비수열이다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{6\pi - 9\sqrt{3}}{20}$$