

기훈00 : 수1, 수2, 미적1 문제들

July 8, 2015

1 수학 1

01

이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $|\alpha - \beta| = 2$, $\alpha^2 + \beta^2 = 34$ 을 만족시키는 상수 p, q 에 대하여 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하면?

02

x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(a + k)x + k^2 - 4k + 2b = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수 a 와 b 의 합을 구하면?

03

다음 함수의 그래프를 그리시오.

(1) $y = |x^2 - 2x - 3|$.

(2) $|x| + 2|y| = 1$.

04

점 $(0, 2)$ 를 지나고, 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하는 직선의 방정식을 구하여라.

05

두 직선 $2x - y - 1 = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점들의 자취의 방정식을 구하여라.

06

다음 식을 만족하는 실수 x, y 의 값을 구하여라.

$$\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = \frac{5}{2+i}$$

07

다음 부등식을 풀어라

(1) $|x+1| + |x-2| < 5$

(2) $2[x]^2 - 9[x] + 4 < 0$ (단 $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

2 수학 2

08

$\sqrt{2}$ 가 무리수임을 증명하여라.

09

$a > 0, b > 0$ 일 때, $(a + \frac{1}{b})(b + \frac{4}{a})$ 의 최솟값을 구하여라.

10

$3x + 4y = 5$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하여라.

11

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 + 3 & (x \geq 1) \\ ax + b & (x < 1) \end{cases}$$

가 일대일 대응일 때, 상수 b 의 범위를 구하여라.

12

두 함수 $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = -2x + 4$ 에 대하여 $(g \circ f)^{-1}(2)$ 의 값을 구하여라.

13

$$\frac{2b+c}{3a} = \frac{c+3a}{2b} = \frac{3a+2b}{c} = k$$

일 때, k 의 값을 구하여라. (단 $k \neq 0$)

14

무리함수 $y = \sqrt{4-2x}$ 의 그래프와 직선 $y = -x + k$ 가 서로 접할 때, k 의 값을 구하시오.

15

$S_n = 2n^2 + 4n$ 일 때, a_n 을 구하시오.

16

$a_{n+1} = 2a_n - 3$ 이고 $a_1 = 5$ 일 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오.

3 미분과 적분 1

17

반지름의 길이가 1 인 원에 내접하는 정삼각형을 A_1 이라고 하고, A_1 의 내접 원에 내접하는 정삼각형을 A_2 라고 하자. 이와 같이 정삼각형 A_n 의 내접원에 내접하는 정삼각형을 A_{n+1} ($n = 1, 2, 3, \dots$), A_n 의 넓이를 a_n 이라고 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하여라.

18

정적분을 이용하여 다음 극한값을 구하여라.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{2}{n}k\right)^3 \cdot \frac{1}{n}$$

19

(1) $f(x) = (2x + 1)^4$ 일 때, $f'(-1)$ 을 구하시오.

(2) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ 이고 $0 \leq x \leq 6$ 일 때 $f(x)$ 의 최댓값을 구하시오.

20

다음 함수의 그래프를 그리시오.

(1) $y = x^3 - 3x + 6$.

(2) $y = x^4 - 6x^2 - 8x + 10$

21

$x \neq -1$ 일 때,

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{n+1} - 1}{x^n + 1}$$

이고 $f(-1) = -1$ 일 때, 다음 물음에 답하시오.

- (1) 이 함수의 그래프를 그리시오.
- (2) 불연속점의 개수를 구하시오.
- (3) 미분불가능한 지점의 개수를 구하시오.

22

(1) $y = x^2$ 에 접하고 $(-1, -3)$ 을 지나는 두 접선을 구하시오.

(2) (1) 에서 구한 두 접선과, 원래의 곡선이 만드는 영역의 넓이를 구하시오.