

수열

아이비에듀

July 16, 2022

목차

등차수열과 등비수열

- 수열의 뜻

- 등차수열

- 등차수열의 합

- 등비수열

- 등비수열의 합

수열의 합

- 합의 기호

- 자연수의 거듭제곱의 합

수학적 귀납법

- 수열의 귀납적 정의

- 수학적 귀납법

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

(1) 3, 5, 7, 9, , , ...

(2) 5, 10, 15, 20, , , ...

(3) 2, 4, 8, 16, , , ...

(4) 2, 6, 18, 54, , , ...

(5) 1, 4, 9, 16, , , ...

(6) 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, , , ...

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

(1) 3, 5, 7, 9, $\boxed{11}$, $\boxed{13}$, \dots

(2) 5, 10, 15, 20, $\boxed{25}$, $\boxed{30}$, \dots

(3) 2, 4, 8, 16, $\boxed{32}$, $\boxed{64}$, \dots

(4) 2, 6, 18, 54, $\boxed{162}$, $\boxed{486}$, \dots

(5) 1, 4, 9, 16, $\boxed{25}$, $\boxed{36}$, \dots

(6) 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\boxed{\frac{1}{5}}$, $\boxed{\frac{1}{6}}$, \dots

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

(1) 3, 5, 7, 9, $\boxed{11}$, $\boxed{13}$, ...

(2) 5, 10, 15, 20, $\boxed{25}$, $\boxed{30}$, ...

(3) 2, 4, 8, 16, $\boxed{32}$, $\boxed{64}$, ...

(4) 2, 6, 18, 54, $\boxed{162}$, $\boxed{486}$, ...

(5) 1, 4, 9, 16, $\boxed{25}$, $\boxed{36}$, ...

(6) 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\boxed{\frac{1}{5}}$, $\boxed{\frac{1}{6}}$, ...

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

(1) 3, 5, 7, 9, , , ...

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

예시 3)

첫째항은 3이고 둘째항은 5이다.

이것을 $a_1 = 3$, $a_2 = 5$ 등으로 표시한다.

따라서 $a_3 = \square$, $a_4 = \square$ 등이다.

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

(1) 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

예시 3)

첫째항은 3이고 둘째항은 5이다.

이것을 $a_1 = 3$, $a_2 = 5$ 등으로 표시한다.

따라서 $a_3 =$ 7 $, a_4 =$ 9 $등이다.$

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고
수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

(2) 5, 10, 15, 20, 25, 30, ...

문제 4)

$$a_1 = \square, a_2 = \square, a_3 = \square, a_4 = \square.$$

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

(2) 5, 10, 15, 20, 25, 30, ...

문제 4)

$$a_1 = \boxed{5}, a_2 = \boxed{10}, a_3 = \boxed{15}, a_4 = \boxed{20}.$$

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

(2) 5, 10, 15, 20, 25, 30, ...

문제 4)

$$a_1 = \boxed{5}, a_2 = \boxed{10}, a_3 = \boxed{15}, a_4 = \boxed{20}.$$

따라서, 자연수 n 에 대하여 $a_n = \boxed{}$ 이다.

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

(2) 5, 10, 15, 20, $\boxed{25}$, $\boxed{30}$, \dots

문제 4)

$$a_1 = \boxed{5}, a_2 = \boxed{10}, a_3 = \boxed{15}, a_4 = \boxed{20}.$$

따라서, 자연수 n 에 대하여 $a_n = \boxed{5n}$ 이다.

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

(3) 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...

문제 4)

$$a_1 = \square, a_2 = \square, a_3 = \square, a_4 = \square.$$

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

(3) 2, 4, 8, 16, $\boxed{32}$, $\boxed{64}$, \dots

문제 4)

$a_1 = \boxed{2}$, $a_2 = \boxed{4}$, $a_3 = \boxed{8}$, $a_4 = \boxed{16}$.

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

(3) 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...

문제 4)

$$a_1 = \boxed{2}, a_2 = \boxed{4}, a_3 = \boxed{8}, a_4 = \boxed{16}.$$

따라서, 자연수 n 에 대하여 $a_n = \boxed{}$ 이다.

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

(3) 2, 4, 8, 16, $\boxed{32}$, $\boxed{64}$, \dots

문제 4)

$$a_1 = \boxed{2}, a_2 = \boxed{4}, a_3 = \boxed{8}, a_4 = \boxed{16}.$$

따라서, 자연수 n 에 대하여 $a_n = \boxed{2^n}$ 이다.

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

문제 4)

$$a_1 = \square, a_2 = \square, a_3 = \square, a_4 = \square.$$

(5) 1, 4, 9, 16, \square , \square , \dots

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

문제 4)

$$a_1 = \boxed{1}, a_2 = \boxed{4}, a_3 = \boxed{9}, a_4 = \boxed{16}.$$

$$(5) 1, 4, 9, 16, \boxed{25}, \boxed{36}, \dots$$

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 **수열**이라고 한다. 그리고
수열의 각 숫자들을 **항**이라고 한다.

문제 4)

$$a_1 = \boxed{1}, a_2 = \boxed{4}, a_3 = \boxed{9}, a_4 = \boxed{16}.$$

따라서, 자연수 n 에 대하여 $a_n = \boxed{}$ 이다.

(5) $1, 4, 9, 16, \boxed{25}, \boxed{36}, \dots$

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

문제 4)

$$a_1 = \boxed{1}, a_2 = \boxed{4}, a_3 = \boxed{9}, a_4 = \boxed{16}.$$

따라서, 자연수 n 에 대하여 $a_n = \boxed{n^2}$ 이다.

(5) 1, 4, 9, 16, $\boxed{25}$, $\boxed{36}$, \dots

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

문제 4)

$$a_1 = \square, a_2 = \square, a_3 = \square, a_4 = \square.$$

$$(6) \quad 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \boxed{\frac{1}{5}}, \boxed{\frac{1}{6}}, \dots$$

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

문제 4)

$$a_1 = \boxed{1}, a_2 = \boxed{\frac{1}{2}}, a_3 = \boxed{\frac{1}{3}}, a_4 = \boxed{\frac{1}{4}}.$$

$$(6) 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \boxed{\frac{1}{5}}, \boxed{\frac{1}{6}}, \dots$$

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고 수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

문제 4)

$$a_1 = \boxed{1}, a_2 = \boxed{\frac{1}{2}}, a_3 = \boxed{\frac{1}{3}}, a_4 = \boxed{\frac{1}{4}}.$$

따라서, 자연수 n 에 대하여 $a_n = \boxed{}$ 이다.

$$(6) \quad 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \boxed{\frac{1}{5}}, \boxed{\frac{1}{6}}, \dots$$

수열의 뜻

문제 1) 빈칸에 알맞은 숫자를 넣어라.

정의 2) 수열

숫자들의 나열을 수열이라고 한다. 그리고
수열의 각 숫자들을 항이라고 한다.

문제 4)

$$a_1 = \boxed{1}, a_2 = \boxed{\frac{1}{2}}, a_3 = \boxed{\frac{1}{3}}, a_4 = \boxed{\frac{1}{4}}.$$

따라서, 자연수 n 에 대하여 $a_n = \boxed{\frac{1}{n}}$ 이다.

$$(6) 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \boxed{\frac{1}{5}}, \boxed{\frac{1}{6}}, \dots$$

등차수열

문제 5) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(1) 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ...

(2) 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ...

등차수열

문제 5) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(1) 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ...

(2) 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ...

(1) $a_n = 2n + 1$

(2) $a_n = 5n$

등차수열

문제 5) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(1) 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \dots

(1) $a_n = 2n + 1$

(2) 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots

(2) $a_n = 5n$

정리 6) 등차수열의 일반항

첫항이 a 이고 공차가 d 인 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = a + (n - 1)d \text{이다.}$$

등차수열

문제 5) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(1) $3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \dots$

(1) $a_n = 2n + 1$

(2) $5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots$

(2) $a_n = 5n$

정리 6) 등차수열의 일반항

첫항이 a 이고 공차가 d 인 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = a + (n - 1)d \text{이다.}$$

문제 7) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(3) $-2, 2, 6, 10, 14, 18, 22, \dots$

(4) $9, 7, 5, 3, 1, -1, -3, -5, \dots$

(5) $1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4, \dots$

등차수열

문제 5) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(1) $3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \dots$

(2) $5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots$

(1) $a_n = 2n + 1$

(2) $a_n = 5n$

정리 6) 등차수열의 일반항

첫항이 a 이고 공차가 d 인 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = a + (n - 1)d \text{이다.}$$

문제 7) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(3) $-2, 2, 6, 10, 14, 18, 22, \dots$

(4) $9, 7, 5, 3, 1, -1, -3, -5, \dots$

(5) $1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4, \dots$

등차수열

문제 5) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(1) $3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \dots$

(2) $5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots$

(1) $a_n = 2n + 1$

(2) $a_n = 5n$

정리 6) 등차수열의 일반항

첫항이 a 이고 공차가 d 인 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = a + (n - 1)d \text{이다.}$$

문제 7) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(3) $-2, 2, 6, 10, 14, 18, 22, \dots$

(4) $9, 7, 5, 3, 1, -1, -3, -5, \dots$

(5) $1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4, \dots$

(3) $a_n = 4n - 6$

(4) $a_n = -2n + 11$

(5) $a_n = \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}$

등차수열

문제 5) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(1) $3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \dots$

(2) $5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots$

(1) $a_n = 2n + 1$

(2) $a_n = 5n$

정리 6) 등차수열의 일반항

첫항이 a 이고 공차가 d 인 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = a + (n - 1)d \text{이다.}$$

문제 7) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(3) $-2, 2, 6, 10, 14, 18, 22, \dots$

(4) $9, 7, 5, 3, 1, -1, -3, -5, \dots$

(5) $1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4, \dots$

(3) $a_n = 4n - 6$

(4) $a_n = -2n + 11$

(5) $a_n = \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}$

정리 8) 등차중항

세 숫자 a, b, c 가 차례대로 등차수열을 이룰 때, b 를 a 와 c 의 등차중항이라고 부른다.

$$b = \frac{a + c}{2}$$

등차수열의 합

예시 9) $3 + 5 + 7 + 9 + \cdots + 21$ 을 계산하여라.

$a_1 = 3, a_2 = 5, a_3 = 7, \cdots$ 라고 하면, $a = 3, d = 2$ 이다. 따라서

$$a_n = 3 + (n - 1)2 = 2n + 1$$

이다. $2n + 1 = 21$ 로부터 $n = 10$. $S = 3 + 5 + 7 + 9 + \cdots + 21$ 이라고 하면,

$$S = 3 + 5 + \cdots + 19 + 21$$

$$S = 21 + 19 + \cdots + 5 + 3$$

이다. 두 식을 더하면

$$2S = (3 + 21) + (5 + 19) + \cdots + (19 + 5) + (21 + 3)$$

$$= 24 + 24 + \cdots + 24 + 24$$

$$= 24 \times 10$$

$$= 240$$

이다. 따라서 $S = 120$ 이다.

등차수열의 합

문제 10) $5 + 10 + 15 + 20 + \cdots + 100$ 을 계산하여라.

$a_1 = \square$, $a_2 = \square$, $a_3 = \square$, \cdots 라고 하면, $a = \square$, $d = \square$ 이다. 따라서

$$a_n = \square$$

이다. $a_n = 100$ 로부터 $n = \square$. $S = 5 + 10 + 15 + 20 + \cdots + 100$ 이라고 하면,

$$S = 5 + 10 + \cdots + 95 + 100$$

$$S = 100 + 95 + \cdots + 10 + 5$$

이다. 두 식을 더하면

$$2S = \square$$

이다. 따라서 $S = \square$ 이다.

등차수열의 합

문제 10) $5 + 10 + 15 + 20 + \cdots + 100$ 을 계산하여라.

$a_1 = \boxed{5}$, $a_2 = \boxed{10}$, $a_3 = \boxed{15}$, \cdots 라고 하면, $a = \boxed{5}$, $d = \boxed{5}$ 이다. 따라서

$$a_n = \boxed{5n}$$

이다. $a_n = 100$ 로부터 $n = \boxed{20}$. $S = 5 + 10 + 15 + 20 + \cdots + 100$ 이라고 하면,

$$S = 5 + 10 + \cdots + 95 + 100$$

$$S = 100 + 95 + \cdots + 10 + 5$$

이다. 두 식을 더하면

$$2S = \boxed{2100}$$

이다. 따라서 $S = \boxed{1050}$ 이다.

등차수열의 합

정리 11) 등차수열의 합

첫항이 a 이고 공차가 d 인 수열의 n 항까지의 합을 S 라고 하면 ($l = a_n$),

$$S = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2} = \frac{n(a+l)}{2}$$

등차수열의 합

정리 11) 등차수열의 합

첫항이 a 이고 공차가 d 인 수열의 n 항까지의 합을 S 라고 하면 ($l = a_n$),

$$S = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2} = \frac{n(a+l)}{2}$$

문제 12) 위의 공식을 활용하여 다음을 계산하여라.

(1) $3 + 5 + 7 + \cdots + 21$

▶ $a = \square, d = \square, n = \square, l = \square$

▶ $S = \square$

(2) $5 + 10 + 15 + \cdots + 100$

▶ $a = \square, d = \square, n = \square, l = \square$

▶ $S = \square$

등차수열의 합

정리 11) 등차수열의 합

첫항이 a 이고 공차가 d 인 수열의 n 항까지의 합을 S 라고 하면 ($l = a_n$),

$$S = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2} = \frac{n(a+l)}{2}$$

문제 12) 위의 공식을 활용하여 다음을 계산하여라.

(1) $3 + 5 + 7 + \cdots + 21$

▶ $a = \boxed{3}, d = \boxed{2}, n = \boxed{10}, l = \boxed{21}$

▶ $S = \boxed{120}$

(2) $5 + 10 + 15 + \cdots + 100$

▶ $a = \boxed{5}, d = \boxed{5}, n = \boxed{20}, l = \boxed{100}$

▶ $S = \boxed{1050}$

등비수열

문제 13) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(1) 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...

(2) 2, 6, 18, 54, 162, 486, ...

등비수열

문제 13) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(1) 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...

(1) $a_n = 2^n$

(2) 2, 6, 18, 54, 162, 486, ...

(2) $a_n = 2 \times 3^{n-1}$

등비수열

문제 13) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(1) 2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots

(1) $a_n = 2^n$

(2) 2, 6, 18, 54, 162, 486, \dots

(2) $a_n = 2 \times 3^{n-1}$

정리 14) 등비수열의 일반항

첫항이 a 이고 공비가 r 인 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$a_n = a \times r^{n-1}$ 이다.

등비수열

문제 13) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(1) $2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots$

(1) $a_n = 2^n$

(2) $2, 6, 18, 54, 162, 486, \dots$

(2) $a_n = 2 \times 3^{n-1}$

정리 14) 등비수열의 일반항

첫항이 a 이고 공비가 r 인 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = a \times r^{n-1} \text{이다.}$$

문제 15) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(3) $3, 6, 12, 24, 48, \dots$

(4) $2, -2, 2, -2, 2, \dots$

(5) $6, 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \dots$

등비수열

문제 13) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(1) 2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots

(1) $a_n = 2^n$

(2) 2, 6, 18, 54, 162, 486, \dots

(2) $a_n = 2 \times 3^{n-1}$

정리 14) 등비수열의 일반항

첫항이 a 이고 공비가 r 인 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = a \times r^{n-1} \text{이다.}$$

문제 15) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(3) 3, 6, 12, 24, 48, \dots

(4) 2, -2, 2, -2, 2, \dots

(5) 6, 3, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, \dots

등비수열

문제 13) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(1) $2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots$

(1) $a_n = 2^n$

(2) $2, 6, 18, 54, 162, 486, \dots$

(2) $a_n = 2 \times 3^{n-1}$

정리 14) 등비수열의 일반항

첫항이 a 이고 공비가 r 인 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = a \times r^{n-1} \text{이다.}$$

문제 15) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(3) $3, 6, 12, 24, 48, \dots$

(3) $a_n = 3 \times 2^{n-1}$

(4) $2, -2, 2, -2, 2, \dots$

(4) $a_n = 2 \times (-1)^{n-1}$

(5) $6, 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \dots$

(5) $a_n = 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

등비수열

문제 13) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(1) 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...

(1) $a_n = 2^n$

(2) 2, 6, 18, 54, 162, 486, ...

(2) $a_n = 2 \times 3^{n-1}$

정리 14) 등비수열의 일반항

첫항이 a 이고 공비가 r 인 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = a \times r^{n-1} \text{이다.}$$

문제 15) 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(3) 3, 6, 12, 24, 48, ...

(3) $a_n = 3 \times 2^{n-1}$

(4) 2, -2, 2, -2, 2, ...

(4) $a_n = 2 \times (-1)^{n-1}$

(5) 6, 3, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, ...

(5) $a_n = 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

정리 16) 등비중항

세 숫자 a, b, c 가 차례대로 등비수열을 이룰 때, b 를 a 와 c 의 등비중항이라고 부른다.

$$b = \sqrt{ac}$$

등비수열의 합

예시 17) $2 + 6 + 18 + 54 + \cdots + 486$ 을 계산하여라.

$a_1 = 2$, $a_2 = 6$, $a_3 = 18$, \cdots 라고 하면, $a = 2$, $r = 3$ 이다. 따라서

$$a_n = 2 \times 3^{n-1}$$

이다. $2 \times 3^{n-1} = 486$ 로부터 $3^{n-1} = 243$ 이고, 따라서 $n = 6$ 이다.

$S = 2 + 6 + 18 + 54 + \cdots + 486$ 이라고 하면,

$$S = 2 + 6 + \cdots + 486$$

$$3S = \quad 6 + \cdots + 486 + 1458$$

이다. 두 식을 빼면

$$2S = 1458 - 2$$

$$= 1456$$

이다. 따라서 $S = 728$ 이다.

등비수열의 합

문제 18) $3 + 6 + 12 + 24 + \cdots + 384$ 을 계산하여라.

$a_1 = \square$, $a_2 = \square$, $a_3 = \square$, \cdots 라고 하면, $a = \square$, $r = \square$ 이다. 따라서

$$a_n = \square$$

이다. $a_n = 384$ 로부터 $n = \square$. $S = 3 + 6 + 12 + 24 + \cdots + 384$ 이라고 하면,

$$S = 3 + 6 + \cdots + 384$$

$$\square S = \quad 6 + \cdots + 384 + 768$$

이다. 두 식을 빼면

$$S = \square$$

이다.

등비수열의 합

문제 18) $3 + 6 + 12 + 24 + \cdots + 384$ 을 계산하여라.

$a_1 = \boxed{3}$, $a_2 = \boxed{6}$, $a_3 = \boxed{12}$, \cdots 라고 하면, $a = \boxed{3}$, $r = \boxed{2}$ 이다. 따라서

$$a_n = \boxed{3 \times 2^{n-1}}$$

이다. $a_n = 384$ 로부터 $n = \boxed{8}$. $S = 3 + 6 + 12 + 24 + \cdots + 384$ 이라고 하면,

$$S = 3 + 6 + \cdots + 384$$

$$\boxed{2}S = \quad 6 + \cdots + 384 + 768$$

이다. 두 식을 빼면

$$S = \boxed{765}$$

이다.

등비수열의 합

정리 19) 등비수열의 합

첫항이 a 이고 공비가 r 인 수열의 n 항까지의 합을 S 라고 하면($r \neq 1$),

$$S = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

등비수열의 합

정리 19) 등비수열의 합

첫항이 a 이고 공비가 r 인 수열의 n 항까지의 합을 S 라고 하면($r \neq 1$),

$$S = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

문제 20) 위의 공식을 활용하여 다음을 계산하여라.

(1) $2 + 4 + 8 + \cdots + 128$

▶ $a = \square, r = \square, n = \square$

▶ $S = \square$

(2) $6 + 3 + \frac{3}{2} + \cdots + \frac{3}{64}$

▶ $a = \square, r = \square, n = \square$

▶ $S = \square$

등비수열의 합

정리 19) 등비수열의 합

첫항이 a 이고 공비가 r 인 수열의 n 항까지의 합을 S 라고 하면($r \neq 1$),

$$S = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

문제 20) 위의 공식을 활용하여 다음을 계산하여라.

(1) $2 + 4 + 8 + \cdots + 128$

▶ $a = \boxed{2}, r = \boxed{2}, n = \boxed{7}$

▶ $S = \boxed{254}$

(2) $6 + 3 + \frac{3}{2} + \cdots + \frac{3}{64}$

▶ $a = \boxed{6}, r = \boxed{\frac{1}{2}}, n = \boxed{8}$

▶ $S = \boxed{12 \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^8 \right)}$

목차

등차수열과 등비수열

수열의 뜻

등차수열

등차수열의 합

등비수열

등비수열의 합

수열의 합

합의 기호

자연수의 거듭제곱의 합

수학적 귀납법

수열의 귀납적 정의

수학적 귀납법

합의 기호

정의 21) 합의 기호

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 n 번째 항까지의 합은 다음과 같이 나타낸다.

$$\sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n.$$

합의 기호

정의 21) 합의 기호

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 n 번째 항까지의 합은 다음과 같이 나타낸다.

$$\sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n.$$

예시 22

$$(1) \sum_{k=1}^{10} (2k+1) = \square + \square + \square + \cdots + \square$$

$$(2) 3 + 9 + 27 + 81 + 243 = \sum_{\square}^{\square} \square$$

합의 기호

정의 21) 합의 기호

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 n 번째 항까지의 합은 다음과 같이 나타낸다.

$$\sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n.$$

예시 22

$$(1) \sum_{k=1}^{10} (2k+1) = \boxed{3} + \boxed{5} + \boxed{7} + \cdots + \boxed{21}$$

$$(2) 3 + 9 + 27 + 81 + 243 = \sum_{\boxed{k=1}}^{\boxed{5}} \boxed{3^k}$$

합의 기호

문제 23

$$(1) \sum_{k=1}^{15} (3k) = \square + \square + \square + \cdots + \square$$

$$(2) \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k} = \square + \square + \square + \cdots + \square$$

$$(3) \sum_{i=1}^4 4^i = \square + \square + \square + \square$$

$$(4) 3 + 7 + 11 + \cdots + 99 = \sum_{\square}^{\square} \square$$

$$(5) 1 + 5 + 25 + \cdots + 5^8 = \sum_{\square}^{\square} \square$$

$$(6) 1 + 4 + 9 + \cdots + 100 = \sum_{\square}^{\square} \square$$

합의 기호

문제 23

$$(1) \sum_{k=1}^{15} (3k) = \boxed{3} + \boxed{6} + \boxed{9} + \cdots + \boxed{45}$$

$$(2) \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k} = \boxed{1} + \boxed{\frac{1}{2}} + \boxed{\frac{1}{3}} + \cdots + \boxed{\frac{1}{10}}$$

$$(3) \sum_{i=1}^4 4^i = \boxed{4} + \boxed{16} + \boxed{64} + \boxed{256}$$

$$(4) 3 + 7 + 11 + \cdots + 99 = \sum_{k=1}^{\boxed{25}} \boxed{4k-1}$$

$$(5) 1 + 5 + 25 + \cdots + 5^8 = \sum_{k=1}^{\boxed{9}} \boxed{5^{k-1}}$$

$$(6) 1 + 4 + 9 + \cdots + 100 = \sum_{k=1}^{\boxed{10}} \boxed{k^2}$$

자연수의 거듭제곱의 합

정리 24

$$(1) \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(2) \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$(3) \sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

자연수의 거듭제곱의 합

정리 24

$$(1) \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(2) \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$(3) \sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

예시 25

$$\begin{aligned}(1) \sum_{k=1}^{10} (2k+1) &= 2 \sum_{k=1}^{10} k + \sum_{k=1}^{10} 1 \\ &= 2 \cdot \frac{10 \times 11}{2} + 10 \cdot 1 = 65\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \sum_{k=1}^6 k^2(k-1) &= \sum_{k=1}^6 k^3 - \sum_{k=1}^6 k^2 \\ &= \left(\frac{6 \times 7}{2} \right)^2 - \frac{6 \times 7 \times 13}{6} = 350\end{aligned}$$

자연수의 거듭제곱의 합

문제 26

$$(1) \sum_{k=1}^5 (4k + 3) = \square$$

$$(2) \sum_{k=1}^{15} \left(\frac{1}{3}k - 2 \right) = \square$$

$$(3) \sum_{k=1}^{10} k(k + 1) = \square$$

자연수의 거듭제곱의 합

문제 26

$$(1) \sum_{k=1}^5 (4k + 3) = \boxed{75}$$

$$(2) \sum_{k=1}^{15} \left(\frac{1}{3}k - 2 \right) = \boxed{10}$$

$$(3) \sum_{k=1}^{10} k(k + 1) = \boxed{440}$$

목차

등차수열과 등비수열

- 수열의 뜻

- 등차수열

- 등차수열의 합

- 등비수열

- 등비수열의 합

수열의 합

- 합의 기호

- 자연수의 거듭제곱의 합

수학적 귀납법

- 수열의 귀납적 정의

- 수학적 귀납법

수열의 귀납적 정의

수열의 귀납적 정의

수열의 귀납적 정의

수학적 귀납법

수학적 귀납법

수학적 귀납법