

준영 01 - 코시-슈바르츠 부등식

2016년 10월 2일

코시-슈바르츠 부등식

실수 a, b, x, y 에 대해 다음과 같은 식이 성립한다

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2.$$

(단 등호는 $a : b = x : y$ 일 때 성립한다.)

증명 :

코시-슈바르츠 부등식 2

실수 a, b, c, x, y, z 에 대해 다음과 같은 식이 성립한다

$$(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2.$$

(단 등호는 $a : b : c = x : y : z$ 일 때 성립한다.)

(증명생략)

1. $3x + 4y = 13$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하여라.

풀이 :

답 : ()

2. $x^2 + y^2 + z^2 = 14$ 일 때, $3x + 2y + z$ 의 값의 범위를 구하여라.

풀이 :

답 : ()

3. $5x + 12y = 13$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하여라.

풀이 :

답 : ()

4. $x^2 + y^2 + z^2 = 56$ 일 때, $x + 3y + 2z$ 의 값의 범위를 구하여라.

풀이 :

답 : ()

5. 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 4$ 일 때, $4x + 3y$ 의 값의 범위를 구하여라.

풀이 :

답 : ()

6. 실수 a, b, x, y 에 대해 $a^2 + b^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 5$ 일 때, $ax + by$ 의 최댓값을 구하여라.

풀이 :

답 : ()

7. 실수 a, b, c 에 대해 $a^2 + b^2 + c^2 = 2$ 일 때, $a + 2b + 3c$ 의 최솟값을 구하여라.

풀이 :

답 : ()

8. 두 양수 a, b 가 $(a^2 + 1)(b^2 + 9) = 36$ 을 만족할 때, ab 의 최댓값은?

풀이 :

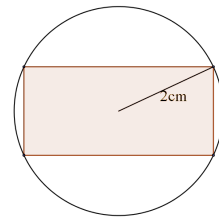
답 : ()

9. $a^2 + b^2 = 100$ 을 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여 $(a + 3b)^2$ 의 값이 최대가 될 때, a 값을 구하여라.

풀이 :

답 : ()

10. 오른쪽 그림과 반지름의 길이가 2인 원에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값을 A , 넓이의 최댓값을 B 라고 할 때, $A^2 + B$ 의 값을 구하여라.



풀이 :

답 : ()