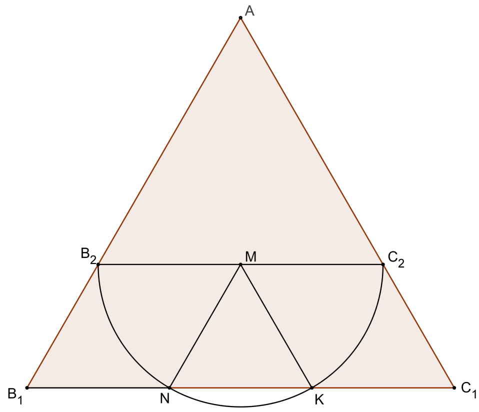
12.



$B_1B_2 = 1$, $MN = 1$, $\therefore B_1B_2 = MN$. 또 $B_2M /\!/ B_1N$. 한 쌍의 대변의 길이가 같고 다른 한 쌍의 대변이 서로 평행하므로 $\square MNB_1B_2$는 평행사변형이거나 등변사다리꼴이다. 그런데 등변사다리꼴은 아니므로 평행사변형이다. 따라서 $B_1N = 1$이다. 마찬가지로 $C_1K = 1$이다. 그러므로 $NK = 1$이고 따라서 삼각형 MNK는 정삼각형이다.

S_1을 계산해보면

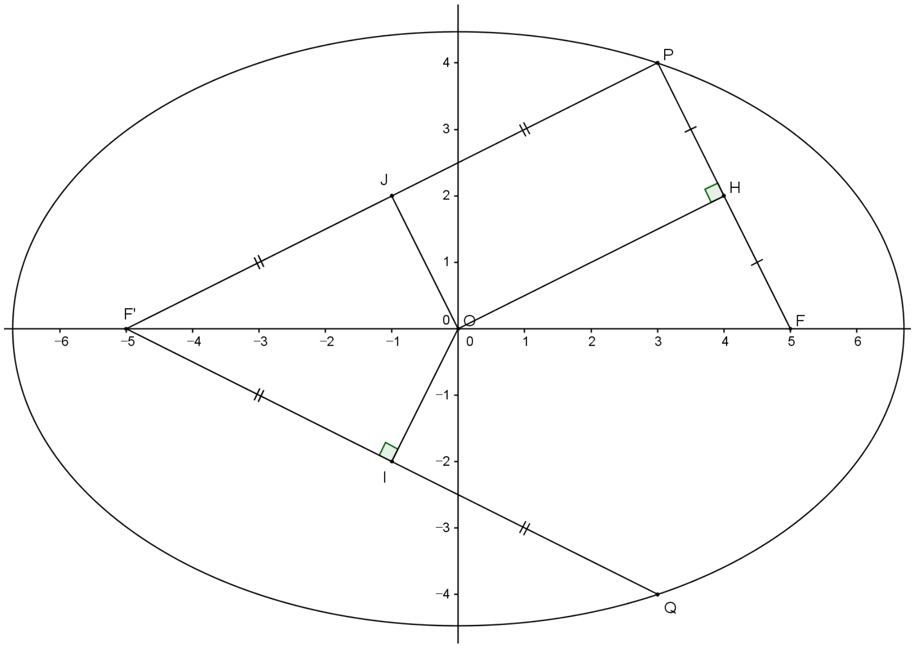
$$\text{부채꼴}NMK = \frac{1}{2} \times 1^2 \times \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}.$$
$$\triangle NMK = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$
$$S_1 = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

한편 $\triangle AB_1C_1 \sim \triangle AB_2C_2$이고 이 때의 닮음비는 3:2이다. 따라서 (S_1의 모양) $\sim$ (S_2의 모양)이고 이 때의 닮음비도 3:2이다. 그러므로 $\frac{S_2}{S_1} = \frac{4}{9}$. $\{S_n\}$은 첫항이 $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$이고 공비가 $\frac{4}{9}$인 등비수열이다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{6\pi - 9\sqrt{3}}{20}$$

$\boxed{\text{답:2번}}$

27.



$\triangle OIF' \equiv \triangle OIQ$ 에서 $OQ = 5$. $\triangle OHF \equiv \triangle OHP$ 에서 $OP = 5$. 따라서 $OQ = OP$ 이므로 P 와 Q 는 서로 x 축 대칭이다. I 를 x 축 대칭이동시킨 점을 J 라고 하고 $PF' = m$, $PF = n$ 이라고 하면,

$$mn = 2\overline{OH} \times 2\overline{OJ} = 40.$$

한편 P 는 지름이 $F'F$ 인 원 위에 있으므로 $\angle F'PF = 90°$. 따라서

$$m^2 + n^2 = \overline{F'F}^2 = 100.$$

그러므로

$$(m+n)^2 = 100 + 2 \times 40 = 180.$$

$l =$ 장축의 길이 $= m + n = \sqrt{180}$. $\therefore l^2 = 180$.

답:180