

## 영헌, 추가과제 05

January 26, 2018

수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n+3)a_n = 4, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (4n+3)b_n = 1$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2-1)a_nb_n$  의 값은?

문제 1)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\cdots+n}{n^2-1} =$$

문제 2)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+3n+5}}{\sqrt{9n^2+1}+\sqrt{9n^2-1}} =$$

문제 3)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{4n^2+3n-2n} \right) =$$

문제 4)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{an^3+16n^2-7n+3}}{2n+1} = b \text{ 일 때, 상수 } a, b \text{ 의 값을 구하여라.}$$

문제 5)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+9}{an^2-n-9} = b \text{ 일 때, 상수 } a, b \text{ 의 값을 구하여라.}$$

문제 6)

$$\text{수열 } \{a_n\} \text{ 이 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n-6}{3a_n-4} = -1 \text{ 를 만족시킬 때, } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \text{ 의 값은?}$$

문제 7)

$$\text{수열 } a_n \text{ 이 } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{2}n+2 \right) (n-1)a_n = 2 \text{ 을 만족시킬 때, } \lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2+n-2)a_n \text{ 의 값은?}$$

문제 8)

문제 9)

수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} na_n = 4, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2-2n-1)b_n = 1$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(6n+5)b_n}{a_n}$  의 값은?

문제 10)

수열  $\{a_n\}$  에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n-3) = 1$  일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n^2-5a_n+2)$  의 값은?

문제 11)

수렴하는 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n+b_n) = 2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_nb_n = -15$$

일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2+b_n^2)$  의 값은?

문제 12)

수렴하는 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2+b_n^2) = 17, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n+b_n) = 5$$

일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_nb_n$  의 값은?

문제 13)

수렴하는 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n-b_n) = 2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_nb_n = 8$$

일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2+b_n^2)$  의 값은?

문제 14)

수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 부등식

$$\frac{3n^2 - 5n + 1}{2n^2 - 2} < a_n < \frac{3n^2 + 5n + 1}{n^2 + 1}$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하여라.

**문제 15)**

수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 부등식

$$\sqrt{2n^2 + 1} < a_n < \sqrt{2n^2 + 5}$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n+2}$ 의 값을 구하여라.

**문제 16)**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 2^n + 4}{2^n + 29}$$

**문제 17)**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 - 3^n}{3^n + 7}$$

**문제 18)**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+5} + 7}{2^{n+1} + 2}$$

**문제 19)**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{2n+1} + 8}{25^{n-1} - 9}$$

**문제 20)**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{16^{n+1} + 3 \cdot 4^{2n}}{2^{4n+1} + 5}$$

**문제 21)**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n} + 3 \cdot 5^n}{2^{2n+1} - 5^n}$$

**문제 22)**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 3 \cdot (-2)^n}{5^n - 5 \cdot (-2)^n}$$

**문제 23)**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1} + 2^{2n+1}}{3 + 2^{2n-1}}$$

**문제 24)**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^{n+1} + 3^{2n+1}}{7^n + 3^{2n-1}}$$

**문제 25)**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1} + 2^{n+1}}{(4^n + 1)(2^n + 1)}$$

**문제 26)**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{15^{n+1} + 3}{(3^{n+1} + 1)(5^n + 2)}$$

**문제 27)**

수렴하는 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} + 5^n \cdot a_n}{5^{n+1} - 3^n \cdot a_n} = 2 \text{ 일 때, } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \text{의 값은?}$$

**문제 28)**

수렴하는 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n-1} + 5^n \cdot a_n}{5^{n-1} - 2^n \cdot a_n} = 15 \text{ 일 때, } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \text{의 값은?}$$

**문제 29)**

수렴하는 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} + 7^{n+1} \cdot a_n}{7^n + 5^n \cdot a_n} = 35 \text{ 일 때, } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \text{의 값은?}$$

**문제 30)**

수열  $\{a_n\}$  의 일반항이  $a_n = 4^{n-1}$  일 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{a_n}$$

의 값을 구하여라.

**문제 31)**

수열  $\{a_n\}$  의 일반항이  $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$  일 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{a_n}$$

의 값을 구하여라.

**문제 32)**

수열  $\{a_n\}$  의 일반항이  $a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$  일 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{a_n}$$

의 값을 구하여라.

**문제 33)**

수열  $\{a_n\}$  의 일반항이  $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$  일 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{a_n}$$

의 값을 구하여라.

**문제 34)**

두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$  에 대하여

$$a_n + b_n = 4^n, \quad a_n - b_n = 6^n$$

일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$  의 값은?

**문제 35)**

두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$  에 대하여

$$a_n + b_n = 4 \cdot 5^n + 3^n, \quad a_n - b_n = 2 \cdot 5^n + 3^n$$

일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$  의 값은?

**문제 36)**

등비수열  $\left\{\left(\frac{3x+4}{3}\right)^n\right\}$  이 수렴하도록 하는 정수  $x$  의 개수를 구하여라.

**문제 37)**

등비수열  $\left\{\left(\frac{1}{5}x+1\right)^n\right\}$  이 수렴하도록 하는 정수  $x$  의 개수를 구하여라.

**문제 38)**

등비수열  $\left\{\left(\frac{4-x}{2}\right)^n\right\}$  이 수렴하도록 하는 정수  $x$  의 개수를 구하여라.

**문제 39)**

수열

$$(x-2)(x+4), \quad (x-2)(x+4)^2, \quad (x-2)(x+4)^3, \cdots$$

이 수렴하도록 하는 모든 정수  $x$  의 합을 구하여라.

**문제 40)**

수열

$$(x+1)(5-x), \quad (x+1)(5-x)^2, \quad (x+1)(5-x)^3, \cdots$$

이 수렴하도록 하는 모든 정수  $x$  의 합을 구하여라.

**문제 41)**

두 등비수열  $\{(x-3)^n\}, \left\{\left(\frac{x}{3}\right)^n\right\}$  이 모두 수렴하도록 하는  $x$  의 값의 범위가  $\alpha \leq x \leq \beta$  일 때,  $\alpha + \beta$  의 값을 구하여라.

**문제 42)**

수열  $\{a_n\}$  이

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

로 정의될 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  의 값은?

**문제 43)**

수열  $\{a_n\}$  이

$$a_1 = 5, \quad a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n - 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

로 정의될 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  의 값은?

**문제 44)**

수열  $\{a_n\}$  이

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{1}{5}a_n - 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

로 정의될 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  의 값은?

**문제 45)**

수열  $\{a_n\}$  이

$$a_1 = 0, \quad a_{n+1} = -\frac{1}{3}a_n + 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

로 정의될 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  의 값은?

**문제 46)**

수열  $\{a_n\}$  이

$$a_1 = 6, \quad a_{n+1} = -\frac{1}{4}a_n - 3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

로 정의될 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  의 값은?