

다현, 서진 : 3-1 제곱근-절댓값 관련 문제들

2018년 3월 16일

유형 1)

$a > 0$, $b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하여라.

풀이

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2} + \sqrt{4b^2} &= \sqrt{a^2} + \sqrt{(2b)^2} \\ &= |a| + |2b| \\ &= a + (-2b) = a - 2b\end{aligned}$$

문제 1-1)

$a > 0$, $b > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}$ 을 간단히 하여라.

문제 1-2)

$a < 0$, $b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 하여라.

문제 1-3)

$a < 0$, $b > 0$ 일 때, $\sqrt{4a^2} + \sqrt{(9b)^2}$ 을 간단히 하여라.

문제 1-4) 개념+유형, 유형편 p8 #20

$a > 0$, $b < 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} - \sqrt{(-3b)^2} + \sqrt{b^2}$ 을 간단히 하여라.

유형 2) 개념+유형, 개념편 p26 #8

$a > 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} + \sqrt{9a^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하여라.

풀이

$a > 0$ 이고 $b < 0$ 이다. 따라서

$$\begin{aligned}\sqrt{(-a)^2} + \sqrt{9a^2} - \sqrt{4b^2} &= |-a| + |3a| - |2b| \\ &= -(-a) + (3a) - (-2b) = 4a + 2b\end{aligned}$$

문제 2-5)

$a > 0$, $ab > 0$ 일 때, $\sqrt{4a^2} - \sqrt{9b^2}$ 를 간단히 하여라.

문제 2-6)

$a < 0 < b$ 일 때, $\sqrt{(-3a)^2} + \sqrt{b^2} + (\sqrt{a})^2$ 를 간단히 하여라.

문제 2-7) 개념+유형, 유형편 p8 #20

$a > b$, $ab < 0$ 일 때, $(-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{9b^2}$ 을 간단히 하면?

문제 2-8)

$a < b < 0$ 일 때, $\sqrt{(-b)^2} + \sqrt{4a^2}$ 를 간단히 하여라.

문제 2-9)

$a < b$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{\frac{1}{4}a^2} + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{4a^2}$ 을 간단히 하면?

유형 3) 개념+유형, 유형편 p9 #24

$a > b$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{(-2a)^2} + \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하여라.

풀이

$a > 0$, $b < 0$ 이다. 또 $b - a < 0$ 이다. 따라서

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2} + \sqrt{(-2a)^2} + \sqrt{(b-a)^2} &= |a| + |-2a| + |b-a| \\ &= a - (-2a) - (b-a) = 4a - b\end{aligned}$$

문제 3-10)

$a > b$, $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하여라.

문제 3-11) 개념+유형, 유형편 p21 #14

$a - b > 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(b-a)^2} + \sqrt{9b^2}$ 을 간단히 하여라.

문제 3-12)

$a < b$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{a^2} + (\sqrt{b})^2$ 을 간단히 하여라.

문제 3-13)

$a - b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} + (-\sqrt{b})^2$ 을 간단히 하여라.

유형 4) 개념+유형, 유형편 p9 #25

$a > b > c > 0$ 일 때,

$\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-a)^2} - \sqrt{(c-a)^2}$ 을 간단히 하면?

풀이

$a - b > 0, b - a < 0, c - a < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-a)^2} - \sqrt{(c-a)^2} &= |a-b| - |b-a| - |c-a| \\ &= (a-b) - \{-(b-a)\} - \{-(c-a)\} \\ &= a-b+b-a+c-a = c-a\end{aligned}$$

문제 4-14)

$a > b > c > 0$ 일 때,

$\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-c)^2} + \sqrt{(c-a)^2}$ 을 간단히 하면?

문제 4-15)

$a < b < c$ 일 때,

$\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2}$ 을 간단히 하면?

문제 4-16)

$a < b < c < 0$ 일 때,

$\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + \sqrt{(c-b)^2}$ 을 간단히 하면?

문제 4-17)

$a < 0 < b < c$ 일 때,

$(-\sqrt{b})^2 + \sqrt{(c-a)^2} - \sqrt{(b+c)^2}$ 을 간단히 하면?

유형 5) 개념+유형, 개념편 p28 #28

$0 < a < 1$ 일 때,

$\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} - \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} - \sqrt{(2a)^2}$ 을 간단히 하여라.

풀이

$a > 0$ 이므로

$$a + \frac{1}{a} > 0 \quad (1)$$

$0 < a < 1$ 이므로 $\frac{1}{a} > 1$ 이고, 따라서 $\frac{1}{a} > a$. 그러므로

$$a - \frac{1}{a} < 0 \quad (2)$$

또한

$$2a > 0$$

그러므로

$$\begin{aligned} \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} - \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} - \sqrt{(2a)^2} &= \left|a + \frac{1}{a}\right| - \left|a - \frac{1}{a}\right| - |2a| \\ &= \left(a + \frac{1}{a}\right) - \left\{-\left(a - \frac{1}{a}\right)\right\} - 2a \\ &= \left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(a - \frac{1}{a}\right) - 2a \\ &= 0 \end{aligned}$$

문제 5-18)

$0 < a < 1$ 일 때,

$\sqrt{\left(\frac{1}{a} + a\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{a} - a\right)^2}$ 을 간단히 하여라.

문제 5-19)

$a > 1$ 일 때,

$\sqrt{a^2} - \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2}$ 를 간단히 하여라.

유형 6) 개념+유형, 유형편 p21 #21

$a < 0 < b < 1$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{\left(b - \frac{1}{b}\right)^2} - \sqrt{\left(b + \frac{1}{b}\right)^2} - \sqrt{(-a)^2}$ 을 간단히 하여라.

풀이

$a < b$ 로부터

$$a - b < 0 \quad (1)$$

$0 < b < 1$ 로부터 $\frac{1}{b} > 1$. 따라서 $b < \frac{1}{b}$. 그러므로

$$b - \frac{1}{b} < 0 \quad (2)$$

$b > 0$ 으로부터

$$b + \frac{1}{b} > 0 \quad (3)$$

$a < 0$ 으로부터

$$-a > 0 \quad (4)$$

따라서

$$\begin{aligned} \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{\left(b - \frac{1}{b}\right)^2} - \sqrt{\left(b + \frac{1}{b}\right)^2} - \sqrt{(-a)^2} &= |a-b| + \left|b - \frac{1}{b}\right| - \left|b + \frac{1}{b}\right| - |-a| \\ &= -(a-b) - \left(b - \frac{1}{b}\right) - \left(b + \frac{1}{b}\right) - (-a) \\ &= -a + b - b + \frac{1}{b} - b - \frac{1}{b} + a = -b \end{aligned}$$

문제 6-20)

$a < 0 < b < 1$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{b} - b\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{b} + b\right)^2}$ 을 간단히 하여라.

문제 6-21)

$0 < a < 1 < b$ 일 때, $\sqrt{b^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2}$ 을 간단히 하여라.

답

문제 1-1)

$$a + b$$

문제 1-2)

$$-a - b$$

문제 1-3)

$$-2a + 3b$$

문제 1-4)

$$4a + 2b$$

문제 2-5)

$$2a - 3b$$

문제 2-6)

$$-2a + b$$

문제 2-7)

$$-3b$$

문제 2-8)

$$-2a - b$$

문제 2-9)

$$\frac{3}{2}a + b$$

문제 3-10)

$$2a - b$$

문제 3-11)

$$a - 2b$$

문제 3-12)

$$-2a + 2b$$

문제 3-13)

$$-2a + 3b$$

문제 4-14)

$$2a - 2c$$

문제 4-15)

$$0$$

문제 4-16)

$$-a - 2b + c$$

문제 4-17)

$$-a$$

문제 5-18)

$$\frac{2}{a}$$

문제 5-19)

$$\frac{1}{a}$$

문제 6-20)

$$-a + \frac{2}{b}$$

문제 6-21)

$$-a$$