

Contents

1	집합과 명제	3
1.1	집합	3
1.1.1	집합의 뜻	3
1.1.2	집합 사이의 포함관계	5

Chapter 1

집합과 명제

1.1 집합

1.1.1 집합의 뜻

정의) 집합이란, 어떤 조건이나 기준에 의하여 그 대상을 분명히 알 수 있는 것의 모임. 원소란 집합을 이루는 대상 각각을 지칭하는 말.

예시) ‘6의 약수의 모임’은 그 대상이 1, 2, 3, 6이 분명하므로 집합이다. 이때 1, 2, 3, 6은 각각 이 집합의 원소이다. ‘수학점수가 높은 학생의 모임’은 그 대상이 되는 기준이 모호하므로 집합이 아니다.

기호) (a) 통상적으로 집합은 영어의 알파벳 대문자 A, B, C, \dots 등으로 나타내고 원소는 알파벳 소문자 a, b, c, \dots . a 가 A 의 원소일 때, ‘ a 가 A 에 속한다’고 하며, 이것을

$$a \in A$$

로 나타낸다. 또 b 가 A 의 원소가 아닐 때 ‘ b 는 A 에 속하지 않는다’라고 하며, 이것을

$$b \notin A$$

로 나타낸다. 또한 원소가 하나도 없는 집합을 공집합이라고 하고, 이것을 기호로

$$\emptyset$$

로 나타낸다.

(b) 집합을 나타내는 방법에는 크게 두 가지가 있다. 원소나열법과 조건제시법이 그것이다. 원소나열법은 집합의 원소를 중괄호 안에 모두 나열하는 방법이다. 각각의 원소를 구분하기 위해 쉼표(comma)를 사용하며, 원소의 수가 많고 원소 사이의 일정한 규칙이 있을 때에는 ‘...’를 사용하기도 한다. 조건제시법은 원소를 결정하는 조건을 제시하여 나타내는 방법으로, 중괄호 안에 ‘|’를 중심으로, 왼쪽에는 원소의 형태를, 오른쪽에는 원소가 될 조건을 적는다.

(c) 원소나열법에서는 원소를 나열하는 순서를 생각하지 않는다. 따라서 집합과 순서쌍은 서로 다르다. 또, 같은 원소는 중복하여 쓰지 않는다.

예시) (a) ‘8의 약수의 집합’을 A 라고 하면, A 는 원소나열법에 의해

$$A = \{1, 2, 4, 8\}$$

로 나타낼 수도 있고, 조건제시법에 의해

$$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$$

로 나타낼 수도 있다.

(b) 100보다 작은 자연수 중 짝수의 집합을 B 라고 하면, B 는 원소나열법에 의해

$$B = \{2, 4, \dots, 98\}$$

로 나타낼 수도 있고, 조건제시법에 의해

$$B = \{2n \mid n \text{은 } 50 \text{보다 작은 자연수}\}$$

로 나타낼 수도 있다.

(c)

$$\{1, 2\} = \{2, 1\} = \{1, 1, 2\} = \{1, 2, 1, 2\}$$

이다. 반면

$$(1, 2) \neq (2, 1), \quad (1, 2, 3) \neq (2, 1, 3)$$

이다.

정의) 집합과 원소를 나타내는 간단한 방법으로, 벤다이어그램을 자주 사용한다.

1.1.2 집합 사이의 포함관계

정의) 두 집합 A, B 에 대해, 집합 A 의 모든 원소가 집합 B 에 포함될 때, A 를 B 의 부분집합이라고 하며, 기호로는

$$A \subset B$$

로 나타낸다. A 가 B 의 부분집합이 아니면

$$A \not\subset B$$

로 나타낸다.

성질) 임의의 집합 A 에 대해 $\emptyset \subset A$ 가 성립한다. 또 $A \subset A$ 도 성립한다.

정의)(집합의 상등) 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 가 성립하면 ‘ A 와 B 는 서로 같다.’고 말하며,

$$A = B$$

로 나타낸다.

성질) 임의의 집합 A 에 대하여 $A = A$ 이다.

정의) $A \subset B$ 이면서 $A \neq B$ 이면 A 를 B 의 진부분집합이라고 한다.

예시) $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $C = \{2n + 1 \mid n = 0, 1, 2\}$ 라고 하면,
 $A \subset B = C$ 가 성립한다. 특히 A 는 $B(=C)$ 의 진부분집합이다. 반면 B 는 C 의 부분집합이지만, 진부분집합은 아니다.

정리) 집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.