

2017학년도 6월 고1 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수학 영역 •

정답

1	2	2	3	3	4	1	5	4
6	2	7	1	8	1	9	3	10
11	4	12	5	13	4	14	2	15
16	4	17	3	18	5	19	5	20
21	1	22	9	23	17	24	3	25
26	46	27	50	28	32	29	16	30

해설

1. [출제의도] 복소수 계산하기

$$-2i + (2+3i) = 2 + (-2+3)i = 2+i$$

2. [출제의도] 다항식 계산하기

$$(2x-y)(x+2y+3) = 2x^2 - 2y^2 + 3xy + 6x - 3y$$

이므로 xy 항의 계수는 3이다.

3. [출제의도] 나머지정리를 이용하여 나머지 계산하기

$$P(x) = x^3 + 3x^2 + ax \text{ 하자.}$$

$P(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는

$$P(1) = 1 + 3 + a = a + 4$$

이다. $P(1) = 7$ 이므로 $a + 4 = 7$ 이고

따라서 $a = 3$ 이다.

4. [출제의도] 이차부등식 이해하기

$$x^2 - 7x + 12 \geq 0$$

$$(x-3)(x-4) \geq 0$$

$$x \leq 3 \text{ 또는 } x \geq 4$$

이므로 $\alpha = 3, \beta = 4$ 이다.

따라서 $\beta - \alpha = 1$ 이다.

5. [출제의도] 조립제법 이해하기

조립제법에 의하여

2	1	-3	5	-5
		2	-2	6
	1	-1	3	1

$a = -1, b = 3, c = 1$ 이므로 $abc = -3$ 이다.

6. [출제의도] 인수분해 이해하기

$$11^4 - 6^4 = (11^2 - 6^2)(11^2 + 6^2)$$

$$= (11-6)(11+6) \times 157$$

$$= 5 \times 17 \times 157$$

이므로 $a = 5, b = 17$ 이다.

따라서 $a + b = 5 + 17 = 22$ 이다.

7. [출제의도] 고차다항식 인수분해 이해하기

다항식 $x^4 + 7x^2 + 16$ 을 인수분해하면

$$x^4 + 7x^2 + 16 = (x^4 + 8x^2 + 16) - x^2$$

$$= (x^2 + 4)^2 - x^2$$

$$= (x^2 + x + 4)(x^2 - x + 4)$$

이므로 $a = 1, b = 4$ 이다.

따라서 $a + b = 5$ 이다.

8. [출제의도] 절댓값을 포함한 일차부등식 이해하기

$|x-2| < a$ 에서

$$-a < x-2 < a$$

$$2-a < x < 2+a$$

이다. 이 범위에 속하는 모든 정수 x 의 개수가

$$2+a-(2-a)-1 = 2a-1 = 19$$

이므로 $a = 10$ 이다.

9. [출제의도] 삼차방정식 이해하기

조립제법에 의하여

1	1	-2	-5	6
		1	-1	-6
3	1	-1	-6	0
		3	6	
	1	2	0	

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x-1)(x-3)(x+2) = 0$$

이므로

$$\alpha = -2, \beta = 1, \gamma = 3$$

이다. 따라서

$$\alpha + \beta + 2\gamma = -2 + 1 + 2 \times 3 = 5$$

이다.

10. [출제의도] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이용하여 문제 해결하기

이차함수 $y = -2x^2 + 5x$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가

적어도 한 점에서 만나기 위해 방정식

$$-2x^2 + 5x = 2x + k$$

$$2x^2 - 3x + k = 0$$

의 판별식 D 가 $D \geq 0$ 이어야 한다.

$$D = (-3)^2 - 4 \times 2 \times k \geq 0$$

$$k \leq \frac{9}{8}$$

이므로 실수 k 의 최댓값은 $\frac{9}{8}$ 이다.

11. [출제의도] 연립방정식 이해하기

$x = y + 2$ 를

$$x^2 - xy - y^2 = 5$$

에 대입하면

$$(y+2)^2 - y(y+2) - y^2 = 5$$

$$y^2 - 2y + 1 = 0$$

$$(y-1)^2 = 0$$

이므로 $y = 1, x = 3$, 즉 $\alpha = 3, \beta = 1$ 이다. 따라서

$$\alpha + \beta = 3 + 1 = 4$$

이다.

12. [출제의도] 곱셈 공식을 이용하여 도형 문제 해결하기

두 정사각형의 넓이의 합은 $a^2 + (2b)^2$ 이고 직사각형의 넓이는 ab 이므로

$$a^2 + 4b^2 = 5ab$$

이다. $ab = 4$ 이고 $(a+2b)^2 = a^2 + 4b^2 + 4ab$ 이므로

$$(a+2b)^2 = 9ab = 36$$

이다.

13. [출제의도] 사차방정식 이해하기

주어진 사차방정식의 한 근이 -2 이므로

$x = -2$ 를 대입하면

$$4a + 28 = 0$$

$$a = -7$$

조립제법에 의하여

-2	1	-1	-7	1	6
		-2	6	2	-6
-1	1	-3	-1	3	0
		-1	4	-3	
1	1	-4	3	0	
		1	-3		
	1	-3	0		

$$x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6 = (x+2)(x+1)(x-1)(x-3) = 0$$

이므로

$$x = -2, -1, 1, 3$$

이다. 따라서 $a = -7, b = 3$ 이므로 $a + b = -4$ 이다.

14. [출제의도] 복소수 연산을 통해 식의 값 문제 해결하기

$$\alpha = \frac{1+i}{2i} \text{에서}$$

$$\alpha^2 = \frac{2i}{-4} = -\frac{i}{2}$$

$$\text{이고, } \beta = \frac{1-i}{2i} \text{에서}$$

$$\beta^2 = \frac{-2i}{-4} = \frac{i}{2}$$

이므로 $2\alpha^2 = -i, 2\beta^2 = i$ 이다.

따라서

$$(2\alpha^2 + 3)(2\beta^2 + 3) = (-i + 3)(i + 3) = 10$$

이다.

[다른 풀이]

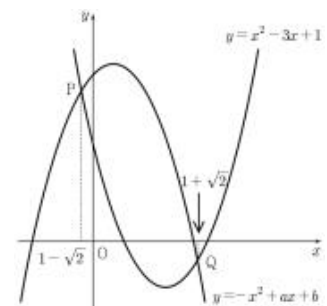
$$\alpha + \beta = \frac{2}{2i} = \frac{1}{i} = -i, \alpha\beta = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2} \text{ 이고}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 0 \text{ 이므로}$$

$$(2\alpha^2 + 3)(2\beta^2 + 3) = 4(\alpha\beta)^2 + 6(\alpha^2 + \beta^2) + 9 \\ = 4 \times \frac{1}{4} + 6 \times 0 + 9 = 10$$

이다.

15. [출제의도] 실수의 성질을 이용하여 이차방정식 문제 해결하기



이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프와 이차함수

$y = x^2 - 3x + 1$ 의 그래프의 교점의 x 좌표는 이차방정식

$$-x^2 + ax + b = x^2 - 3x + 1$$

$$2x^2 - (3+a)x + 1 - b = 0$$

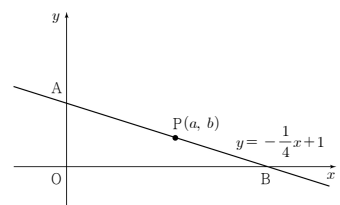
의 두 실근이다. a, b 는 유리수이므로 한 근이 $1 - \sqrt{2}$ 이면 나머지 한 근은 $1 + \sqrt{2}$ 이다.

따라서 $2x^2 - (3+a)x + 1 - b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = \frac{3+a}{2} = 2, \alpha\beta = \frac{1-b}{2} = -1$$

이다. $a = 1, b = 3$ 이므로 $a + 3b = 10$ 이다.

16. [출제의도] 이차함수의 그래프를 이용하여 최대 최소 문제 해결하기



점 $P(a, b)$ 는 직선 $y = -\frac{1}{4}x + 1$ 위의 점이므로

$$b = -\frac{1}{4}a + 1 \text{이다.}$$

$$b = -\frac{1}{4}a + 1 \text{을 주어진 식에 대입하면}$$

$$\begin{aligned} a^2 + 8b &= a^2 + 8\left(-\frac{1}{4}a + 1\right) \\ &= a^2 - 2a + 8 \\ &= (a-1)^2 + 7 \end{aligned}$$

이다. 그런데 $A(0, 1)$, $B(4, 0)$ 이므로 $0 \leq a \leq 4$ 이다.
따라서 $a=1$ 일 때, $a^2 + 8b$ 의 최솟값은 7이다.

[다른 풀이]

$$a = -4b + 4 \text{를 주어진 식에 대입하면}$$

$$\begin{aligned} a^2 + 8b &= (-4b + 4)^2 + 8b \\ &= 16b^2 - 32b + 16 + 8b \\ &= 16b^2 - 24b + 16 \\ &= 16\left(b^2 - \frac{3}{2}b + \frac{9}{16}\right) + 7 \\ &= 16\left(b - \frac{3}{4}\right)^2 + 7 \end{aligned}$$

이다. 그런데 $A(0, 1)$, $B(4, 0)$ 이므로 $0 \leq b \leq 1$ 이다.

따라서 $b = \frac{3}{4}$ 일 때, $a^2 + 8b$ 의 최솟값은 7이다.

17. [출제의도] 다항식을 이용하여 통합 교과적 문제 해결하기

별 A의 반지름의 길이를 R_A , 별 B의 반지름의 길이를 R_B , 별 A의 표면 온도를 T_A , 별 B의 표면 온도를 T_B 라 하자.

별 A의 반지름의 길이는 별 B의 반지름의 길이의 12배이므로

$$R_A = 12R_B,$$

별 A의 표면 온도는 별 B의 표면 온도의 $\frac{1}{2}$ 배이므로

$$T_A = \frac{1}{2}T_B$$

이다.

그러므로

$$\begin{aligned} \frac{L_A}{L_B} &= \frac{4\pi R_A^2 \times \sigma T_A^4}{4\pi R_B^2 \times \sigma T_B^4} \\ &= \frac{4\pi (12R_B)^2 \times \sigma \left(\frac{1}{2}T_B\right)^4}{4\pi R_B^2 \times \sigma T_B^4} \\ &= 144 \times \frac{1}{16} \\ &= 9 \end{aligned}$$

따라서 $\frac{L_A}{L_B} = 9$ 이다.

18. [출제의도] 복소수의 성질 추론하기

$z = a + bi$ 에 대하여 $iz = i(a + bi) = -b + ai$, $\bar{z} = a - bi$ 인데 $iz = \bar{z}$ 이므로 $a = -b$ 이다. 따라서

$$z = a - ai$$

이다.

$$\neg, z + \bar{z} = (a - ai) + (a + ai) = 2a = -2b \text{이다. (참)}$$

$$\neg, iz = \bar{z} \text{의 양변에 } i \text{를 곱하면 } i\bar{z} = -z \text{이다. (참)}$$

$$\neg, iz = \bar{z} \text{이므로 } \frac{\bar{z}}{z} = i \text{이고 } i\bar{z} = -z \text{이므로 } \frac{z}{\bar{z}} = -i$$

이다. 따라서 $\frac{\bar{z}}{z} + \frac{z}{\bar{z}} = 0$ 이다. (참)

그러므로 \neg, \neg, \neg 이 모두 옳다.

[다른 풀이 1]

$$\neg, i\bar{z} = i(a + ai) = ai - a = -(a - ai) = -z$$

$$\neg, \frac{\bar{z}}{z} + \frac{z}{\bar{z}} = \frac{a + ai}{a - ai} + \frac{a - ai}{a + ai} = \frac{(a + ai)^2 + (a - ai)^2}{(a - ai)(a + ai)} = 0$$

[다른 풀이 2]

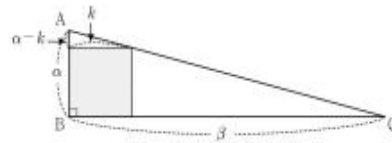
$$\neg, iz = \bar{z} \text{의 양변을 제곱하면 } z^2 + (\bar{z})^2 = 0 \text{이고}$$

$$z\bar{z} = 2a^2 \neq 0 \text{이므로 } \frac{\bar{z}}{z} + \frac{z}{\bar{z}} = \frac{z^2 + (\bar{z})^2}{z\bar{z}} = 0 \text{이다.}$$

19. [출제의도] 근과 계수의 관계를 이용하여 이차방정식 문제 해결하기

근과 계수의 관계에 따라 $\alpha + \beta = 4$, $\alpha\beta = 2$ 이다.

직사각형에 내접하는 정사각형의 한 변의 길이를 k 라 하면



$$\alpha\beta = \alpha - k : k$$

$$k = \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

이다. 따라서 정사각형의 넓이 $k^2 = \frac{1}{4}$ 과 둘레의 길이 $4k = 2$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은

$$4(x-2)\left(x-\frac{1}{4}\right) = 4x^2 - 9x + 2 = 0$$

이다. 따라서 $m+n = -9+2 = -7$ 이다.

[다른 풀이]

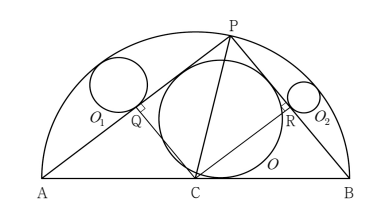
정사각형의 넓이 $k^2 = \frac{1}{4}$ 과 둘레의 길이 $4k = 2$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은 근과 계수의 관계에 의해 두 근의 합이 $\frac{9}{4}$ 이고 곱이 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{1}{2} = 0$$

$$4x^2 - 9x + 2 = 0$$

따라서 $m+n = -9+2 = -7$ 이다.

20. [출제의도] 이차함수와 도형의 관계 추론하기



그림과 같이 두 현 AP, BP의 중점을 각각 Q, R라고 하고 선분 AB의 중점을 C라 하면 사각형 PQCR는 직사각형이다. $PQ = a$, $PR = b$ 라 하면 $a^2 + b^2 = 25$ 이다. 원 O_1 의 반지름의 길이를 r_1 , 원 O_2 의 반지름의 길이를 r_2 , 원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{CQ} = 5 - 2r_1, \quad \overline{CR} = 5 - 2r_2 \text{이다.}$$

이때 $\overline{CQ} = \overline{PR}$, $\overline{CR} = \overline{PQ}$ 이므로

$$b = 5 - 2r_1, \quad a = 5 - 2r_2 \text{이고, } r_1 = \frac{5-b}{2}, \quad r_2 = \frac{5-a}{2}$$

이다. 한편, 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로 $(2a-r) + (2b-r) = 10 = 2 \times 5$ 이다.

따라서

$$r = a + b - 5$$

이다. 그러므로 세 원 O_1, O_2, O 의 넓이의 합은

$$\begin{aligned} \pi(r_1^2 + r_2^2 + r^2) &= \pi\left(\left(\frac{5-b}{2}\right)^2 + \left(\frac{5-a}{2}\right)^2 + (a+b-5)^2\right) \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

이다. $a+b = t$ ($5 < t \leq 5\sqrt{2}$)라 하면 식 $\textcircled{1}$ 은

$$\pi\left(t - \frac{25}{4}\right)^2 + \frac{75}{16}\pi$$

이므로 세 원 O_1, O_2, O 의 넓이의 합의 최솟값은 $\frac{75}{16}\pi$ 이다.

따라서 $\alpha = 25$, $\beta = 5$, $\gamma = \frac{25}{4}$ 이므로

$$(\alpha - \beta) \times \gamma = 125$$

이다.

21. [출제의도] 연립부등식의 해 추론하기

$$x^2 - a^2x = x(x-a) \geq 0$$

에서 $x \leq 0$ 또는 $x \geq a^2$ 이고

$$x^2 - 4ax + 4a^2 - 1 = (x - (2a-1))(x - (2a+1)) < 0$$

에서 $2a-1 < x < 2a+1$ 이다.

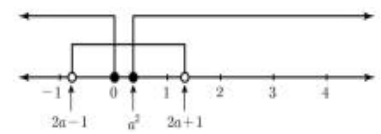
i) $0 < a < \frac{1}{2}$ 일 때

연립부등식의 해는

$$-1 < 2a-1 < x \leq 0 \text{ 또는 } a^2 \leq x < 2a+1 < 2$$

인데 $0 < a^2 < \frac{1}{4}$ 이고 $1 < 2a+1 < 2$ 이므로

$x = 0, 1$ 의 2개 정수해가 존재한다.



ii) $a = \frac{1}{2}$ 일 때

연립부등식의 해는

$$\frac{1}{4} = a^2 \leq x < 2a+1 = 2$$

이므로 $x = 1$ 의 1개 정수해가 존재한다.

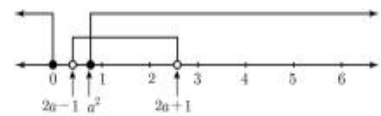
iii) $\frac{1}{2} < a < 1$ 일 때

연립부등식의 해는

$$a^2 \leq x < 2a+1$$

인데 $\frac{1}{4} < a^2 < 1$ 이고 $2 < 2a+1 < 3$ 이므로

$x = 1, 2$ 의 2개 정수해가 존재한다.



iv) $a = 1$ 일 때

연립부등식의 해는

$$1 = a^2 = 2a-1 < x < 2a+1 = 3$$

이므로 $x = 2$ 의 1개 정수해가 존재한다.

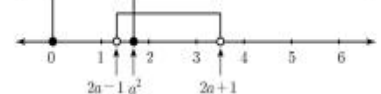
v) $1 < a < \sqrt{2}$ 일 때

연립부등식의 해는

$$a^2 \leq x < 2a+1$$

인데 $1 < a^2 < 2$ 이고 $3 < 2a+1 < 1+2\sqrt{2} < 4$ 이므로

$x = 2, 3$ 의 2개 정수해가 존재한다.



그러므로 i) ~ v)에 의해

$a = \frac{1}{2}$ 또는 $a = 1$ 일 때, 1개 정수해가 존재한다.

따라서 모든 실수 a 의 값의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.

22. [출제의도] 복소수 계산하기

두 복소수가 서로 같을 조건에 의해

$$(a+1) + 3i = 7 + bi$$

$$a+1 = 7, \quad 3 = b$$

이다. 따라서 $a = 6$, $b = 3$ 이고 $a+b = 9$ 이다.

23. [출제의도] 다항식 계산하기

$$\begin{aligned} (x-y)^2 &= (x+y)^2 - 4xy \\ &= 5^2 - 4 \times 2 \end{aligned}$$

따라서 $(x-y)^2 = 17$ 이다.

24. [출제의도] 연립부등식 이해하기

부등식 $2x+1 < x-3$ 의 해는 $x < -4$ 이고

$$x^2 + 6x - 7 = (x-1)(x+7) < 0 \text{의 해는}$$

$-7 < x < 1$
이므로 연립부등식의 해는
 $-7 < x < -4$
이다. 따라서 $\alpha = -7, \beta = -4$ 이므로
 $\beta - \alpha = -4 - (-7) = 3$
이다.

25. [출제의도] 이차방정식의 해를 이용하여 문제 해결하기

이차방정식 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha^2 + 4\alpha - 3 = 0$
 $\beta^2 + 4\beta - 3 = 0$
이 성립한다. 따라서
 $\alpha^2 + 4\alpha - 4 = -1$
 $\beta^2 + 4\beta - 4 = -1$
이므로
 $\frac{6\beta}{\alpha^2 + 4\alpha - 4} + \frac{6\alpha}{\beta^2 + 4\beta - 4} = -6(\beta + \alpha)$
이다. 근과 계수의 관계에 따라 $\alpha + \beta = -4$ 이므로
 $\frac{6\beta}{\alpha^2 + 4\alpha - 4} + \frac{6\alpha}{\beta^2 + 4\beta - 4} = -6(\alpha + \beta) = 24$
이다.

26. [출제의도] 나머지정리를 이용하여 다항식의 나눗셈 문제 해결하기

다항식의 나눗셈에 의해
 $P(x) = (x^2 - x - 1)(ax + b) + 2 \dots \textcircled{1}$
 $P(x+1) = (x^2 - 4)Q(x) - 3$
 $= (x-2)(x+2)Q(x) - 3 \dots \textcircled{2}$
 $x=2$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면
 $P(3) = -3$
 $x=-2$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면
 $P(-1) = -3$
이 된다. $\textcircled{1}$ 의 식에 $x=3, x=-1$ 을 대입하여 정리하면
 $3a+b=-1, -a+b=-5$ 이고
 $a=1, b=-4$
이다. 따라서
 $50a+b=50-4=46$
이다.

27. [출제의도] 이차함수의 성질 추론하기

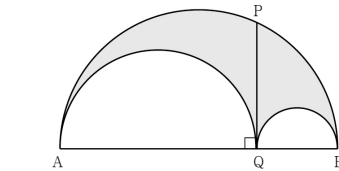
이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=4ax-10$ 의 교점의 x 좌표가 1, 5이므로
이차방정식 $f(x)=4ax-10$ 의 두 실근은 1, 5이다.
 $f(x)$ 의 이차항의 계수가 a 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
 $f(x)-4ax+10=a(x^2-6x+5)$
로 둘 수 있다. 따라서
 $f(x)=ax^2-6ax+5a+4ax-10$
 $=ax^2-2ax+5a-10$
 $=a(x-1)^2+4a-10$
이다. 한편, $a>0$ 이고 $1 \leq x \leq 5$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값이 -8 이므로 $f(1)=-8$ 이다.
 $f(1)=4a-10=-8$ 에서 $a=\frac{1}{2}$ 이다.
따라서 $100a=50$ 이다.

28. [출제의도] 미지수가 3개인 연립일차방정식을 이용하여 실생활 문제 해결하기

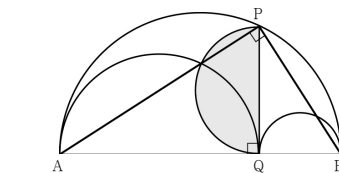
$a < b < c$ 이므로 두 변의 길이의 차의 최댓값은
 $c-a$
이다. 그러므로 (가)에 의해
 $c-a=16$
이다. 또한 (나)에 의해
 $b-a=2$ 또는 $c-b=2$
이다.
i) $b-a=2$ 인 경우
 $b-a=2$ 이고 $c-a=16$ 이므로 두 식을 더하면

$-2a+b+c=18 \dots \textcircled{1}$
철사의 총 길이가 60cm이므로
 $a+b+c=60 \dots \textcircled{2}$
이다. $\textcircled{2}-\textcircled{1}$ 을 하면 $3a=42$ 이다.
따라서
 $a=14, b=16, c=30$
이다. 그러나 $c=a+b$ 이므로 삼각형의 결정조건에 위배된다.
ii) $c-b=2$ 인 경우
 $c-b=2$ 이고 $c-a=16$ 이므로 두 식을 더하면
 $-a-b+2c=18 \dots \textcircled{3}$
철사의 총 길이가 60cm이므로
 $a+b+c=60 \dots \textcircled{4}$
이다. $\textcircled{3}+\textcircled{4}$ 를 하면 $3c=78$ 이다.
따라서
 $a=10, b=24, c=26$
이고
 $c^2=a^2+b^2$
이므로 이 삼각형은 직각삼각형이다.
그러므로
 $3a-b+c=30-24+26=32$
이다.

29. [출제의도] 곱셈 공식을 이용하여 도형 문제 해결하기



$\overline{AQ} = x, \overline{QB} = y$ 라 하자.
 $S_1 = \pi \left(\frac{x+y}{2} \right)^2 - \frac{\pi}{2} \left(\frac{x}{2} \right)^2 - \frac{\pi}{2} \left(\frac{y}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{4} xy$
이다.



$\triangle AQP \sim \triangle PQB$ 이므로
 $\overline{AQ} : \overline{PQ} = \overline{PQ} : \overline{BQ}$
이다. 따라서
 $\overline{PQ}^2 = \overline{AQ} \times \overline{BQ} = xy$
이다. 그러므로 $S_2 = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\overline{PQ}}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{8} xy$ 이다.
 $S_1 - S_2 = \frac{\pi}{8} xy = 2\pi$ 에서
 $xy = 16$
이고 $\overline{AQ} - \overline{QB} = 8\sqrt{3}$ 에서
 $x - y = 8\sqrt{3}$
이므로
 $(\overline{AB})^2 = (\overline{AQ} + \overline{QB})^2$
 $= (x+y)^2$
 $= (x-y)^2 + 4xy$
 $= 192 + 64 = 256$
이다. 따라서 $\overline{AB} = 16$ 이다.
[다른 풀이]
 $\angle APB = 90^\circ$ 이므로
 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = (x+y)^2 \dots \textcircled{1}$
 $\angle AQP = 90^\circ, \angle PQB = 90^\circ$ 이므로
 $\overline{PQ}^2 = \overline{AP}^2 - x^2 = \overline{BP}^2 - y^2 \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면
 $2\overline{BP}^2 = (x+y)^2 + y^2 - x^2 = 2xy + 2y^2$
이므로
 $\overline{BP}^2 = xy + y^2 \dots \textcircled{3}$
 $\textcircled{3}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $\overline{PQ}^2 = xy$ 이다.

30. [출제의도] 나머지정리를 이용하여 이차다항식 추론하기

i) $P(1)=0, P(2)=0$ 인 경우
 $P(x)$ 는 이차다항식이므로 조건 (나)에 의해
 $P(0)=3, P(3)=3$
이다. 따라서
 $P(x) = \frac{3}{2}(x-1)(x-2)$
이다.
ii) $P(1)=0, P(2) \neq 0$ 인 경우
 $P(x)$ 는 이차다항식이므로 조건 (나)에 의해 아래와 같이 세 가지 경우만 생각하면 된다.
 $\textcircled{1} P(0)=0, P(3)=3$ 일 때,
 $P(1)=0, P(0)=0, P(3)=3$
이다. 따라서
 $P(x) = \frac{1}{2}x(x-1)$
이다.
 $\textcircled{2} P(0)=3, P(3)=0$ 일 때,
 $P(1)=0, P(0)=3, P(3)=0$
이다. 따라서
 $P(x) = (x-1)(x-3)$
이다.
 $\textcircled{3} P(0)=3, P(3)=3$ 일 때,
 $P(1)=0, P(0)=3, P(3)=3$
이다. 따라서
 $P(x) = \frac{3}{2}(x-1)(x-2)$
이다. 그런데 $P(2)=0$ 이므로 모순이다.
iii) $P(1) \neq 0, P(2)=0$ 인 경우
 $P(x)$ 는 이차다항식이므로 조건 (나)에 의해 아래와 같이 세 가지 경우만 생각하면 된다.
 $\textcircled{1} P(0)=0, P(3)=3$ 일 때,
 $P(2)=0, P(0)=0, P(3)=3$
이다. 따라서
 $P(x) = x(x-2)$
이다.
 $\textcircled{2} P(0)=3, P(3)=0$ 일 때,
 $P(2)=0, P(0)=3, P(3)=0$
이다. 따라서
 $P(x) = \frac{1}{2}(x-2)(x-3)$
이다.
 $\textcircled{3} P(0)=3, P(3)=3$ 일 때,
 $P(2)=0, P(0)=3, P(3)=3$
이다. 따라서
 $P(x) = \frac{3}{2}(x-1)(x-2)$
이다. 그런데 $P(1)=0$ 이므로 모순이다.
그러므로 i), ii), iii)에 의해
 $Q(x) = \frac{3}{2}(x-1)(x-2) + \frac{1}{2}x(x-1)$
 $+ (x-1)(x-3) + x(x-2)$
 $+ \frac{1}{2}(x-2)(x-3)$
이다. 따라서 $Q(x)$ 를 $x-4$ 로 나눈 나머지는
 $Q(4)=27$ 이다.