B 단계 유형 Master

집중공략

유형 01 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수 ; 합의 법칙 개념 09-1

두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 두 사건 A, B가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n이면
(사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수)$=m+n$

1129 대표문제

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 6이 되는 경우의 수는?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

1130 하

1번부터 34번까지의 번호를 각각 하나씩 갖는 34명의 학생 중에서 한 명을 뽑을 때, 뽑힌 학생의 번호가 소수 또는 8의 배수인 경우의 수를 구하시오.

1131 중 서술형

각 면에 1부터 12까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 정십이면체를 두 번 던질 때, 바닥에 오는 면에 적힌 수의 합이 20 이상인 경우의 수를 구하시오.

유형 02 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수 ; 동시에 일어나는 경우가 있을 때 개념 09-1

두 사건 A, B가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n이고, 두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수가 l이면
(사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수)$=m+n-l$

1132 대표문제

1부터 100까지의 자연수 중에서 하나를 택할 때, 4의 배수 또는 6의 배수를 택하는 경우의 수는?

① 33 ② 35 ③ 37
④ 39 ⑤ 41

1133 중

1부터 36까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 36개의 공이 들어 있는 상자에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 36과 서로소인 수가 적힌 공을 꺼내는 경우의 수를 구하시오.

1134 중

1부터 80까지의 자연수 중에서 5와 7로 모두 나누어떨어지지 않는 자연수의 개수는?

① 53 ② 54 ③ 55
④ 56 ⑤ 57

유형 03 방정식과 부등식의 해의 개수 개념 09-1

① 방정식 $ax+by+cz=d$ (a, b, c, d는 상수)를 만족시키는 자연수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수
➡ x, y, z 중 계수의 절댓값이 큰 것부터 수를 대입하여 구한다.
② 부등식 $ax+by\le c$ (a, b, c는 자연수)를 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수
➡ 방정식 $ax+by=d$ ($\underbrace{a+b}_{ax+by\text{에 } x=1,\, y=1\text{을 대입한 값}}\le d\le c$, d는 자연수)의 해의 개수를 모두 구하여 더한다.

1135 대표문제

방정식 $2x+y+z=8$을 만족시키는 자연수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수를 구하시오.

1136 B+

부등식 $x+3y\le 8$을 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수는?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

1137 B0

가격이 각각 100원, 200원, 400원인 3종류의 초콜릿이 있을 때, 초콜릿을 1500원어치 사는 경우의 수는?
(단, 3종류의 초콜릿을 적어도 한 개씩은 포함한다.)

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

1138 B0 서술형

한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a, b라 할 때, $|a-b|\le 1$을 만족시키는 순서쌍 (a, b)의 개수를 구하시오.

1139 B+

서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a, b, c라 할 때, x에 대한 이차방정식 $ax^2-2bx+c=0$이 중근을 갖도록 하는 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오.

집중공략

유형 04 곱의 법칙 개념 09-1

두 사건 A, B에 대하여 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n이면
(두 사건 A, B가 잇달아 일어나는 경우의 수)$=m\times n$

1140 대표문제

백의 자리의 숫자는 홀수이고 십의 자리의 숫자는 소수인 세 자리 자연수 중에서 짝수의 개수를 구하시오.

1141 B+

$(x+y+z)(a+b+c+d)$를 전개할 때, 항의 개수는?

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

1142 B⁰

어느 대학교의 계절 학기 수업에서 인문학, 사회 과학, 자연 과학 과목의 강좌가 각각 4개, 3개, 5개가 개설되었다. 이때 서로 다른 과목의 2개의 강좌를 수강하는 경우의 수는? (단, 강좌의 수강 시간은 겹치지 않는다.)

① 47 ② 48 ③ 49
④ 50 ⑤ 51

1143 B⁰

1부터 99까지의 자연수 중에서 어느 자리의 숫자에도 3, 6, 9가 포함되지 않은 수의 개수는?

① 35 ② 36 ③ 42
④ 48 ⑤ 49

1144 B⁺ 서술형

두 주머니 A, B에 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 6개의 공이 각각 들어 있다. 두 주머니 A, B에서 공을 하나씩 꺼낼 때, 공에 적힌 숫자를 각각 a, b라 하자. $a+b+ab$가 홀수인 경우의 수를 구하시오.

유형 05 약수의 개수

개념 09-1

자연수 N이 $N=x^m y^n$ (x, y는 서로 다른 소수, m, n은 자연수) 꼴로 소인수분해될 때, N의 양의 약수는
(x^m의 양의 약수) × (y^n의 양의 약수)이므로 그 개수는

$$\underbrace{(m+1)}_{x^m\text{의 양의 약수의 개수}}\underbrace{(n+1)}_{y^n\text{의 양의 약수의 개수}}$$

1145 대표문제

54의 양의 약수의 개수를 a, 90의 양의 약수의 개수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

1146 B⁰

$3^2 \times k$의 양의 약수의 개수가 12일 때, 다음 중 k의 값이 될 수 없는 것은?

① 8 ② 10 ③ 12
④ 21 ⑤ 35

1147 B⁰

168과 252의 양의 공약수의 개수는?

① 4 ② 6 ③ 8
④ 10 ⑤ 12

1148 B⁰

80^n의 양의 약수의 개수가 27일 때, 자연수 n의 값을 구하시오.

1149 B+ 서술형

720의 양의 약수 중에서 짝수의 개수를 구하시오.

유형 06 지불 방법의 수와 지불 금액의 수 개념 09-1

① 지불 방법의 수
x원짜리 동전 p개로 지불할 수 있는 방법은 0개, 1개, 2개, $\cdots$, p개의 $(p+1)$가지이므로 x원짜리 동전 p개, y원짜리 동전 q개, z원짜리 동전 r개로 지불할 수 있는 방법의 수는 (단, 0원을 지불하는 경우는 제외)

$$(p+1)(q+1)(r+1)-\underbrace{1}_{\text{0원을 지불하는 경우의 수}}$$

② 지불 금액의 수
지불할 수 있는 금액이 중복되는 경우, 즉 a원짜리 동전 n개로 지불할 수 있는 금액과 b원짜리 동전 1개로 지불할 수 있는 금액이 같으면 b원짜리 동전 1개를 a원짜리 동전 n개로 바꾸어 생각한다.

예 100원짜리 동전 5개와 500원짜리 동전 1개로 지불할 수 있는 금액의 수 (단, 0원을 지불하는 경우는 제외)
→ 500원짜리 동전 1개를 100원짜리 동전 5개로 바꾸어 생각하면 $(10+1)-1=10$

1150 대표문제

100원짜리 동전 1개, 50원짜리 동전 2개, 10원짜리 동전 3개의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수를 구하시오.

(단, 0원을 지불하는 경우는 제외한다.)

1151 B0

500원짜리 동전 3개, 100원짜리 동전 3개, 50원짜리 동전 1개의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 금액의 수를 구하시오.

(단, 0원을 지불하는 경우는 제외한다.)

1152 B+ 서술형

1000원짜리 지폐 2장, 500원짜리 동전 3개, 100원짜리 동전 3개의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수를 a, 지불할 수 있는 금액의 수를 b라 할 때, $a-b$의 값을 구하시오.

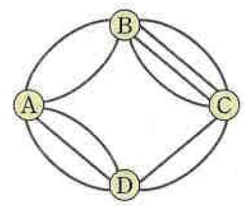
(단, 0원을 지불하는 경우는 제외한다.)

유형 07 도로망을 지나는 경우의 수 개념 09-1

① 동시에 갈 수 없는 길 → 합의 법칙 이용
② 연달아 가는 길 → 곱의 법칙 이용

1153 대표문제

오른쪽 그림과 같이 네 지점 A, B, C, D 사이를 연결하는 길이 있다. A 지점에서 출발하여 C 지점으로 가는 경우의 수는? (단, 같은 지점은 두 번 지나지 않는다.)



① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

1154 B0

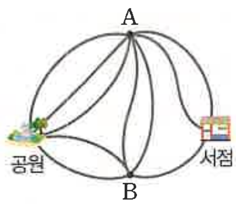
오른쪽 그림은 매표소, 약수터, 정상 사이를 연결하는 등산로를 나타낸 것이다. 매표소에서 출발하여 약수터와 정상을 한 번씩 거쳐 다시 매표소로 돌아오는 경우의 수는?

① 24 ② 36 ③ 48
④ 60 ⑤ 72

09 순열

1155 B⁰ 서술형

오른쪽 그림과 같이 공원, 서점, 두 지점 A, B 사이를 연결하는 도로가 있다. 공원에서 출발하여 서점으로 가는 경우의 수를 구하시오.



(단, 같은 지점은 두 번 지나지 않는다.)

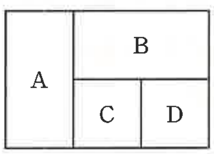
집중공략

유형 08 색칠하는 경우의 수 개념 09-1

각 영역을 색칠하는 경우의 수를 구한 후 곱의 법칙을 이용하여 색칠하는 모든 경우의 수를 구한다. 이때 다음을 이용한다.
① 인접한 영역이 가장 많은 영역에 색칠하는 경우의 수를 먼저 구한다.
② 같은 색을 칠할 수 있는 영역은 같은 색인 경우와 다른 색인 경우로 나누어 생각한다.

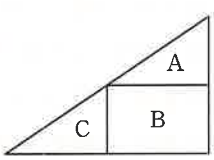
1156 대표문제

오른쪽 그림의 4개의 영역 A, B, C, D를 서로 다른 4가지 색을 사용하여 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수를 구하시오. (단, 한 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)



1157 B⁰

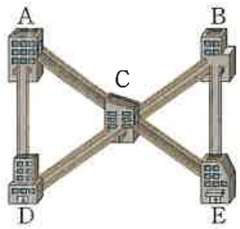
오른쪽 그림의 3개의 영역 A, B, C를 서로 다른 4가지 색을 사용하여 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 변을 공유하는 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수는? (단, 한 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)



① 20 ② 24 ③ 28
④ 32 ⑤ 36

1158 B⁰

오른쪽 그림과 같이 구름다리로 연결되어 있는 5개의 건물 A, B, C, D, E의 외벽을 서로 다른 3가지 색을 사용하여 칠하려고 한다. 구름다리로 연결된 이웃한 두 건물은 서로 다른 색으로 칠할 때, 건물의 외벽을 칠하는 경우의 수는?

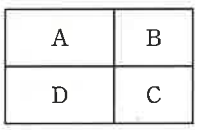


(단, 한 건물에는 한 가지 색만 칠한다.)

① 4 ② 8 ③ 12
④ 16 ⑤ 20

1159 B⁺ 서술형

오른쪽 그림의 4개의 영역 A, B, C, D를 서로 다른 4가지 색을 사용하여 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 변을 공유하는 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수를 구하시오. (단, 한 영역에는 한 가지 색만 칠한다.)



유형 09 수형도를 이용하는 경우의 수 개념 09-1

규칙성을 찾기 어려운 경우의 수
➡ 수형도를 이용하면 중복되지 않고 빠짐없이 모든 경우를 구할 수 있다.
└ 사건이 일어나는 모든 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타낸 것

1160 대표문제

서로 다른 4개의 자물쇠 A, B, C, D에 맞는 열쇠를 차례대로 a, b, c, d라 하자. 4개의 열쇠를 임의로 자물쇠에 각각 하나씩 꽂아 돌렸을 때, 모든 자물쇠가 열리지 않는 경우의 수는?

① 7 ② 9 ③ 12
④ 14 ⑤ 15

1161

x, y, y, z의 네 개의 문자를 같은 문자끼리는 이웃하지 않도록 하여 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오.

1162

세 자연수 1, 2, 3을 이용하여 세 자리 자연수를 만들 때, 다음 조건을 모두 만족시키는 자연수의 개수를 구하시오. (단, 같은 자연수를 반복하여 이용할 수 있다.)

(가) 1의 오른쪽 자리에는 2가 온다.
(나) 3의 오른쪽 자리에는 1 또는 2가 온다.

유형 10 순열의 수 개념 09-2

① 서로 다른 n개에서 r $(0<r\le n)$개를 택하는 순열의 수 ➡ ${}_nP_r$
② 서로 다른 n개를 모두 나열하는 순열의 수 ➡ ${}_nP_n=n!$

1163 대표문제

회원이 10명인 모임에서 회장, 부회장, 총무를 각각 1명씩 뽑는 경우의 수는?

① 120 ② 240 ③ 360
④ 540 ⑤ 720

1164

지아는 휴대 전화에 있는 6곡의 노래 중에서 서로 다른 4곡의 노래를 들으려고 한다. 듣는 순서를 고려할 때, 노래를 듣는 경우의 수를 구하시오.

1165

상장 3개와 트로피 4개를 장식장에 두 줄로 진열하려고 한다. 앞줄에는 상장을, 뒷줄에는 트로피를 진열하는 경우의 수는?

① 100 ② 121 ③ 144
④ 169 ⑤ 225

1166

n개의 역으로 이루어진 기차 노선이 있다. n개의 역 중에서 출발역과 도착역을 선택하여 경로를 정하는 경우의 수가 72일 때, n의 값을 구하시오.

1167

다음을 만족시키는 자연수 n의 값은?

$${}_nP_3-{}_{n+1}P_2=6\cdot{}_nP_1$$

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

유형 11 이웃하는 순열의 수

개념 09-2

이웃하는 것이 있는 순열의 수는 다음과 같은 순서로 구한다.
(i) 이웃하는 것을 한 묶음으로 생각하여 일렬로 나열하는 경우의 수를 구한다.
(ii) 이웃하는 것끼리 자리를 바꾸는 경우의 수를 구한다.
(iii) (i)과 (ii)의 결과를 곱한다.

1168 대표문제

냉장고에 서로 다른 탄산음료 3개와 서로 다른 주스 4개를 일렬로 넣을 때, 탄산음료끼리 이웃하게 넣는 경우의 수는?

① 720 ② 600 ③ 480
④ 360 ⑤ 240

1169 B

네 명 A, B, C, D를 일렬로 세울 때, A와 D를 이웃하게 세우는 경우의 수를 구하시오.

1170 B0

야구 경기를 관람하러 간 4쌍의 부부가 8개의 좌석에 일렬로 앉을 때, 부부끼리 이웃하여 앉는 경우의 수는?

① 48 ② 96 ③ 192
④ 384 ⑤ 768

1171 B+

선생님 2명, 학생 3명, 학부모 3명을 일렬로 세울 때, 학생은 학생끼리, 학부모는 학부모끼리 이웃하게 세우는 경우의 수를 구하시오.

유형 12 이웃하지 않는 순열의 수

개념 09-2

이웃하지 않는 것이 있는 순열의 수는 다음과 같은 순서로 구한다.
(i) 이웃해도 상관없는 것을 일렬로 나열하는 경우의 수를 구한다.
(ii) (i)에서 나열한 것 사이사이와 양 끝에 이웃하지 않는 것을 나열하는 경우의 수를 구한다.
(iii) (i)과 (ii)의 결과를 곱한다.

1172 대표문제

어느 시상식에 참석한 배우 2명과 가수 2명이 일렬로 서서 기념 촬영을 하려고 한다. 가수끼리 이웃하지 않게 세우는 경우의 수는?

① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

1173 B0 서술형

outside에 있는 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, 자음끼리는 이웃하지 않게 나열하는 경우의 수를 구하시오.

1174 B0

일렬로 놓여 있는 똑같은 의자 7개에 3명의 학생이 앉을 때, 어느 두 사람도 서로 이웃하지 않게 앉는 경우의 수를 구하시오.

1175 B+

6개의 문자 A, B, C, D, E, F를 일렬로 나열할 때, A와 B는 이웃하고, D와 E는 이웃하지 않게 나열하는 경우의 수는?

① 72　② 96　③ 144
④ 240　⑤ 288

유형 13 번갈아 서는 순열의 수　개념 09-2

두 집단의 구성원이 번갈아 일렬로 서는 경우의 수는
① 두 집단의 구성원의 수가 각각 n이면
　$2\cdot n!\cdot n!$ — ●▲●▲…●▲ 또는 ▲●▲●…▲●
② 두 집단의 구성원의 수가 각각 n, $n-1$이면
　$n!\cdot(n-1)!$ — ●▲●▲…●▲●

1176 대표문제

남자 3명과 여자 3명이 한 줄로 서서 박물관에 입장하려고 한다. 남녀를 번갈아 세우는 경우의 수를 구하시오.

1177 B0

빨간색 꽃 4송이와 노란색 꽃 3송이를 일렬로 심을 때, 빨간색 꽃과 노란색 꽃을 번갈아 심는 경우의 수는?
(단, 꽃의 종류는 모두 다르다.)

① 72　② 108　③ 144
④ 216　⑤ 288

1178 B+ 서술형

9개의 자연수 1, 2, 3, …, 9 중에서 서로 다른 7개의 숫자를 이용하여 일곱 자리 자연수를 만들 때, 짝수와 홀수가 번갈아 나타나도록 만드는 경우의 수를 구하시오.

집중공략

유형 14 위치가 정해진 순열의 수　개념 09-2

r개를 나열할 때 특정한 k개의 위치가 정해진 경우의 수는 다음과 같은 순서로 구한다.
(i) 위치가 정해진 k개를 먼저 나열하는 경우의 수를 구한다.
(ii) 나머지 $(r-k)$개를 나열하는 경우의 수를 구한다.
(iii) (i)과 (ii)의 결과를 곱한다.

1179 대표문제

남학생 4명과 여학생 2명을 일렬로 세울 때, 양 끝에 남학생이 오도록 세우는 경우의 수는?

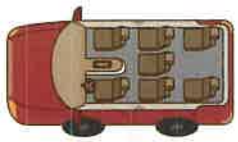
① 160　② 268　③ 288
④ 324　⑤ 368

1180 B[0]

5개의 문자 A, B, C, D, E 중에서 3개를 택하여 일렬로 나열할 때, 맨 뒤에 A가 오도록 나열하는 경우의 수를 구하시오.

1181 B[0]

부모와 4명의 자녀로 이루어진 6명의 가족이 오른쪽 그림과 같은 7인승 자동차에 타려고 한다. 부모만 운전면허를 소지하고 있을 때, 6명의 좌석을 정하는 경우의 수는?



① 720 ② 900 ③ 1080
④ 1260 ⑤ 1440

1182 B[0] 서술형

smile에 있는 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, 모음은 홀수 번째에 오도록 나열하는 경우의 수를 구하시오.

1183 B[+]

크기가 서로 다른 검은 돌 3개와 흰 돌 2개를 일렬로 나열하려고 한다. 검은 돌은 작은 것부터 크기순으로 나열하고 흰 돌은 아무 곳에나 나열할 수 있을 때, 5개의 돌을 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오.

유형 15 특정한 두 개 사이에 일부가 들어가는 순열의 수 개념 09-2

특정한 A, B 사이에 일부가 들어가도록 나열하는 경우의 수는 다음과 같은 순서로 구한다.
(i) A, B 사이에 일부를 넣어 한 묶음을 만드는 경우의 수를 구한다.
(ii) (i)의 묶음과 나머지를 나열하는 경우의 수를 구한다.
(iii) (i)과 (ii)의 결과를 곱한다.

1184 대표문제

지수와 미영이를 포함한 6명이 다음과 같은 6개의 의자에 일렬로 앉을 때, 지수와 미영이 사이에 2명이 앉는 경우의 수는?

① 36 ② 48 ③ 72
④ 144 ⑤ 288

1185 B[0]

dynamic에 있는 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, d와 m 사이에 3개의 문자가 오도록 나열하는 경우의 수는?

① 240 ② 360 ③ 420
④ 600 ⑤ 720

1186 B[+] 서술형

5개의 문자 A, B, C, D, E를 일렬로 나열할 때, A와 B 사이에 2개 이상의 문자가 오도록 나열하는 경우의 수를 구하시오.

집중공략

유형 16 '적어도'의 조건이 있는 순열의 수 개념 09-2

(사건 A가 적어도 한 번 일어나는 경우의 수)
=(모든 경우의 수)−(사건 A가 일어나지 않는 경우의 수)

1187 대표문제

서로 다른 소설책 2권과 서로 다른 만화책 3권을 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 적어도 한쪽 끝에는 소설책을 꽂는 경우의 수는?

① 108 ② 102 ③ 94
④ 84 ⑤ 60

1188 B⁰ 서술형

농구 선수 3명, 야구 선수 5명 중에서 대표 1명, 부대표 1명을 뽑을 때, 다음을 구하시오.

(1) 모든 경우의 수
(2) 대표, 부대표를 모두 농구 선수로 뽑는 경우의 수
(3) 대표, 부대표 중에서 적어도 한 명은 야구 선수로 뽑는 경우의 수

1189 B⁰

여학생 3명, 남학생 4명을 일렬로 세울 때, 적어도 2명의 여학생이 이웃하도록 세우는 경우의 수를 구하시오.

1190 B⁰

6개의 문자 A, B, C, D, E, F를 일렬로 나열할 때, A와 B 사이에 적어도 하나의 문자가 오도록 나열하는 경우의 수는?

① 360 ② 400 ③ 440
④ 480 ⑤ 520

집중공략

유형 17 자연수의 개수 개념 09-2

① 1, 2, 3, …, n $(3\le n\le 9)$의 n개의 숫자를 한 번씩 이용하여 만들 수 있는
두 자리 자연수의 개수 ➡ ${}_{n}P_{2}$
세 자리 자연수의 개수 ➡ ${}_{n}P_{3}$
② 0, 1, 2, …, n $(2\le n\le 9)$의 $(n+1)$개의 숫자를 한 번씩 이용하여 만들 수 있는
두 자리 자연수의 개수 ➡ $n\cdot{}_{n}P_{1}$
세 자리 자연수의 개수 ➡ $n\cdot{}_{n}P_{2}$
맨 앞자리에는 0이 올 수 없다.

1191 대표문제

다섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4에서 서로 다른 4개를 이용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수 중 홀수의 개수는?

① 36 ② 48 ③ 60
④ 72 ⑤ 108

1192 B⁰

다섯 개의 숫자 0, 2, 4, 6, 8에서 서로 다른 3개를 이용하여 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수를 구하시오.

1193 B⁰

일곱 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7에서 서로 다른 3개를 이용하여 세 자리 자연수를 만들 때, 백의 자리 또는 일의 자리의 숫자가 짝수인 자연수의 개수는?

① 120 ② 130 ③ 140
④ 150 ⑤ 160

1194 B⁰ 서술형

여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 4개를 이용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수 중 5의 배수의 개수를 구하시오.

유형 18 사전식으로 배열하는 순열의 수 개념 09-2

문자를 사전식으로 배열하거나 자연수를 크기순으로 나열하는 경우의 수는 다음과 같은 순서로 구한다.
(i) 기준이 되는 문자열 또는 수의 꼴을 확인한 후 위치를 정할 수 있는 문자 또는 수를 먼저 배열한다.
(ii) 순열을 이용하여 나머지 자리에 올 수 있는 것을 배열하는 경우의 수를 구한다.

1195 대표문제

다섯 개의 문자 a, b, c, d, e를 모두 한 번씩 이용하여 사전식으로 배열할 때, $becda$는 몇 번째에 오는지 구하시오.

1196 B⁰ 서술형

여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 3개의 숫자를 이용하여 만들 수 있는 세 자리 자연수 중 320보다 작은 자연수의 개수를 구하시오.

1197 B⁰

네 개의 숫자 2, 4, 6, 8을 모두 한 번씩 이용하여 네 자리 자연수를 만들 때, 4628은 몇 번째로 큰 수인가?

① 15번째 ② 16번째 ③ 17번째
④ 18번째 ⑤ 19번째

1198 B⁺

answer에 있는 6개의 문자를 모두 한 번씩 이용하여 사전식으로 배열할 때, 295번째에 오는 것은?

① nrawes ② nrawse ③ nreasw
④ nreaws ⑤ nrsaew

1129 두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면

(i) 눈의 수의 합이 5가 되는 경우는

$(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$의 4가지

(ii) 눈의 수의 합이 6이 되는 경우는

$(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$의 5가지

두 사건은 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는

$4+5=9$ 답 ④

1130 1부터 34까지의 자연수 중에서 소수는

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31의 11개

8의 배수는

8, 16, 24, 32의 4개

따라서 구하는 경우의 수는

$11+4=15$ 답 15

1131 정십이면체를 두 번 던질 때 바닥에 오는 면에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면

(i) 두 수의 합이 20인 경우는

$(8, 12), (9, 11), (10, 10), (11, 9), (12, 8)$의 5가지

(ii) 두 수의 합이 21인 경우는

$(9, 12), (10, 11), (11, 10), (12, 9)$의 4가지

(iii) 두 수의 합이 22인 경우는

$(10, 12), (11, 11), (12, 10)$의 3가지

(iv) 두 수의 합이 23인 경우는

$(11, 12), (12, 11)$의 2가지

(v) 두 수의 합이 24인 경우는

$(12, 12)$의 1가지 ··· ❶

이상에서 구하는 경우의 수는

$5+4+3+2+1=15$ ··· ❷

답 15

채점 기준	비율
❶ 바닥에 오는 면에 적힌 수의 합이 20 이상인 경우의 순서쌍을 구할 수 있다.	70 %
❷ 바닥에 오는 면에 적힌 수의 합이 20 이상인 경우의 수를 구할 수 있다.	30 %

1132 4의 배수는 4, 8, 12, ⋯, 100의 25개

6의 배수는 6, 12, 18, ⋯, 96의 16개

4와 6의 공배수, 즉 12의 배수는

12, 24, 36, ⋯, 96의 8개

따라서 4의 배수 또는 6의 배수를 택하는 경우의 수는

$25+16-8=33$ 답 ①

1133 $36=2^2\times3^2$이므로 36과 서로소인 수는 2의 배수도 아니고 3의 배수도 아닌 수이다.

2의 배수가 적힌 공은 2, 4, 6, ⋯, 36의 18개

3의 배수가 적힌 공은 3, 6, 9, ⋯, 36의 12개

2와 3의 공배수, 즉 6의 배수가 적힌 공은

6, 12, 18, ⋯, 36의 6개

따라서 2의 배수 또는 3의 배수가 적힌 공의 개수는

$18+12-6=24$

이므로 구하는 경우의 수는

$36-24=12$ 답 12

1134 5로 나누어떨어지는 수, 즉 5의 배수는

5, 10, 15, ⋯, 80의 16개

7로 나누어떨어지는 수, 즉 7의 배수는

7, 14, 21, ⋯, 77의 11개

5와 7로 모두 나누어떨어지는 수, 즉 35의 배수는

35, 70의 2개

따라서 5 또는 7로 나누어떨어지는 자연수의 개수는

$16+11-2=25$

이므로 5와 7로 모두 나누어떨어지지 않는 자연수의 개수는

$80-25=55$ 답 ③

1135 (i) $x=1$일 때,

$y+z=6$이므로 순서쌍 (x, y, z)는

$(1, 1, 5), (1, 2, 4), (1, 3, 3), (1, 4, 2), (1, 5, 1)$의 5개

(ii) $x=2$일 때,

$y+z=4$이므로 순서쌍 (x, y, z)는

$(2, 1, 3), (2, 2, 2), (2, 3, 1)$의 3개

(iii) $x=3$일 때,

$y+z=2$이므로 순서쌍 (x, y, z)는

$(3, 1, 1)$의 1개

이상에서 구하는 순서쌍의 개수는

$5+3+1=9$ 답 9

1136 x, y가 자연수이므로 $x+3y\le8$을 만족시키는 경우는

$x+3y=4$, $x+3y=5$, $x+3y=6$, $x+3y=7$, $x+3y=8$

(i) $x+3y=4$인 순서쌍 (x, y)는

$(1, 1)$의 1개

(ii) $x+3y=5$인 순서쌍 (x, y)는

$(2, 1)$의 1개

(iii) $x+3y=6$인 순서쌍 (x, y)는

$(3, 1)$의 1개

(iv) $x+3y=7$인 순서쌍 (x, y)는

$(4, 1), (1, 2)$의 2개

(v) $x+3y=8$인 순서쌍 (x, y)는

$(5, 1), (2, 2)$의 2개

이상에서 구하는 순서쌍의 개수는

$1+1+1+2+2=7$ 답 ⑤

다른 풀이 (i) $y=1$일 때,

$x+3\le8$, 즉 $x\le5$이므로 순서쌍 (x, y)는

$(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1)$의 5개

(ii) $y=2$일 때,

$x+6\le 8$, 즉 $x\le 2$이므로 순서쌍 (x, y)는

$(1, 2)$, $(2, 2)$의 2개

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍의 개수는

$5+2=7$

1137 100원, 200원, 400원짜리 초콜릿을 각각 x개, y개, z개 산다고 하면

$100x+200y+400z=1500$

$\therefore x+2y+4z=15$ (단, x, y, z는 자연수)

(i) $z=1$일 때,

$x+2y=11$이므로 순서쌍 (x, y, z)는

$(9, 1, 1)$, $(7, 2, 1)$, $(5, 3, 1)$, $(3, 4, 1)$, $(1, 5, 1)$ 의 5개

(ii) $z=2$일 때,

$x+2y=7$이므로 순서쌍 (x, y, z)는

$(5, 1, 2)$, $(3, 2, 2)$, $(1, 3, 2)$의 3개

(iii) $z=3$일 때,

$x+2y=3$이므로 순서쌍 (x, y, z)는

$(1, 1, 3)$의 1개

이상에서 구하는 경우의 수는

$5+3+1=9$ 답 ③

1138 $|a-b|\le 1$에서

$|a-b|=0$ 또는 $|a-b|=1$ ··· ❶

(i) $|a-b|=0$일 때, 순서쌍 (a, b)는

$(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 3)$, $(4, 4)$, $(5, 5)$, $(6, 6)$의 6개

(ii) $|a-b|=1$일 때, 순서쌍 (a, b)는

$(1, 2)$, $(2, 1)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$,

$(4, 5)$, $(5, 4)$, $(5, 6)$, $(6, 5)$의 10개 ··· ❷

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍의 개수는

$6+10=16$ ··· ❸

답 16

채점 기준	비율
❶ $\|a-b\|$의 값이 될 수 있는 수를 구할 수 있다.	20 %
❷ $\|a-b\|$의 값에 따른 순서쌍 (a, b)의 개수를 각각 구할 수 있다.	60 %
❸ 순서쌍 (a, b)의 개수를 구할 수 있다.	20 %

1139 이차방정식 $ax^2-2bx+c=0$의 판별식을 D라 할 때, 이 이차방정식이 중근을 가지려면

$$\frac{D}{4}=(-b)^2-ac=0 \qquad \therefore b^2=ac$$

(i) $b=1$일 때,

$ac=1$이므로 순서쌍 (a, b, c)는

$(1, 1, 1)$의 1개

(ii) $b=2$일 때,

$ac=4$이므로 순서쌍 (a, b, c)는

$(1, 2, 4)$, $(2, 2, 2)$, $(4, 2, 1)$의 3개

(iii) $b=3$일 때,

$ac=9$이므로 순서쌍 (a, b, c)는

$(3, 3, 3)$의 1개

(iv) $b=4$일 때,

$ac=16$이므로 순서쌍 (a, b, c)는

$(4, 4, 4)$의 1개

(v) $b=5$일 때,

$ac=25$이므로 순서쌍 (a, b, c)는

$(5, 5, 5)$의 1개

(vi) $b=6$일 때,

$ac=36$이므로 순서쌍 (a, b, c)는

$(6, 6, 6)$의 1개

이상에서 구하는 순서쌍의 개수는

$1+3+1+1+1+1=8$ 답 8

1140 백의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

1, 3, 5, 7, 9의 5개

십의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

2, 3, 5, 7의 4개

일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은

0, 2, 4, 6, 8의 5개

따라서 구하는 자연수의 개수는

$5\cdot 4\cdot 5=100$ 답 100

1141 $(x+y+z)(a+b+c+d)$를 전개할 때, x, y, z에 곱해지는 항이 각각 a, b, c, d의 4개이므로 항의 개수는

$3\cdot 4=12$ 답 ②

라쎈 특강

전개식의 항의 개수

두 다항식 A, B의 각 항의 문자가 모두 다를 때, AB의 전개식의 항의 개수

→ (A의 항의 개수) × (B의 항의 개수)

1142 인문학, 사회 과학 과목의 강좌를 수강하는 경우의 수는

$4\cdot 3=12$

인문학, 자연 과학 과목의 강좌를 수강하는 경우의 수는

$4\cdot 5=20$

사회 과학, 자연 과학 과목의 강좌를 수강하는 경우의 수는

$3\cdot 5=15$

따라서 구하는 경우의 수는

$12+20+15=47$ 답 ①

1143 1부터 99까지의 자연수 중에서 어느 자리의 숫자에도 3, 6, 9가 포함되지 않은 수는 각 자리의 숫자가 0, 1, 2, 4, 5, 7, 8만으로 이루어져야 한다.

따라서 구하는 자연수의 개수는

$7\cdot 7\underbrace{-1}_{\text{00인 경우는 제외한다.}}=48$ 답 ④

다른 풀이 (i) 한 자리 자연수는

$1, 2, 4, 5, 7, 8$의 6개

(ii) 두 자리 자연수는

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 $1, 2, 4, 5, 7, 8$의 6개이고 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 $0, 1, 2, 4, 5, 7, 8$의 7개이므로 그 개수는

$6 \cdot 7=42$

(i), (ii)에서 구하는 자연수의 개수는

$6+42=48$

1144 $a+b+ab$가 홀수이려면

$\underbrace{a\text{는 짝수, } b\text{는 홀수}}_{ab\text{는 짝수}}$ 또는 $\underbrace{a\text{는 홀수, } b\text{는 짝수}}_{ab\text{는 짝수}}$

또는 $\underbrace{a, b\text{가 모두 홀수}}_{ab\text{는 홀수}}$

이어야 한다. ··· ❶

(i) a는 짝수, b는 홀수일 때,

A 주머니에서 짝수가 적힌 공을 꺼내고 B 주머니에서 홀수가 적힌 공을 꺼내는 경우의 수는

$3 \cdot 3=9$

(ii) a는 홀수, b는 짝수일 때,

A 주머니에서 홀수가 적힌 공을 꺼내고 B 주머니에서 짝수가 적힌 공을 꺼내는 경우의 수는

$3 \cdot 3=9$

(iii) a, b가 모두 홀수일 때,

두 주머니 A, B에서 모두 홀수가 적힌 공을 꺼내는 경우의 수는

$3 \cdot 3=9$ ··· ❷

이상에서 구하는 경우의 수는

$9+9+9=27$ ··· ❸

답 27

채점 기준	비율
❶ $a+b+ab$가 홀수인 조건을 구할 수 있다.	30 %
❷ a, b의 조건에 따른 경우의 수를 각각 구할 수 있다.	60 %
❸ $a+b+ab$가 홀수인 경우의 수를 구할 수 있다.	10 %

참고 a, b가 모두 짝수인 경우에는 ab도 짝수이므로 $a+b+ab$가 짝수이다.

1145 $54=2 \cdot 3^3$이므로 54의 양의 약수의 개수는

$(1+1)(3+1)=8 \qquad \therefore a=8$

$90=2 \cdot 3^2 \cdot 5$이므로 90의 양의 약수의 개수는

$(1+1)(2+1)(1+1)=12 \qquad \therefore b=12$

$\therefore a+b=20$ 답 20

1146 ① $3^2 \times 8=2^3 \times 3^2$이므로 양의 약수의 개수는

$(3+1)(2+1)=12$

② $3^2 \times 10=2 \times 3^2 \times 5$이므로 양의 약수의 개수는

$(1+1)(2+1)(1+1)=12$

③ $3^2 \times 12=2^2 \times 3^3$이므로 양의 약수의 개수는

$(2+1)(3+1)=12$

④ $3^2 \times 21=3^3 \times 7$이므로 양의 약수의 개수는

$(3+1)(1+1)=8$

⑤ $3^2 \times 35=3^2 \times 5 \times 7$이므로 양의 약수의 개수는

$(2+1)(1+1)(1+1)=12$

답 ④

1147 $168=2^3 \cdot 3 \cdot 7$, $252=2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$이므로 두 수의 최대공약수는

$2^2 \cdot 3 \cdot 7$

168과 252의 양의 공약수의 개수는 $2^2 \cdot 3 \cdot 7$의 양의 약수의 개수와 같으므로

$(2+1)(1+1)(1+1)=12$ 답 ⑤

1148 $80=2^4 \cdot 5$이므로

$80^n=(2^4 \cdot 5)^n=2^{4n} \cdot 5^n$

$2^{4n} \cdot 5^n$의 양의 약수의 개수는

$(4n+1)(n+1)$

이때 $(4n+1)(n+1)=27$이므로

$4n^2+5n-26=0, \qquad (4n+13)(n-2)=0$

$\therefore n=2$ ($\because n$은 자연수) 답 2

1149 $720=2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$이므로 720의 양의 약수의 개수는

$(4+1)(2+1)(1+1)=30$ ··· ❶

이 중에서 홀수의 개수는 $3^2 \cdot 5$의 양의 약수의 개수와 같으므로

$(2+1)(1+1)=6$ ··· ❷

따라서 구하는 짝수의 개수는

$30-6=24$ ··· ❸

답 24

채점 기준	비율
❶ 720의 양의 약수의 개수를 구할 수 있다.	40 %
❷ 720의 양의 약수 중에서 홀수의 개수를 구할 수 있다.	40 %
❸ 720의 양의 약수 중에서 짝수의 개수를 구할 수 있다.	20 %

1150 100원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은

0개, 1개의 2가지

50원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은

0개, 1개, 2개의 3가지

10원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은

0개, 1개, 2개, 3개의 4가지

이때 0원을 지불하는 경우를 제외해야 하므로 구하는 방법의 수는

$2 \cdot 3 \cdot 4-1=23$ 답 23

1151 500원짜리 동전으로 지불할 수 있는 금액은

0원, 500원, 1000원, 1500원의 4가지

100원짜리 동전으로 지불할 수 있는 금액은

0원, 100원, 200원, 300원의 4가지

금액이 중복되는 경우가 없다.

50원짜리 동전으로 지불할 수 있는 금액은

0원, 50원의 2가지

이때 0원을 지불하는 경우를 제외해야 하므로 구하는 금액의 수는

$4 \cdot 4 \cdot 2-1=31$ 답 31

1152 (i) 지불할 수 있는 방법의 수

1000원짜리 지폐로 지불할 수 있는 방법은

0장, 1장, 2장의 3가지

500원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은

0개, 1개, 2개, 3개의 4가지

100원짜리 동전으로 지불할 수 있는 방법은

0개, 1개, 2개, 3개의 4가지

이때 0원을 지불하는 경우를 제외해야 하므로 구하는 방법의 수는

$3\cdot4\cdot4-1=47 \quad \therefore a=47$ ··· ❶

(ii) 지불할 수 있는 금액의 수

1000원짜리 지폐 1장으로 지불할 수 있는 금액과 500원짜리 동전 2개로 지불할 수 있는 금액이 중복된다.

따라서 1000원짜리 지폐 2장을 500원짜리 동전 4개로 바꾸어 생각하면 지불할 수 있는 금액의 수는 500원짜리 동전 7개, 100원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는 금액의 수와 같다.

500원짜리 동전으로 지불할 수 있는 금액은

0원, 500원, 1000원, ⋯, 3500원의 8가지

100원짜리 동전으로 지불할 수 있는 금액은

0원, 100원, 200원, 300원의 4가지

이때 0원을 지불하는 경우를 제외해야 하므로 구하는 금액의 수는

$8\cdot4-1=31 \quad \therefore b=31$ ··· ❷

(i), (ii)에서 $a-b=16$ ··· ❸

답 16

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

1153 (i) A → B → C로 가는 경우의 수는

$2\cdot4=8$

(ii) A → D → C로 가는 경우의 수는

$3\cdot2=6$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$8+6=14$

답 ③

1154 (i) 매표소 → 정상 → 약수터 → 매표소로 가는 경우의 수는

$3\cdot2\cdot4=24$

(ii) 매표소 → 약수터 → 정상 → 매표소로 가는 경우의 수는

$4\cdot2\cdot3=24$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$24+24=48$

답 ③

1155 (i) 공원 → A → 서점으로 가는 경우의 수는

$3\cdot2=6$

(ii) 공원 → B → 서점으로 가는 경우의 수는

$2\cdot1=2$ ··· ❶

(iii) 공원 → A → B → 서점으로 가는 경우의 수는

$3\cdot2\cdot1=6$

(iv) 공원 → B → A → 서점으로 가는 경우의 수는

$2\cdot2\cdot2=8$ ··· ❷

이상에서 구하는 경우의 수는

$6+2+6+8=22$ ··· ❸

답 22

채점 기준	비율
❶ A, B 중 한 지점만 지나는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❷ A, B 지점을 모두 지나는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❸ 공원에서 출발하여 서점으로 가는 경우의 수를 구할 수 있다.	20 %

1156 B에 칠할 수 있는 색은 4가지, A에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 B, C에 칠한 색을 제외한 2가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$4\cdot3\cdot2\cdot2=48$

답 48

1157 B에 칠할 수 있는 색은 4가지, A에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 3가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$4\cdot3\cdot3=36$

답 ⑤

1158 C에 칠할 수 있는 색은 3가지, A에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 1가지, B에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 2가지, E에 칠할 수 있는 색은 B, C에 칠한 색을 제외한 1가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$3\cdot2\cdot1\cdot2\cdot1=12$

답 ③

1159 (i) A와 C가 같은 색인 경우

A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색과 같은 색이므로 1가지, D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 3가지이므로 칠하는 경우의 수는

$4\cdot3\cdot1\cdot3=36$ ··· ❶

(ii) A와 C가 다른 색인 경우

A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 2가지이므로 칠하는 경우의 수는

$4\cdot3\cdot2\cdot2=48$ ··· ❷

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$36+48=84$ ··· ❸

답 84

채점 기준	비율
❶ A와 C에 같은 색을 칠하는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❷ A와 C에 다른 색을 칠하는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❸ 색을 칠하는 경우의 수를 구할 수 있다.	20 %

1160 모든 자물쇠가 열리지 않는 경우는 다음과 같다.

A B C D
b — a—d—c / c—d—a / d—a—c

A B C D
c — a—d—b / d — (a—b, b—a)

A B C D
d — a—b—c / c — (a—b, b—a)

따라서 구하는 경우의 수는 9이다. 답 ②

1161 조건을 만족시키도록 네 개의 문자를 일렬로 나열하면 다음과 같다.

x—y—z—y

y — x — (y—z, z—y) / z — (x—y, y—x)

z—y—x—y

따라서 구하는 경우의 수는 6이다. 답 6

1162 조건을 만족시키는 세 자리 자연수는 다음과 같다.

1—2 — (1, 2, 3)

2 — 1—2 / 2 — (1, 2, 3) / 3 — (1, 2)

3 — 1—2 / 2 — (1, 2, 3)

따라서 구하는 자연수의 개수는 13이다. 답 13

1163 구하는 경우의 수는 10명의 회원 중에서 3명을 택하여 일렬로 세우는 경우의 수와 같으므로

$${}_{10}\mathrm{P}_3=10\cdot9\cdot8=720$$ 답 ⑤

1164 구하는 경우의 수는 6곡의 노래 중에서 4곡을 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$${}_6\mathrm{P}_4=6\cdot5\cdot4\cdot3=360$$ 답 360

1165 앞줄에 상장을 진열하는 경우의 수는 $3!=6$
뒷줄에 트로피를 진열하는 경우의 수는 $4!=24$
따라서 구하는 경우의 수는

$$6\cdot24=144$$ 답 ③

1166 ${}_n\mathrm{P}_2=72$이므로

$$n(n-1)=72=9\cdot8 \qquad \therefore n=9$$ 답 9

1167 ${}_n\mathrm{P}_3-{}_{n+1}\mathrm{P}_2=6\cdot{}_n\mathrm{P}_1$에서

$$n(n-1)(n-2)-(n+1)n=6n$$

양변을 n으로 나누면

$$(n-1)(n-2)-(n+1)=6$$

$$n^2-4n-5=0, \qquad (n+1)(n-5)=0$$

$\therefore n=5$ ($\because$ n은 자연수) 답 ③

1168 서로 다른 탄산음료 3개를 한 묶음으로 생각하여 5개를 일렬로 세우는 경우의 수는

$$5!=120$$

서로 다른 탄산음료 3개의 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$3!=6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$120\cdot6=720$$ 답 ①

1169 A와 D를 한 사람으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$3!=6$$

A와 D가 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$2!=2$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6\cdot2=12$$ 답 12

1170 4쌍의 부부를 각각 한 사람으로 생각하여 4명이 일렬로 앉는 경우의 수는

$$4!=24$$

4쌍의 부부가 각각 부부끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$2!\cdot2!\cdot2!\cdot2!=16$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$24\cdot16=384$$ 답 ④

1171 학생 3명을 한 사람, 학부모 3명을 한 사람으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$4!=24$$

학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$3!=6$$

학부모끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$3!=6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$24\cdot6\cdot6=864$$ 답 864

1172 배우 2명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$2!=2$$

배우들 사이 및 양 끝의 3개의 자리에 가수 2명을 세우는 경우의 수는

$${}_3\mathrm{P}_2=6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$2\cdot6=12$$ 답 ②

1173 4개의 모음 o, u, i, e를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$$4!=24$$ ··· ❶

모음들 사이사이 및 양 끝의 5개의 자리에 3개의 자음 t, s, d를 나열하는 경우의 수는

$_5P_3=60$ ⋯ ❷

따라서 구하는 경우의 수는

$24\cdot60=1440$ ⋯ ❸

답 1440

채점 기준	비율
❶ 모음을 나열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	30 %
❷ 자음을 나열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	50 %
❸ 자음끼리 이웃하지 않게 나열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	20 %

1174 3개의 의자에만 학생이 앉으므로 빈 의자는 4개이다.
따라서 빈 의자들 사이사이 및 양 끝의 5개의 자리에 학생이 앉은 의자 3개를 놓으면 되므로 구하는 경우의 수는

$_5P_3=60$ 답 60

참고 의자가 모두 똑같으므로 빈 의자 4개를 일렬로 나열하는 경우의 수는 1이다.

1175 A와 B를 한 묶음으로 생각하여 D와 E를 제외한 3개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$3!=6$

A와 B의 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2!=2$

3개의 문자의 사이사이 및 양 끝의 4개의 자리에 D, E를 나열하는 경우의 수는

$_4P_2=12$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\cdot2\cdot12=144$ 답 ③

1176 (i) 남자, 여자의 순서로 번갈아 세우는 경우의 수는

$3!\cdot3!=36$

(ii) 여자, 남자의 순서로 번갈아 세우는 경우의 수는

$3!\cdot3!=36$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$36+36=72$ 답 72

1177 빨간색 꽃은 4송이, 노란색 꽃은 3송이이므로 빨간색 꽃 4송이를 일렬로 심은 뒤 그 사이사이에 노란색 꽃 3송이를 심으면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는

$4!\cdot3!=24\cdot6=144$ 답 ③

1178 (i) 맨 앞자리에 짝수가 오는 경우
짝수 2, 4, 6, 8을 일렬로 나열한 후 그 사이사이에 홀수 1, 3, 5, 7, 9에서 3개를 택하여 나열하면 된다.
따라서 이 경우의 수는

$4!\cdot{}_5P_3=24\cdot60=1440$ ⋯ ❶

(ii) 맨 앞자리에 홀수가 오는 경우
홀수 1, 3, 5, 7, 9에서 4개를 택하여 일렬로 나열한 후 그 사이사이에 짝수 2, 4, 6, 8에서 3개를 택하여 나열하면 된다.
따라서 이 경우의 수는

$_5P_4\cdot{}_4P_3=120\cdot24=2880$ ⋯ ❷

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$1440+2880=4320$ ⋯ ❸

답 4320

채점 기준	비율
❶ 맨 앞자리에 짝수가 오도록 자연수를 만드는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❷ 맨 앞자리에 홀수가 오도록 자연수를 만드는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❸ 짝수와 홀수가 번갈아 나타나도록 자연수를 만드는 경우의 수를 구할 수 있다.	20 %

1179 남학생은 4명이므로 양 끝에 남학생 2명을 세우는 경우의 수는 $_4P_2=12$
양 끝의 남학생 2명을 제외한 나머지 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4!=24$
따라서 구하는 경우의 수는

$12\cdot24=288$ 답 ③

1180 구하는 경우의 수는 A를 제외한 나머지 4개의 문자 중에서 2개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로
A를 맨 뒤에 나열한 후 2개를 나열

$_4P_2=12$ 답 12

1181 부모 중 운전석에 앉을 사람을 정하는 경우의 수는

$_2P_1=2$

나머지 5명이 앉을 좌석을 정하는 경우의 수는

$_6P_5=720$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\cdot720=1440$ 답 ⑤

1182 모음 i, e를 세 군데의 홀수 번째 자리 중 두 군데에 나열하는 경우의 수는

$_3P_2=6$ ⋯ ❶

나머지 세 자리에 자음 3개를 나열하는 경우의 수는

$3!=6$ ⋯ ❷

따라서 구하는 경우의 수는

$6\cdot6=36$ ⋯ ❸

답 36

채점 기준	비율
❶ 모음을 나열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❷ 자음을 나열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❸ 문자를 나열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	20 %

1183 5개의 자리 중 흰 돌을 나열할 자리를 정하면 나머지 자리에 검은 돌을 크기순으로 나열하면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는

$_5P_2=20$ 답 20

다른 풀이 5개의 서로 다른 돌을 일렬로 나열하는 경우의 수는

$5!=120$

이때 검은 돌의 순서가 정해져 있으므로 검은 돌 3개를 일렬로 나열하는 경우를 모두 한 가지 경우로 생각해야 한다.

따라서 구하는 경우의 수는

$\frac{120}{3!}=20$

라쎈 특강

검은 돌 3개를 작은 것부터 차례대로 ❶, ❷, ❸, 흰 돌 2개를 ○, ◎라 하면 다음을 모두 한 가지 경우로 생각해야 한다.

○◎❶❷❸, ○◎❶❸❷, ○◎❷❶❸, ○◎❷❸❶, ○◎❸❶❷, ○◎❸❷❶

1184 지수와 미영이 사이에 2명이 앉도록 묶음을 만드는 경우의 수는

$\underbrace{2!}_{\text{지수와 미영이가 자리를 바꾸는 경우의 수}}\cdot\underbrace{{}_4P_2}_{\text{지수와 미영이를 제외한 4명 중에서 2명이 앉는 경우의 수}}=24$

이 묶음과 나머지 2명이 일렬로 앉는 경우의 수는

$3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$24\cdot6=144$ 답 ④

1185 d와 m 사이에 3개의 문자가 오도록 묶음을 만드는 경우의 수는

$2!\cdot{}_5P_3=120$

이 묶음과 나머지 2개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$3!=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$120\cdot6=720$ 답 ⑤

1186 (i) A와 B 사이에 2개의 문자가 오도록 묶음을 만드는 경우의 수는

$2!\cdot{}_3P_2=12$

이 묶음과 나머지 1개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$2!=2$

따라서 경우의 수는

$12\cdot2=24$ ··· ❶

(ii) A와 B 사이에 3개의 문자가 오도록 나열하는 경우의 수는

$2!\cdot{}_3P_3=12$ ··· ❷

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$24+12=36$ ··· ❸

답 36

채점 기준	비율
❶ A와 B 사이에 2개의 문자가 오도록 나열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❷ A와 B 사이에 3개의 문자가 오도록 나열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❸ A와 B 사이에 2개 이상의 문자가 오도록 나열하는 경우의 수를 구할 수 있다.	20 %

1187 5권의 책을 일렬로 꽂는 경우의 수는

$5!=120$

양 끝에 만화책을 꽂는 경우의 수는

${}_3P_2\cdot3!=36$

따라서 구하는 경우의 수는

$120-36=84$ 답 ④

1188 (1) 구하는 경우의 수는 8명의 선수 중에서 2명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수와 같으므로

${}_8P_2=56$ ··· ❶

(2) 구하는 경우의 수는 농구 선수 3명 중에서 2명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수와 같으므로

${}_3P_2=6$ ··· ❷

(3) 구하는 경우의 수는 모든 경우의 수에서 대표, 부대표를 모두 농구 선수로 뽑는 경우의 수를 뺀 것과 같으므로

$56-6=50$ ··· ❸

답 (1) 56 (2) 6 (3) 50

채점 기준	비율
❶ 모든 경우의 수를 구할 수 있다.	30 %
❷ 모두 농구 선수로 뽑는 경우의 수를 구할 수 있다.	30 %
❸ 적어도 한 명은 야구 선수로 뽑는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %

1189 7명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수는

$7!=5040$

여학생끼리 이웃하지 않게 세우는 경우의 수는 남학생 4명을 일렬로 세우고 남학생들 사이사이 및 양 끝의 5개의 자리에 여학생 3명을 세우는 경우의 수와 같으므로

$4!\cdot{}_5P_3=1440$

따라서 구하는 경우의 수는

$5040-1440=3600$ 답 3600

1190 6개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$6!=720$

A와 B 사이에 문자가 없도록 나열하는 경우의 수는 A와 B를 이웃하게 나열하는 경우의 수와 같다.

A와 B를 하나의 문자로 생각하여 5개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수는

$5!=120$

A와 B의 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2!=2$

즉 A와 B를 이웃하게 나열하는 경우의 수는

$120\cdot2=240$

따라서 구하는 경우의 수는

$720-240=480$ 답 ④

1191 일의 자리의 숫자가 홀수이어야 하므로 일의 자리의 숫자를 정하는 경우의 수는

${}_2P_1=2$

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 일의 자리의 숫자를 제외한 3개이다.
또 백의 자리와 십의 자리에는 천의 자리와 일의 자리의 숫자를 제외한 3개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 나열하면 되므로 그 경우의 수는

$_{3}P_{2}=6$

따라서 구하는 홀수의 개수는

$2\cdot3\cdot6=36$ 답 ①

1192 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 2, 4, 6, 8의 4개이다.
십의 자리와 일의 자리에는 백의 자리의 숫자를 제외한 4개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 나열하면 되므로 그 경우의 수는

$_{4}P_{2}=12$

따라서 구하는 세 자리 자연수의 개수는

$4\cdot12=48$ 답 48

1193 7개의 숫자로 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는

$_{7}P_{3}=210$

백의 자리와 일의 자리의 숫자가 모두 홀수인 자연수의 개수는

$_{4}P_{2}\cdot5=60$

백의 자리와 일의 자리에 1, 3, 5, 7 중 2개를 택하여 나열한다.

따라서 구하는 자연수의 개수는

$210-60=150$ 답 ④

다른 풀이 (i) 백의 자리의 숫자는 짝수, 일의 자리의 숫자는 홀수인 경우
백의 자리에 올 수 있는 숫자는
2, 4, 6의 3개
일의 자리에 올 수 있는 숫자는
1, 3, 5, 7의 4개
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 일의 자리의 숫자를 제외한 5개이므로 자연수의 개수는

$3\cdot4\cdot5=60$

(ii) 백의 자리의 숫자는 홀수, 일의 자리의 숫자는 짝수인 경우
백의 자리에 올 수 있는 숫자는
1, 3, 5, 7의 4개
일의 자리에 올 수 있는 숫자는
2, 4, 6의 3개
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 일의 자리의 숫자를 제외한 5개이므로 자연수의 개수는

$4\cdot3\cdot5=60$

(iii) 백의 자리와 일의 자리의 숫자가 모두 짝수인 경우
백의 자리와 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 4, 6의 3개이므로 그 경우의 수는

$_{3}P_{2}=6$

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 일의 자리의 숫자를 제외한 5개이므로 자연수의 개수는

$6\cdot5=30$

이상에서 구하는 자연수의 개수는

$60+60+30=150$

1194 5의 배수이려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 5이어야 한다.
(i) 일의 자리의 숫자가 0인 경우
일의 자리의 숫자가 0인 네 자리 자연수의 개수는 0을 제외한 5개의 숫자 중에서 3개를 택하여 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$_{5}P_{3}=60$ ··· ❶

(ii) 일의 자리의 숫자가 5인 경우
천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 5를 제외한 1, 2, 3, 4의 4개이다.
또 백의 자리, 십의 자리에는 천의 자리와 일의 자리의 숫자를 제외한 4개의 숫자 중에서 2개를 택하여 일렬로 나열하면 되므로 그 경우의 수는

$_{4}P_{2}=12$

따라서 일의 자리의 숫자가 5인 네 자리 자연수의 개수는

$4\cdot12=48$ ··· ❷

(i), (ii)에서 구하는 5의 배수의 개수는

$60+48=108$ ··· ❸

답 108

채점 기준	비율
❶ 일의 자리의 숫자가 0인 자연수의 개수를 구할 수 있다.	40 %
❷ 일의 자리의 숫자가 5인 자연수의 개수를 구할 수 있다.	40 %
❸ 5의 배수의 개수를 구할 수 있다.	20 %

라쎈 특강

배수의 판정
① 2의 배수: 일의 자리의 숫자가 0 또는 2의 배수인 수
② 3의 배수: 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수인 수
③ 4의 배수: 끝의 두 자리 수가 00이거나 4의 배수인 수
④ 5의 배수: 일의 자리의 숫자가 0 또는 5인 수

1195 a로 시작하는 것의 개수는 $4!=24$
ba로 시작하는 것의 개수는 $3!=6$
bc로 시작하는 것의 개수는 $3!=6$
bd로 시작하는 것의 개수는 $3!=6$
bea로 시작하는 것의 개수는 $2!=2$
bec로 시작하는 것은 순서대로
$becad$, $becda$의 2개
따라서 $abcde$부터 $becda$까지의 개수는

$24+6+6+6+2+2=46$

이므로 $becda$는 46번째에 온다. 답 46번째

1196 320보다 작은 자연수는 1□□, 2□□, 30□, 31□ 꼴이다.
1□□ 꼴인 자연수의 개수는 $_{5}P_{2}=20$
2□□ 꼴인 자연수의 개수는 $_{5}P_{2}=20$ ··· ❶
30□ 꼴인 자연수의 개수는 4
31□ 꼴인 자연수의 개수는 4 ··· ❷

09 순열

따라서 구하는 자연수의 개수는

$20+20+4+4=48$ ⋯ ❸

답 48

채점 기준	비율
❶ 1□□, 2□□ 꼴인 자연수의 개수를 구할 수 있다.	40 %
❷ 30□, 31□ 꼴인 자연수의 개수를 구할 수 있다.	40 %
❸ 320보다 작은 자연수의 개수를 구할 수 있다.	20 %

1197 8□□□ 꼴인 자연수의 개수는 $3!=6$

6□□□ 꼴인 자연수의 개수는 $3!=6$

48□□ 꼴인 자연수의 개수는 $2!=2$

46□□ 꼴인 자연수는 큰 수부터 4682, 4628의 2개

따라서 8642부터 4628까지의 자연수의 개수는

$6+6+2+2=16$

이므로 4628은 16번째로 큰 수이다. 답 ②

참고 4628이 몇 번째로 큰 수인지 묻고 있으므로 작은 수가 아닌 큰 수부터 차례대로 개수를 구해야 한다.

1198 a, n, s, w, e, r를 사전식으로 배열하면 a, e, n, r, s, w의 순이다.

a로 시작하는 것의 개수는 $5!=120$

e로 시작하는 것의 개수는 $5!=120$

na로 시작하는 것의 개수는 $4!=24$

ne로 시작하는 것의 개수는 $4!=24$

nra로 시작하는 것의 개수는 $3!=6$

따라서 aenrsw부터 nrawse까지의 개수는 — nra로 시작하는 것 중 제일 마지막

$120+120+24+24+6=294$

이므로 295번째에 오는 것은 nre로 시작하는 것 중 제일 처음의 것이다.

∴ nreasw 답 ③

1199 전략 원판 A가 가리키는 수에 따라 경우를 나누어 생각한다.

풀이 (i) $a=2$일 때,

$a<b$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(2, 3)$, $(2, 5)$, $(2, 8)$의 3개

(ii) $a=4$일 때,

$a<b$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(4, 5)$, $(4, 8)$의 2개

(iii) $a=7$일 때,

$a<b$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(7, 8)$의 1개

이상에서 구하는 경우의 수는

$3+2+1=6$ 답 6

다른 풀이 (i) $b=2$일 때,

$a<b$를 만족시키는 a의 값은 없다.

(ii) $b=3$일 때,

$a<b$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(2, 3)$의 1개

(iii) $b=5$일 때,

$a<b$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(2, 5)$, $(4, 5)$의 2개

(iv) $b=8$일 때,

$a<b$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(2, 8)$, $(4, 8)$, $(7, 8)$의 3개

이상에서 구하는 경우의 수는

$1+2+3=6$

1200 전략 펜의 개수를 x, 노트의 권수를 y라 하고 부등식을 세운다.

풀이 500원짜리 펜을 x개, 1000원짜리 노트를 y권 산다고 하면

$0<500x+1000y\le2000$ — 적어도 1개는 구매해야 한다.

∴ $0<x+2y\le4$ (단, x, y는 음이 아닌 정수)

따라서

$x+2y=1$ 또는 $x+2y=2$ 또는 $x+2y=3$ 또는 $x+2y=4$

이다.

(i) $x+2y=1$일 때, 순서쌍 (x, y)는

$(1, 0)$의 1개

(ii) $x+2y=2$일 때, 순서쌍 (x, y)는

$(0, 1)$, $(2, 0)$의 2개

(iii) $x+2y=3$일 때, 순서쌍 (x, y)는

$(1, 1)$, $(3, 0)$의 2개

(iv) $x+2y=4$일 때, 순서쌍 (x, y)는

$(0, 2)$, $(2, 1)$, $(4, 0)$의 3개

이상에서 구하는 경우의 수는

$1+2+2+3=8$ 답 ③

1201 전략 각 항의 문자가 모두 다를 때, 전개식의 항의 개수는 각 다항식의 항의 개수의 곱과 같음을 이용한다.

풀이 $(x+y+z+w)(a+b+c)(p+q)$의 전개식에서 a, p를 포함하지 않는 항의 개수는

$4\cdot2\cdot1=8$ — $(x+y+z+w)(b+c)q$의 전개식의 항과 같다. 답 ⑤

1202 전략 약수의 개수를 구하는 공식을 이용한다.

풀이 $1\cdot2\cdot3\cdot3\cdot3\cdot5\cdot5=2\cdot3^3\cdot5^2$

따라서 뽑은 카드에 적힌 숫자를 모두 곱한 값이 될 수 있는 수는 $2\cdot3^3\cdot5^2$의 양의 약수 중에서 1을 제외한 수이므로 구하는 수의 개수는 — 2장 이상의 카드를 뽑는다.

$(1+1)(3+1)(2+1)-1=23$ 답 ①

1203 전략 각각의 추마다 이용하거나 이용하지 않는 2가지의 경우가 있음을 이용한다.

풀이 각각의 추마다 이용하거나 이용하지 않는 2가지의 경우가 있으므로 모든 경우의 수는

$2\cdot2\cdot2\cdot2=16$

이때 0 g을 재는 것은 제외하므로 구하는 경우의 수는

$16-1=15$ 답 15