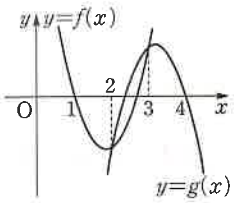
# B단계 유형 Master

## 유형 01 그래프를 이용한 부등식의 풀이 개념 08-1

① 부등식 $f(x)>0$의 해
➡ $y=f(x)$의 그래프가 $x$축보다 위쪽에 있는 부분의 $x$의 값의 범위
② 부등식 $f(x)>g(x)$의 해
➡ $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 위쪽에 있는 부분의 $x$의 값의 범위

**1000** 대표문제

두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 부등식 $f(x)>g(x)$의 해는?

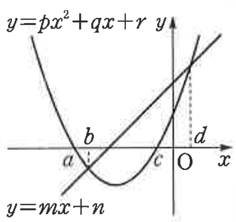



① $x<1$ 또는 $x>2$
② $1<x<4$
③ $x<2$ 또는 $x>3$
④ $2<x<3$
⑤ $2<x<4$

**1001** B⁰

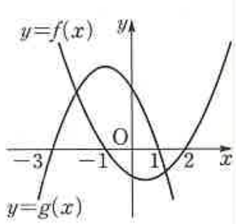
이차함수 $y=px^2+qx+r$의 그래프와 직선 $y=mx+n$이 오른쪽 그림과 같을 때, $x$에 대한 이차부등식 $px^2+(q-m)x+r-n\leq0$의 해를 구하시오.

(단, $p$, $q$, $r$, $m$, $n$은 상수이다.)




**1002** B⁺ 서술형

두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 부등식 $f(x)g(x)>0$의 해를 구하시오.




집중공략

## 유형 02 이차부등식의 풀이 개념 08-2

이차부등식 $f(x)>0$의 해는 이차방정식 $f(x)=0$의 판별식을 $D$라 할 때, 다음과 같이 구한다.
① $D>0$이면 $f(x)$를 인수분해하거나 근의 공식을 이용한다.
② $D\leq0$이면 $f(x)$를 $a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형한다.

**1003** 대표문제

이차부등식 $x^2+2x-15>0$의 해가 $x<\alpha$ 또는 $x>\beta$일 때, $\alpha-\beta$의 값은?

① $-8$ ② $-2$ ③ $2$
④ $8$ ⑤ $16$

**1004** B⁰

이차부등식 $x^2-x-20\leq0$의 해는?

① $-5\leq x\leq4$ ② $-4\leq x\leq5$
③ $4\leq x\leq5$ ④ $x\leq-5$ 또는 $x\geq4$
⑤ $x\leq-4$ 또는 $x\geq5$

**1005** B⁰ 서술형

이차부등식 $(3x+4)(x-3)<16$을 만족시키는 정수 $x$의 개수를 구하시오.

## 1006 B⁰

다음 이차부등식 중 해가 존재하지 않는 것은?

① $x^2-10x+25\leq 0$

② $x^2-2x+3\leq 0$

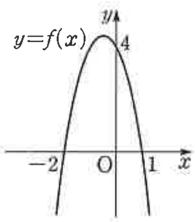
③ $-4x^2+4x-\frac{7}{4}<0$

④ $9x^2\leq 6x-1$

⑤ $2(x^2+5)>x^2-8x-6$

## 1007 B⁺

이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같다. 부등식 $f(x)+8\geq 0$의 해가 $\alpha\leq x\leq\beta$일 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하시오.




집중공략

### 유형 03 해가 주어진 이차부등식 개념 08-3

① 해가 $\alpha<x<\beta$이고 $x^2$의 계수가 1인 이차부등식은
$(x-\alpha)(x-\beta)<0$

② 해가 $x<\alpha$ 또는 $x>\beta\ (\alpha<\beta)$이고 $x^2$의 계수가 1인 이차부등식은
$(x-\alpha)(x-\beta)>0$

## 1008 대표문제

이차부등식 $2x^2+ax+b\leq 0$의 해가 $-4\leq x\leq 2$일 때, 실수 $a$, $b$에 대하여 $a-b$의 값은?

① 18 ② 19 ③ 20
④ 21 ⑤ 22

## 1009 B⁰

이차부등식 $x^2+ax+3>0$의 해가 $x<1$ 또는 $x>b$일 때, 실수 $a$, $b$에 대하여 $ab$의 값은? (단, $b>1$)

① $-12$ ② $-10$ ③ $-8$
④ $-6$ ⑤ $-4$

## 1010 B⁰

이차부등식 $ax^2+bx+2<0$의 해가 $\frac{1}{3}<x<1$일 때, 부등식 $bx+a>0$의 해를 구하시오. (단, $a$, $b$는 실수이다.)

## 1011 B⁰ 서술형

이차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)=6$이고 부등식 $f(x)\leq 0$의 해가 $-2\leq x\leq 0$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

## 1012 B⁺

이차부등식 $ax^2+bx+c<0$의 해가 $x<-3$ 또는 $x>5$일 때, 이차부등식 $cx^2+bx+a>0$의 해는?

(단, $a$, $b$, $c$는 실수이다.)

① $x<-\frac{1}{5}$

② $-\frac{1}{5}<x<\frac{1}{3}$

③ $-\frac{1}{3}<x<\frac{1}{5}$

④ $x<-\frac{1}{5}$ 또는 $x>\frac{1}{3}$

⑤ $x<-\frac{1}{3}$ 또는 $x>\frac{1}{5}$

## 유형 04 부등식 $f(x)<0$과 부등식 $f(ax+b)<0$의 관계
개념 08-3

이차식 $f(x)=p(x-\alpha)(x-\beta)$에 대하여
$f(ax+b)=p(ax+b-\alpha)(ax+b-\beta)$
임을 이용한다.

**1013** 대표문제

$x$에 대한 이차부등식 $f(x)<0$의 해가 $-1<x<4$일 때, 부등식 $f(2x)<0$의 해를 구하시오.

**1014** B0

$x$에 대한 이차부등식 $f(x)\le 0$의 해가 $2\le x\le 5$일 때, 부등식 $f(3x-1)\ge 0$의 해는 $x\le\alpha$ 또는 $x\ge\beta$이다. 이때 $\alpha\beta$의 값은?

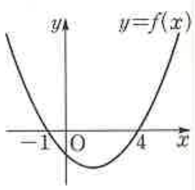
① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$
④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

**1015** B0

$x$에 대한 이차부등식 $f(x)<0$의 해가 $x<-2$ 또는 $x>6$일 때, 부등식 $f(-x)>0$을 만족시키는 정수 $x$의 개수를 구하시오.

**1016** B0 서술형

이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 부등식 $f\left(\frac{x+1}{2}\right)<0$의 해는 $\alpha<x<\beta$이다. 이때 $\alpha+\beta$의 값을 구하시오.




**1017** B+

이차부등식 $ax^2+bx+c\ge 0$의 해가 $x\le 3$ 또는 $x\ge 4$일 때, 부등식 $a(x-5)^2+b(x-5)+c<0$의 해를 구하시오. (단, $a$, $b$, $c$는 실수이다.)

## 유형 05 절댓값 기호를 포함한 이차부등식
개념 08-2

절댓값 기호를 포함한 이차부등식은 절댓값 기호 안의 식의 값이 0이 되는 $x$의 값을 기준으로 하여 $x$의 값의 범위를 나누어 푼다.
이때 $|f(x)|<c$, $|f(x)|>c\,(c>0)$ 꼴의 부등식은 다음을 이용한다.
① $|f(x)|<c$ ⇨ $-c<f(x)<c$
② $|f(x)|>c$ ⇨ $f(x)<-c$ 또는 $f(x)>c$

**1018** 대표문제

부등식 $x^2-|x|-2<0$의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, $\frac{\beta}{\alpha}$의 값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $-\frac{1}{2}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2

**1019** B0

부등식 $x^2-5x\le|x-5|$를 만족시키는 정수 $x$의 개수를 구하시오.

**1020** B0 서술형

부등식 $|x^2-1|>3$의 해를 구하시오.

08 이차부등식

## 유형 06 이차부등식의 해가 한 개일 조건 개념 08-2

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 $D$라 할 때
① $ax^2+bx+c\geq 0$의 해가 한 개이다. ➡ $a<0$, $D=0$
② $ax^2+bx+c\leq 0$의 해가 한 개이다. ➡ $a>0$, $D=0$

**1021** 대표 문제

이차부등식 $x^2-4x+a\leq 0$의 해가 오직 한 개 존재할 때, 실수 $a$의 값은?

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

**1022** B0 서술형

이차부등식 $-x^2+kx-5\geq 0$의 해가 오직 한 개 존재하도록 하는 모든 실수 $k$의 값의 곱을 구하시오.

**1023** B0

이차부등식 $(a+1)x^2+2(a+1)x+2\leq 0$의 해가 오직 한 개 존재할 때, 실수 $a$의 값을 구하시오.

## 유형 07 이차부등식이 해를 가질 조건 개념 08-2, 4

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 $D$라 할 때,
① 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$이 해를 갖는다.
➡ $a>0$ 또는 $a<0$, $D>0$
② 이차부등식 $ax^2+bx+c<0$이 해를 갖는다.
➡ $a<0$ 또는 $a>0$, $D>0$

**1024** 대표 문제

이차부등식 $x^2-x+a<0$이 해를 갖도록 하는 실수 $a$의 값의 범위를 구하시오.

**1025** B0

이차부등식 $-2x^2+4x-a>0$이 해를 갖도록 하는 정수 $a$의 최댓값은?

① $-2$　② $-1$　③ 0
④ 1　⑤ 2

**1026** B+

이차부등식 $ax^2+4x+a>0$이 해를 갖도록 하는 실수 $a$의 값의 범위는?

① $a<-2$ 또는 $a>0$　② $-2<a<0$ 또는 $a>0$
③ $-2\leq a<0$　④ $a<0$ 또는 $0<a<2$
⑤ $0<a\leq 2$

집중공략

## 유형 08 이차부등식이 항상 성립할 조건 개념 08-4

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 $D$라 할 때, 모든 실수 $x$에 대하여
① $ax^2+bx+c>0$이 성립한다. ⇨ $a>0$, $D<0$
② $ax^2+bx+c\ge0$이 성립한다. ⇨ $a>0$, $D\le0$
③ $ax^2+bx+c<0$이 성립한다. ⇨ $a<0$, $D<0$
④ $ax^2+bx+c\le0$이 성립한다. ⇨ $a<0$, $D\le0$

**1027** 대표 문제

이차부등식 $kx^2+4kx+8>0$이 모든 실수 $x$에 대하여 성립하도록 하는 실수 $k$의 값의 범위가 $\alpha<k<\beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

**1028** B⁰

이차부등식 $x^2+(a+3)x+2a+3\ge0$의 해가 모든 실수가 되도록 하는 실수 $a$의 값의 범위를 구하시오.

**1029** B⁺

실수 $x$의 값에 관계없이 이차부등식

$$(k-1)x^2+2(k-1)x-1\le0$$

이 항상 성립하도록 하는 정수 $k$의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

## 유형 09 이차부등식이 해를 갖지 않을 조건 개념 08-4

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 $D$라 할 때,
① 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$이 해를 갖지 않는다.
⇨ 모든 실수 $x$에 대하여 이차부등식 $ax^2+bx+c\le0$이 성립한다.
⇨ $a<0$, $D\le0$
② 이차부등식 $ax^2+bx+c<0$이 해를 갖지 않는다.
⇨ 모든 실수 $x$에 대하여 이차부등식 $ax^2+bx+c\ge0$이 성립한다.
⇨ $a>0$, $D\le0$

**1030** 대표 문제

이차부등식 $x^2-(k-8)x+k<0$이 해를 갖지 않도록 하는 실수 $k$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.

**1031** B⁰

이차함수 $f(x)=x^2-2ax+7a$에 대하여 이차부등식 $f(x)\le0$을 만족시키는 해가 없도록 하는 정수 $a$의 개수는?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

**1032** B⁰

이차부등식 $-x^2+4(a+2)x+a+2>0$의 해가 존재하지 않도록 하는 정수 $a$의 값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ 0
④ 1 ⑤ 2

**1033** B⁺ 서술형

이차부등식 $(k-4)x^2-2(k-4)x-1>0$의 해가 존재하지 않도록 하는 실수 $k$의 값의 범위를 구하시오.

08 이차부등식

유형 10 제한된 범위에서 항상 성립하는 이차부등식 개념 08-2

① $\alpha\le x\le\beta$에서 이차부등식 $f(x)>0$이 항상 성립한다.
➡ $\alpha\le x\le\beta$에서 $(f(x)$의 최솟값$)>0$이다.
② $\alpha\le x\le\beta$에서 이차부등식 $f(x)<0$이 항상 성립한다.
➡ $\alpha\le x\le\beta$에서 $(f(x)$의 최댓값$)<0$이다.

**1034** 대표문제

$-1\le x\le 3$에서 이차부등식 $x^2-4x+2a^2-a+1>0$이 항상 성립할 때, 실수 $a$의 값의 범위를 구하시오.

**1035** B0

$-4\le x\le -2$에서 이차부등식 $x^2+3x-1\ge x-4a^2$이 항상 성립하도록 하는 자연수 $a$의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

**1036** B0

$0\le x\le 2$에서 이차부등식 $2x^2-4x+a^2-3a+2<0$이 항상 성립할 때, 실수 $a$의 값의 범위를 구하시오.

**1037** B+

이차부등식 $2x^2+5x-3\le 0$을 만족시키는 모든 실수 $x$에 대하여 이차부등식 $-x^2+x\le 5x-a$가 성립할 때, 실수 $a$의 최댓값을 구하시오.

유형 11 두 그래프의 위치 관계와 이차부등식 ; 만나는 경우 개념 08-1, 2, 3

① 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 직선 $y=mx+n$보다 위쪽에 있는 부분의 $x$의 값의 범위
➡ 이차부등식 $ax^2+bx+c>mx+n$의 해
② 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 직선 $y=mx+n$보다 아래쪽에 있는 부분의 $x$의 값의 범위
➡ 이차부등식 $ax^2+bx+c<mx+n$의 해

**1038** 대표문제

이차함수 $y=x^2-x+5$의 그래프가 직선 $y=2x+15$보다 위쪽에 있는 부분의 $x$의 값의 범위를 구하시오.

**1039** B0

이차함수 $y=3x^2+2x-8$의 그래프가 직선 $y=-x+10$보다 아래쪽에 있는 부분의 $x$의 값이 아닌 것은?

① $-3$ ② $-2$ ③ $-1$
④ 0 ⑤ 1

**1040** B0

이차함수 $y=-x^2+ax-b$의 그래프가 직선 $y=-x+5$보다 위쪽에 있는 부분의 $x$의 값의 범위가 $5<x<6$일 때, 상수 $a$, $b$에 대하여 $b-a$의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15
④ 20 ⑤ 25

**1041** B0 서술형

이차함수 $y=2x^2-3x-3$의 그래프가 이차함수 $y=x^2+mx+n$의 그래프보다 아래쪽에 있는 부분의 $x$의 값의 범위가 $-1<x<2$일 때, 상수 $m$, $n$에 대하여 $m+n$의 값을 구하시오.

## 유형 12 두 그래프의 위치 관계와 이차부등식 ; 만나지 않는 경우 개념 08-1, 4

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 직선 $y=mx+n$과 만나지 않는다.
⇨ 이차방정식 $ax^2+(b-m)x+c-n=0$의 판별식을 $D$라 할 때, $D<0$이다.

**1042** 대표 문제
이차함수 $y=-2x^2-4x+1$의 그래프가 직선 $y=ax+3$보다 항상 아래쪽에 있도록 하는 실수 $a$의 값의 범위를 구하시오.

**1043** B⁰
이차함수 $y=x^2-3x+1$의 그래프가 직선 $y=kx-3$보다 항상 위쪽에 있도록 하는 정수 $k$의 최댓값을 $M$, 최솟값을 $m$이라 할 때, $Mm$의 값은?

① $-7$ ② $-6$ ③ $0$
④ $6$ ⑤ $7$

**1044** B⁰ 서술형
이차함수 $y=x^2-kx$의 그래프가 직선 $y=-3$과 만나지 않도록 하는 정수 $k$의 개수를 구하시오.

## 유형 13 이차부등식의 활용 개념 08-2

이차부등식의 활용 문제는 다음과 같은 순서로 푼다.
(i) 주어진 조건을 이용하여 부등식을 세운다.
(ii) 부등식을 풀어 문제의 답을 구한다. 이때 미지수의 값의 범위에 주의한다.

**1045** 대표 문제
어느 구두의 가격이 10만 원이면 하루에 30켤레가 판매되고, 가격을 $x$만 원 인상하면 하루 판매량은 $2x$켤레 줄어든다고 한다. 가격을 인상하여 하루 판매액이 308만 원 이상이 되도록 할 때, $x$의 최댓값을 구하시오.

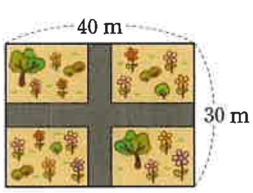
**1046** B⁰
어떤 야구 선수가 방망이로 친 야구공의 $t$초 후의 지면으로부터의 높이를 $h$ m라 할 때,

$h=-5t^2+8t+0.8$

의 관계가 성립한다고 한다. 이 야구공의 높이가 3.2 m 이상인 시간은 몇 초 동안인가?

① $\frac{2}{5}$초 ② $\frac{4}{5}$초 ③ $\frac{6}{5}$초
④ $\frac{8}{5}$초 ⑤ 2초

**1047** B⁰ 서술형
오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 40 m, 30 m인 직사각형 모양의 땅에 폭이 일정한 도로를 만들었다. 도로를 제외한 땅의 넓이가 600 m² 이상이 되도록 할 때, 도로의 최대 폭은 몇 m인지 구하시오.
(단, 도로는 직사각형의 가로 또는 세로와 평행하다.)




08 이차부등식

집중공략

## 유형 14 연립이차부등식의 풀이

개념 08-5

연립이차부등식은 다음과 같은 순서로 푼다.
(i) 연립부등식을 이루고 있는 각 부등식의 해를 구한다.
(ii) (i)에서 구한 해를 수직선 위에 나타내어 공통부분을 구한다.

**1048** 대표문제

연립부등식 $\begin{cases} x^2+3x-10>0 \\ x^2-x-12\le 0 \end{cases}$의 해가 $a<x\le b$일 때, $ab$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

**1049** B 서술형

연립부등식 $\begin{cases} 2x+6<0 \\ x^2+6x-7<0 \end{cases}$을 만족시키는 모든 정수 $x$의 값의 합을 구하시오.

**1050** B

연립부등식 $\begin{cases} |x-2|<6 \\ x^2-10x+9>0 \end{cases}$을 만족시키는 정수 $x$의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

**1051** B

부등식 $x^2+5x-3\le 3x^2\le -x+2$를 만족시키는 실수 $x$의 최댓값을 구하시오.

**1052** B

연립부등식 $\begin{cases} x^2+x-2\ge 0 \\ x^2+4\le 9x-x^2 \end{cases}$의 해가 이차부등식 $ax^2+10x+b\ge 0$의 해와 같을 때, 실수 $a$, $b$에 대하여 $a-b$의 값은?

① $-10$ ② $-6$ ③ 4 ④ 6 ⑤ 10

집중공략

## 유형 15 해가 주어진 연립이차부등식

개념 08-5

연립부등식의 해가 주어지면 각 부등식의 해의 공통부분이 주어진 해와 일치하도록 수직선 위에 나타내어 미정계수를 결정한다.

**1053** 대표문제

연립부등식 $\begin{cases} x^2-4x>0 \\ (x-a)(x-5)<0 \end{cases}$의 해가 $4<x<5$일 때, 실수 $a$의 값의 범위를 구하시오.

**1054** B

연립부등식 $\begin{cases} x^2+ax+b\ge 0 \\ x^2+cx+d\le 0 \end{cases}$의 해가 $1\le x\le 4$ 또는 $x=6$일 때, 실수 $a$, $b$, $c$, $d$에 대하여 $a+b+c+d$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

**1055** B⁰

연립부등식 $\begin{cases} x^2+9x+14\le0 \\ x^2+(a+2)x+2a<0 \end{cases}$의 해가 없도록 하는 실수 $a$의 값의 범위는?

① $a\ge-2$ ② $a>-2$ ③ $a\le2$
④ $a>2$ ⑤ $a\ge2$

**1056** B⁺ 서술형

연립부등식 $\begin{cases} x^2+2x-15>0 \\ |x-a|\le1 \end{cases}$의 해가 존재하도록 하는 자연수 $a$의 최솟값을 구하시오.

**유형 16 정수인 해의 개수가 주어진 연립이차부등식** 개념 08-5

연립부등식의 정수인 해가 $n$개이면 각 부등식의 해의 공통부분에 $n$개의 정수가 포함되도록 수직선 위에 나타내어 미정계수를 결정한다.

**1057** 대표문제

연립부등식 $\begin{cases} x^2-4x-12\le0 \\ (x-8)(x-a)\le0 \end{cases}$을 만족시키는 정수 $x$의 개수가 3일 때, 실수 $a$의 값의 범위를 구하시오.

**1058** B⁰

연립부등식 $\begin{cases} |x-3|<k \\ x^2-2x-3\le0 \end{cases}$을 만족시키는 정수 $x$의 개수가 5일 때, 자연수 $k$의 최솟값을 구하시오.

**1059** B⁰

연립부등식 $\begin{cases} x^2-5x+6>0 \\ x^2-(a+4)x+4a<0 \end{cases}$을 만족시키는 정수 $x$의 값이 1뿐일 때, 실수 $a$의 값의 범위는?

① $0<a\le1$ ② $0\le a<1$ ③ $1<a<2$
④ $5<a<6$ ⑤ $5\le a<6$

**유형 17 연립이차부등식의 활용** 개념 08-5

연립이차부등식의 활용 문제는 다음과 같은 순서로 푼다.
(i) 문제의 의미를 파악하여 구하는 것을 미지수 $x$로 놓는다.
(ii) 주어진 조건을 이용하여 연립부등식을 세운다.
(iii) 연립부등식을 풀어 문제의 답을 구한다.

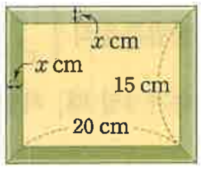
**1060** 대표문제

세 변의 길이가 각각 $x-1$, $x$, $x+1$인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 정수 $x$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

08 이차부등식

## 1061 B0

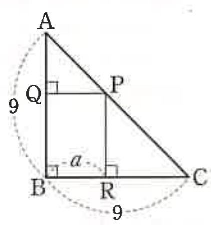



오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20 cm, 15 cm인 직사각형 모양의 액자의 둘레에 너비가 $x$ cm인 테두리 장식을 붙이려고 한다. 테두리 장식의 넓이가 114 $\text{cm}^2$ 이상 200 $\text{cm}^2$ 이하가 되도록 할 때, $x$의 값의 범위를 구하시오.

## 1062 B0 서술형

한 모서리의 길이가 $a$인 정육면체의 밑면의 가로의 길이를 5만큼 늘이고, 높이를 3만큼 줄여서 직육면체를 만들려고 한다. 이 직육면체의 부피가 처음 정육면체의 부피보다 작아지도록 하는 자연수 $a$의 개수를 구하시오.

## 1063 B+




오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{BC}=9$인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 빗변 AC 위의 점 P에서 변 AB와 변 BC에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 할 때, 직사각형 PQBR의 넓이는 두 삼각형 AQP와 PRC의 각각의 넓이보다 크다. $\overline{BR}=a$일 때, 모든 자연수 $a$의 값의 곱은?

① 12　② 18　③ 20
④ 30　⑤ 60

### 유형 18 이차방정식의 근의 판별과 이차부등식 개념 08-2, 5

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 $D$라 할 때
① 서로 다른 두 실근 ⇨ $D>0$
② 중근 ⇨ $D=0$
③ 서로 다른 두 허근 ⇨ $D<0$

## 1064 대표문제

다음 중 이차방정식 $x^2+2kx+3k=0$이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 $k$의 값이 아닌 것은?

① $-4$　② $-2$　③ 2
④ 4　⑤ 6

## 1065 B0

$x$에 대한 이차방정식 $x^2-4kx+k^2+1=0$이 허근을 갖도록 하는 실수 $k$의 값의 범위가 $\alpha<k<\beta$일 때, $\alpha\beta$의 값을 구하시오.

## 1066 B0

이차방정식 $x^2-2kx+9=0$은 허근을 갖고, 이차방정식 $x^2+2kx+k+2=0$은 실근을 갖도록 하는 정수 $k$의 개수는?

① 1　② 2　③ 3
④ 4　⑤ 5

## 1067 B+

$x$에 대한 이차방정식 $x^2+2(1-k)x-k^2-ak-1=0$이 실수 $k$의 값에 관계없이 항상 실근을 가질 때, 실수 $a$의 값의 범위를 구하시오.

정답 및 풀이 > 102쪽

## 유형 19 이차방정식의 실근의 부호 개념 08-6

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 $D$라 할 때

① 두 근이 모두 양수이다. ➡ $D\geq0$, $-\frac{b}{a}>0$, $\frac{c}{a}>0$

② 두 근이 모두 음수이다. ➡ $D\geq0$, $-\frac{b}{a}<0$, $\frac{c}{a}>0$

③ 두 근이 서로 다른 부호이다. ➡ $\frac{c}{a}<0$

**1068** 대표문제

이차방정식 $x^2-2\sqrt{2}kx+k+1=0$의 두 근이 모두 양수일 때, 실수 $k$의 값의 범위를 구하시오.

**1069** B⁰

이차방정식 $x^2-2(k+1)x+5-k=0$의 두 근이 모두 음수가 되도록 하는 실수 $k$의 최댓값은?

① $-6$ ② $-4$ ③ $-2$
④ $0$ ⑤ $2$

**1070** B⁺ 서술형

$x$에 대한 이차방정식 $x^2-(k-1)(k-2)x-k+2=0$의 두 근의 부호가 서로 다르고 음의 근의 절댓값이 양의 근보다 작도록 하는 실수 $k$의 값의 범위를 구하시오.

## 유형 20 이차방정식의 근의 분리 개념 08-7

이차방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a>0)$의 판별식을 $D$라 하고, $f(x)=ax^2+bx+c$라 할 때

① 두 근이 모두 $p$보다 크다. ➡ $D\geq0$, $f(p)>0$, $-\frac{b}{2a}>p$

② 두 근이 모두 $p$보다 작다. ➡ $D\geq0$, $f(p)>0$, $-\frac{b}{2a}<p$

③ 두 근 사이에 $p$가 있다. ➡ $f(p)<0$

**1071** 대표문제

이차방정식 $x^2+ax+9=0$의 두 근이 모두 1보다 크도록 하는 정수 $a$의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

**1072** B⁰

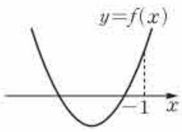
$x$에 대한 이차방정식 $x^2+(k-1)x+k^2-10=0$의 두 근 사이에 3이 있도록 하는 실수 $k$의 값의 범위가 $\alpha<k<\beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값은?

① $-5$ ② $-3$ ③ $-1$
④ $1$ ⑤ $3$

**1073** B⁰ 서술형

이차방정식 $x^2-2kx+k+20=0$의 두 근이 모두 5보다 작도록 하는 실수 $k$의 값의 범위를 구하시오.

**0998** $f(x)=x^2+6x-2k-1$이라 하면 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근이 모두 $-1$보다 작으므로 이차함수 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같아야 한다.




(i) 이차방정식 $f(x)=0$의 판별식을 $D$라 하면

$$\frac{D}{4}=3^2-1\cdot(-2k-1)\geq 0$$

$$10+2k\geq 0 \qquad \therefore k\geq -5$$

(ii) $f(-1)=1-6-2k-1>0$에서

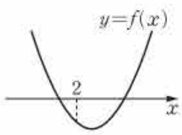
$$-2k>6 \qquad \therefore k<-3$$

(iii) 이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-3$이고 $-3<-1$이다.

이상에서 공통부분을 구하면

$-5\leq k<-3$ 답 $-5\leq k<-3$

**0999** $f(x)=x^2+(3-k)x+k-8$이라 하면 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근 사이에 2가 있으므로 이차함수 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같아야 한다.




따라서 $f(2)<0$이어야 하므로

$4+2(3-k)+k-8<0, \qquad -k+2<0$

$\therefore k>2$ 답 $k>2$

**1000** 부등식 $f(x)>g(x)$의 해는 $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 위쪽에 있는 부분의 $x$의 값의 범위이므로

$x<2$ 또는 $x>3$ 답 ③

**1001** $px^2+(q-m)x+r-n\leq 0$에서

$px^2+qx+r-(mx+n)\leq 0$

$\therefore px^2+qx+r\leq mx+n$

부등식 $px^2+qx+r\leq mx+n$의 해는 이차함수 $y=px^2+qx+r$의 그래프가 직선 $y=mx+n$보다 아래쪽에 있거나 만나는 부분의 $x$의 값의 범위이므로

$b\leq x\leq d$ 답 $b\leq x\leq d$

**1002** $f(x)g(x)>0$에서

$f(x)>0,\ g(x)>0$ 또는 $f(x)<0,\ g(x)<0$ ⋯ ❶

(i) $f(x)>0,\ g(x)>0$을 만족시키는 $x$의 값의 범위는

$f(x)>0$일 때, $\quad x<-1$ 또는 $x>2$ ⋯⋯ ㉠

$g(x)>0$일 때, $\quad -3<x<1$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$-3<x<-1$ ⋯ ❷

(ii) $f(x)<0,\ g(x)<0$을 만족시키는 $x$의 값의 범위는

$f(x)<0$일 때, $\quad -1<x<2$ ⋯⋯ ㉢

$g(x)<0$일 때, $\quad x<-3$ 또는 $x>1$ ⋯⋯ ㉣

㉢, ㉣의 공통부분을 구하면

$1<x<2$ ⋯ ❸

(i), (ii)에서 주어진 부등식의 해는

$-3<x<-1$ 또는 $1<x<2$ ⋯ ❹

답 $-3<x<-1$ 또는 $1<x<2$

| 채점 기준 | 비율 |
|---|---|
| ❶ $f(x)g(x)>0$이면 $f(x)>0,\ g(x)>0$ 또는 $f(x)<0,\ g(x)<0$임을 알 수 있다. | 10 % |
| ❷ $f(x)>0,\ g(x)>0$일 때 $x$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 40 % |
| ❸ $f(x)<0,\ g(x)<0$일 때 $x$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 40 % |
| ❹ $f(x)g(x)>0$의 해를 구할 수 있다. | 10 % |

**1003** $x^2+2x-15>0$에서 $\qquad (x+5)(x-3)>0$

$\therefore x<-5$ 또는 $x>3$

따라서 $\alpha=-5,\ \beta=3$이므로

$\alpha-\beta=-8$ 답 ①

다른 풀이 $\alpha,\ \beta$가 이차방정식 $x^2+2x-15=0$의 두 근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=-15$

$\therefore (\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=(-2)^2-4\cdot(-15)=64$

$\therefore \alpha-\beta=\pm 8$

이때 $\alpha<\beta$에서 $\alpha-\beta<0$이므로

$\alpha-\beta=-8$

**1004** $x^2-x-20\leq 0$에서 $\qquad (x+4)(x-5)\leq 0$

$\therefore -4\leq x\leq 5$ 답 ②

**1005** $(3x+4)(x-3)<16$에서

$3x^2-5x-12<16, \qquad 3x^2-5x-28<0$

$(3x+7)(x-4)<0$

$\therefore -\frac{7}{3}<x<4$ ⋯ ❶

따라서 정수 $x$는 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$의 6개이다. ⋯ ❷

답 6

| 채점 기준 | 비율 |
|---|---|
| ❶ 이차부등식의 해를 구할 수 있다. | 70 % |
| ❷ 정수 $x$의 개수를 구할 수 있다. | 30 % |

**1006** ① $x^2-10x+25=(x-5)^2\geq 0$

따라서 $x^2-10x+25\leq 0$의 해는 $x=5$이다.

② $x^2-2x+3=(x-1)^2+2\geq 2$

따라서 $x^2-2x+3\leq 0$의 해는 없다.

③ $-4x^2+4x-\frac{7}{4}<0$에서 $\qquad 4x^2-4x+\frac{7}{4}>0$

그런데 $4x^2-4x+\frac{7}{4}=(2x-1)^2+\frac{3}{4}\geq\frac{3}{4}$이므로 주어진 부등식의 해는 모든 실수이다.

④ $9x^2\leq 6x-1$에서 $\qquad 9x^2-6x+1\leq 0$

그런데 $9x^2-6x+1=(3x-1)^2\geq 0$이므로 주어진 부등식의 해는 $x=\frac{1}{3}$이다.

⑤ $2(x^2+5)>x^2-8x-6$에서 $\qquad x^2+8x+16>0$

그런데 $x^2+8x+16=(x+4)^2\geq 0$이므로 주어진 부등식의 해는 $x\neq -4$인 모든 실수이다.

답 ②

**1007** 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 $x$축과 두 점 $(-2,\ 0)$, $(1,\ 0)$에서 만나므로

$f(x)=a(x+2)(x-1)\ (a<0)$

로 놓을 수 있다.

이때 이 그래프가 점 $(0,\ 4)$를 지나므로

$4=-2a \quad \therefore a=-2$

$\therefore f(x)=-2(x+2)(x-1)$

$f(x)+8\geq 0$에서 $\quad -2(x+2)(x-1)+8\geq 0$

$(x+2)(x-1)-4\leq 0, \quad x^2+x-6\leq 0$

$(x+3)(x-2)\leq 0 \quad \therefore -3\leq x\leq 2$

따라서 $\alpha=-3$, $\beta=2$이므로

$\alpha^2+\beta^2=9+4=13$ 답 13

**라쎈 특강**

이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 $x$축과 두 점 $(\alpha,\ 0)$, $(\beta,\ 0)$에서 만나면

$f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)$

로 놓는다. 이때 이차함수의 그래프가 아래로 볼록하면 $a>0$, 위로 볼록하면 $a<0$이다.

**1008** 해가 $-4\leq x\leq 2$이고 $x^2$의 계수가 2인 이차부등식은

$2(x+4)(x-2)\leq 0 \quad \therefore 2x^2+4x-16\leq 0$

이 부등식이 $2x^2+ax+b\leq 0$과 같으므로

$a=4,\ b=-16$

$\therefore a-b=20$ 답 ③

다른 풀이 이차방정식 $2x^2+ax+b=0$의 두 근이 $-4$, 2이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-\frac{a}{2}=-4+2,\ \frac{b}{2}=-4\cdot 2 \quad \therefore a=4,\ b=-16$

$\therefore a-b=20$

**1009** 해가 $x<1$ 또는 $x>b$이고 $x^2$의 계수가 1인 이차부등식은

$(x-1)(x-b)>0 \quad \therefore x^2-(b+1)x+b>0$

이 부등식이 $x^2+ax+3>0$과 같으므로

$a=-(b+1),\ 3=b \quad \therefore a=-4,\ b=3$

$\therefore ab=-12$ 답 ①

다른 풀이 이차방정식 $x^2+ax+3=0$의 두 근이 1, $b$이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-a=1+b,\ 3=1\cdot b \quad \therefore a=-4,\ b=3$

$\therefore ab=-12$

**1010** 이차부등식 $ax^2+bx+2<0$의 해가 $\frac{1}{3}<x<1$이므로

$a>0$

해가 $\frac{1}{3}<x<1$이고 $x^2$의 계수가 1인 이차부등식은

$\left(x-\frac{1}{3}\right)(x-1)<0 \quad \therefore x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}<0$

양변에 $a$를 곱하면

$ax^2-\frac{4}{3}ax+\frac{1}{3}a<0\ (\because a>0)$

이 부등식이 $ax^2+bx+2<0$과 같으므로

$-\frac{4}{3}a=b,\ \frac{1}{3}a=2 \quad \therefore a=6,\ b=-8$

이것을 $bx+a>0$에 대입하면

$-8x+6>0, \quad -8x>-6$

$\therefore x<\frac{3}{4}$ 답 $x<\frac{3}{4}$

**1011** 부등식 $f(x)\leq 0$의 해가 $-2\leq x\leq 0$이므로

$f(x)=ax(x+2)\ (a>0)$

로 놓을 수 있다. ⋯ ❶

이때 $f(1)=6$에서 $\quad f(1)=a\cdot 1\cdot 3=6$

$\therefore a=2$ ⋯ ❷

따라서 $f(x)=2x(x+2)$이므로

$f(3)=2\cdot 3\cdot 5=30$ ⋯ ❸

답 30

| 채점 기준 | 비율 |
|---|---|
| ❶ $f(x)$를 이차식으로 나타낼 수 있다. | 50 % |
| ❷ $a$의 값을 구할 수 있다. | 30 % |
| ❸ $f(3)$의 값을 구할 수 있다. | 20 % |

**1012** 이차부등식 $ax^2+bx+c<0$의 해가 $x<-3$ 또는 $x>5$이므로

$a<0$

해가 $x<-3$ 또는 $x>5$이고 $x^2$의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+3)(x-5)>0 \quad \therefore x^2-2x-15>0$

양변에 $a$를 곱하면

$ax^2-2ax-15a<0\ (\because a<0)$

이 부등식이 $ax^2+bx+c<0$과 같으므로

$b=-2a,\ c=-15a$

이것을 $cx^2+bx+a>0$에 대입하면

$-15ax^2-2ax+a>0$

$15x^2+2x-1>0\ (\because -a>0)$

$(3x+1)(5x-1)>0$

$\therefore x<-\frac{1}{3}$ 또는 $x>\frac{1}{5}$ 답 ⑤

**1013** $f(x)<0$의 해가 $-1<x<4$이므로

$f(x)=a(x+1)(x-4)\ (a>0)$

라 하면

$f(2x)=a(2x+1)(2x-4)$

$\quad =2a(2x+1)(x-2)$

따라서 부등식 $f(2x)<0$의 해는 $2a(2x+1)(x-2)<0$에서

$(2x+1)(x-2)<0\ (\because a>0)$

$\therefore -\frac{1}{2}<x<2$ 답 $-\frac{1}{2}<x<2$

**1014** $f(x)\leq 0$의 해가 $2\leq x\leq 5$이므로

$f(x)=a(x-2)(x-5)\ (a>0)$

라 하면

$f(3x-1)=a(3x-1-2)(3x-1-5)$
$=9a(x-1)(x-2)$
즉 부등식 $f(3x-1)\ge0$의 해는 $9a(x-1)(x-2)\ge0$에서
$(x-1)(x-2)\ge0$ ($\because a>0$)
$\therefore x\le1$ 또는 $x\ge2$
따라서 $\alpha=1$, $\beta=2$이므로
$\alpha\beta=2$ 답 ④

**1015** $f(x)<0$의 해가 $x<-2$ 또는 $x>6$이므로
$f(x)=a(x+2)(x-6)$ $(a<0)$
이라 하면
$f(-x)=a(-x+2)(-x-6)$
$=a(x-2)(x+6)$
즉 부등식 $f(-x)>0$의 해는 $a(x-2)(x+6)>0$에서
$(x+6)(x-2)<0$ ($\because a<0$)
$\therefore -6<x<2$
따라서 정수 $x$는 $-5, -4, -3, \cdots, 1$의 7개이다. 답 7

**1016** 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 $x$축과 두 점 $(-1, 0)$, $(4, 0)$에서 만나므로
$f(x)=a(x+1)(x-4)(a>0)$
로 놓으면
$f\left(\frac{x+1}{2}\right)=a\left(\frac{x+1}{2}+1\right)\left(\frac{x+1}{2}-4\right)$
$=\frac{a}{4}(x+1+2)(x+1-8)$
$=\frac{a}{4}(x+3)(x-7)$ ··· ❶
즉 부등식 $f\left(\frac{x+1}{2}\right)<0$의 해는 $\frac{a}{4}(x+3)(x-7)<0$에서
$(x+3)(x-7)<0$ ($\because a>0$)
$\therefore -3<x<7$ ··· ❷
따라서 $\alpha=-3$, $\beta=7$이므로
$\alpha+\beta=4$ ··· ❸
답 4

| 채점 기준 | 비율 |
|---|---|
| ❶ $f\left(\frac{x+1}{2}\right)$을 이차식으로 나타낼 수 있다. | 40 % |
| ❷ 부등식 $f\left(\frac{x+1}{2}\right)<0$의 해를 구할 수 있다. | 40 % |
| ❸ $\alpha+\beta$의 값을 구할 수 있다. | 20 % |

다른 풀이 $f\left(\frac{x+1}{2}\right)<0$에서 $\frac{x+1}{2}=t$로 놓으면 주어진 그래프에서 $f(t)<0$을 만족시키는 $t$의 값의 범위는 $-1<t<4$이므로
$-1<\frac{x+1}{2}<4$, $-2<x+1<8$
$\therefore -3<x<7$
따라서 $\alpha=-3$, $\beta=7$이므로 $\alpha+\beta=4$

**1017** $f(x)=ax^2+bx+c$라 하면 $f(x)\ge0$의 해가 $x\le3$ 또는 $x\ge4$이므로
$f(x)=a(x-3)(x-4)(a>0)$
부등식 $a(x-5)^2+b(x-5)+c<0$, 즉 $f(x-5)<0$의 해는
$a(x-5-3)(x-5-4)<0$에서
$(x-8)(x-9)<0$ ($\because a>0$)
$\therefore 8<x<9$ 답 $8<x<9$

다른 풀이1 $f(x)=ax^2+bx+c$라 하면 $f(x)\ge0$의 해가
$x\le3$ 또는 $x\ge4$
이므로 $f(x)<0$의 해는 $3<x<4$이다.
따라서 $a(x-5)^2+b(x-5)+c<0$, 즉 $f(x-5)<0$의 해는
$3<x-5<4$ $\therefore 8<x<9$

다른 풀이2 $f(x)=ax^2+bx+c$라 하면
$f(x)=a(x-3)(x-4)(a>0)$
$=ax^2-7ax+12a$
따라서 $b=-7a$, $c=12a$이므로 이것을
$a(x-5)^2+b(x-5)+c<0$에 대입하면
$a(x-5)^2-7a(x-5)+12a<0$
$x^2-17x+72<0$ ($\because a>0$)
$(x-8)(x-9)<0$ $\therefore 8<x<9$

**1018** $x^2-|x|-2<0$에서
(i) $x\ge0$일 때,
$x^2-x-2<0$, $(x+1)(x-2)<0$
$\therefore -1<x<2$
그런데 $x\ge0$이므로
$0\le x<2$
(ii) $x<0$일 때,
$x^2+x-2<0$, $(x+2)(x-1)<0$
$\therefore -2<x<1$
그런데 $x<0$이므로
$-2<x<0$
(i), (ii)에서 주어진 부등식의 해는
$-2<x<2$
따라서 $\alpha=-2$, $\beta=2$이므로
$\frac{\beta}{\alpha}=-1$ 답 ②

다른 풀이 $x^2=|x|^2$이므로 주어진 부등식은
$|x|^2-|x|-2<0$, $(|x|+1)(|x|-2)<0$
$\therefore -1<|x|<2$
그런데 $|x|\ge0$이므로 $0\le|x|<2$
$\therefore -2<x<2$
따라서 $\alpha=-2$, $\beta=2$이므로 $\frac{\beta}{\alpha}=-1$

**1019** $x^2-5x\le|x-5|$에서
(i) $x\ge5$일 때,
$x^2-5x\le x-5$, $x^2-6x+5\le0$
$(x-1)(x-5)\le0$ $\therefore 1\le x\le5$
그런데 $x\ge5$이므로
$x=5$
(ii) $x<5$일 때,
$x^2-5x\le-(x-5)$, $x^2-4x-5\le0$

$(x+1)(x-5)\le 0 \qquad \therefore -1\le x\le 5$

그런데 $x<5$이므로

$-1\le x<5$

(i), (ii)에서 주어진 부등식의 해는

$-1\le x\le 5$

따라서 정수 $x$는 $-1, 0, 1, \cdots, 5$의 7개이다. 답 7

**1020** $|x^2-1|>3$에서

$x^2-1<-3$ 또는 $x^2-1>3$ ··· ❶

(i) $x^2-1<-3$에서

$x^2+2<0$

그런데 $x^2+2\ge 2$이므로 해는 없다.

(ii) $x^2-1>3$에서

$x^2-4>0, \qquad (x+2)(x-2)>0$

$\therefore x<-2$ 또는 $x>2$ ··· ❷

(i), (ii)에서 주어진 부등식의 해는

$x<-2$ 또는 $x>2$ ··· ❸

답 $x<-2$ 또는 $x>2$

| 채점 기준 | 비율 |
|---|---|
| ❶ 주어진 부등식을 변형할 수 있다. | 30 % |
| ❷ 각 부등식의 해를 구할 수 있다. | 50 % |
| ❸ 주어진 부등식의 해를 구할 수 있다. | 20 % |

**1021** 이차부등식 $x^2-4x+a\le 0$의 해가 오직 한 개 존재하므로 이차방정식 $x^2-4x+a=0$의 판별식을 $D$라 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-1\cdot a=0$

$4-a=0 \qquad \therefore a=4$ 답 ④

**1022** 이차부등식 $-x^2+kx-5\ge 0$의 해가 오직 한 개 존재하므로 이차방정식 $-x^2+kx-5=0$의 판별식을 $D$라 하면

$D=k^2-4\cdot(-1)\cdot(-5)=0$

$k^2-20=0$

$\therefore k=-2\sqrt{5}$ 또는 $k=2\sqrt{5}$ ··· ❶

따라서 모든 실수 $k$의 값의 곱은

$-2\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{5}=-20$ ··· ❷

답 $-20$

| 채점 기준 | 비율 |
|---|---|
| ❶ $k$의 값을 모두 구할 수 있다. | 70 % |
| ❷ 모든 실수 $k$의 값의 곱을 구할 수 있다. | 30 % |

**1023** 주어진 이차부등식의 해가 오직 한 개 존재하므로

$a+1>0 \qquad \therefore a>-1$ ······ ㉠

이차방정식 $(a+1)x^2+2(a+1)x+2=0$의 판별식을 $D$라 하면

$\frac{D}{4}=(a+1)^2-(a+1)\cdot 2=0$

$a^2-1=0 \qquad \therefore a=-1$ 또는 $a=1$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $a=1$ 답 1

**1024** 이차부등식 $x^2-x+a<0$이 해를 가지려면 이차방정식 $x^2-x+a=0$이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$D=(-1)^2-4\cdot 1\cdot a>0$

$1-4a>0 \qquad \therefore a<\frac{1}{4}$ 답 $a<\frac{1}{4}$

**1025** 이차부등식 $-2x^2+4x-a>0$이 해를 가지려면 이차방정식 $-2x^2+4x-a=0$이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$\frac{D}{4}=2^2-(-2)\cdot(-a)>0$

$4-2a>0 \qquad \therefore a<2$

따라서 정수 $a$의 최댓값은 1이다. 답 ④

**1026** (i) $a>0$일 때,

이차함수 $y=ax^2+4x+a$의 그래프는 아래로 볼록하므로 주어진 이차부등식은 항상 해를 갖는다.

(ii) $a<0$일 때,

주어진 이차부등식이 해를 가지려면 이차방정식 $ax^2+4x+a=0$이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$\frac{D}{4}=2^2-a\cdot a>0$

$4-a^2>0, \qquad (a+2)(a-2)<0$

$\therefore -2<a<2$

그런데 $a<0$이므로

$-2<a<0$

(i), (ii)에서 $a$의 값의 범위는

$-2<a<0$ 또는 $a>0$ 답 ②

참고 $a=0$이면 주어진 부등식이 이차부등식이 아니므로 $a\neq 0$이다.

**1027** 모든 실수 $x$에 대하여 $kx^2+4kx+8>0$이 성립해야 하므로 $k>0$ ······ ㉠

이차방정식 $kx^2+4kx+8=0$의 판별식을 $D$라 하면

$\frac{D}{4}=(2k)^2-k\cdot 8<0$

$4k^2-8k<0, \qquad k(k-2)<0$

$\therefore 0<k<2$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $k$의 값의 범위는

$0<k<2$

따라서 $\alpha=0$, $\beta=2$이므로

$\alpha+\beta=2$ 답 ②

**1028** 모든 실수 $x$에 대하여 $x^2+(a+3)x+2a+3\ge 0$이 성립해야 하므로 이차방정식 $x^2+(a+3)x+2a+3=0$의 판별식을 $D$라 하면

$D=(a+3)^2-4\cdot 1\cdot(2a+3)\le 0$

$a^2-2a-3\le 0, \qquad (a+1)(a-3)\le 0$

$\therefore -1\le a\le 3$ 답 $-1\le a\le 3$

**1029** 실수 $x$의 값에 관계없이 $(k-1)x^2+2(k-1)x-1\le0$이 항상 성립해야 하므로

$k-1<0 \quad \therefore k<1$ ······ ㉠

이차방정식 $(k-1)x^2+2(k-1)x-1=0$의 판별식을 $D$라 하면

$\frac{D}{4}=(k-1)^2-(k-1)\cdot(-1)\le0$

$k^2-k\le0, \quad k(k-1)\le0$

$\therefore 0\le k\le1$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $k$의 값의 범위는

$0\le k<1$

따라서 정수 $k$는 0의 1개이다. 답 ①

**1030** 주어진 부등식이 해를 갖지 않으려면 모든 실수 $x$에 대하여 부등식

$x^2-(k-8)x+k\ge0$

이 성립해야 한다.

이차방정식 $x^2-(k-8)x+k=0$의 판별식을 $D$라 하면

$D=\{-(k-8)\}^2-4\cdot1\cdot k\le0$

$k^2-20k+64\le0, \quad (k-4)(k-16)\le0$

$\therefore 4\le k\le16$

따라서 $k$의 최댓값은 16, 최솟값은 4이므로 구하는 합은

$16+4=20$ 답 20

참고 이차부등식이 해를 갖지 않을 조건은 이차부등식이 항상 성립할 조건으로 바꾸어 생각한다.

**1031** 이차부등식 $x^2-2ax+7a\le0$을 만족시키는 해가 없으려면 모든 실수 $x$에 대하여 부등식

$x^2-2ax+7a>0$

이 성립해야 한다.

이차방정식 $x^2-2ax+7a=0$의 판별식을 $D$라 하면

$\frac{D}{4}=(-a)^2-7a<0$

$a^2-7a<0, \quad a(a-7)<0$

$\therefore 0<a<7$

따라서 정수 $a$는 1, 2, 3, ⋯, 6의 6개이다. 답 ②

**1032** 주어진 부등식의 해가 존재하지 않으려면 모든 실수 $x$에 대하여 부등식

$-x^2+4(a+2)x+a+2\le0$

이 성립해야 한다.

이차방정식 $-x^2+4(a+2)x+a+2=0$의 판별식을 $D$라 하면

$\frac{D}{4}=\{2(a+2)\}^2-(-1)\cdot(a+2)\le0$

$4a^2+17a+18\le0, \quad (4a+9)(a+2)\le0$

$\therefore -\frac{9}{4}\le a\le-2$

따라서 정수 $a$의 값은 $-2$이다. 답 ①

**1033** 주어진 이차부등식의 해가 존재하지 않으려면 모든 실수 $x$에 대하여 부등식

$(k-4)x^2-2(k-4)x-1\le0$

이 성립해야 하므로

$k-4<0 \quad \therefore k<4$ ······ ㉠ ⋯ ❶

이차방정식 $(k-4)x^2-2(k-4)x-1=0$의 판별식을 $D$라 하면

$\frac{D}{4}=\{-(k-4)\}^2-(k-4)\cdot(-1)\le0$

$k^2-7k+12\le0, \quad (k-3)(k-4)\le0$

$\therefore 3\le k\le4$ ······ ㉡ ⋯ ❷

㉠, ㉡에서 $k$의 값의 범위는

$3\le k<4$ ⋯ ❸

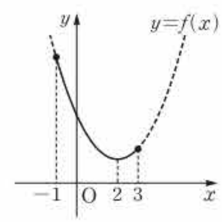
답 $3\le k<4$

| 채점 기준 | 비율 |
|---|---|
| ❶ $x^2$의 계수를 이용하여 $k$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 40 % |
| ❷ 이차방정식의 판별식을 이용하여 $k$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 40 % |
| ❸ $k$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 20 % |

**1034** $f(x)=x^2-4x+2a^2-a+1$이라 하면

$f(x)=(x-2)^2+2a^2-a-3$

$-1\le x\le3$에서 $f(x)>0$이어야 하므로 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같아야 한다.




$-1\le x\le3$에서 $f(x)$는 $x=2$일 때 최소이므로 $f(2)>0$에서

$2a^2-a-3>0$

$(a+1)(2a-3)>0$

$\therefore a<-1$ 또는 $a>\frac{3}{2}$ 답 $a<-1$ 또는 $a>\frac{3}{2}$

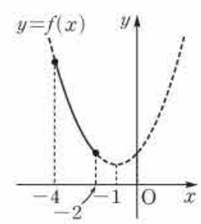
**1035** $x^2+3x-1\ge x-4a^2$에서

$x^2+2x+4a^2-1\ge0$

$f(x)=x^2+2x+4a^2-1$이라 하면

$f(x)=(x+1)^2+4a^2-2$

$-4\le x\le-2$에서 $f(x)\ge0$이어야 하므로 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같아야 한다.




$-4\le x\le-2$에서 $f(x)$는 $x=-2$일 때 최소이므로 $f(-2)\ge0$에서

$4a^2-1\ge0$

$(2a+1)(2a-1)\ge0$

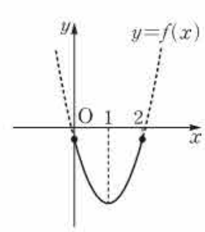
$\therefore a\le-\frac{1}{2}$ 또는 $a\ge\frac{1}{2}$

따라서 자연수 $a$의 최솟값은 1이다. 답 ①

**1036** $f(x)=2x^2-4x+a^2-3a+2$라 하면

$f(x)=2(x-1)^2+a^2-3a$

$0\le x\le2$에서 $f(x)<0$이어야 하므로 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같아야 한다.



$0 \le x \le 2$에서 $f(x)$는 $x=0$ 또는 $x=2$일 때 최대이므로 $f(0)<0$에서

$a^2-3a+2<0$, $(a-1)(a-2)<0$

$\therefore 1<a<2$ 답 $1<a<2$

**1037** $2x^2+5x-3 \le 0$에서 $(x+3)(2x-1) \le 0$

$\therefore -3 \le x \le \frac{1}{2}$

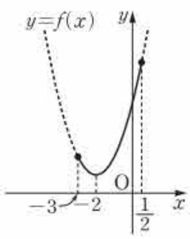
$-x^2+x \le 5x-a$에서 $-x^2-4x+a \le 0$

$\therefore x^2+4x-a \ge 0$

$f(x)=x^2+4x-a$라 하면

$f(x)=(x+2)^2-a-4$

$-3 \le x \le \frac{1}{2}$에서 $f(x) \ge 0$이어야 하므로 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같아야 한다.




$-3 \le x \le \frac{1}{2}$에서 $f(x)$는 $x=-2$일 때 최소이므로 $f(-2) \ge 0$에서

$-a-4 \ge 0$ $\therefore a \le -4$

따라서 실수 $a$의 최댓값은 $-4$이다. 답 $-4$

**1038** $y=x^2-x+5$의 그래프가 직선 $y=2x+15$보다 위쪽에 있으면

$x^2-x+5>2x+15$, $x^2-3x-10>0$

$(x+2)(x-5)>0$

$\therefore x<-2$ 또는 $x>5$ 답 $x<-2$ 또는 $x>5$

**1039** $y=3x^2+2x-8$의 그래프가 직선 $y=-x+10$보다 아래쪽에 있으면

$3x^2+2x-8<-x+10$, $3x^2+3x-18<0$

$x^2+x-6<0$, $(x+3)(x-2)<0$

$\therefore -3<x<2$

따라서 이 범위에 속하는 $x$의 값이 아닌 것은 ①이다. 답 ①

**1040** $y=-x^2+ax-b$의 그래프가 직선 $y=-x+5$보다 위쪽에 있으면

$-x^2+ax-b>-x+5$

$\therefore x^2-(a+1)x+b+5<0$ …… ㉠

해가 $5<x<6$이고 $x^2$의 계수가 1인 이차부등식은

$(x-5)(x-6)<0$

$\therefore x^2-11x+30<0$ …… ㉡

이때 ㉠과 ㉡이 같아야 하므로

$a+1=11$, $b+5=30$

따라서 $a=10$, $b=25$이므로

$b-a=15$ 답 ③

**1041** $y=2x^2-3x-3$의 그래프가 $y=x^2+mx+n$의 그래프보다 아래쪽에 있으면

$2x^2-3x-3<x^2+mx+n$

$\therefore x^2-(3+m)x-(3+n)<0$ …… ㉠ ··· ❶

해가 $-1<x<2$이고 $x^2$의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+1)(x-2)<0$

$\therefore x^2-x-2<0$ …… ㉡ ··· ❷

이때 ㉠과 ㉡이 같아야 하므로

$3+m=1$, $3+n=2$

따라서 $m=-2$, $n=-1$이므로

$m+n=-3$ ··· ❸

답 $-3$

| 채점 기준 | 비율 |
|---|---|
| ❶ 두 그래프의 위치 관계를 이용하여 이차부등식을 세울 수 있다. | 40 % |
| ❷ 해가 $-1<x<2$이고 $x^2$의 계수가 1인 이차부등식을 세울 수 있다. | 40 % |
| ❸ $m+n$의 값을 구할 수 있다. | 20 % |

**1042** $y=-2x^2-4x+1$의 그래프가 직선 $y=ax+3$보다 항상 아래쪽에 있으려면 모든 실수 $x$에 대하여 $-2x^2-4x+1<ax+3$, 즉 $2x^2+(4+a)x+2>0$이 성립해야 한다.

이차방정식 $2x^2+(4+a)x+2=0$의 판별식을 $D$라 하면

$D=(4+a)^2-4\cdot2\cdot2<0$

$a^2+8a<0$, $a(a+8)<0$

$\therefore -8<a<0$ 답 $-8<a<0$

**라쎈 특강**

'항상 아래쪽에 있도록'이라는 말에서 '부등식이 항상 성립하도록'이라는 말을 떠올릴 수 있어야 한다. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 함수 $y=g(x)$의 그래프보다 항상 아래쪽에 있다는 것은 모든 실수 $x$에 대하여 부등식 $f(x)<g(x)$가 성립함을 뜻한다. 따라서 부등식 $f(x)-g(x)<0$이 항상 성립할 조건을 이용한다.

**1043** $y=x^2-3x+1$의 그래프가 직선 $y=kx-3$보다 항상 위쪽에 있으려면 모든 실수 $x$에 대하여 $x^2-3x+1>kx-3$, 즉 $x^2-(3+k)x+4>0$이 성립해야 한다.

이차방정식 $x^2-(3+k)x+4=0$의 판별식을 $D$라 하면

$D=\{-(3+k)\}^2-4\cdot1\cdot4<0$

$k^2+6k-7<0$, $(k+7)(k-1)<0$

$\therefore -7<k<1$

따라서 정수 $k$의 최댓값은 0, 최솟값은 $-6$이므로

$M=0$, $m=-6$

$\therefore Mm=0$ 답 ③

**1044** $y=x^2-kx$의 그래프는 아래로 볼록하므로 이 그래프가 직선 $y=-3$과 만나지 않으려면 $y=x^2-kx$의 그래프가 직선 $y=-3$보다 항상 위쪽에 있어야 한다. ··· ❶

모든 실수 $x$에 대하여 $x^2-kx>-3$, 즉 $x^2-kx+3>0$이 성립해야 하므로 이차방정식 $x^2-kx+3=0$의 판별식을 $D$라 하면

$D=(-k)^2-4\cdot1\cdot3<0$

$k^2-12<0$, $(k+2\sqrt{3})(k-2\sqrt{3})<0$

$\therefore -2\sqrt{3}<k<\underbrace{2\sqrt{3}}_{3<2\sqrt{3}<4}$ ··· ❷

따라서 정수 $k$는 $-3, -2, -1, \cdots, 3$의 7개이다. ··· ❸

답 7

| 채점 기준 | 비율 |
|---|---|
| ❶ $y=x^2-kx$의 그래프와 직선 $y=-3$의 위치 관계를 알 수 있다. | 30 % |
| ❷ $k$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 50 % |
| ❸ 정수 $k$의 개수를 구할 수 있다. | 20 % |

**1045** 가격을 $x$만 원 인상한다고 하면 구두의 가격은 $(10+x)$만 원이고 하루 판매량은 $\underline{(30-2x)}$켤레이므로 하루 판매액이 308만 원 이상이 되려면

$30-2x>0$이어야 하므로 $0<x<15$

$(10+x)(30-2x)\ge 308$

$-2x^2+10x+300\ge 308$

$x^2-5x+4\le 0$, $\quad (x-1)(x-4)\le 0$

$\therefore 1\le x\le 4$

따라서 $x$의 최댓값은 4이다. 답 4

**1046** 야구공의 높이가 3.2 m 이상이려면

$-5t^2+8t+0.8\ge 3.2$, $\quad 5t^2-8t+2.4\le 0$

$25t^2-40t+12\le 0$, $\quad (5t-2)(5t-6)\le 0$

$\therefore \frac{2}{5}\le t\le \frac{6}{5}$

따라서 야구공의 높이가 3.2 m 이상인 시간은

$\frac{6}{5}-\frac{2}{5}=\frac{4}{5}$(초)

동안이다. 답 ②

**1047** 도로의 폭을 $x$ m라 하면 도로를 제외한 땅을 직사각형 모양으로 이어 붙였을 때 가로, 세로의 길이는 각각

$\underline{(40-x)\text{ m},\ (30-x)\text{ m}}$ $40-x>0$, $30-x>0$이어야 하므로 $0<x<30$

이므로 도로를 제외한 땅의 넓이가 600 m$^2$ 이상이 되려면

$(40-x)(30-x)\ge 600$ ⋯ ❶

$x^2-70x+600\ge 0$, $\quad (x-10)(x-60)\ge 0$

$\therefore x\le 10$ 또는 $x\ge 60$

그런데 $0<x<30$이어야 하므로

$0<x\le 10$ ⋯ ❷

따라서 도로의 최대 폭은 10 m이다. ⋯ ❸

답 10 m

| 채점 기준 | 비율 |
|---|---|
| ❶ 도로의 폭을 $x$ m라 하고 $x$에 대한 이차부등식을 세울 수 있다. | 50 % |
| ❷ $x$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 30 % |
| ❸ 도로의 최대 폭을 구할 수 있다. | 20 % |

**1048** $x^2+3x-10>0$에서 $\quad (x+5)(x-2)>0$

$\therefore x<-5$ 또는 $x>2$ ⋯⋯ ㉠

$x^2-x-12\le 0$에서 $\quad (x+3)(x-4)\le 0$

$\therefore -3\le x\le 4$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$2<x\le 4$

따라서 $a=2$, $b=4$이므로

$ab=8$ 답 ④

**1049** $2x+6<0$에서 $\quad x<-3$ ⋯⋯ ㉠

$x^2+6x-7<0$에서 $\quad (x+7)(x-1)<0$

$\therefore -7<x<1$ ⋯⋯ ㉡ ⋯ ❶

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$-7<x<-3$ ⋯ ❷

따라서 정수 $x$는 $-6$, $-5$, $-4$이므로 구하는 합은

$-6+(-5)+(-4)=-15$ ⋯ ❸

답 $-15$

| 채점 기준 | 비율 |
|---|---|
| ❶ 각 부등식의 해를 구할 수 있다. | 50 % |
| ❷ 연립부등식의 해를 구할 수 있다. | 30 % |
| ❸ 모든 정수 $x$의 값의 합을 구할 수 있다. | 20 % |

**1050** $|x-2|<6$에서 $\quad -6<x-2<6$

$\therefore -4<x<8$ ⋯⋯ ㉠

$x^2-10x+9>0$에서 $\quad (x-1)(x-9)>0$

$\therefore x<1$ 또는 $x>9$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$-4<x<1$

따라서 정수 $x$는 $-3$, $-2$, $-1$, 0의 4개이다. 답 ③

**1051** $x^2+5x-3\le 3x^2$에서 $\quad 2x^2-5x+3\ge 0$

$(x-1)(2x-3)\ge 0$

$\therefore x\le 1$ 또는 $x\ge \frac{3}{2}$ ⋯⋯ ㉠

$3x^2\le -x+2$에서 $\quad 3x^2+x-2\le 0$

$(x+1)(3x-2)\le 0$

$\therefore -1\le x\le \frac{2}{3}$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$-1\le x\le \frac{2}{3}$

따라서 실수 $x$의 최댓값은 $\frac{2}{3}$이다. 답 $\frac{2}{3}$

**1052** $x^2+x-2\ge 0$에서 $\quad (x+2)(x-1)\ge 0$

$\therefore x\le -2$ 또는 $x\ge 1$ ⋯⋯ ㉠

$x^2+4\le 9x-x^2$에서 $\quad 2x^2-9x+4\le 0$

$(2x-1)(x-4)\le 0$

$\therefore \frac{1}{2}\le x\le 4$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$1\le x\le 4$

해가 $1\le x\le 4$이고 $x^2$의 계수가 1인 이차부등식은

$(x-1)(x-4)\le 0$ $\quad \therefore x^2-5x+4\le 0$

양변에 $-2$를 곱하면

$-2x^2+10x-8\ge 0$

이 부등식이 $ax^2+10x+b\ge 0$과 같으므로

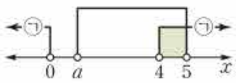
$a=-2$, $b=-8$

$\therefore a-b=6$ 답 ④

**1053** $x^2-4x>0$에서 $x(x-4)>0$

$\therefore$ $x<0$ 또는 $x>4$ …… ㉠

㉠과 $(x-a)(x-5)<0$의 해의 공통부분이 $4<x<5$이려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$0\le a\le 4$

답 $0\le a\le 4$

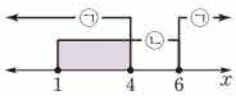
**라쎈 특강**

부등식 문제에서 어떤 범위의 경계가 되는 값의 포함 여부는 그 값을 부등식에 대입하여 주어진 조건을 만족시키는지 확인하여 정한다.
이 문제에서 $a=0$이면 $(x-a)(x-5)<0$의 해가 $0<x<5$이므로 ㉠과의 공통부분이 $4<x<5$가 된다. 또 $a=4$이면 $(x-a)(x-5)<0$의 해가 $4<x<5$이므로 ㉠과의 공통부분이 $4<x<5$가 된다. 즉 $a=0$, $a=4$는 모두 주어진 조건을 만족시키므로 $a$의 값의 범위에 포함된다.

**1054** 연립부등식

$$\begin{cases} x^2+ax+b\ge 0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+cx+d\le 0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

의 해가 $1\le x\le 4$ 또는 $x=6$이려면 오른쪽 그림과 같아야 한다.



즉 $x^2+ax+b\ge 0$의 해는 $x\le 4$ 또는 $x\ge 6$이므로

$(x-4)(x-6)\ge 0$, $x^2-10x+24\ge 0$

$\therefore$ $a=-10$, $b=24$

또 $x^2+cx+d\le 0$의 해는 $1\le x\le 6$이므로

$(x-1)(x-6)\le 0$, $x^2-7x+6\le 0$

$\therefore$ $c=-7$, $d=6$

$\therefore$ $a+b+c+d=13$

답 ③

참고 $x^2+ax+b\ge 0$의 해는 $x\le\alpha$ 또는 $x\ge\beta$ 꼴이고, $x^2+cx+d\le 0$의 해는 $\gamma\le x\le\delta$ 꼴이다.

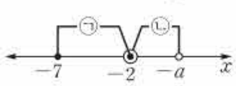
**1055** $x^2+9x+14\le 0$에서 $(x+7)(x+2)\le 0$

$\therefore$ $-7\le x\le -2$ …… ㉠

$x^2+(a+2)x+2a<0$에서

$(x+2)(x+a)<0$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통부분이 없으려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$-a\ge -2$ $\therefore$ $a\le 2$

답 ③

**1056** $x^2+2x-15>0$에서 $(x+5)(x-3)>0$

$\therefore$ $x<-5$ 또는 $x>3$ …… ㉠

$|x-a|\le 1$에서 $-1\le x-a\le 1$

$\therefore$ $a-1\le x\le a+1$ …… ㉡ ⋯ ❶

㉠, ㉡의 공통부분이 존재하려면

$a-1<-5$ 또는 $a+1>3$

$\therefore$ $a<-4$ 또는 $a>2$ ⋯ ❷

따라서 자연수 $a$의 최솟값은 3이다. ⋯ ❸

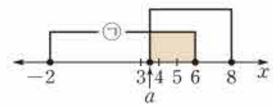
답 3

| 채점 기준 | 비율 |
|---|---|
| ❶ 각 부등식의 해를 구할 수 있다. | 30 % |
| ❷ $a$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 50 % |
| ❸ 자연수 $a$의 최솟값을 구할 수 있다. | 20 % |

**1057** $x^2-4x-12\le 0$에서 $(x+2)(x-6)\le 0$

$\therefore$ $-2\le x\le 6$ …… ㉠

㉠과 $(x-8)(x-a)\le 0$을 동시에 만족시키는 정수 $x$의 개수가 3이려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$3<a\le 4$

답 $3<a\le 4$

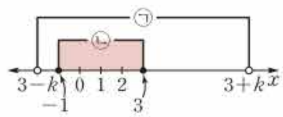
**1058** $|x-3|<k$에서 $-k<x-3<k$

$\therefore$ $3-k<x<3+k$ …… ㉠

$x^2-2x-3\le 0$에서 $(x+1)(x-3)\le 0$

$\therefore$ $-1\le x\le 3$ …… ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 정수 $x$의 개수가 5이려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



(i) $3-k<-1$에서 $k>4$

(ii) $3+k>3$에서 $k>0$

(i), (ii)에서 $k$의 값의 범위는 $k>4$

따라서 자연수 $k$의 최솟값은 5이다.

답 5

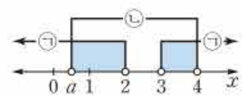
**1059** $x^2-5x+6>0$에서 $(x-2)(x-3)>0$

$\therefore$ $x<2$ 또는 $x>3$ …… ㉠

$x^2-(a+4)x+4a<0$에서

$(x-a)(x-4)<0$ …… ㉡

㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 정수 $x$의 값이 1뿐이려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$0\le a<1$

답 ②

참고 $a=1$이면 $(x-a)(x-4)<0$의 해가 $1<x<4$이므로 ㉠과의 공통부분이 $1<x<2$ 또는 $3<x<4$가 된다. 즉 주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 $x$가 존재하지 않는다.

**1060** $x-1$, $x$, $x+1$은 변의 길이이므로

$x-1>0$ $\therefore$ $x>1$ …… ㉠

세 변 중 가장 긴 변의 길이는 $x+1$이므로 삼각형이 만들어질 조건에 의하여

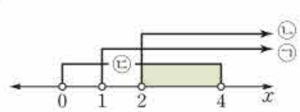
$x+1<(x-1)+x$ $\therefore$ $x>2$ …… ㉡

둔각삼각형이 되려면

$(x+1)^2>(x-1)^2+x^2$

$x^2-4x<0$, $x(x-4)<0$

$\therefore$ $0<x<4$ …… ㉢



㉠, ㉡, ㉢의 공통부분을 구하면

$2<x<4$

따라서 정수 $x$의 값은 3이다. 답 ①

**라쎈 특강**

**삼각형의 변의 길이와 모양**

삼각형의 세 변의 길이가 $a$, $b$, $c$ $(a \le b \le c)$일 때

① $c^2 < a^2 + b^2$ → 예각삼각형

② $c^2 = a^2 + b^2$ → 빗변의 길이가 $c$인 직각삼각형

③ $c^2 > a^2 + b^2$ → 둔각삼각형

**1061** 테두리 장식의 넓이는

$(2x+20)(2x+15) - 20 \cdot 15 = 4x^2 + 70x\,(\mathrm{cm}^2)$

테두리 장식의 넓이가 114 $\mathrm{cm}^2$ 이상 200 $\mathrm{cm}^2$ 이하이어야 하므로

$114 \le 4x^2 + 70x \le 200$

$\therefore 57 \le 2x^2 + 35x \le 100$

$57 \le 2x^2 + 35x$에서

$2x^2 + 35x - 57 \ge 0, \quad (x+19)(2x-3) \ge 0$

$\therefore x \le -19$ 또는 $x \ge \frac{3}{2}$

그런데 $x > 0$이므로

$x \ge \frac{3}{2}$ …… ㉠

$2x^2 + 35x \le 100$에서

$2x^2 + 35x - 100 \le 0, \quad (x+20)(2x-5) \le 0$

$\therefore -20 \le x \le \frac{5}{2}$

그런데 $x > 0$이므로

$0 < x \le \frac{5}{2}$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$\frac{3}{2} \le x \le \frac{5}{2}$ 답 $\frac{3}{2} \le x \le \frac{5}{2}$

**1062** 새로 만든 직육면체의 밑면의 가로의 길이와 세로의 길이, 높이는 각각 $a+5$, $a$, $a-3$이므로

$a - 3 > 0 \quad \therefore a > 3$ …… ㉠ → ❶

이 직육면체의 부피는 $a(a+5)(a-3)$이고 처음 정육면체의 부피는 $a^3$이므로

$a(a+5)(a-3) < a^3$

$2a^2 - 15a < 0, \quad a(2a-15) < 0$

$\therefore 0 < a < \frac{15}{2}$ …… ㉡ → ❷

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$3 < a < \frac{15}{2}$ → ❸

따라서 자연수 $a$는 4, 5, 6, 7의 4개이다. → ❹

답 4

| 채점 기준 | 비율 |
|---|---|
| ❶ 길이를 이용하여 $a$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 20 % |
| ❷ 부피를 이용하여 $a$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 40 % |
| ❸ $a$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 30 % |
| ❹ 자연수 $a$의 개수를 구할 수 있다. | 10 % |

**1063** $\triangle AQP$, $\triangle PRC$는 모두 직각이등변삼각형이므로

$\overline{QP} = \overline{AQ} = a$, $\overline{RC} = \overline{PR} = 9 - a$

따라서 □PQBR의 넓이는 $a(9-a)$

$\triangle AQP$의 넓이는 $\frac{1}{2}a^2$

$\triangle PRC$의 넓이는 $\frac{1}{2}(9-a)^2$

□PQBR의 넓이가 $\triangle AQP$의 넓이보다 크므로

$a(9-a) > \frac{1}{2}a^2, \quad 3a^2 - 18a < 0$

$3a(a-6) < 0$

$\therefore 0 < a < 6$ …… ㉠

또 □PQBR의 넓이가 $\triangle PRC$의 넓이보다 크므로

$a(9-a) > \frac{1}{2}(9-a)^2, \quad a^2 - 12a + 27 < 0$

$(a-3)(a-9) < 0$

$\therefore 3 < a < 9$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$3 < a < 6$

따라서 자연수 $a$는 4, 5이므로 구하는 곱은

$4 \cdot 5 = 20$ 답 ③

**1064** 이차방정식 $x^2 + 2kx + 3k = 0$이 서로 다른 두 실근을 가지므로 이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$\frac{D}{4} = k^2 - 3k > 0, \quad k(k-3) > 0$

$\therefore k < 0$ 또는 $k > 3$

따라서 실수 $k$의 값이 아닌 것은 ③이다. 답 ③

**1065** 이차방정식 $x^2 - 4kx + k^2 + 1 = 0$이 허근을 가지므로 이 이차방정식의 판별식을 $D$라 하면

$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - (k^2+1) < 0$

$3k^2 - 1 < 0, \quad (\sqrt{3}k+1)(\sqrt{3}k-1) < 0$

$\therefore -\frac{1}{\sqrt{3}} < k < \frac{1}{\sqrt{3}}$

따라서 $\alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$이므로

$\alpha\beta = -\frac{1}{3}$ 답 $-\frac{1}{3}$

**1066** 이차방정식 $x^2 - 2kx + 9 = 0$이 허근을 가지므로 이 이차방정식의 판별식을 $D_1$이라 하면

$\frac{D_1}{4} = (-k)^2 - 9 < 0$

$k^2 - 9 < 0, \quad (k+3)(k-3) < 0$

$\therefore -3 < k < 3$ …… ㉠

이차방정식 $x^2 + 2kx + k + 2 = 0$이 실근을 가지므로 이 이차방정식의 판별식을 $D_2$라 하면

$\frac{D_2}{4} = k^2 - (k+2) \ge 0$

$k^2 - k - 2 \ge 0, \quad (k+1)(k-2) \ge 0$

$\therefore k \le -1$ 또는 $k \ge 2$ …… ㉡

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$-3<k\le -1$ 또는 $2\le k<3$

따라서 정수 $k$는 $-2$, $-1$, 2의 3개이다. 답 ③

**1067** 이차방정식 $x^2+2(1-k)x-k^2-ak-1=0$이 실근을 가지므로 이 이차방정식의 판별식을 $D_1$이라 하면

$\frac{D_1}{4}=(1-k)^2-(-k^2-ak-1)\ge 0$

$\therefore 2k^2+(a-2)k+2\ge 0$

이 이차부등식이 $k$의 값에 관계없이 항상 성립해야 하므로 $k$에 대한 이차방정식 $2k^2+(a-2)k+2=0$의 판별식을 $D_2$라 하면

$D_2=(a-2)^2-4\cdot 2\cdot 2\le 0$

$a^2-4a-12\le 0,\quad (a+2)(a-6)\le 0$

$\therefore -2\le a\le 6$ 답 $-2\le a\le 6$

**1068** 이차방정식 $x^2-2\sqrt{2}kx+k+1=0$의 판별식을 $D$, 두 근을 $\alpha$, $\beta$라 하면 두 근이 모두 양수이므로

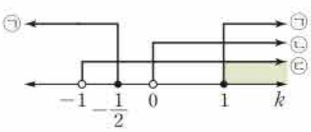
(i) $\frac{D}{4}=(-\sqrt{2}k)^2-(k+1)\ge 0$

$2k^2-k-1\ge 0,\quad (2k+1)(k-1)\ge 0$

$\therefore k\le -\frac{1}{2}$ 또는 $k\ge 1$ …… ㉠

(ii) $\alpha+\beta=2\sqrt{2}k>0\quad \therefore k>0$ …… ㉡

(iii) $\alpha\beta=k+1>0\quad \therefore k>-1$ …… ㉢




이상에서 공통부분을 구하면

$k\ge 1$ 답 $k\ge 1$

**1069** 이차방정식 $x^2-2(k+1)x+5-k=0$의 판별식을 $D$, 두 근을 $\alpha$, $\beta$라 하면 두 근이 모두 음수이므로

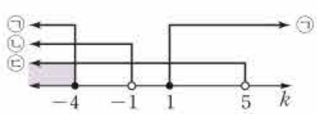
(i) $\frac{D}{4}=\{-(k+1)\}^2-(5-k)\ge 0$

$k^2+3k-4\ge 0,\quad (k+4)(k-1)\ge 0$

$\therefore k\le -4$ 또는 $k\ge 1$ …… ㉠

(ii) $\alpha+\beta=2(k+1)<0\quad \therefore k<-1$ …… ㉡

(iii) $\alpha\beta=5-k>0\quad \therefore k<5$ …… ㉢




이상에서 공통부분을 구하면

$k\le -4$

따라서 실수 $k$의 최댓값은 $-4$이다. 답 ②

**1070** 이차방정식 $x^2-(k-1)(k-2)x-k+2=0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$라 하면 두 근의 부호가 서로 다르므로

$\alpha\beta=-k+2<0\quad \therefore k>2$ …… ㉠ ➊

또 음의 근의 절댓값이 양의 근보다 작으므로

$\alpha+\beta=(k-1)(k-2)>0$

$\therefore k<1$ 또는 $k>2$ …… ㉡ ➋

㉠, ㉡의 공통부분을 구하면

$k>2$ ➌

답 $k>2$

| 채점 기준 | 비율 |
|---|---|
| ➊ 두 근의 부호가 다름을 이용하여 $k$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 30 % |
| ➋ 음의 근의 절댓값이 양의 근보다 작음을 이용하여 $k$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 50 % |
| ➌ $k$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 20 % |

**라쎈 특강**

**근의 절댓값에 대한 조건**

이차방정식의 두 근이 서로 다른 부호일 때

① |양수인 근|=|음수인 근|

→ (두 근의 합)$=0$, (두 근의 곱)$<0$

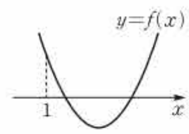
② |양수인 근|>|음수인 근|

→ (두 근의 합)$>0$, (두 근의 곱)$<0$

③ |양수인 근|<|음수인 근|

→ (두 근의 합)$<0$, (두 근의 곱)$<0$

**1071** $f(x)=x^2+ax+9$라 하면 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근이 모두 1보다 크므로 이차함수 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같아야 한다.




(i) 이차방정식 $f(x)=0$의 판별식을 $D$라 하면

$D=a^2-4\cdot 1\cdot 9\ge 0$

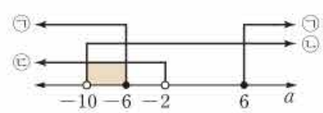
$a^2-36\ge 0,\quad (a+6)(a-6)\ge 0$

$\therefore a\le -6$ 또는 $a\ge 6$ …… ㉠

(ii) $f(1)=1+a+9>0$에서 $\quad a>-10$ …… ㉡

(iii) 이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 축의 방정식이 $x=-\frac{a}{2}$이므로

$-\frac{a}{2}>1\quad \therefore a<-2$ …… ㉢

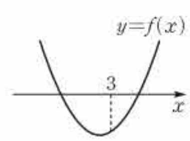



이상에서 공통부분을 구하면

$-10<a\le -6$

따라서 정수 $a$는 $-9$, $-8$, $-7$, $-6$의 4개이다. 답 ④

**1072** $f(x)=x^2+(k-1)x+k^2-10$이라 하면 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근 사이에 3이 있으므로 이차함수 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같아야 한다.




즉 $f(3)<0$이어야 하므로

$9+3(k-1)+k^2-10<0$

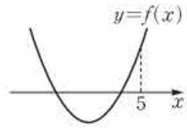
$k^2+3k-4<0,\quad (k+4)(k-1)<0$

$\therefore -4<k<1$

따라서 $\alpha=-4$, $\beta=1$이므로

$\alpha+\beta=-3$ 답 ②

**1073** $f(x)=x^2-2kx+k+20$이라 하면 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근이 모두 5보다 작으므로 이차함수 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같아야 한다.




(i) 이차방정식 $f(x)=0$의 판별식을 $D$라 하면

$$\frac{D}{4}=(-k)^2-(k+20)\geq 0$$

$k^2-k-20\geq 0, \qquad (k+4)(k-5)\geq 0$

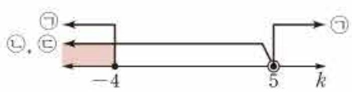
$\therefore k\leq -4$ 또는 $k\geq 5$ ······ ㉠ ··· ❶

(ii) $f(5)=25-10k+k+20>0$에서

$-9k>-45 \qquad \therefore k<5$ ······ ㉡ ··· ❷

(iii) 이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 축의 방정식이 $x=k$이므로

$k<5$ ······ ㉢ ··· ❸




이상에서 공통부분을 구하면

$k\leq -4$ ··· ❹

답 $k\leq -4$

| 채점 기준 | 비율 |
|---|---|
| ❶ 이차방정식의 판별식을 이용하여 $k$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 30 % |
| ❷ 함숫값을 이용하여 $k$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 30 % |
| ❸ 축의 방정식을 이용하여 $k$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 30 % |
| ❹ $k$의 값의 범위를 구할 수 있다. | 10 % |

**1074** 전략 부등식 $f(x)-g(x)\leq 0$, 즉 $f(x)\leq g(x)$의 해는 $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 아래쪽에 있거나 만나는 부분의 $x$의 값의 범위임을 이용한다.

풀이 ㄱ. $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 $x$축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 $D$라 하면

$D=b^2-4ac>0$

ㄴ. $f(x)=ax^2+bx+c$라 하면 직선 $y=px+q$의 $y$절편 $q$가 양수이므로
$x>0$일 때, $f(x)>0$

$f(q)=aq^2+bq+c>0$

ㄷ. $ax^2+(b-p)x+c-q\leq 0$에서

$ax^2+bx+c-(px+q)\leq 0$

$\therefore ax^2+bx+c\leq px+q$

부등식 $ax^2+bx+c\leq px+q$의 해는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 직선 $y=px+q$보다 아래쪽에 있거나 만나는 부분의 $x$의 값의 범위이므로

$\alpha\leq x\leq\beta$

이상에서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다. 답 ⑤

다른 풀이 ㄷ. $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 직선 $y=px+q$의 교점의 $x$좌표가 $\alpha$, $\beta$이므로 $ax^2+bx+c=px+q$, 즉 $ax^2+(b-p)x+c-q=0$의 해는 $x=\alpha$ 또는 $x=\beta$이다.

$\therefore ax^2+(b-p)x+c-q=a(x-\alpha)(x-\beta)$

$ax^2+(b-p)x+c-q\leq 0$에서

$a(x-\alpha)(x-\beta)\leq 0$

이때 $a>0$이므로 부등식의 해는

$\alpha\leq x\leq\beta$

**1075** 전략 각 부등식의 좌변을 $a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형한다. 이때 $x^2$의 계수가 음수이면 부등식의 양변에 $-1$을 곱한다.

풀이 ㄱ. $4x^2-4x+1=(2x-1)^2\geq 0$

따라서 $4x^2-4x+1\geq 0$의 해는 모든 실수이다.

ㄴ. $x^2+x+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\geq\frac{3}{4}$

따라서 $x^2+x+1\leq 0$의 해는 없다.

ㄷ. $-x^2+8x-16>0$에서

$x^2-8x+16<0$

그런데 $x^2-8x+16=(x-4)^2\geq 0$이므로 주어진 부등식의 해는 없다.

ㄹ. $-3x^2+x-1\leq 0$에서

$3x^2-x+1\geq 0$

그런데 $3x^2-x+1=3\left(x-\frac{1}{6}\right)^2+\frac{11}{12}\geq\frac{11}{12}$이므로 주어진 부등식의 해는 모든 실수이다.

이상에서 해가 모든 실수인 부등식은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ③

**1076** 전략 해가 $\alpha<x<\beta$이고 $x^2$의 계수가 1인 이차부등식은 $(x-\alpha)(x-\beta)<0$임을 이용한다.

풀이 해가 $-4<x<3$이고 $x^2$의 계수가 1인 이차부등식은

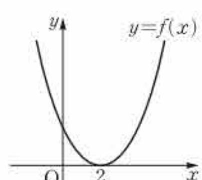
$(x+4)(x-3)<0 \qquad \therefore x^2+x-12<0$

따라서 $a=1$, $b=-12$이므로

$a-b=13$ 답 ⑤

**1077** 전략 이차부등식 $f(x)>0$의 해가 $x\neq k$인 모든 실수이면 $f(x)=a(x-k)^2\ (a>0)$임을 이용한다.

풀이 조건 (나)에서 이차부등식 $f(x)>0$의 해가 $x\neq 2$인 모든 실수이므로 이차함수 $f(x)$에서 $x^2$의 계수는 양수이고 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 $x$축과 점 $(2, 0)$에서 접한다.




즉 $f(x)=a(x-2)^2\,(a>0)$이라 하면 조건 (가)에서 $f(0)=8$이므로

$4a=8 \qquad \therefore a=2$

따라서 $f(x)=2(x-2)^2$이므로

$f(5)=2\cdot(5-2)^2=18$ 답 ④

**1078** 전략 이차부등식 $ax^2+bx+c\geq 0$의 해가 오직 한 개이면 $a<0$임을 파악하고, $a$, $b$, $c$ 사이의 관계식을 먼저 구한다.

풀이 이차부등식 $ax^2+bx+c\geq 0$의 해가 3뿐이므로 $a<0$이고

$ax^2+bx+c=a(x-3)^2$

즉 $ax^2+bx+c=ax^2-6ax+9a$이므로

$b=-6a$, $c=9a$

이것을 $bx^2+cx+6a<0$에 대입하면

$-6ax^2+9ax+6a<0, \qquad -3a(2x^2-3x-2)<0$

$2x^2-3x-2<0\ (\because -3a>0)$

$(2x+1)(x-2)<0$

$\therefore -\frac{1}{2}<x<2$ 답 $-\frac{1}{2}<x<2$