B 단계 유형 Master

집중공략

유형 01 삼차방정식과 사차방정식의 풀이 개념 06-1

방정식 $P(x)=0$은 다음과 같은 방법으로 푼다.
① 인수분해 공식을 이용하여 $P(x)$를 인수분해하여 푼다.
② $P(\alpha)=0$을 만족시키는 α를 찾은 후 인수 정리와 조립제법을 이용하여 $P(x)$를 인수분해하여 푼다.

0746 대표문제

삼차방정식 $x^3-x^2-4x+4=0$의 가장 큰 근을 α, 가장 작은 근을 β라 할 때, $\alpha-\beta$의 값을 구하시오.

0747 B

다음 중 삼차방정식 $x^3+x^2+2x-4=0$의 허근인 것은?

① $-1-\sqrt{3}i$ ② $-1+3i$ ③ $1-3i$
④ $1+\sqrt{3}i$ ⑤ $\sqrt{3}-i$

0748 B 서술형

사차방정식 $x^4-3x^3-x^2+5x+2=0$의 모든 실근의 합을 구하시오.

0749 B

사차방정식 $x^4-4x+3=0$의 두 허근을 α, β라 할 때, $\alpha^3+\beta^3$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

0750 B+

삼차방정식 $x^3+(k-2)x^2-4k=0$의 두 허근을 α, β라 할 때, $\alpha+\beta=-3$이다. 이때 실수 k의 값을 구하시오.

유형 02 공통부분이 있는 방정식의 풀이 개념 06-1

방정식에 공통부분이 있으면 공통부분을 한 문자로 치환하여 그 문자에 대한 방정식으로 변형한 후 인수분해하여 푼다.

0751 대표문제

방정식 $(x^2+3x+1)(x^2+3x-3)=5$의 네 근을 α, β, γ, δ라 할 때, $|\alpha|+|\beta|+|\gamma|+|\delta|$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

0752 B

다음 중 방정식 $(x^2-2x)^2+(x^2-2x)-12=0$의 근인 것은?

① $-1+i$ ② $-1+\sqrt{3}i$ ③ $1+i$
④ $1+\sqrt{2}i$ ⑤ $1+\sqrt{3}i$

0753 B

방정식 $(x^2+4x+2)^2-2(x^2+4x)-19=0$의 실근의 합을 a, 허근의 곱을 b라 할 때, $a-b$의 값을 구하시오.

0754 B+ 서술형

방정식 $x(x+2)(x+4)(x+6)+15=0$의 정수인 해를 α, β라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구하시오.

유형 03 $x^4+ax^2+b=0$ 꼴의 방정식의 풀이 개념 06-2

① $x^2=X$로 치환한 후 좌변을 인수분해한다.
② 이차항을 적당히 분리하여 $A^2-B^2=0$ 꼴로 변형한 후 좌변을 인수분해한다.

0755 대표문제

방정식 $x^4-14x^2+25=0$의 모든 양수인 근의 합은?

① 2 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4
④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

0756 B0

방정식 $x^4+3x^2-4=0$의 모든 실근의 곱을 구하시오.

0757 B0 서술형

방정식 $x^4-x^2+16=0$의 네 근을 α, β, γ, δ라 할 때, $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\delta^2$의 값을 구하시오.

유형 04 $ax^4+bx^3+cx^2+bx+a=0$ 꼴의 방정식의 풀이 개념 06-2

사차방정식 $ax^4+bx^3+cx^2+bx+a=0$은 다음과 같은 순서로 푼다.
(i) 양변을 x^2으로 나눈다.
(ii) $x+\frac{1}{x}=X$로 치환하여 X에 대한 이차방정식으로 나타낸다.
➡ $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2$임을 이용한다.
(iii) X의 값을 구한 후 $x+\frac{1}{x}=X$에 대입하여 x의 값을 구한다.

0758 대표문제

방정식 $x^4+5x^3+6x^2+5x+1=0$의 모든 실근의 합은?

① -6 ② -5 ③ -4
④ -3 ⑤ -2

0759 B0

방정식 $x^4-4x^3+2x^2-4x+1=0$의 두 실근의 합을 a, 두 허근의 곱을 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

0760 B0 서술형

방정식 $x^4+2x^3-x^2+2x+1=0$의 한 실근을 α라 할 때, $\alpha^2+3\alpha$의 값을 구하시오.

유형 05 방정식의 근이 주어질 때 미정계수 구하기 개념 06-1

방정식 $P(x)=0$의 한 근이 α이다.
⇨ $P(\alpha)=0$

0761 대표문제

삼차방정식 $2x^3+kx^2+(k-2)x+2=0$의 한 근이 1이고 나머지 두 근이 α, β일 때, $\alpha+\beta$의 값은?
(단, k는 상수이다.)

① $-\frac{1}{5}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{3}$
④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ -1

0762 B

삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+10=0$의 한 근이 $\sqrt{2}$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.)

0763 B

삼차방정식 $3x^3-ax^2+x+b=0$의 세 근이 -1, 2, α일 때, $\frac{ab}{\alpha}$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 40 ② 50 ③ 60
④ 70 ⑤ 80

0764 B 서술형

사차방정식 $x^4+ax^3+5x^2-ax+b=0$의 두 근이 2, 3일 때, 나머지 두 근을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

유형 06 삼차방정식의 근의 조건이 주어질 때 미정계수 구하기 개념 06-1

삼차방정식을 $(x-\alpha)(ax^2+bx+c)=0$ (α는 실수) 꼴로 변형한 후 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식을 D라 할 때
① 근이 모두 실수이다. ⇨ $D\ge0$
② 한 개의 실근과 두 개의 허근을 갖는다. ⇨ $D<0$
③ 중근을 갖는다. ⇨ $D=0$ 또는 $a\alpha^2+b\alpha+c=0$

0765 대표문제

삼차방정식 $x^3-3x^2+(k-4)x+k=0$의 근이 모두 실수가 되도록 하는 실수 k의 값의 범위는?

① $k\ge-1$ ② $k\le5$ ③ $1\le k\le5$
④ $k\le4$ ⑤ $k\ge4$

0766 B 서술형

삼차방정식 $x^3+x^2+kx+k=0$이 한 개의 실근과 두 개의 허근을 가질 때, 정수 k의 최솟값을 구하시오.

0767 B

삼차방정식 $x^3-(1+3k)x+3k=0$이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

0768 B+

삼차방정식 $(x-2)(x^2-4kx+3k+1)=0$이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 k의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

집중공략

유형 07 삼차방정식과 사차방정식의 활용 개념 06-1

삼차방정식과 사차방정식의 활용 문제는 다음과 같은 순서로 푼다.
(i) 문제의 의미를 파악하여 구하는 것을 미지수로 놓는다.
(ii) 주어진 조건을 이용하여 방정식을 세운다.
(iii) 방정식을 풀어 해를 구한다.

0769 대표문제

어떤 정육면체의 밑면의 가로, 세로의 길이를 각각 1 cm, 2 cm씩 늘이고 높이를 $\frac{1}{2}$배가 되도록 줄여서 직육면체를 만들었더니 부피가 처음 정육면체의 부피의 $\frac{3}{2}$배가 되었다. 처음 정육면체의 한 모서리의 길이는?

① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm
④ 5 cm ⑤ 6 cm

0770 B0 서술형

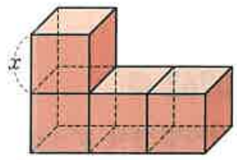
밑면의 반지름의 길이가 6 cm, 높이가 9 cm인 원뿔의 부피와 밑면의 반지름의 길이가 r cm, 높이가 $(r-3)$ cm인 원기둥의 부피가 같을 때, r의 값을 구하시오.

0771 B0

반지름의 길이가 각각 1 cm씩 차이 나는 3개의 구가 있다. 이 3개의 구의 부피를 합한 것과 부피가 같은 구를 새로 하나 만들 때, 새로 만든 구의 반지름의 길이는 처음 3개의 구 중 가장 큰 구의 반지름의 길이보다 1 cm만큼 더 길다. 이때 새로 만든 구의 반지름의 길이는?

① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm
④ 7 cm ⑤ 8 cm

0772 B0



오른쪽 그림은 한 모서리의 길이가 x인 정육면체 4개를 면끼리 맞붙여서 만든 입체도형이다. 이 입체도형의 겉넓이를 S, 부피를 V라 할 때, $S=V-50$이다. 이때 x의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

집중공략

유형 08 삼차방정식의 근과 계수의 관계 개념 06-3

삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0$의 세 근을 α, β, γ라 하면
$$\alpha+\beta+\gamma=-\frac{b}{a},\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{c}{a},\ \alpha\beta\gamma=-\frac{d}{a}$$

0773 대표문제

삼차방정식 $x^3+2x^2-5x+3=0$의 세 근을 α, β, γ라 할 때, $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13
④ 14 ⑤ 15

0774 B⁰ 서술형

삼차방정식 $x^3+3x-5=0$의 세 근을 α, β, γ라 할 때, $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$의 값을 구하시오.

0775 B⁰

삼차방정식 $x^3-x^2+4x-6=0$의 세 근을 α, β, γ라 할 때, $\frac{3}{\alpha}+\frac{3}{\beta}+\frac{3}{\gamma}$의 값을 구하시오.

0776 B⁰

삼차방정식 $x^3-ax^2+8x+5=0$의 세 근을 α, β, γ라 할 때, $\frac{1}{\alpha\beta}+\frac{1}{\beta\gamma}+\frac{1}{\gamma\alpha}=2$가 성립한다. 이때 상수 a의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8
④ -7 ⑤ -6

0777 B⁺

이차방정식 $x^2-2x+a=0$의 두 근이 모두 삼차방정식 $x^3-3x^2+bx-4=0$의 근일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

유형 09 삼차방정식의 세 근의 조건이 주어질 때 미정계수 구하기

개념 06-3

삼차방정식의 세 근의 조건이 주어지면 세 근을 다음과 같이 놓고 근과 계수의 관계를 이용하여 미정계수를 구한다.
① 세 근의 비가 $l : m : n$일 때 ➡ $l\alpha$, $m\alpha$, $n\alpha$ $(\alpha\neq0)$
② 세 근이 연속한 세 정수일 때 ➡ $\alpha-1$, α, $\alpha+1$ (α는 정수)

0778 대표문제

삼차방정식 $x^3-12x^2+ax+b=0$의 세 근의 비가 $1:2:3$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -7 ② -6 ③ -5
④ -4 ⑤ -3

0779 B⁰ 서술형

삼차방정식 $x^3-3x^2+ax+b=0$의 세 근이 연속한 정수일 때, 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하시오.

0780 B⁰

삼차방정식 $x^3-x^2-10x+k=0$의 세 근이 모두 정수이고 한 근이 다른 한 근보다 1만큼 클 때, 상수 k의 값은?

① -16 ② -12 ③ -8
④ -4 ⑤ 0

유형 10 삼차방정식의 작성 개념 06-3

세 수 α, β, γ를 근으로 하고 x^3의 계수가 1인 삼차방정식은

$$x^3-(\alpha+\beta+\gamma)x^2+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)x-\alpha\beta\gamma=0$$

0781 대표문제

삼차방정식 $x^3-3x^2+2x+1=0$의 세 근을 α, β, γ라 할 때, $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$, $\frac{1}{\gamma}$을 세 근으로 하고 x^3의 계수가 1인 삼차방정식은?

① $x^3-3x^2-3x+1=0$
② $x^3-3x^2+2x+2=0$
③ $x^3-2x^2+x-2=0$
④ $x^3+2x^2-3x+1=0$
⑤ $x^3+3x^2+2x+3=0$

0782 B⁰

삼차방정식 $x^3-2x+1=0$의 세 근을 α, β, γ라 할 때, $\alpha+1$, $\beta+1$, $\gamma+1$을 세 근으로 하고 x^3의 계수가 1인 삼차방정식을 구하시오.

0783 B⁰

삼차방정식 $2x^3-5x^2+4x+4=0$의 세 근을 α, β, γ라 할 때, $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$를 세 근으로 하고 x^3의 계수가 1인 삼차방정식을 구하시오.

0784 B⁺ 서술형

x^3의 계수가 1인 삼차식 $P(x)$에 대하여

$$P(1)=P(2)=P(3)=1$$

이 성립할 때, $P(-1)$의 값을 구하시오.

유형 11 삼차방정식의 켤레근 개념 06-4

① 계수가 유리수인 삼차방정식의 한 근이 $p+q\sqrt{m}$이면 $p-q\sqrt{m}$도 근이다. (단, p, q는 유리수, $q\neq0$, $\sqrt{m}$은 무리수)
② 계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이 $p+qi$이면 $p-qi$도 근이다. (단, p, q는 실수, $q\neq0$, $i=\sqrt{-1}$)

0785 대표문제

삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+2=0$의 한 근이 $1-\sqrt{2}$일 때, 유리수 a, b에 대하여 ab의 값은?

① -24 ② -12 ③ -6
④ 6 ⑤ 12

0786 B⁰

삼차방정식 $x^3-ax^2-11x+2=0$의 두 근이 $3+2\sqrt{2}$, α일 때, $a\alpha$의 값을 구하시오. (단, a, α는 유리수이다.)

0787 B⁰

계수가 모두 실수이고 x^3의 계수가 1인 삼차식 $P(x)$에 대하여 방정식 $P(x)=0$의 두 근이 -1, $2+i$일 때, $P(1)$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

0788 B⁰

세 실수 a, b, c에 대하여 이차방정식 $x^2+ax+8=0$과 한 근이 $1+\sqrt{5}i$인 삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+c=0$이 공통인 근 m을 가질 때, m의 값은?

① -8 ② -4 ③ -2
④ 2 ⑤ 4

0789 B⁺ 서술형

계수가 모두 실수이고 x^3의 계수가 1인 삼차식 $P(x)$가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) $P(x)$는 $x-4$로 나누어떨어진다.
(나) 방정식 $P(x)=0$의 한 근이 $6i$이다.

이때 방정식 $P(2x)=0$의 모든 근의 곱을 구하시오.

집중공략

유형 12 방정식 $x^3=1$, $x^3=-1$의 허근의 성질 개념 06-5

(1) 방정식 $x^3=1$의 한 허근이 ω이면 (단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수)
① $\omega^3=1$, $\omega^2+\omega+1=0$
② $\omega+\overline{\omega}=-1$, $\omega\overline{\omega}=1$
③ $\omega^2=\overline{\omega}=\dfrac{1}{\omega}$

(2) 방정식 $x^3=-1$의 한 허근이 ω이면 (단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수)
① $\omega^3=-1$, $\omega^2-\omega+1=0$
② $\omega+\overline{\omega}=1$, $\omega\overline{\omega}=1$
③ $\omega^2=-\overline{\omega}=-\dfrac{1}{\omega}$

0790 대표문제

방정식 $x^3=1$의 한 허근을 ω라 할 때, $\dfrac{\omega^{10}+1}{\omega^2}$의 값을 구하시오.

0791 B⁰

방정식 $x^3-1=0$의 한 허근을 ω라 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?
(단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수이다.)

보기
ㄱ. $\omega^2+\omega+1=0$ ㄴ. $\omega+\overline{\omega}=1$
ㄷ. $\omega\overline{\omega}=-1$ ㄹ. $\omega^2=\overline{\omega}$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄱ, ㄹ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄹ

0792 B⁰

방정식 $x^3=-1$의 한 허근을 ω라 할 때, $\dfrac{\omega^2}{1-\omega}+\dfrac{\omega}{1+\omega^2}$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

0793 B⁰ 서술형

방정식 $x^3+1=0$의 한 허근을 ω라 할 때,
$\omega^6-\omega^5+\omega^4-\omega^3+\omega^2-\omega+1$
의 값을 구하시오.

0794 B⁺

방정식 $x^3=1$의 한 허근을 ω라 할 때,
$\dfrac{\omega}{\omega+1}+\dfrac{\overline{\omega}}{\overline{\omega}+1}+\dfrac{(2\omega+1)\overline{(2\omega+1)}}{(\omega-1)\overline{(\omega-1)}}$의 값은?
(단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

06 여러 가지 방정식

유형 13 $\begin{cases}(\text{일차방정식})\\(\text{이차방정식})\end{cases}$ 꼴의 연립이차방정식 개념 06-6

일차방정식과 이차방정식으로 이루어진 연립이차방정식은 다음과 같은 순서로 푼다.
(i) 일차방정식에서 한 미지수를 다른 미지수에 대한 식으로 나타낸다.
(ii) (i)의 식을 이차방정식에 대입하여 푼다.

0795 대표문제

연립방정식 $\begin{cases}x-y=1\\(x-1)^2+y^2=8\end{cases}$의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$라 할 때, $\alpha+\beta$의 값은? (단, $\alpha>0$, $\beta>0$)

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

0796 B

연립방정식 $\begin{cases}y=x+1\\x^2+y^2=13\end{cases}$의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$라 할 때, $\alpha\beta$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

0797 B⁰

연립방정식 $\begin{cases}x-y=a\\x^2-xy+2y^2=b\end{cases}$의 한 근이 $\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}$일 때, 나머지 한 근을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.)

0798 B⁺ 서술형

두 연립방정식 $\begin{cases}x+2y=1\\x^2+ay^2=7\end{cases}$, $\begin{cases}-4x+by=8\\x^2-3y^2=-2\end{cases}$의 공통인 해가 존재할 때, 자연수 a, b에 대하여 ab의 값을 구하시오.

유형 14 $\begin{cases}(\text{이차방정식})\\(\text{이차방정식})\end{cases}$ 꼴의 연립이차방정식 개념 06-6

두 개의 이차방정식으로 이루어진 연립이차방정식은 다음과 같은 순서로 푼다.
(i) 인수분해가 되는 이차방정식에서 이차식을 두 일차식의 곱으로 인수분해하여 일차방정식을 얻는다.
(ii) (i)의 일차방정식을 다른 이차방정식에 각각 대입하여 푼다.

0799 대표문제

연립방정식 $\begin{cases}x^2-y^2=0\\x^2+xy+2y^2=4\end{cases}$의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$라 할 때, $\alpha+\beta$의 최솟값을 구하시오.

0800 B⁰

연립방정식 $\begin{cases}4x^2-y^2=0\\2x^2-xy+y^2=16\end{cases}$을 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)를 모두 구하시오.

0801 B⁰

연립방정식 $\begin{cases}x^2+xy-2y^2=0\\x^2+xy+y^2=3\end{cases}$의 해를 $x=\alpha$, $y=\beta$라 할 때, $\alpha\beta$의 값을 모두 구하시오.

0802 B⁰

연립방정식 $\begin{cases}x^2-y^2+x+y=0\\x^2-xy+2y^2=1\end{cases}$을 만족시키는 정수 x, y에 대하여 x^2+y^2의 값은?

① 1 ② 2 ③ 4
④ 5 ⑤ 8

유형 15 대칭식으로 이루어진 연립이차방정식 개념 06-6

x, y를 서로 바꾸어 대입해도 변하지 않는 식으로 이루어진 연립이차방정식은 다음과 같은 순서로 푼다.
(i) $x+y=u$, $xy=v$로 놓고 주어진 연립방정식을 u, v에 대한 연립방정식으로 변형한다.
(ii) (i)의 연립방정식을 푼다.
(iii) x, y가 이차방정식 $t^2-ut+v=0$의 두 근임을 이용한다.

0803 대표문제

연립방정식 $\begin{cases} x^2+y^2=34 \\ xy=15 \end{cases}$를 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)를 모두 구하시오.

0804 B⁰

연립방정식 $\begin{cases} x+y-xy=-1 \\ x^2-2xy+y^2=1 \end{cases}$을 만족시키는 x, y에 대하여 x^2-y^2의 최댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

0805 B⁰

연립방정식 $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=2 \\ x^2+xy+y^2=1 \end{cases}$을 만족시키는 x, y에 대하여 $2x+y$의 최솟값은?

① -5 ② -3 ③ -1
④ 1 ⑤ 3

유형 16 연립이차방정식의 해의 조건 개념 06-6

연립이차방정식의 해의 조건이 주어진 경우에는 다음과 같은 순서로 푼다.
(i) 일차방정식을 이차방정식에 대입한다.
(ii) 해의 조건을 만족시키도록 (i)에서 구한 이차방정식의 판별식을 이용한다.

0806 대표문제

연립방정식 $\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ x+y=k \end{cases}$의 해가 오직 한 쌍만 존재하도록 하는 모든 실수 k의 값의 곱은?

① -25 ② -20 ③ -15
④ -10 ⑤ -5

0807 B⁰ 서술형

연립방정식 $\begin{cases} x+y=5 \\ x^2-xy+k=0 \end{cases}$이 실근을 갖도록 하는 모든 자연수 k의 값의 합을 구하시오.

0808 B⁺

연립방정식 $\begin{cases} 2x-y-7=0 \\ x^2-2y=k \end{cases}$가 오직 한 쌍의 해 $x=\alpha$, $y=\beta$를 가질 때, $\alpha-\beta+k$의 값을 구하시오. (단, k는 실수이다.)

0809 B+

연립방정식 $\begin{cases} x+y=2a-1 \\ xy=a^2+a+4 \end{cases}$가 실근을 갖지 않도록 하는 정수 a의 최솟값은?

① -3 ② -2 ③ -1
④ 1 ⑤ 2

유형 17 연립이차방정식의 활용 개념 06-6

연립이차방정식의 활용 문제는 다음과 같은 순서로 푼다.
(i) 구하려는 것을 미지수로 놓고 연립방정식을 세운다.
(ii) 연립방정식을 풀어 해를 구한다.

0810 대표 문제

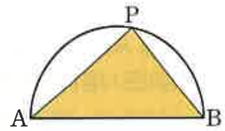
대각선의 길이가 13 m인 직사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅의 가로의 길이를 2 m 줄이고, 세로의 길이를 2 m 늘인 땅의 넓이는 처음 땅의 넓이보다 18 m^2만큼 줄어든다고 한다. 처음 땅의 넓이를 구하시오.

0811 B0

두 자리 자연수에서 각 자리의 숫자의 제곱의 합은 58이고, 일의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자를 바꾼 수와 처음 수의 합은 110일 때, 처음 수를 구하시오.
(단, 십의 자리의 숫자가 일의 자리의 숫자보다 크다.)

0812 B0

오른쪽 그림에서 점 P는 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점이다. $\overline{AB}=10$, $\overline{PA}+\overline{PB}=14$일 때, 삼각형 PAB의 넓이는?



① 12 ② $\frac{33}{2}$ ③ 20
④ $\frac{45}{2}$ ⑤ 24

0813 B0

한 변의 길이가 10 cm인 마름모의 넓이가 96 cm^2일 때, 이 마름모의 두 대각선의 길이를 각각 a cm, b cm라 하자. 이때 $2a-b$의 값은? (단, $a>b$)

① 8 ② 12 ③ 16
④ 20 ⑤ 24

0814 B+ 서술형

밑면의 대각선의 길이가 15 cm, 높이가 10 cm인 직육면체가 있다. 밑면의 가로와 세로의 길이를 각각 1 cm씩 늘이면 부피가 처음 직육면체의 부피보다 220 cm^3만큼 증가한다고 한다. 처음 직육면체의 밑면의 가로의 길이를 구하시오. (단, 직육면체의 밑면의 가로의 길이는 세로의 길이보다 길다.)

0738 $x+y=1$에서 $\quad y=1-x \quad \cdots\cdots$ ㉠
㉠을 $x^2+y^2=5$에 대입하면
$x^2+(1-x)^2=5, \quad 2x^2-2x-4=0$
$x^2-x-2=0, \quad (x+1)(x-2)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$
$x=-1$을 ㉠에 대입하면 $\quad y=2$
$x=2$를 ㉠에 대입하면 $\quad y=-1$
따라서 주어진 연립방정식의 해는
$\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

답 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

0739 $2x+y=3$에서 $\quad y=3-2x \quad \cdots\cdots$ ㉠
㉠을 $y^2-x^2=24$에 대입하면
$(3-2x)^2-x^2=24, \quad 3x^2-12x-15=0$
$x^2-4x-5=0, \quad (x+1)(x-5)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$
$x=-1$을 ㉠에 대입하면 $\quad y=5$
$x=5$를 ㉠에 대입하면 $\quad y=-7$
따라서 주어진 연립방정식의 해는
$\begin{cases} x=-1 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=-7 \end{cases}$

답 $\begin{cases} x=-1 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=-7 \end{cases}$

0740 $x-y=6$에서 $\quad y=x-6 \quad \cdots\cdots$ ㉠
㉠을 $x^2+xy+y^2=12$에 대입하면
$x^2+x(x-6)+(x-6)^2=12, \quad 3x^2-18x+24=0$
$x^2-6x+8=0, \quad (x-2)(x-4)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=4$
$x=2$를 ㉠에 대입하면 $\quad y=-4$
$x=4$를 ㉠에 대입하면 $\quad y=-2$
따라서 주어진 연립방정식의 해는
$\begin{cases} x=2 \\ y=-4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases}$

답 $\begin{cases} x=2 \\ y=-4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases}$

0741 $x^2+xy-2y^2=0$에서
$(x+2y)(x-y)=0$
$\therefore x=-2y$ 또는 $x=y$
(i) $x=-2y$를 $2x^2+y^2=9$에 대입하면
$8y^2+y^2=9, \quad 9y^2=9, \quad y^2=1$
$\therefore y=\pm 1,\ x=\mp 2$ (복호동순)
(ii) $x=y$를 $2x^2+y^2=9$에 대입하면
$2y^2+y^2=9, \quad 3y^2=9, \quad y^2=3$
$\therefore y=\pm\sqrt{3},\ x=\pm\sqrt{3}$ (복호동순)
(i), (ii)에서 주어진 연립방정식의 해는
$\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$

답 풀이 참조

0742 $x^2-2xy-3y^2=0$에서
$(x+y)(x-3y)=0$
$\therefore x=-y$ 또는 $x=3y$
(i) $x=-y$를 $x^2-xy=18$에 대입하면
$y^2+y^2=18, \quad 2y^2=18, \quad y^2=9$
$\therefore y=\pm 3,\ x=\mp 3$ (복호동순)
(ii) $x=3y$를 $x^2-xy=18$에 대입하면
$9y^2-3y^2=18, \quad 6y^2=18, \quad y^2=3$
$\therefore y=\pm\sqrt{3},\ x=\pm 3\sqrt{3}$ (복호동순)
(i), (ii)에서 주어진 연립방정식의 해는
$\begin{cases} x=-3 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=-3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$

답 풀이 참조

0743 $x^2-y^2=0$에서 $\quad (x+y)(x-y)=0$
$\therefore x=-y$ 또는 $x=y$
(i) $x=-y$를 $x^2+5xy-2y^2=24$에 대입하면
$y^2-5y^2-2y^2=24, \quad -6y^2=24, \quad y^2=-4$
$\therefore y=\pm 2i,\ x=\mp 2i$ (복호동순)
(ii) $x=y$를 $x^2+5xy-2y^2=24$에 대입하면
$y^2+5y^2-2y^2=24, \quad 4y^2=24, \quad y^2=6$
$\therefore y=\pm\sqrt{6},\ x=\pm\sqrt{6}$ (복호동순)
(i), (ii)에서 주어진 연립방정식의 해는
$\begin{cases} x=-2i \\ y=2i \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2i \\ y=-2i \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=\sqrt{6} \\ y=\sqrt{6} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{6} \\ y=-\sqrt{6} \end{cases}$

답 풀이 참조

0744 x, y는 이차방정식 $t^2-4t-12=0$의 두 근이므로
$(t+2)(t-6)=0 \quad \therefore t=-2$ 또는 $t=6$
따라서 주어진 연립방정식의 해는
$\begin{cases} x=-2 \\ y=6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=6 \\ y=-2 \end{cases}$

답 $\begin{cases} x=-2 \\ y=6 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=6 \\ y=-2 \end{cases}$

0745 $x-xy+y=1$에서 $x+y=-2$이므로
$xy=-3$
즉 x, y는 이차방정식 $t^2+2t-3=0$의 두 근이므로
$(t+3)(t-1)=0 \quad \therefore t=-3$ 또는 $t=1$
따라서 주어진 연립방정식의 해는
$\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$

답 $\begin{cases} x=-3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$

0746 $x^3-x^2-4x+4=0$에서
$x^2(x-1)-4(x-1)=0, \quad (x-1)(x^2-4)=0$
$(x-1)(x+2)(x-2)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$
따라서 가장 큰 근은 2, 가장 작은 근은 -2이므로
$\alpha=2,\ \beta=-2 \quad \therefore \alpha-\beta=4$

답 4

0747 $P(x)=x^3+x^2+2x-4$라 하면
$P(1)=1+1+2-4=0$
조립제법을 이용하여 $P(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 1 & 2 & -4 \\ & & 1 & 2 & 4 \\ \hline & 1 & 2 & 4 & 0 \end{array}$$

$P(x)=(x-1)(x^2+2x+4)$

따라서 주어진 방정식은

$(x-1)(x^2+2x+4)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=-1\pm\sqrt{3}i$

따라서 주어진 방정식의 허근인 것은 ①이다. 답 ①

0748 $P(x)=x^4-3x^3-x^2+5x+2$라 하면

$P(-1)=1+3-1-5+2=0$,

$P(2)=16-24-4+10+2=0$

조립제법을 이용하여 $P(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -3 & -1 & 5 & 2 \\ & & -1 & 4 & -3 & -2 \\ \hline 2 & 1 & -4 & 3 & 2 & \boxed{0} \\ & & 2 & -4 & -2 & \\ \hline & 1 & -2 & -1 & \boxed{0} & \end{array}$$

$\therefore P(x)=(x+1)(x-2)(x^2-2x-1)$

즉 주어진 방정식은

$(x+1)(x-2)(x^2-2x-1)=0$ ··· ❶

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}$ ··· ❷

따라서 모든 실근의 합은

$-1+2+(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})=3$ ··· ❸

답 3

채점 기준	비율
❶ 주어진 방정식의 좌변을 인수분해할 수 있다.	50 %
❷ 주어진 방정식의 근을 구할 수 있다.	30 %
❸ 모든 실근의 합을 구할 수 있다.	20 %

0749 $P(x)=x^4-4x+3$이라 하면

$P(1)=1-4+3=0$

조립제법을 이용하여 $P(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 0 & 0 & -4 & 3 \\ & & 1 & 1 & 1 & -3 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & -3 & \boxed{0} \\ & & 1 & 2 & 3 & \\ \hline & 1 & 2 & 3 & \boxed{0} & \end{array}$$

— $Q(x)=x^3+x^2+x-3$으로 놓으면 $Q(1)=0$

$\therefore P(x)=(x-1)^2(x^2+2x+3)$

따라서 주어진 방정식은

$(x-1)^2(x^2+2x+3)=0$

이때 두 허근 α, β는 방정식 $x^2+2x+3=0$의 근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

└ 이차방정식 $x^2+2x+3=0$의 판별식을 D라 하면 $\frac{D}{4}=1^2-1\cdot3=-2<0$

$\alpha+\beta=-2$, $\alpha\beta=3$

$\therefore \alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=(-2)^3-3\cdot3\cdot(-2)=10$ 답 ⑤

0750 $P(x)=x^3+(k-2)x^2-4k$라 하면

$P(2)=8+4(k-2)-4k=0$

조립제법을 이용하여 $P(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & k-2 & 0 & -4k \\ & & 2 & 2k & 4k \\ \hline & 1 & k & 2k & \boxed{0} \end{array}$$

$P(x)=(x-2)(x^2+kx+2k)$

따라서 주어진 방정식은

$(x-2)(x^2+kx+2k)=0$

이때 두 허근 α, β는 방정식 $x^2+kx+2k=0$의 근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-k$

$\alpha+\beta=-3$이므로 $-k=-3$

$\therefore k=3$ 답 3

0751 $x^2+3x=X$로 놓으면 주어진 방정식은

$(X+1)(X-3)=5$, $X^2-2X-8=0$

$(X+2)(X-4)=0$ $\therefore X=-2$ 또는 $X=4$

(i) $X=-2$일 때, $x^2+3x+2=0$에서

$(x+2)(x+1)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=-1$

(ii) $X=4$일 때, $x^2+3x-4=0$에서

$(x+4)(x-1)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=1$

(i), (ii)에서

$x=-4$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=1$

$\therefore |\alpha|+|\beta|+|\gamma|+|\delta|$

$=|-4|+|-2|+|-1|+|1|=8$ 답 ④

0752 $x^2-2x=X$로 놓으면 주어진 방정식은

$X^2+X-12=0$, $(X+4)(X-3)=0$

$\therefore X=-4$ 또는 $X=3$

(i) $X=-4$일 때, $x^2-2x+4=0$에서

$x=1\pm\sqrt{3}i$

(ii) $X=3$일 때, $x^2-2x-3=0$에서

$(x+1)(x-3)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

(i), (ii)에서

$x=1\pm\sqrt{3}i$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 주어진 방정식의 근인 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0753 $x^2+4x=X$로 놓으면 주어진 방정식은

$(X+2)^2-2X-19=0$, $X^2+2X-15=0$

$(X+5)(X-3)=0$ $\therefore X=-5$ 또는 $X=3$

(i) $X=-5$일 때,

$x^2+4x+5=0$이므로 이 방정식의 판별식을 D_1이라 하면

$\frac{D_1}{4}=2^2-1\cdot5=-1<0$

즉 방정식 $x^2+4x+5=0$은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

(ii) $X=3$일 때,

$x^2+4x-3=0$이므로 이 방정식의 판별식을 D_2라 하면

$\frac{D_2}{4}=2^2-1\cdot(-3)=7>0$

즉 방정식 $x^2+4x-3=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 두 실근은 방정식 $x^2+4x-3=0$의 근이고, 두 허근은 방정식 $x^2+4x+5=0$의 근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$a=-4$, $b=5$

$\therefore a-b=-9$ 답 -9

0754 $x(x+2)(x+4)(x+6)+15=0$에서

$\{x(x+6)\}\{(x+2)(x+4)\}+15=0$ 상수항의 합이 같아지도록 짝을 짓는다.

$(x^2+6x)(x^2+6x+8)+15=0$

$x^2+6x=X$로 놓으면 주어진 방정식은

$X(X+8)+15=0$ ⋯ ❶

$X^2+8X+15=0,\quad (X+5)(X+3)=0$

$\therefore X=-5$ 또는 $X=-3$

(i) $X=-5$일 때, $x^2+6x+5=0$에서

$(x+5)(x+1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=-1$

(ii) $X=-3$일 때, $x^2+6x+3=0$에서

$x=-3\pm\sqrt{6}$ ⋯ ❷

(i), (ii)에서 α, β의 값은 -5, -1이므로

$\alpha^2+\beta^2=(-5)^2+(-1)^2=26$ ⋯ ❸

답 26

채점 기준	비율
❶ 주어진 방정식을 한 문자에 대한 이차방정식으로 변형할 수 있다.	40 %
❷ 방정식의 해를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0755 $x^4-14x^2+25=0$에서

$(x^4-10x^2+25)-4x^2=0,\quad (x^2-5)^2-(2x)^2=0$

$(x^2+2x-5)(x^2-2x-5)=0$

$\therefore x^2+2x-5=0$ 또는 $x^2-2x-5=0$

$\therefore x=-1\pm\sqrt{6}$ 또는 $x=1\pm\sqrt{6}$

따라서 주어진 방정식의 양수인 근은 $-1+\sqrt{6}$, $1+\sqrt{6}$이므로 구하는 합은

$(-1+\sqrt{6})+(1+\sqrt{6})=2\sqrt{6}$

답 ⑤

0756 $x^2=X$로 놓으면 주어진 방정식은

$X^2+3X-4=0,\quad (X+4)(X-1)=0$

$\therefore X=-4$ 또는 $X=1$

즉 $x^2=-4$ 또는 $x^2=1$이므로

$x=\pm 2i$ 또는 $x=\pm 1$

따라서 주어진 방정식의 실근은 1, -1이므로 모든 실근의 곱은

$1\cdot(-1)=-1$

답 -1

0757 $x^4-x^2+16=0$에서

$(x^4+8x^2+16)-9x^2=0,\quad (x^2+4)^2-(3x)^2=0$

$\therefore (x^2+3x+4)(x^2-3x+4)=0$ ⋯ ❶

방정식 $x^2+3x+4=0$의 두 근을 α, β, 방정식 $x^2-3x+4=0$의 두 근을 γ, δ라 하면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-3,\ \alpha\beta=4,\ \gamma+\delta=3,\ \gamma\delta=4$ ⋯ ❷

$\therefore \alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\delta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta+(\gamma+\delta)^2-2\gamma\delta$

$=(-3)^2-2\cdot4+3^2-2\cdot4$

$=2$ ⋯ ❸

답 2

채점 기준	비율
❶ 주어진 방정식의 좌변을 인수분해할 수 있다.	40 %
❷ $x^2+3x+4=0$, $x^2-3x+4=0$에서 근과 계수의 관계를 이용할 수 있다.	30 %
❸ $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\delta^2$의 값을 구할 수 있다.	30 %

0758 방정식 $x^4+5x^3+6x^2+5x+1=0$의 양변을 x^2으로 나누면

$x^2+5x+6+\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}=0,\quad x^2+\frac{1}{x^2}+5\left(x+\frac{1}{x}\right)+6=0$

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+5\left(x+\frac{1}{x}\right)+4=0$

$x+\frac{1}{x}=X$로 놓으면

$X^2+5X+4=0,\quad (X+4)(X+1)=0$

$\therefore X=-4$ 또는 $X=-1$

(i) $X=-4$일 때, $x+\frac{1}{x}=-4$에서

$x^2+4x+1=0\quad \therefore x=-2\pm\sqrt{3}$

판별식을 D라 하면 $\frac{D}{4}=2^2-1=3>0$ 이므로 이 이차방정식은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

(ii) $X=-1$일 때, $x+\frac{1}{x}=-1$에서

$x^2+x+1=0\quad \therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 모든 실근의 합은

$(-2+\sqrt{3})+(-2-\sqrt{3})=-4$

답 ③

0759 방정식 $x^4-4x^3+2x^2-4x+1=0$의 양변을 x^2으로 나누면

$x^2-4x+2-\frac{4}{x}+\frac{1}{x^2}=0,\quad x^2+\frac{1}{x^2}-4\left(x+\frac{1}{x}\right)+2=0$

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4\left(x+\frac{1}{x}\right)=0$

$x+\frac{1}{x}=X$로 놓으면

$X^2-4X=0,\quad X(X-4)=0$

$\therefore X=0$ 또는 $X=4$

(i) $X=0$일 때, $x+\frac{1}{x}=0$에서

$x^2+1=0,\quad x^2=-1\quad \therefore x=\pm i$

(ii) $X=4$일 때, $x+\frac{1}{x}=4$에서

$x^2-4x+1=0\quad \therefore x=2\pm\sqrt{3}$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 두 실근의 합은

$a=(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$

두 허근의 곱은 $b=i\cdot(-i)=1$

$\therefore a+b=5$

답 5

0760 방정식 $x^4+2x^3-x^2+2x+1=0$의 양변을 x^2으로 나누면

$x^2+2x-1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}=0,\quad x^2+\frac{1}{x^2}+2\left(x+\frac{1}{x}\right)-1=0$

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+2\left(x+\frac{1}{x}\right)-3=0$

$x+\frac{1}{x}=X$로 놓으면

$X^2+2X-3=0,\quad (X+3)(X-1)=0$

$\therefore X=-3$ 또는 $X=1$ ⋯ ❶

06 여러 가지 방정식

(i) $X=-3$일 때, $x+\frac{1}{x}=-3$에서

$x^2+3x+1=0$

이 방정식의 판별식을 D_1이라 하면

$D_1=3^2-4\cdot1\cdot1=5>0$

즉 방정식 $x^2+3x+1=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다. ⋯ ❷

(ii) $X=1$일 때, $x+\frac{1}{x}=1$에서

$x^2-x+1=0$

이 방정식의 판별식을 D_2라 하면

$D_2=(-1)^2-4\cdot1\cdot1=-3<0$

즉 방정식 $x^2-x+1=0$은 서로 다른 두 허근을 갖는다. ⋯ ❸

(i), (ii)에서 α는 방정식 $x^2+3x+1=0$의 한 실근이므로

$\alpha^2+3\alpha+1=0$

$\therefore\ \alpha^2+3\alpha=-1$ ⋯ ❹

답 -1

채점 기준	비율
❶ $x+\frac{1}{x}=X$로 놓고 X에 대한 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	30 %
❷ $X=-3$일 때, 근을 판별할 수 있다.	20 %
❸ $X=1$일 때, 근을 판별할 수 있다.	20 %
❹ $\alpha^2+3\alpha$의 값을 구할 수 있다.	30 %

0761 $2x^3+kx^2+(k-2)x+2=0$의 한 근이 1이므로

$2+k+(k-2)+2=0$

$2+2k=0 \qquad \therefore\ k=-1$

즉 주어진 방정식은

$2x^3-x^2-3x+2=0$

이므로 조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & -1 & -3 & 2 \\ & & 2 & 1 & -2 \\ \hline & 2 & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$(x-1)(2x^2+x-2)=0$

이때 α, β는 방정식 $2x^2+x-2=0$의 두 근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-\frac{1}{2}$

답 ④

0762 $x^3+ax^2+bx+10=0$의 한 근이 $\sqrt{2}$이므로

$(\sqrt{2})^3+a(\sqrt{2})^2+b\sqrt{2}+10=0$

$2\sqrt{2}+2a+b\sqrt{2}+10=0$

$(2a+10)+(2+b)\sqrt{2}=0$

이때 a, b가 유리수이므로 $\quad 2a+10=0,\ 2+b=0$

따라서 $a=-5$, $b=-2$이므로

$a+b=-7$

답 -7

라쎈 특강

a, b가 유리수이고 $\sqrt{m}$이 무리수일 때,

$a+b\sqrt{m}=0 \rightarrow a=0,\ b=0$

0763 방정식 $3x^3-ax^2+x+b=0$의 두 근이 -1, 2이므로

$-3-a-1+b=0$에서 $\quad a-b=-4$ ⋯⋯ ㉠

$24-4a+2+b=0$에서 $\quad 4a-b=26$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=10$, $b=14$

즉 주어진 방정식은 $3x^3-10x^2+x+14=0$이므로 조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 3 & -10 & 1 & 14 \\ & & -3 & 13 & -14 \\ \hline 2 & 3 & -13 & 14 & \boxed{0} \\ & & 6 & -14 & \\ \hline & 3 & -7 & \boxed{0} & \end{array}$$

$\therefore\ (x+1)(x-2)(3x-7)=0$

따라서 나머지 한 근은 $\frac{7}{3}$이므로 $\quad \alpha=\frac{7}{3}$

$\therefore\ \frac{ab}{\alpha}=10\cdot14\cdot\frac{3}{7}=60$

답 ③

0764 방정식 $x^4+ax^3+5x^2-ax+b=0$의 두 근이 2, 3이므로

$16+8a+20-2a+b=0$에서 $\quad 6a+b=-36$ ⋯⋯ ㉠

$81+27a+45-3a+b=0$에서 $\quad 24a+b=-126$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-5$, $b=-6$ ⋯ ❶

즉 주어진 방정식은 $x^4-5x^3+5x^2+5x-6=0$이므로 조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & -5 & 5 & 5 & -6 \\ & & 2 & -6 & -2 & 6 \\ \hline 3 & 1 & -3 & -1 & 3 & \boxed{0} \\ & & 3 & 0 & -3 & \\ \hline & 1 & 0 & -1 & \boxed{0} & \end{array}$$

$\therefore\ (x-2)(x-3)(x^2-1)=0$ ⋯ ❷

따라서 주어진 방정식의 나머지 두 근은 방정식 $x^2-1=0$의 근이므로

$x=-1$ 또는 $x=1$ ⋯ ❸

답 -1, 1

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 주어진 방정식의 좌변을 인수분해할 수 있다.	40 %
❸ 나머지 두 근을 구할 수 있다.	20 %

0765 $P(x)=x^3-3x^2+(k-4)x+k$라 하면

$P(-1)=-1-3-(k-4)+k=0$

조립제법을 이용하여 $P(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -3 & k-4 & k \\ & & -1 & 4 & -k \\ \hline & 1 & -4 & k & \boxed{0} \end{array}$$

$\therefore\ P(x)=(x+1)(x^2-4x+k)$

따라서 주어진 방정식은

$(x+1)(x^2-4x+k)=0$

이 방정식의 근이 모두 실수가 되려면 이차방정식 $x^2-4x+k=0$이 실근을 가져야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-k\geq0$

$\therefore\ k\leq4$

답 ④

0766 $x^3+x^2+kx+k=0$에서

$x^2(x+1)+k(x+1)=0$

$\therefore (x^2+k)(x+1)=0$ ⋯ ❶

이 방정식이 한 개의 실근과 두 개의 허근을 가지려면 이차방정식 $x^2+k=0$이 두 개의 허근을 가져야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$D=0^2-4\cdot1\cdot k<0 \qquad \therefore k>0$ ⋯ ❷

따라서 정수 k의 최솟값은 1이다. ⋯ ❸

답 1

채점 기준	비율
❶ 주어진 삼차방정식의 좌변을 인수분해할 수 있다.	30 %
❷ 판별식을 이용하여 k의 값의 범위를 구할 수 있다.	50 %
❸ 정수 k의 최솟값을 구할 수 있다.	20 %

0767 $P(x)=x^3-(1+3k)x+3k$라 하면

$P(1)=1-(1+3k)+3k=0$

조립제법을 이용하여 $P(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -(1+3k) & 3k \\ & & 1 & 1 & -3k \\ \hline & 1 & 1 & -3k & \boxed{0} \end{array}$$

$\therefore P(x)=(x-1)(x^2+x-3k)$

따라서 주어진 방정식은

$(x-1)(x^2+x-3k)=0$

이 방정식이 중근을 가지려면

(i) 방정식 $x^2+x-3k=0$이 $x=1$을 근으로 가질 때,

$1+1-3k=0 \qquad \therefore k=\dfrac{2}{3}$

(ii) 방정식 $x^2+x-3k=0$이 중근을 가질 때,

이 방정식의 판별식을 D라 하면

$D=1^2-4\cdot1\cdot(-3k)=0 \qquad \therefore k=-\dfrac{1}{12}$

(i), (ii)에서 모든 k의 값의 합은

$\dfrac{2}{3}+\left(-\dfrac{1}{12}\right)=\dfrac{7}{12}$

답 ④

0768 방정식 $(x-2)(x^2-4kx+3k+1)=0$이 서로 다른 두 실근을 가지려면

(i) 방정식 $x^2-4kx+3k+1=0$이 $x=2$를 근으로 가질 때,

$4-8k+3k+1=0 \qquad \therefore k=1$

그런데 $k=1$이면 주어진 방정식은

$(x-2)(x^2-4x+4)=0$, 즉 $(x-2)^3=0$

이므로 서로 같은 세 실근을 갖는다.

$\therefore k\neq1$

(ii) 방정식 $x^2-4kx+3k+1=0$이 중근을 가질 때,

이 방정식의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=(-2k)^2-(3k+1)=0$

$4k^2-3k-1=0, \qquad (4k+1)(k-1)=0$

$\therefore k=-\dfrac{1}{4}$ 또는 $k=1$

(i), (ii)에서 $\qquad k=-\dfrac{1}{4}$

답 ②

라쎈 특강

삼차방정식 $(x-2)(x^2-4kx+3k+1)=0$이 서로 다른 두 실근을 갖는 경우는 방정식 $x^2-4kx+3k+1=0$이 2와 2가 아닌 실근을 갖는 경우와 2가 아닌 중근을 갖는 경우의 두 가지가 있다. 그런데 (i)에서 방정식 $x^2-4kx+3k+1=0$이 2를 근으로 가지면 다른 한 근도 2이므로 주어진 삼차방정식은 서로 같은 세 실근을 갖는다. 따라서 방정식 $x^2-4kx+3k+1=0$은 2가 아닌 중근을 가져야 한다.

0769 처음 정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면

$(x+1)(x+2)\cdot\dfrac{1}{2}x=\dfrac{3}{2}x^3$

$2x^3-3x^2-2x=0, \qquad x(2x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=0$ 또는 $x=2$

그런데 $\underline{x>0}$이므로 $\qquad x=2$ 길이는 양수이어야 한다.

따라서 처음 정육면체의 한 모서리의 길이는 2 cm이다. 답 ①

0770 $\dfrac{1}{3}\cdot\pi\cdot6^2\cdot9=\pi\cdot r^2\cdot(r-3)$이므로

$r^3-3r^2-108=0$ ⋯ ❶

$P(r)=r^3-3r^2-108$이라 하면

$P(6)=216-108-108=0$

조립제법을 이용하여 $P(r)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 6 & 1 & -3 & 0 & -108 \\ & & 6 & 18 & 108 \\ \hline & 1 & 3 & 18 & \boxed{0} \end{array}$$

$P(r)=(r-6)(r^2+3r+18)$

따라서 방정식은

$(r-6)(r^2+3r+18)=0$

$\therefore r=6\ (\because \underline{r^2+3r+18>0})$ ⋯ ❷

$r^2+3r+18=\left(r+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{63}{4}>0$

답 6

채점 기준	비율
❶ 삼차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ r의 값을 구할 수 있다.	60 %

0771 처음 3개의 구의 반지름의 길이를 각각 $(x-1)$ cm, x cm, $(x+1)$ cm라 하면 새로 만든 구의 반지름의 길이는 $(x+2)$ cm이므로

$\dfrac{4}{3}\pi(x-1)^3+\dfrac{4}{3}\pi x^3+\dfrac{4}{3}\pi(x+1)^3=\dfrac{4}{3}\pi(x+2)^3$

$(x-1)^3+x^3+(x+1)^3=(x+2)^3$

$\therefore x^3-3x^2-3x-4=0$

$P(x)=x^3-3x^2-3x-4$라 하면

$P(4)=64-48-12-4=0$

조립제법을 이용하여 $P(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 4 & 1 & -3 & -3 & -4 \\ & & 4 & 4 & 4 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & \boxed{0} \end{array}$$

$P(x)=(x-4)(x^2+x+1)$

즉 방정식은

$(x-4)(x^2+x+1)=0$

$\therefore x=4\ (\because \underline{x^2+x+1>0})$ $\quad x^2+x+1=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0$

따라서 새로 만든 구의 반지름의 길이는

$4+2=6\ (\mathrm{cm})$ 답 ③

0772 $S=18x^2$, $V=4x^3$이므로 $S=V-50$에서

$18x^2=4x^3-50, \qquad 2x^3-9x^2-25=0$

$P(x)=2x^3-9x^2-25$라 하면

$P(5)=250-225-25=0$

조립제법을 이용하여 $P(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 5 & 2 & -9 & 0 & -25 \\ & & 10 & 5 & 25 \\ \hline & 2 & 1 & 5 & \boxed{0} \end{array}$$

$P(x)=(x-5)(2x^2+x+5)$

따라서 방정식은

$(x-5)(2x^2+x+5)=0$

$\therefore x=5\ (\because \underbrace{2x^2+x+5>0}_{2x^2+x+5=2\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{39}{8}>0})$ 답 ④

0773 삼차방정식 $x^3+2x^2-5x+3=0$의 세 근이 α, β, γ이므로 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta+\gamma=-2$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-5$, $\alpha\beta\gamma=-3$

$\therefore \alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$

$=(-2)^2-2\cdot(-5)=14$ 답 ④

0774 삼차방정식 $x^3+3x-5=0$의 세 근이 α, β, γ이므로 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta+\gamma=0$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3$, $\alpha\beta\gamma=5$ ⋯ ❶

$\therefore (1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$

$=1-(\alpha+\beta+\gamma)+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-\alpha\beta\gamma$

$=1-0+3-5=-1$ ⋯ ❷

답 -1

채점 기준	비율
❶ $\alpha+\beta+\gamma$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$, $\alpha\beta\gamma$의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	50 %

0775 삼차방정식 $x^3-x^2+4x-6=0$의 세 근이 α, β, γ이므로 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta+\gamma=1$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=4$, $\alpha\beta\gamma=6$

$\therefore \dfrac{3}{\alpha}+\dfrac{3}{\beta}+\dfrac{3}{\gamma}=\dfrac{3(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)}{\alpha\beta\gamma}$

$=\dfrac{3\cdot4}{6}=2$ 답 2

0776 $\dfrac{1}{\alpha\beta}+\dfrac{1}{\beta\gamma}+\dfrac{1}{\gamma\alpha}=2$에서

$\dfrac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma}=2$ ⋯⋯ ㉠

이때 삼차방정식 $x^3-ax^2+8x+5=0$의 세 근이 α, β, γ이므로 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta+\gamma=a$, $\alpha\beta\gamma=-5$

따라서 ㉠에서 $\dfrac{a}{-5}=2$이므로

$a=-10$ 답 ①

0777 이차방정식 $x^2-2x+a=0$의 두 근을 α, β, 삼차방정식 $x^3-3x^2+bx-4=0$의 세 근을 α, β, γ라 하면 이차방정식과 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=2$, $\alpha+\beta+\gamma=3$

이므로 $\gamma=1$

또 $\alpha\beta=a$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=b$, $\alpha\beta\gamma=4$이므로

$\underline{a+2=b}$, $a=4$

$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=b$에서 $a+\beta+\alpha=b$ $\therefore a+2=b$

$\therefore a=4$, $b=6$

$\therefore a+b=10$ 답 10

다른 풀이 이차방정식 $x^2-2x+a=0$의 두 근이 삼차방정식 $x^3-3x^2+bx-4=0$의 근이므로 x^3-3x^2+bx-4는 x^2-2x+a를 인수로 갖는다. 즉

$x^3-3x^2+bx-4=(x-c)(x^2-2x+a)$

$=x^3-(2+c)x^2+(a+2c)x-ac$ (c는 상수)

라 하면 이 등식이 x에 대한 항등식이므로

$3=2+c$, $b=a+2c$, $4=ac$

$\therefore a=4$, $b=6$, $c=1$

$\therefore a+b=10$

0778 주어진 삼차방정식의 세 근을 α, 2α, $3\alpha\ (\alpha\neq0)$라 하면 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+2\alpha+3\alpha=12, \qquad 6\alpha=12$

$\therefore \alpha=2$

따라서 세 근이 2, 4, 6이므로

$2\cdot4+4\cdot6+6\cdot2=a$, $2\cdot4\cdot6=-b$

$\therefore a=44$, $b=-48$

$\therefore a+b=-4$ 답 ④

0779 주어진 삼차방정식의 세 근을 $\alpha-1$, α, $\alpha+1$ (α는 정수)이라 하면 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$(\alpha-1)+\alpha+(\alpha+1)=3, \qquad 3\alpha=3$

$\therefore \alpha=1$

따라서 세 근이 0, 1, 2이므로 ⋯ ❶

$0\cdot1+1\cdot2+2\cdot0=a$, $0\cdot1\cdot2=-b$

$\therefore a=2$, $b=0$ ⋯ ❷

$\therefore a-b=2$ ⋯ ❸

답 2

채점 기준	비율
❶ 삼차방정식의 세 근을 구할 수 있다.	50 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0780 주어진 삼차방정식의 세 근을 α, $\alpha+1$, β라 하면 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+(\alpha+1)+\beta=1$이므로 $\beta=-2\alpha$ ⋯⋯ ㉠

$\alpha(\alpha+1)+(\alpha+1)\beta+\beta\alpha=-10$이므로

$\alpha^2+2\alpha\beta+\alpha+\beta=-10$ ⋯⋯ ㉡

$\alpha(\alpha+1)\beta=-k$ ⋯⋯ ㉢

㉠을 ㉡에 대입하여 정리하면

$3\alpha^2+\alpha-10=0,\quad (\alpha+2)(3\alpha-5)=0$

$\therefore \alpha=-2$ ($\because$ α는 정수)

$\therefore \beta=-2\cdot(-2)=4$

$\alpha=-2$, $\beta=4$를 ㉢에 대입하면 $\quad -k=-2\cdot(-1)\cdot 4=8$

$\therefore k=-8$ 답 ③

0781 삼차방정식 $x^3-3x^2+2x+1=0$의 세 근이 α, β, γ이므로 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta+\gamma=3$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2$, $\alpha\beta\gamma=-1$

$\therefore \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}=\frac{2}{-1}=-2,$

$\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\beta}\cdot\frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\gamma}\cdot\frac{1}{\alpha}=\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma}=\frac{3}{-1}=-3,$

$\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}\cdot\frac{1}{\gamma}=\frac{1}{\alpha\beta\gamma}=-1$

따라서 $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$, $\frac{1}{\gamma}$을 세 근으로 하고 x^3의 계수가 1인 삼차방정식은

$x^3+2x^2-3x+1=0$ 답 ④

다른 풀이 삼차방정식 $x^3-3x^2+2x+1=0$의 한 근이 α이므로

$\alpha^3-3\alpha^2+2\alpha+1=0$

$\alpha\neq 0$이므로 위의 식의 양변을 α^3으로 나누면

$1-\frac{3}{\alpha}+\frac{2}{\alpha^2}+\frac{1}{\alpha^3}=0 \qquad \therefore \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3+2\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2-3\left(\frac{1}{\alpha}\right)+1=0$

즉 $\frac{1}{\alpha}$은 삼차방정식 $x^3+2x^2-3x+1=0$의 근이다.

같은 방법으로 삼차방정식 $x^3-3x^2+2x+1=0$의 다른 두 근 β, γ에 대하여 $\frac{1}{\beta}$, $\frac{1}{\gamma}$은 삼차방정식 $x^3+2x^2-3x+1=0$의 근이다.

따라서 구하는 삼차방정식은

$x^3+2x^2-3x+1=0$

라쎈 특강

삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ $(d\neq 0)$의 세 근이 α, β, γ이면 삼차방정식 $dx^3+cx^2+bx+a=0$의 세 근은 $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$, $\frac{1}{\gamma}$이다.

0782 삼차방정식 $x^3-2x+1=0$의 세 근이 α, β, γ이므로 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta+\gamma=0$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-2$, $\alpha\beta\gamma=-1$

$\therefore (\alpha+1)+(\beta+1)+(\gamma+1)=\alpha+\beta+\gamma+3=3,$

$(\alpha+1)(\beta+1)+(\beta+1)(\gamma+1)+(\gamma+1)(\alpha+1)$

$=\alpha\beta+\alpha+\beta+1+\beta\gamma+\beta+\gamma+1+\gamma\alpha+\gamma+\alpha+1$

$=(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+2(\alpha+\beta+\gamma)+3$

$=-2+2\cdot 0+3=1,$

$(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$

$=\alpha\beta\gamma+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+(\alpha+\beta+\gamma)+1$

$=-1+(-2)+0+1=-2$

따라서 $\alpha+1$, $\beta+1$, $\gamma+1$을 세 근으로 하고 x^3의 계수가 1인 삼차방정식은

$x^3-3x^2+x+2=0$ 답 $x^3-3x^2+x+2=0$

0783 삼차방정식 $2x^3-5x^2+4x+4=0$의 세 근이 α, β, γ이므로 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta+\gamma=\frac{5}{2}$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2$, $\alpha\beta\gamma=-2$

$\therefore \alpha\beta\cdot\beta\gamma+\beta\gamma\cdot\gamma\alpha+\gamma\alpha\cdot\alpha\beta=\alpha\beta^2\gamma+\alpha\beta\gamma^2+\alpha^2\beta\gamma$

$=\alpha\beta\gamma(\alpha+\beta+\gamma)$

$=-2\cdot\frac{5}{2}=-5,$

$\alpha\beta\cdot\beta\gamma\cdot\gamma\alpha=(\alpha\beta\gamma)^2=(-2)^2=4$

따라서 $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\alpha$를 세 근으로 하고 x^3의 계수가 1인 삼차방정식은

$x^3-2x^2-5x-4=0$ 답 $x^3-2x^2-5x-4=0$

0784 $P(1)=P(2)=P(3)=1$이므로

$P(1)-1=0,\ P(2)-1=0,\ P(3)-1=0$

즉 삼차방정식 $P(x)-1=0$의 세 근이 1, 2, 3이다. ··· ❶

1, 2, 3을 세 근으로 하고 x^3의 계수가 1인 삼차방정식은

$x^3-(1+2+3)x^2+(1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 1)x-1\cdot 2\cdot 3=0$

$\therefore x^3-6x^2+11x-6=0$ ··· ❷

즉 $P(x)-1=x^3-6x^2+11x-6$이므로

$P(x)=x^3-6x^2+11x-5$ ··· ❸

$\therefore P(-1)=-1-6-11-5=-23$ ··· ❹

답 -23

채점 기준	비율
❶ 방정식 $P(x)-1=0$의 세 근을 구할 수 있다.	30 %
❷ 1, 2, 3을 세 근으로 하고 x^3의 계수가 1인 삼차방정식을 구할 수 있다.	30 %
❸ $P(x)$를 구할 수 있다.	20 %
❹ $P(-1)$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0785 a, b가 유리수이고 주어진 방정식의 한 근이 $1-\sqrt{2}$이므로 $1+\sqrt{2}$도 근이다.

나머지 한 근을 α라 하면 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})=-a$ ··· ㉠

$\alpha(1+\sqrt{2})+(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})+\alpha(1-\sqrt{2})=b$ ··· ㉡

$\alpha(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-2$ ··· ㉢

㉢에서 $\quad \alpha=2$

$\alpha=2$를 ㉠, ㉡에 대입하면

$a=-4$, $b=3$

$\therefore ab=-12$ 답 ②

참고 주어진 방정식에 $x=1-\sqrt{2}$를 대입한 후 무리수가 서로 같을 조건을 이용하여 유리수 a, b의 값을 구할 수도 있다.

0786 a가 유리수이고 주어진 방정식의 한 근이 $3+2\sqrt{2}$이므로 $3-2\sqrt{2}$도 근이다.

따라서 주어진 방정식의 세 근이 α, $3+2\sqrt{2}$, $3-2\sqrt{2}$이므로 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+(3+2\sqrt{2})+(3-2\sqrt{2})=a,$

$\alpha(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})=-2$

앞의 두 식을 연립하여 풀면

$a=4,\ \alpha=-2$

$\therefore\ a\alpha=-8$ 답 -8

0787 $P(x)=x^3+ax^2+bx+c$ (a, b, c는 실수)라 하면 방정식 $P(x)=0$의 한 근이 $2+i$이므로 $2-i$도 근이다.
따라서 주어진 방정식의 세 근이 -1, $2+i$, $2-i$이므로 삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-1+(2+i)+(2-i)=-a,$

$-1\cdot(2+i)+(2+i)(2-i)+(2-i)\cdot(-1)=b,$

$-1\cdot(2+i)(2-i)=-c$

$\therefore\ a=-3,\ b=1,\ c=5$

따라서 $P(x)=x^3-3x^2+x+5$이므로

$P(1)=1-3+1+5=4$ 답 ①

다른 풀이 방정식 $P(x)=0$의 세 근이 -1, $2+i$, $2-i$이므로

$P(x)=(x+1)(x-2-i)(x-2+i)$

$\therefore\ P(1)=2\cdot(-1-i)\cdot(-1+i)=4$

0788 방정식 $x^3+ax^2+bx+c=0$의 계수가 모두 실수이고 한 근이 $1+\sqrt{5}i$이므로 $1-\sqrt{5}i$도 근이다.
이때 $(1+\sqrt{5}i)(1-\sqrt{5}i)\neq 8$이므로 $1+\sqrt{5}i$, $1-\sqrt{5}i$는 이차방정식 $x^2+ax+8=0$의 두 근이 될 수 없다.
이차방정식 $x^2+ax+8=0$의 두 근을 m, n이라 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$m+n=-a,\ mn=8$

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-a=(1+\sqrt{5}i)+(1-\sqrt{5}i)+m=2+m$

따라서 $m+n=2+m$이므로

$n=2$

$mn=8$에서 $m=4$ 답 ⑤

0789 조건 (가)에서 $P(x)$는 $x-4$를 인수로 가지므로 4는 방정식 $P(x)=0$의 한 근이다.
조건 (나)에서 방정식 $P(x)=0$의 한 근이 $6i$이고 계수가 모두 실수이므로 $-6i$도 근이다.
즉 방정식 $P(x)=0$의 세 근이 4, $6i$, $-6i$이므로

$P(x)=(x-4)(x-6i)(x+6i)$ ··· ❶

$\therefore\ P(2x)=(2x-4)(2x-6i)(2x+6i)$

$=8(x-2)(x-3i)(x+3i)$

방정식 $P(2x)=0$에서

$8(x-2)(x-3i)(x+3i)=0$

$\therefore\ x=2$ 또는 $x=3i$ 또는 $x=-3i$ ··· ❷

따라서 모든 근의 곱은

$2\cdot 3i\cdot(-3i)=18$ ··· ❸

답 18

채점 기준	비율
❶ 삼차식 $P(x)$를 구할 수 있다.	40 %
❷ 방정식 $P(2x)=0$의 근을 구할 수 있다.	40 %
❸ 모든 근의 곱을 구할 수 있다.	20 %

0790 $x^3=1$에서 $x^3-1=0$, 즉 $(x-1)(x^2+x+1)=0$이므로 ω는 $x^2+x+1=0$의 한 허근이다.
따라서 $\omega^2+\omega+1=0$, $\omega^3=1$이므로

$$\frac{\omega^{10}+1}{\omega^2}=\frac{(\omega^3)^3\cdot\omega+1}{\omega^2}=\frac{\omega+1}{\omega^2}$$

$$=\frac{-\omega^2}{\omega^2}=-1$$ 답 -1

0791 ㄱ. $x^3-1=0$에서 $(x-1)(x^2+x+1)=0$이므로 ω는 $x^2+x+1=0$의 한 허근이다.

$\therefore\ \omega^2+\omega+1=0$

ㄴ, ㄷ. ω의 켤레복소수인 $\overline{\omega}$도 $x^2+x+1=0$의 허근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\omega+\overline{\omega}=-1,\ \omega\overline{\omega}=1$

ㄹ. $\omega^2+\omega+1=0$에서 $\omega^2=-\omega-1$이고, $\omega+\overline{\omega}=-1$에서 $\overline{\omega}=-\omega-1$이므로

$\omega^2=\overline{\omega}$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ③

0792 $x^3=-1$에서 $x^3+1=0$, 즉 $(x+1)(x^2-x+1)=0$이므로 ω는 $x^2-x+1=0$의 한 허근이다.
따라서 $\omega^2-\omega+1=0$이므로

$$\frac{\omega^2}{1-\omega}+\frac{\omega}{1+\omega^2}=\frac{\omega^2}{-\omega^2}+\frac{\omega}{\omega}=0$$ 답 ③

0793 $x^3+1=0$에서 $(x+1)(x^2-x+1)=0$이므로 ω는 $x^2-x+1=0$의 한 허근이다.
따라서 $\omega^3=-1$, $\omega^2-\omega+1=0$이므로 ··· ❶

$\omega^6-\omega^5+\omega^4-\omega^3+\omega^2-\omega+1$

$=(\omega^3)^2-\omega^3(\omega^2-\omega+1)+(\omega^2-\omega+1)$

$=(-1)^2=1$ ··· ❷

답 1

채점 기준	비율
❶ $\omega^3=-1$, $\omega^2-\omega+1=0$임을 알 수 있다.	50 %
❷ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	50 %

0794 $x^3=1$에서 $x^3-1=0$, 즉 $(x-1)(x^2+x+1)=0$이므로 ω는 $x^2+x+1=0$의 한 허근이고, ω의 켤레복소수인 $\overline{\omega}$도 $x^2+x+1=0$의 허근이다.
따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\omega+\overline{\omega}=-1,\ \omega\overline{\omega}=1$

$$\therefore\ \frac{\omega}{\omega+1}+\frac{\overline{\omega}}{\overline{\omega}+1}+\frac{(2\omega+1)\overline{(2\omega+1)}}{(\omega-1)\overline{(\omega-1)}}$$

$$=\frac{\omega(\overline{\omega}+1)+\overline{\omega}(\omega+1)}{(\omega+1)(\overline{\omega}+1)}+\frac{(2\omega+1)(2\overline{\omega}+1)}{(\omega-1)(\overline{\omega}-1)}$$

$$=\frac{2\omega\overline{\omega}+(\omega+\overline{\omega})}{\omega\overline{\omega}+(\omega+\overline{\omega})+1}+\frac{4\omega\overline{\omega}+2(\omega+\overline{\omega})+1}{\omega\overline{\omega}-(\omega+\overline{\omega})+1}$$

$$=\frac{2\cdot1-1}{1-1+1}+\frac{4\cdot1+2\cdot(-1)+1}{1-(-1)+1}$$

$=1+1=2$ 답 ⑤

0795 $\begin{cases} x-y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ (x-1)^2+y^2=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=x-1$ ...... ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$2(x-1)^2=8$, $(x-1)^2=4$

$x-1=\pm 2$ $\therefore x=3$ 또는 $x=-1$

이것을 ㉢에 대입하면 주어진 연립방정식의 해는

$x=3$, $y=2$ 또는 $x=-1$, $y=-2$

따라서 $\underbrace{\alpha=3,\ \beta=2}_{\alpha>0,\ \beta>0}$이므로

$\alpha+\beta=5$ 답 ③

0796 $\begin{cases} y=x+1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=13 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2+(x+1)^2=13$, $x^2+x-6=0$

$(x+3)(x-2)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

이것을 ㉠에 대입하면 주어진 연립방정식의 해는

$x=-3$, $y=-2$ 또는 $x=2$, $y=3$

따라서 $\alpha=-3$, $\beta=-2$ 또는 $\alpha=2$, $\beta=3$이므로

$\alpha\beta=6$ 답 ②

0797 $x=-1$, $y=1$을 $\begin{cases} x-y=a \\ x^2-xy+2y^2=b \end{cases}$에 대입하면

$a=-2$, $b=4$

$\therefore \begin{cases} x-y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy+2y^2=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=x+2$ ...... ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$x^2-x(x+2)+2(x+2)^2=4$, $x^2+3x+2=0$

$(x+2)(x+1)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=-1$

$x=-2$를 ㉢에 대입하면 $y=0$

따라서 나머지 한 근은

$\begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases}$ 답 $\begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases}$

0798 두 연립방정식의 공통인 해는 연립방정식

$\begin{cases} x+2y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-3y^2=-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

의 해와 같다.

㉠에서 $x=1-2y$ ...... ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$(1-2y)^2-3y^2=-2$, $y^2-4y+3=0$

$(y-1)(y-3)=0$ $\therefore y=1$ 또는 $y=3$

이것을 ㉢에 대입하면 위의 연립방정식의 해는

$x=-1$, $y=1$ 또는 $x=-5$, $y=3$ ··· ❶

(i) $x=-1$, $y=1$을 $x^2+ay^2=7$, $-4x+by=8$에 대입하면

$a=6$, $b=4$

(ii) $x=-5$, $y=3$을 $x^2+ay^2=7$, $-4x+by=8$에 대입하면

$a=-2$, $b=-4$

(i), (ii)에서 a, b는 자연수이므로

$a=6$, $b=4$ ··· ❷

$\therefore ab=24$ ··· ❸

답 24

채점 기준	비율
❶ 두 연립방정식의 공통인 해를 구할 수 있다.	40 %
❷ 자연수 a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	20 %

0799 $\begin{cases} x^2-y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+xy+2y^2=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(x+y)(x-y)=0$

$\therefore y=-x$ 또는 $y=x$

(i) $y=-x$를 ㉡에 대입하면

$x^2-x^2+2x^2=4$, $x^2=2$

$\therefore x=\pm\sqrt{2}$, $y=\mp\sqrt{2}$ (복호동순)

(ii) $y=x$를 ㉡에 대입하면

$x^2+x^2+2x^2=4$, $x^2=1$

$\therefore x=\pm 1$, $y=\pm 1$ (복호동순)

(i), (ii)에서 $\alpha+\beta$의 값은 $\alpha=-1$, $\beta=-1$일 때 최소이므로 구하는 최솟값은

$-1+(-1)=-2$ 답 -2

0800 $\begin{cases} 4x^2-y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x^2-xy+y^2=16 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(2x+y)(2x-y)=0$

$\therefore y=-2x$ 또는 $y=2x$

(i) $y=-2x$를 ㉡에 대입하면

$2x^2+2x^2+4x^2=16$, $x^2=2$

$\therefore x=\pm\sqrt{2}$, $y=\mp 2\sqrt{2}$ (복호동순)

(ii) $y=2x$를 ㉡에 대입하면

$2x^2-2x^2+4x^2=16$, $x^2=4$

$\therefore x=\pm 2$, $y=\pm 4$ (복호동순)

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍 (x, y)는

$(\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$, $(-\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$, $(2, 4)$, $(-2, -4)$

답 $(\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$, $(-\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$, $(2, 4)$, $(-2, -4)$

0801 $\begin{cases} x^2+xy-2y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+xy+y^2=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $(x+2y)(x-y)=0$

$\therefore x=-2y$ 또는 $x=y$

(i) $x=-2y$를 ㉡에 대입하면

$4y^2-2y^2+y^2=3$, $y^2=1$

$\therefore y=\pm 1$, $x=\mp 2$ (복호동순)

(ii) $x=y$를 ㉡에 대입하면

$y^2+y^2+y^2=3$, $y^2=1$

$\therefore y=\pm 1$, $x=\pm 1$ (복호동순)

(i), (ii)에서 $\alpha\beta$의 값은 -2, 1이다. 답 -2, 1

0802 $\begin{cases} x^2-y^2+x+y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy+2y^2=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $\quad (x+y)(x-y)+(x+y)=0$

$(x+y)(x-y+1)=0 \qquad \therefore y=-x$ 또는 $y=x+1$

(i) $y=-x$를 ㉡에 대입하면

$x^2+x^2+2x^2=1, \qquad x^2=\frac{1}{4}$

$\therefore x=\pm\frac{1}{2}, y=\mp\frac{1}{2}$ (복호동순)

(ii) $y=x+1$을 ㉡에 대입하면

$x^2-x(x+1)+2(x+1)^2=1$

$2x^2+3x+1=0, \qquad (x+1)(2x+1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

$\therefore \begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$

(i), (ii)에서 x, y는 정수이므로

$x=-1, y=0$

$\therefore x^2+y^2=1$

답 ①

0803 $x+y=u$, $xy=v$로 놓으면 주어진 연립방정식은

$\begin{cases} u^2-2v=34 & \cdots\cdots ㉠ \\ v=15 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $\quad x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

㉡을 ㉠에 대입하면

$u^2-30=34, \qquad u^2=64$

$\therefore u=\pm 8$

(i) $u=8$, $v=15$, 즉 $x+y=8$, $xy=15$일 때,

x, y는 이차방정식 $t^2-8t+15=0$의 두 근이므로

$(t-3)(t-5)=0 \qquad \therefore t=3$ 또는 $t=5$

$\therefore \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$

(ii) $u=-8$, $v=15$, 즉 $x+y=-8$, $xy=15$일 때,

x, y는 이차방정식 $t^2+8t+15=0$의 두 근이므로

$(t+3)(t+5)=0 \qquad \therefore t=-3$ 또는 $t=-5$

$\therefore \begin{cases} x=-3 \\ y=-5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-5 \\ y=-3 \end{cases}$

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍 (x, y)는

$(-5, -3), (-3, -5), (3, 5), (5, 3)$

답 $(-5, -3), (-3, -5), (3, 5), (5, 3)$

0804 $x+y=u$, $xy=v$로 놓으면 주어진 연립방정식은

$\begin{cases} u-v=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ u^2-4v=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $\quad x^2-2xy+y^2=(x+y)^2-4xy$

㉠에서 $\quad v=u+1 \quad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면

$u^2-4u-5=0, \qquad (u+1)(u-5)=0$

$\therefore u=-1$ 또는 $u=5$

이것을 ㉢에 대입하면

$u=-1, v=0$ 또는 $u=5, v=6$

(i) $u=-1$, $v=0$, 즉 $x+y=-1$, $xy=0$일 때,

x, y는 이차방정식 $t^2+t=0$의 두 근이므로

$t(t+1)=0 \qquad \therefore t=0$ 또는 $t=-1$

$\therefore \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$

(ii) $u=5$, $v=6$, 즉 $x+y=5$, $xy=6$일 때,

x, y는 이차방정식 $t^2-5t+6=0$의 두 근이므로

$(t-2)(t-3)=0 \qquad \therefore t=2$ 또는 $t=3$

$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$

(i), (ii)에서 x^2-y^2의 값은 $x=3$, $y=2$일 때 최대이므로 구하는 최댓값은

$3^2-2^2=5$

답 ⑤

0805 $x+y=u$, $xy=v$로 놓으면 주어진 연립방정식은

$\begin{cases} u^2+u-2v=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ u^2-v=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡에서 $\quad v=u^2-1 \quad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉠에 대입하여 정리하면

$u^2-u=0, \qquad u(u-1)=0$

$\therefore u=0$ 또는 $u=1$

이것을 ㉢에 대입하면

$u=0, v=-1$ 또는 $u=1, v=0$

(i) $u=0$, $v=-1$, 즉 $x+y=0$, $xy=-1$일 때,

x, y는 이차방정식 $t^2-1=0$의 두 근이므로

$(t+1)(t-1)=0 \qquad \therefore t=-1$ 또는 $t=1$

$\therefore \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$

(ii) $u=1$, $v=0$, 즉 $x+y=1$, $xy=0$일 때,

x, y는 이차방정식 $t^2-t=0$의 두 근이므로

$t(t-1)=0 \qquad \therefore t=0$ 또는 $t=1$

$\therefore \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$

(i), (ii)에서 $2x+y$의 값은 $x=-1$, $y=1$일 때 최소이므로 구하는 최솟값은

$2\cdot(-1)+1=-1$

답 ③

0806 $\begin{cases} x^2+y^2=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=k & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡에서 $\quad y=-x+k$

이것을 ㉠에 대입하면 $\quad x^2+(-x+k)^2=10$

$\therefore 2x^2-2kx+k^2-10=0$

이를 만족시키는 x의 값이 오직 한 개 존재해야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-k)^2-2(k^2-10)=0$

$k^2-2k^2+20=0, \qquad k^2=20$

$\therefore k=\pm 2\sqrt{5}$

따라서 모든 실수 k의 값의 곱은

$2\sqrt{5}\cdot(-2\sqrt{5})=-20$

답 ②

0807 $\begin{cases} x+y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy+k=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=5-x$

이것을 ㉡에 대입하면 $x^2-x(5-x)+k=0$

$\therefore 2x^2-5x+k=0$ ··· ❶

이를 만족시키는 실수 x의 값이 존재해야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$D=(-5)^2-4\cdot2\cdot k\geq0 \qquad \therefore k\leq\frac{25}{8}$ ··· ❷

따라서 자연수 k는 1, 2, 3이므로 그 합은

$1+2+3=6$ ··· ❸

답 6

채점 기준	비율
❶ 주어진 연립방정식을 이용하여 x에 대한 이차방정식을 구할 수 있다.	30 %
❷ 판별식을 이용하여 k의 값의 범위를 구할 수 있다.	50 %
❸ 자연수 k의 값의 합을 구할 수 있다.	20 %

0808 $\begin{cases} 2x-y-7=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-2y=k & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=2x-7$

이것을 ㉡에 대입하면 $x^2-2(2x-7)=k$

$\therefore x^2-4x+14-k=0 \qquad \cdots\cdots ㉢$

이를 만족시키는 x의 값이 오직 한 개 존재해야 하므로 이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-(14-k)=0$

$-10+k=0 \qquad \therefore k=10$

$k=10$을 ㉢에 대입하면

$x^2-4x+4=0, \qquad (x-2)^2=0 \qquad \therefore x=2$

$x=2$를 $y=2x-7$에 대입하면

$y=2\cdot2-7=-3$

따라서 $\alpha=2$, $\beta=-3$이므로

$\alpha-\beta+k=2-(-3)+10=15$

답 15

0809 주어진 연립방정식을 만족시키는 x, y는 이차방정식 $t^2-(2a-1)t+a^2+a+4=0$의 두 근이다.

따라서 이 이차방정식이 실근을 갖지 않아야 하므로 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$D=\{-(2a-1)\}^2-4(a^2+a+4)<0$

$-8a-15<0 \qquad \therefore a>-\frac{15}{8}$

따라서 정수 a의 최솟값은 -1이다.

답 ③

0810 처음 땅의 가로의 길이를 x m, 세로의 길이를 y m라 하면

$\begin{cases} x^2+y^2=13^2 & \cdots\cdots ㉠ \\ (x-2)(y+2)=xy-18 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡에서 $xy+2x-2y-4=xy-18$

$\therefore y=x+7 \qquad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉠에 대입하면

$x^2+(x+7)^2=169, \qquad x^2+7x-60=0$

$(x+12)(x-5)=0 \qquad \therefore x=-12$ 또는 $x=5$

그런데 $x>2$이므로 $x=5$

$x=5$를 ㉢에 대입하면 $y=12$

따라서 처음 땅의 넓이는

$xy=5\cdot12=60\ (\mathrm{m}^2)$

답 60 m^2

0811 두 자리 자연수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} x^2+y^2=58 & \cdots\cdots ㉠ \\ (10y+x)+(10x+y)=110 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡에서 $y=10-x \qquad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉠에 대입하면

$x^2+(10-x)^2=58, \qquad x^2-10x+21=0$

$(x-3)(x-7)=0 \qquad \therefore x=3$ 또는 $x=7$

$x=3$을 ㉢에 대입하면 $y=7$

$x=7$을 ㉢에 대입하면 $y=3$

그런데 $x>y$이므로 $x=7$, $y=3$

따라서 처음 수는 73이다.

답 73

0812 $\overline{\mathrm{PA}}=x$, $\overline{\mathrm{PB}}=y$라 하면 $\angle\mathrm{APB}=90^\circ$이므로 (반원에 대한 원주각의 크기는 90°이다.)

$\begin{cases} x+y=14 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=10^2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=14-x \qquad \cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면

$x^2+(14-x)^2=100, \qquad x^2-14x+48=0$

$(x-6)(x-8)=0 \qquad \therefore x=6$ 또는 $x=8$

$x=6$을 ㉢에 대입하면 $y=8$

$x=8$을 ㉢에 대입하면 $y=6$

따라서 삼각형 PAB의 넓이는

$\frac{1}{2}\cdot6\cdot8=24$

답 ⑤

0813 마름모의 넓이가 96 cm^2이므로

$\frac{1}{2}ab=96 \qquad \therefore ab=192 \qquad \cdots\cdots ㉠$

또 마름모의 한 변의 길이가 10 cm이고 마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분하므로

$\left(\frac{1}{2}a\right)^2+\left(\frac{1}{2}b\right)^2=10^2 \qquad \therefore a^2+b^2=400 \qquad \cdots\cdots ㉡$

㉡에서 $(a+b)^2-2ab=400$이므로 이 식에 ㉠을 대입하면

$(a+b)^2-2\cdot192=400, \qquad (a+b)^2=784$

$\therefore a+b=28\ (\because a>0,\ b>0) \qquad \cdots\cdots ㉢$

㉢에서 $b=28-a$이므로 이것을 ㉠에 대입하면

$a(28-a)=192, \qquad a^2-28a+192=0$

$(a-12)(a-16)=0 \qquad \therefore a=12$ 또는 $a=16$

$a=12$를 ㉢에 대입하면 $b=16$

$a=16$을 ㉢에 대입하면 $b=12$

그런데 $a>b$이므로 $a=16$, $b=12$

$\therefore 2a-b=20$

답 ④