

8.5 두 모평균의 차에 관한 검정

Topics:

- 대표본에서 두 모평균의 차에 관한 검정
- 소표본에서 두 모평균의 차에 관한 검정
- 대응비교

대표본에서 $\mu_1 - \mu_2$ 에 관한 검정:

귀무가설 $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$$\text{검정통계량 } Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

- 기각역 (1) $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ 일 때, $Z \geq z_\alpha$
 (2) $H_1 : \mu_1 < \mu_2$ 일 때, $Z \leq -z_\alpha$
 (3) $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ 일 때, $|Z| \geq z_{\alpha/2}$

Review: 두 모집단의 차에 관한 추정에서

- (1) $\mu_1 - \mu_2$ 의 추정량:
- (2) 표준오차:

- 예: A, B 두 종류의 자동차 타이어의 평균수명에 차이가 있는지를 확인하기 위하여, 각각 30개의 표본을 추출하여 조사한 결과

$$\text{A 타이어: } n_1 = 30, \bar{x}_1 = 48,500(\text{km}), s_1^2 = 3,600(\text{km})$$

$$\text{B 타이어: } n_2 = 30, \bar{x}_2 = 52,000(\text{km}), s_2^2 = 4,200(\text{km})$$

을 얻었다. 두 타이어의 평균수명에 차이가 있는지를 유의수준 5%에서 검정하여라.

Ans.

1. 귀무가설:
대립가설:
2. 유의수준:
3. 검정통계량:
4. 기각역:
5. 검정통계량의 관측값:

결과: 즉, 타이어의 평균수명이 다르다고 확신할 수 (있다. / 없다.)

- 예: 한 여성운동 단체에서는 기업체에 취업한 여성은 같은 학력의 남성보다 초임이 적다고 주장하였다. 이를 확인하기 위하여, 각각 30명, 40명을 랜덤하게 뽑아 초임을 조사한 결과

$$\text{여성: } n_1 = 30, \bar{x}_1 = 325,000(\text{원}), s_1^2 = 24,000(\text{원})$$

$$\text{남성: } n_2 = 40, \bar{x}_2 = 351,000(\text{원}), s_2^2 = 22,000(\text{원})$$

을 얻었다. 여성의 초임이 남성의 초임보다 낮다고 할 수 있는지를 유의수준 5%에서 검정하여라.

Ans.

1. 귀무가설:
대립가설:
2. 유의수준:
3. 검정통계량:
4. 기각역:
5. 검정통계량의 관측값:

결과: 즉, 여성의 초임이 남성의 초임보다 낮다고 확신할 수 (있다. / 없다.)

소표본에서 $\mu_1 - \mu_2$ 에 관한 검정:

귀무가설 $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$$\text{검정통계량 } t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

기각역 (1) $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ 일 때, $t \geq t_\alpha(n_1 + n_2 - 2)$

(2) $H_1 : \mu_1 < \mu_2$ 일 때, $t \leq -t_\alpha(n_1 + n_2 - 2)$

(3) $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ 일 때, $|t| \geq t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2)$

Review: 두 모집단의 모분산이 같은 정규분포를 따를 때, 소표본의 차에 관한 추정에서
합동통계량:

Question: 두 모집단의 분산이 서로 다를 때는?

- 예: 한 페인트 제조회사에서 새 상품의 유성페인트를 개발했으며 기존의 페인트보다 빠르게 마른다고 광고하고 있다. 이를 확인하기 위하여 시중에서 가장 인기있는 상품과 새 상품을 각각 5종류의 벽에 칠한 후 건조시간을 측정한 결과

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	건조시간 (단위: 분)										
2	인기 상품	48	46	44	46	43					
3	새 상품	42	43	45	44	43					

을 얻었다. 새 상품은 기존의 인기 상품보다 건조시간에서 더 우수하다고 할 수 있는가? 유의수준 5%에서 검정하여라.

Ans.

- 귀무가설:
대립가설:
- 유의수준:
- 검정통계량:
- 기각역:
- 검정통계량의 관측값:

결과: 즉, 새 상품은 기존의 인기 상품보다 건조시간에서 더 우수하다고 확신할 수 (있다. / 없다.)

- 예: 두 종류의 사료가 젖소의 우유생산량에 미치는 영향의 차이를 조사하고자 한다. 젖소들 가운데 랜덤하게 8마리씩 두 그룹을 뽑아 한 그룹에는 사료 1을, 다른 그룹에는 사료 2를 주면서 3주일간 우유생산량을 조사한 결과

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	우유생산량 (단위: 리터)										
2	사료1	54	60	66	53	62	61	42	50		
3	사료2	65	70	62	67	59	45	60	52		

을 얻었다. 두 종류의 사료는 우유생산량이 다르다고 할 수 있는지를 유의수준 5%에서 검정하여라.

Ans.

- 귀무가설:
대립가설:
- 유의수준:
- 검정통계량:
- 기각역:
- 검정통계량의 관측값:

결과: 즉, 두 종류의 사료는 우유생산량이 다르다고 확신할 수 (있다. / 없다.)

대응비교 (paired comparison):

실험단위를 동질적인 쌍으로 묶은 다음, 각 쌍에서 랜덤하게 선택하여 두 처리를 적용하고, 각 쌍에서 얻은 관측값의 차를 이용하여 두 모평균을 비교하는 방법

- 표본 추출의 문제점: 두 표본이 두 모집단으로부터 독립적으로 추출되는가?
- 대응비교의 자료구조:

대응비교의 의한 $\mu_1 - \mu_2$ 에 관한 추론:

귀무가설 $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

검정통계량: (1) 대표본일 때: $Z = \frac{\bar{D}}{S_D/\sqrt{n}}$

검정법: (1) 대표본일 때: Z -검정을 시행

(2) 소표본일 때: $t = \frac{\bar{D}}{S_D/\sqrt{n}}$

(2) 소표본일 때: t -검정을 시행

- 예: 어느 제약회사에서는 비만증 환자를 위한 약을 개발하였다. 이 약이 부작용이 없이 실제로 체중감소에 도움이 되는지를 알아보기 위하여 40명에게 임상실험을 하였다. 약을 투여하기 전의 체중과 2주가 약을 투여한 후의 체중을 측정하고 이들의 체중감소를 조사한 결과

$$\bar{D} = 0.54(\text{kg}), S_D = 2.15(\text{kg})$$

을 얻었다. 이 약은 체중감소에 효과적이라고 할 수 있는지를 유의수준 1%에서 검정하여라.

Ans.

- 귀무가설:
대립가설:
- 유의수준:
- 검정통계량:
- 기각역:
- 검정통계량의 관측값:

결과: 즉, 이 약은 체중감소에 효과적이라고 확신할 수 (있다. / 없다.)

- 예: 젓소의 우유생산량에 대해 대응비교로 검사하였다. 즉, 16마리의 젓소를 영양상태와 나이가 비슷한 8개의 쌍으로 나누고, 각 쌍에서 랜덤하게 선택하여 사료 1과 사료 2를 주었다. 3주 동안의 우유생산량이 다음과 같았다면,

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	우유생산량 (단위: 리터)										
2	번호	1	2	3	4	5	6	7	8		
3	사료1	52	60	63	43	46	56	62	50		
4	사료2	58	62	62	48	50	55	68	57		
5	차										

두 사료의 우유생산량에 차이가 있는지를 유의수준 5%에서 검정하여라. (단, 우유생산량은 정규분포를 따른다고 가정)

Ans.

- 귀무가설:
대립가설:
- 유의수준:
- 검정통계량:
- 기각역:
- 검정통계량의 관측값:

결과: 즉, 두 사료의 우유생산량에 차이가 있다고 확신할 수 (있다. / 없다.)

8.6 두 모비율의 차에 관한 검정

대표본에서 $p_1 - p_2$ 에 관한 검정:

귀무가설 $H_0 : p_1 = p_2$

$$\text{검정통계량 } Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

검정법: Z -검정을 시행

- 기각역
- (1) $H_1 : p_1 > p_2$ 일 때, $Z \geq z_\alpha$
 - (2) $H_1 : p_1 < p_2$ 일 때, $Z \leq -z_\alpha$
 - (3) $H_1 : p_1 \neq p_2$ 일 때, $|Z| \geq z_{\alpha/2}$

Review: 두 모집단의 두 모비율의 차에 관한 추정에서

(1) $p_1 - p_2$ 의 추정량:

(2) 표준오차:

- 예: 어떤 지역에서 현 정부에 대한 지지율이 남녀별로 다른지를 알아보기 위하여, 남녀 각각 250명, 200명에 대하여 조사한 결과

남자: 조사자 수=250, 지지자 수=110

여자: 조사자 수=200, 지지자 수=104

을 얻었다. 남녀별로 지지율에 차이가 있는지를 유의수준 5%에서 검정하여라.

Ans.

1. 귀무가설:
대립가설:
2. 유의수준:
3. 검정통계량:
4. 기각역:
5. 검정통계량의 관측값:

결과: 즉, 남녀별로 지지율에 차이가 있다는 근거는 (있다. / 없다.)