

8.7 비모수적 검정

Topics:

- 비모수적 방법
- 윌콕슨 순위합 검정
- 윌콕슨 부호순위 검정

8.7.1 비모수적 방법

비모수적 방법(nonparametric method):

모집단의 분포에 대하여 정규분포 등과 같은 특수한 형태의 분포를 가정하지 않는 통계적 방법
비모수적 검정에서 흔히 사용되는 도구: 관측값의 _____와 _____

8.7.2 윌콕슨 순위합 검정 (Wilcoxon rank sum test or Mann-Whitney test)

- 예: 실어증 환자에 대한 새로운 치료법을 개발하였다. 이 치료법을 기존의 언어교정법과 비교하기 위하여 10명의 환자를 랜덤하게 두 그룹으로 나누어 치료한 후 실험을 실시한 결과 다음을 얻었다.(자료는 62문항의 지시에 올바른 반응을 보인 횟수의 백분율이다.) 각 관측값의 순위를 결정하여라.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	올바른 반응의 백분율 (단위: %)										
2	기존의 치료법	50	23	68	40	45					
3	새로운 치료법	73	42	90	58	62					
4											
5	혼합표본										
6	순위										

소표본에서 윌콕슨 순위합 검정:

귀무가설 $H_0 : \Delta = 0$ 검정통계량 $W =$ 혼합표본에서 X_2 표본의 순위합기각역 (1) $H_1 : \Delta > 0$ 일 때, $W \geq c$ (2) $H_1 : \Delta < 0$ 일 때, $W \leq c$ (3) $H_1 : \Delta \neq 0$ 일 때, $W \geq c_1$ 또는 $W \leq c_2$

- 표9. 윌콕슨 순위합 통계량의 누적확률분포표 참고.

- 예: 치료법에 대한 예의 실험결과에 의하면 새 치료법이 기존의 치료법보다 우수하다고 할 수 있는가? 유의수준 5% 근방에서 윌콕슨 순위합 검정을 시행하여라.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	혼합표본										
2	순위										
3	순위합										

Ans.

1. 귀무가설:

대립가설:

2. 유의수준:

3. 검정통계량:

4. 기각역:

5. 검정통계량의 관측값:

결과: 즉, 새 치료법이 기존의 치료법보다 우수하다는 근거가 (있다. / 없다.)

대표본에서 윌콥슨 순위합 검정:

귀무가설 $H_0: \Delta = 0$

$$\text{검정통계량 } Z = \frac{W - E(W)}{\sqrt{\text{Var}(W)}}$$

검정법: Z-검정을 시행

- 예: 회복기의 환자에게 실시하는 A, B 두 식이요법에 차이가 있는지를 비교하기 위해 증세가 비슷한 30명의 환자를 15명씩 A, B 두 그룹으로 나누어 각각 A, B 두 식이요법을 5주 동안 실시한 결과 다음을 얻었다.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	체중증가(순서대로 나열) (단위: kg)															
2	A	2.2	4.1	4.2	5	6.3	6.8	6.9	7.1	7.4	7.7	8.2	8.7	9.4	9.5	9.7
3	B	1.7	2.4	2.8	3.3	3.9	4.3	4.7	5	5.1	5.4	5.6	5.8	6.5	6.6	7.8

두 식이요법에 차이가 있는지를 조사하기 위하여, 유의수준 5%에서 윌콥슨 순위합 검정을 대표본 정규근사로 시행하여라.

Ans.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	혼합표본 순위	2	7	8	11.5	17	20	21	22	23	24	26	27	28	29	30
2		1	3	4	5	6	9	10	11.5	13	14	15	16	18	19	25
3	순위합															

- 귀무가설:
대립가설:
- 유의수준:
- 검정통계량:
- 기각역:
- 검정통계량의 관측값:

결과: 즉, 두 식이요법에는 차이가 있다는 근거가 (있다. / 없다.)

8.7.3 윌콕슨 부호순위 검정 (Wilcoxon signed rank test)

소표본에서 윌콕슨 부호순위 검정:

귀무가설 $H_0 : \theta = \theta_0$

검정통계량

1. 모수와의 차:
2. 절대순위:
3. 부호순위:
4. 윌콕슨 부호순위 통계량: $W^+ =$ 양의 절대순위의 합

기각역 (1) $H_1 : \theta > \theta_0$ 일 때, $W^+ \geq c$ (2) $H_1 : \theta < \theta_0$ 일 때, $W^+ \leq c$ (3) $H_1 : \theta \neq \theta_0$ 일 때, $W^+ \geq c_1$ 또는 $W^+ \leq c_2$

- 표10. 윌콕슨 부호순위 통계량의 누적확률분포표 참고.

- 예: 어느 고등학교에서는 재학생들의 평균 IQ가 110 이상인지를 확인하기 위해 12명을 랜덤하게 뽑아 검사한 결과 다음의 데이터를 얻었다.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	표본수	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	표본값	112	120	105	121	135	108	107	111	119	115	127	125

유의수준 10% 근방에서 윌콕슨 부호순위 검정을 시행하여라.

Ans.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	표본값	112	120	105	121	135	108	107	111	119	115	127	125
2	평균의 차												
3	절대순위												
4	부호순위												

1. 귀무가설:
대립가설:
2. 유의수준:
3. 검정통계량:
4. 기각역:
5. 검정통계량의 관측값:

결과:즉, 이 고등학교 재학생들의 평균 IQ가 110 이상이라는 근거가 (있다. / 없다.)

대표본에서 월콕슨 부호순위 검정:

귀무가설 $H_0 : \theta = \theta_0$

$$\text{검정통계량 } Z = \frac{W^+ - E(W^+)}{\sqrt{\text{Var}(W^+)}}$$

검정법: Z-검정을 시행

- 예: 건강한 사람들의 심장지수(Cardiac Index)는 평균 $3.50(l/min \cdot m^2)$ 임이 알려져 있다. 심장질환의 위험이 있는 사람들의 심장지수는 이보다 떨어지는지를 알아보기 위하여 20명의 심장질환 경험자에 대하여 조사한 결과 다음의 데이터를 얻었다.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	심장지수										
2	표본값	2.45	3.55	4.05	0.95	1.9	3.48	3.8	1.4	3.65	3.3
3		2.33	2.91	3.69	1.83	1.35	4.1	2.77	2.6	3.32	2.34
4	평균의 차	-1.05	0.05	0.55	-2.55	-1.6	-0.02	0.3	-2.1	0.15	-0.2
5		-1.17	-0.59	0.19	-1.67	-2.15	0.6	-0.73	-0.9	-0.18	-1.16
6	절대순위										
7											
8	부호순위										
9											

이 데이터로 심장질환 경험자의 평균 심장지수가 3.50미만이라고 할 수 있는가? 유의수준 5%에서 월콕슨 부호순위 검정을 대표본 정규근사로 시행하여라.

Ans.

1. 귀무가설:
대립가설:
2. 유의수준:
3. 검정통계량:
4. 기각역:
5. 검정통계량의 관측값:

결과:즉, 심장질환 경험자의 평균 심장지수가 3.50미만이라는 근거가 (있다. / 없다.)