

Corso di Laurea in Fisica

Prova di esame - Laboratorio di Calcolo e Statistica

10 febbraio 2025

Indicazioni generali

Si risolva il seguente esercizio, scrivendo un programma in C++ o in Python ed organizzando il codice sorgente in modo che le funzioni utilizzate risultino implementate in librerie separate del programma principale. Ai fini della valutazione, il primo criterio che deve essere soddisfatto è che il codice sia eseguibile senza errori (inclusi quelli di compilazione, nel caso del C++) realizzando le funzionalità richieste dal testo. Per la valutazione sarà inoltre tenuto in considerazione il fatto che i codici sorgente siano scritti con ordine, utilizzando opportunamente l'**indentazione** e i **commenti**. Per gli svolgimenti in C++, si richiede infine di iniziare i codici con una riga di commento contenente il comando necessario per creare l'eseguibile.

Misure Poissoniane

La distribuzione di densità di probabilità (pdf) esponenziale è profondamente legata a quella Poissoniana e viene utilizzata, ad esempio, per descrivere gli inter-tempi di decadimento di processi con un tasso di decadimento costante (spesso detto *rate* ρ , che è il numero di eventi medio atteso nell'unità di tempo) osservati in una data finestra di tempo Δt .

1. Si definisca in una libreria la funzione densità di probabilità di Poisson con parametro λ e se ne tracci il grafico per valori interi del parametro da 0 a 10.
2. Si scriva, in una libreria, una funzione per generare 1000 eventi distribuiti esponenzialmente data una costante esponenziale fissata $\lambda = 10$ e si disegni l'istogramma dei valori ottenuti scegliendo gli estremi ed il numero di bin dell'istogramma con un algoritmo adeguato; si sovrapponga la corrispondente forma funzionale della pdf all'istogramma.
3. Sapendo che $\lambda = \rho \times \Delta t$, si fissi $\rho = 2$ Hz e si effettuino 2000 *toy experiment* che simulino il numero di eventi osservati in un intervallo di tempo $\Delta t = 0.5$ s. Si disegni il risultato ottenuto in un istogramma e lo si sovrapponga alla distribuzione di Poisson corrispondente, scritta analiticamente (implementandola nella libreria sviluppata al punto precedente).
4. Si scriva, sempre nella libreria sviluppata, la funzione che implementa il logaritmo della verosimiglianza (chiamata `log_likelihood`) associata alla distribuzione degli eventi, utilizzando la pdf di Poisson come modello atteso e se ne faccia il disegno al variare del parametro λ della Poissoniana.
5. Si determini il valore di λ per cui `log_likelihood` è massima utilizzando il metodo della sezione aurea e si determini l'incertezza associata a questo stimatore con il metodo grafico, stampando i risultati a schermo.

Gli studenti affetti da disturbi specifici dell'apprendimento (DSA) potranno tralasciare il punto 5. Questi dovranno anche consegnare, oltre allo svolgimento del tema, una copia del proprio Progetto Universitario Individualizzato (P.Uo.I).