Gemeenschapsonderwijs

SECUNDAIR ONDERWIJS

Onderwijsvorm: **ASO**

Graad: **derde graad**

Jaar: **eerste en tweede leerjaar**

BASISVORMING
ECONOMIE-MODERNE TALEN
GRIEKS-LATIJN
GRIEKS-MODERNE TALEN
HUMANE WETENSCHAPPEN
LATIJN-MODERNE TALEN
MODERNE TALEN-TOPSPORT

BASISVORMING + SPECIFIEK GEDEELTE
ECONOMIE-WETENSCHAPPEN
GRIEKS-WETENSCHAPPEN
LATIJN-WETENSCHAPPEN
MODERNE TALEN-WETENSCHAPPEN
WETENSCHAPPEN-TOPSPORT
WETENSCHAPPEN-SPORT

Vak(ken):

AV Wiskunde	
Basisvorming	**3/3 lt/w**
Basisvorming + Specifiek gedeelte	**3+1/3+1 lt/w**

Leerplannummer: **2006/059**

(vervangt 2004/063 en 2005/066)

Nummer inspectie: **2006 / 106 // 1 / G / BV / 1 / III / / D/**

**(vervangt 2004 / 63 // 1 / G / SG / 1 / III / / V/06
2004 / 48 // 1 / G / BV / 2H / III / /D)**

INHOUD

BEGINSITUATIE

WETTELIJKE TOELATINGSVOORWAARDEN TOT HET EERSTE LEERJAAR VAN DE DERDE GRAAD ASO

Kunnen als regelmatige leerlingen worden toegelaten :

1° de regelmatige leerlingen die het tweede leerjaar van de tweede graad van het algemeen, het technisch of het kunstsecundair onderwijs met vrucht hebben beëindigd;

2° de regelmatige leerlingen die het tweede leerjaar van de derde graad van het beroepssecundair onderwijs met vrucht hebben beëindigd;

3° de houders van het getuigschrift van de tweede graad van het secundair onderwijs, uitgereikt in het algemeen, het technisch of het kunstsecundair onderwijs door de examencommissie van de Vlaamse Gemeenschap, onder de volgende voorwaarde :

gunstig advies van de toelatingsklassenraad over de keuze van de studierichting, in de praktijk zal een dergelijk advies slechts opportuun zijn bij verandering van studierichting;

4° de regelmatige leerlingen van het buitengewoon secundair onderwijs, onder de volgende voorwaarden:

a) gunstig én gemotiveerd advies van de toelatingsklassenraad;

b) de minister van onderwijs of zijn gemachtigde als dusdanig beslist op aanvraag (modelformulier) van de directeur van de betrokken instelling voor voltijds gewoon secundair onderwijs.

Bij de beginsituatie zal dus rekening moeten worden gehouden met een mogelijke divergentie in de bereikte voorkennis van de leerlingen.

Van de leerlingen wordt verwacht dat zij de leerplandoelstellingen van de tweede graad voor het vakgebied wiskunde zo goed mogelijk bereikt hebben.

Het is noodzakelijk dat de leraar wiskunde van de derde graad secundair onderwijs enerzijds kennis neemt van de leerplannen van de tweede graad en anderzijds de concrete leervaksituatie van de leerlingen vaststelt.

VISIE

Tot de meest relevante criteria die bij de beoordeling van om het even welk leerplan voortdurend in de balans liggen, behoren ongetwijfeld:

- zijn *inhoud*;
- zijn *omvang*;
- zijn *structuur*;
- zijn *coherentie*.

Welke leerstofitems worden er aangeboden?
Is de verwerking ervan verenigbaar met de toegemeten tijd?
Is de aangeboden leerstof gebruiksvriendelijk en overzichtelijk ingedeeld?
Staat de aangehouden volgorde een logische opbouw van de verwerking niet in de weg?

Het zijn de antwoorden op deze en soortgelijke vragen die een belangrijke maatstaf vormen voor een eventuele appreciatie.

De visie op een leerplan behelst echter zoveel meer. Er zijn de *accenten* die worden gelegd, de *krachtlijnen* die worden uitgezet. Soms geëxpliciteerd, doorgaans tussen de lijnen te lezen, maar alleszins permanent aanwezig, vormen ze als het ware de rode draad die de teneur van een leerplan bepaalt.

Toegepast op het wiskundeleerplan ASO derde graad kunnen binnen die context worden vermeld:

- het principe van "spiral learning";
- het leerplan als brugfunctie tussen het secundair en het hoger onderwijs;
- de verdere opmars van het gebruik van ICT-middelen;
- de volgehouden aandacht voor *"problem solving"*.

Het principe van *"spiral learning"* wordt via het leerplan geconcretiseerd door het geregeld heropnemen van leerstofitems uit vorige leerjaren. Hierbij kan het nooit de bedoeling zijn die leerstofitems in lengte van dagen systematisch stap voor stap te herhalen, wel ze te presenteren onder de gedaante van een synthetisch overzicht dat vervolgens als basis bij de aanbreng van de nieuwe leerstof kan worden aangewend.

Het leerplan als *brugfunctie* tussen het secundair en het hoger onderwijs is in wezen een verlengstuk van het "spiral learning", en wel in die zin dat, naast leerstofitems met "roots" in het verleden, ook leerstofitems voorkomen met "hints" naar de toekomst (we denken hierbij bijvoorbeeld aan het onderdeel statistiek). Zo bekeken laat het leerplan toe de leerstof in te bedden tussen verleden en toekomst.

Wat de verdere opmars van *ICT-middelen* betreft, moet de leraar permanent oog hebben voor de eventuele didactische meerwaarde. Het feit dat de maatschappij ons met informatie overstelpt, dwingt de leraar er immers toe om de leerling én functioneel én kritisch met dit aanbod te leren omgaan. Controle op de betrouwbaarheid van de afgelezen resultaten, conditio sine qua non voor een nuttig en efficiënt gebruik, vergt hoe dan ook een grondig inzicht in de basistechnieken van de rekenvaardigheid.

Bij *"problem solving"* hoort de bemerking dat het begrip dient losgekoppeld van de restrictieve connotaties "vakoverschrijdend" en "motiverend".
Uiteraard kan het renderend zijn een hoofdstuk in te leiden met een probleemstelling die de aandacht van de leerling trekt en bij voorkeur uit een ander vakgebied wordt gelicht, maar problem solving is zoveel meer.
Het begint al bij de inzichtvragen die elke les zonder uitzondering moeten opluisteren.
Het hoort zeker aan bod te komen op het einde van ieder hoofdstuk of cluster van hoofdstukken.
Het bereikt echter pas zijn volle draagwijdte wanneer de leerling tegen het einde van het schooljaar geconfronteerd wordt met vakgebonden, dan wel vakoverschrijdende opgaven, waarbij uit het volledige, op dit ogenblik beschikbare arsenaal aan middelen, en dit naar eigen smaak, een keuze kan worden gemaakt. Er dient hierbij rekening gehouden te worden met vormen van zelfstandig werken en zelfstandig leren.

Zijn de eerste twee krachtlijnen (spiral learning en het leerplan als brugfunctie) in eerste instantie verantwoordelijk voor een geleidelijke en begeleide overstap naar *abstrahering* en betekenen de laatste twee krachtlijnen (ICT-middelen en problem solving) een permanente bron van *motivatie*, dan vormt hun geheel een waarborg voor *communicatieve interactie* die het inzicht bevordert, de denkprocessen expliciteert, kortom de leerling op weg helpt naar *zelfregulatie*.

Voeg daar nog enige aandacht aan toe voor de wijze waarop wiskunde zich in het verleden doorheen de verschillende culturen heeft ontwikkeld en de leerling ervaart wiskunde als een dynamisch vak.

Tenslotte is er bij de visie op een leerplan nog sprake van een derde invalshoek, zonder twijfel de subtielste van allemaal, al was het maar omdat hij ten dele afhangt van interpretatie en van uitwendige factoren.

We doelen hier op een serie van ingebouwde *evenwichten*, die door de betrokken leerkracht in overeenstemming met het studiepeil van zijn betrokken klas dienen ingevuld en verfijnd: evenwicht tussen theorie en praktijk, tussen abstract en concreet, tussen intuïtieve benadering en trefzekere bewijskracht, tussen manuele rekenvaardigheid en gebruik van rekentoestel ... Enige vereiste hierbij blijft dat, met het oog op voortgezette, algemeen vormende studies, op geen enkel moment onder een kwalitatief aanvaardbare drempel mag worden weggezakt.

Precies die gedifferentieerde keuze van evenwichten is ervoor verantwoordelijk dat, zelfs bij een identieke leerinhoud, het verschil tussen de verschillende studierichtingen, zich op het conceptuele vlak situeert:

- *qua diepgang,*
- *qua moeilijkheidsgraad,*
- *qua inzicht,*
- *qua parate kennis,*
- *qua lesrendement*.

Samengevat mag worden geponeerd dat de visie op een leerplan, kortom het leerplanprofiel, het samenspel is van:

- een serie *relevante criteria* (dimensie 1);
- een lijst van *accenten en krachtlijnen* (dimensie 2);
- een reeks van *ingebouwde evenwichten* (dimensie 3).

Hierbij neemt niet enkel de subtiliteit van de toetsing, maar ook de algemeen vormende waarde - die ervan uitgaat - met de nummering van de dimensies toe.

ALGEMENE DOELSTELLINGEN

De vakgebonden eindtermen wiskunde voor de derde graad ASO zijn terug te vinden op de website van de DVO, met URL:

http://www.ond.vlaanderen.be/dvo/secundair/3degraad/aso/eindtermen/wiskunde.html

Elk leerplan in het secundair onderwijs moet zich inschrijven in de algemene en in feite funderende doelstellingen van dit leervak. Vanuit deze algemene doelstellingen vinden de leerplandoelstellingen hun concretisering per graad.

Enkele algemene doelstellingen kunnen als volgt verwoord worden (zie eindtermen 1 tot en met 13, waarbij de laatste drie attitudes zijn):

- de leerlingen begrijpen en gebruiken wiskundetaal;
- de leerlingen analyseren, schematiseren en structureren wiskundige informatie;
- de leerlingen ontleden eenvoudig mathematiseerbare problemen (onderscheid maken tussen gegevens en gevraagde, de relevantie van de gegevens nagaan en verbanden leggen ertussen) en vertalen deze naar een passende wiskundige context;
- de leerlingen pakken wiskundige problemen planmatig aan (door eventueel hiërarchisch op te splitsen in deelproblemen);
- bij het oplossen van wiskundige problemen reflecteren de leerlingen kritisch over het oplossingsproces en het eindresultaat;
- de leerlingen geven voorbeelden van reële problemen die met behulp van wiskunde worden opgelost;
- bij het oplossen van wiskundige problemen maken de leerlingen functioneel gebruik van ICT;
- de leerlingen geven voorbeelden van de rol van de wiskunde in de kunst;
- de leerlingen gebruiken kennis, inzicht en vaardigheden die ze verwerven in de wiskunde bij het verkennen, vertolken en verklaren van problemen uit de realiteit;
- de leerlingen winnen informatie in over het aandeel van wiskunde in een vervolgopleiding van hun voorkeur en in hun voorbereiding erop;

- de leerlingen leggen een zin voor nauwkeurigheid aan de dag bij het hanteren en het toepassen van de wiskunde;
- de leerlingen ontwikkelen zelfregulatie met betrekking tot het verwerven en verwerken van wiskundige informatie en het oplossen van problemen;
- de leerlingen zijn gericht op samenwerking om de eigen mogelijkheden te vergroten.

Elk van deze doelstellingen wordt hierna, in het omschreven *vaardigheidsprofiel*, uitvoerig toegelicht.

ET 1: De leerlingen begrijpen en gebruiken wiskundetaal

Waar de tweede graad de draaischijf was voor het aanzwengelen van de communicatievaardigheid bij de leerling voor elk vak, voor wiskunde dus ook, krijgt deze vaardigheid in de derde graad zijn finale toets in voorbereiding op een vervolgopleiding in het hoger onderwijs.

Het overwegend "begrijpen" en derhalve het gaandeweg "assimileren" van wiskundetaal uit de eerste graad kreeg zijn logisch verlengstuk in het "gebruiken" en het "persoonlijk hanteren" van diezelfde wiskundetaal in de tweede graad en geniet de final touch hiervan in de derde graad.

Dit is zeker ook waar voor eventuele "nieuwe" terminologie, vooral gecentreerd rond de theorie der functies en de statistiek.

Het komt derhalve de leerkracht toe elke gelegenheid aan te grijpen om die communicatievaardigheid aan te scherpen, waarbij een belangrijke stimulans daartoe schuilt in een vraagstelling die de leerling als het ware uitnodigt datgene wat hij kent of weet op een behoorlijke manier te verwoorden.

Dit laatste impliceert dan weer dat de vloed aan vragen, in feite inherent aan de opbouw van elke wiskundeles, voldoende geschakeerd moet zijn en, uiteraard in overeenstemming met onderwijsvorm en klasniveau, ruimte moet laten voor inzichtbevorderend redeneren en voor het accuraat en voor iedereen begrijpbaar en verstaanbaar formuleren.

ET 2: De leerlingen analyseren, schematiseren en structureren wiskundige informatie

Onze snel evoluerende samenleving noopt tot soepelheid om snel en efficiënt problemen op te lossen. Geïnspireerd door het probleemoplossend denken en door zelfvertrouwen kweekt de leerling vorsingsdrang om complexe problemen op te lossen. Problemen bevatten een reeks gegevens (informatie) en monden uit in een vraag tot oplossing. Teneinde deze oplossing te kunnen bereiken of alleszins na te streven moeten de leerlingen de complexiteit van gegevens kunnen ontwarren (ontleden, analyseren), vanuit deze analyse de gegevens in schema brengen en dit schema inpassen in een passende en verantwoorde structuur.

ET 3: De leerlingen ontleden eenvoudig mathematiseerbare problemen (maken onderscheid tussen gegevens en gevraagde, gaan de relevantie van de gegevens na en leggen verbanden ertussen) en vertalen deze naar een passende wiskundige context

Bij de oplossing van een eenvoudig mathematiseerbaar probleem wordt de leerling vooreerst geconfronteerd met een arsenaal aan gegevens. Omdat niet alle gegevens bruikbaar zijn, moet de leerling de relevantie van elk gegeven kunnen inschatten om aldus de bruikbare van de niet bruikbare te scheiden. Deze relevantie wordt hetzij gedefinieerd hetzij nog versterkt door na te gaan in hoeverre er relaties bestaan tussen gegevens onderling – waardoor sommige relevante gegevens overbodig kunnen worden – en in hoeverre gegevens verband houden met het gestelde probleem.

Op dezelfde wijze maakt de leerling ook een onderscheid tussen gegevens en gevraagde teneinde enerzijds de probleemstelling duidelijk te maken en de oplossingsmethode aldus indirect voor te bereiden.

Bij het leveren van een oplossing is de wettiging van elke tussenstap vereist; bij een vraag naar een gebruikte eigenschap dient het antwoord gekozen binnen een passende cluster; bij het uitkiezen van een formule moet het zinvolle ervan nagetrokken worden. In concreto baseert de leerling zich hier op de vertaling van het probleem naar een passende wiskundige context.

ET 4: De leerlingen pakken wiskundige problemen planmatig aan (door eventueel hiërarchisch op te splitsen in deelproblemen)

Eén van de vormende waardecomponenten inherent aan de wiskunde hangt samen met de kans die erin bestaat om opdrachten, opgaven, problemen, vaak langs uiteenlopende invalshoeken, te benaderen.

Het behoort blijvend tot de taak van de leerkracht, en dit bij vele gelegenheden, die diverse oplossingsmethodes naast elkaar aan te bieden en tegelijk voor- en nadelen ervan tegen elkaar af te wegen.

Omdat wiskundige problemen in de derde graad zowel compacter, als volumineuzer, als ingewikkelder aangeboden worden is een planmatige aanpak van deze problemen noodzakelijk. Een oplossingmethode, die aanbeveling zal verdienen en vlotter tot een correct eindresultaat zal leiden, bestaat erin het probleem op te splitsen in al dan niet hiërarchische deelproblemen. De consecutieve oplossing van deze deelproblemen laat toe op een eenvoudige en doorzichtige wijze te komen tot het verhoopte eindresultaat.

ET 5: Bij het oplossen van wiskundige problemen reflecteren de leerlingen kritisch over het oplossingsproces en het eindresultaat

Het bij de hand leiden van de leerkracht doorheen het geschakeerde aanbod van oplossingstechnieken ruimde in de tweede graad al geleidelijk de plaats voor door de leerling weloverwogen individuele initiatieven. De leerling zal nu niet langer een opgelegde, maar een naar eigen smaak en interesse uitgestippelde zelfstandige oplossingskeuze maken.

Het kritisch reflecteren over zijn oplossingsproces en het daaraan verbonden eindresultaat vergt én gedegen kennis én verdiepend inzicht vanwege de leerling; daardoor zal hij ook gemakkelijker een passende keuze maken die leidt tot de gewenste oplossing.

ET 6: De leerlingen geven voorbeelden van reële problemen die met behulp van wiskunde worden opgelost

Het is precies de toepasbaarheid van de wiskunde in andere vakgebieden en in de maatschappij die hoofdzakelijk de grootste rechtvaardiging van dit vak in het onderwijs uitmaakt. Zeker om deze reden moeten er in het onderwijs schikkingen getroffen worden om de toepassingen inderdaad tot hun volle recht te laten komen. Om een beter beeld te krijgen van deze bruikbaarheid is het noodzakelijk dat het gebruik van wiskundig materiaal in andere vakgebieden conform geschiedt aan de wijze waarop dit materiaal bij de leerlingen wordt aangebracht. Daarom ook is het volkomen zinloos dat de wiskunde in andere leervakken gevulgariseerd wordt tot enkele techniekjes. De conformiteit en de waardige behandeling van wiskunde in andere leervakken zal zeker ook door de leerlingen worden bewaakt. Zij kunnen getuigenis afleggen van het utilitaire karakter van de wiskunde en kunnen daardoor ook vlot voorbeelden geven van reële problemen die met behulp van wiskunde worden opgelost.

ET 7: Bij het oplossen van wiskundige problemen maken de leerlingen functioneel gebruik van ICT

In de eerste graad is het rekentoestel een niet meer weg te denken didactisch hulpmiddel binnen de wiskundeles. In de tweede graad is dit nog uitdrukkelijker het geval, alvast in die situaties waar al te tijdrovende bewerkingen een harmonische ontwikkeling van de theorie in de weg staan. Naast het aangepast rekentoestel wordt hier ook gebruik gemaakt van de computer en passende software.

In de derde graad zal het functioneel gebruik van ICT-hulpmiddelen een logisch verlengstuk zijn van de aanwending hiervan, aangeleerd in de tweede graad. De leerlingen zijn intussen gewoon deze media te hanteren als hulpmiddel en nooit als doel op zich. Zij hebben een natuurlijke reflex tot gebruik van dit hulpmiddel bij het oplossen van wiskundige problemen.

Uiteraard moet ook hier de bediening van de toetsen gelijke tred houden met de introductie van eventuele nieuwe begrippen en de daaraan gekoppelde nieuwe operaties.

De aandacht van de leerlingen moet blijvend getrokken worden op het stelsel van grootheden waarin wordt gewerkt.

ET 8: De leerlingen geven voorbeelden van de rol van de wiskunde in de kunst

Het is algemeen geweten dat de mens instinctief de voorkeur schijnt te geven aan vormen die stipt wiskundige regels volgen; hij volgt dit instinct in wat hij zelf doet of maakt, zoals zijn kunstuiting en zijn architectuur.

De getallenreeks van Fibonacci schijnt van oudsher een mysterieuze invloed gehad te hebben op voortbrengselen van kunstenaars; de limiet van de verhouding tussen twee opeenvolgende getallen in de reeks noemt men de Gulden Snede. Niet alleen in het vooraanzicht van het Parthenon in Athene, maar ook in andere uitingen van architectuur en van beeldende kunst vindt men de verhouding van de Gulden Snede of de Gouden Rechthoek terug. Schilderwerken van Da Vinci en o.a. ook van de Franse impressionist Seurat zijn gekende toepassingsvoorbeelden. Het aanwenden van de stelling van Pythagoras in kunstwerken zou ons ook immens ver leiden; daarom wijden we er niet verder over uit.

In ontelbare schilderijen en pentekeningen werden technieken van perspectief, bekend uit de meetkunde, toegepast. In heel wat decoratieve uitingen vooral van moderne kunst werd de techniek van de figuren van Escher aangewend.

Deze beperkte greep uit het rijk der kunst, vooral schilder- en beeldende kunst, moet de leerling onder aanmoediging en aanbreng van de leraar toelaten om vele voorbeelden te geven van wiskundige toepassingen in kunstuitingen.

ET 9: De leerlingen gebruiken kennis, inzicht en vaardigheden die ze verwerven in de wiskunde bij het verkennen, vertolken en verklaren van problemen uit de realiteit

Het bij de leerlingen via de wiskunde aangekweekte probleemoplossend vermogen laat hen toe om zowel kennis als inzicht en inherente vaardigheden te hanteren wanneer zij geconfronteerd worden met problemen uit de realiteit. Ook bij de oplossing van deze problemen zullen zij de gegevens analyseren, hun relevantie en bruikbaarheid bepalen, deze in schema brengen, toetsen aan het gestelde probleem en van daaruit resultaatswaardige oplossingsmethoden aftasten. De overdrachtelijkheid van wiskundige methodieken naar oplossingsschema's voor problemen uit het dagdagelijkse leven van individuen en uit de maatschappij is groter dan op het eerste gezicht vermoed wordt. Succeservaring hierbij zal leerlingen en volwassenen nog meer aanzetten tot gebruik van deze wiskundige verworvenheden.

ET 10: De leerlingen winnen informatie in over het aandeel van wiskunde in een vervolgopleiding van hun voorkeur en in hun voorbereiding erop

De leerlingen in de derde graad van het ASO hebben het einde van hun secundaire studiën in zicht; zij zijn in feite aangewezen op verdere, vooral hogere studiën (Hoger of Universitair Onderwijs). Het logisch gevolg van hun studiekeuzebegeleiding uit de eerste, tweede en enigszins ook derde graad is dat zij aandacht (beginnen te) schenken aan de vervolgopleiding die hun voorkeur wegdraagt. Het is dan ook niet onlogisch dat zij op SID-in's (Studie Informatie Dagen) of op informatiedagen georganiseerd door hogescholen en/of universiteiten informatie inwinnen over het aandeel van de wiskunde in die vervolgopleiding. Dit spaart hen verrassingen en/of ontgoochelingen in de toekomst, maar dit laat hen ook toe om enerzijds nu al actief bezig te zijn met hun voorbereiding daarop en anderzijds om uit te kijken naar en zich desgevallend te engageren voor door hogescholen of universiteiten georganiseerde voorbereidingscursussen tijdens de aanloop naar hun eerste academiejaar.

ET 11: De leerlingen leggen een zin voor nauwkeurigheid aan de dag bij het hanteren en het toepassen van de wiskunde

Het is vanzelfsprekend dat doorheen het wiskundeonderwijs, waarbij wiskunde bekend staat als een exacte wetenschap, de leerlingen permanent gewezen worden op het belang van nauwkeurig werken. We denken daarbij aan de constructie van meetkundige figuren, maar ook aan het tekenen van bijvoorbeeld functies in de analyse. Maar niet alleen het tekenwerk dient met de nodige nauwkeurigheid te verlopen, ook bij het rekenwerk is dit heel belangrijk. Zo is het bijvoorbeeld heel belangrijk leerlingen te wijzen op problemen die kunnen ontstaan bij het gebruiken van afrondingen bij 'tussenberekeningen', die in vele gevallen niet echt noodzakelijk zijn.

Maar ook bij de opbouw van de theorie speelt nauwkeurigheid een belangrijke rol, niet alleen bij het correcte gebruik van het wiskundig formularium, maar eveneens bij de juiste verwoording ervan. Het is bij dit laatste dat er nogal eens wat durft mis te lopen, vandaar dat dit bijzondere aandacht vraagt.

ET 12: De leerlingen ontwikkelen zelfregulatie met betrekking tot het verwerven en verwerken van wiskundige informatie en het oplossen van problemen

Het is logisch dat leerlingen bij het ervaren van moeilijkheden bij het oplossen van wiskundige problemen en het verwerven en verwerken van wiskundige informatie, deze moeilijkheden trachten te overwinnen. Dit vraagt in de meeste gevallen een bijsturing van het leerproces, waarbij de rol van de leerkracht zeker niet mag onderschat worden. Het optimale niveau is natuurlijk zelfregulatie door de leerlingen, waarbij de ondersteuning door de leerkracht herleid wordt tot nul. Deze bijsturing van het leerproces is een belangrijke attitude voor de toekomst van de leerlingen, hetzij bij verdere studies, hetzij in het beroepsleven. Daarom verdient deze doelstelling zeker de nodige aandacht.

ET 13: De leerlingen zijn gericht op samenwerking om de eigen mogelijkheden te vergroten

Het is logisch dat, mede in het licht van de vakoverschrijdende eindtermen sociale vaardigheden, leerlingen de attitude tot samenwerken aanleren. Hierbij dienen voor de leerlingen een aantal voordelen tot uiting te komen. Ten eerste moeten leerlingen inzien dat ze heel wat kunnen opsteken van medeleerlingen, die zich bij de beginsituatie op een gelijk niveau bevinden. Ten tweede moet bij leerlingen het inzicht groeien dat bij goede samenwerking het geheel groter is dan de dom der delen.

LEERPLANDOELSTELLINGEN/LEERINHOUDEN/SPECIFIEKE PEDAGOGISCH-DIDACTISCHE WENKEN

Dit leerplan is een leerplan dat geldig is zowel voor de basisvorming als voor het specifieke gedeelte van de pool wetenschappen. Bovendien kan het daarnaast ook gebruikt worden voor het complementaire gedeelte, zowel van de studierichtingen met basisvorming als van de studierichtingen met pool wetenschappen.

In de derde graad ASO hebben alle studierichtingen 3 lestijden wiskunde in de basisvorming. We zijn dan ook van dit aantal lestijden uitgegaan bij het formuleren van de leerplandoelstellingen voor de basisvorming. Deze doelstellingen dekken alle eindtermen (zie eerste kolom).

De studierichtingen met pool wetenschappen hebben in hun specifieke gedeelte een vierde lestijd wiskunde. Daarom zijn er naast basisdoelstellingen ook uitbreidingsdoelstellingen geformuleerd, die voor de studierichtingen met pool wetenschappen verplicht te realiseren zijn. Deze uitbreidingsdoelstellingen zijn geformuleerd in functie van de specifieke eindtermen van de pool wetenschappen:

Nr.	**Specifieke eindterm pool wetenschappen**
	De leerlingen kunnen
2	*structuren met behulp van een model of schema voorstellen en hiermee eigenschappen verklaren*
3	*relaties leggen tussen structuren*
7	*vorming, stabiliteit en transformatie van structuren beschrijven, verklaren, voorspellen en met eenvoudige hulpmiddelen experimenteel onderzoeken*
8	*berekeningen uitvoeren bij energie- en materieomzettingen*
10	*beweging en verandering in bewegingstoestand kwalitatief beschrijven, in eenvoudige gevallen experimenteel onderzoeken en berekenen*
11	*verbanden leggen tussen processen op verschillende schaalniveaus*
14	*relaties tussen systemen beschrijven en onderzoeken*
15	*vanuit een begintoestand de evenwichtstoestand van een systeem en effecten van storingen kwalitatief onderzoeken en in eenvoudige gevallen berekenen*

16	*de evolutie van een open systeem kwalitatief beschrijven*
18	*de levensduur van structuren en systemen en de snelheid van processen vergelijken en de factoren die hierop een invloed uitoefenen verklaren en in eenvoudige gevallen onderzoeken*
19	*relaties tussen cyclische processen illustreren*
21	*methoden beschrijven om structuren relatief en absoluut te dateren*
23	*relaties leggen tussen evoluties van systemen en structuren*
24	*mechanismen beschrijven die de stabiliteit, verandering en differentiatie van structuren of systemen in de tijd verklaren*

We zijn van oordeel dat als de studierichtingen met 4 lestijden een groep apart vormen, er naast deze basisdoelstellingen en uitbreidingsdoelstellingen nog ruimte overblijft. Daarom is er nog een derde type doelstellingen geformuleerd, namelijk verdiepingsdoelstellingen. Deze zijn dus voor niemand verplicht, maar de leerkracht kan hieruit een adequate keuze maken, die in hoofdzaak gebeurt in functie van de leerlingen.

Tot welk type een leerplandoelstelling behoort, is aangegeven in de tweede (voor de **B**asisdoelstellingen), derde (voor de **U**itbreidingsdoelstellingen) en vierde (voor de **V**erdiepingsdoelstellingen) kolom.

De doelstellingen en wenken horende bij uitbreidings- en verdiepingsdoelstellingen zijn, om ze zo duidelijk mogelijk te onderscheiden van de basisdoelstellingen, cursief weergegeven.

Naast deze basis-, uitbreidings- en verdiepingsdoelstellingen zijn ook nog een aantal keuzeonderwerpen opgenomen. Hiervan moet er één gekozen worden binnen de basisvorming, waartoe binnen het voorziene aantal lestijden de nodige ruimte gevrijwaard is. Deze keuze gebeurt bij voorkeur in functie van de studierichting. Men kan deze keuzeonderwerpen ook aanwenden om eventuele complementaire lestijden in te vullen; ook daar wordt bij voorkeur in functie van de studierichting gekozen.

Naast de profielen analyse (eerste hoofdstuk) en stochastiek (tweede hoofdstuk), die gestuurd worden vanuit de eindtermen, *moet* binnen de basisvorming ook nog een keuzeonderwerp behandeld worden. Deze keuzeonderwerpen (een achttal) staan in een derde hoofdstuk. Het is aangewezen dit keuzeonderwerp te kiezen in functie van de studierichting in het algemeen en van de aanwezige leerlingen in het bijzonder.

1 Analyse

1.1 Algemene begrippen

ET	*Type doelst.*	*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*	*Pedagogisch-didactische wenken*
		De leerlingen:	
	B	1.1.1 kennen de definitie van een reële functie en de drie aspecten (functievoorschrift, tabel en grafiek) ervan	De leerlingen maakten reeds in de tweede graad kennis met deze begrippen, bijvoorbeeld bij de standaardfuncties en hun getransformeerden, maar ook bij de studie van eerste- en tweedegraadsfuncties. Het is niet zozeer de bedoeling deze begrippen hier afzonderlijk te behandelen, dan wel deze begrippen daar waar ze aan de orde kunnen komen (bij de studie van de verschillende types functies) telkens te herhalen. Het spreekt voor zich dat het gebruik van ICT hier zeker op zijn plaats is en dus ten stelligste aan te raden.
14	B	1.1.2 kennen de begrippen - domein, - bereik, - nulwaarde, - tekenverloop, - stijgen/dalen/constant zijn, - extremum en kunnen deze aflezen op een grafiek	
14	B	1.1.3 kunnen symmetrieën aflezen op een grafiek	

1.2 Veeltermfuncties

ET	*Type doelst.*	*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*	*Pedagogisch-didactische wenken*
		De leerlingen:	
32	B	1.2.1 kunnen vergelijkingen van de eerste, tweede en derde graad in één onbekende oplossen	Vergelijkingen van de eerste en tweede graad zijn reeds de vorige jaren aan bod gekomen. Het ligt voor de hand dat deze hier als aanloop herhaald worden. Het oplossen van vergelijkingen van de derde graad gebeurt via het afsplitsen van een oplossing. Bij het oplossen van vergelijkingen van hogere graad dan drie wordt ICT ingescha-

						keld.
14	B			1.2.2	kunnen aan de hand van het functievoorschrift - een tabel, - het domein, - de nulwaarden, - het tekenverloop bepalen van veeltermfuncties van de derde graad	Het is hier zeker de bedoeling sterk de link te leggen met de grafiek, wat niet betekent dat leerlingen de verschillende karakteristieken niet vanuit het voorschrift moeten kunnen bepalen. Maar een visuele voorstelling zorgt voor een betere begripsvorming. Besteed hier ook de nodige aandacht aan de verschillende voorstellingswijzen van een functie: • verwoording, • tabel, • grafiek, • voorschrift. Er kan hier natuurlijk gebruik gemaakt worden van het feit dat de leerlingen deze begrippen reeds in de tweede graad hebben behandeld, in het bijzonder voor functies van de eerste en tweede graad.
14	B			1.2.3	kunnen aan de hand van de grafiek: - domein, - bereik, - nulwaarden, - tekenverloop, - stijgen/dalen, - extrema bepalen van veeltermfuncties van de derde graad	
14	B			1.2.4	kunnen met behulp van ICT de grafiek lezen van veeltermfuncties van graad hoger dan drie	In tegenstelling tot functies van de derde graad, moeten functies van hogere graad niet vanuit het functievoorschrift kunnen behandeld worden. Een functionele toepassing van ICT is hier op zijn plaats.
32	B			1.2.5	kunnen veeltermongelijkheden van de eerste, tweede en derde graad in 1 onbekende oplossen, eventueel met behulp van ICT	De leerlingen hebben in de tweede graad reeds ongelijkheden van de eerste en tweede graad leren oplossen. Dit dient hier herhaald te worden en uitgebreid tot vergelijkingen van de derde graad. Stel de oplossingenverzameling ook voor op een getallenas. De grafische voorstelling van de oplossingenverzameling kan gebruikt worden om: • één of meer elementen (oplossingen) aan te duiden en/of op te noemen, • indien mogelijk (als het bestaat) het grootste en/of het kleinste element te bepalen. Men kan ook eerst de oplossingenverzameling grafisch voorstellen en daaruit de intervalnotatie afleiden. Merk op dat de leerlingen geconfronteerd kunnen worden met een unie van intervallen als oplossingenverzameling. Vestig daarbij de

						nodige aandacht op de grenspunten van de intervallen.
			V	1.2.6	*kunnen aan de hand van het voorschrift bepalen of een functie even of oneven is en kennen de grafische kenmerken van even en oneven functies*	
			V	1.2.7	*kennen het begrip absolute waarde en kunnen eenvoudige functies met absolute waarden grafisch voorstellen*	
		U		1.2.8	*kunnen een grafische voorstelling maken van functies met meervoudig voorschrift, opgebouwd uit veeltermfuncties*	*Men kan hier opmerken dat ook functies met absolute waarden met een meervoudig functievoorschrift kunnen geschreven worden.*
31	B			1.2.9	kunnen vraagstukken/problemen oplossen die aanleiding geven tot een veeltermvergelijking, veeltermongelijkheid of veeltermfunctie, eventueel met behulp van ICT	Probeer hier zoveel mogelijk uit te gaan van concrete, realistische problemen. De nadruk ligt hier op het omzetten van een vraagstuk of probleem naar wiskundige gedaante. Bij het oplossen van de vergelijking, ongelijkheid of functie is het aangewezen ICT in te schakelen. De gevonden oplossing moet nadien natuurlijk opnieuw vertaald worden naar het oorspronkelijke vraagstuk of probleem.

1.3 Rationale functies

ET	*Type doelst.*			*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*		*Pedagogisch-didactische wenken*
				De leerlingen kunnen:		
32	B			1.3.1	kunnen rationale vergelijkingen oplossen, waarbij de graad van teller en noemer hoogstens gelijk is aan twee	Hier gelden gelijkaardige opmerkingen en bedenkingen als hierboven bij veeltermfuncties. Er dient wel de nodige aandacht besteed te worden aan de problematiek van de nulwaarden van de noemer bij het bepalen van het domein, de nulwaarden van de functie en het tekenverloop. Bij het asymptotische gedrag is het op dit moment nog niet de bedoeling de asymptoten ook effectief te gaan bepalen vanuit het functievoorschrift. Het is wel de bedoeling dat de leerlingen aan de hand van voldoende voorbeelden een idee krijgen van de grafische betekenis van limietgedrag en asymptotisch gedrag, begrippen die later concreet aan bod komen. Het is vanzelfsprekend dat ICT hierbij een
14	B			1.3.2	aan de hand van het functievoorschrift: - een tabel, - het domein, - de nulwaarden, - het tekenverloop bepalen van rationale functies waarbij de graad van teller en noemer hoogstens gelijk is aan twee	

32	B			1.3.3	kunnen aan de hand van de grafiek: - domein, - bereik, - nulwaarden, - tekenverloop, - stijgen/dalen, - extrema bepalen van rationale functies waarbij de graad van teller en noemer hoogstens gelijk is aan twee	onmisbaar hulpmiddel is. Bijzondere aandacht kan besteed worden aan het feit dat nulwaarden van de noemer niet automatisch leiden tot verticaal asymptotisch gedrag. Denk hierbij aan een geperforeerde grafiek, zoals bijvoorbeeld bij de functie $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$. Het spreekt voor zich dat bij het oplossen van vraagstukken/problemen ICT op een functionele wijze kan ingeschakeld worden.
32	B			1.3.4	rationale ongelijkheden oplossen (eventueel met behulp van ICT), waarbij de graad van teller en noemer hoogstens gelijk is aan twee	
32	B			1.3.5	het asymptotische gedrag van een grafiek aflezen;	
31	B			1.3.6	vraagstukken/problemen oplossen die aanleiding geven tot een rationale vergelijking, ongelijkheid of functie	

1.4 Limieten

ET	*Type doelst.*				*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*	*Pedagogisch-didactische wenken*
					De leerlingen:	
		U		1.4.1	*kennen de grafische betekenis van het begrip continuïteit*	*Het begrip continuïteit moet niet expliciet gedefinieerd te worden, maar een intuïtief begrip van de grafische betekenis ervan is zeker aan de orde. Denk hierbij ook aan continuïteit in een interval.*
			V	1.4.2	*kunnen een wiskundige definitie van het begrip continuïteit formuleren*	*Een meer wiskundige definitie is niet noodzakelijk en hangt samen met het al dan niet formuleren van een wiskundige definitie van het begrip limiet.*
			V	1.4.3	*kennen de stelling van Bolzano en de grafische betekenis ervan*	*Deze stellingen staan in het teken van de benaderingsmethodes voor het bepalen van nulwaarden van een functie. De nadruk ligt hier*

			V	1.4.4	*kennen de tussenwaardenstelling en de grafische betekenis ervan*	*zeker op de grafische betekenis en deze stellingen dienen dan ook zeker niet bewezen te worden.*
			V	1.4.5	*kunnen, met behulp van benaderingsmethodes en ICT, nulwaarden van een functie bepalen*	
32	B			1.4.6	kennen het begrip limiet dat op intuïtieve wijze wordt gesticht en kunnen grafisch limieten bepalen	Het begrip limiet dient op intuïtieve wijze aangebracht te worden. Men kan hierbij uitgaan de grafiek van een aantal willekeurige functies. Ook aan de hand van enkele rationale functies kan een intuïtief inzicht in het begrip limiet worden aangebracht. Besteed daarbij zeker ook de nodige aandacht aan limietgedrag in nulwaarden van de noemer en limietgedrag op oneindig. De notatie $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ dient wel ingevoerd te worden. Berekenen van limieten kan de leerling doen inzien dat de limietwaarde vaak met de functiewaarde samenvalt, maar dat het de onbepaalde en oneigenlijke limieten zijn die, in samenhang met het opsporen van asymptoten, het ruimst bijdragen tot het tekenen van de grafiek van de betrokken functie.
			V	1.4.7	*kunnen een wiskundige definitie van het begrip limiet formuleren*	*Bij de leerlingen van de pool wetenschappen kan wel een wiskundige definitie van het begrip limiet aan bod komen.*
	B			1.4.8	kunnen met behulp van rekenregels limieten berekenen van veeltermfuncties en rationale functies	De leerlingen kunnen aan de hand van de elementaire rekenregels voor limieten (zoals bijvoorbeeld limiet van een som en limiet van een product) limieten van veeltermfuncties en rationale functies berekenen. Dit is waarschijnlijk ook het geschikte ogenblik om een aantal rekenregels in $\overline{\mathbb{R}}$ aan bod te laten komen.
	B			1.4.9	kennen het getal *e* als een bijzondere limiet	Door *x* voldoende groot of voldoende klein te laten worden in de betrekking $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ kan men tot het getal *e* komen. Men kan daarbij opmerken dat dit een irrationaal getal is. Dit getal komt later, bij exponentiële en logaritmische functies, opnieuw aan bod.

	B		1.4.10	kunnen met behulp van limieten de horizontale en verticale asymptoten van rationale functies bepalen	Het bij rationale functies opgedane intuïtieve begrip van asymptotisch gedrag, wordt hier vertaald naar een concrete bepaling van de asymptoten. Voor de leerlingen uit de basisvorming volstaat het dat ze rekentechnisch de verticale en horizontale asymptoten kunnen bepalen vanuit het functievoorschrift. Bij het bepalen van de asymptoten van rationale functies kan men de keuze maken tussen het maken van de deling of het gebruik van limieten. *De leerlingen uit de pool wetenschappen kunnen ook schuine asymptoten bepalen vanuit het functievoorschrift.* ICT kan hier ingeschakeld worden om de limieten te bepalen (de nadruk ligt hier op het bepalen van de asymptoten en niet op de rekenregels van limieten) en om de gevonden asymptoten grafisch te controleren.
		U	1.4.11	*kunnen de schuine asymptoten van rationale functies bepalen*	

1.5 Afgeleiden

ET	*Type doelst.*		*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*		*Pedagogisch-didactische wenken*
			De leerlingen:		
15	B		1.5.1	kennen de definitie van afgeleid getal	
15 18	B		1.5.2	kunnen bij functies met behulp van het intuïtief begrip van limiet het verband leggen tussen: - het begrip afgeleide, - het begrip differentiequotiënt, - de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek, - de maat voor de ogenblikkelijke verandering	In de wiskunde wordt het begrip afgeleide gebruikt om te beschrijven hoe sterk bij een functie de verandering van de *y*-waarde is als de *x*-waarde verandert. Voor wiskundigen is dit een vertrouwd begrip, maar in feite is dit een vrij complex begrip. Het is het meest gesofisticeerde uit een reeks van drie instrumenten om te meten hoe sterk functiewaarden veranderen. • De eenvoudigste manier om de verandering in *y*-waarde te beschrijven is aan de hand van *differenties*, het verschil tussen twee functiewaarden: $f(x)-f(a)$. Een differentie beschrijft de *totale verandering over een interval*. In de afgeleide vinden we de differentie terug in de teller van de breuk. • Deze manier van werken voldoet niet altijd. Zo heeft het bijvoorbeeld geen zin om differenties te vergelijken wanneer voor de toename van de *x*-waarde verschillende waarden worden genomen. In dat geval moet je het *differentiequotiënt* gebruiken:

						$\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$. Het differentiequotiënt beschrijft de gemiddelde verandering over een interval (denk hierbij bijvoorbeeld aan de gemiddelde snelheid over een tijdsinterval). Ook het differentiequotiënt vinden we terug bij de afgeleide, het is namelijk de breuk waarvan de limiet wordt genomen. • De verandering in één punt (bijvoorbeeld de snelheid op een bepaald ogenblik) wordt beschreven door de afgeleide, zoals reeds vermeld is dit de limietwaarde van het differentiequotiënt. Elk van deze drie instrumenten kan worden gebruikt om de verandering van de y-waarden te beschrijven. Traditioneel is gebruik gemaakt van de afgeleide om veranderingen te beschrijven. Dit is echter een moeilijk toegankelijk begrip, en vaak leerden de leerlingen wel afgeleiden te berekenen, maar wisten ze niet goed wat de afgeleide juist voorstelde. Daarom wordt er gevraagd om ook het differentiequotiënt in te voeren. Door de stap naar de limiet niet te zetten kan de klemtoon verschuiven van techniek (om afgeleiden te berekenen) naar meer begripsvorming en inzicht wat betreft de verandering van een functie.
16	B			1.5.3	kennen het begrip afgeleide functie	Eenmaal het begrip limiet gesticht, is er niets dat belet de begrippen afgeleid getal en afgeleide functie in te voeren, alsook de afleidingsregels op te stellen (al dan niet met bewijs) van veeltermfuncties.
16	B			1.5.4	kunnen de afgeleide functie berekenen van $f(x)=c$ ($c \in \mathbb{R}$), $f(x)=x$, $f(x)=x^2$, $f(x)=x^3$ en $f(x)=x^n$ (met $n \in \mathbb{N}$).	De berekening van de afgeleide van deze functies kan, naargelang het niveau van de leerlingen, gemaakt worden door een numerieke limietberekening , door een symbolische limietberekening of op beide manieren.
17	B			1.5.5	kunnen op de bovenstaande functies de somregel, de veelvoudregel, de productregel en de quotiëntregel toepassen	Deze regels kunnen verantwoord worden aan de hand van de berekening van de afgeleide van enkele eenvoudige functies zoals bijvoorbeeld $f(x)=3x$ of $f(x)=x^2+x$. Besteed hierbij zeker ook de nodige aandacht aan de grafische interpretatie van deze regels. Deze rekenregels leiden ertoe dat de leerlingen de afgeleide functie van veeltermfuncties en rationale functies kunnen bepalen.
		U		1.5.6	*kunnen, met behulp van de grafische betekenis van het afgeleid getal, de raaklijn aan de grafiek van een functie construeren, in een punt van de kromme*	

			V	1.5.7	*kunnen de vergelijking van de raaklijn aan de grafiek van een functie opstellen, in een punt van de kromme*	
		U		1.5.8	*kunnen de kettingregel voor het afleiden van samengestelde functies toepassen*	
			V	1.5.9	*kunnen, met behulp van ICT, nulwaarden van een functie bepalen door middel van de methode van Newton-Raphson*	
			V	1.5.10	*kunnen de regel van de l'Hospital voor het berekenen van limieten toepassen*	
18	B			1.5.11	kennen het verband tussen het tekenverloop van de eerste afgeleide en het opsporen van extrema en kunnen het verloop van een veeltermfunctie van de derde graad uitleggen	Met behulp van de afgeleide kunnen de leerlingen nagaan waar een functie stijgt of daalt en kunnen ze de helling in een concreet punt bepalen. Als de afgeleide functie gelijk is aan nul kunnen zich drie gevallen voordoen: de grafiek vertoont een minimum, een maximum of een buigpunt met een horizontale buigraaklijn. Onderscheid tussen deze gevallen wordt gemaakt door het interpreteren van een tekenoverzicht van de afgeleide functie. De beschikbare tijd en het niveau van de leerlingen bepaalt of het begrip buigpunt al dan niet verder uitgediept wordt. Met het oog op het bereiken van het hoofddoel zijn het de meetkundige betekenis van het afgeleid getal enerzijds, het tekenverloop van de afgeleide functie anderzijds, die een krachtige bijdrage leveren bij het tekenen van de grafiek van de gegeven functie. Het verloop van functies is hier zeker niet als een doel op zich bedoeld, doch eerder als een synthese van het voorgaande, als een illustratie van een puzzel die mooi in mekaar past. Dit sluit aan bij het gegeven dat enkele toetsaanslagen volstaan om de grafiek van een functie te bekomen. Dit belet echter niet dat het zinvol is enkele voorbeelden uit te werken zodat de leerlingen het nodige inzicht verwerven in de verschillende verbanden. Bij de vraagstelling kan hier de nodige aandacht besteed worden aan bijvoorbeeld: • het schetsen van de grafiek van de afgeleide functie bij gegeven grafiek van een functie en omgekeerd,

					• bij gegeven afgeleide functie een passende grafiek van een functie selecteren uit een aantal gegeven grafieken, • het tekenverloop van de eerste afgeleide bepalen als de grafiek van een functie gegeven is.
18 19 20 31 32	B			1.5.12 kunnen extremumvraagstukken (ook van buiten de wiskunde) die aanleiding geven tot veeltermfuncties en rationale functies, oplossen	Bij de extremumvraagstukken mag, net zoals bij het verloop van functies, zeker niet de nadruk liggen op het rekenwerk. Dit impliceert dat dit uitgelezen momenten zijn om op een functionele manier gebruik te maken van ICT.
			V	1.5.13 *kennen het verband tussen het tekenverloop van de tweede afgeleide en het hol/bol zijn van de grafiek van een functie*	

1.6 Goniometrische functies

ET	*Type doelst.*			*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*	*Pedagogisch-didactische wenken*
				De leerlingen:	
26	B			1.6.1 kennen de definitie van radiaal, kunnen het verband leggen tussen graden en radialen en kunnen de sinus, cosinus en tangens van een reëel getal berekenen	De leerlingen kennen de begrippen sinus, cosinus, tangens en goniometrische cirkel uit de tweede graad. De kennis in verband met de radiaal staat in het teken van het functioneel verband, zoals $f(x) = \sin x$. De nadruk ligt m.a.w. op het feit dat de sinus van een reëel getal kan worden berekend. Zorg er bijvoorbeeld voor dat de leerlingen duidelijk weten dat $\sin 30° \neq \sin 30$.
	B			1.6.2 kunnen de goniometrische getallen van verwante hoeken berekenen	*De studie van de goniometrische formules is geen echt doel op zich, maar een hulpmiddel bij het integreren van goniometrische functies.*
		U		1.6.3 *kunnen de optellingsformules voor sinus, cosinus en tangens opstellen en toepassen*	*Analytische oefeningen ("identiteit"-bewijsoefeningen) op de formules kunnen ongetwijfeld bijdragen tot het verhogen van de reken- en*

		U	1.6.4	*kunnen de verdubbelingsformules voor sinus, cosinus en tangens opstellen en toepassen*	*vooral de redeneervaardigheden bij bewijstechnieken. Men mag hierin echter niet overdrijven; er wordt hieraan slechts een beperkte tijd besteed. Hoofddoel is het inoefenen van de formules en het manipuleren ervan.* *Belangrijk is hier op te merken dat leerlingen die in de tweede graad enkel de basisvorming gevolgd hebben, geen goniometrische getallen van verwante hoeken behandeld hebben.* De behandeling van verwante hoeken staat hier in functie van de constructie van de elementaire goniometrische functies vanuit de goniometrische cirkel.
		U	1.6.5	*kunnen de halveringsformules voor sinus en cosinus opstellen en toepassen*	
		U	1.6.6	*kunnen de formules van Simpson opstellen en toepassen*	
27	B		1.6.7	kunnen de grafiek van de functies $f(x)=\sin x$, $f(x)=\cos x$ en $f(x)=\tan x$ construeren vanuit de goniometrische cirkel	Het doel is hier om, met nadruk op de grafische kenmerken, de verbanden tussen verwante hoeken te kunnen aanwenden bij de constructie van de elementaire goniometrische functies.
14 28	B		1.6.8	kunnen van de functies $f(x)=\sin x$, $f(x)=\cos x$ en $f(x)=\tan x$ - de tabel, - het domein, - enkele bijzondere waarden, - de periodiciteit, - het stijgen/dalen, - de eventuele extrema bepalen	Na een grondige studie van de elementaire functies $f(x)=\sin x$, $f(x)=\cos x$ en $f(x)=\tan x$ is het de bedoeling dat leerlingen in staat zijn de algemene sinusfunctie te onderzoeken. Dit gebeurt best stapsgewijs, waarbij in verschillende fasen $f(x)=\sin\left(x+k\right)$, $f(x)=\sin\left(x\right)+k$, $f(x)=k.\sin\left(x\right)$ en $f(x)=\sin\left(k.x\right)$ behandeld worden. Hierbij dient telkens de nodige aandacht aan de interpretatie van de betekenis van de parameter k geschonken te worden. Bij de vergelijkingen kan men zich beperken tot de vermelde vormen. *Bij de pool wetenschappen kan men naast de grafische oplossing van deze vergelijkingen de leerlingen ook aanleren deze vergelijkingen manueel op te lossen. Bovendien kan men ook de vorm hier iets uitbreiden, zonder daarbij te overdrijven (dit zal mede bepaald worden door de beschikbare tijd).* Bij de toepassingen kan men zich beperken tot de bestudeerde vergelijkingen. Ongelijkheden kunnen hier ook aan bod komen en met behulp van ICT opgelost worden.
32	B		1.6.9	kunnen aan de hand van de grafiek: - domein, - bereik, - nulwaarden, - tekenverloop, - periodiciteit, - stijgen/dalen, - extrema bepalen van goniometrische functies	

29	B			1.6.10	kunnen de grafiek opbouwen van de functie $f(x) = a\sin(bx + c) + d$ en kunnen op deze grafiek de betekenis van a, b, c en d interpreteren
			V	1.6.11	*kennen* $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$
			V	1.6.12	*kunnen het asymptotisch gedrag van tangens en cotangens beschrijven*
		U		1.6.13	*kunnen de afgeleide functie bepalen van goniometrische functies*
30 32	B			1.6.14	kunnen goniometrische vergelijkingen van de vorm $\sin x = k$, $\cos x = k$ en $\tan x = k$ grafisch oplossen
31	B			1.6.15	kunnen vraagstukken/problemen oplossen die aanleiding geven tot een goniometrische vergelijking of functie

1.7 Exponentiële functies

ET	*Type doelst.*			*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*		*Pedagogisch-didactische wenken*
				De leerlingen:		
21	B			1.7.1	kunnen n-de wortels berekenen in $\mathbb{R}$	De leerlingen kunnen uit de vorige jaren werken met een macht met een negatieve exponent en hierbij de elementaire rekenregels toepassen. Het is geenszins de bedoeling van deze paragrafen een hoofdzaak te maken. N-de wortels en machten met rationale exponenten staan in het teken van het werken met exponentiële functies. Het ligt in de lijn der verwachtingen dat leerlingen ervaren dat er ook machten met reële exponenten bestaan (die zonder problemen met hun rekentoestel kunnen uitgerekend worden).
21	B			1.7.2	kennen de definitie van een macht met een rationale exponent en kunnen de elementaire rekenregels toepassen	
23	B			1.7.3	voor geschikte domeinen een verband leggen tussen de onderstaande functies en conclusies trekken in verband met hun grafieken:	Deze inverse functies kunnen contextgebonden ingevoerd worden door bijvoorbeeld: • de remweg van een wagen in functie van zijn snelheid te schrij-

					- x^2 en $\sqrt{x}$; - x^3 en $\sqrt[3]{x}$; - x^n en $\sqrt[n]{x}$.	ven en omgekeerd, • de inhoud van een bol in functie van zijn straal te schrijven en omgekeerd, In een algemenere context moeten de leerlingen inzien dat de grafieken van deze inverse functies elkaars spiegelbeeld zijn ten opzichte van de eerste bissectrice, eventueel na beperking van het domein.
22	B			1.7.4	kennen de definitie van een exponentiële functie $f(x) = a^x$	De leerlingen hebben in het verleden reeds lineaire groeiprocessen bestudeerd (bij rechtevenredige grootheden en eerstegraadsfuncties). Nu worden ze geconfronteerd met een nieuw type groeiproces, dat beschreven wordt met een functie waarbij de veranderlijke in de exponent voorkomt. Exponentiële groeiprocessen komen vrij veel voor in de realiteit, het ligt dan ook in de lijn der verwachtingen dat men bij het bestuderen van de kenmerken van exponentiële functie, al dan niet aan de hand van de grafiek, uitgaat van een reële context. Denk hierbij bijvoorbeeld aan bevolkingsaangroei, kapitaalsvorming bij samengestelde intrest, bacteriecultuur … Het is ook aangewezen exponentiële groei parallel naast lineaire groei te behandelen, waarbij aandacht kan besteed worden aan het feit dat van de lineaire naar de exponentiële functie de bewerkingen een niveau stijgen (som wordt product, product wordt machtsverheffing). De begrippen beginwaarde en groeifactor kunnen in deze context reeds ingevoerd worden en nadien verder aan bod komen bij de vraagstukken/problemen. De exponentiële functie leent zich ook uitstekend om de leerlingen intuïtief (op de grafiek of in de tabel) de begrippen limietgedrag en asymptotisch gedrag bij te brengen. Het spreekt voor zich dat bij de studie van de exponentiële functie ICT op een functionele wijze kan en moet ingeschakeld worden.
25				1.7.5	kennen het onderscheid tussen een lineair en een exponentieel groeiproces	
14 22	B			1.7.6	kunnen van een exponentiële functie - de tabel, - de grafiek, - het domein, - enkele bijzondere waarden, - het stijgen/dalen, - het asymptotisch gedrag bepalen, eventueel met behulp van ICT	
14 22 32	B			1.7.7	kunnen aan de hand van de grafiek: - domein, - bereik, - bijzondere waarden, - tekenverloop, - stijgen/dalen, - asymptotisch gedrag bepalen van exponentiële functies	
		U		1.7.8	*kunnen de afgeleide functie bepalen van exponentiële functies*	

1.8 Logaritmische functies

ET	Type doelst.		Inhoudelijke leerplandoelstellingen	Pedagogisch-didactische wenken
			De leerlingen:	
	B		1.8.1 kennen de definitie van een logaritme met een willekeurig grondtal	Voor de basisvorming staat het invoeren van het begrip logaritme in hoofdzaak in functie van het oplossen van groeitoepassingen. De rekenregels zijn hier geen strikte noodzaak. Er wordt gefocust op het werken met natuurlijke en Briggse logaritmen. *Voor de pool wetenschappen liggen de zaken wat anders, daar wordt verwacht dat leerlingen met willekeurige grondtallen kunnen werken en dienen de rekenregels dus wel zeker aan bod te komen.* De logaritmische functie wordt gedefinieerd als de inverse van de exponentiële functie, waarbij de karakteristieken kunnen afgeleid worden aan de hand van een aantal goed gekozen voorbeelden. Het symmetrisch zijn ten opzichte van de eerste bissectrice van de grafieken van de exponentiële en logaritmische functie komt zeker aan bod. De nadruk bij de studie van de logaritmische functie ligt op de grafische studie. Dit betekent dat leerlingen hoofdzakelijk kenmerken moeten kunnen aflezen van een grafiek en niet zozeer moeten kunnen berekenen. Interessante toepassingen van logaritmen vindt men onder andere in de muziekwereld, bij geluidssterktemeting (decibels) … Afhankelijk van de beschikbare tijd kan hier ook gesproken worden over logaritmische schaal en enkel en dubbel logaritmisch papier.
		U	1.8.2 kunnen de onderstaande rekenregels toepassen: - logaritme van een product, - logaritme van een quotiënt, - logaritme van een macht, - verandering van grondtal	
	B		1.8.3 kunnen werken met natuurlijke en Briggse logaritmen	
23	B		1.8.4 kennen de logaritmische functie $f(x)=\log_a x$ als inverse van de exponentiële functie $f(x)=a^x$	
14 32	B		1.8.5 kunnen: - domein, - bereik, - bijzondere waarden, - tekenverloop, - stijgen/dalen, - asymptotisch gedrag bepalen van logaritmische functies	
		U	1.8.6 *kunnen de afgeleide functie bepalen van logaritmische functies*	
25	B		1.8.7 kennen de begrippen beginwaarde, groeifactor, groeipercentage, halveringstijd en verdubbelingstijd	Bij het oplossen van concrete problemen in verband met exponentiële groei wordt men geconfronteerd met het oplossen van vergelijkingen van de vorm $k.a^{f(x)}=b$. Om deze vergelijkingen op te lossen maakt men meestal gebruik van logaritmen. Het dient echter aanbeveling de leerlingen te wijzen op het feit dat sommige van deze ver-
31	B		1.8.8 kunnen vraagstukken/problemen oplossen die aanleiding geven tot een exponentiële vergelijking of functie	

24	B	1.8.9	kunnen uit de betrekking $a^b = c$ de derde veranderlijke berekenen als de twee andere gegeven zijn (eventueel met behulp van ICT)	gelijkingen op te lossen zijn door te steunen op het begrip exponent zelf. Er wordt hier verder ingegaan op de begrippen beginwaarde en groeifactor, waarbij deze begrippen bij de verschillende problemen elk als gevraagde kunnen optreden, afhankelijk van de probleemstelling. Tevens komen hier de begrippen halveringstijd en verdubbelingstijd aan bod. Bij de probleemstellingen kunnen ook ongelijkheden aan bod komen, die dan oplost worden met behulp van ICT.

1.9 Irrationale functies

ET	*Type doelst.*	*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*		*Pedagogisch-didactische wenken*
		De leerlingen kunnen:		
32	B	1.9.1	irrationale vergelijkingen oplossen	Zeker voor de basisvorming mogen deze vergelijkingen beperkt worden tot de vorm $\sqrt{ax^2+bx+c}=d$ en functies tot de vorm $f(x)=k\sqrt{ax^2+bx+c}+l$. *Afhankelijk van het al dan niet behandelen van het keuzeonderwerp 'analytische vlakke meetkunde van de tweede graad' kunnen hier de begrippen halve cirkel en ellips aan bod komen.* Ook hier zal de nadruk liggen op het grafisch karakter van de functies en het aflezen van de karakteristieken van de grafiek. Zowel bij de studie van functies als bij het oplossen van concrete probleemstellingen zal ICT op functionele wijze ingeschakeld worden.
14	B	1.9.2	aan de hand van het functievoorschrift: - een tabel, - het domein, - de nulwaarden, - het tekenverloop bepalen van irrationale functies	
14	B	1.9.3	aan de hand van de grafiek: - domein, - bereik, - nulwaarden, - tekenverloop, - stijgen/dalen, - extrema, - asymptotisch gedrag bepalen van irrationale functies	

			V	1.9.4	*limieten berekenen van irrationale functies*
			V	1.9.5	*asymptoten bepalen van irrationale functies*
			V	1.9.6	*de afgeleide functie bepalen van irrationale functies*
31	B			1.9.7	vraagstukken/problemen oplossen die aanleiding geven tot een irrationale vergelijking, ongelijkheid of functie, eventueel met behulp van ICT
31	B			1.9.8	extremumvraagstukken (ook van buiten de wiskunde) die aanleiding geven tot irrationale functies, oplossen

1.10 Integraalrekening

ET	*Type doelst.*			*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*		*Pedagogisch-didactische wenken*
				De leerlingen:		
			V	1.10.1	*kennen het begrip differentiaal en de meetkundige betekenis ervan*	*Het begrip differentiaal wordt hier ingevoerd als aanloop naar de studie van de integraalrekening en niet als een doel op zich. Het is wel een aangewezen moment om een aantal rekenregels van de afgeleiden te herhalen.* *Het is hier aangewezen het integraalbegrip aan te brengen aan de hand van het oppervlakte-idee. Je kunt hierbij bijvoorbeeld de oppervlakte berekenen onder een rechte tussen twee gehele grenzen. Het principe van benaderen met rechthoeken kan hier aan de hand van het voorbeeld worden uitgewerkt, maar dient zeker niet theoretisch te worden onderbouwd.* *Het is ook bij de behandeling van primitieve functies zeker niet de bedoeling al te theoretisch te werk te gaan. De eigenschap in verband met de lineariteit en de stelling om de bepaalde integraal te kunnen berekenen door middel van de primitieve functie kunnen aan de hand van goed gekozen voorbeelden intuïtief worden aangebracht en geïllustreerd.* *Bij de integratiemethodes ligt de nadruk op het begrijpen en kunnen toepassen van de verschillende methodes. Bij substitutie is het zeker*
		U		1.10.2	*kennen het begrip bepaalde integraal en kunnen het verband uitleggen tussen de bepaalde integraal van een functie en de oppervlakte van een gebied bepaald door de functie en de X-as*	
		U		1.10.3	*kennen het begrip primitieve functie*	
			V	1.10.4	*kennen de onderstaande eigenschappen:* - *de stelling in verband met de optelbaarheid van de bepaalde integraal,* - *de middelwaardenstelling,* - *de hoofdstelling van de integraalrekening,* - *de stelling in verband met de lineariteit van de bepaalde integraal,* - *de stelling in verband met de bepaalde integraal en ongelijkheden*	

		U		1.10.5 *kunnen het verband illustreren tussen het berekenen van de bepaalde integraal van een functie en de primitieve van de gegeven functie*
		U		1.10.6 *De leerlingen kunnen bij het integreren van eenvoudige veeltermfuncties, rationale functies, irrationale functies, exponentiële functies, logaritmische functies en goniometrische functies gebruik maken van:* - *de basisformules van de integraalrekening;* - *de substitutiemethode;* - *de methode van partiële integratie*
		U		1.10.7 *kunnen vraagstukken/problemen oplossen (ook van buiten de wiskunde) die kunnen herleid worden tot het berekenen van een integraal*

niet de bedoeling om bijvoorbeeld alle mogelijke goniometrische substituties aan bod te laten komen. Integratiemethodes mogen niet tot onnodig en overbodig rekenwerk leiden. Vandaar ook dat bij de integratie van rationale functies het splitsen in partieelbreuken niet aan bod hoeft te komen. Indien men een dergelijke functie zou moeten integreren (bij een toepassing) kan men gebruik maken van ICT. Men kan ICT ook inschakelen om de bekomen resultaten te verifiëren.

Belangrijk is ook op te merken dat deze leerlingen geen cyclometrische functies behandelen, dit betekent dat men ook geen integralen kan behandelen die aanleiding geven tot dit type functie.

De te integreren irrationale functies kan men beperken tot wortelvormen van eerstegraadsfunctie; ook bij exponentiële, logaritmische en goniometrische functies houdt men de moeilijkheidsgraad liefst beperkt. Zoals hierboven reeds gezegd ligt de nadruk op de methodiek en niet zozeer op rekentechnisch kunnen.

De te behandelen toepassingen zijn tweeledig: enerzijds toepassingen binnen de wiskunde zoals het berekenen van oppervlaktes van een vlak gebied, anderzijds toepassingen van buiten de wiskunde. In beide gevallen ligt de nadruk op het vertalen van het gestelde probleem naar wiskundige gedaante, eerder dan op het rekenwerk. Dit laatste kan zeker bij toepassingen door ICT worden overgenomen.

2 Stochastiek

2.1 Combinatieleer

ET	*Type doelst.*			*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*	*Pedagogisch-didactische wenken*
				De leerlingen kunnen:	
	B			2.1.1 telproblemen oplossen waarbij volgorde en herhaling al dan niet van belang zijn	Het systematisch tellen van mogelijkheden staat voorop. Aan de hand van eenvoudige voorbeelden, waarbij het opsommen van alle mogelijkheden overzichtelijk blijft, wordt stapsgewijze de algemene formule bijgebracht. Hierbij zal grote aandacht besteed worden aan de verschillen in de
			V	2.1.2 *eigenschappen in verband met de binomiaalgetallen bewijzen en gebruiken om de driehoek van Pascal op te stellen*	

			V	2.1.3 *de formule van het binomium van Newton opstellen en gebruiken*	formules naarmate bij het tellen de volgorde enerzijds, de herhaling anderzijds al dan niet een rol spelen. Het is aan te raden om de verschillende formules in tabelvorm naast elkaar te plaatsen, zodat een duidelijke profilering merkbaar is. Hoe dan ook dient de leerling bijgebracht dat de moeilijkheidsgraad niet zozeer schuilt in het opstellen van de formules, dan wel in het inhoudelijk begrijpen van de vraagstukken hetgeen leidt tot de keuze van de gepaste formule. Hoewel in de praktijk de combinatieleer eerder als een voorbereiding op de kansrekening zal worden gezien, is het toch aan te raden om de tellingen ook los te zien van het begrip kans. Zo kan bij de combinaties aandacht besteed worden aan de eigenschappen van de binomiaalcoëfficiënten, die dan aanleiding geven tot het opstellen van de driehoek van Pascal. Zo kan eveneens worden stilgestaan bij het binomium van Newton, zij het dan wel voor kleine waarden van de exponent. De algemene formule wordt slechts bijgebracht indien het begripsniveau van de leerlingen en de beschikbare lestijd dit toelaten. Binnen diezelfde context kan worden overwogen of sommige van de aangeboden keuzeonderwerpen – “wiskunde en kunst” is hiervan alvast een voorbeeld – geen mogelijkheid bieden om de combinatieleer van de kansrekening los te koppelen.

2.2 Elementaire kansrekening

ET	*Type doelst.*			*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*	*Pedagogisch-didactische wenken*
				De leerlingen kunnen:	
	B			2.2.1 de begrippen kansexperiment, uitkomst en gebeurtenis in een toepassing onderscheiden	Uitgaande van een gepaste toepassing worden de begrippen kansexperiment, uitkomst(enverzameling) en gebeurtenis ingevoerd.
	B			2.2.2 de regel van Laplace, de somregel en de complementregel bij het oplossen van oefeningen toepassen	Het begrip kans en meegaande de regel van Laplace worden op een intuïtieve manier bijgebracht als een idealisering van de relatieve

ET	Type doelst.			Inhoudelijke leerplandoelstellingen		Pedagogisch-didactische wenken
	B			2.2.3	het onderscheid maken tussen een gewone kans en een voorwaardelijke kans	frequentie bij het herhaald uitvoeren van een experiment (principe van statistische stabiliteit). De som- en complementregel dienen niet formeel onderwezen worden, maar er wordt wel van de leerlingen verwacht dat ze die regels kennen, bij het oplossen van oefeningen gebruiken en meegaande inzien hoe ze in sommige gevallen de oplossing aanzienlijk vereenvoudigen. Ook het begrip voorwaardelijke kans dient aangebracht te worden aan de hand van een geschikt voorbeeld en mag zeker niet herleid worden tot het van buiten leren van een formule. Het gebruik van kansbomen speelt hierbij een zeer belangrijke rol.
	B			2.2.4	een voorwaardelijke kans bepalen	
	B			2.2.5	bepalen of twee gebeurtenissen al dan niet statistisch afhankelijk zijn	
	B			2.2.6	besluiten trekken in verband met statistische afhankelijkheid bij trekkingen met en zonder terugleggen	
			V	2.2.7	*de regel van Bayes toepassen*	

2.3 Kansverdelingen

ET	*Type doelst.*			*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*		*Pedagogisch-didactische wenken*
				De leerlingen kunnen:		
	B			2.3.1	aan de hand van een toepassing de kansfunctie en de verdelingsfunctie van een discrete kansvariabele opstellen en grafisch voorstellen	De begrippen kansfunctie en verdelingsfunctie kunnen in verband worden gebracht met overeenkomstige begrippen uit de beschrijvende statistiek. Bij de behandeling van een toepassing kan trouwens gebruik gemaakt worden van een gelijkaardige tabel als de frequentietabel, zodat verbanden met de statistiek voor de leerlingen duidelijk worden. De specifiek te behandelen verdelingsfuncties zullen elk voor zich worden ingeleid door gepaste praktische toepassingen. De nadruk mag hierbij zeker niet liggen op het rekenwerk, noch op het consulteren van tabellen, wel op het gebruik van ICT-middelen. De normale verdeling kan ingevoerd worden via een toepassing uit
	B			2.3.2	de verwachtingswaarde en de standaardafwijking van een discrete kansvariabele bepalen (met behulp van ICT) en de betekenis ervan interpreteren	
	B			2.3.3	bij opgaven bepalen of de kansverdeling binomiaal is of niet;	
	B			2.3.4	bij een binomiale verdeling de kansfunctie, de verdelingsfunctie, de verwachtingswaarde en de standaardafwijking bepalen (met behulp van ICT)	

33	B			2.3.5	in betekenisvolle situaties gebruik maken van een normale verdeling als continu model bij data met een klokvormige frequentieverdeling en het gemiddelde en de standaardafwijking van de gegeven data gebruiken als schatting voor het gemiddelde en de standaardafwijking van deze normale verdeling	de beschrijvende statistiek, waar bij een groot aantal gegevens het histogram naar van de klokcurve van Gauss overhelt. De normale verdeling gebruiken als een benadering voor de binomiale verdeling kan bijvoorbeeld voortkomen uit de beperkingen van de aangewende ICT-middelen, waar de binomiale verdeling slechts voor een beperkt aantal herhalingen van het experiment kan worden uitgevoerd.
34	B			2.3.6	het gemiddelde en de standaardafwijking van een normale verdeling grafisch interpreteren	
35	B			2.3.7	grafisch het verband leggen tussen een normale verdeling en de standaardnormale verdeling	
36	B			2.3.8	bij een normale verdeling de relatieve frequentie interpreteren van een verzameling gegevens met waarden tussen twee gegeven grenzen, met waarden groter dan een gegeven grens of met waarden kleiner dan een gegeven grens als de oppervlakte van een gepast gebied	
	B			2.3.9	de normale verdeling bij gepaste gevallen gebruiken als benadering voor de binomiale verdeling	

2.4 *Statistiek in twee veranderlijken*

ET	*Type doelst.*			*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*		*Pedagogisch-didactische wenken*
				De leerlingen:		
		U		2.4.1	*kunnen gegevens van steekproeven bestaande uit koppels waarnemingsgetallen samenvatten in een tabel en grafisch voorstellen door middel van een puntenwolk*	*Bij het onderzoeken van het verband tussen koppels waarnemingsgetallen kan men vertrekken van een 'puntengrafiek' om een idee te krijgen van het verband tussen de twee variabelen. Bij een sterke lineaire correlatie concentreren deze punten zich rond een rechte. Er dient hier opgemerkt te worden dat de mate van correlatie bepaald wordt door de wijze waarop de punten in de grafiek verspreid liggen. Het dient aanbeveling dit aan te brengen aan de hand van concrete voorbeelden. Toon hier ook voorbeelden van niet-lineaire verbanden, zodat leerlingen geen foutieve indruk krijgen. Bij het bepalen van de*
			V	2.4.2	*kennen de begrippen marginale en voorwaardelijke verdeling*	
		U		2.4.3	*kennen de betekenis van de lineaire correlatiecoëfficiënt en kunnen deze berekenen met behulp van ICT*	

		U		2.4.4	*kennen het begrip lineaire regressie*	*verbanden kan men zich wel beperken tot de lineaire.*
		U		2.4.5	*kunnen de regressiecoëfficiënten bepalen met behulp van ICT en bepalen of de gevonden regressierechte geschikt is of niet*	*Een al te theoretische behandeling is hier niet aan de orde, het is de bedoeling de leerlingen te laten kennismaken met een aantal zinvolle mogelijkheden van de statistiek. Dit gebeurt vanzelfsprekend aan de hand van goed gekozen voorbeelden.* *Het is ook vanzelfsprekend dat begripsvorming hierbij wel heel belangrijk is. Daar kan zeker de nodige tijd aan besteed worden als het rekenwerk gebeurt met behulp van ICT. Een bijkomend voordeel van het gebruik van ICT is dat men realistische problemen kan behandelen.*

3 Keuzeonderwerpen

3.1 Algebra: matrices en stelsels

ET	*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*		*Pedagogisch-didactische wenken*
	De leerlingen:		
	3.1.1	kennen de definitie van een matrix	Een matrix kan eenvoudigweg gedefiniëerd worden als een rechthoekige tabel reële getallen. Motiverende voorbeelden hiervoor zijn te vinden in talloze praktische toepassingen, waaronder de migratie- en Lesliematrices. Ook de verschillende bewerkingen worden ingevoerd aan de hand van motiverende voorbeelden. Dit is zeker aangewezen bij de invoering van het vermenigvuldigen van matrices, wat voor de leerlingen in eerste instantie vele vragen oproept. Een bijkomende motivatie voor het invoeren van matrices vormen de stelsels eerstegraadsvergelijkingen, waar geopteerd wordt voor de oplossingsmethode van Gauss-Jordan die gebruik maakt van de matrixvoorstelling van het stelsel. Zowel bij matrices als stelsels spelen de toepassingen een belangrijke rol, waarbij het vele rekenwerk niet manueel dient te worden uitgevoerd. Ook hier is dus een functionele rol weggelegd voor ICT.
	3.1.2	kennen een rijmatrix, een kolommatrix, een vierkante matrix, een driehoeksmatrix, een diagonaalmatrix, de eenheidsmatrix, de nulmatrix	
	3.1.3	kunnen matrices optellen, vermenigvuldigen met een reëel getal en vermenigvuldigen	
	3.1.4	*kunnen matrices transponeren*	
	3.1.5	kunnen met behulp van ICT vraagstukken oplossen die aanleiding geven tot een migratiematrix of een Lesliematrix	
	3.1.6	kunnen van een gegeven stelsel van vergelijkingen van de eerste graad de bijhorende coëfficiëntenmatrix en verhoogde matrix bepalen	
	3.1.7	kunnen elementaire rijoperaties toepassen die de gelijkwaardigheid van de overeenstemmende stelsels van vergelijkingen van de eerste graad bewaren	
	3.1.8	kunnen de oplossingsmethode van Gauss-Jordan toepassen	
	3.1.9	kunnen vraagstukken oplossen die aanleiding geven tot een stelsel van vergelijkingen van de eerste graad	

3.2 Complexe getallen

ET	Inhoudelijke leerplandoelstellingen	Pedagogisch-didactische wenken
	De leerlingen:	
	3.2.1 kennen het begrip complex getal	Het is wenselijk het invoeren van de complexe getallen te motiveren met het zoeken naar oplossingen van vergelijkingen zoals $x^2 = -1$. Een meer meetkundige of axiomatische invoering (via een speciale bewerking in $\mathbb{R}^2$) behoort ook tot de mogelijkheden.
	3.2.2 kunnen complexe getallen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen	
	3.2.3 kunnen de k-de macht van een complex getal berekenen	In elk geval worden de veldstructuur en de vectorruimte-eigenschappen van $\mathbb{C}$ belicht, alsook het isomorfisme met het vlak van Gauss. Het is hierbij echter niet de bedoeling deze structuren op zich te benoemen en er verdere theoretische beschouwingen aan te wijden.
	3.2.4 kunnen algebraïsch vierkantswortels uit een complex getal berekenen	
	3.2.5 kunnen vergelijkingen van de tweede graad met reële coëfficiënten oplossen in $\mathbb{C}$	Bij de oplossingsmethodes van veeltermvergelijkingen in $\mathbb{C}$ kan men zich beperken tot de discriminantmethode bij vierkantsvergelijkingen, het gebruik van de goniometrische gedaante bij binomiaalvergelijkingen en de regel van Horner bij hogeregraadsvergelijkingen. Een doorgedreven studie van de hoofdstelling van de algebra en haar gevolgen is hier niet aangewezen.
	3.2.6 kunnen complexe getallen voorstellen in het vlak van Gauss	
	3.2.7 kennen de goniometrische gedaante van een complex getal	
	3.2.8 kunnen product, quotiënt en macht berekenen van complexe getallen in goniometrische gedaante	Het spreekt voor zich dat met behulp van de n-de wortels binomiaalvergelijkingen kunnen opgelost worden.
	3.2.9 kennen de formule van de Moivre	
	3.2.10 kunnen goniometrisch de n-de wortels berekenen uit een complex getal in goniometrische gedaante	

3.3 Ruimtemeetkunde

ET	Inhoudelijke leerplandoelstellingen	Pedagogisch-didactische wenken
	De leerlingen:	
	3.3.1 kennen het begrip coördinaat (of plaatsvector) van een punt in de ruimte en de betekenis van de verschillende coördinaatgetallen	Bij de ruimtemeetkunde wordt onmiddellijk in de euclidische ruimte gewerkt, dit wil zeggen dat alles wordt beschreven in een orthonormaal assenstelsel. Ondanks de aanwezigheid van de begrippen plaatsvector en

	3.3.2	kunnen de coördinaat van een gegeven punt bepalen en omgekeerd een punt tekenen met gegeven coördinaat
	3.3.3	kunnen coördinaten van punten optellen en vermenigvuldigen met een scalair
	3.3.4	kunnen het zwaartepunt van twee, drie of vier onafhankelijke punten berekenen
	3.3.5	kennen het begrip richtingsvector van een rechte als verschil van de coördinaten van twee willekeurige punten op de rechte
	3.3.6	kunnen de parametervergelijkingen en de cartesische vergelijkingen van een rechte opstellen
	3.3.7	kunnen de begrippen snijdende en kruisende rechten analytisch vertalen
	3.3.8	kunnen de parametervergelijkingen en de cartesische vergelijking van een vlak opstellen
	3.3.9	kunnen de begrippen snijdende vlakken en evenwijdige vlakken analytisch vertalen
	3.3.10	kunnen de volgende begrippen analytisch vertolken: - rechte gelegen in een vlak; - rechte die een vlak in een punt snijdt.
	3.3.11	kennen de definitie van het inproduct (of scalair product) van twee (richtings)vectoren en aan de hand hiervan de volgende begrippen: - norm van een vector; - orthogonaliteit van richtingsvectoren; - normaalvector van een vlak

richtingsvector bij de doelstellingen dient hier geen overdadige aandacht aan te worden besteed. Het is aangewezen dat men het begrip vector hier eenduidig associeert met het begrip coördinaat. Men moet natuurlijk wel rekening houden met het feit dat leerlingen die in de tweede graad een studierichting met 4 lestijden wiskunde per week hebben gevolgd (en in de derde graad toch opteren voor de pool wetenschappen) geen notie hebben van vectorrekening.

Het opstellen van de vergelijkingen van rechten en vlakken blijft een belangrijke hoeksteen binnen de ruimtemeetkunde. Men dient bij de behandeling van vlakken wel rekening te houden met het feit dat het begrip determinant niet gekend is. Dit heeft tot gevolg dat men bij voorkeur de parameters uit de parametervergelijkingen van een vlak elimineert (met behulp van ICT) om tot de cartesische vergelijking van een vlak te komen.

Nadat men vergelijkingen van rechten en vlakken kan opstellen, kan men overgaan tot een studie van loodrechte stand en afstanden. Indien de tijdsbesteding het toelaat kan men hieraan ook nog het berekenen van hoeken toevoegen.

Het is aangewezen om bij de studie van de ruimtemeetkunde de synthetische meetkunde als rode draad te laten lopen. Men kan hierbij gebruik maken van beschrijvingen aan de hand van kubus en viervlak.

	3.3.12 kunnen de volgende begrippen analytisch vertolken: - twee loodrecht snijdende rechten; - twee loodrecht kruisende rechten; - rechte loodrecht op een vlak; - twee loodrecht snijdende vlakken	
	3.3.13 kunnen de afstand: - tussen twee punten, - van een punt tot een rechte - van een punt tot een vlak berekenen	

3.4 Analytische vlakke meetkunde van de tweede graad

ET	*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*	*Pedagogisch-didactische wenken*
	De leerlingen:	
	3.4.1 kennen de meetkundige definitie van een parabool	De parabool, ellips en hyperbool kunnen worden gedefinieerd door middel van hun metrische eigenschap in het vlak. Eens de vergelijkingen bekomen, zal met behulp van afgeleiden of differentialen in de eerste plaats de vorm van de krommen worden onderzocht. Voorts kunnen constructies voor raaklijn en normaal aan bod komen waarvan de bewijzen langs zuiver analytische weg kunnen gevonden worden.
	3.4.2 kunnen de cartesische vergelijking $y^2 = 2px$ van een parabool opstellen	
	3.4.3 kunnen de cartesische vergelijking van de raaklijn in een punt van de parabool opstellen en deze raaklijn construeren	
	3.4.4 kunnen eenvoudige toepassingen in verband met parabolen oplossen	
	3.4.5 kennen de meetkundige definitie van een ellips	
	3.4.6 kunnen de cartesische vergelijking $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ van een ellips opstellen	

	3.4.7	kunnen de cartesische vergelijking van de raaklijn in een punt van de ellips opstellen en deze raaklijn construeren
	3.4.8	kunnen eenvoudige toepassingen in verband met ellipsen oplossen
	3.4.9	kennen de cirkel als bijzondere ellips
	3.4.10	kennen de meetkundige definitie van een hyperbool
	3.4.11	kunnen de cartesische vergelijking $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ van een hyperbool opstellen
	3.4.12	kunnen de cartesische vergelijking van de raaklijn in een punt van de hyperbool opstellen
	3.4.13	kunnen eenvoudige toepassingen in verband met hyperbolen oplossen

3.5 Financiële algebra

ET	*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*	*Pedagogisch-didactische wenken*
	De leerlingen:	
	3.5.1 kennen de begrippen kapitaal, intrest, rentevoet en hun symbolen	Financiële wiskunde kan men zeer dicht laten aansluiten bij de interessesfeer van de leerlingen indien de oefeningen de reële vraagstukken benaderen. Voor het rekenwerk maakt men zo veel mogelijk gebruik van ICT-middelen.
	3.5.2 kennen het onderscheid tussen enkelvoudige en samengestelde intrest	

	3.5.3	kunnen bij enkelvoudige intrest: - de intrest van een kapitaal, - de eindwaarde van een kapitaal, - de beginwaarde van een kapitaal; - de rentevoet, - de beleggingsduur bepalen
	3.5.4	kunnen bij samengestelde intrest: - de eindwaarde van een kapitaal, - de beginwaarde van een kapitaal; - de rentevoet, - de beleggingsduur bepalen
	3.5.5	kennen het verband tussen gelijkwaardige rentevoeten
	3.5.6	kennen het onderscheid tussen de reële en de nominale rentevoet
	3.5.7	kennen de begrippen mensualiteit, lastenpercentage en jaarlijks kostenpercentage en kunnen deze uitrekenen;
	3.5.8	kunnen vraagstukken in verband met kopen op afbetaling oplossen
	3.5.9	kennen het onderscheid tussen een postnumerando en een prenumerando annuïteit
	3.5.10	kunnen voor een post- en een prenumerando annuïteit: - de eindwaarde, - de beginwaarde; - de termijn, - de beleggingsduur, - de rentevoet bepalen

Het is zeker belangrijker dat de leerlingen de juiste formules kunnen gebruiken eerder dan dat ze deze formules kunnen reproduceren. Ook hier kan gewezen worden op het belang van ICT-middelen.

Het mag duidelijk zijn dat rekenkundige en meetkundige rijen belangrijke pijlers zijn bij de opbouw van de financiële wiskunde. Een summiere behandeling ervan dringt zicht dus op, zij het niet als doel op zich, doch wel als hulpmiddel.

	3.5.11	kunnen het rente- en het kapitaalbestanddeel berekenen bij een hypothecaire lening	
	3.5.12	kunnen een aflossingsplan van een hypothecaire lening opstellen	
	3.5.13	kunnen het schuldsaldo op een willekeurig tijdstip bepalen bij een hypothecaire lening	

3.6 Wiskunde en kunst

Algemene doelstellingen

De leerlingen:

- kunnen voorbeelden geven van kunstwerken waarin wiskundige thema’s (verhoudingen en meetkundige vormen) aan bod komen;
- kunnen voorbeelden geven van de wederzijdse beïnvloeding van de filosofie en de wiskunde;
- kennen een constructietechniek, gebaseerd op wiskundige principes, in de beeldende kunsten;
- kunnen berekeningen eigen aan een constructiemethode, gebaseerd op wiskundige principes, uitvoeren;
- kunnen een constructietechniek, gebaseerd op een wiskundig principe, in de beeldende kunsten toepassen.

> Deze doelstellingen kunnen gerealiseerd worden aan de hand van een adequate keuze uit de hieronder staande leerinhouden met bijhorende doelstellingen. Het is dus geenszins de bedoeling al de hieronder weergegeven inhouden en doelstellingen te realiseren, maar wel er gebruik van te maken om de bovenstaande doelstellingen te bereiken.

3.6.1 Twee-dimensionale weergave van een drie-dimensionale realiteit

ET	*Leerinhouden*	*Leerplandoelstellingen*
	• Aanzichten, plattegronden en parallelprojectie • Lineair perspectief en centraalprojectie: - gezichtspunt - distantiepunt - vluchtpunten: 1, 2, 3 - kromlijnig perspectief - perspectivische vertekening en anamorfosen	De leerlingen: • kennen het principe dat er steeds informatie verloren gaat bij de voorstelling van een drie-dimensionale realiteit op een vlak; • kennen het onderscheid tussen een parallelprojectie en een centraalprojectie; • kunnen precies omschrijven wat een perspectivische tekening weergeeft;

ET

Leerinhouden

- Kunst m.b.t. licht en schaduw
- Verkenningen van andere dimensies:
  - Flatland
  - 4e dimensie

Leerplandoelstellingen

- kunnen de ontwikkeling van het lineair perspectief historisch schetsen;
- kennen de begrippen : gezichtspunt, distantiepunt en vluchtpunt;
- kunnen m.b.v. stellingen uit de ruimtemeetkunde het principe van een vluchtpunt aantonen;
- kunnen bij een tekening of schilderij het gezichtspunt, distantiepunt en de kijkhoek grafisch bepalen en berekenen;
- kunnen een perspectivische tekening van een kubus met 1,2 of 3 vluchtpunten en gegeven distantiepunt maken;
- kennen het principe van perspectivische vertekening en anamorfose.
- kunnen een verband leggen tussen schaduwen, perspectief en een centraalprojectie;
- kunnen een aantal voorbeelden van gebruik van de schaduw in de wetenschappen, in de filosofie en in de kunst geven;
- kunnen schilderijen uit de kubistische stroming bekijken als een poging verscheidene aanzichten tezelfdertijd weer te geven;
- kunnen de analogie overgang 2e-3e dimensie (zoals in de roman Flatland) en overgang 3e-4e dimensie maken;
- kunnen een 4e dimensie wiskundig invoeren door een vierde coördinaatgetal toe te voegen;
- kennen de ontvouwing van een hyperkubus en kunnen ze herkennen in het werk van bv. Salvador Dali.

Pedagogisch-didactische wenken

- Het lineair perspectief als realistische weergave van de werkelijkheid kan het best geïntroduceerd worden a.h.v. een aantal kunstwerken uit verschillende tijdsperioden (pre-renaissance en renaissance). Opvallend is het gebruik van de tegelvloer bij streng perspectivische tekeningen of schilderijen; bij het bepalen van gezichtspunt en distantiepunt kan men dan ook het best vertrekken van een dergelijke tegelvloer. Het verdient aanbeveling om te steunen op eigenschappen uit de ruimtemeetkunde, wanneer men wil aantonen dat onderling evenwijdig rechten (niet evenwijdig aan het tafereel) afgebeeld worden als rechten die door één welbepaald punt gaan (vluchtpunt). Het kromlijnig perspectief is met name toegepast in een aantal etsen van Escher. Voor de perspectivische vertekening kan men eventueel een verband met het onderwerp rijen overwegen: de opeenvolgende lengtes van de tegels in een tegelvloer leveren een niet-vanzelfsprekende convergente rij op. De opeenvolgende afstanden kan men d.m.v. elementaire vlakke analytische meetkunde berekenen.
- Binnen de stromingen van het kubisme, het futurisme en het surrealisme zijn een aantal kunstenaars op zoek gegaan naar het zichtbaar maken van hogere dimensies.

- Het feit dat het voor een wiskundige haast vanzelfsprekend is de dimensie van een ruimte op te drijven door telkens coördinaatgetallen toe te voegen, maakt van de 4e dimensie een geschikt onderwerp om de plaats van de wiskunde binnen de wetenschappen te specifiëren, nl. de wiskunde als studie van wat mogelijk is, eerder dan van wat is.

3.6.2 Verhoudingen

ET

Leerinhouden

- Lengte van snaren en muzikale intervallen
- Wiskundige verhoudingen als criterium voor schoonheid: Plato, Vitruvius, Da Vinci, Le Corbusier e.a.
- Gulden snede:
  - definitie
  - de gulden rechthoek en het pentagram
  - toepassingen in architectuur en schilderkunst
  - toepassingen in de natuur
  - verband met de rij van Fibonnacci
- Wiskundige verhoudingen in de muziek

Leerplandoelstellingen

De leerlingen:

- kennen het verband tussen de verhouding van de snaren en de toonintervallen;
- kennen een aantal voorbeelden van ‘esthetische proporties’;
- kunnen uit de definitie van de gulden snede de waarde voor φ afleiden;
- kunnen een lijnstuk verdelen volgens de gulden snede;
- kunnen berekeningen i.v.m. lengten en hoeken uitvoeren in een gulden driehoek, in een gulden rechthoek, in een gulden spiraal en een pentagram;
- kennen een aantal toepassingen van de gulden snede in de bouwkunst en de beeldende kunsten;
- kennen het verband tussen de gulden snede en de rij van Fibonacci.

Pedagogisch-didactische wenken

Het geloof dat een esthetische gewaarwording kan teruggevoerd worden op de juiste verhouding van getallen vindt zijn oorsprong in de snarentheorie van Pythagoras. De invloed van Pythagoras op Plato zorgt er dan weer voor dat met de herontdekking van de Klassieken in de renaissance, het idee van esthetische verhoudingen weer opduikt. Het idee van een objectieve esthetische maat (de mathematiseerbaarheid van de kunst) kan trouwens gezien worden als een ‘rode draad’ door de onderwerpen die in het onderdeel ‘wiskunde en kunst’ aan bod komen. De leerlingen moeten m.b.t de informatie i.v.m. de gulden snede voldoende kritische zin aan de dag leggen en het verdient aanbeveling om te wijzen op een aantal gevallen van niet-bewezen verbanden tussen de gulden snede en bv. de anatomie van de mens (‘hineininterpreterung’).

3.6.3 Veelvlakken

ET

Leerinhouden

- Platonische lichamen
- Formule van Euler
- Andere ruimtelichamen

Leerplandoelstellingen

De leerlingen:

- kennen de vijf regelmatige veelvlakken (Platonische lichamen);
- kunnen enkele eenvoudige uitslagen/ontvouwingen van het viervlak, de kubus en

ET	*Leerinhouden*	*Leerplandoelstellingen*
		het achtvlak tekenen en zo het veelvlak construeren; • kennen de formule van Euler en kunnen deze toepassen bij andere veelvlakken; • kennen de dualteitseigenschap; • kennen voorbeelden van gebruik van veelvlakken in de filosofie en de beeldende kunst; • kennen voorbeelden van niet-Platonische veelvlakken.

Pedagogisch-didactische wenken

- Als instap voor de studie van de Platonische lichamen kan gedacht worden aan :
  - lezing en/of bespreking van de ‘Timaios’ (dialoog van Plato), waar de lichamen beschreven worden,
  - kristallografie,
  - tekening of schilderij uit de renaissance (Pacioli, Dürer, Da Vinci) of een ets van MC Escher.
- De leerlingen zien in dat er slechts vijf regelmatige veelvlakken te construeren zijn. Bij het tellen van ribben en hoeken kan gesteund worden op de telregels die behandeld zijn in de combinatieleer (o.a. het dubbel tellen). Er moet zeker verwezen worden naar de dodecaëders uit de oudheid, de rol van de veelvlakken in het werk van Plato, Kepler en Escher.
- Interessante voorbeelden van niet-Platonische lichamen zijn niet-convexe regelmatige veelvlakken en half-regelmatige of Archimedische veelvlakken i.h.b. een afgeknotte icosaëder.

3.6.4 Inrichting van de ruimte

ET	*Leerinhouden*	*Leerplandoelstellingen*
	• Boogstructuren in gebouwen en bruggen • Kegelsneden • Minimaaloppervlakken • Möbiusbanden	De leerlingen: • kunnen verschillende soorten boogstructuren benoemen en herkennen; • kennen de optische eigenschappen van de kegelsneden; • kunnen een aantal voorbeelden geven van ruimtelijke structuren waar gebruik wordt gemaakt van de optische eigenschappen van de kegelsneden, daarnaast kunnen ze ook voorbeelden aanhalen van kegelsneden die gebruikt worden om louter esthetische redenen; • kennen het principe van een minimaaloppervlak en een aantal toepassingen; • kennen de eigenschappen van een Möbiusband.

Pedagogisch-didactische wenken

Naar aanleiding van de optische eigenschappen van de kegelsneden kunnen parabolische spiegels en antennes aan bod komen, evenals de fluistereigenschap van de ellips (fluisterkamer in Saint-Paul Cathedral, Londen). In het werk van de architect Antonio Gaudi zijn paraboolbogen dominant aanwezig. Er is ook weer hier een link te leggen met het werk van Escher, nl. een aantal etsen van Möbiusbanden.

3.6.5 Veelhoeken en het ritme van het vlak

ET	*Leerinhouden*	*Leerplandoelstellingen*
	• Symmetrie • Regelmatige veelhoeken • Regelmatige vlakvullingen • Archimedische of half-regelmatige vlakvullingen • Behangselpapierpatronen • Vlakvullingen in het werk van MC Escher • Niet-periodieke vlakvullingen	De leerlingen: • kunnen voorbeelden geven van symmetrische geometrische patronen in kunswerken van een aantal culturen (bv. Indische mandala's of Griekse friespatronen); • kennen de algemene formule om de hoeken van regelmatige veelhoeken te berekenen; • kunnen een regelmatige driehoek, vierhoek, vijfhoek, zeshoek, achthoek en twaalfhoek construeren; • kunnen aantonen dat er slechts drie manieren zijn om het vlak met regelmatige veelhoeken te vullen als alle veelhoeken elkaar hoek aan hoek moeten raken; • kunnen aantonen dat er slechts acht Archimedische vlakvullingen zijn; • kunnen verschillende soorten behangselpapierpatronen onderscheiden a.h.v. de verschillende transformaties die op het patroon kan worden toegepast waardoor het op zichzelf wordt afgebeeld nl. verschuivingen, spiegelingen, glijspiegelingen en draaiingen; • kunnen de vlakvullingen in het werk van Escher aanwijzen; • kunnen zelf een aantal behangselpapierpatronen construeren; • kennen het principe van een Penrose-betegeling.

Pedagogisch-didactische wenken

- De studie van de regelmatige veelhoeken biedt de mogelijkheid om een aantal technieken uit de vlakke meetkunde op te frissen en toe te passen zoals daar zijn: constructie van de veelhoeken, berekening van de grootte van hoeken in regelmatige n-hoeken, berekening van zijden van een driehoek m.b.v. Pythagoras of goniometrische getallen.

- Eventueel kan hier ook gedacht worden aan het knopen van papieren stroken: het is mogelijk uit één of twee stroken alle regelmatige veelhoeken te ‘knopen’.
- Door een aantal concrete behangselpapierpatronen te vergelijken (bv. motieven uit het Alhambra) moeten de leerlingen inzien dat er vele mogelijkheden zijn om zo’n patroon op te bouwen, ze herkennen een aantal van die patronen in etsen van MC. Escher. De ontdekking van een niet-periodieke betegeling m.b.v. twee soorten tegels door R. Penrose (die tegels hebben trouwens een verband met de gulden snede) kan aangewend worden om aan te geven dat er nog vele wiskundige problemen liggen te wachten om opgelost te worden : het levende en dynamische karakter van de wiskunde kan zo eens benadrukt worden.

3.6.6 Flirten met het oneindige

ET	*Leerinhouden*	*Leerplandoelstellingen*
	• Convergente en divergente rijen • Rij van partiele sommen • Convergente en divergente reeksen • Droste-effect • Fractalen • Paradoxen van Zeno • Actueel en potentiële oneindigheden in de filosofie • Oneindige lussen en onmogelijke figuren • Transfiniete getallen	De leerlingen: • kennen de definitie van een convergente en divergente rij; • kunnen de convergentie van een meetkundige rij opsporen; • kennen de definitie van een convergente en een divergente reeks; • kunnen de reekssom van een convergente meetkundige reeks berekenen; • kunnen het Droste-effect wiskundig vertalen als een convergente meetkundige rij; • kennen de eigenschappen van een meetkundige fractaal; • kunnen de benadering van een aantal fractalen construeren, ze kunnen eveneens de omtrek en de oppervlakte ervan berekenen; • kunnen de paradoxen van Zeno wiskundig vertalen als convergente meetkundige reeksen; • kunnen de discussies over het al dan niet bestaan van oneindige verzamelingen kaderen in een filosofische context; • kennen het principe van een oneindige lus en de uitwerking ervan zowel in taalparadoxen als in kunstwerken van bv. MC Escher; • kennen een aantal voorbeelden van onmogelijke figuren en kunnen er zelf tekenen; • kennen de opbouw van de transfiniete getallen.

Pedagogisch-didactische wenken

- Het limietbegrip dat in de analyse werd ingevoerd, kan hier dus toegepast worden op rijen en rijen van partiële sommen. Bij de fractalen kan worden gedacht aan de sneeuwvlok van Koch, de zeef en het tapijt van Sierpinski, de boom van Pythagoras … Het verdient aanbeveling om een aantal fractalen manueel en een aantal fractalen met ICT te construeren. Daarnaast kan er ook aandacht besteed worden aan de Julia- en Mandelbrötverzamelingen. Er kan een link gelegd worden tussen de fractaalmeetkunde en de chaostheorie.
- Zowel de paradoxen van Zeno als de discussie over actueel en potentieel oneindig vragen een korte behandeling van de standpunten van de filosofen Parmenides, Plato en Aristoteles. Eventueel kan in dit verband ook gedacht worden aan het grondslagenonderzoek begin 20e eeuw, aan de wiskundige stromingen: platonisme, formalisme, intuïtionisme en aan de stelling van Gödel.
- Het principe van zelfreferentie (dat de sleutel vormt tot het bewijs van de stelling van Gödel) kan als verklarend principe worden aangewend bij de oneindige lussen, die zowel in de taal (de uitspraak ='ik lieg'), als in de wiskunde (paradox van Russell), als in de kunst ('Tekenen' van MC Escher) tot uiting kunnen komen. Het verband tussen een oneindige lus en onmogelijke figuren kan aan de hand van etsen van MC. Escher duidelijk gemaakt worden.
- Voor de transfiniete getallen volstaat het dat de leerlingen het begrip 'bijectie' als basisbegrip voor het tellen ervaren en dat ze inzien dat er verschillende soorten oneindigheden zijn.

3.7 Toetsen van hypothesen

ET	*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*	*Pedagogisch-didactische wenken*
	De leerlingen:	
	3.7.1 kunnen de nulhypothese en de alternatieve hypothese formuleren	Bij het toetsen van hypothesen probeert men aan de hand van een steekproef na te gaan of de nulhypothese, geformuleerd voor de ganse populatie, aanvaard kan blijven of moet verworpen worden op basis van de resultaten van de nieuwe steekproef. De essentiële vraag is of deze waarnemingen die afwijken van wat de nulhypothese zegt toevallig zijn of niet. De belangrijkste begrippen en aspecten van toetsen van hypothesen kunnen aangebracht worden zonder rekenwerk. Besteed de nodige aandacht aan de juiste verwoording binnen een reële context en vergeet niet dat toeval steeds een rol speelt. Het is vanzelfsprekend dat het rekenwerk volledig overgelaten wordt aan ICT.
	3.7.2 kunnen de verzameling van geloofwaardige uitkomsten en de verzameling van ongeloofwaardige uitkomsten vormen	
	3.7.3 kunnen het kritieke gebied bepalen	
	3.7.4 kennen het begrip kans op een fout van de eerste soort	
	3.7.5 kunnen beslissen of de nulhypothese verworpen of gehandhaafd wordt	
	3.7.6 kunnen vraagstukken oplossen waarbij tweezijdig getoetst wordt en de normale verdeling gebruikt wordt	

	3.7.7 vraagstukken oplossen waarbij eenzijdig getoetst wordt en de normale verdeling gebruikt wordt	

3.8 Lineair programmeren

ET	*Inhoudelijke leerplandoelstellingen*	*Pedagogisch-didactische wenken*
	De leerlingen kunnen:	
	3.8.1 een stelsel vergelijkingen van de eerste graad in 2 onbekenden grafisch oplossen	Merk op dat leerlingen die dit keuzeonderwerp behandelen geen profiel algebra krijgen. Dit betekent zeker en vast dat stelsels vergelijkingen en ongelijkheden op zijn minst zullen moeten worden herhaald. Ook hier moet ernaar worden gestreefd de toepassingen zo dicht mogelijk bij de leefwereld van de leerlingen te zoeken. Het spreekt eveneens voor zich dat ook het deelprofiel lineair programmeren een ideale gelegenheid is om op functionele wijze gebruik te maken van ICT.
	3.8.2 een stelsel ongelijkheden van de eerste graad in 2 onbekenden grafisch oplossen	
	3.8.3 een gegeven probleem in verband met lineair programmeren grafisch oplossen	
	3.8.4 een vraagstuk dat aanleiding geeft tot een probleem van lineaire programmatie oplossen	

PEDAGOGISCH-DIDACTISCHE WENKEN

1 Vakoverschrijdende eindtermen

Wat?

Vakoverschrijdende eindtermen (VOET) zijn minimumdoelstellingen, die - in tegenstelling tot de vakgebonden eindtermen - niet gekoppeld zijn aan een specifiek vak, maar door meer vakken of onderwijsprojecten worden nagestreefd.
De VOET worden volgens een aantal vakoverschrijdende thema's geordend: leren leren, sociale vaardigheden, opvoeden tot burgerzin, gezondheidseducatie, milieueducatie, muzisch-creatieve vorming en technisch-technologische vorming (alleen voor ASO).

De school heeft de maatschappelijke opdracht om de VOET volgens een eigen visie en stappenplan bij de leerlingen na te streven (inspanningsverplichting).

Waarom?

Het nastreven van VOET vertrekt vanuit een bredere opvatting van leren op school en beoogt een accentverschuiving van een eerder vakgerichte ordening naar meer totaliteitsonderwijs. Door het aanbieden van realistische, levensnabije en concreet toepasbare aanknopingspunten, worden leerlingen sterker gemotiveerd en wordt een betere basis voor permanent leren gelegd.

VOET vervullen een belangrijke rol bij het bereiken van een voldoende brede en harmonische vorming en behandelen waardevolle leerinhouden, die niet of onvoldoende in de vakken aan bod komen. Een belangrijk aspect is het realiseren van meer samenhang en evenwicht in het onderwijsaanbod. In dit opzicht stimuleren VOET scholen om als een organisatie samen te werken.

De VOET verstevigen de band tussen onderwijs en samenleving, omdat ze tegemoetkomen aan belangrijk geachte maatschappelijke verwachtingen en een antwoord proberen te formuleren op actuele maatschappelijke vragen.

Hoe te realiseren?

Het nastreven van VOET is een opdracht voor de hele school, maar individuele leraren kunnen op verschillende wijzen een bijdrage leveren om de VOET te realiseren. Enerzijds door binnen hun eigen vakken verbanden te leggen tussen de vakgebonden doelstellingen en de VOET, anderzijds door thematisch onderwijs (teamgericht benaderen van vakoverschrijdende thema's), door projectmatig werken (klas- of schoolprojecten, intra en extra muros), door bijdragen van externen (voordrachten, uitstappen).

Het is een opdracht van de school om via een planmatige en gediversifieerde aanpak de VOET na te streven. Ondersteuning kan gevonden worden in pedagogische studiedagen en nascholingsinititiatieven, in de vakgroepwerking, via voorbeelden van goede school- en klaspraktijk en binnen het aanbod van organisaties en educatieve instellingen.

Vakoverschrijdende eindtermen in het wiskundeonderwijs

Voorbeschouwingen

Het is al te simplistisch een of andere vakoverschrijdende eindterm te willen vastpinnen op een of meer vakinhoudelijke doelstellingen. Het is de totaliteit van de vakinhoudelijke doelstellingen die tot een bepaalde vakoverschrijdende eindterm bijdraagt.

Het is eveneens al te simplistisch een bepaalde vakoverschrijdende eindterm kost wat kost via één of meerdere vakinhoudelijke doelstellingen gestalte te willen geven. Het zou niet enkel volslagen kunstmatig overkomen, maar tevens een nulrendement opleveren.

Vanuit dit standpunt benaderd zijn de vakoverschrijdende eindtermen geen doelstellingen van neven- of ondergeschikt belang, maar zijn ze veeleer "lichtbakens" die de vakinhoudelijke doelstellingen helpen oriënteren.

In het verlengde daarvan is het dan wel zo dat iedere afzonderlijke vakinhoudelijke doelstelling een dubbele functie heeft. Enerzijds een bijdrage leveren (hoe miniem soms ook) in de uitbouw van de wiskunde, anderzijds een bijdrage leveren (hoe miniem soms ook) in de uitbouw van de betrokken vakoverschrijdende eindterm.

Dergelijke tweesporige benadering, “wiskunde om de wiskunde” langs de ene kant, “wiskunde als vakoverschrijdende hefboom” langs de andere kant, verleent hoe dan ook een meerwaarde aan de interpretatie, aan de draagwijdte, kortom aan de verwerking van het leerplan.

De vakoverschrijdende eindtermen kunnen op onderstaande URL worden teruggevonden:

http://www.ond.vlaanderen.be/dvo/secundair/3degraad/index.html

A LEREN LEREN

1 Opvattingen over leren

Elk leerplan moet, al was het maar vanuit het oogpunt van zijn coherentie, de aaneenschakeling zijn van het opslaan, het ordenen, het (her)structureren en het extrapoleren van een, voor een goed vervolg, on-ontbeerlijke parate kennis.

De diverse leerplannen wiskunde spelen hier stellig op in, niet enkel extern bekeken over de leerjaren heen (verticale dimensie), maar ook intern gefocust op één leerjaar (horizontale dimensie).

Die evolutie, niet enkel in aanpak maar ook in moeilijkheidsgraad, die achtereenvolgens geheugen, inzicht, abstractievermogen en oplossingsvaardigheid stimuleert, gaat uiteraard gepaard met een parallelle evolutie en soepelheid in leeropvattingen en leermotieven, kortom in leerstijl, bij de leerlingen.

2 Informatie verwerven en verwerken

Informatie op een *efficiënte manier verwerven* impliceert vooreerst een inzichtelijke kennis van alle beschikbare informatiebronnen, niet te vergeten, en allicht in eerste instantie van het eigen geheugen.

Informatiebronnen op een *kritische manier kiezen* heeft veeleer uitstaans met het positioneren van het betrokken probleem binnen de juiste context van de leerstof.

Informatie op een *efficiënte manier verwerken* stoelt in hoofdzaak op de vaardigheid om vlot, en dit naargelang van het betrokken probleem, van formele naar informele taal of andersom te kunnen overstappen. Het steunt kortom op de taal-, respectievelijk mathematiseringsvaardigheid van de leerling.

Informatie *kritisch verwerken* doet dan weer beroep op het analytisch, respectievelijk het synthetisch vermogen waardoor een functionele toepassing in verschillende situaties vanzelfsprekend wordt.

Hoe dan ook is het efficiënt en kritisch verwerven en verwerken van informatie geslaagd in de mate dat ze bijdragen tot het probleemoplossend denken bij de leerling en tot een verantwoorde evaluatie van de gevonden oplossingen.

Van alle hoger geciteerde aspecten rond verwerken en verwerven van informatie zijn de leerplannen wiskunde doordrongen.

3 Regulering van het leerproces

(Zelf)regulering is een groeiproces dat, zoals elke attitude, vele watertjes moet doorzwemmen alvorens bereikt te worden.

Een realistische werk- en tijdsplanning vergt, naast grondig inzicht in de taak waarvoor men geplaatst staat, vooral een wikken en wegen van eigen sterke en zwakke punten.

Het leerproces beoordelen op doelgerichtheid vergt een open oog voor het onderscheid tussen essentie en details, het weten van het bestaan van diverse oplossingsmethodes en het maken van de meest efficiënte keuze hieruit.

Het trekken van toekomstgerichte constructieve conclusies uit leerervaringen is uiteraard pas mogelijk en zinvol na het lukken, maar eerder nog na het mislukken van vergelijkbare opdrachten.

Tenslotte is het indijken van het gevoel, dat mislukken veelal aan subjectieve oorzaken is toe te schrijven, enkel te bereiken via een in toenemende moeilijkheidsgraad goed gedoseerde oefeningencyclus die de leerling herhaaldelijk succeservaringen heeft opgeleverd.

Uit al wat voorafgaat moet blijken dat de rode draad op de weg naar (zelf)regulering in eerste instantie neerkomt op het aanbod van uitvoerig oefenmateriaal, bij voorkeur homogeen gespreid zowel in tijd als in moeilijkheidsgraad.

Het ligt in de aard van het vak zelf dat wiskundeleerplannen daar alle ruimte en gelegenheid toe bieden.

4 Keuzebekwaamheid

De wiskunde in het leerplan van de derde graad wordt opgedeeld in onder meer: reële functieleer, algebra en statistiek . Dwars door die tussenschotten heen worden accenten afwisselend gelegd op:

- de reken- en tekenvaardigheid,
- het inzicht- en abstraheringsvermogen,
- de taal- en de mathematiseringvaardigheid,
- het analytische en het synthetische vermogen,
- de theoretische en de praktische aspecten.

Dit alles laat de leerling op ieder moment toe zich t.o.v. elk van die fragmentaire deelaspecten te positioneren, eigen interesses en capaciteiten te taxeren, kortom een zelfbeeld te vormen op basis van betrouwbare gegevens.

Levert bovenstaande een antwoord op de vraag naar *zelfconceptverheldering*, dan dient diezelfde opsomming van fragmentaire deelaspecten als leidraad voor *horizonverruiming*, in die zin dat een al dan niet positieve invulling ervan de leerling het besef bijbrengt van zijn studie- en beroepsmogelijkheden.

Uiteindelijk brengt die onbevooroordeelde houding ten aanzien van studieloopbanen en beroepen de leerling bij dat een *keuzestrategie* neerkomt op het opmaken van een balans waarbij diverse deelaspecten tegen elkaar worden afgewogen en waarin de leerling zich moet kunnen positioneren.

B SOCIALE VAARDIGHEDEN

1 Interactief competenter worden

Wiskunde is één van die vakken die het op elk moment mogelijk maakt om de leerling interactief bij het leerproces te betrekken.

Dit gebeurt dan via opdrachten die, qua moeilijkheidsgraad, variëren van "routinevragen" die omzeggens louter het geheugen aftasten, over "verstandsvragen" die naar inzicht en abstraheringsvermogen peilen, tot "uitdagingen" die het analytisch en synthetisch vermogen op de proef stellen.

Omdat leerlingen in de derde graad nog zelfstandiger en actiever in samenwerkingsverband moeten leren werken, leren zij daardoor voor- en nadelen van relatievormen kennen, leren zij eigen emoties beheersen en die van anderen herkennen en kunnen zij daardoor ook bewuste keuzes maken m.b.t. relatievormen.

2 Streven naar duidelijke communicatie

Enkel datgene wat men degelijk beheerst, kan men klaar en duidelijk uitleggen. Dit is alleszins een motto waartoe de wiskunde meer dan haar steentje bijdraagt.

Wordt tijdens de fase van het opslaan van parate kennis nog vrede genomen met een tekstueel nazeggen van definities en eigenschappen, dan wordt tijdens de opeenvolgende fasen van het ordenen en het (her)structureren van diezelfde parate kennis van de leerling verwacht dat hij zich met eigen woorden en even correct van alle verworven terminologie kan bedienen, om uiteindelijk, tijdens de fase van het extrapoleren, de gekozen oplossingsmethodes en de daaraan voorafgaande redeneringen voldoende vlot te kunnen verwoorden.

Kennis van het zelfbeeld en respect voor de anderen laten toe om situaties van daaruit te benaderen.

3 Constructief participeren aan de werking van sociale groepen

Niet alleen vanuit al dan niet in de les opgedragen samenwerkingsvormen met andere leerlingen, maar ook vanuit de ervaring van het groepsleven waarin de leerling door het schoolsysteem wordt gedompeld, leert elke leerling de doelstellingen van de groeperingsvormen formuleren en realiseren. Zij leren daardoor ook optimaal rendement halen uit de belangen en de risico’s van deze samenlevings- en samenwerkingsvormen, maar ervaren ook de noodzaak aan evenwicht tussen individueel en groepsbelang. Inherent hieraan worden zij dan ook uitgedaagd om in respect voor gezag en beperkingen hun eigen verantwoordelijkheid op te nemen.

4 Conflicthantering en overleg

In het verlengde van het “zorg dragen voor relaties” kunnen, ditmaal op microniveau, groepsopdrachten, gecentreerd rond ietwat complexere wiskundeopgaven, die "link" met bovenvermelde relatieaspecten nog verder verstevigen. Alvast in overleg gemaakte afspraken en gelijkwaardige taakverdelingen zijn hier volop aan de orde. Conflicten zijn hierbij niet uitgesloten. De leerlingen leren hiervan de rol en de benadering kennen. Zij leren tevens deze conflicten te hanteren in een evenwicht van eigenbelang en respect voor de anderen en passen hiervoor de aangewezen strategieën toe.

C OVERIGE VAKOVERSCHRIJDENDE RUBRIEKEN

Het uitgebreid focussen op de vakoverschrijdende eindtermen rond *LEREN LEREN* enerzijds, *SOCIALE VAARDIGHEDEN* anderzijds, wil geenszins zeggen dat wiskunde zich van de overige vakoverschrijdende rubrieken compleet distantieert.

Het betekent wel dat haar aanpak op die andere terreinen eerder onrechtstreeks gebeurt en alleszins veeleer op occasionele leest is geschoeid.

Uiteraard zullen zij vanuit hun toenemende volwassenheid zowel op school als daarbuiten meer betrokken worden bij milieu-initiatieven en leren zij dit milieu nog beter identificeren en respecteren. Hun zorg voor milieu en natuur en hun verantwoord omgaan met verkeer en mobiliteit vanuit een ruimtelijk beleidsinzicht draagt bij tot hun versterking in *MILIEUEDUCATIE.*

Zo kan niet worden ontkend dat de zorg besteed aan het in groep probleemoplossend samenwerken nauwelijks anders kan dan positief inwerken op het inoefenen van inspraak en participatie, het onderscheiden van meerderheids- en minderheidsstandpunten, het erkennen van rechten en plichten, het respecteren van de argumenten van anderen, kortom het opwaarderen van een serie aspecten uit *OPVOEDEN TOT BURGERZIN*.

Het gewicht van wiskunde binnen het curriculum - niet enkel het aantal wekelijkse lesuren, maar vooral het decisieve karakter bij de keuze van verdere studierichtingen spelen hier een hoofdrol - brengt met zich mee dat de leerkracht wiskunde, zij het dan wel latent en ten dele onbewust, voortdurend de leerling leert omgaan met taakbelasting en examenstress, alleszins één van de belangrijkste aspecten uit het uitgebreide gamma van de *GEZONDHEIDSEDUCATIE*.

Wiskunde, al was het maar omwille van de logica in haar opbouw en de variatie in de oplossingsmethodes op zich reeds een oase van creativiteit, kan, via passend gekozen oefenmateriaal en de inbreng van illustratieve ICT-middelen, aan de abstracte dimensie van die creativiteit een concretere invulling bezorgen en aldus bijdragen tot de *MUZISCH-CREATIEVE VORMING*, meer i.h.b. gesitueerd in de schilder-, beeldhouw- en bouwkunst.

Tenslotte is het ook niet te loochenen dat de exacte wetenschappen in het algemeen, en wiskunde in het bijzonder, een grote rol hebben gespeeld bij de industriële ontwikkeling. Deze ontwikkeling speelt zich vandaag af op technisch niveau. Hieruit volgt dat het wiskundeonderwijs eveneens een bijdrage zal leveren – zij het in de meeste gevallen onrechtstreeks via toepassingen – tot de *TECHNISCH-TECHNOLOGISCHE VORMING*.

2 Begeleid zelfgestuurd leren

Wat?

Met begeleid zelfgestuurd leren bedoelen we het geleidelijk opbouwen van een competentie naar het einde van het secundair onderwijs, waarbij leerlingen meer en meer het leerproces zelf in handen gaan nemen. Zij zullen meer en meer zelfstandig beslissingen leren nemen in verband met leerdoelen, leeractiviteiten en zelfbeoordeling.

Dit houdt onder meer in dat:
- de opdrachten meer open worden;
- er meer antwoorden of oplossingen mogelijk zijn;
- de leerlingen zelf keuzes leren maken en die verantwoorden;
- de leerlingen zelf leren plannen;
- er feedback is op proces en product;
- er gereflecteerd wordt op leerproces en leerproduct.

De leraar is ook coach, begeleider.

De impact van de leerlingen op de inhoud, de volgorde, de tijd en de aanpak wordt groter.

Waarom?

Begeleid zelfgestuurd leren sluit aan bij enkele pijlers van ons PPGO, o.m.
- leerlingen zelfstandig leren denken over hun handelen en hierbij verantwoorde keuzes leren maken;
- leerlingen voorbereiden op levenslang leren;
- het aanleren van onderzoeksmethodes en van technieken om de verworven kennis adequaat te kunnen toepassen.

Vanaf het kleuteronderwijs worden werkvormen gebruikt die de zelfstandigheid van kinderen stimuleren, zoals het gedifferentieerd werken in groepen en het contractwerk.

Ook in het voortgezet onderwijs wordt meer en meer de nadruk gelegd op de zelfsturing van het leerproces in welke vorm dan ook.

Binnen de vakoverschrijdende eindtermen, meer bepaald “Leren leren”, vinden we aanknopingspunten als:
- keuzebekwaamheid;
- regulering van het leerproces;
- attitudes, leerhoudingen, opvattingen over leren.

In onze (informatie)maatschappij wint het opzoeken en beheren van kennis voortdurend aan belang.

Hoe te realiseren?

Het is belangrijk dat bij het werken aan de competentie de verschillende actoren hun rol opnemen:
- de leraar als coach, begeleider;
- de leerling gemotiveerd en aangesproken op zijn “leer”kracht;
- de school als stimulator van uitdagende en creatieve onderwijsleersituaties.

De eerste stappen in begeleid zelfgestuurd leren zullen afhangen van de doelgroep en van het moment in de leerlijn “Leren leren”, maar eerder dan begeleid zelfgestuurd leren op schoolniveau op te starten is “klein beginnen” aan te raden. Vanaf het ogenblik dat de leraar zijn leerlingen op min of meer zelfstandige manier laat

- doelen voorop stellen;
- strategieën kiezen en ontwikkelen;
- oplossingen voorstellen en uitwerken;
- stappenplannen of tijdsplannen uitzetten;
- resultaten bespreken en beoordelen;
- reflecteren over contexten, over proces en product, over houdingen en handelingen;
- verantwoorde conclusies trekken;
- keuzes maken en die verantwoorden;

is hij al met een of ander aspect van begeleid zelfgestuurd leren bezig.

3 Informatie- en communicatietechnologieën (ICT)

ICT IN HET WISKUNDEONDERWIJS

ICT mag dan binnen het leerplan wiskunde geen doel op zich zijn; het blijft niettemin het profieloverstijgend pedagogisch-didactisch hulpmiddel bij uitstek met precies binnen de wiskunde een impact afkomstig vanuit de meest diverse invalshoeken. Deze stelling is duidelijk in overeenkomst met hetgeen daarover reeds werd gezegd in de visietekst en in de vakgebonden algemene doelstellingen. Zo mag vanwege de leerkrachten, maar ook vanwege de leerlingen worden verwacht dat zij zich van de beschikbare ICT-middelen bedienen om aldus volgende effecten te bekomen:

- **tijdbesparend**, wanneer de complexiteit van reken- of tekenwerk dit opdringt;
- **efficiënt**, wanneer bij opdrachten het reken- en/of tekenwerk ondergeschikt zijn aan de te volgen strategie of redenering;
- **anticiperend**, wanneer geformuleerde prognoses aan hun comptabiliteit moeten getoetst te worden;
- **retrospectief**, wanneer verworven resultaten op hun betrouwbaarheid moeten gecontroleerd worden;
- **ondersteunend**, wanneer het bijbrengen van sommige theoretische concepten gebaat is met een visuele presentatie;
- **motiverend**, wanneer bij de start van een nieuw hoofdstuk een adequaat modelprobleem (bij voorkeur vakoverschrijdend) als instap wordt besproken en opgelost.

De **studie van grafieken** die beantwoorden aan ingewikkelde functievoorschriften,
de **oplossing van vraagstukken** die uitmonden op stelsels van vergelijkingen,
het **natrekken van de correctheid** van een manueel uitgevoerd product van twee matrices,
het **onderzoek van de invloed van parameters** in een formule of functievoorschrift,
de **keuze van een adequate toepassing** bij het opstarten van extremumonderzoek …

Ziehier slechts een losse en ver van limitatieve greep uit het arsenaal van mogelijkheden uit de verschillende leerplannen wiskunde van de 3e graad SO, die door ICT kunnen aangepakt worden en die doorgaans niet aan één, maar aan verschillende gesignaleerde invalshoeken tegemoetkomen.

Zo bekeken vormt ICT een rode draad doorheen alle per profiel specifiek opgesomde pedagogisch-didactische wenken en mag worden verwacht dat een succesvolle impact op het geheel van het curriculum in sterke correlatie zal staan met de creativiteit vanwege alle betrokkenen, leerkrachten zowel als leerlingen.

Wat?

Onder ICT verstaan we het geheel van computers, netwerken, internetverbindingen, software, simulatoren, etc. Telefoon, video, televisie en overhead worden in deze context niet expliciet meegenomen.

Waarom?

De recente toevloed van informatie maakt levenslang leren een noodzaak voor iedereen die bij wil blijven. Maatschappelijke en onderwijskundige ontwikkelingen wijzen op het belang van het verwerven van ICT. Enerzijds speelt het in op de vertrouwdheid met de beeldcultuur en de leefwereld van jongeren. Anderzijds moeten jongeren niet alleen in staat zijn om nieuwe media efficiënt te gebruiken, maar is ICT ook een hulpmiddel bij uitstek om de nieuwe onderwijsdoelen te realiseren. Het nastreven van die competentie veronderstelt onderwijsvernieuwing en aangepaste onderwijsleersituaties. Er wordt immers meer en meer belang gehecht aan probleemoplossend denken, het zelfstandig of in groep leren werken, het kunnen omgaan met enorme hoeveelheden aan informatie ...

In bepaalde gevallen maakt ICT deel uit van de vakinhoud en is ze gericht op actieve beheersing van bijvoorbeeld een softwarepakket binnen de lessen informatica. In de meeste andere vakken of bij het nastreven van vakoverschrijdende eindtermen vervult ICT een ondersteunende rol. Door de integratie van ICT kunnen leerlingen immers:

- het leerproces zelf in eigen handen nemen;
- zelfstandig en actief leren omgaan met les- en informatiemateriaal;
- op eigen tempo werken en een eigen parcours kiezen (differentiatie en individualisatie).

Hoe te realiseren?

In de eerste graad van het SO kunnen leerlingen adequaat of onder begeleiding elektronische informatiebronnen raadplegen. In de tweede en nog meer in de derde graad kunnen de leerlingen “spontaan” gegevens opzoeken, ordenen, selecteren en raadplegen uit diverse informatiebronnen en –kanalen met het oog op de te bereiken doelen.

Er bestaan verschillende mogelijkheden om ICT te integreren in het leerproces.

Bepaalde programma’s kunnen het inzicht verhogen d.m.v. visualisatie, grafische voorstellingen, simulatie, het opbouwen van schema’s, stilstaande en bewegende beelden, demo ...

Sommige cd-roms bieden allerlei informatie interactief aan, echter niet op een lineaire manier. De leerling komt via bepaalde zoekopdrachten en verwerkingstaken zo tot zijn eigen “gestructureerde leerstof”.

Databanken en het internet kunnen gebruikt worden om informatie op te zoeken. Wegens het grote aanbod aan informatie is het belangrijk dat de leerlingen op een efficiënte en een kritische wijze leren omgaan met deze informatie. Extra begeleiding in de vorm van studiewijzers of instructiekaarten is een must. Om tot een kwaliteitsvol eindresultaat te komen, kunnen leerlingen de auteur (persoon, organisatie ...), de context, andere bronnen die de inhoud bevestigen en de onderzoeksmethode toevoegen. Dit zal het voor de leraar gemakkelijker maken om het resultaat en het leerproces te beoordelen.

De resultaten van individuele of groepsopdrachten kunnen gekoppeld worden aan een mondelinge presentatie. Het programma “Powerpoint” kan hier ondersteunend werken.

Men kan resultaten en/of informatie uitwisselen via e-mail, blackboard, chatten, nieuwsgroepen, discussiefora ... ICT maakt immers allerlei nieuwe vormen van directe en indirecte communicatie mogelijk. Dit is zeker een meerwaarde omdat ICT zo de mogelijkheid biedt om niet alleen interscolaire projecten op te zetten, maar ook om de communicatie tussen leraar en leerling (uitwisselen van cursusmateriaal, planningsdocumenten, toets- en examenvragen ...) en leraren onderling (uitwisseling lesmateriaal) te bevorderen.

Sommige programma’s laten toe op graduele niveaus te werken. Ze geven de leerling de nodige feedback en remediëring gedurende het leerproces (= zelfreflectie en -evaluatie).

4 Verdeling van de beschikbare lestijden

Vanwege de verscheidenheid in de mogelijke toepassingen van dit leerplan (basisvorming, pool wetenschappen als één lestijd uitbreiding, pool wetenschappen als vier geïntegreerde lestijden, complementair gebruik) kan hier slechts een zeer ruwe indicatie van het te besteden aantal lestijden gegeven worden. Bovendien kan hier slechts gesproken worden over richtinggevende getallen en behoort het aan de pedagogisch-didactische vrijheid van de leerkracht om zijn eigen accenten te leggen.

Mogelijk aantal lestijden per profiel:

Basisvorming

Analyse	85 lt
Stochastiek	45 lt
Keuzeonderwerp	20 lt
Totaal BV	*150 lt*

Pool wetenschappen

Uitbreidingen analyse	40 lt
Statistiek in 2 veranderlijken	10 lt
Totaal pool WET	*50 lt*

TOTAAL	**200 lt**

MINIMALE MATERIËLE VEREISTEN

Vaklokaal

De leerkracht wiskunde van de derde graad moet in de klas beschikken over een minimum aan tekenmaterieel: (kleur)krijt, geodriehoek en passer.
Het gebruik van een overheadprojector moet eveneens mogelijk zijn.

Integratie van ICT

Het is wenselijk dat het vakgebied wiskunde over minstens één lokaal (eventueel in samenspraak met andere vakgebieden) kan beschikken dat voor ICT is uitgerust en dat door de leerkrachten en de leerlingen voor de lessen wiskunde kan worden gebruikt. Een alternatief is dat de leerlingen tijdens de wiskundeles kunnen beschikken over een grafisch (of symbolisch) rekentoestel, dat al dan niet hun persoonlijke eigendom is.

De school zorgt er alleszins voor dat elke wiskundeleraar gebruik kan maken van minstens één computer met degelijk projectiesysteem of van een grafisch rekentoestel dat symbolisch rekenen toelaat en dat op een didactische manier kan worden ingeschakeld in de les. Aangezien dit leerplan voorziet dat de leerkracht op een didactische manier ICT integreert in de les moet de aanwezige apparatuur van die aard zijn dat dit op een flexibele manier kan gebeuren. Het streefdoel is dat het gebruik van ICT voor ongeveer 20 % van het beschikbare lestijdenpakket wiskunde geen uitzondering is, waarbij dit percentage dient verstaan te worden als de combinatie van demonstratie door de leerkracht en door de leerlingen zelf bestede tijd.

Didactische wiskundesoftware moet beschikbaar zijn voor:
- algebra en analyse: symbolisch rekenwerk, grafieken;
- statistiek: grafieken en diagrammen, berekeningen.

Selectie van materiële uitrusting

De leerlingen bezitten een geodriehoek en passer.
Ze beschikken allen tevens over een, bij voorkeur, zelfde rekentoestel dat geschikt is voor de gekozen studierichting.

De vakgroep wiskunde zal zich onder andere regelmatig beraden over:
- de keuze en het gebruik van handboeken;
- het type rekentoestel waarover de leerlingen in een bepaalde studierichting moeten beschikken;
- de keuze voor de software;
- de invoering van ICT in de wiskundeles;
- de abonnementen op vaktijdschriften wiskunde;
- de eenvormigheid in informatie op muurkrantjes.

Veiligheidsvoorschriften

Inzake veiligheid is de volgende wetgeving van toepassing:
- Codex ;
- ARAB ;
- AREI ;
- Vlarem.

Deze wetgeving bevat de technische voorschriften die in acht moeten genomen worden m.b.t.:
- de uitrusting en inrichting van de lokalen;
- de aankoop en het gebruik van toestellen, materiaal en materieel.

Zij schrijven voor dat:
- duidelijke nederlandstalige handleidingen en een technisch dossier aanwezig moeten zijn;
- alle gebruikers de werkinstructies en onderhoudsvoorschriften dienen te kennen en correct kunnen toepassen;
- de collectieve veiligheidsvoorschriften nooit mogen worden gemanipuleerd;
- de persoonlijke beschermingsmiddelen aanwezig moeten zijn en gedragen worden, daar waar de wetgeving het vereist.

EVALUATIE

1 Doelstelling

Evaluatie wordt beschouwd als de waardering van het werk waarmee leraar en leerlingen samen bezig zijn. Het is de bedoeling dat niet alleen de leerling er wat uit leert (bereik ik de vooropgestelde doelstellingen?), maar ook de leraar (is mijn didactisch handelen efficiënt?). Daarenboven is het een uiting van wederzijdse betrokkenheid waarbij kwaliteitszorg wordt nagestreefd.

Bij elke evaluatie wil men dan ook informatie verzamelen waarop men kan steunen om besluiten te trekken. Deze kunnen tot doel hebben de efficiëntie van het leerproces te vergroten, de doelmatigheid van de studiemethode te verhogen of tot sanctionering te komen.

De leraar leidt eruit af in welke mate hij met de gevolgde methode de vooropgezette doelstellingen heeft bereikt. De ontleding van de behaalde resultaten geeft de nodige aanwijzingen voor eventuele bijsturing van de didactische aanpak.

De leerling en zijn ouders vinden in de evaluatie (score, commentaar, remediëring) bruikbare informatie over de doelmatigheid van de gevolgde studiemethode.

Omdat evaluatie naar de leerlingen toe enige eenvormigheid moet vertonen over de vakken en de leerjaren heen, is het logisch dat de school via de vakgroepwerking hierover haar visie ontwikkelt. De betrokken leerkrachten concretiseren deze visie voor hun vak.

2 Evalueren

Behalve kennis (definities, eigenschappen …) en vaardigheden (rekenvaardigheid, wiskundige taalvaardigheid, tekenvaardigheid, redeneervaardigheid, abstraheervermogen ...) moeten ook attitudes (kritische geest, doorzettingsvermogen ...) geëvalueerd worden.

De te bereiken doelstellingen i.v.m. kennis en vaardigheden vinden we in dit leerplan.
De na te streven attitudinale doelstellingen, specifiek voor wiskunde, vinden we ook in dit leerplan.

Naast de vakspecifieke doelstellingen vinden we ook na te streven vaardigheden en attitudes in de vakoverschrijdende eindtermen. Ook de school kan bijkomende doelen vastleggen.

Het is af te raden om de vakevaluatie te vermengen met de evaluatie van de door de school bepaalde doelstellingen.

2.1 Evaluatievormen

De leerkracht beschikt voor het evalueren van kennis over de volgende middelen:

- mondelinge overhoringen;
- korte beurten, schriftelijke lesoverhoring;
- herhalingsbeurten (deeltoetsen);
- (huis)taken;
- examens.

Vaardigheden kunnen geëvalueerd worden aan de hand van observatie.
Attitudes worden geobserveerd aan de hand van gedragingen.

Het is noodzakelijk dat de vakgroep zich uitspreekt over de vorm en de regelmaat van de evaluatievormen, conform het evaluatiebeleid van de school. Het is wenselijk dat het evaluatiebeleid aandacht heeft voor leerstoornissen (dyslexie, dyscalculie ...).

Examens beogen de evaluatie van de nagestreefde leerstofdoelstellingen tijdens een trimester/semester.
Uiteraard zullen de examenvragen een verantwoord evenwicht vertonen tussen reproduceervragen (theorie en herkenbare oefeningen) en differentieervragen (redeneer- en inzichtvragen). Bij het vastleggen van dit evenwicht is men zeker de slaagkansen van de middelmatig begaafde, hard werkende leerling indachtig.

Men kan eventueel aanvaarden dat voor het examen die leerstofonderdelen worden weggelaten die voor het volgend leerjaar niet rechtstreeks nodig zijn of die in het volgend leerjaar grondiger behandeld worden, maar dan dienen deze onderdelen expliciet aan bod te komen in een herhalingsbeurt.
De ervaring leert dat het zinvol is - om latere discussies en betwistingen te vermijden - ervoor te zorgen dat de leerlingen kunnen beschikken over:

- een schriftelijk overzicht van de te kennen leerstof;
- een geschreven mededeling waarin staat over welk materieel de leerling mag beschikken op het examen (passer, tekendriehoek, rekentoestel ...).

2.2 Rapporteren

De geregelde rapportering heeft tot doel de leerling en zijn ouders tussentijds in te lichten over het bereiken van de doelstellingen.

De school bepaalt de vorm van rapporteren. Alleszins moet het rapport duidelijke informatie verschaffen aan leerling en ouders i.v.m. het bereiken van de verscheidene doelstellingen (kennis, vaardigheden, attitudes).

De rapportering moet ook aandacht schenken aan concrete en het functioneel remediëren.

3 Bewaren van documenten

De kopijen van de herhalingsbeurten en van de examens worden overeenkomstig de wettelijke voorschriften bewaard. Vermits de korte schriftelijke beurten ook invloed hebben op de algemene beoordeling van de leerling, worden deze eveneens bewaard tot minstens na de definitieve eindbeslissing. Hierbij wordt rekening gehouden met de termijnen van mogelijke beroepsprocedures.

Bewaar bij de kopijen (van de examens en de herhalingsbeurten):

- een overzicht van de gestelde vragen met puntenverdeling;
- een correctiemodel.

4 ICT-hulpmiddelen

De leerlingen moeten gebruik kunnen maken van informatie- en communicatietechnologie (ICT) om wiskundige informatie te verwerken, berekeningen uit te voeren of wiskundige problemen te onderzoeken.

Deze eindterm moet dus ook geëvalueerd worden. In de lessen wiskunde zal dan ook door de leerling systematisch en verantwoord een grafisch (of symbolisch) rekentoestel of een computer worden gebruikt. De leerstofitems, waarbij tijdens de instructie voor ontwikkeling of voor verwerking gebruik werd gemaakt van deze technologische instrumenten, zullen met de ondersteuning van dezelfde hulpmiddelen moeten worden geëvalueerd. Hierbij dient wel te worden opgemerkt dat ICT een middel is om aan wiskundeonderwijs te doen en geen doel op zich. Ook dit is een belangrijk aandachtspunt bij de evaluatie.

Dit vergt aandacht en aanpassing van de leerkracht bij het opstellen van de vragen, de tijdinvestering en de evaluatie. De werkwijze met het toestel kan een te meten doel zijn.

De school zal ook een inspanning moeten leveren om de leerlingen, die thuis niet over de vereiste hulpmiddelen beschikken, ook op school de mogelijkheid te bieden om zich te bekwamen in het gebruik van ICT-middelen.

Hoe dan ook moet de leerling duidelijk weten wat er van hem verwacht wordt en welke invloed het gebruik van ICT heeft op zijn evaluatie.

Uiteraard is de vakgroep het meest aangewezen orgaan om over deze geëvolueerde evaluatiesituatie te overleggen.

5 Jaarplan

Een jaarplan geeft aan welke leerinhouden voor de vakonderdelen per aangeduide periode (maximaal per maand) beoogd worden.

Het jaarplan:

- helpt de leerkracht gedurende het hele schooljaar een verantwoorde tijdsindeling te respecteren;
- heeft een richtinggevende en ondersteunende functie bij vervanging van de titularis;

- laat de niet-wiskundig gevormde directeur toe om de betrokken leerkracht te verwijzen naar deze planning.

Een jaarplan dat ook gebruikt wordt voor de aanduiding van de behandelde leerstof veroorzaakt geen supplementair werk. Door in het jaarplan periodiek te onderstrepen tot waar men in deze periode is geraakt en dit te bevestigen met vermelding van datum en een paraaf wordt het jaarplan ***een jaarvorderingsplan*** en voldoet men aan de verplichting om de behandelde leerstof regelmatig te noteren.

Een jaarplan mag gedurende het jaar bijgestuurd worden en het wordt elk jaar op zijn haalbaarheid getoetst en zo nodig aangepast.

Het is niet de bedoeling een bepaald model van jaarplan op te leggen. Behalve de identificatiegegevens (zie model) geeft het jaarplan aan volgens welke timing de leerstof wordt behandeld. Liefst wordt er per leerstofitem aangeduid hoeveel lestijden hieraan zullen worden besteed. Het is aangewezen ruimte te voorzien om gegevens te noteren die de reële tijdbesteding hebben beïnvloed (ziekte, uitstap, studiedag ...). Deze notities laten toe om de betrouwbaarheid van de timing te evalueren en zo nodig deze timing aan te passen.

Hierna volgt een voorbeeld van een mogelijke schikking.

SCHOOL:		SCHOOLJAAR:	
LEERKRACHT:			
ONDERWIJSVORM:	STUDIERICHTING:	LEERPLANNUMMER:	
GRAAD:	LEERJAAR:	UREN/WEEK:	VAK: **WISKUNDE**

	Voorziene leerstof			**Gerealiseerde leerstof**
	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd	
SEPTEMBER	**ANALYSE** Noteer hier welke onderwerpen van analyse u in deze maand denkt te behandelen.		**STOCHASTIEK** Noteer hier welke onderwerpen van stochastiek u in deze maand denkt te behandelen.	
Opmerking	noteer hier o.m. hoeveel lessen er verloren gingen met vermelding van de reden (ziek, uitstap, studiedag ...)			
OKTOBER	noteer het vervolg van de leerstof analyse		noteer het vervolg van de leerstof stochastiek	15 oktober
Opmerking	noteer hier o.m. hoeveel lessen er verloren gingen met vermelding van de reden (ziek, uitstap, studiedag ...)			
	. . .			
XXXX	**ANALYSE** noteer het vervolg van de leerstof analyse		**STOCHASTIEK** noteer het vervolg van de leerstof stochastiek	15 XXX
Opmerking	noteer hier o.m. hoeveel lessen er verloren gingen met vermelding van de reden (ziek, uitstap, studiedag ...)			

BIBLIOGRAFIE

Tijdschriften

Euclides, p.a. Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars, De Schalm 19, NL 8251 LB Dronten

Mathématique et pédagogie, Société belge des Professeurs de mathématique, p.a. SBPM, rue de Trazegnies 87, 6320 Pont-à-Celles

Pythagoras, Drukkerij Giethoorn Ten Brink, Postbus 41 NL-7490 AA Meppel; www.science.uva.nl/misc/pythagoras

Uitwiskeling, p.a. Celestijnenlaan 200B, 3001 Leuven

Wiskunde & Onderwijs, p.a. Vlaamse Vereniging van Wiskundeleraars, C. Huysmanslaan 60-bus 4, 2020 Antwerpen

Leerboeken

ARGUMENT
De Boeck, Antwerpen

INTEGRAAL
Novum, Mechelen

VAN BASIS TOT LIMIET
Die Keure, Brugge

Naslagwerken

AARSSEN, C. en anderen, *Netwerk (reeks),* Wolters-Noordhoff, Groningen

ANTON, H., *Calcules (A new Horizon),* Drexel university, ISBN 0-471-15307-9

ATKINSON, K. E., *An introduction to numerical analysis*, ISBN 0-471-02985-8

BERS, L., *Calculus*, Holt-Rinehart and Winston Inc., ISBN 03-065240-5

BERWAERTS, V. J. en STANDAERD, K., *Welkom bij SI-VEC - SI-eenhedenstelsel*, Standaard Educatieve Uitgeverij, Antwerpen

BERRESFORD, G. C., *Calculus, with applications to the management, social, behavorial, and biomedical sciences*, Prentice-Hall Inc, ISBN 0-13-110628-7

BONNEFROID, G. en DAVIAUD, D. en REVRANCHE, B., *Mathématiques Pythagore (reeks*), Didier Hatier, Paris

BRUALDI, R.A., *Introductory combinatorics*, ISBN 0-7204-8610-6

BRUM, J. V., *Experiencing geometry*, Wadworth Publishing Company, Belmont (California), ISBN 0-534-00422-9

BURTON, D. M., *The history of mathematics*, London, Allyn and Bacon, ISBN 0205080952

CANGELOSI, J. S., *Teaching Mathematics in Secondary and Middle School: An Interactive Approach*, Prentice Hall, ISBN 0134392337

CLARKE, G. M. en COOKE, D., *A basic course in statistics,* London, Arnold, ISBN 0-7131-2672-8

DEMANA, F., WAITS, B.K., CLEMENS, S.R. en GREENE, M., *Intermediate algebra: a graphing approach*, Addison-Wesley Publicing Company, ISBN 0-201-65001-0

DOXIADIS, A., *Oom Petros en het vermoeden van Goldbach*, De Bezige Bij

DUREN, W. L., Jr, *Calculus and analytic geometry*, Xerox College Publishing, Toronto, ISBN 0-536-00869-8

ENZENSBERGER, H.M., *De telduivel*, De Bezige Bij, ISBN 90-234-8149-6

FINNEY, R.L., THOMAS, G.B., DEMANA, F. en WAITS, B.K., *Calculus: grafical, numerical, algebraic*, Addison-Wesley Publicing Company,ISBN 0-201-56901-9

FREUDENTHAL, H., *Mathematics as an educational task*, Reidel Publishing Company, Dordrecht, ISBN 90-277-0322-1

GARDNER, M., *Het mathematische carnaval*, uitgeverij Contact, ISBN 90-254-6695-8

GARNIER, R. en TAYLOR, J., *100 % Mathematical proof,* ISBN 0-471-96198-1

GONICK, L. en SMITH, W., *Het stripverhaal van de statistiek*, Epsilon-uitgaven, ISBN 90-504-1037-5

GRIMALDI, R. P., *Discrete and combinatorial mathematics (*fourth edition*),* uitg. ADDISON-WESLEY A'dam*,* ISBN 0-201-19912-2

GROSJEAN, C. C., VANHELLEPUTTE, C. V. en VANMASSENHOVE, F. R., *Reinaert Systematische Encyclopedie, Wiskunde* (deel 14 (wiskunde 1A), deel 15 (wiskunde 1B), deel 20 (wiskunde 2)), Reinaert uitgaven, Brussel

GUEDJ, D., *De stelling van de papegaai*, Ambo, ISBN 90-263-1604-6

HERWEYERS, G. en STULENS, K., *Statistiek met een grafisch rekentoestel*, ACCO, Leuven, ISBN 90-334-4597-2

HEUGL, H. en KUTZLER, B. en anderen, *DERIVE in education, opportunities and strategies (Proceedings of the 2nd Krems Conference on Mathematics Education)*, Chartwell-Bratt Ltd, ISBN 0-86238-351-X

HOFSTADTER, D. R., *Gödel, Escher, Bach: een eeuwige gouden band*, Contact

HUFF, D., *How to lie with statistics,* Penguin Books, ISBN 0-14-021300-7

JACOBS, R. J., *Geometry*, W. H. Freeman, San Francisco, ISBN 0-7167-0456-0

JACOBS, H. R., *Mathematics a human endeavor: a book for those who think they don't like the subject,* San Francisco, Freeman, ISBN 0-7167-0439-0

JORGENSEN, D., *De rekenmeester*, Bzztôh, 's Gravenhage, ISBN 90-5501-722-1

KAMMINGA-VAN HULSEN, M. en GONDRIE, P. en VAN ALST, G., *Toegepaste wiskunde met computeralgebra*, Academic Service, Schoonhoven, ISBN 90 6233 956 5

MANKIEWICZ, R., *Het verhaal van de wiskunde,* Uniepers, ISBN 90-682-5259-3

MASON, J., *Thinking mathematically*, Addison-Wesley Publishing Company, ISBN 0-201-10238-2

MOORE, D., McCABE, G., *Statistiek in de praktijk, Theorieboek*, Academic Service, Den Haag, ISBN 90 395 1420 8

MOORE, D., McCABE, G., *Statistiek in de praktijk, Opgavenboek*, Academic Service, Den Haag, ISBN 90 395 1421 6

PAULOS, J.A., *Er was eens een getal*, Bert Bakker, ISBN 90-351-2059-0

PAULOS, J.A., *Ongecijferdheid*, Bert Bakker, ISBN 90-351-0789-6

PAULOS, J.A., *De gecijferde mens*, Bert Bakker, ISBN 90-351-1119-2

PETSINIS, T., *De Franse wiskundige*, Cargo, ISBN 90-234-5374-3

POLYA, G., *How to solve it*, Penguin Books, ISBN 0-14-012499-3

POSAMENTIER, A.S. en SALKIND, C.T., *Challenging problems in geometry*, Dale Seymour Publications, ISBN 0-86651-428-7

PROTTER, H. P. en MORREY Ch. B., Jr, *Calculus with analytic geometry; a first course*, Addison-Wesley, London.

RADE, L. en WESTERGEN, B., *BETA / Mathematics Handbook,* ISBN 0-86238-140-1

SCHUH, F., *The master book of mathematical recreations*, Dover Books, ISBN 0-486-22134-2

SINGH, S., *Het laatste raadsel van Fermat*, De Arbeiderspers, ISBN 90-295-3728-0

SPIEGEL, M. R., *College algebra,* Schaum's outline series, ISBN 07-060226-3

STEEN, L. A., *Mathematics tomorrow*, Springer Verlag, Berlin, ISBN 0-387-90564-2

STEWART, I., *Flatterland. Like Flatland, only more so*, McMillan, Londen, ISBN 0-333-78312-3

STEWART,I., *Magisch labyrint,* NIEUWEZIJDS, ISBN 90-571-2036-4

STEWART,I., *Over sneeuwkristallen en zebrastrepen*, Davidsfonds, Leuven, ISBN 90-5826-159-X

STEWART, I., *Waar zijn de getallen?*, Contact, ISBN 90-254-1021-9

STICHTING CENTRUM VOOR WISKUNDE EN INFORMATICA , *Vakantiecursus 2001 - Experimentele wiskunde,* Amsterdam, ISBN 90-6196-505-5

STRUIK, D. J. , *Geschiedenis van de wiskunde*, Het Spectrum, ISBN 90-274-2210-9

SWANN, H. en JOHNSON, J*., Prof. E. Mc Squared's Calculus Primer*, ISBN 0-939765-12-8

TELLER, O., *Vademecum van de wiskunde*, Prisma, ISBN 90-274-4119-7

THAELS, K., EGGERMONT, H. en JANSSENS D., *Van ruimtelijk inzicht naar ruimtemeetkunde*, Cahiers voor didactiek, Wolters Plantyn, ISBN 90-301-7185-5

THOMAS, G.B. jr en FINNEY R. L., *Calculus and analytic geometry*, ISBN 0-201-53174-7

VAN DORMOLEN, J., *Didactiek van de wiskunde,* Utrecht, Bohn-Scheltema-Holkema, ISBN 9031300675

WELLS, D., *Merkwaardige en interessante wiskundige kwesties,* Bert Bakker, ISBN 90-351-2154-6

WELLS, D., *Merkwaardige en interessante wiskundige puzzels*, Bert Bakker, ISBN 90-351-1403-5

WELLS, D., *Woordenboek van eigenaardige en merkwaardige getallen*, Bert Bakker, ISBN 90-351-0527-3

WERKGROEP WISKUNDE, *Vademecum wiskunde*, Plantijn, ISBN 90-301-5867-0

WOOTON, W., BECKENBACH, E. F. en FLEMING F. J., *Modern analytic geometry*, Houghton Mifflin Company, Boston, ISBN 0-295-03743-3

ZEBRA-reeks, Epsilon Uitgaven, Utrecht

Internet

Verwijzingen naar URL-adressen op het gebied van wiskunde zijn te vinden op
http://wiskunde.gemeenschapsonderwijs.net