参赛密码 

**（由组委会填写）**



**** 

**“华为杯”第十四届中国研究生**

**数学建模竞赛**

|  |  |
| --- | --- |
| **学 校** | 上海海事大学 |
| **参赛队号** | 10254014 |
| **队员姓名** | **1.徐凤新** |
| **2.朱若琪** |
| **3.吴方** |

参赛密码 

**（由组委会填写）**



**** 

**“华为杯”第十四届中国研究生**

**数学建模竞赛**

题 目 无人机在抢险救灾中的优化运用

摘 要：

请大家注意：摘要应该是一份简明扼要的详细摘要（包括关键词），请认真书写（注意篇幅一般不超过两页，且无需译成英文）。全国评阅时对摘要和论文都会审阅。

本文对无人机在抢险救灾中的优化运用进行任务规划和研究。建立了无人机在在灾情巡查、生命迹象探测、灾区通信中继、对地数据传输多种限定条件下无人机相互配合完成任务的数学模型，解决了不同的组合规划问题，并对该数学模型根据条件变化进行相应改进，最后对该数学模型进行分析和讨论，能够显著提升无人机在抢险救灾中的勘测能力。

针对问题一，首先考虑将3000米以下海拔灾区的勘测问题简化，利用最优化模型对震区7个重点区域进行分析，通过分析每个重点区域中心目标点以及基地H的相对位置，简化为无人机从无人基地起飞遍历7个中心目标点的最优路径选择问题，将模型抽象为不确定数量的多起点开环多旅行商问题（MDO\_MTSP），运用数学建模中的遗传算法模型，考虑遗传算法解决多旅行商问题这一思路，反复迭代后最终求得无人机在四小时的时间内尽可能覆盖最大灾区面积的最优飞行路径；

针对问题二，

针对问题三，

针对问题四，

最后对所建立的模型进行评价与推广。

本文的特色是

**关键词：**

**目 录**

[1 问题的重述 6](#_Toc493344437)

[1.1 问题的背景 6](#_Toc493344438)

[1.2 要解决的问题 6](#_Toc493344439)

[2 模型假设 10](#_Toc493344440)

[3 符号说明 10](#_Toc493344441)

[4 问题的分析 11](#_Toc493344442)

[4.1 对问题一的分析 12](#_Toc493344443)

[4.1.1 问题描述及分析 12](#_Toc493344444)

[4.1.2 数据处理 12](#_Toc493344445)

[4.1.3 模型准备 12](#_Toc493344446)

[4.1.4 模型建立与求解 12](#_Toc493344447)

[4.1.5 求解结果 12](#_Toc493344448)

[4.2 对问题二的分析 12](#_Toc493344449)

[4.2.1 问题描述及分析 12](#_Toc493344450)

[4.2.2 数据处理 12](#_Toc493344451)

[4.2.3 模型准备 12](#_Toc493344452)

[4.2.4 模型建立与求解 12](#_Toc493344453)

[4.2.5 求解结果 12](#_Toc493344454)

[4.3 对问题三的分析 12](#_Toc493344455)

[4.3.1 问题描述及分析 12](#_Toc493344456)

[4.3.2 数据处理 12](#_Toc493344457)

[4.3.3 模型准备 12](#_Toc493344458)

[4.3.4 模型建立与求解 12](#_Toc493344459)

[4.3.5 求解结果 12](#_Toc493344460)

[4.4 对问题四的分析 12](#_Toc493344461)

[4.4.1 问题描述及分析 12](#_Toc493344462)

[4.4.2 数据处理 12](#_Toc493344463)

[4.4.3 模型准备 13](#_Toc493344464)

[4.4.4 模型建立与求解 13](#_Toc493344465)

[4.4.5 求解结果 13](#_Toc493344466)

[5模型的评价与推广 13](#_Toc493344467)

[5.1模型的优点 13](#_Toc493344468)

[5.2模型的缺点 13](#_Toc493344469)

[5.3模型的推广 13](#_Toc493344470)

[6参考文献 13](#_Toc493344471)

[7附录 13](#_Toc493344472)

# 问题的重述

## 问题的背景

无人机（Unmanned Aerial Vehicle，UAV）是一种具备自主飞行和独立执行任务能力的新型勘测及信息传递平台，不仅能够执行对地攻击和目标轰炸等作战任务，而且还能够执行军事侦察、监视、搜索、目标指向等非攻击性任务。随着无人机技术的快速发展，越来越多的无人机应用在救灾现场。

无人机与传统人力信息传递相比，有以下较为突出的特点[1]：能够避免飞行员在危险环境下作业，具有伤亡率低甚至零伤亡的特点；无需考虑机载生命的影响，为进一步实现飞行器的机动性、低可探测性、持续作战能力等提供了可能；降低了飞行器系统的复杂性，使其研发、制造、装备、使用和维护的难度和成本大大低于有人机；激发和拓展更多样的任务形式和使用需求等。

基于无人机的以上特点，以及进入21世纪以来，随着计算机科学与技术、材料、传感器与数字图像处理技术的飞速发展，综合在近年来如叙利亚、伊拉克等战争使用无人机的次数和任务形式从侦察到空对地进行打击的转变，可以预见，在灾区营救方面，越来越多的无人机将介入。

根据目前的无人机发展趋势，虽然单架无人机的侦察、搜索能力越来越高，功能越来越强大，但面对救灾时间的紧急以及多样化的需求，单架无人机也会暴露容错性不足等短板，为弥补其局限性，无人机应当以集群的形式协同工作，即由多架无人机协同，提高任务执行效率，扩展任务执行方式。

## 要解决的问题

2017年8月8日，四川阿坝州九寨沟县发生7.0级地震，造成了不可挽回的人员伤亡和重大的财产损失。由于预测地震比较困难，及时高效的灾后救援是减少地震损失的重要措施。无人机作为一种新型运载工具，能够在救援行动中发挥重要作用。附件1给出了震区的高程数据，共有2913列，2775行。第一行第一列表示(0,0)点处的海拔高度值(单位：米)，相邻单元格之间的距离为38.2米，即第m行第n列单元格中的数据代表坐标(38.2(m-1), 38.2(n-1))处的高度值。本题中的无人机都假设平均飞行速度60千米/小时，最大续航时间为8小时，飞行时的转弯半径不小于100米，最大爬升(俯冲)角度为±15°，与其它障碍物(含地面)的安全飞行距离不小于50米，最大飞行高度为海拔5000米。所有无人机均按规划好的航路自主飞行，无须人工控制，完成任务后自动返回原基地。

需要通过建立数学模型，解决以下几个问题：

问题一：大地震发生后，使用无人机携带视频采集装置巡查7个重点区域中心方圆10公里(并集记为*S*)以内的灾情。无人机飞行高度恒为4200米，将在地面某点看无人机的仰角大于60°且视线不被山体阻隔视为该点被巡查。所有无人机均从基地H(110,0)(单位：千米)处派出，且完成任务后再回到H，在4小时之内利用最少的无人机使区域*S*内海拔3000米以下的地方尽可能多地被巡查到，使覆盖率最大，每架无人机路线路线最短。并且在论文中画出相应的飞行路线图及巡查到的区域（不同的无人机的飞行路线图用不同的颜色表示）。

进一步，为及时发现次生灾害，使用无人机在附件1给出的高度低于4000米的区域（不限于*S*）上空巡逻。使用最少的无人机在最短时间和路线中完成任务，保证在72小时内，上述被巡查到的地方相邻两次被巡查的时间间隔不大于3小时(无人机均需从H出发并在8小时内回到H，再出发的时间间隔不小于1小时)。

问题二：使用无人机携带生命探测仪搜索生命迹象，给灾后救援提供准确的目标定位。从基地H(110,0)，J(110,55)(单位：千米)处总共派出30架无人机(各15架)，任务完成后回到各自的出发地。探测仪的有效探测距离不超过1000米，且最大侧视角(探测仪到可探测处的连线与铅垂线之间的夹角)为60度。规划它们的飞行路线，使附件1所给出的全区域内海拔3000米以下部分能被探测到的面积尽可能大，且使从第一架无人机飞出到最后一架完成任务的无人机回到基地的时间间隔尽量短。

问题三：无人机在空中飞行时，可与距离3000米以内的移动终端通信，无人机之间的最大通信距离为6000米，规划出在最短路线，利用最少架无人机，确保在白**天**12小时内，附件2中的任意两个地面终端之间都能实现不间断通信(作为中继的无人机之间的切换时间忽略不计，地面终端的移动距离不超过2千米)。

问题四：指挥中心从H派出3架无人机携带通信装备向灾区内的72个地面终端(分布见附件2)发送内容不同，总量均为500M(1M按106比特计算)的数据。每台通信装备的总功率是5瓦，可同时向不超过10个地面终端发送数据。数据传输过程可以简化为：当地面终端*i*看无人机的仰角大于30°、距离不超过3000米且没有山体阻隔时，如果无人机当前服务用户少于10个，则开始向*i*发送数据，并瞬间完成所有用户的功率再分配，否则，搁置*i*的需求，直到有地面用户退出，若此时*i*仍在可服务区域，则为*i*服务（先到先服务）。如果在一个服务时间区间（即无人机和终端之间满足可传输数据条件的时间范围）内不能传完全部数据，则以后区间可以续传。再设*i*用户在时刻*t*接收到无人机发送的信息速率为(比特/秒)，其中表示无人机服务的子信道带宽(取值见附件2，单位Hz)，表示*t*时刻无人机为第*i*个地面用户所在的子信道分配的功率,单位：w(瓦)，表示*t*时刻无人机与*i*之间的欧氏距离，单位：米。为信道特性参数，为简单起见，取为(单位略)，假设无人机飞行速度在60~100千米/小时之间可调(水平面内最大加速度±5米/秒2，铅垂面内最大加速±2米/秒2，可同时在两个方向上加速)，为无人机设计恰当的航线、速度以及所服务的用户，并为每一个用户分配恰当的功率，使得无人机完成所有任务的时间总和尽量短。

# 模型假设

为了便于问题的研究，对题目中某些条件进行简化及合理的假设。

针对问题一：

假设（1）：为了简化问题模型，在问题一，方圆10公里以半径为五公里来计算。

假设（2）： 忽略无人机大小，将无人机简化为质点。无人机的巡查半径为2500米（原本半径为2400米）。

假设（3）： 不存在灾区环境对无人机信号，视频采集等功能产生干扰。

假设（4）:4小时内指的是无人机从基地H出发直至S区域内3000米以下区域被巡查完毕为结束点（根据实际情况，续航时间为8小时，至少有4小时不属于巡查任务且无人机正常运行，那么一定能够顺利返回H）。

针对问题二：

假设（1）：当无人机与地面目标有遮挡的时候，可以正常进行生命探测。

假设（2）：

假设（3）：

假设（4）：

针对问题三：

假设（1）：当无人机与地面目标有遮挡的时候，可以正常进行中继通信。

假设（2）：

假设（3）：

针对问题四：

假设（1）：

假设（2）：

# 符号说明

# 问题的分析

## 对问题一的分析

### 问题描述及分析

问题一是研究无人机携带视频采集装置巡查7个重点区域中心方圆10公里以内的灾情。无人机在4200米的高空飞行，地面某点看无人机的仰角大于60度，此时无人机勘测的最大半径为2400米，无人机的起始点为H，考虑在这种理想情况下无人机完成任务的最佳路线和无人机调度策略，主要考虑如何在顺利完成侦察任务的情况下，保证无人机勘测覆盖率最大、飞行路线最短。

根据题目和参考文献，给出最优路径及无人机调度策略如下：

（1）由于重点灾区的半径为5000米，为了尽可能完成灾区的覆盖，此时我们让无人机围绕以重点灾区中心为原点半径为2500米的圆周进行勘测。由于灾后抢险时间急迫，我们应该选择出最优路径，在有限的四小时时间内完成巡查。

（2）通过查询海拔在3000米以下的重点区域有A、B、C、D、E，因此我们仅需考虑这五个灾区。此时我们通过建模选择最佳无人机数量和最优路线。

（3）通过查询海拔在4000米以下的重点区域有A、B、C、D、E、F、G，因此我们仅需考虑这7个灾区。此时我们通过建模选择最佳无人机数量和最优路线。

（4）以上问题中，不考虑无人机大小，无人机为质点。

（5）比较用来在图中寻找优化路径的蚁群算法与模拟自然进化过程的遗传算法在解决组合优化问题的实际表现，最终选定遗传算法作为求解问题一的主要策略。

### 数据处理

震区海拔数据处理：

### 模型准备

**遗传算法简介**：

遗传算法（Genetic Algorithm）是1975年Michigan大学的J.Holland提出模拟达尔文生物进化论的自然选择和遗传学机理的生物进化过程的计算模型，是一种通过模拟自然进化过程搜索最优解的方法。遗传算法是从代表问题可能潜在的解集的一个种群开始的，而一个种群则由经过基因编码的一定数目的个体组成。每个个体实际上是染色体带有特征的实体。染色体作为遗传物质的主要载体，即多个基因的集合，其内部表现（即基因型）是某种基因组合，它决定了个体的形状的外部表现。因此，在一开始需要实现从表现型到基因型的映射即编码工作。由于仿照基因编码的工作很复杂，我们往往进行简化，如二进制编码，初代种群产生之后，按照适者生存和优胜劣汰的原理，逐代演化产生出越来越好的近似解，在每一代，根据问题域中个体的适应度大小选择个体，并借助于自然遗传学的遗传算子进行组合交叉和变异，产生出代表新的解集的种群。这个过程将导致种群像自然进化一样的后生代种群比前代更加适应于环境，末代种群中的最优个体经过解码，可以作为问题近似最优解[2]。总结来说，遗传算法模拟基因重组和进化的自然过程，将问题的参数编码成为个体，个体构成种群，种群中的个体经过选择、突变、倒位的运算，反复经过迭代后得到一个较为优化的结果，本质实为一种并行的全局优化算法。

**遗传算法的实现步骤**[3]：

1. 染色体编码

遗传算法的编码方式主要有浮点编码和二进制编码两种，通常在无人机路径规划中，采用二进制编码规则对多维空间的每个自变量编码，二进制编码不仅与计算机处理原理相符，也能同时实现染色体的遗传、编译和突变等操作。

设某一参数的取值范围为（A, B），使用长度为m的二进制编码表示该参数，则它共有2m种不同的编码，参数编码的对应关系为：

00000 = 0 🡪 A

00001 = 1 🡪 A+μ

00011 = 2 🡪 A+2μ

……

11111 = 2m-1 🡪 B

由此可得：

|  |  |
| --- | --- |
|  | 公式1 |

1. 初始化群体的产生

遗传算法是对群体进行的进化操作，需要随机产生N个染色体组成起始搜索点作为初始群体数据。

1. 适应度计算

遗传算法依照与个体适应度成正比的几率决定当前种群中各个体遗传到下一代种群中的机会。个体适应度大的个体更容易被遗传到下一代。

1. 选择运算

选择运算是根据个体适应度大小决定其下代遗传的可能性。

若设种群中个体总数为N，个体i的适应度为fi，则个体i被选中的几率为：

|  |  |
| --- | --- |
|  | 公式2 |

当个体选择的几率决定后，再产生[0,1]区间的均匀随机数来决定哪个个体参加复制。若个体适应度高，则被选中的几率就大，有可能被多次选中，它的遗传基因就会在种群中扩散；若个体的选择几率小，则会被逐渐淘汰；

1. 交叉运算

交叉运算是遗传算法中产生新个体的主要操作过程，使用单点或多点进行交叉的算子。

交叉运算中首先使用随机数生成一个或多个交叉点位置，然后两个个体在交叉点位置互换部分基因码，形成两个子个体。

如两条染色体R1 = 01000111，R2 = 10010100，交换其后4位基因，如图4所示，R1’ = 01000100，R2’ = 10010111可被看做是原染色体R1和R2的子代染色体。

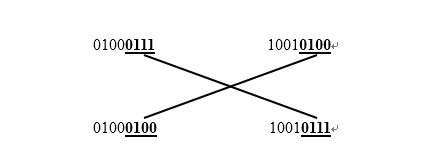


图 4 染色体基因交叉原理

1. 变异运算

“变异运算”是使用基本位进行基因突变，是对个体的某一个或某一些基因码实行小概率翻转，将0变为1，将1变为0，以产生新个体的一种方法。例如染色体R1 = 11101010，对第2位进行变异运算，可得染色体R1’= 10101010，R1’即为原染色体R的子代染色体。

1. 停止准则

当满足停止准则时，算法结束。

**遗传算法优点：**

* 搜索从群体出发，具有并行性，可以同时对多个个体进行比较。
* 与传统的枚举、启发等优化算法相比较，以生物进化为原型，收敛性强，计算耗时少。

### 模型建立与求解

在多无人机协同任务规划中，采用基本遗传算法固定长度二进制编码方式，遗传操作采用交叉和变异算子，基于一定的环境要素和任务需求，在完成任务最大化的同时，保证无人机在灾区巡查路径最短，所以，从本质上说，问题一可以看作是一个遗传算法求解多旅行商以获得无人机飞行的最佳路径问题。

**问题一的数学描述：**

根据前期数据准备可以看出，无人机需巡查7个重点区域中心方圆10公里以内的海拔为3000米以下的区域。现构建问题一的数学模型，假设有n个需要遍历的中心目标点，一个起飞基地H，变量定义如下：

n为给定的需要遍历的中心目标点（）；

m为起飞基地数（）；

N = n+m-1为总遍历数，i，j为遍历序号，i,j∈{1,2,…N}；

Cij为遍历点i到遍历点j的距离，其中虚拟遍历点位之间以及虚拟遍历点位和起始遍历点之间的距离设为无穷大；

Dk为单架无人机从基地H点出发所经过的路径长度，k∈{1,2,…m}；

Lk为每架无人机遍历的点位数，k∈{1,2,…m}；

Lmax为每架无人机允许遍历的点数上限；

S = {S1,S2,…,SN}为一条遍历所有中心目标点的环路；

则转化后的数学模型为：

总的路径最短：

|  |  |
| --- | --- |
|  | 公式3 |

目标函数式（公式3）表示无人机经过的总的路径之和最短，所有中心目标点经过一次，且只经过一次；

最长路径最短：

|  |  |
| --- | --- |
|  | 公式4 |

目标函数式（公式4）表示最长的路径最短

**Step 1**：根据遗传算法原理计算每组无人机遍历点数与其最优路径

基于遗传算法的多无人机协同规划最佳路径的算法流程如图5所示：

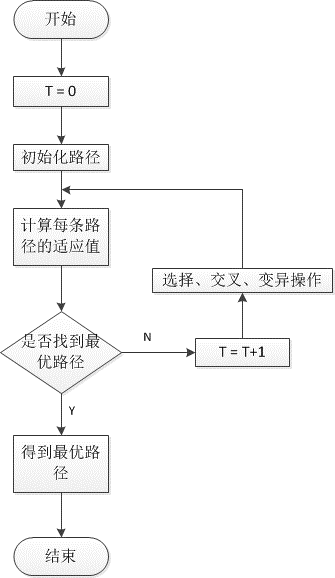


图 5 基于遗传算法的多无人机协同规划流程

算法的部分参数设置如下：

popsize (种群数量) = 80

numIter（算法迭代次数）= 5000

minTour（最少遍历点数）= {1,2,3…,11}

showProg（遗传算法进程，如果正确则置为1）= 1

showResult（遗传算法结果，如果正确则置为1）= 1

通过运行程序，设置不同的最小遍历点数，则可得出不同情况下的问题一的最优路径。

## 对问题二的分析

### 问题描述及分析

### 数据处理

### 模型准备

### 模型建立与求解

### 求解结果

## 对问题三的分析

### 问题描述及分析

### 数据处理

### 模型准备

### 模型建立与求解

### 求解结果

## 对问题四的分析

### 问题描述及分析

### 数据处理

### 模型准备

### 模型建立与求解

### 求解结果

# 5模型的评价与推广

## 5.1模型的优点

## 5.2模型的缺点

## 5.3模型的推广

# 6参考文献

引用别人的成果或其他公开的资料(包括网上甚至在“博客”上查到的资料) 必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。正文引用处用方括号标示参考文献的编号，如[1][3]等；引用书籍还必须指出页码。参考文献按正文中的引用次序列出，其中书籍的表述方式为：

[编号] 作者，书名，出版地：出版社，起止页码，出版年。

参考文献中期刊杂志论文的表述方式为：

[编号] 作者，论文名，杂志名，卷期号：起止页码，出版年。

参考文献中网上资源的表述方式为：

[编号] 作者，资源标题，网址，访问时间（年月日）。

# 7附录