# Promemoria sulle funzioni iperboliche

Giulio Pasqualetti

7 febbraio 2015

## 1 Definizione

L'unica cosa veramente importante da ricordarsi è la definizione:

$$\sinh x \equiv \frac{e^x - e^{-x}}{2} \cosh x \equiv \frac{e^x + e^{-x}}{2} \tag{1}$$

## 2 Grafico e punto di intersezione

Ci sono punti di intersezione tra $\sinh x$ e $\cosh x$?

$$\begin{aligned} \sinh x - \cosh x &= 0 \\ e^x - e^{-x} - e^x - e^{-x} &= 0 \\ 2e^{-x} &= 0 \end{aligned}$$

E quindi non ci sono punti di intersezione.

## 3 Identità fondamentale

$$\cosh x^2 - sinhx^2 = 1 \tag{2}$$

## 4 Tangente iperbolica

$$\begin{aligned} \tanh x &= \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \\ &= \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} \end{aligned}$$

## 5 Derivate

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \sinh x = \cosh x$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \cosh x = \sinh x$$
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \tanh x = \frac{\cosh x^2 - \sinh x^2}{\cosh x^2} = \frac{1}{\cosh x^2}$$

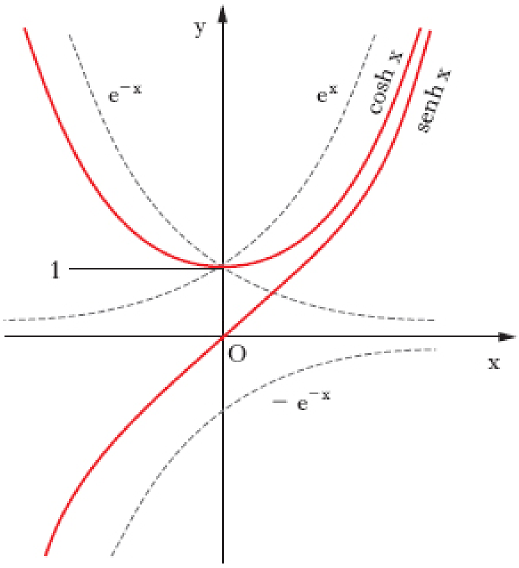


Figura 1: Grafico delle funzioni iperboliche

# 6 Funzioni inverse

## 6.1 $\operatorname{arsinh} x$

$$\begin{aligned} y &= \frac{e^x - e^{-x}}{2} \\ e^{2x} - 2ye^x - 1 &= 0 \\ e^x &= y \pm \sqrt{y^2+1} \\ x &= \ln\left(y + \sqrt{y^2+1}\right) \\ \operatorname{arsinh} x &= \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) \end{aligned}$$

# 7 Sviluppo in serie

$$\sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \mathrm{O}(x^6) \tag{3}$$

$$\cosh x = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + \mathrm{O}(x^5) \tag{4}$$

$$\tanh x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \mathrm{O}(x^6) \tag{5}$$

$$\coth x = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945} + \mathrm{O}(x^6) \tag{6}$$

La cotangente iperbolica si ricava dalla serie di Laurent anziché di Taylor.