

# Promemoria sulle funzioni iperboliche

Giulio Pasqualetti

7 febbraio 2015

## 1 Definizione

L'unica cosa veramente importante da ricordarsi è la definizione:

$$\sinh x \equiv \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \cosh x \equiv \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad (1)$$

## 2 Grafico e punto di intersezione

Ci sono punti di intersezione tra  $\sinh x$  e  $\cosh x$ ?

$$\begin{aligned} \sinh x - \cosh x &= 0 \\ e^x - e^{-x} - e^x - e^{-x} &= 0 \\ 2e^{-x} &= 0 \end{aligned}$$

E quindi non ci sono punti di intersezione.

## 3 Identità fondamentale

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1 \quad (2)$$

## 4 Tangente iperbolica

$$\begin{aligned} \tanh x &= \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \\ &= \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} \end{aligned}$$

## 5 Derivate

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \sinh x &= \cosh x \\ \frac{d}{dx} \cosh x &= \sinh x \\ \frac{d}{dx} \tanh x &= \frac{\cosh x^2 - \sinh x^2}{\cosh x^2} = \frac{1}{\cosh x^2} \end{aligned}$$

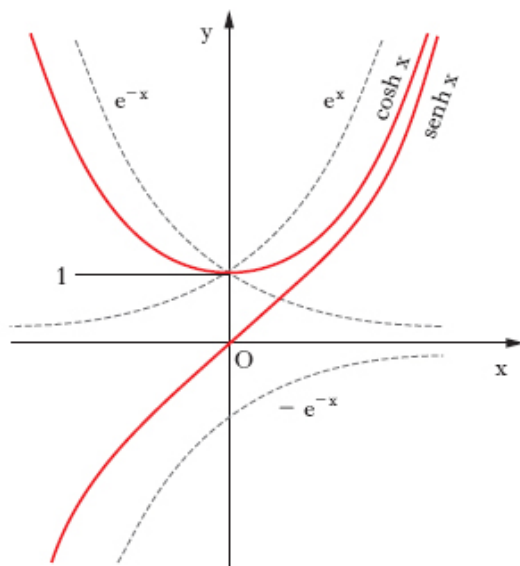


Figura 1: Grafico delle funzioni iperboliche

## 6 Funzioni inverse

### 6.1 $\operatorname{arsinh} x$

$$y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$e^{2x} - 2ye^x - 1 = 0$$

$$e^x = y \pm \sqrt{y^2 + 1}$$

$$x = \ln(y + \sqrt{y^2 + 1})$$

$$\operatorname{arsinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

## 7 Sviluppo in serie

$$\sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + O(x^5) \quad (3)$$

$$\cosh x = 1 + \frac{x^2}{2} + O(x^4) \quad (4)$$