Eng04075 – Eletrônica Digital I

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Aula 3

Sumário

- Sistemas de Numeração
- Bases Numéricas
- Conversão entre bases
- Introdução à Matemática Binária
- Exemplos

luff.delet@gmail.com

Eng04075 – Eletrônica Digital I

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Sumário

Módulo-2

- Matemática Binária
    - Sistemas de Numeração
    - Bases Numéricas
        - Conversão entre bases
        - Ponto fracionário fixo

luff.delet@gmail.com

Sistemas de Numeração

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Sistemas de Numeração Posicional

Exs:

- **Decimal indo-arábico -> 10 símbolos -> 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9**
- Vigesimal Maia -> 20 símbolos (incluindo o zero)

http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/

Sistemas de Numeração

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Sistemas de Numeração Posicional

Exs:

- Binário -> 2 símbolos
  -> 0 1
- Hexadecimal -> 16 símbolos
  -> 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F
  (A->10 B->11 C->12 D->13 E->14 F->15)
- Octal -> 8 símbolos
  -> 0 1 2 3 4 5 6 7

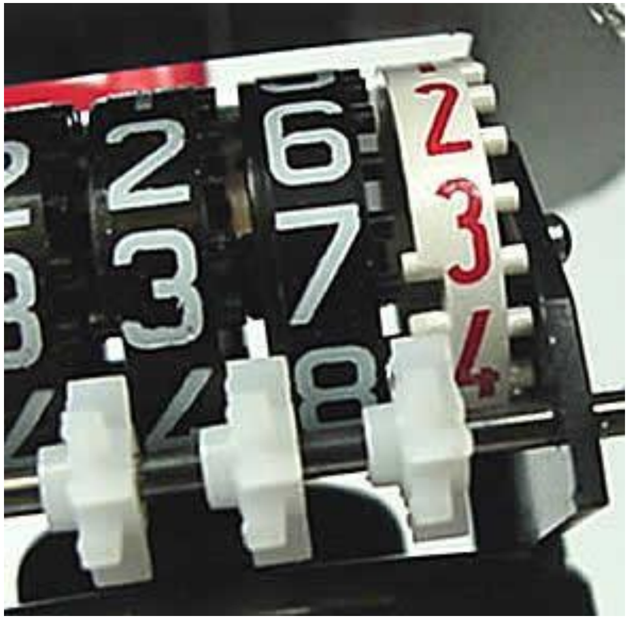
Sistemas de Numeração

- Numeração Posicional -

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F
Ferreira

P.EX: Odômetro mecânico



www.frontiernet.net/~prof_tcarr/BaseCounter/applet.html#APPLEThttp://www.frontiernet.net/~prof_tcarr/BaseCounter/applet.html#APPLET

Sistemas de Numeração
- Numeração Posicional -

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F
Ferreira

P.EX

3948 de 4 dígitos pode ser expresso como:

4ª Posição ⟹ 3×10^3 = 3x1000 ⟹ Milhar

3ª Posição ⟹ 9×10^2 = 9x100 ⟹ Centena

2ª Posição ⟹ 4×10^1 = 4x10 ⟹ Dezena

1ª Posição ⟹ 8×10^0 = 8x1 ⟹ Unidade

Soma p/ Pesos ⟹ 3000 + 900 + 40 + 8 = 3948

Bases Numéricas

Base 10

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

P.EX

3948 de 4 dígitos pode ser expresso como:

Dígitos Peso = Base elevada ao nº da posição menos 1

4ª Posição ⇒ 3×10^3 = 3x1000 ⇒ Milhar

3ª Posição ⇒ 9×10^2 = 9x100 ⇒ Centena

2ª Posição ⇒ 4×10^1 = 4x10 ⇒ Dezena

1ª Posição ⇒ 8×10^0 = 8x1 ⇒ Unidade

Soma p/ Pesos (Polinômio) ⇒ $3\times10^3 + 9\times10^2 + 4\times10^1 + 8\times10^0 = 3948$

Bases Numéricas

Base 10

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

P.EX
3948 de 4 dígitos pode ser expresso como:

Dígitos Peso = Base elevada ao nº da posição menos 1

4ª Posição ⟹ 3×10^3 = 3x1000 ⟹ Milhar ->Mais significativo

3ª Posição ⟹ 9×10^2 = 9x100 ⟹ Centena

2ª Posição ⟹ 4×10^1 = 4x10 ⟹ Dezena

1ª Posição ⟹ 8×10^0 = 8x1 ⟹ Uni. -> Menos significativo

Soma p/ Pesos (Polinômio) ⟹ $3 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 8 \times 10^0 = 3948$

Bases Numéricas

BASE "B"

"B" símbolos para representar quantidades de zero até (B-1)

Dig. MAIS Significativo

Número de 'n' dígitos

Dig. MENOS Significativo

$$(D_{n-1} \cdots D_1\ D_0)_B$$

Posições nª ... 2ª 1ª Base

P.EX

$(5386)_{10}$ ou 5386 (n=4 base 10)

$(13\ 9\ 6)_{20}$ (n=3 base 20)

$(10110)_2$ (n=5 base 2)

$(C67E)_{16}$ (n=4 base 16)

$(275)_8$ (n=3 base 8)

http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/

Bases Numéricas

BASE “2” - Binário

“2” símbolos para representar quantidades de zero até 1 **(0 1)**

Dig. MAIS Significativo

Número de ‘n’ dígitos

Dig. MENOS Significativo

$$(B_{n-1} \cdots B_1 \; B_0)_2$$

Posições   nª   ...   2ª   1ª   Base

Bit = **Bi**nary Digi**t**

Byte = 8 Bits

P.EX

$(10110)_2$ (n=5 base 2)

http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F
Ferreira

BASE "16" - Hexadecimal

"16" símbolos para representar quantidades de zero até 15 (0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A->10 B->11 C->12 D->13 E->14 F->15)

Dig. MAIS Significativo

Número de 'n' dígitos

Dig. MENOS Significativo

$$(H_{n-1} \cdots H_1 \ H_0)_{16}$$

Posições nª ... 2ª 1ª Base

P.EX

$(C67E)_{16}$ (n=4 base 16)

http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/

Bases Numéricas

BASE “8” - Octal

“8” símbolos para representar quantidades de zero até 7 (0 1 2 3 4 5 6 7)

Dig. MAIS Significativo

Número de ‘n’ dígitos

Dig. MENOS Significativo

$$(O_{n-1} \cdots O_1 \; O_0)_8$$

Posições — nª — ... — 2ª — 1ª — Base

P.EX

$(275)_8$ (n=3 base 8)

http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Bases Numéricas

Soma p/ Pesos (Polinômio) Base B ⟹ Base 10

Número de 'n' dígitos

Dígitos Peso = Base elevada ao nº da posição menos 1

nª Posição ⟹	D_{n-1}	x	B^{n-1}	⟹ Dig. MAIS significativo
. . .				
2ª Posição ⟹	D_1	x	B^1	
1ª Posição ⟹	D_0	x	B^0	⟹ Dig. MENOS significativo

Soma p/ Pesos (Polinômio) ⟹ $D_{n-1} \times B^{n-1} + \ldots + D_1 \times B^1 + D_0 \times B^0$ (na base 10)

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Bases Numéricas

Base 2 ⟹ Base 10

P.EX

10110_2 (n=5 base 2) = $1x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0 = 22_{10}$

Dígitos Peso = Base elevada ao nº da posição menos 1

5ª Posição ⟹ $\boxed{1}$ x 2^4 = 1x**16** = 16

4ª Posição ⟹ $\boxed{0}$ x 2^3 = 0x**8** = 0

3ª Posição ⟹ $\boxed{1}$ x 2^2 = 1x**4** = 4

2ª Posição ⟹ $\boxed{1}$ x 2^1 = 1x**2** = 2

1ª Posição ⟹ $\boxed{0}$ x 2^0 = 0x**1** = 0

⟹ $16 + 0 + 4 + 2 + 0 = 22_{10}$

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Base 16 ⟹ Base 10

P.EX

$C67E_{16}$ (n=4 base 16) = $12x16^3 + 6x16^2 + 7x16^1 + 14x16^0 = 50814_{10}$

(A->10 B->11 C->12 D->13 E->14 F->15)

Dígitos Peso = Base elevada ao nº da posição menos 1

4ª Posição ⟹ 12×16^3 = 12x4096 = 49152

3ª Posição ⟹ 6×16^2 = 6x256 = 1536

2ª Posição ⟹ 7×16^1 = 7x16 = 112

1ª Posição ⟹ 14×16^0 = 14x1 = 14

⟹ $49152 + 1536 + 112 + 14 = 50814_{10}$

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Base 8 ⟹ Base 10

P.EX

275_8 (n=3 base 8) = $2 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 5 \times 8^0 = 189_{10}$

Dígitos **Peso = Base elevada ao nº da posição menos 1**

3ª Posição ⟹ $2 \times 8^2 = 2 \times 64 = 128$

2ª Posição ⟹ $7 \times 8^1 = 7 \times 8 = 56$

1ª Posição ⟹ $5 \times 8^0 = 5 \times 1 = 5$

⟹ $128 + 56 + 5 = 189_{10}$

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F
Ferreira

Bases Numéricas

Base 20 $\Rightarrow$ Base 10

P.EX

$(13\ 9\ 6)_{20}$ (n=3 base 20) $= 13\text{x}20^2 + 9\text{x}20 + 6 = 5386_{10}$

Dígitos   Peso = Base elevada ao nº da posição menos 1

3ª Posição $\Rightarrow$ $13 \text{ x } 20^2 = 13\text{x}400 = 5200$ $\Rightarrow$ Quatricentena

2ª Posição $\Rightarrow$ $9 \text{ x } 20^1 = 9\text{x}20 = 180$ $\Rightarrow$ Vintena

1ª Posição $\Rightarrow$ $6 \text{ x } 20^0 = 6\text{x}1 = 6$ $\Rightarrow$ Unidade

$\Rightarrow$ $5200 + 180 + 6 = 5386_{10}$

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

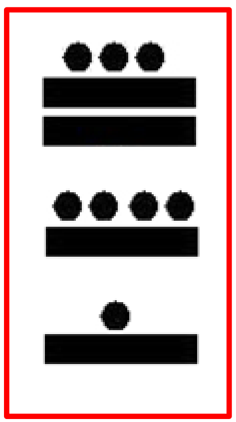
Prof. Luiz F Ferreira

Bases Numéricas

Base 20 $\Longrightarrow$ Base 10

P.EX
$(13\ 9\ 6)_{20}$ (n=3 base 20) $= 5386_{10}$

Dígitos Maias (usadas na vertical)



$\Longrightarrow$ $\boxed{13}$ x $\boxed{20^2}$ = 13x400 = 5200 $\Longrightarrow$ Quatricentena

$\Longrightarrow$ $\boxed{9}$ x $\boxed{20^1}$ = 9x20 = 180 $\Longrightarrow$ Vintena

$\Longrightarrow$ $\boxed{6}$ x $\boxed{20^0}$ = 6x1 = 6 $\Longrightarrow$ Unidade

$\Longrightarrow$ $5200 + 180 + 6 = 5386_{10}$

http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Divisões sucessivas pela Base Base 10 $\Longrightarrow$ Base B
(Parte Inteira)

Gera número de 'n' dígitos

$(D_{n-1} \ldots D_1 D_0)_B \Longrightarrow D_{n-1} \times B^{n-1} + \ldots + D_1 \times B^1 + D_0 \times B^0$ na base 10

1ª Divisão $\Longrightarrow$ $(D_{n-1}D_{n-2} \ldots D_2D_1D_0)_B /B = (D_{n-1} \times B^{n-2} + \ldots + D_1)$ e resto D_0

2ª Divisão $\Longrightarrow$ $(D_{n-1}D_{n-2} \ldots D_2D_1)_B /B = (D_{n-1} \times B^{n-3} + \ldots + D_2)$ e resto D_1

. . .

(n-1)ª Div. $\Longrightarrow$ $(D_nD_{n-1})_B /B = D_{n-1}$ e resto D_{n-2}

nª Div. $\Longrightarrow$ $(D_n)_B /B = 0$ e resto D_{n-1}

Obs: Dividir até que o quociente seja zero ($D_{n-1} < B$)

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Base 10 $\Rightarrow$ Base 2

P.EX

10110_2 (n=5 base 2) = $1x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0 = 22_{10}$

Dígitos ou Bits

1ª Divisão	$\Rightarrow$	22/2	=	11	e resto	0	$\Rightarrow$ D_0
2ª Divisão	$\Rightarrow$	11/2	=	5	e resto	1	$\Rightarrow$ D_1
3ª Divisão	$\Rightarrow$	5/2	=	2	e resto	1	$\Rightarrow$ D_2
4ª Divisão	$\Rightarrow$	2/2	=	1	e resto	0	$\Rightarrow$ D_3
5ª Divisão	$\Rightarrow$	1/2	=	0	e resto	1	$\Rightarrow$ D_4

Obs: Dividir até que o quociente seja zero ($D_{n-1} < B$)

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Base 10 $\Longrightarrow$ Base 16

P.EX

$C67E_{16}$ (n=4 base 16) = $12x16^3 + 6x16^2 + 7x16^1 + 14x16^0 = 50814_{10}$

(A->10 B->11 C->12 D->13 E->14 F->15)

Dígitos

1ª Divisão	$\Longrightarrow$	50814/16	=	3175	e resto	14 (E)	$\Longrightarrow$ D_0
2ª Divisão	$\Longrightarrow$	3175/16	=	198	e resto	7	$\Longrightarrow$ D_1
3ª Divisão	$\Longrightarrow$	198/16	=	12	e resto	6	$\Longrightarrow$ D_2
4ª Divisão	$\Longrightarrow$	12/16	=	0	e resto	12 (C)	$\Longrightarrow$ D_3

Obs: Dividir até que o quociente seja zero ($D_{n-1} < B$)

Bases Numéricas

Base 10 $\Rightarrow$ Base 8

P.EX

275_8 (n=3 base 8) = $2x8^2 + 7x8^1 + 5x8^0 = 189_{10}$

Dígitos

1ª Divisão	$\Rightarrow$	189/8 =	23	e resto	5	$\Rightarrow$ D_0
2ª Divisão	$\Rightarrow$	23/8 =	2	e resto	7	$\Rightarrow$ D_1
3ª Divisão	$\Rightarrow$	2/8 =	0	e resto	2	$\Rightarrow$ D_2

Obs: Dividir até que o quociente seja zero ($D_{n-1} < B$)

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Base 10 $\Rightarrow$ Base 20

P.EX

$(13\ 9\ 6)_{20}$ (n=3 base 20) $= 13\text{x}20^2 + 9\text{x}20 + 6 = 5386_{10}$

Dígitos

1ª Divisão	$\Rightarrow$	5386/20	=	269	e resto	6	$\Rightarrow$	D_0
2ª Divisão	$\Rightarrow$	269/20	=	13	e resto	9	$\Rightarrow$	D_1
3ª Divisão	$\Rightarrow$	13/20	=	0	e resto	13	$\Rightarrow$	D_2

Obs: Dividir até que o quociente seja zero ($D_{n-1} < B$)

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F
Ferreira

Multiplicação pela Base

número de ‘n’ díg. => número de n+1 díg.

$(D_{n-1} \ldots D_1 D_0)_B \times B \Rightarrow D_{n-1} \times B^n + \ldots + D_1 \times B^2 + D_0 \times B^1 + 0$

$$(D_{n-1} \ldots D_1 D_0)_B \times B = (D_{n-1} \ldots D_1 D_0 0)_B$$

Bases Numéricas

Multiplicação pela Base

número de ‘n’ díg. => número de n+1 díg.

P.EX

5386 x10 = 53860

$(13\ 9\ 6)_{20}$ x 20 = $(13\ 9\ 6\ 0)_{20}$

$(10110)_2$ x 2 = $(101100)_2$

$(C67E)_{16}$ x 16 = $(C67E0)_{16}$

$(275)_8$ x 8 = $(2750)_8$

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F
Ferreira

Divisão pela Base

número de 'n' díg. => número de n-1 díg. + resto

$(D_{n-1} \ldots D_1 D_0)_B / B \Longrightarrow D_{n-1} \times B^{n-2} + \ldots + D_1 \times B^0$ e resta D_0

$$(D_{n-1} \ldots D_1 D_0)_B / B = (D_{n-1} \ldots D_1)_B \text{ e resto } (D_0)_B$$

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F
Ferreira

Divisão pela Base

número de 'n' díg. => número de n-1 díg. + resto

P.EX

5386 /10	= 538 e resto 6
$(13\ \ 9\ 6)_{20}$ / 20	= $(13\ \ 9)_{20}$ e resto $(6)_{20}$
$(10110)_2$ / 2	= $(1011)_2$ e resto $(0)_2$
$(C67E)_{16}$ / 16	= $(C67)_{16}$ e resto $(E)_{16}$
$(275)_8$ / 8	= $(27)_8$ e resto $(5)_8$

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Divisão pela Base & Ponto Fixo

número de ‘n’ díg. => número de ‘n’ díg.

$$(D_{n-1} \ldots D_1 D_0)_B / B \Longrightarrow D_{n-1} \times B^{n-2} + \ldots + D_1 \times B^0 + D_0 \times B^{-1}$$

$$(D_{n-1} \ldots D_1 D_0)_B / B = (D_{n-1} \ldots D_1 \,.\, D_0)_B$$

Ponto Fixo

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Divisão pela Base & Ponto Fixo

número de ‘n’ díg. => número de ‘n’ díg.

P.EX

5386 /10	= 538.6
$(13\ \ 9\ 6)_{20}$ / 20	= $(13\ \ 9.6)_{20}$
$(10110)_{2}$ / 2	= $(1011.0)_{2}$
$(C67E)_{16}$ / 16	= $(C67.E)_{16}$
$(275)_{8}$ / 8	= $(27.5)_{8}$

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Base B $\Longrightarrow$ Base 10 (Parte Inteira e Fracionária)

Número de 'n' dígitos + 'm' dígitos após o Ponto Fixo

Soma p/ Pesos - Polinômio

$D_{n-1} \times B^{n-1} + \ldots + D_1 \times B^1 + D_0 \times B^0 + D_{-1} \times B^{-1} + D_{-2} \times B^{-2} + \ldots + D_{-m} \times B^{-m}$ (na base 10)

P.EX (n=5, m=4 base 2)

$(10110.1101)_2 = 1x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0 + 1x2^{-1} + 1x2^{-2} + 0x2^{-3} + 1x2^{-4} = 22.8125$

$(10110.1101)_2 = 16 + 0 + 4 + 2 + 0 + 1/2 + 1/4 + 0/8 + 1/16 = 22.8125$ OU

$(10110.1101)_2 = 1x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0 + (1x2^3 + 1x2^2 + 0x2^1 + 1x2^0)/2^4 =$
$= 22 + 13/16 = 22.8125$

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Base B $\Longrightarrow$ Base 10 (Parte Inteira e Fracionária)

Número de ‘n’ dígitos + ‘m’ dígitos após o Ponto Fixo

Soma p/ Pesos - Polinômio

$$D_{n-1} \times B^{n-1} + \ldots + D_1 \times B^1 + D_0 \times B^0 + D_{-1} \times B^{-1} + D_{-2} \times B^{-2} + \ldots + D_{-m} \times B^{-m}$$ (na base 10)

P.EX (n=2, m=2 base 8)

$(26.64)_8 = 2x8^1 + 6x8^0 + 6x8^{-1} + 4x8^{-2} = 22.8125$

$(26.64)_8 = 16 + 6 + 6/8 + 4/64 = 22.8125$ OU

$(26.64)_8 = 2x8^1 + 6x8^0 + (6x8^1 + 4x8^0)/8^2 = 22 + 52/64 = 22.8125$

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Multiplicações sucessivas pela Base Base 10 $\Longrightarrow$ Base B

(Parte Fracionária)

P.EX

$(0.D_{-1}D_{-2}D_{-3}D_{-4})_B$ (m=4 base B) $= 0 + D_{-1}xB^{-1} + D_{-2}xB^{-2} + D_{-3}xB^{-3} + D_{-4}xB^{-4} = (0.XX)_{10}$

Dígitos (parte inteira)

1ª Multi.	$\Rightarrow$ 0.XX*B = D_{-1}.XX	$\Rightarrow$	D_{-1}	$\Rightarrow$ D_{-1}
2ª Multi.	$\Rightarrow$ 0.XX*B = D_{-2}.XX	$\Rightarrow$	D_{-2}	$\Rightarrow$ D_{-2}
3ª Multi.	$\Rightarrow$ 0.XX*B = D_{-3}.XX	$\Rightarrow$	D_{-3}	$\Rightarrow$ D_{-3}
4ª Multi.	$\Rightarrow$ 0.XX*B = D_{-4}.XX	$\Rightarrow$	D_{-4}	$\Rightarrow$ D_{-4}

Obs: Multiplicar até que o resultado seja inteiro (ou aproximar).

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F
Ferreira

Base 10 ⟹ Base 2 (Parte Fracionária)

P.EX

$(0.1101)_2$ (m=4 base 2) = $0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} = (0.8125)_{10}$

Bits (parte inteira)

1ª Multi.	⟹	0.8125*2 = 1.625	⟹	1	⟹	D_{-1}
2ª Multi.	⟹	0.625*2 = 1.25	⟹	1	⟹	D_{-2}
3ª Multi.	⟹	0.25*2 = 0.5	⟹	0	⟹	D_{-3}
4ª Multi.	⟹	0.5*2 = 1.0	⟹	1	⟹	D_{-4}

Obs: Multiplicar até que o resultado seja inteiro (ou aproximar).

ou

c/ 4 dígitos depois do ponto => $(0.8125) \times 2^4 = 13 = (1101)_2$ =>

=> $(0.8125) = (1101)_2 / 2^4 = (0.1101)_2$

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Base 10 $\Rightarrow$ Base 8 (Parte Fracionária)

P.EX
$(0.64)_8$ (m=2 base 8) = $0 + 6\times8^{-1} + 4\times8^{-2} = (0.8125)_{10}$

Dígitos (parte inteira)

1ª Multi.	$\Rightarrow$	0.8125*8 = 6.50	$\Rightarrow$	6	$\Rightarrow D_{-1}$
2ª Multi.	$\Rightarrow$	0.50*8 = 4.00	$\Rightarrow$	4	$\Rightarrow D_{-2}$

Obs: Multiplicar até que o resultado seja inteiro (ou aproximar).

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Substituição Direta Base 2 $\Longleftrightarrow$ Base 16 $n = 4.m$

número de 'n' Bits e número de 'm' Bits

$$(B_{n-1} \ldots B_1 B_0)_2 \; / \; 2^4 = (H_{m-1} \ldots H_1 H_0)_{16} / 16 = (H_{m-1} \ldots H_1)_{16} \text{ e resto } H_0$$

$$\Longrightarrow$$

$$(B_{n-1} \times 2^{n-1} + \ldots + B_4 \times 2^4 + B_3 \times 2^3 + B_2 \times 2^2 + B_1 \times 2^1 + B_0 \times 2^0) / 2^4$$

$$= (B_{n-1} \times 2^{n-5} + \ldots + B_4 \times 2^0) \text{ e resto } (B_3 \times 2^3 + B_2 \times 2^2 + B_1 \times 2^1 + B_0 \times 2^0)$$

$$\Longrightarrow$$

$$H_0 = (B_3 B_2 B_1 B_0)_2$$

$$H_1 = (B_7 B_6 B_5 B_4)_2$$

$$\ldots$$

$$H_{m-1} = (B_{4m-1} B_{4m-2} B_{4m-3} B_{4m-4})_2$$

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Substituição Direta Base 2 $\Longleftrightarrow$ Base 8 n = 3.m

número de ‘n’ Bits e número de ‘m’ Bits

$$(B_{n-1} \ldots B_1 B_0)_2 \;/\; 2^3 \;=\; (O_{m-1} \ldots O_1 O_0)_8 /8 \;=\; (0_{m-1} \ldots 0_1)_8 \text{ e resto } O_0$$

$\Longrightarrow$

$$(B_{n-1} \times 2^{n-1} + \ldots + B_3 \times 2^3 + B_2 \times 2^2 + B_1 \times 2^1 + B_0 \times 2^0) / 2^3$$

$$= (B_{n-1} \times 2^{n-4} + \ldots + B_3 \times 2^0) \text{ e resto } (B_2 \times 2^2 + B_1 \times 2^1 + B_0 \times 2^0)$$

$\Longrightarrow$

$$O_0 = (B_2 B_1 B_0)_2$$

$$O_1 = (B_5 B_4 B_3)_2$$

. . .

$$O_m = (B_{3m-1} B_{3m-2} B_{3m-3})_2$$

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Substituição Direta Base 2 ⟺ Base 16 n = 4.m

número de 'n' Bits e número de 'm' Bits

P.Ex

$$\text{C 6 7 E}_{16} = \overbrace{1\ 1\ 0\ 0}^{12}\ \overbrace{0\ 1\ 1\ 0}^{6}\ \overbrace{0\ 1\ 1\ 1}^{7}\ \overbrace{1\ 1\ 1\ 0}^{14}\ {}_2$$

(m=4) (n=16)

$1100_2 = 8 + 4 + 0 + 0 = 12$
$0110_2 = 0 + 4 + 2 + 0 = 6$
$0111_2 = 0 + 4 + 2 + 1 = 7$
$1110_2 = 8 + 4 + 2 + 0 = 14$

OBS.: (A->10 B->11 C->12 D->13 E->14 F->15)

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F
Ferreira

Substituição Direta Base 2 $\Longleftrightarrow$ Base 8 e Base 16

número de ‘n’ Bits e número de ‘m’ Bits

P.Ex

$$2\,7\,5_8 = \overbrace{0\ \ 1\ \ 0}^{2}\ \overbrace{1\ \ 1\ \ 1}^{7}\ \overbrace{1\ \ 0\ \ 1}^{5}{}_2 = \overbrace{0\ \ 0\ \ 0\ \ 0}^{0}\ \overbrace{1\ \ 0\ \ 1\ \ 1}^{11}\ \overbrace{1\ \ 1\ \ 0\ \ 1}^{13}{}_2 = 0BD_{16}$$

(m=3) (n=9) (n=12) (m=3)

$010_2 = 0 + 2 + 0 = 2$
$111_2 = 4 + 2 + 1 = 7$
$101_2 = 4 + 0 + 1 = 5$

$0000_2 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$
$1011_2 = 8 + 0 + 2 + 1 = 11$ (B)
$1101_2 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13$ (D)

OBS.: (A->10 B->11 C->12 D->13 E->14 F->15)

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Substituição Direta Base 2 ⟺ Base 8 e Base 16

com ponto fixo fracionário

P.Ex

$$2\,7.\,5_{8} = \overbrace{0\;1\;0}^{2}\;\overbrace{1\;1\;1}^{7}\;.\;\overbrace{1\;0\;1}^{5}{}_{2} = \overbrace{0\;0\;0\;1}^{1}\;\overbrace{0\;1\;1\;1}^{7}\;.\;\overbrace{1\;0\;1\;0}^{A}{}_{2} = 17.A_{16}$$

(m=3) (n=9) (n=12) (m=3)

$010_2 = 0 + 2 + 0 = 2$
$111_2 = 4 + 2 + 1 = 7$
$101_2 = 4 + 0 + 1 = 5$

$0001_2 = 0 + 0 + 0 + 1 = 1$
$0111_2 = 0 + 4 + 2 + 1 = 7$
$1010_2 = 8 + 0 + 2 + 0 = 10$ (A)

OBS.: (A->10 B->11 C->12 D->13 E->14 F->15)

Bases Numéricas

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Substituição Direta Base 2 ⟺ Base 8 e Base 16

com ponto fixo fracionário

P.Ex

$$1\,3.\,6\,4_8 = \overbrace{0\;0\;1}^{1}\;\overbrace{0\;1\;1}^{3}\,.\,\overbrace{1\;1\;0}^{6}\;\overbrace{1\;0\;0}^{4}{}_2 = \overbrace{0\;0\;0\;0}^{0}\;\overbrace{1\;0\;1\;1}^{B}\,.\,\overbrace{1\;1\;0\;1}^{D}{}_2 = 0B.D_{16}$$

(m=4) (n=12) (n=12) (m=3)

$001_2 = 0 + 0 + 1 = 1$
$011_2 = 0 + 2 + 1 = 3$
$110_2 = 4 + 2 + 0 = 6$
$100_2 = 4 + 0 + 0 = 4$

$0000_2 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$
$1011_2 = 8 + 0 + 2 + 1 = 11$ (B)
$1101_2 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13$ (D)

OBS.: (A->10 B->11 C->12 D->13 E->14 F->15)

SOMA de Números Binários

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

Números de 'n' Bits

$A = (A_{n-1} \ldots A_1\, A_0)_2$ $\qquad$ $B = (B_{n-1} \ldots B_1\, B_0)_2$

$S = A + B = (S_{n-1} \ldots S_1\, S_0)_2$

Carry-in

		Ci_{n-1}	. . .		Ci_2		Ci_1		
A		A_{n-1}	. . .		A_2		A_1		A_0
B		B_{n-1}	. . .		B_2		B_1		B_0
S	Co_n	S_{n-1}	. . .	Co_3	S_2	Co_2	S_1	Co_1	S_0

Carry-out

SOMA de Números Binários

UFRGS
Eng. Elétrica
Eng04075

Prof. Luiz F Ferreira

P.Ex: Números de 5 Bits

$A = (1\ 0\ 0\ 1\ 1)_2 = 19_{10}$ $B = (0\ 1\ 0\ 1\ 1)_2 = 11_{10}$

$S = A + B = (1\ 1\ 1\ 1\ 0)_2 = 30_{10}$

Carry-in

	0	0	1	1	
A	1	0	0	1	1
+ B	0	1	0	1	1
S	1	1	1	1	0
	0	0	0	1	1

Carry-out