

Introducción a los Algoritmos

MSc Edson Ticona Zegarra

Taller de Programación 2025

Contenido

Introducción

Notación asintótica

Contenido

Introducción

Notación asintótica

Definiciones

- Un algoritmo se define como un procedimiento, definido por una serie de instrucciones o pasos, que recibe un conjunto de valores de entrada y retorna un conjunto de valores de salida.

¿Cómo se mide la eficiencia de un algoritmo?

- ▶ Dado un problema, y dos algoritmos que resuelven dicho problema, intuitivamente podemos decir que el algoritmo que resuelve el problema más rápido es el mejor de los dos, o el más *eficiente*.
- ▶ En general se puede decir que aquel algoritmo que resuelve el problema en la *menor* cantidad de pasos es el más eficiente.
- ▶ Cuando hablamos del *análisis* de un algoritmo, nos referimos a estimar los recursos que requiere el algoritmo, en términos de memoria y tiempo.

Ejemplo

- ▶ La cantidad de pasos que un algoritmo requiere para terminar su ejecución depende, por lo general, de la cantidad de datos de entrada.
- ▶ Ejemplo: diseñar un algoritmo que, dado un conjunto de números, encuentre el menor de todos ellos.

Ejemplo

input : A es un conjunto de n números.

output: \min es el menor elemento de A .

$\min \leftarrow A[0];$

for $a \in A$ **do**

if $a < \min$ **then**

$\min \leftarrow a$

end

end

return \min

- ▶ Denotemos como $T(n)$ la cantidad de pasos necesarios para la ejecución total del algoritmo.
- ▶ Donde n representa el número de elementos de entrada.

Ejemplo

input : A es un conjunto de n números.

output: min es el menor elemento de A .

$min \leftarrow A[0]$;

for $a \in A$ **do** ;

if $a < min$ **then** ;

$min \leftarrow a$;

end

end

return min

Sumando, queda $T(n) = c_1 + n * (c_2 + c_3)$

/* c_1 */

/* n veces */

/* c_2 */

/* c_3 */

Contenido

Introducción

Notación asintótica

Notación *Big-O*

- ▶ Para facilitar el análisis introducimos la notación asintótica

Definition

Decimos que $T(n) = O(f(n))$ si $T(n) \leq f(n)$ para todo $n \geq n_0$

- ▶ Es decir, la notación *Big-O* marca una cota superior.
- ▶ Entonces, en el ejemplo previo, $T(n) = O(n)$

Notación *Big-Omega*

- ▶ Analogamente, podemos definir limites inferiores

Definition

Decimos que $T(n) = \Omega(f(n))$ si $T(n) \geq f(n)$ para todo $n \geq n_0$

- ▶ Es decir, la notación *Big-Omega* marca una cota inferior.
- ▶ Entonces, en el ejemplo previo, $T(n) = \Omega(n)$

Notación *Big-Theta*

- ▶ Finalmente, se puede usar ambos límites

Definition

Decimos que $T(n) = \Theta(f(n))$ si $c_1 f(n) \leq T(n) \leq c_2 f(n)$ para todo $n \geq n_0$

- ▶ Es decir, la notación *Big-Theta* marca cotas inferiores y superiores.
- ▶ Entonces, en el ejemplo previo, $T(n) = \Theta(n)$

Complejidad Temporal y Espacial

- ▶ Se define como *complejidad temporal* de un algoritmo al tiempo necesario por un algoritmo para su ejecución.
- ▶ Se define como *complejidad espacial* de un algoritmo a la memoria requerida por un algoritmo para su ejecución.
- ▶ En este curso, cuando hablemos de *complejidad* nos estamos refiriendo a la complejidad temporal.
- ▶ Siempre utilizamos notación asintótica para expresar cualquier complejidad.
- ▶ Usualmente estamos interesados en las cotas superiores, pues marcan el peor de los casos de la ejecución de los algoritmos, y nos referimos a esta cuando se habla simplemente de complejidad.

Algoritmos eficientes

Definition

Se considera un algoritmo como eficiente cuando su complejidad es polinómica.

- ▶ Por ejemplo, sea A un algoritmo cuya complejidad es $O(n^{100})$ y B un algoritmo cuya complejidad es $O(2^n)$
- ▶ entonces, A se dice que es eficiente y B , de complejidad exponencial, no lo es.